



UNIVERSITÀ  
POLITECNICA  
DELLE MARCHE

UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea triennale in ingegneria meccanica

**Analisi DIC di test ciclici di flessione a quattro punti su  
provini di cemento fibro-rinforzato**

**DIC analysis of cyclic four-point bending tests on fiber-  
reinforced concrete specimens**

**Relatore**

Prof. Marco Sasso

**Correlatore**

Prof. Gianluca Chiappini

**Tesi di laurea di:**  
Giovanni Del Villano

Anno accademico 2020/2021



---

# SOMMARIO

<b>Introduzione.....</b>	<b>VIII</b>
<b>1 calcestruzzo fibro-rinforzato.....</b>	<b>1</b>
1.1 Caratteristiche del calcestruzzo fibro-rinforzato (FRC).....	2
1.2 Vantaggi e svantaggi nell'utilizzo di fibre.....	3
1.3 Fibre.....	4
1.4 Tipologie di calcestruzzo fibro-rinforzato.....	5
1.5 Prove su calcestruzzi rinforzati.....	6
<b>2 Analisi DIC.....</b>	<b>9</b>
2.1 Introduzione.....	9
2.2 Immagine digitale.....	10
2.3 Principio di funzionamento.....	11
2.4 Misura degli spostamenti.....	12
2.5 Deformazione dei Subsets.....	13
<b>3 Flessione a 4 punti .....</b>	<b>15</b>
3.1 Metodi di prova.....	15
3.2 Resistenza a flessione.....	16
3.3 Analisi locale della deformazione e tensore della deformazione.....	17
3.4 Coefficiente di dilatazione lineare e scorrimento angolare.....	18
3.5 Il teorema del tetraedro di Cauchy e il tensore della tensione.....	20
<b>4 Analisi della frattura del materiale.....</b>	<b>22</b>
4.1 1_ciclica_testE.....	23
4.2 1_ciclica_testF.....	26
4.3 1_30_ciclica_testE.....	28
4.4 1_30_ciclica_testF.....	31
4.5 25_ciclica_testE.....	34
4.6 25_ciclica_testF .....	37
4.7 25_30_ciclica_testE.....	40
4.8 25_30_ciclica_testF.....	44

---

---

<b>5 Conclusioni.....</b>	<b>47</b>
5.1 Provini con 1% di fibre d'acciaio.....	47
5.2 Provini con 2,5% di fibre d'acciaio .....	47
5.3 Differenze tra le due prove.....	48

---

## INDICE DELLE FIGURE

Figura 1.1 calcestruzzo fibro-rinforzato

Figura 1.2 tipologie di fibre

Figura 1.3 risultati ottenuti da una prova di flessione, sulle ascisse troviamo la larghezza della cricca, mentre sulle ordinate la forza applicata

Figura 2.1 matrice di pixel, ognuno dei quali corrispondente ad un numero che rappresenta il livello di luminosità di quel pixel o il colore

Figura 2.2 definizione della correlazione incrociata discreta bidimensionale

Figura 2.3 Concetto di base delle deformazioni di DIC

Figura 2.4 Spostamento e deformazione di un generico subset. Il subset prima della deformazione ha una forma quadrata; dopo deformazione assume una forma a parallelogramma

Figura 3.1 flessione a 4 punti con andamento delle tensioni all'interno del materiale

Figura 3.2 deformazione infinitesima

Figura 3.3 rappresentazione della dilatazione lineare

Figura 3.4 scorrimento angolare

Figura 3.5 triangolo elementare su cui è definito il versore  $n$

Figura 4.1 immagine di fronte 1\_ciclica\_testE frame 69 e 105

Figura 4.2 immagine dal basso 1\_ciclica\_testE frame 69 e 105

Figura 4.3 immagine di fronte 1\_ciclica\_testE frame 107 e 116

Figura 4.4 immagine dal basso 1\_ciclica\_testE frame 107 e 116

Figura 4.5 immagine di fronte 1\_ciclica\_testE frame 177

Figura 4.6 immagine dal basso 1\_ciclica\_testE frame 177

Figura 4.7 immagine di fronte 1\_ciclica\_testF frame 73 e 133

Figura 4.8 immagine dal basso 1\_ciclica\_testF frame 73 e 133

Figura 4.9 immagine di fronte 1\_ciclica\_testF frame 135 e 222

Figura 4.10 immagine dal basso 1\_ciclica\_testF frame 135 e 222

Figura 4.11 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testE frame 72 e 102

Figura 4.12 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testE frame 72 e 102

Figura 4.13 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testE frame 111 e 114

Figura 4.14 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testE frame 111 e 114

Figura 4.15 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testE frame 128 e 195

---

---

Figura 4.16 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testE frame 128 e 195  
Figura 4.17 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testF frame 28 e 58  
Figura 4.18 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testF frame 28 e 58  
Figura 4.19 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testF frame 73 e 75  
Figura 4.20 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testF frame 73 e 75  
Figura 4.21 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testF frame 136 e 202  
Figura 4.22 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testF frame 136 e 202  
Figura 4.23 immagine di fronte 25\_ciclica\_testE frame 31 e 93  
Figura 4.24 immagine dal basso 25\_ciclica\_testE frame 31 e 93  
Figura 4.25 immagine di fronte 25\_ciclica\_testE frame 100 e 200  
Figura 4.26 immagine dal basso 25\_ciclica\_testE frame 100 e 200  
Figura 4.27 immagine di fronte 25\_ciclica\_testE frame 320  
Figura 4.28 immagine dal basso 25\_ciclica\_testE frame 320  
Figura 4.29 immagine di fronte 25\_ciclica\_testF frame 133 e 137  
Figura 4.30 immagine dal basso 25\_ciclica\_testF frame 133 e 137  
Figura 4.31 immagine di fronte 25\_ciclica\_testF frame 142 e 245  
Figura 4.32 immagine dal basso 25\_ciclica\_testF frame 142 e 245  
Figura 4.33 immagine di fronte 25\_ciclica\_testF frame 365 e 369  
Figura 4.34 immagine dal basso 25\_ciclica\_testF frame 365 e 369  
Figura 4.35 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testE frame 115 e 155  
Figura 4.36 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testE frame 115 e 155  
Figura 4.37 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testE frame 158 e 160  
Figura 4.38 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testE frame 158 e 160  
Figura 4.39 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testE frame 177 e 253  
Figura 4.40 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testE frame 177 e 253  
Figura 4.41 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testE frame 327  
Figura 4.42 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testE frame 327  
Figura 4.43 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testF frame 19 e 55  
Figura 4.44 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testF frame 19 e 55  
Figura 4.45 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testF frame 60 e 138  
Figura 4.46 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testF frame 60 e 138  
Figura 4.47 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testF frame 218  
Figura 4.48 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testF frame 218

---



---

## INTRODUZIONE

In questo lavoro di tesi si è affrontato lo studio del danneggiamento a flessione di compositi fibro-rinforzati mediante la tecnica di correlazione di immagini digitali, con la peculiarità di poter indagare il materiale su tutta la superficie e con l'intento di estrapolare informazioni locali sull'evoluzione dei fenomeni di danneggiamento su scala macroscopica. Abbiamo utilizzato diverse dimensioni di campioni, con diverse composizioni microstrutturali.

L'obiettivo dell'analisi di questi provini è lo studio dell'apertura e il picco della fessura a seguito di prove di carico cicliche, con successiva analisi in termini di deformazioni e tensioni che agiscono sul provino stesso.

Nel primo capitolo andremo a studiare i materiali compositi, evidenziando le caratteristiche che li contraddistinguono, le differenze tra le varie tipologie microstrutturali e gli usi che ne possono derivare.

Nel secondo capitolo andiamo a descrivere la strumentazione utilizzata per effettuare la correlazione di immagini digitali (DIC) e il funzionamento delle stesse, con l'obiettivo di illustrare le modalità utilizzate per determinare le deformazioni del materiale

Nel terzo capitolo andremo ad esporre il tipo di esperimento effettuato in laboratorio, concentrandoci sui test ciclici di flessione a 4 punti, chiarendo, dal punto di vista matematico, le metodologie utilizzate e la determinazione dei principali fattori, come deformazioni e tensioni.

Nel quarto capitolo andremo a descrivere le prove svolte e analizzate durante il tirocinio, illustrando i risultati ottenuti e le relative considerazioni effettuate. Per effettuare questo tipo di analisi useremo dei diagrammi che evidenziano la variazione della tensione nei diversi frame, e delle mappe a colori della deformazione nei punti in cui si è osservato un andamento anomalo del diagramma precedentemente descritto

---

# CAPITOLO 1

## CALCESTRUZZO FIBRORINFORZATO

### 1.1 CARATTERISTICHE DEL CALCESTRUZZO FIBRORINFORZATO (FRC)



*Figura 1.1 calcestruzzo fibro-rinforzato*

Le componenti principali di un calcestruzzo fibrorinforzato sono:

- matrice costituita da calcestruzzo ordinario
- elementi fibrosi discontinui dispersi nella matrice

Il calcestruzzo fibrorinforzato presenta una matrice cementizia, costituita da cemento, acqua, aggregati, fibre ed eventuali additivi; i diversi componenti devono essere opportunamente combinati per ottenere le proprietà allo stato fresco e le caratteristiche meccaniche allo stato indurito richieste dalla committenza.

Conseguentemente, per ottenere un calcestruzzo fibrorinforzato a prestazioni garantite, non basta semplicemente aggiungere delle fibre ad una matrice di calcestruzzo, ma la miscela del composito deve essere opportunamente progettata.

L'aggiunta di fibre in forma dispersa in un conglomerato cementizio ne modifica le proprietà meccaniche e fisiche e, in particolare, migliora il comportamento a trazione contrastando l'apertura progressiva delle fessure.

---

Nei cementi fibro-rinforzati le fibre esercitano sul calcestruzzo una vera e propria azione di cucitura, in grado di limitare notevolmente la formazione di fessure. In particolare, una volta raggiunta la fessurazione del conglomerato, le fibre sono in grado di manifestare il proprio contributo, conferendo al composito una buona resistenza post-fessurazione, assente nella matrice senza fibre.

La presenza delle fibre conferisce dunque al calcestruzzo dopo la fessurazione:

- significativa resistenza residua a trazione
- buone caratteristiche di tenacità e durabilità
- buona resistenza all'urto (resilienza), alla fatica all'abrasione.

La presenza di fibre nel calcestruzzo può ridurre la propagazione delle fessurazioni dovute al ritiro igrometrico grazie all'azione di cucitura. Per tale motivo i calcestruzzi fibrorinforzati (con fibre in acciaio o di tipo polimerico) sono frequentemente utilizzati per la realizzazione di pavimentazioni industriali.

## 1.2 VANTAGGI E SVANTAGGI NELL'UTILIZZO DI FIBRE

I principali vantaggi derivanti dall'utilizzo di fibre sono sia costruttivi che strutturali: basti pensare all'eliminazione (o alla notevole riduzione) dei tempi di posa in opera dell'armatura, con conseguente riduzione dei costi della manodopera e dei tempi di controllo della direzione lavori, al miglioramento del comportamento fessurativo (con il conseguente aumento della durabilità del componente).

Il vantaggio principale offerto dalle fibre è quello di migliorare la duttilità del conglomerato nella fase successiva all'innescò del fenomeno fessurativo.

Essendo l'allungamento a rottura di tutte le fibre circa 2-3 ordini di grandezza superiori alla deformazione a rottura della matrice cementizia, la crisi del conglomerato avviene molto prima che si possa verificare la rottura delle fibre.

Pertanto, le fibre riducono il comportamento fragile della matrice cementizia.

Raggiunta la deformazione di prima fessurazione, il calcestruzzo fibrorinforzato ha un comportamento elasto-plastico (comportamento duttile) nella fase post fessurata, cioè è in grado di sopportare carichi anche dopo l'insorgere delle prime fessurazioni.

Altri pregi del calcestruzzo fibrorinforzato rispetto a quello convenzionale sono:

---

- 
- maggiore resistenza alla fatica
  - maggiore resistenza agli urti
  - maggiore resistenza allo stress termico
  - maggiore resistenza all'abrasione.

Tra gli svantaggi dei calcestruzzi fibrorinforzati si segnala solo la minore lavorabilità dell'impasto: l'aggiunta di fibre, infatti, comporta una riduzione della lavorabilità dell'impasto cementizio. Tali difficoltà possono essere comunque risolte agevolmente: per garantire al calcestruzzo un'adeguata lavorabilità si aggiungono all'impasto additivi super-fluidificanti.

### 1.3 FIBRE



*Figura 1.2 tipologie di fibre*

La presenza di fibre nel calcestruzzo può ridurre la propagazione delle fessurazioni dovute al ritiro igrometrico grazie all'azione di cucitura.

Per ottenere un calcestruzzo fibrorinforzato a prestazioni garantite, non basta semplicemente aggiungere delle fibre ad una matrice di calcestruzzo, ma la miscela del composito deve essere opportunamente progettata.

Le fibre risultano caratterizzate, oltre che dal tipo di materiale, da parametri geometrici quali:

- 
- la lunghezza della fibra ( $l_f$ ), ossia la distanza tra le estremità della fibra misurata in accordo con le norme di riferimento specifiche, la lunghezza in sviluppo della fibra ( $l_d$ ) è la lunghezza della linea d'asse della fibra
  - il diametro equivalente ( $d_f$ ), ossia il diametro di un cerchio con area uguale all'area media della sezione trasversale della fibra
  - il rapporto d'aspetto, definito come quoziente tra la lunghezza e il diametro equivalente della fibra
  - la forma (fibre lisce, uncinato, ecc.).

Le fibre possono avere diverse forme, oltre a quella semplicemente rettilinea, infatti commercialmente le fibre si presentano sotto forma di:

- monofilamento: ogni fibra si presenta separata dalle altre;
- bundles: le fibre si presentano in gruppi. Le fibre bundles dette placchettate, durante la miscelazione con la matrice cementizia si separano tra di loro e diventano monofilamenti.

Le fibre inoltre si distinguono in base alle loro dimensioni in:

- microfibre: sono idonee a contrastare le piccole fessure come quelle che si formano a seguito dell'azione del ritiro plastico;
- macrofibre: sono idonee a contrastare le fessure dovute ai carichi esterni e al ritiro igrometrico. Alcune macrofibre possono aumentare la resistenza a trazione e la tenacità del calcestruzzo.

Il parametro numerico correntemente impiegato per contraddistinguere una fibra è il rapporto d'aspetto definito come il rapporto tra la lunghezza della fibra e il suo diametro equivalente.

L'aderenza tra matrice cementizia e rinforzo fibroso, da cui dipende principalmente l'azione di cucitura delle fibre, è funzione del rapporto d'aspetto.

A parità di composizione e di dosaggio, l'efficacia delle fibre migliora al crescere del rapporto d'aspetto. Infatti, al crescere del rapporto d'aspetto cresce l'aderenza fra i due materiali e di conseguenza migliorano le prestazioni del rinforzo fibroso poiché le fibre sollecitate a trazione tendono più difficilmente a sfilarsi.

L'adesione alla matrice cementizia migliora anche in funzione della forma della fibra, tanto più è a contorno irregolare tanto più è efficace. [1]

---

## 1.4 TIPOLOGIE DI CALCESTRUZZO FIBRORINFORZATO

Esistono diverse tipologie di calcestruzzo fibrorinforzato, classificabili in funzione delle fibre utilizzate.

Alla fine degli anni '40 fecero la loro comparsa negli Stati Uniti le fibre di acciaio; successivamente, negli anni '60, apparirono le fibre di vetro e poi quelle organiche provenienti da trattamenti di sintesi.

Recentemente sono state utilizzate nella produzione del calcestruzzo anche fibre di ghisa, di ottone, poliolefiniche, etc.; ad oggi, tuttavia, si preferisce ricorrere principalmente alle fibre di acciaio, di vetro, in polipropilene e in poliacrilonitrile.

In linea generale possiamo trovare le seguenti fibre rinforzanti:

- fibre di acciaio
- fibre di vetro e fibre di natura organica

Le fibre di acciaio sono disponibili in forma di aghi di diversa conformazione geometrica come a sezione circolare o rettangolare, con diametro equivalente compreso fra 0.4 e 1.2 mm e lunghezza variabile tra 25 e 80 mm. Esse, a seconda delle prestazioni da conseguire, vengono aggiunte in misura variabile da 25 fino a 150 kg/m<sup>3</sup> di calcestruzzo.

Le principali applicazioni dei calcestruzzi rinforzati con fibre di acciaio riguardano:

- la realizzazione di pavimentazioni industriali in calcestruzzo dove le fibre vengono convenientemente impiegate in sostituzione della tradizionale armatura in forma di rete elettrosaldata;
- la realizzazione di conci prefabbricati per i rivestimenti definitivi delle gallerie;
- per i rivestimenti sia provvisori che definitivi realizzati con calcestruzzi spruzzati.

Le fibre di vetro e quelle di natura organica (prevalentemente poliacrilonitrile, poliestere e polipropilene) attualmente impiegate si distinguono in:

- fibre non metalliche strutturali, di lunghezza variabile tra 20 e 60 mm e diametro equivalente di 0.8-1.3 mm aggiunte in quantità comprese fra 2.5 e 6.0 Kg/m<sup>3</sup> per la produzione di conglomerati destinati alle stesse applicazioni di quelli prodotti con le fibre di acciaio;
-

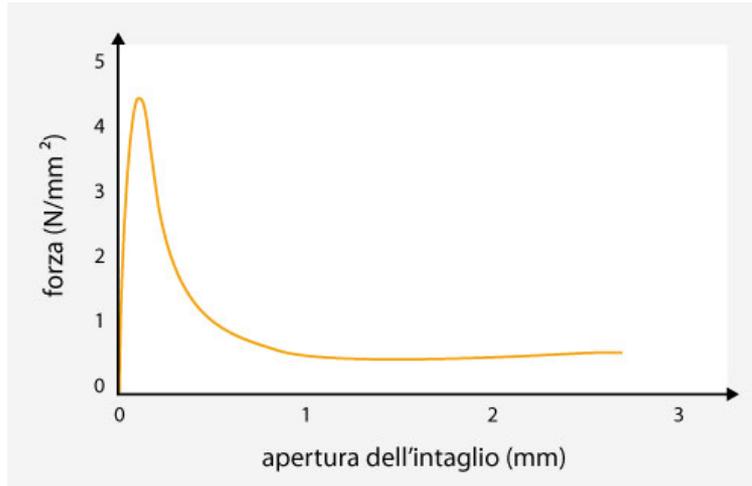
- 
- fibre non metalliche non strutturali, di lunghezza variabile da 10 a 30 mm e diametro di 0.01-0.02 mm aggiunte in misura di 0.8-1.2 kg/m<sup>3</sup> per la realizzazione di calcestruzzi destinati prevalentemente a solette e pavimenti di piccolo spessore per attenuare il rischio fessurativo derivante dal ritiro plastico del conglomerato.

Posso avere anche fibre in materiale polimerico che hanno una bassa resistenza al fuoco, ai raggi ultravioletti e all'ossigeno. Si suddividono in:

- a basso modulo elastico: non accrescono la resistenza a trazione del materiale però migliorano la tenacità e sono utili a contrastare il fenomeno fessurativo della matrice cementizia.
- ad alto modulo elastico: rispetto alle precedenti garantiscono anche un aumento della resistenza a trazione del calcestruzzo

## 1.5 PROVE SU CALCESTRUZZI RINFORZATI

Le proprietà del calcestruzzo fibrorinforzato si valutano, in accordo alla norma UNI EN 14651, sottoponendo i provini ad una prova di flessione a tre punti rilevando i carichi applicati e la corrispondente apertura dell'intaglio praticato nella mezzera della trave. Analizzando la curva "forza-apertura dell'intaglio" si osserva che il ramo crescente nel tratto che precede la fessurazione del conglomerato è sostanzialmente identico a quello del calcestruzzo ordinario: l'aggiunta delle fibre non modifica le proprietà del calcestruzzo prima della fessurazione.



*Figura 1.3 risultati ottenuti da una prova di flessione, sulle ascisse troviamo la larghezza della cricca, mentre sulle ordinate la forza applicata*

L'andamento della curva, invece, nella fase post-fessurativa dei calcestruzzi fibrorinforzati varia rispetto ad un normale calcestruzzo e dipende dalla natura della fibra, dalla sua conformazione geometrica, dal rapporto di forma o di aspetto (rapporto tra la lunghezza della fibra e il suo diametro equivalente), dal dosaggio di fibre nell'impasto.

In particolare, rispetto al calcestruzzo ordinario, che evidenzia un comportamento fragile in quanto dopo la comparsa della fessurazione volge immediatamente al collasso, il calcestruzzo fibrorinforzato è capace di sopportare ancora livelli di carico più o meno elevati a seconda del tipo, del dosaggio della conformazione della fibra.

L'aggiunta di fibre alla matrice consente di incrementare la duttilità del calcestruzzo e di far sì che essa abbia capacità resistenti anche dopo la fessurazione.

Sebbene, il reale andamento della curva nella fase post-fessurativa dipenda, come sopra evidenziato, da una serie di fattori a volte tra loro strettamente collegati da non poterlo generalizzare, tuttavia, si possono riportare alcune considerazioni derivanti dall'introduzione delle fibre nell'impasto sul legame costitutivo del materiale.

Come abbiamo già visto, l'aggiunta di fibre disperse in una matrice cementizia ne modifica le proprietà meccaniche: migliora il comportamento a trazione contrastando l'apertura progressiva delle fessure. Una volta raggiunta la fessurazione della matrice, le fibre sono in grado di manifestare il proprio contributo, conferendo al composito una resistenza post-fessurazione assente nella matrice senza fibre.

---

---

A dosaggi di fibre piuttosto elevati (indicativamente per volumi di fibre superiori al 2%) le fibre migliorano sensibilmente anche la resistenza del calcestruzzo a:

- flessione;
- trazione pura;
- taglio.

Le fibre non apportano nessun vantaggio significativo in termini di resistenza a compressione del calcestruzzo e non sono in grado di influenzare apprezzabilmente il modulo elastico a compressione.

Grazie all'effetto di cucitura, la fibra garantisce al calcestruzzo una resistenza residua a trazione anche nella fase post fessurata poiché questa consente il trasferimento degli sforzi di trazione da un lembo all'altro della lesione; questo fenomeno viene spesso indicato in letteratura come *tension-softening*. Inoltre, l'aggiunta di fibre comporta un sostanziale miglioramento dell'aderenza tra calcestruzzo e barre circostanti (*tension stiffening*). [2]

---

## CAPITOLO 2

### Analisi DIC

#### 2.1 INTRODUZIONE

La correlazione e il tracciamento delle immagini digitali è un metodo ottico che utilizza tecniche di tracciamento e registrazione delle immagini per misurazioni 2D e 3D accurate dei cambiamenti nelle immagini. Questo metodo viene spesso utilizzato per misurare lo spostamento e le deformazioni a pieno campo ed è ampiamente applicato in molte aree della scienza e dell'ingegneria, con nuove applicazioni che vengono trovate continuamente.

Si tratta di un metodo di misura ottica senza contatto che permette di realizzare delle misurazioni, nell'ambito dei campi di spostamento e deformazioni, sulle superfici sulle quali viene utilizzata. Si tratta di una tecnica estremamente poco invasiva che non influisce sulle proprietà e sulle caratteristiche dei provini in esame, in quanto le acquisizioni digitali dei provini vengono realizzate utilizzando una videocamera. Rispetto ad altri metodi di misurazione, la quantità di informazioni raccolte sui dettagli fini della deformazione durante i test meccanici è aumentata grazie alla capacità di fornire dati locali e medi utilizzando la correlazione di immagini digitali.

La correlazione di immagine digitale consiste in una tipologia di metodi di misura basati su:

- acquisizione di immagini digitali di una superficie a vari stadi di deformazione (corpo soggetto a carico);
- analisi e confronto delle immagini per ricavare informazioni sul movimento dei punti della superficie
- eventuale calcolo delle deformazioni ( $\varepsilon$  e  $\gamma$ ) [3]

La tecnica di correlazione d'immagini digitali presenta tutta una serie di vantaggi rispetto ai metodi convenzionali di misura o rispetto ad altri metodi di misura ottica come "laser shearography" e "speckle interferometry", che rispetto alla tecnica DIC sono nettamente più costose. Inoltre, la tecnica DIC la si può utilizzare per fare misurazioni accurate anche in ambienti al di fuori del laboratorio, è una tecnica che consente di realizzare delle misurazioni utilizzando una strumentazione relativamente low-cost che può essere facilmente sviluppata e potenziata per garantire gradi di accuratezza e precisione ancora più elevati nel tempo.

## 2.2 IMMAGINE DIGITALE

L'analisi DIC quindi consiste proprio nell'acquisire un'immagine digitale che possiamo definire come la rappresentazione bidimensionale, tramite una serie di valori numerici, che ne descrivono le qualità distintive: dimensione e colore. Ogni "punto" a cui assegnare un valore numerico determinante la qualità luminosa dell'immagine è denominato pixel. Quando digitalizziamo un'immagine è come se sovrapponessimo una griglia quadrata ad un'immagine analogica: i pixel sono quadratini risultanti di questo processo di grigliatura. Ogni quadrato della griglia darà origine ad un pixel con un colore preciso. Immaginiamo di associare un colore ad un valore numerico. Ad esempio, prendiamo in considerazione una scala di grigi che vanno da 0 = nero a 255 = bianco e assegniamo un valore corrispondente più vicino alla scala di grigi:

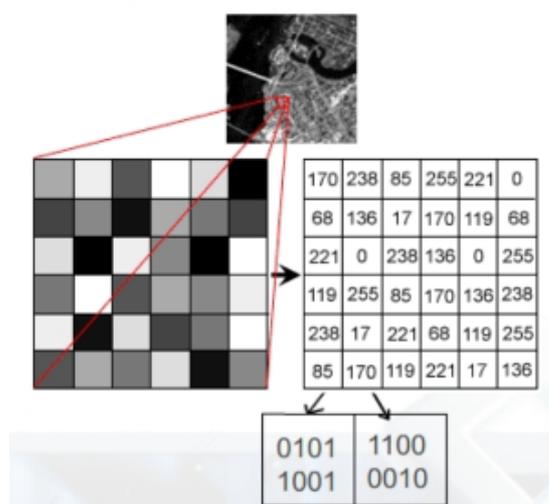


Figura 2.1 matrice di pixel, ognuno dei quali corrispondente ad un numero che rappresenta il livello di luminosità di quel pixel o il colore

- 
- 1) Sovrapposizione di una griglia quadrata all'immagine
  - 2) ad ogni quadratino della griglia assegniamo il valore della scala di grigi più vicino possibile al suo colore originale
  - 3) associamo ad ogni quadratino della griglia, cioè ad ogni pixel, il valore numerico relativo alla propria approssimazione di colore (256 valori, cioè 256 colori o meglio 256 colori della scala di grigio)
  - 4) convertiamo in numeri binari (0 e 1 comprensibili al computer) ogni valore numerico associato ai pixel

L'immagine di partenza si è trasformata in una sorta di mappa composta di 0 e 1, in cui ogni quadratino risultante della grigliatura dell'immagine è ora rappresentato da una sequenza di 0 e 1 che il computer riconoscerà come il colore di quel pixel. [4]

### 2.3 PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

Abbiamo utilizzato tecniche DIC 2D tramite cui abbiamo effettuato misurazioni di spostamenti dei punti della superficie del corpo sul piano. Vengono anche utilizzate tecniche DIC 3D, con cui possiamo misurare lo spostamento dei punti della superficie del corpo anche fuori dal piano, e tecniche DIC 3D volumetriche, in cui non solo misuriamo lo spostamento dei punti sulla superficie, ma anche all'interno del corpo. La correlazione di immagine si basa sull'analisi delle differenze fra una immagine di riferimento acquisita in un certo istante ed un'immagine acquisita successivamente dopo la deformazione del corpo.

Prima di partire con le acquisizioni, la superficie in oggetto deve essere ricoperta con un pattern stocastico, ovvero costituito da puntini di vernice bianca e nera in maniera casuale. Durante le acquisizioni, il sensore fotografico acquisisce fotogrammi ad una certa frequenza preimpostata ed insieme ad essi, attraverso la scheda di acquisizione, anche i valori delle grandezze provenienti dal computer della macchina di prova, valori di carico o deformazione a seconda della prova che si conduce. Il primo fotogramma acquisito fa sempre riferimento alla condizione iniziale del campione, ovvero la configurazione indeformata e viene poi diviso come una scacchiera in quadrati più o meno grandi che prendono il nome di facets o subset.

---

L'analisi di calcolo DIC, che viene poi condotta al termine della prova, effettua un confronto tra il fotogramma iniziale di riferimento e quelli acquisiti successivamente, in modo da calcolare il campo di spostamenti e di conseguenza le deformazioni.

Per far questo viene preso un marker di riferimento sul fotogramma relativo alla configurazione indeformata e poi si traccia la posizione del marker nelle configurazioni deformate che via via si susseguono, in modo da ottenere una funzione che massimizza lo spostamento del marker. Nella pratica, non si considera il solo marker, ma si considera una certa zona nell'intorno del marker, contenente un certo numero di pixel; questo insieme di pixel intorno delimitato intorno al marker prende il nome di subset.  
[5]

## 2.4 MISURA DEGLI SPOSTAMENTI

Il concetto di utilizzare la correlazione incrociata per misurare gli spostamenti nei set di dati è noto da molto tempo ed è stato applicato alle immagini digitali almeno dai primi anni '70. Le applicazioni odierne sono quasi innumerevoli e includono l'analisi delle immagini, la compressione delle immagini, la velocimetria e la stima della deformazione.

La tecnica DIC si basa sulla ricerca del massimo della correlazione tra le intensità dei pixel all'interno di subsets (sottomatrici dell'immagine).

Una volta identificata la correlazione massima tra il subset dell'immagine di riferimento e quello della immagine deformata si conosce lo spostamento subito da quel subset. È anche possibile stimare gli spostamenti a una risoluzione più fine rispetto alla risoluzione delle immagini originali, che è spesso chiamata registrazione "subpixel" perché lo spostamento misurato è inferiore a un'unità pixel intera.

La correlazione incrociata discreta bidimensionale  $r_{ij}$  può essere definita in diversi modi, una possibilità è:

$$r_{ij} = \frac{\sum_m \sum_n [f(m+i, n+j) - \bar{f}][g(m, n) - \bar{g}]}{\sqrt{\sum_m \sum_n [f(m, n) - \bar{f}]^2 \sum_m \sum_n [g(m, n) - \bar{g}]^2}}$$

Figura 2.2 definizione della correlazione incrociata discreta bidimensionale

---

Qui  $f(m, n)$  è l'intensità dei pixel o il valore della scala di grigi in un punto  $(m, n)$  nell'immagine originale,  $g(m, n)$  è il valore della scala di grigi in un punto  $(m, n)$  nell'immagine tradotta,  $f$  e  $g$  (*segnati*) sono valori medi delle matrici di intensità  $f$  e  $g$  rispettivamente.

Tuttavia, nelle applicazioni pratiche, l'array di correlazione viene solitamente calcolato utilizzando i metodi della trasformata di Fourier, poiché la trasformata di Fourier è un metodo molto più rapido rispetto al calcolo diretto della correlazione.

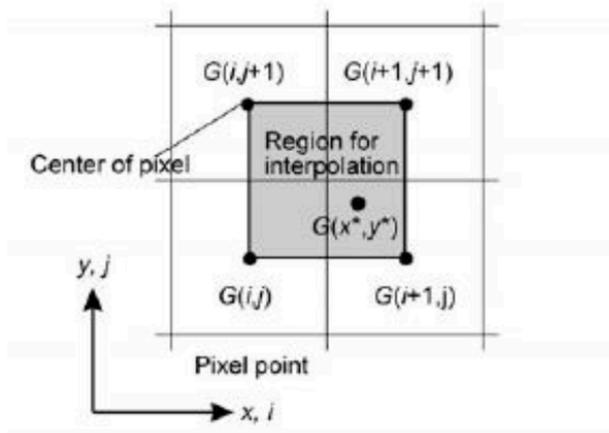


Figura 2.3 Concetto di base delle deformazioni di DIC

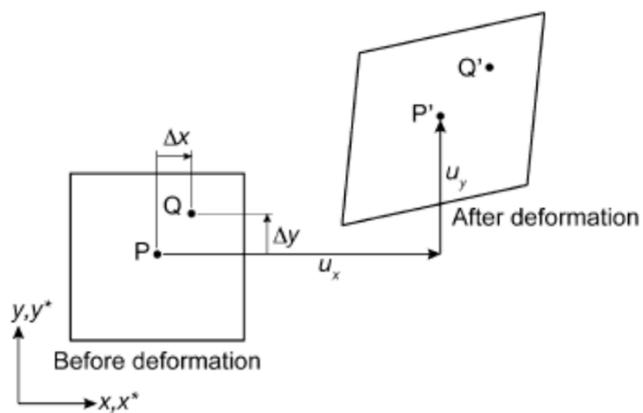
## 2.5 DEFORMAZIONE DEI SUBSETS

Per la mappatura della deformazione, la funzione di mappatura che mette in relazione le immagini può essere derivata dal confronto di un insieme di coppie di finestre secondarie sull'intera immagine. Le coordinate o punti della griglia  $(x_i, y_i)$  e  $(x_i^*, y_i^*)$  sono correlati dalle traslazioni che si verificano tra le due immagini. Se la deformazione è piccola e perpendicolare all'asse ottico della fotocamera, allora la relazione tra  $(x_i, y_i)$  e  $(x_i^*, y_i^*)$  può essere approssimata da una trasformazione affine 2D come:

$$x^* = x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y,$$

$$y^* = y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y.$$

Qui  $u$  e  $v$  sono traslazioni del centro della sottoimmagine rispettivamente nelle direzioni  $X$  e  $Y$ . Le distanze dal centro dell'immagine secondaria al punto  $(x, y)$  sono indicate con  $\Delta x$  e  $\Delta y$ . Pertanto, il coefficiente di correlazione  $r_{ij}$  è funzione delle componenti di spostamento  $(u, v)$  e dei gradienti di spostamento.



*Figura 2.4 Spostamento e deformazione di un generico subset. Il subset prima della deformazione ha una forma quadrata; dopo deformazione assume una forma a parallelogramma.*

Durante la deformazione il quadrato che rappresenta il subset si deforma e assume una forma a parallelogramma e di conseguenza cambia la posizione dei punti P e Q che si saranno spostati in P' e Q' dopo deformazione. [6]

---

## CAPITOLO 3

### FLESSIONE A 4 PUNTI

#### 3.1 METODI DI PROVA

Il test di flessione a quattro punti fornisce valori per il modulo di elasticità a flessione  $E_f$ , sollecitazione flessionale  $\sigma_f$ , deformazione flessionale  $\varepsilon_f$  e la risposta flessionale-deformativa del materiale. Questo test è molto simile al test di flessione su tre punti. La differenza principale è che con l'aggiunta di un quarto appoggio la porzione di trave tra i due punti di carico viene sollecitata al massimo, a differenza del solo materiale subito sotto l'appoggio centrale nel caso di flessione a tre punti.

Questa differenza è di primaria importanza quando si studiano materiali fragili, dove il numero e la gravità dei difetti esposti allo stress massimo è direttamente correlato alla resistenza alla flessione e all'inizio della cricca. Rispetto alla prova di flessione a flessione su tre punti, nella prova di flessione su quattro punti non ci sono forze di taglio nell'area tra i due perni di carico. La prova di flessione a quattro punti è quindi particolarmente adatta per materiali fragili che non possono sopportare molto bene le sollecitazioni di taglio.

Il metodo di prova per condurre il test di solito prevede un dispositivo di prova specifico su una macchina di prova universale. I dettagli della preparazione, del condizionamento e della condotta del test influenzano i risultati del test. Il campione viene posizionato su due perni di supporto a una distanza prefissata e due perni di caricamento posti a uguale distanza attorno al centro. Questi due carichi vengono abbassati dall'alto a una velocità costante fino al fallimento del campione. Calcolo della sollecitazione flessionale  $\sigma_f$ :

$$\sigma_f = \frac{3 FL}{4 bd^2}$$
 per la prova di flessione su quattro punti in cui la luce di carico è 1/2 della luce di supporto (sezione trasversale rettangolare)

---

In queste formule vengono utilizzati i seguenti parametri:

- $\sigma_f$  = Sforzo nelle fibre esterne nel punto medio, (MPa)
- $F$  = carico in un dato punto della curva di deflessione del carico, (N)
- $L$  = Campo di supporto, (mm)
- $b$  = Larghezza del raggio di prova, (mm)
- $d$  = Profondità o spessore della trave testata, (mm) [7]

### 3.2 RESISTENZA A FLESSIONE

La resistenza alla flessione, o resistenza alla flessione, è definita come la capacità di un materiale di resistere alla deformazione sotto carico. La resistenza alla flessione rappresenta la massima sollecitazione sperimentata all'interno del materiale al momento della sua rottura. Si misura in termini di stress. I test di piegatura a tre e quattro punti sono comunemente usati per determinare la resistenza alla flessione di un provino. Quando un campione viene piegato, subisce una serie di sollecitazioni lungo la sua profondità. Al bordo della faccia concava del provino (punto A), la sollecitazione sarà al suo valore di compressione massimo. Sulla faccia convessa del provino (punto B), la sollecitazione sarà al suo valore di trazione massimo. La maggior parte dei materiali si rompe sotto sollecitazione di trazione prima di cedere sotto sollecitazione di compressione, quindi il valore di sollecitazione di trazione massimo che può essere sostenuto prima che il provino si rompa è la sua resistenza alla flessione. La resistenza alla flessione sarebbe la stessa della resistenza alla trazione se il materiale fosse omogeneo. [8]

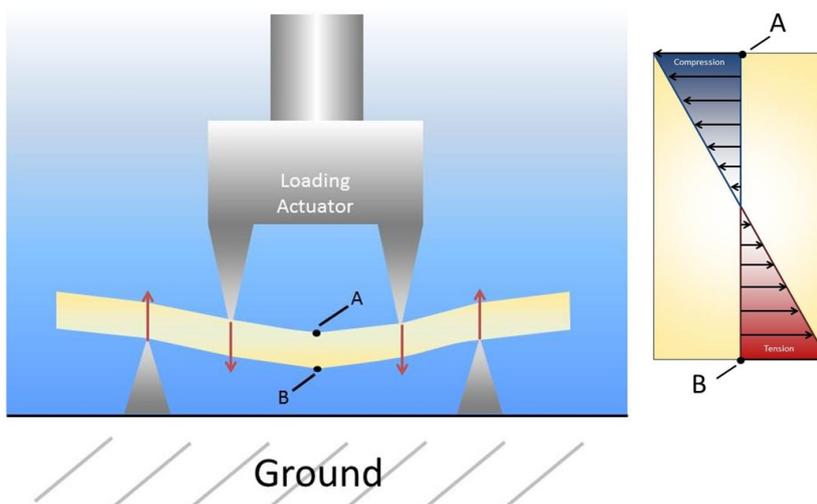


Figura 3.1 flessione a 4 punti con andamento delle tensioni all'interno del materiale

### 3.3 ANALISI LOCALE DELLA DEFORMAZIONE E TENSORE DELLA DEFORMAZIONE

Cercheremo di illustrare come ricercare la deformazione che avviene su un generico provino, con l'obiettivo infine di definire il tensore delle deformazioni, un tensore che ci descrive tutto lo stato tensionale sul pezzo. Per effettuare l'analisi della deformazione abbiamo come ipotesi di base dei piccoli spostamenti, cioè infinitesimi.

L'ipotesi di piccoli spostamenti suggerisce lo studio nell'intorno di un generico punto  $P_0$  nella c.i. (Per semplicità  $P_0 = O = 0,0,0$ )

$$(P'-O') = (P-O) + \mathbf{s}(P) - \mathbf{s}(O)$$

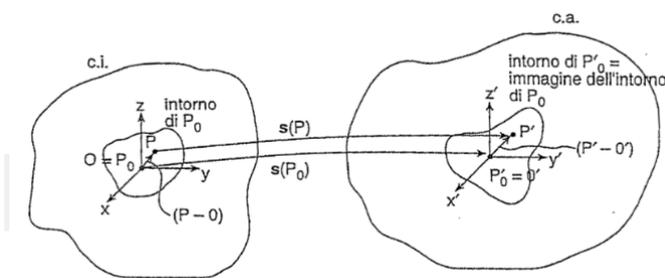


Figura 3.2 deformazione infinitesima

Poiché  $P(x, y, z)$  è vicino a  $O$ , possiamo calcolare lo spostamento di  $O$  tramite lo sviluppo in serie di Taylor, in cui possiamo trascurare i termini di ordine superiore al primo. Da qui otteniamo

$$\begin{aligned} u(P) &= u(O) + \frac{\partial u}{\partial x}x + \frac{\partial u}{\partial y}y + \frac{\partial u}{\partial z}z + \dots \\ v(P) &= v(O) + \frac{\partial v}{\partial x}x + \frac{\partial v}{\partial y}y + \frac{\partial v}{\partial z}z + \dots \\ w(P) &= w(O) + \frac{\partial w}{\partial x}x + \frac{\partial w}{\partial y}y + \frac{\partial w}{\partial z}z + \dots \end{aligned}$$

Che possiamo scrivere in termini di:

$$\begin{pmatrix} u(P) \\ v(P) \\ w(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u(O) \\ v(O) \\ w(O) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \dots \quad \Rightarrow \mathbf{s}(P) = \mathbf{s}(O) + \nabla \mathbf{s}(P - O)$$

dove la matrice 3x3 indicata con  $\nabla \mathbf{s}$  è il gradiente di  $\mathbf{s}(P)$  calcolato in  $O$ .

A questo punto potremmo andare a suddividere il gradiente di  $\mathbf{s}(P)$  in una parte simmetrica (anche detta tensore della deformazione infinitesima) e una parte antisimmetrica:

$$\nabla \mathbf{s} = \mathbf{W} + \mathbf{E}$$

Ove  $\mathbf{s}(O)$  e  $\mathbf{W}(P - O)$  descrivono la traslazione e la rotazione rigida dell'intorno di  $P_0$  e  $\mathbf{E}(P - O)$  descrive la deformazione infinitesima del corpo. Da qui possiamo ridefinire lo spostamento come:

$$\mathbf{s}(P) = \mathbf{s}(O) + \mathbf{W}(P - O) + \mathbf{E}(P - O) + \dots$$

### 3.4 COEFFICIENTE DI DILATAZIONE LINEARE E SCORRIMENTO ANGOLARE

Nell'intorno del generico punto  $P_0$  del corpo si considera un segmento infinitesimo di lunghezza iniziale  $l_i$  lungo la direzione individuata dal versore  $\mathbf{n}$ . L'immagine di tale segmento nella c.a. ha lunghezza finale  $l_f$  e generalmente  $l_f \neq l_i$ .

Il coefficiente di dilatazione lineare in  $P_0$  nella direzione  $\mathbf{n}$  che misura la variazione di lunghezza relativa è:

$$\varepsilon_n = \frac{l_f - l_i}{l_i}$$

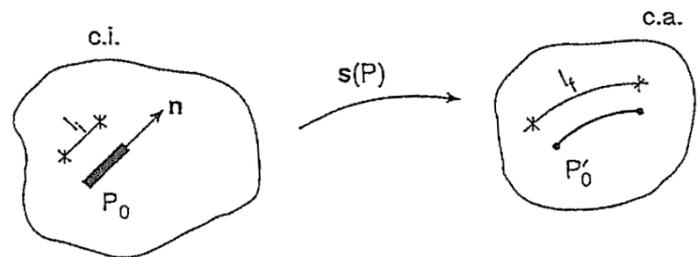


Figura 3.3 rappresentazione della dilatazione lineare

Dalle equazioni di congruenza possiamo scrivere:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

Notiamo una congruenza con il tensore delle deformazioni infinitesime, infatti questi coefficienti di dilatazione lineare rappresentano:

$$E_{11} = \varepsilon_x, \quad E_{22} = \varepsilon_y, \quad E_{33} = \varepsilon_z$$

Per quanto riguarda lo scorrimento angolare, nell'intorno del generico punto  $P_0$  del corpo si considera un angolo iniziale  $\alpha_i$  individuato dai versori  $n$  e  $m$ . L'immagine di tale angolo nella c.a. è  $\alpha$  e generalmente  $\alpha_f \neq \alpha_i$ .

Il coefficiente di scorrimento angolare in  $P_0$  relativo alle direzioni  $n$  e  $m$  che misura la variazione di angolo è:

$$\gamma_{nm} = \alpha_i - \alpha_f$$

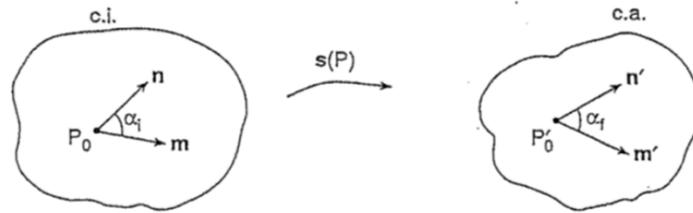


Figura 3.4 scorrimento angolare

Dalle equazioni di congruenza possiamo scrivere

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

Notiamo una congruenza con il tensore delle deformazioni infinitesime, infatti questi coefficienti di dilatazione lineare rappresentano:

$$E_{12} = \frac{\gamma_{xy}}{2}, \quad E_{13} = \frac{\gamma_{xz}}{2}, \quad E_{23} = \frac{\gamma_{yz}}{2}$$

A questo punto quindi possiamo descrivere il tensore delle deformazioni infinitesime come:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Questo a sua volta lo possiamo scomporre in una parte sferica ed una deviatorica. La parte sferica,  $\mathbf{Esf}$ , è responsabile della variazione di volume, mentre la parte deviatorica,  $\mathbf{Edev}$ , è responsabile della variazione di forma.

### 3.5 IL TEOREMA DEL TETRAEDRO DI CAUCHY E IL TENSORE DELLA TENSIONE

La teoria di Cauchy conduce a postulare l'esistenza del vettore tensione  $t_n(P)$  il quale:

- descrive come le forze si distribuiscono all'interno della struttura;
- è una forza per unità di superficie (Pa)
- varia da punto a punto, ossia è una funzione di P;
- dipende dal taglio che si sta effettuando, individuato attraverso la normale  $n$ .

Lo stato tensionale in un punto è l'insieme di tutti i vettori tensione in quel punto.

Possiamo scrivere il vettore tensione  $t_n(P)$  in componenti:

$$\sigma_n = \mathbf{n} \times \mathbf{t}_n, \quad \tau_{nl} = \mathbf{l} \times \mathbf{t}_n, \quad \tau_{nm} = \mathbf{m} \times \mathbf{t}_n$$

La  $\sigma$  si chiama tensione normale, le  $\tau_{nl}$  e  $\tau_{nm}$  tensioni tangenziali. Le tensioni normali sono positive se di trazione, le tensioni tangenziali  $\tau_{ij}$  sono positive se, su tagli perpendicolari al verso positivo dell'asse  $i$ , sono dirette concordemente con l'asse  $j$ .

Le azioni statiche sul corpo sono le forze superficiali  $p_x, p_y, p_z$  e le forze di volume  $X, Y, Z$ . Prendiamo come esempio un caso piano: All'interno del corpo si ritaglia un triangolo elementare con lati perpendicolari ad un generico  $n = \{\alpha_x, \alpha_y\}^T = \{\cos\alpha, \sin\alpha\}^T$ , all'asse  $x$  e all'asse  $y$  e lo si mette in equilibrio.

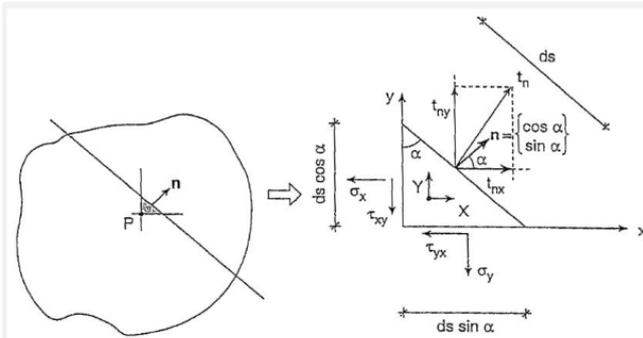


Figura 3.5 triangolo elementare su cui è definito il versore  $n$

Da qui possiamo ottenere

$$\begin{aligned} t_{nx} &= \sigma_x \cos \alpha + \tau_{yx} \sin \alpha \\ t_{ny} &= \tau_{xy} \cos \alpha + \sigma_y \sin \alpha \end{aligned}$$

---

Se espandiamo la trattazione al caso tridimensionale, allora possiamo definire il Tensore della tensione di Cauchy, definito con  $\mathbf{T}$ :

$$\begin{Bmatrix} t_{nx} \\ t_{ny} \\ t_{nz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{Bmatrix} \Rightarrow \mathbf{t}_n = \mathbf{T}\mathbf{n}$$

La conoscenza del tensore della tensione  $\mathbf{T}$  consente di conoscere tutto lo stato tensionale.

Anche il tensore della tensione, come il tensore della deformazione, si può decomporre in parte sferica e parte deviatorica:  $\mathbf{T} = \mathbf{T}^{\text{sf}} + \mathbf{T}^{\text{dev}}$ . [9]

---

## CAPITOLO 4

### ANALISI DELLA FRATTURA DEL MATERIALE

In questo capitolo andremo a studiare tutte le prove effettuate in laboratorio, analizzando ognuna di esse e descrivendo i vari comportamenti dei diversi materiali.

L'obiettivo di questa analisi è quello di comprendere il comportamento dei cementi fibrorinforzati, con diverse percentuali di fibre di acciaio, sottoposti a diversi carichi flessionali ciclici.

Per fare ciò abbiamo utilizzato l'analisi DIC, precedentemente descritta, implementata con un codice su MatLab per riuscire a trovare i valori di spostamento e deformazione.

Le telecamere utilizzate nella prova sono state poste di fronte e al di sotto del provino stesso, per avere una panoramica migliore della deformazione del materiale su tutta la superficie.

Le prove sono state effettuate su 2 geometrie, un provino rettangolare di dimensioni 70X70 (larghezza/altezza) ed uno 70X30 (larghezza/altezza).

Per ogni geometria poi abbiamo utilizzato un materiale con l'1% di fibre di acciaio ed uno con il 2,5%, così facendo abbiamo una completa visione sul comportamento a flessione del materiale con diverse geometrie e diverse costituzioni.

Le prove sono:

- *1\_ciclica\_testE (provino 70X70 con 1% di fibre d'acciaio)*
- *1\_ciclica\_testF (provino 70X70 con 1% di fibre d'acciaio)*
- *1\_30\_ciclica\_testE (provino 70X30 con 1% di fibre d'acciaio)*
- *1\_30\_ciclica\_testF (provino 70X30 con 1% di fibre d'acciaio)*
- *25\_ciclica\_testE (provino 70X70 con 2,5% di fibre d'acciaio)*
- *25\_ciclica\_testF (provino 70X70 con 2,5% di fibre d'acciaio)*
- *25\_30\_ciclica\_testE (provino 70X30 con 2,5% di fibre d'acciaio)*
- *25\_30\_ciclica\_testF (provino 70X30 con 2,5% di fibre d'acciaio)*

## 4.1 1\_CICLICA\_TESTE

In questa prova utilizziamo un materiale cemento fibro-rinforzato con l'1% di fibre di acciaio e con dimensioni 70X70 (larghezza/altezza). Nei primi due picchi di forza applicata non notiamo, sia dalle immagini da sotto che di fronte, nessun tipo di cricca o concentrazione di tensione sul materiale.

Questo vuol dire che il materiale resiste agli sforzi sottoposti.

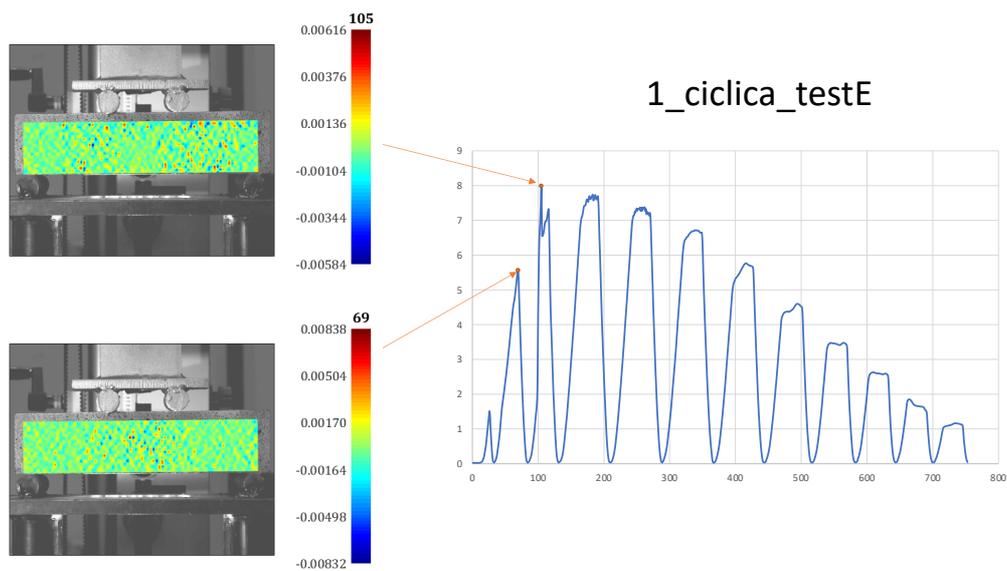


Figura 4.1 immagine di fronte 1\_ciclica\_testE frame 69 e 105

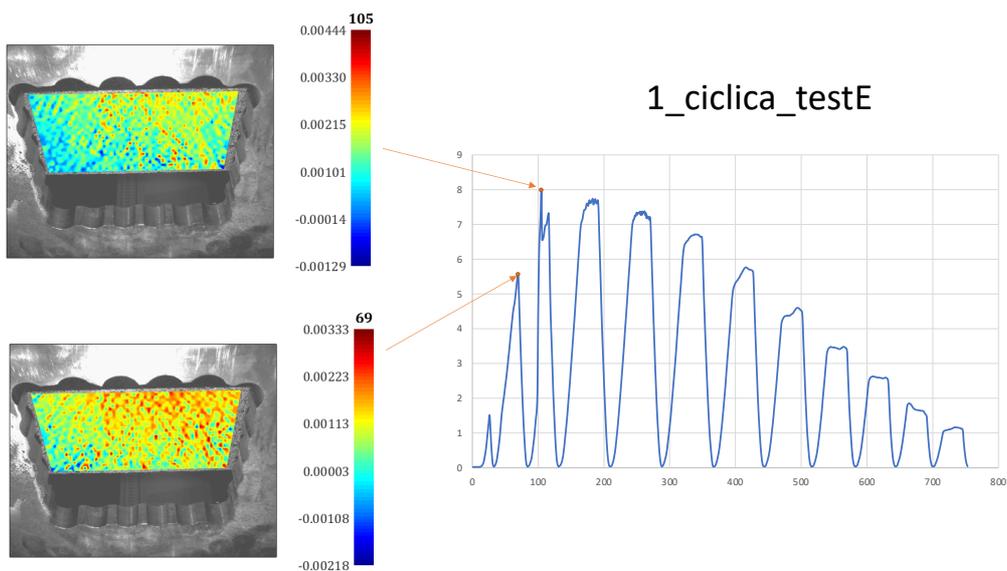


Figura 4.2 immagine dal basso 1\_ciclica\_testE frame 69 e 105

Negli istanti successivi, sottoponendo il provino a fatica a flessione, possiamo notare una discontinuità nella curva; infatti andando successivamente ad analizzare questa anomalia ci siamo accorti della comparsa della cricca nella zona centrale, cioè la zona sottoposta al massimo sforzo di trazione.

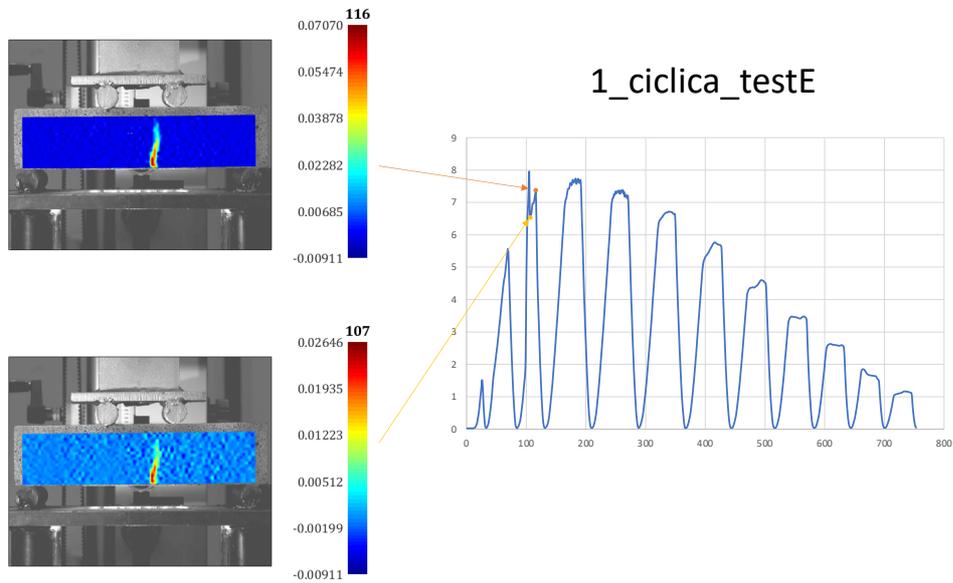


Figura 4.3 immagine di fronte 1\_ciclica\_testE frame 107 e 116

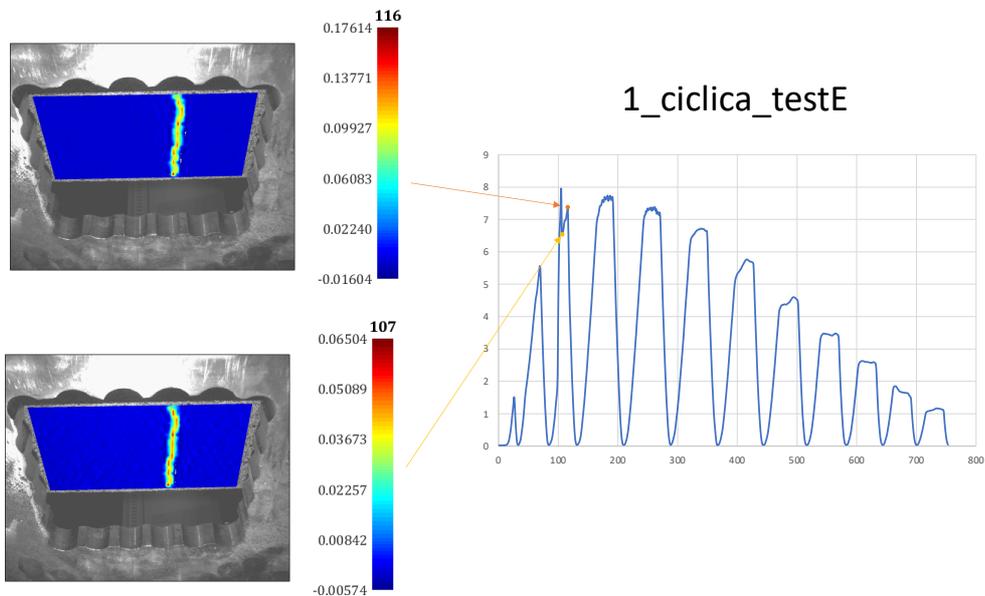


Figura 4.4 immagine dal basso 1\_ciclica\_testE frame 107 e 116

---

Nei frame successivi notiamo solo un allargamento della cricca, conseguenza dei carichi applicati al provino. Questo lo vediamo sia in modo visivo, analizzando la fessura, sia dalle mappe, in cui notiamo una concentrazione di tensione nella zona deformata.

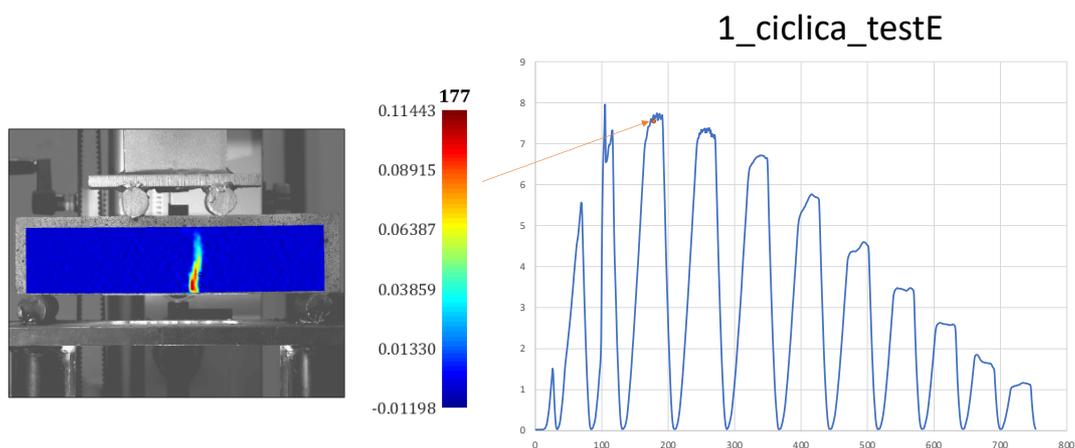


Figura 4.5 immagine di fronte 1\_ciclica\_testE frame 177

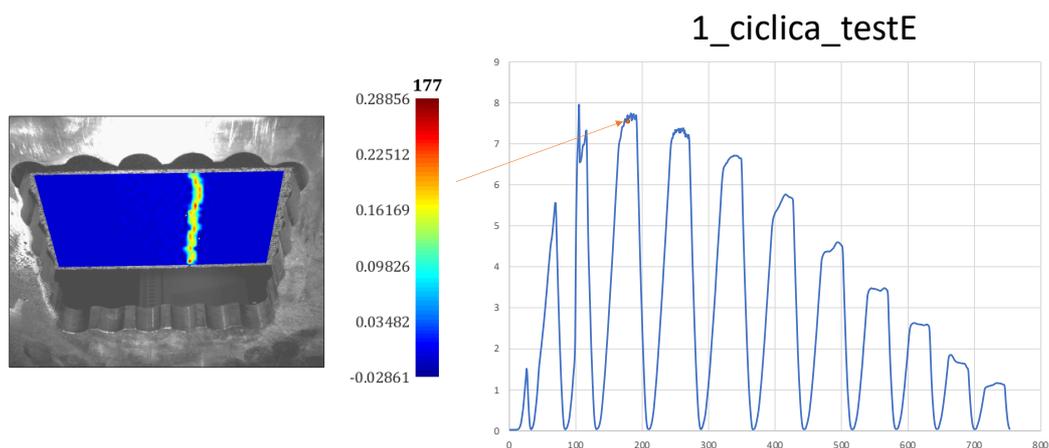


Figura 4.6 immagine dal basso 1\_ciclica\_testE frame 177

## 4.2 1\_CICLICA\_TESTF

In questa prova utilizziamo un materiale cemento fibro-rinforzato con l'1% di fibre di acciaio e con dimensioni 70X70 (larghezza/altezza). Nei primi due picchi di forza applicata non notiamo, sia dalle immagini da sotto che di fronte, nessun tipo di cricca o concentrazione di tensione sul materiale.

Questo vuol dire che il materiale resiste agli sforzi sottoposti.

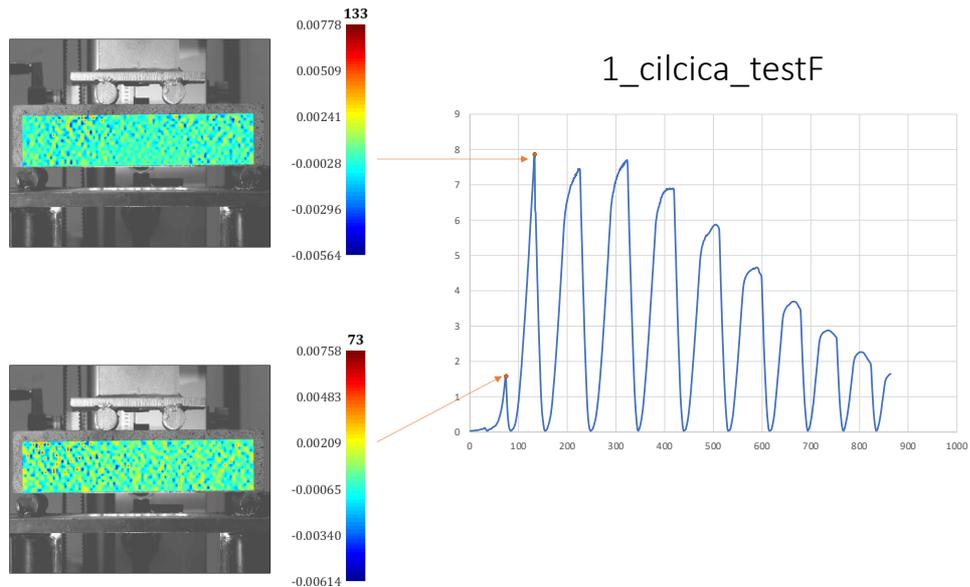


Figura 4.7 immagine di fronte 1\_cilcica\_testF frame 73 e 133

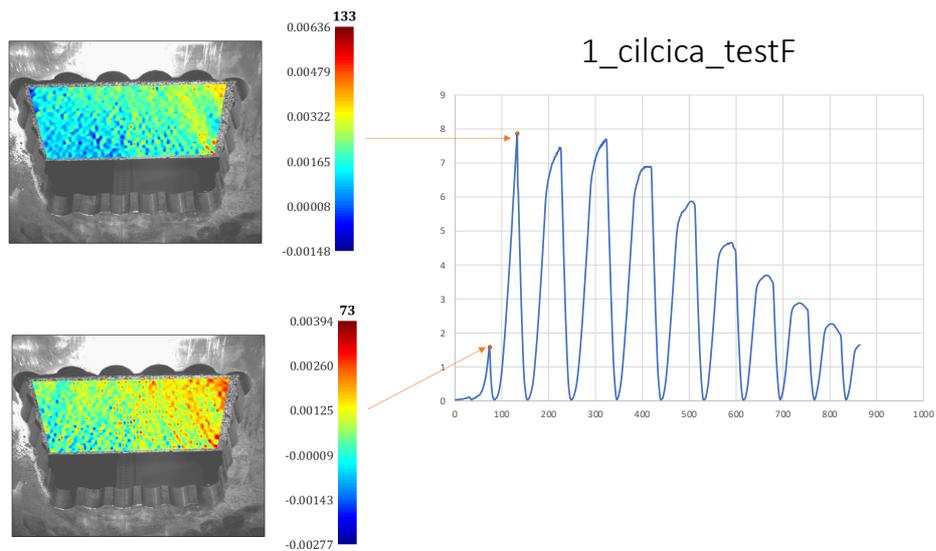


Figura 4.8 immagine dal basso 1\_cilcica\_testF frame 73 e 133

Negli istanti successivi possiamo notare una discontinuità nella curva, infatti andando successivamente ad analizzare questa anomalia ci siamo accorti della comparsa della cricca nella zona centrale, cioè la zona sottoposta al massimo sforzo di trazione. Nei frame successivi notiamo solo un allargamento della cricca, conseguenza dei carichi applicati al provino. Questo lo vediamo sia in modo visivo, analizzando la fessura, sia dalle mappe, in cui notiamo una concentrazione di tensione nella zona deformata.

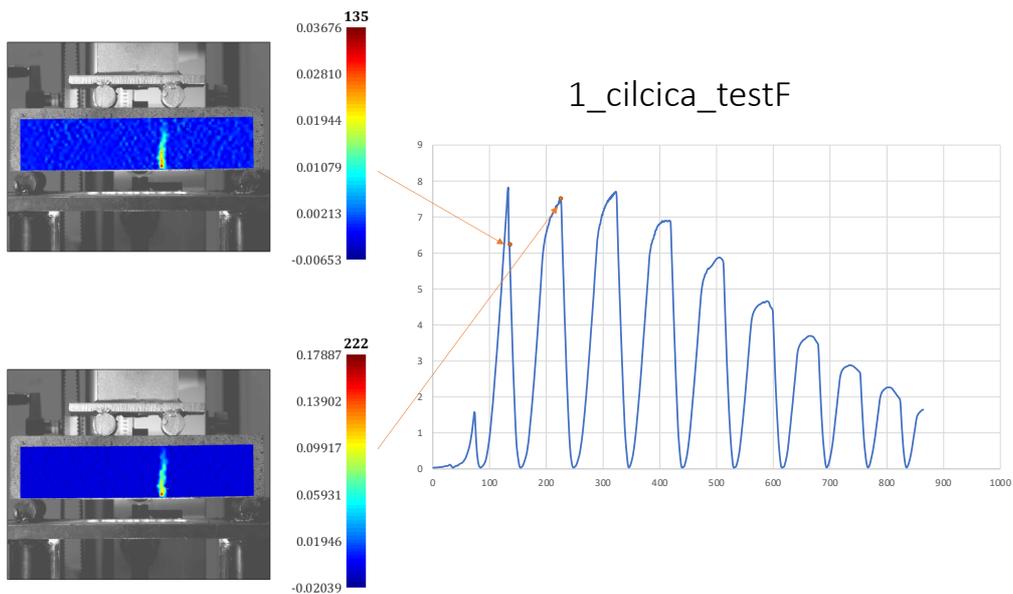


Figura 4.9 immagine di fronte 1\_cilica\_testF frame 135 e 222

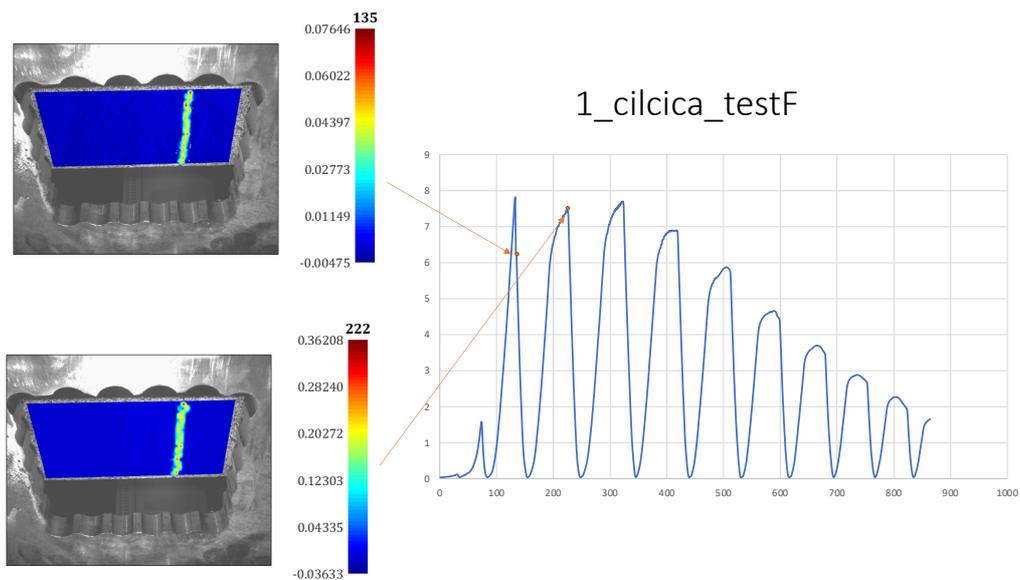


Figura 4.10 immagine dal basso 1\_cilica\_testF frame 135 e 222

### 4.3 1\_30\_CICLICA\_TESTE

In questa prova utilizziamo un materiale cemento fibro-rinforzato con l'1% di fibre di acciaio e con dimensioni 70X30 (larghezza/altezza). Nei primi due picchi di forza applicata non notiamo, sia dalle immagini da sotto che di fronte, nessun tipo di cricca o concentrazione di tensione sul materiale.

Questo vuol dire che il materiale resiste agli sforzi sottoposti.

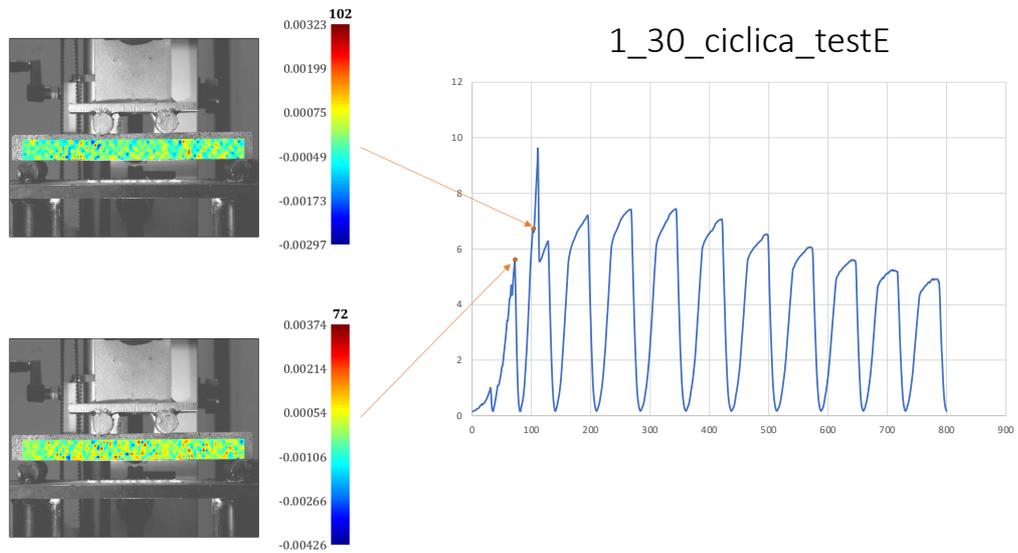


Figura 4.11 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testE frame 72 e 102

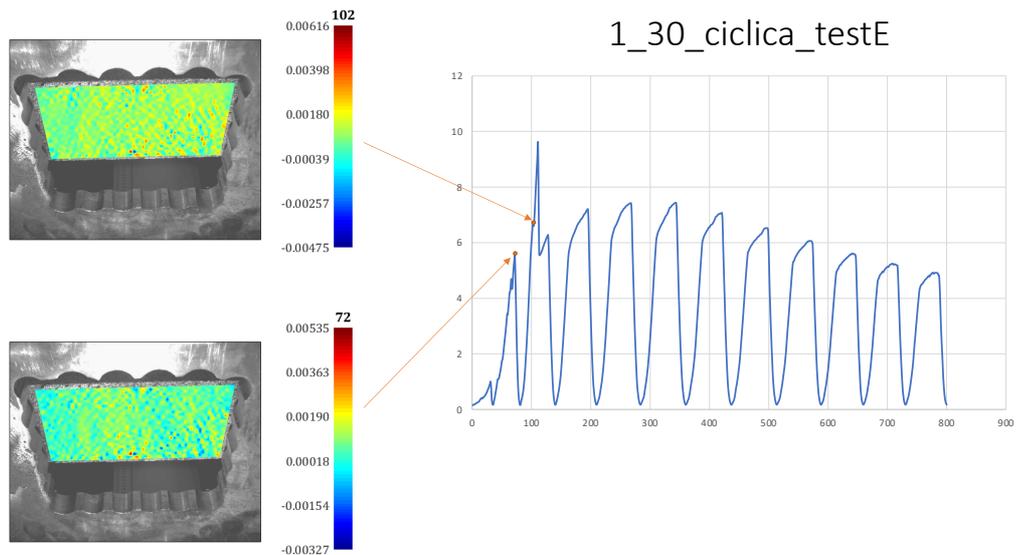


Figura 4.12 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testE frame 72 e 102

Anche nel terzo picco non avviene nessuna cricca nel materiale. Negli istanti successivi possiamo notare una discontinuità nella curva, infatti andando successivamente ad analizzare questa anomalia ci siamo accorti della comparsa della cricca nella zona centrale/sinistra, cioè la zona sottoposta al massimo sforzo di trazione.

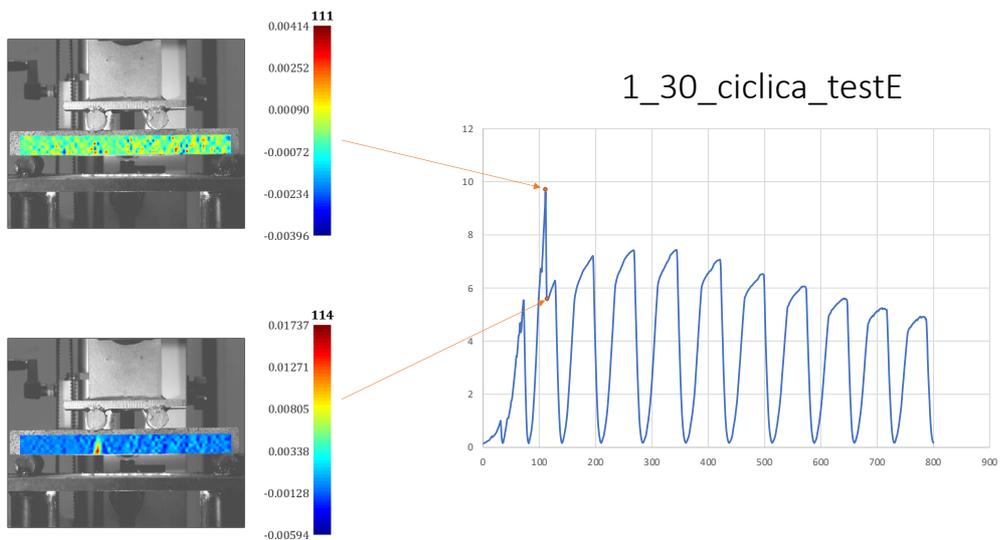


Figura 4.13 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testE frame 111 e 114

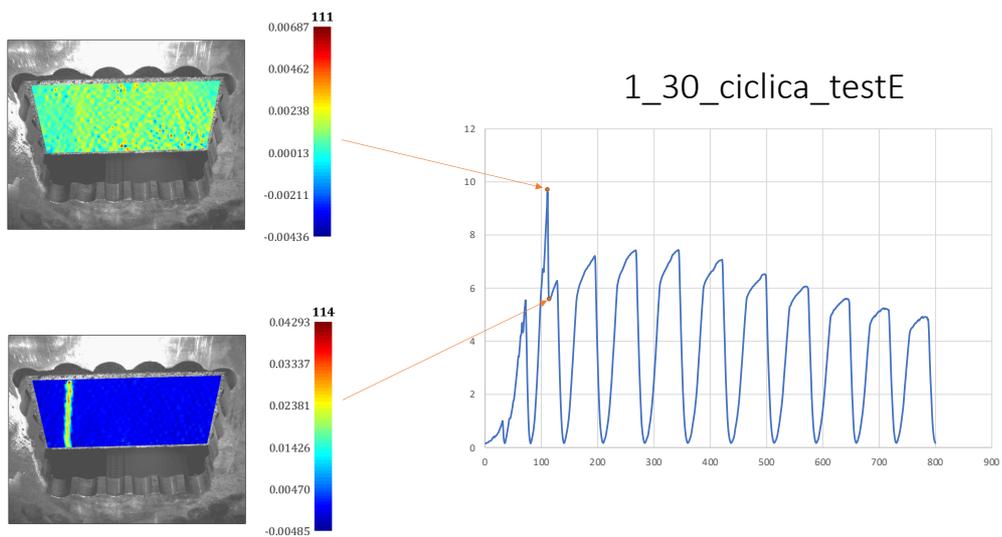


Figura 4.14 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testE frame 111 e 114

Nei frame successivi notiamo solo un allargamento della cricca, conseguenza dei carichi applicati al provino. Questo lo vediamo sia in modo visivo, analizzando la fessura, sia dalle mappe, in cui notiamo una concentrazione di tensione nella zona deformata.

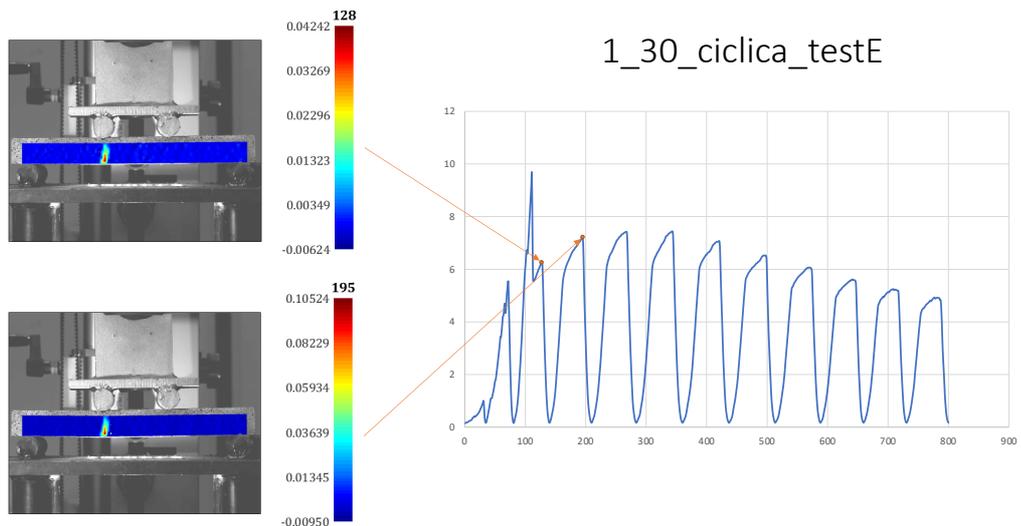


Figura 4.15 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testE frame 128 e 195

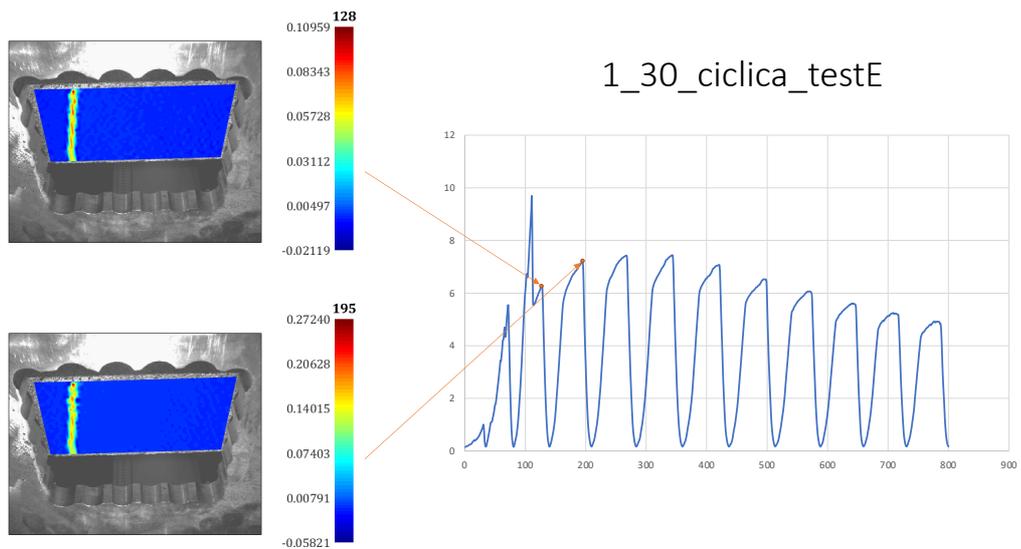


Figura 4.16 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testE frame 128 e 195

## 4.2 1\_30\_CICLICA\_TESTF

In questa prova utilizziamo un materiale cemento fibro-rinforzato con l'1% di fibre di acciaio e con dimensioni 70X30 (larghezza/altezza). Nel primo picco di forza applicata non notiamo, sia dalle immagini da sotto che di fronte, nessun tipo di cricca o concentrazione di tensione sul materiale. Nel frame successivo si vede dal grafico una discontinuità, ma comunque non notiamo aperture di cricche.

Questo vuol dire che il materiale resiste agli sforzi sottoposti.

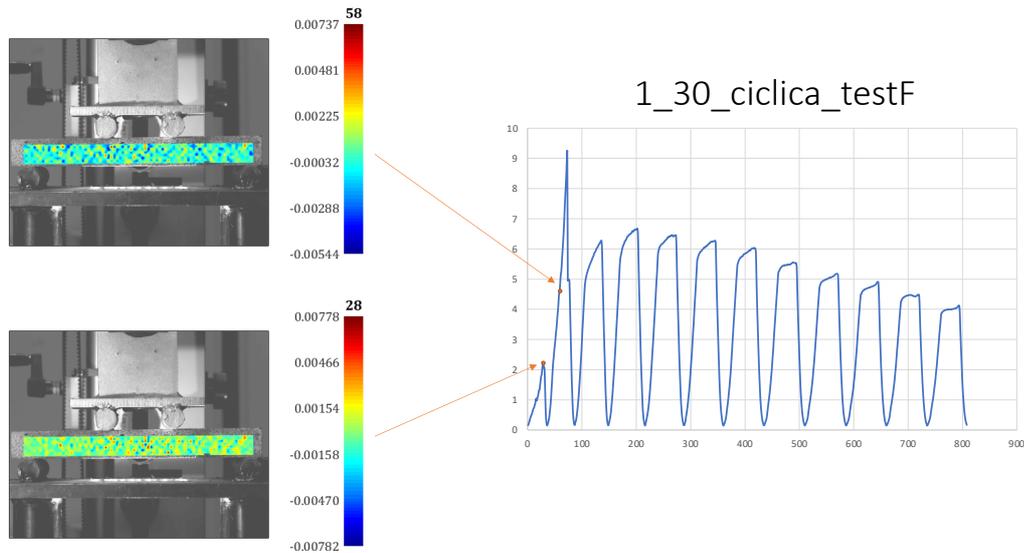


Figura 4.17 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testF frame 28 e 58

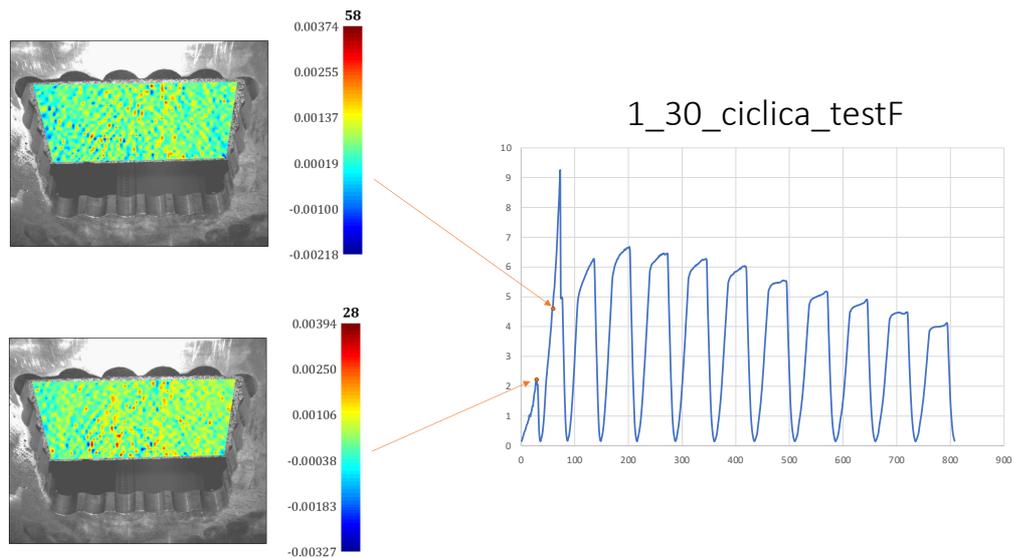


Figura 4.18 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testF frame 28 e 58

Anche nel secondo picco non avviene nessuna cricca nel materiale. Negli istanti successivi possiamo notare una discontinuità nella curva, infatti andando successivamente ad analizzare questa anomalia ci siamo accorti della comparsa della cricca nella zona centrale/sinistra, cioè la zona sottoposta al massimo sforzo di trazione.

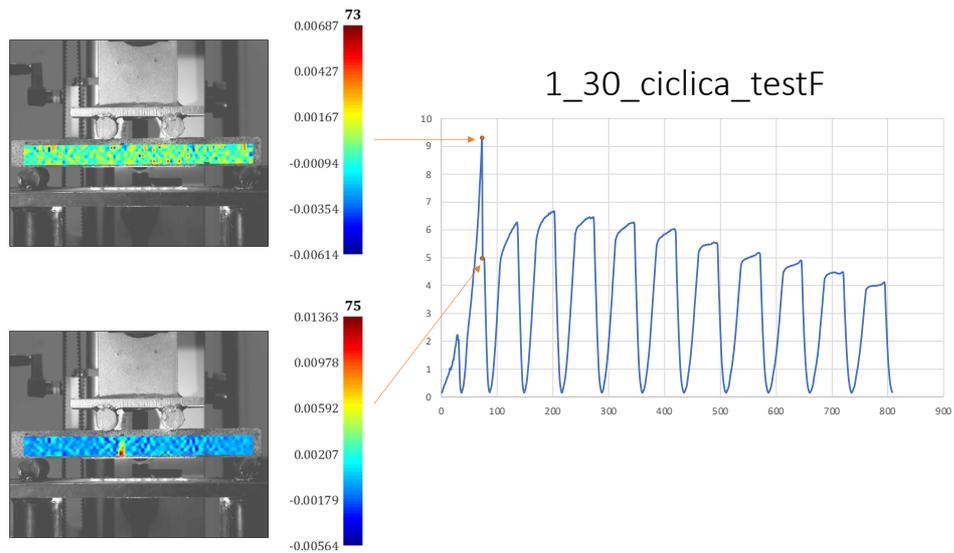


Figura 4.19 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testF frame 73 e 75

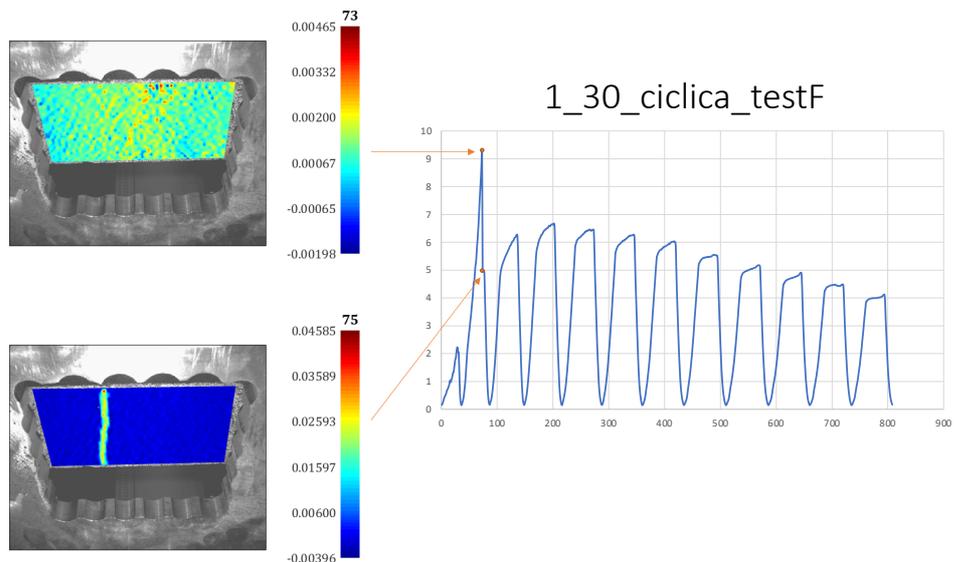


Figura 4.20 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testF frame 73 e 75

Nei frame successivi notiamo solo un allargamento della cricca, conseguenza dei carichi applicati al provino. Questo lo vediamo sia in modo visivo, analizzando la fessura, sia dalle mappe, in cui notiamo una concentrazione di tensione nella zona deformata.

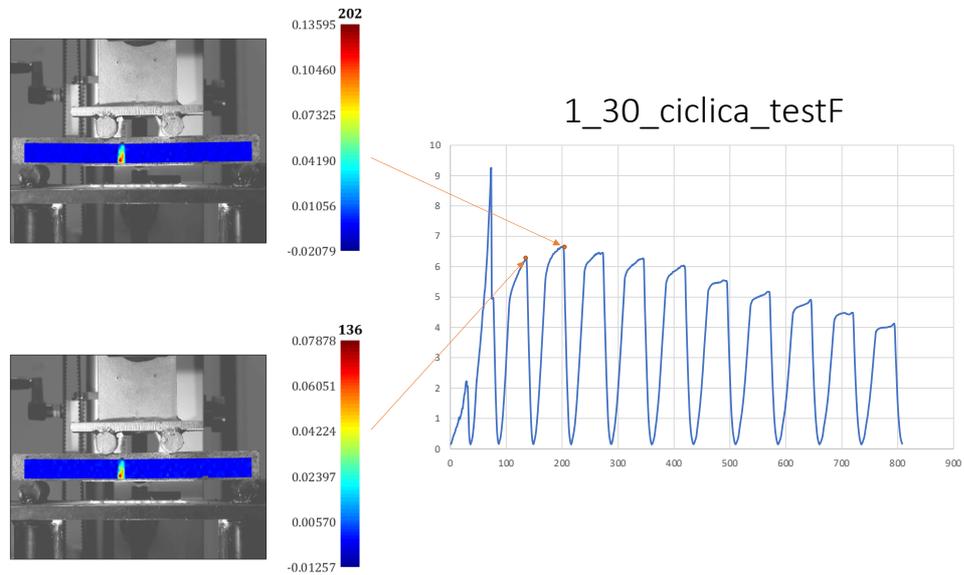


Figura 4.21 immagine di fronte 1\_30\_ciclica\_testF frame 136 e 202

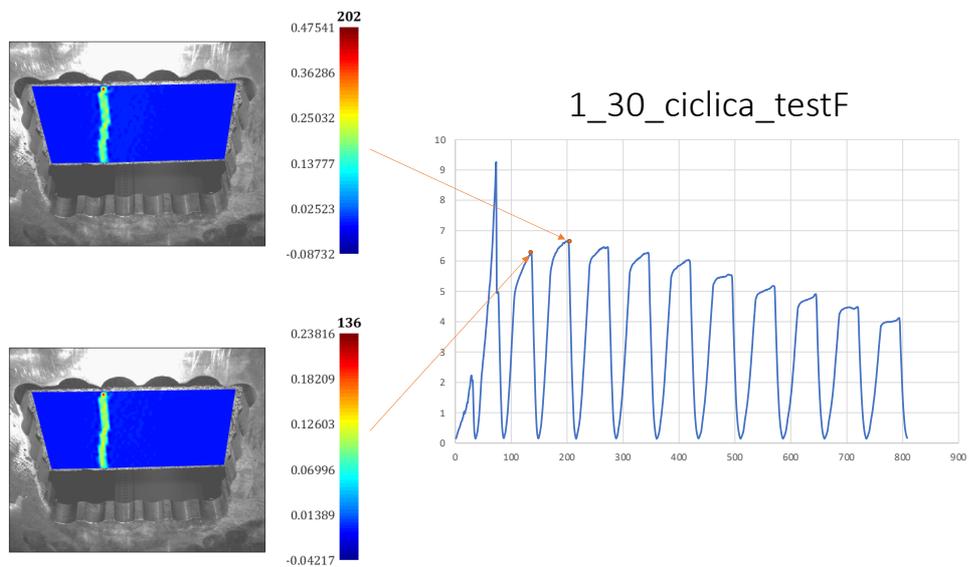


Figura 4.22 immagine dal basso 1\_30\_ciclica\_testF frame 136 e 202

## 4.5 25\_CICLICA\_TESTE

In questa prova utilizziamo un materiale cemento fibro-rinforzato con l'2,5% di fibre di acciaio e con dimensioni 70X70 (larghezza/altezza). Nel primo picco di forza applicata non notiamo, sia dalle immagini da sotto che di fronte, nessun tipo di cricca o concentrazione di tensione sul materiale. Poco prima del secondo picco notiamo una anomalia, infatti notiamo la formazione di una cricca nella parte centrale. Dalla telecamera dal basso notiamo inoltre altre due zone nella parte sinistra, in cui ho una concentrazione di tensione.

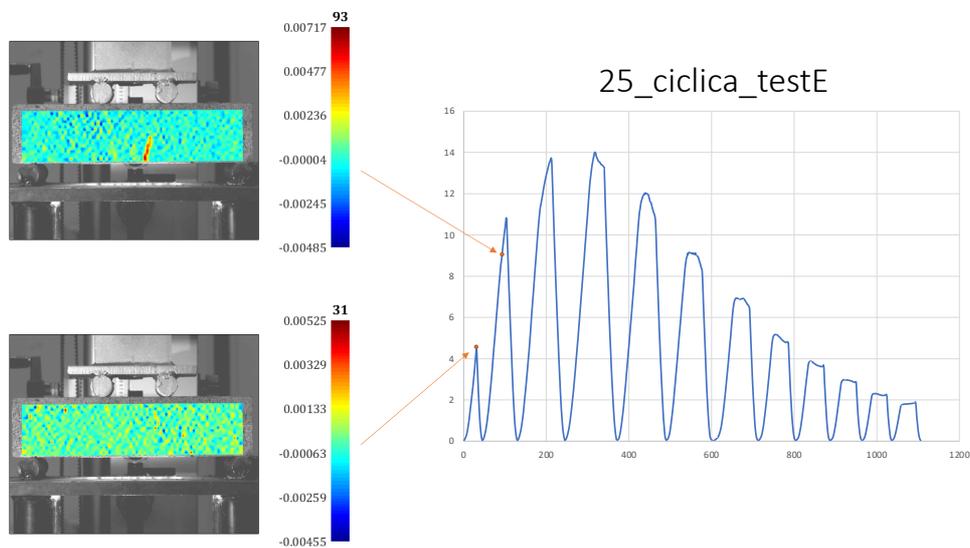


Figura 4.23 immagine di fronte 25\_ciclica\_testE frame 31 e 93

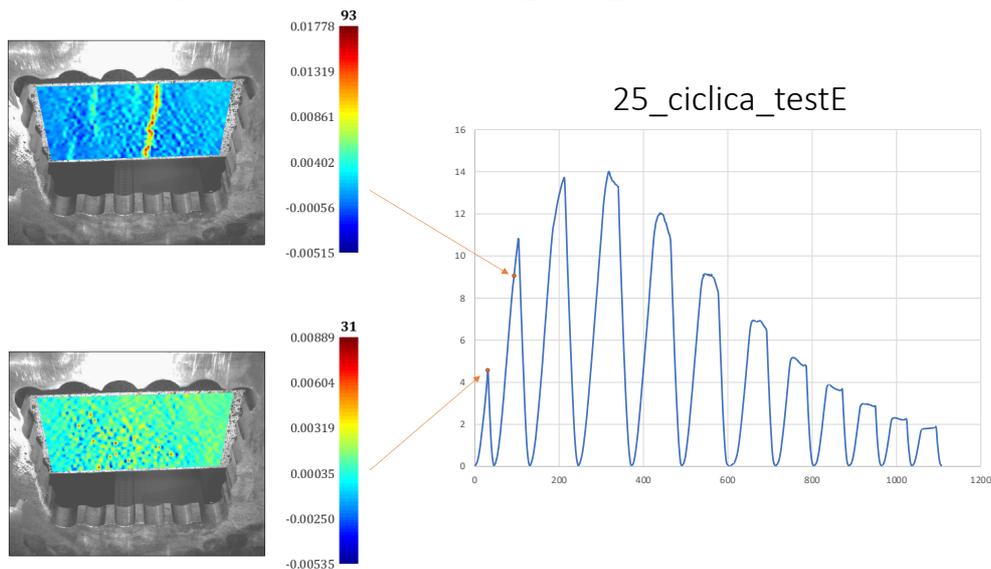


Figura 4.24 immagine dal basso 25\_ciclica\_testE frame 31 e 93

Andando ad analizzare i frame successivi, infatti, nelle zone in cui precedentemente notavamo una concentrazione di tensione, notiamo una nuova cricca. Questo avviene anche nella parte destra del provino, ove nel frame 100 notiamo una piccola zona ove ho tensione concentrata che poi, nel frame 200, si è trasformata in una cricca.

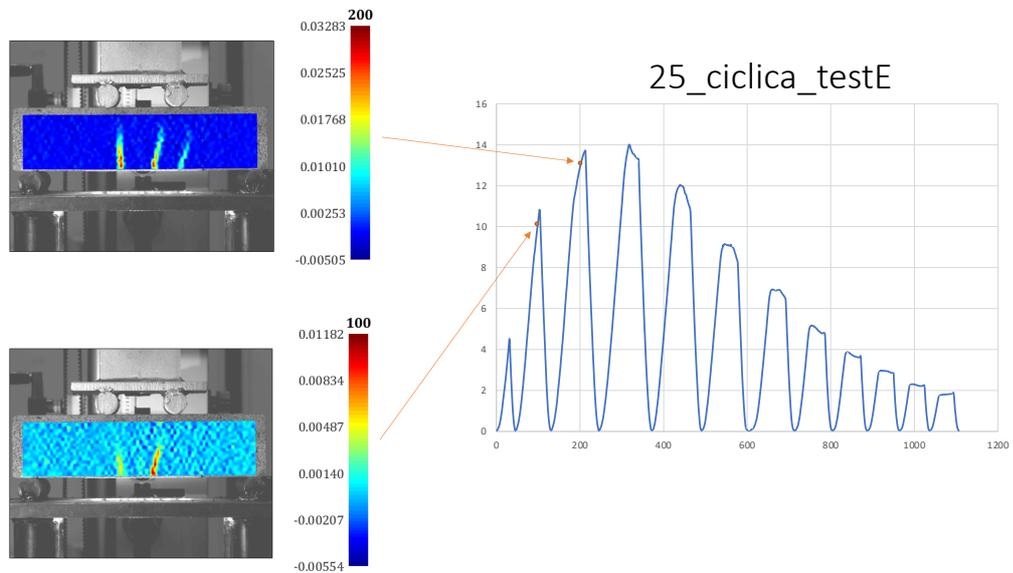


Figura 4.25 immagine di fronte 25\_ciclica\_testE frame 100 e 200

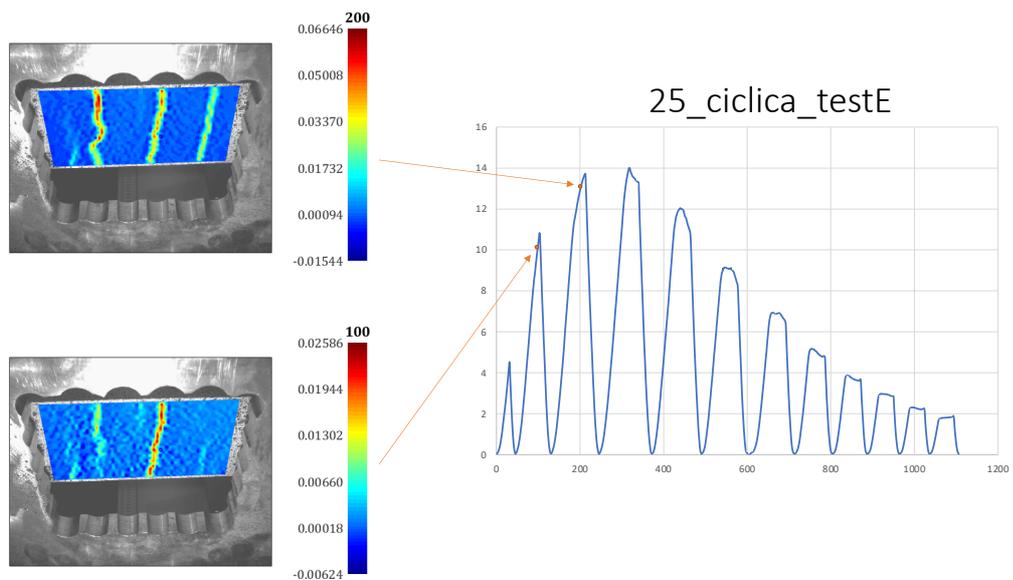


Figura 4.26 immagine dal basso 25\_ciclica\_testE frame 100 e 200

Nei frame successivi notiamo un semplice allargamento delle cricche centrale e di destra, mentre in quella di sinistra anche una diramazione. Questo lo vediamo sia in modo visivo, analizzando la fessura, sia dalle mappe, in cui notiamo una concentrazione di tensione nella zona deformata.

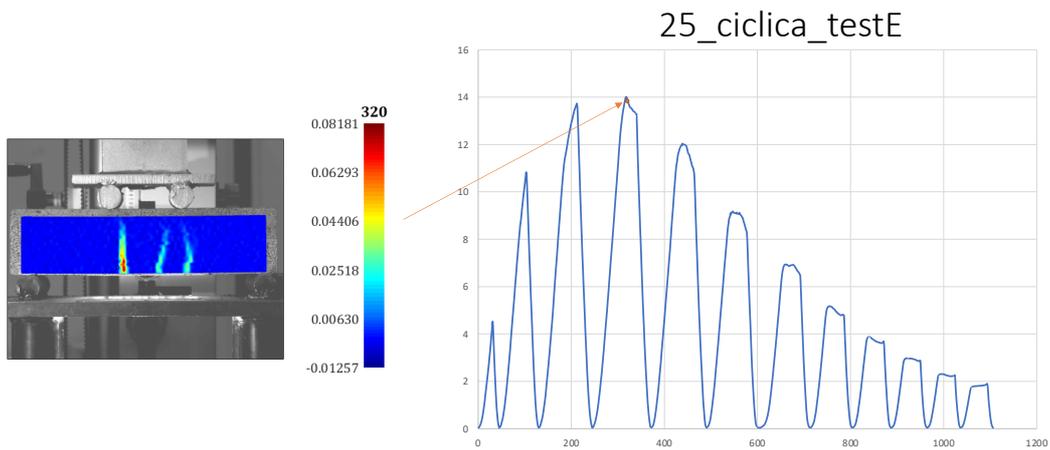


Figura 4.27 immagine di fronte 25\_ciclica\_testE frame 320

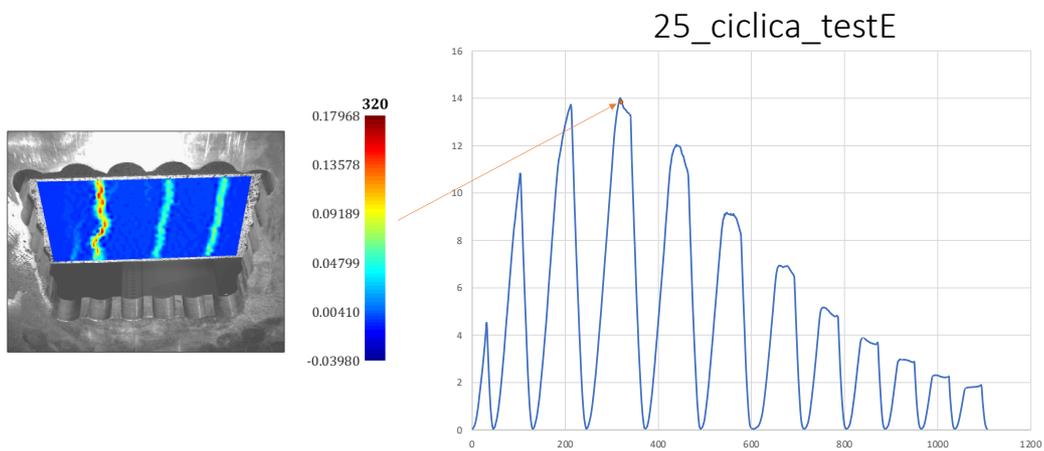


Figura 4.28 immagine dal basso 25\_ciclica\_testE frame 320

## 4.6 25\_CICLICA\_TESTF

In questa prova utilizziamo un materiale cemento fibro-rinforzato con l'2,5% di fibre di acciaio e con dimensioni 70X70 (larghezza/altezza).

In questa prova notiamo la prima cricca poco prima del secondo picco di forza. Nel frame 133 ne notiamo una chiara nella parte destra, visibile meglio dalla telecamera da sotto, mentre nel frame 137 vediamo anche una cricca nella parte centrale.

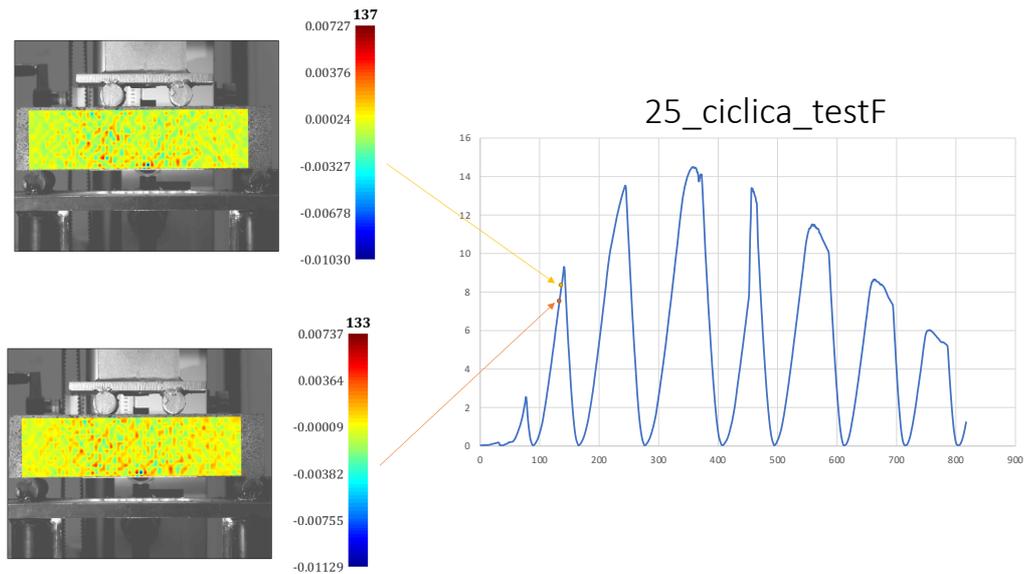


Figura 4.29 immagine di fronte 25\_ciclica\_testF frame 133 e 137

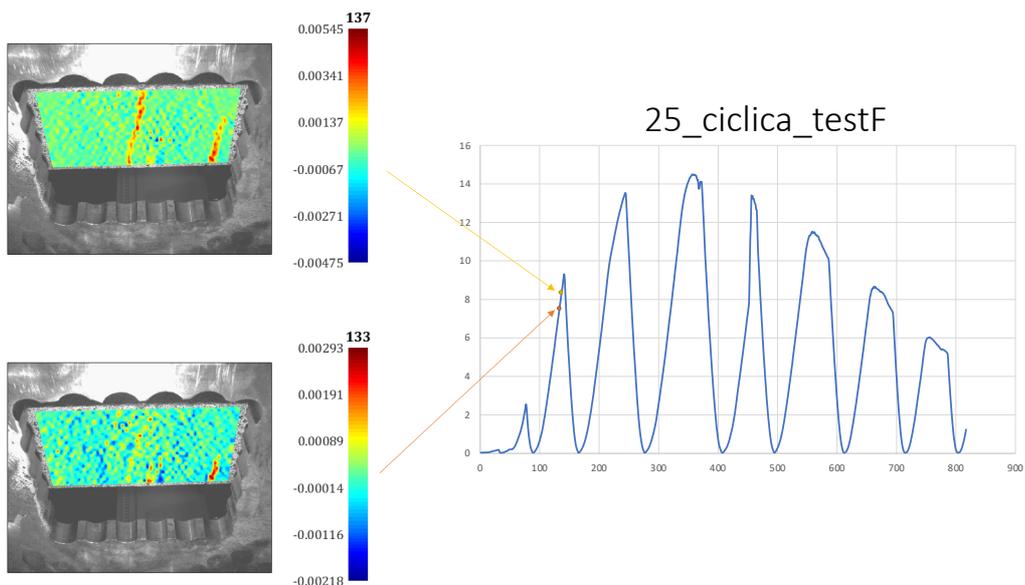


Figura 4.30 immagine dal basso 25\_ciclica\_testF frame 133 e 137

Subito dopo il picco di forza, vediamo nella parte sinistra una nuova zona di tensione concentrata, che dal frame 245 notiamo molto chiaramente, inoltre le cricche sono concentrate nella zona in cui ho il massimo sforzo a trazione. Questo lo vediamo dalla mappa a colore che abbiamo.

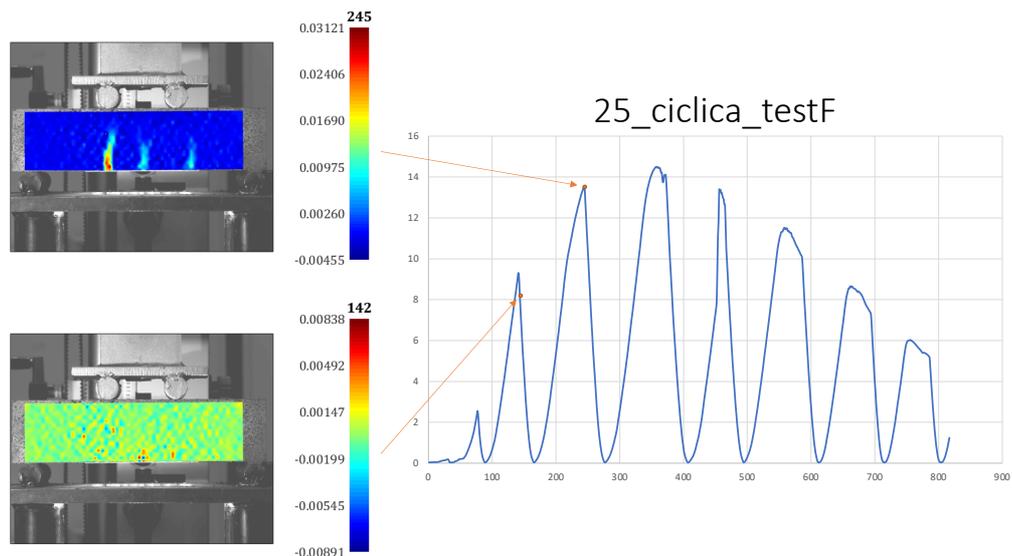


Figura 4.31 immagine di fronte 25\_ciclica\_testF frame 142 e 245

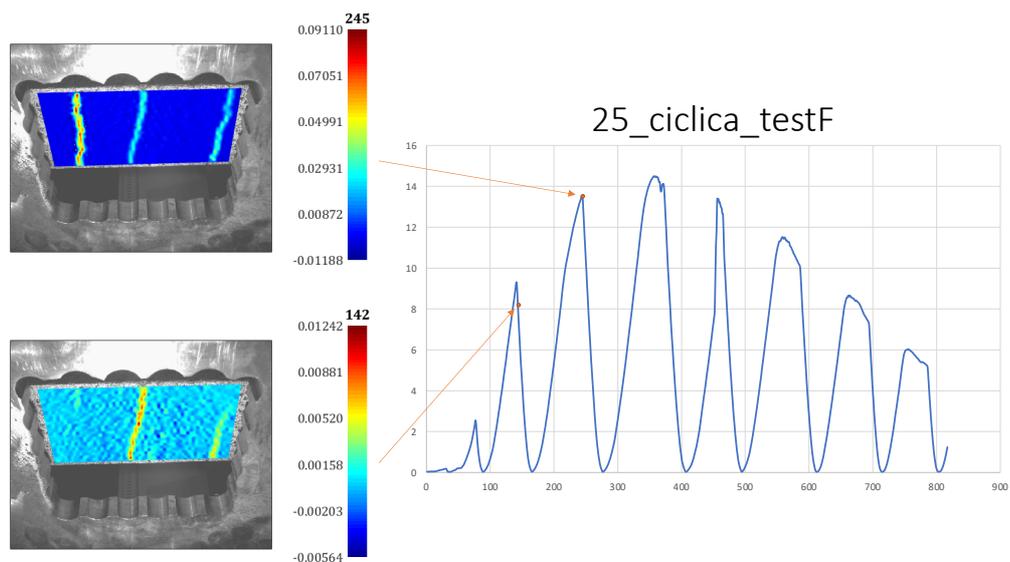


Figura 4.32 immagine dal basso 25\_ciclica\_testF frame 142 e 245

Nei frame successivi notiamo solo un allargamento delle cricche, concentrato soprattutto nella cricca di sinistra. Questo lo vediamo sia in modo visivo, analizzando la fessura, sia dalle mappe, in cui notiamo una concentrazione di tensione nella zona deformata..

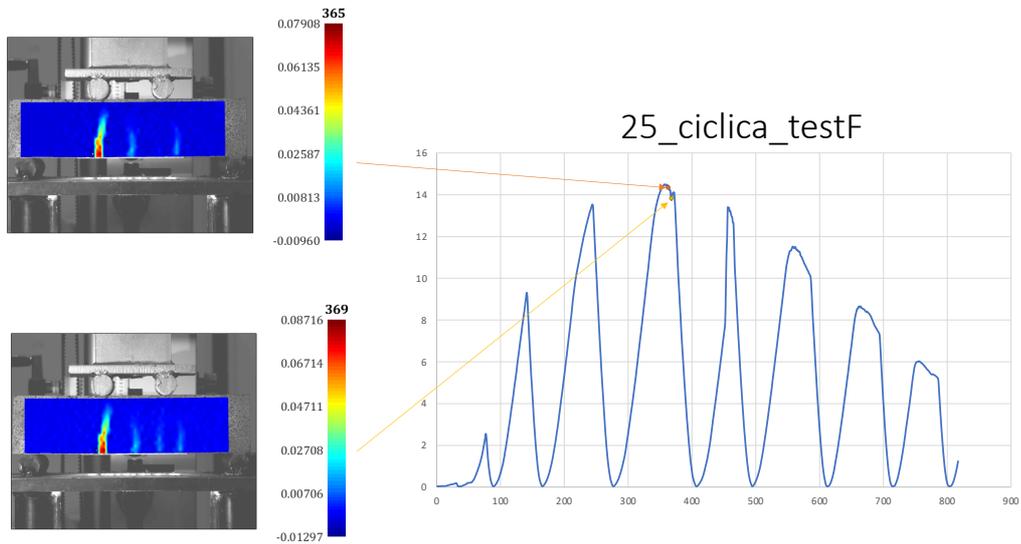


Figura 4.33 immagine di fronte 25\_ciclica\_testF frame 365 e 369

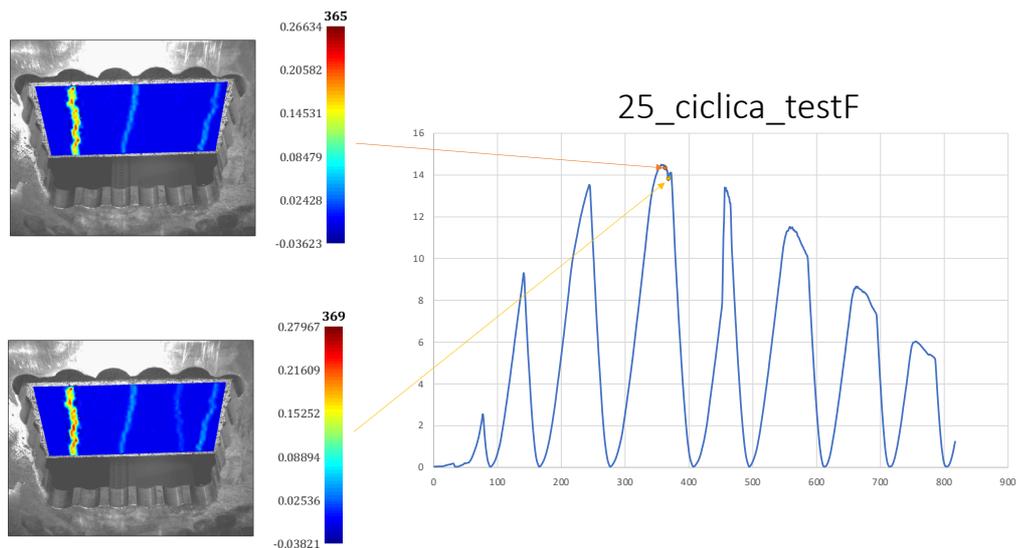


Figura 4.34 immagine dal basso 25\_ciclica\_testF frame 365 e 369

## 4.7 25\_30\_CICLICA\_TESTE

In questa prova utilizziamo un materiale cemento fibro-rinforzato con l'2,5% di fibre di acciaio e con dimensioni 70X30 (larghezza/altezza).

In questa prova notiamo la prima zona di concentrazione di tensione poco prima del secondo picco di forza. Nel frame 155 notiamo una cricca nella parte sinistra, visibile meglio dalla telecamera da sotto.

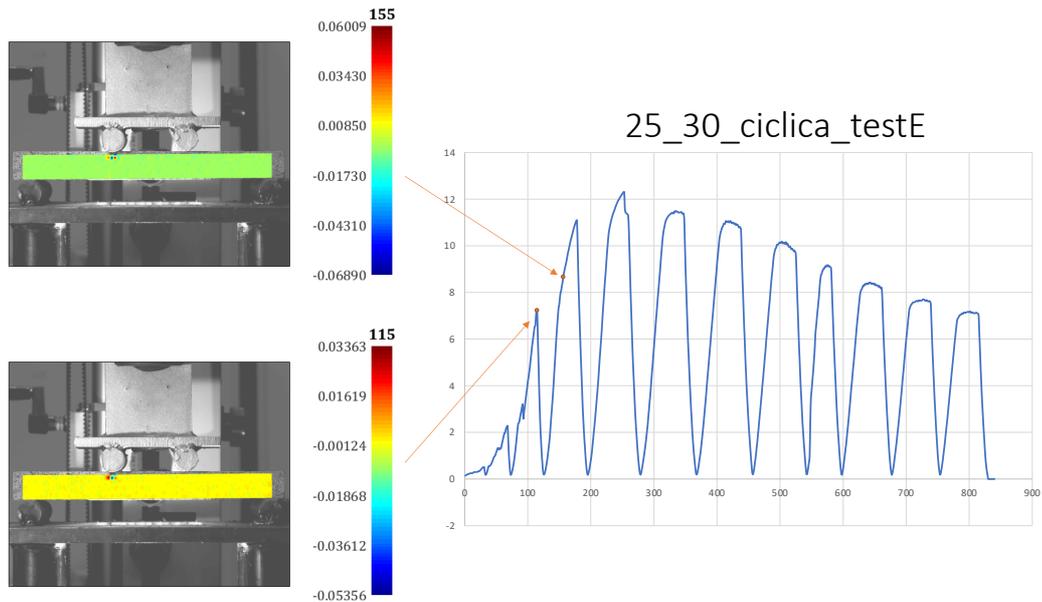


Figura 4.35 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testE frame 115 e 155

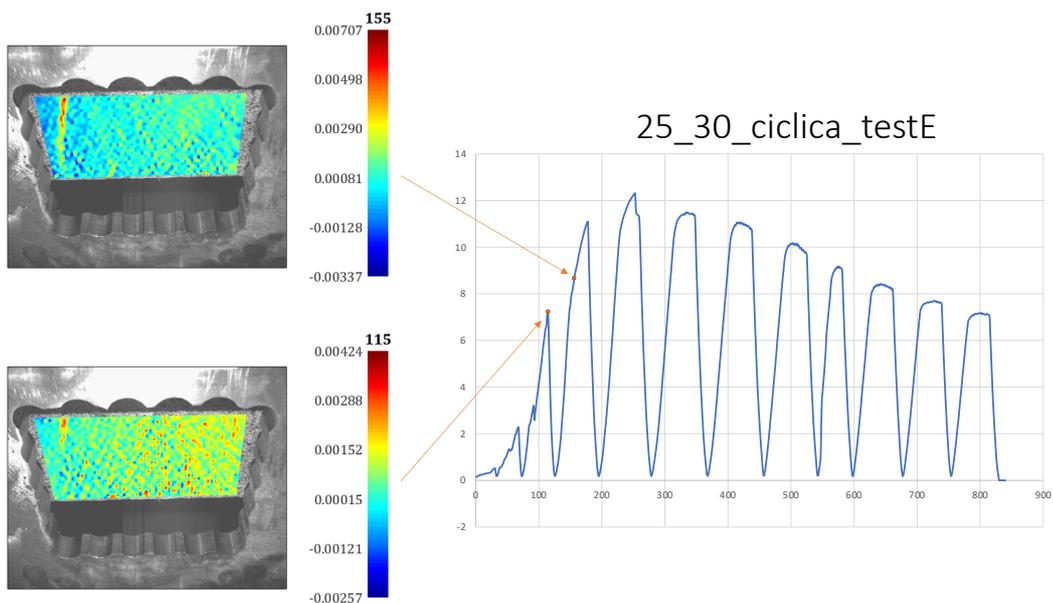


Figura 4.36 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testE frame 115 e 155

Nei frame successivi notiamo molte zone in cui ho una elevata concentrazione di tensione, ma comunque ho un'unica cricca nella parte sinistra, ove si concentra la massima tensione

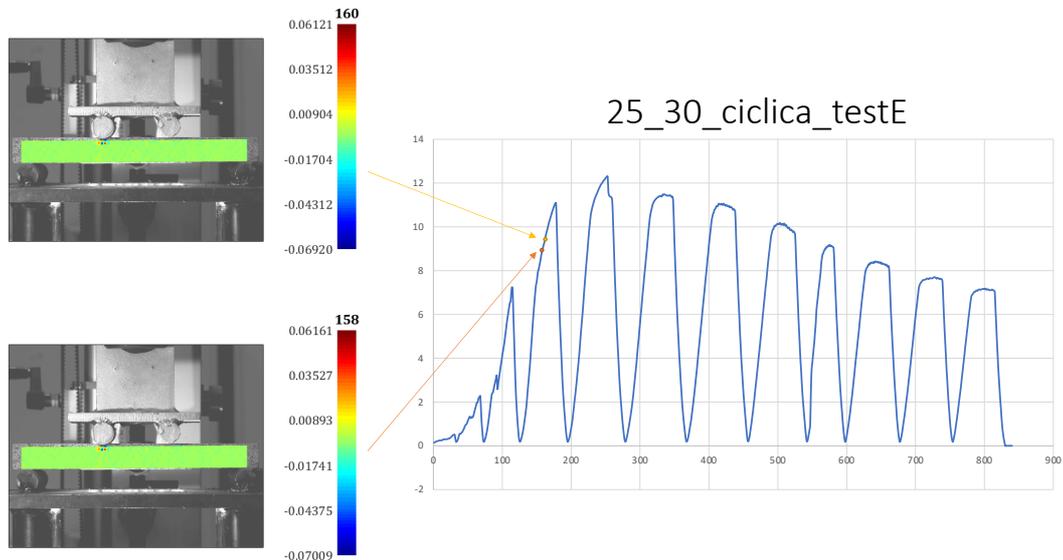


Figura 4.37 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testE frame 158 e 160

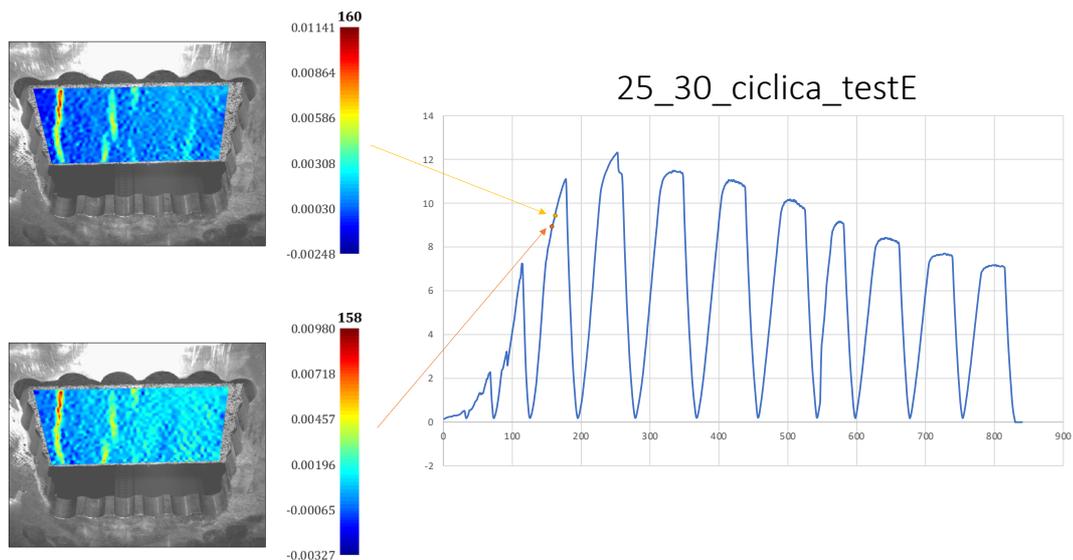


Figura 4.38 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testE frame 158 e 160

Anche qui noto molte zone, ma a differenza di prima non ho una sola cricca, ma ne noto una seconda nella parte centrale, mentre la cricca di sinistra si sta ampliando. Nel frame 253 notiamo che la cricca centrale si sta diramando in due rami nella parte inferiore.

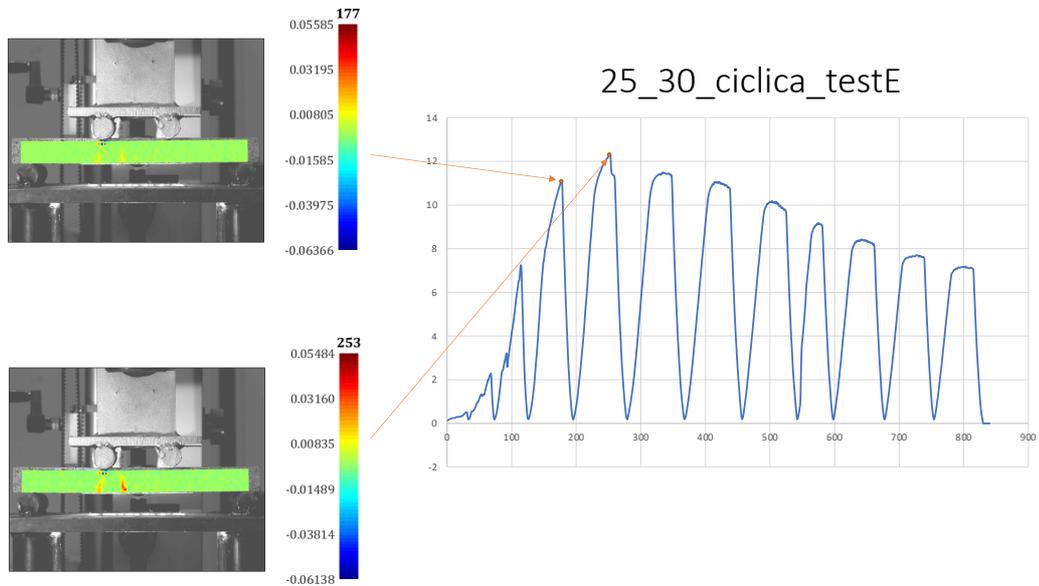


Figura 4.39 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testE frame 177 e 253

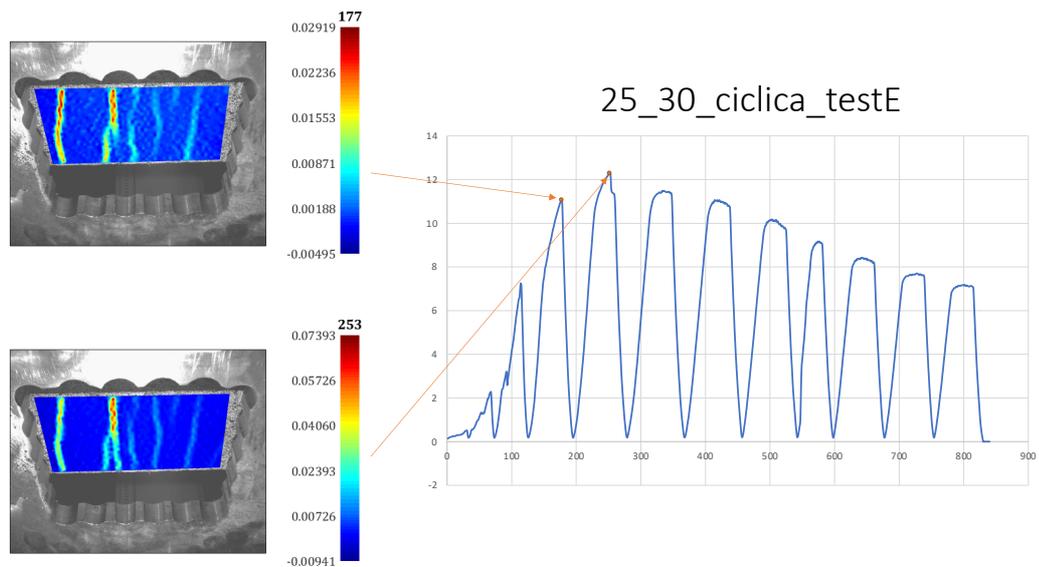


Figura 4.40 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testE frame 177 e 253

Andando avanti nella prova possiamo notare che la tensione si concentra solo sulla cricca centrale, che rispetto alle immagini precedenti si è allargata, mentre in quella di sinistra non notiamo un'elevata concentrazione di tensione

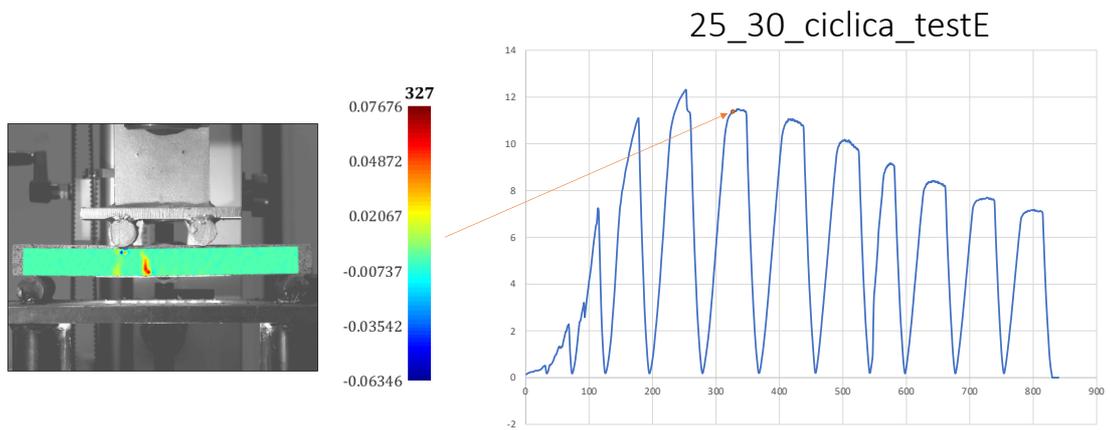


Figura 4.41 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testE frame 327

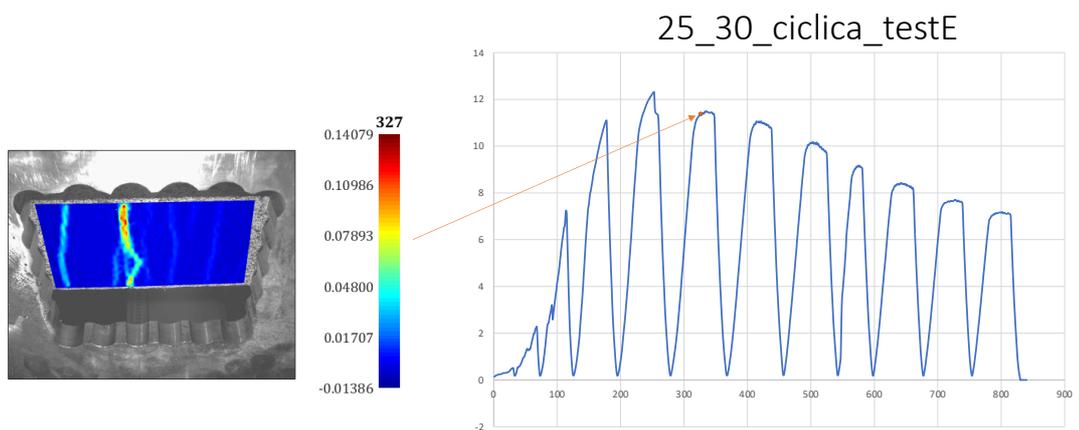


Figura 4.42 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testE frame 327

## 4.8 25\_30\_CICLICA\_TESTF

In questa prova utilizziamo un materiale cemento fibro-rinforzato con l'2,5% di fibre di acciaio e con dimensioni 70X30 (larghezza/altezza).

In questa prova notiamo la prima zona di concentrazione di tensione poco prima del primo picco di forza. Nel frame 19 notiamo una cricca nella parte destra, visibile meglio dalla telecamera da sotto.

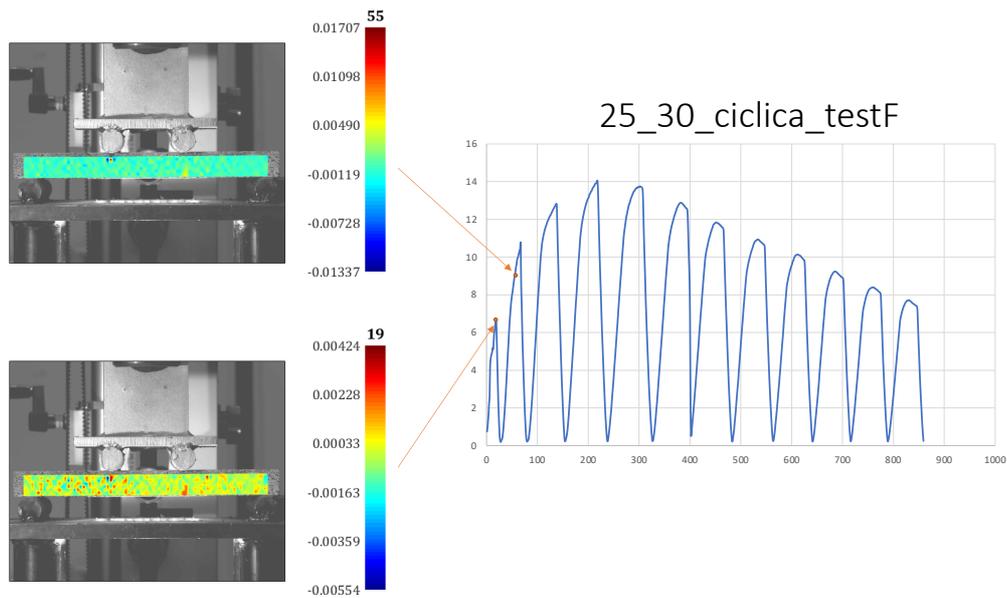


Figura 4.43 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testF frame 19 e 55

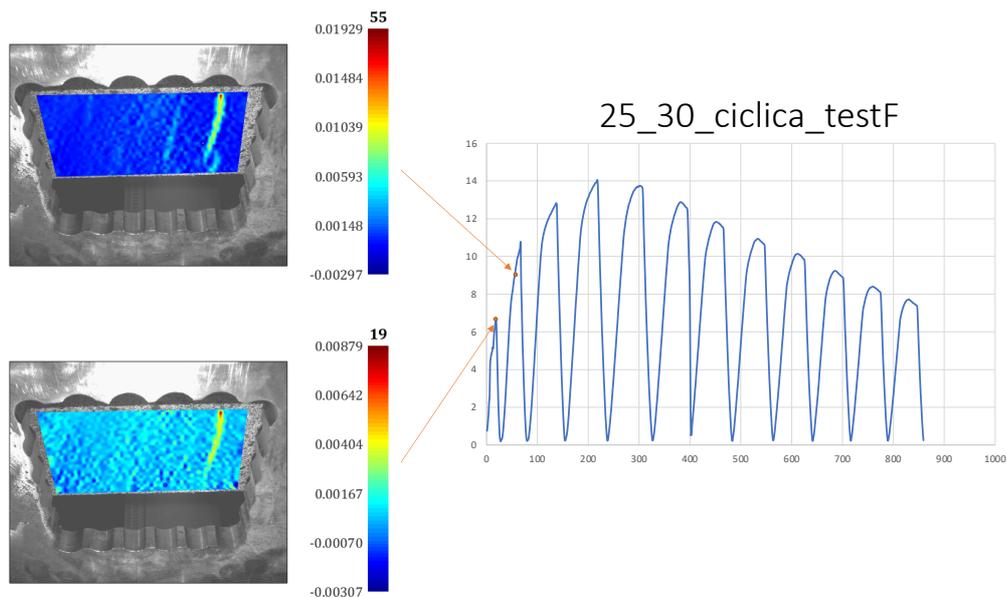


Figura 4.44 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testF frame 19 e 55

Nei frame successivi notiamo molte zone in cui ho una elevata concentrazione di tensione, ma comunque ho un'unica cricca nella parte destra, ove si concentra la massima tensione

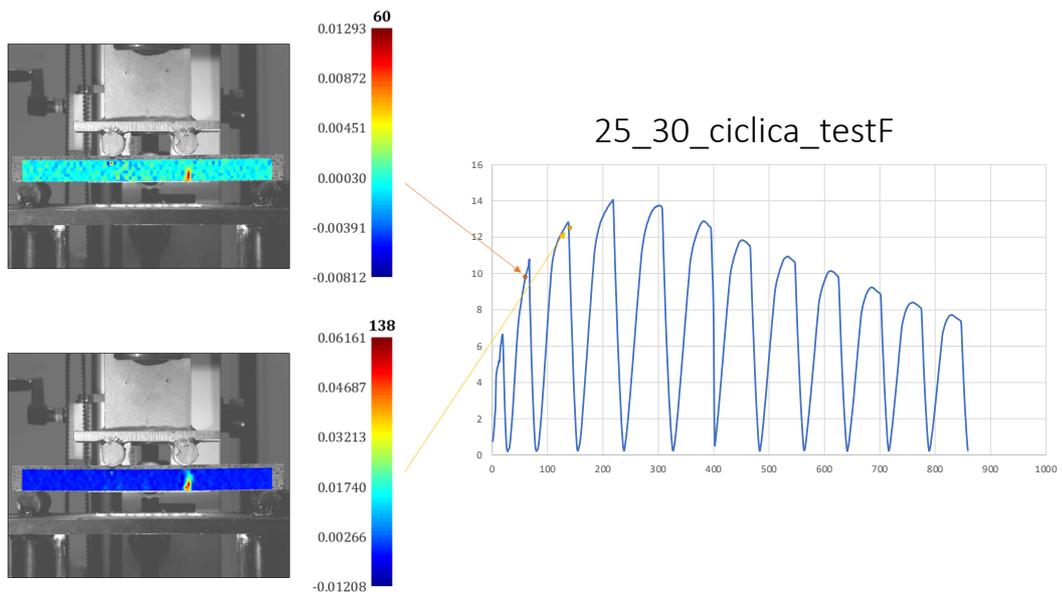


Figura 4.45 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testF frame 60 e 138

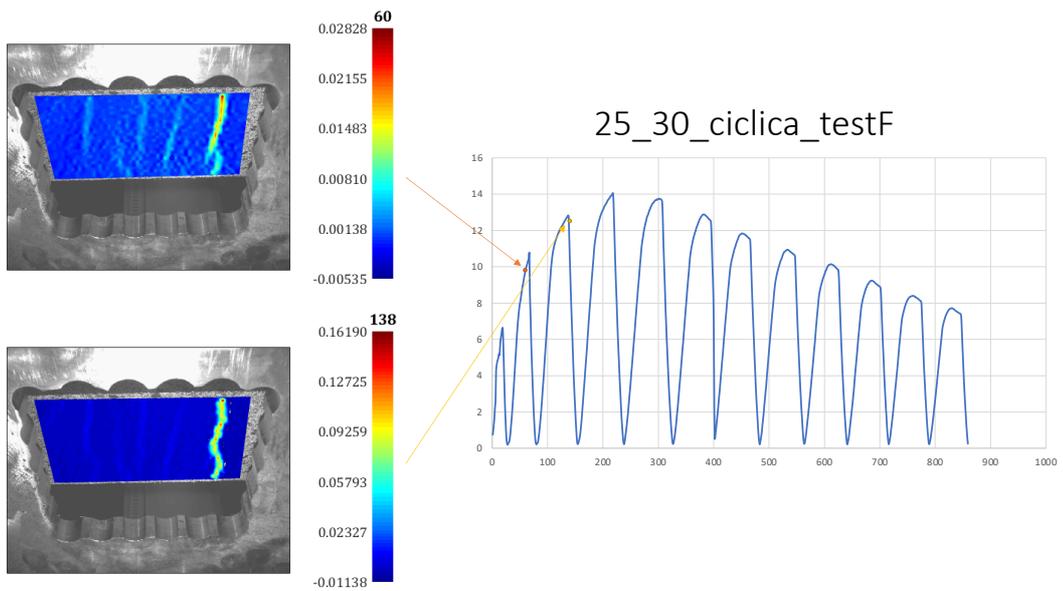


Figura 4.46 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testF frame 60 e 138

---

Nei frame successivi notiamo che rimane un'unica zona di tensione, che coincide con la cricca, che si sta allargando andando avanti con la prova

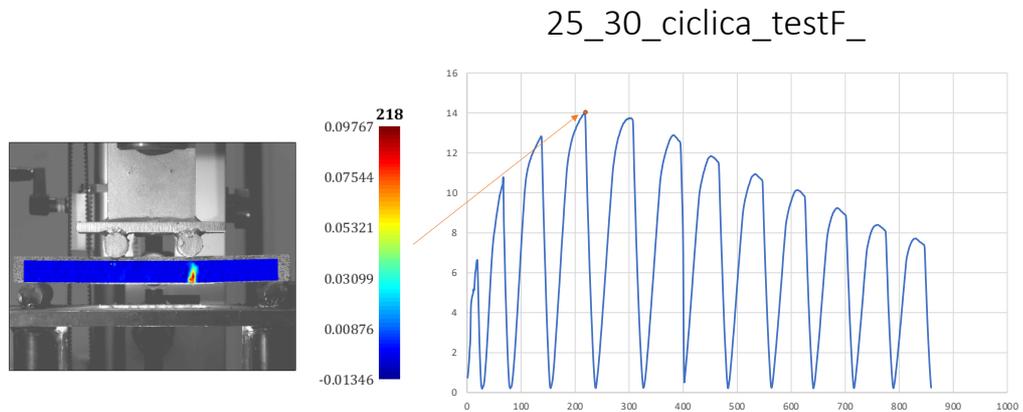


Figura 4.47 immagine di fronte 25\_30\_ciclica\_testF frame 218

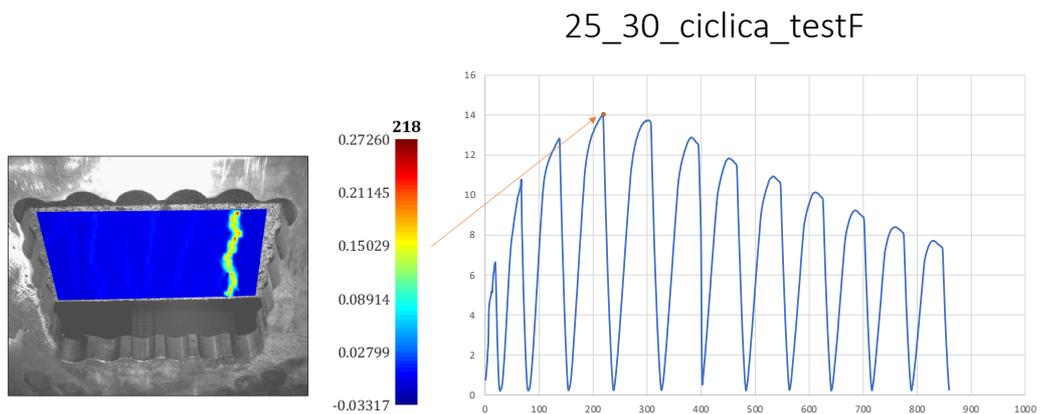


Figura 4.48 immagine dal basso 25\_30\_ciclica\_testF frame 218

---

## Capitolo 5

### Conclusioni

#### 5.1 PROVINI CON 1% DI FIBRE D'ACCIAIO

Nei primi 4 test, 1\_ciclica\_testE, 1\_ciclica\_testF, 1\_30\_ciclica\_testE e 1\_30\_ciclica\_testF, abbiamo utilizzato provini con l'1% di fibre di acciaio. In tutti i casi notiamo un'unica zona ove si concentra la tensione in cui, successivamente, si manifesta l'apertura della cricca. Nei provini con altezza minore, di 30 cm, possiamo vedere come le cricche si presentano in modo anticipato rispetto ai provini con altezza di 70 cm. Inoltre, in tutti i casi noto l'apertura del provino nella zona bassa dello stesso, ove il materiale si trova in massima sollecitazione. Nella prova con il provino da 70 cm la formazione della cricca avviene sulla parte destra del pezzo, mentre nella prova con il provino da 30 cm di altezza, l'apertura avviene nella zona sinistra.

#### 5.2 PROVINI CON 2,5% DI FIBRE DI ACCIAIO

Negli altri test, 25\_ciclica\_testE, 25\_ciclica\_testF, 25\_30\_ciclica\_testE e 25\_30\_ciclica\_testF, abbiamo utilizzato provini con il 2,5% di fibre di acciaio. In questi casi non ho un'unica zona in cui si concentra la tensione, ma possiamo vedere dalle prove varie zone di concentrazione. Nei provini con altezza di 70 cm, si può vedere come si formino 3 zone, rispettivamente al centro, destra e sinistra del provino stesso, ove ho una concentrazione di tensione. Nel caso invece di provini con altezza di 30 cm, notiamo come nella parte iniziale del test ho un elevato numero di zone in cui ho concentrazione di tensione. Andando avanti con i frame si vede come in realtà la tensione si concentri solo su un'unica zona, che coincide con la cricca stessa.

---

### 5.3 DIFFERENZE TRA I DUE PROVINI

Effettuando questo tipo di analisi, abbiamo scoperto che nei provini con l'1% di fibre di acciaio le cricche si manifestano in ritardo rispetto ai provini con 2,5% di fibre di acciaio, e che nel primo caso ho un'unica zona in cui ho concentrazione di tensione, che poi successivamente si traduce nella comparsa di una cricca, mentre nel secondo ho molte più zone in cui si concentra la tensione, anche post apertura di cricche.

Una seconda differenza la notiamo però nella seconda fase, ovvero l'allargamento della cricca. In questa fase notiamo che il provino con 2,5% di fibre di acciaio ha un comportamento migliore rispetto al provino con 1% di fibre, in termini di resistenza a trazione, dovuto proprio dal fatto che una maggior presenza di fibre di acciaio all'interno del materiale migliore, in fase di fessurazione, la resistenza residua a trazione.

---

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Tipologie di fibre e rapporto d'aspetto  
[https://it.wikipedia.org/wiki/Calcestruzzo\\_fibrorinforzato](https://it.wikipedia.org/wiki/Calcestruzzo_fibrorinforzato)
- [2] Calcestruzzo fibro-rinforzato Biblus-net <https://biblus.acca.it/focus/calcestruzzo-fibrorinforzato-frc/>
- [3] Correlazione di immagini digitale  
<https://people.unica.it/francescoaymerich/files/2016/04/DIC.pdf>
- [4] Digitalizzazione delle immagini <https://www.fabiozanchetta.it/1-limmagine-digitale-2/>
- [5] Principio di funzionamento analisi DIC  
<https://webthesis.biblio.polito.it/14337/1/tesi.pdf>
- [6] Misura degli spostamenti e mappatura delle deformazioni  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Digital\\_image\\_correlation\\_and\\_tracking](https://en.wikipedia.org/wiki/Digital_image_correlation_and_tracking)
- [7] Prova di flessione a 4 punti [https://en.m.wikipedia.org/wiki/Four-point\\_flexural\\_test](https://en.m.wikipedia.org/wiki/Four-point_flexural_test)
- [8] Resistenza a flessione <https://www.med.upenn.edu/pcmd/3pt-4pt-bending.html>
- [9] Lezioni di meccanica strutturale, Stefano Lenci, 2004