

INDICE

1. INTRODUZIONE	3
2. LETTERATURA	6
2.1 EFFICIENZA DEI MERCATI	6
2.2 FATTI EMPIRICI STILIZZATI	7
2.2.1 Volatilità variabile.....	8
2.2.2 Processo Stocastico Stazionario.....	9
2.2.3 Asimmetria	10
2.2.4 Leptocurtosi.....	11
2.2.5 Volatility Clustering.....	12
2.3 MODELLI UNIVARIATI DI TIPO ARCH (AUTO-REGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCHEDASTICITY)	14
2.3.1 Modello GARCH (p,q).....	15
2.3.2 Modello ARCH (q)	16
2.3.3 Stima ML nei modelli GARCH.....	17
2.3.4 Test statistici.....	19
3 ANALISI EMPIRICA	21
3.1 DATI	21
3.2 VARIABILI	24
3.3 STIMA	25
3.4 TEST	26

4. CONCLUSIONI	30
BIBLIOGRAFIA.....	31

1. INTRODUZIONE

Col passare degli anni l'attenzione sull'analisi dell'andamento dei mercati finanziari è cresciuta in maniera esponenziale. In questo lavoro cercheremo di studiare l'andamento dell'indice azionario Standard & Poor MIB che rappresenta l'indice più importante della borsa italiana di Milano.

Lo S&PMIB è il paniere che racchiude le azioni delle 40 maggiori società italiane quotate sull'MTA (Mercato Telematico Azionario). Questo indice nasce nel 31 dicembre del 1992 con un nome diverso, COMIT 30, e con un valore di base di 100 punti. Nel 1994 venne poi rinominato Mib30.

Fino al 1° giugno 2003 nell'indice erano inclusi i 30 titoli a maggior capitalizzazione di Piazza Affari. Lo S&PMIB è stato quotato dal 2 giugno 2003 al 29 maggio 2009 successivamente sostituito dall'indice FTSE MIB.

Questo indice racchiude le 40 società con maggior liquidità e capitalizzazione sul mercato azionario italiano e la sua quotazione viene calcolata e diffusa in tempo reale fino alla chiusura del mercato borsistico.

La base dell'indice è stabilita in 24.401,54 punti ed è relativa al 31 dicembre 1997.

Il record storico dell'indice fu raggiunto durante la seduta del 7 marzo 2000 quando raggiunse i 51.273 punti.

La migliore seduta di Borsa avvenne il 13 ottobre 2008 quando l'indice salì dell'11,49%, la peggiore fu invece quella del 24 giugno 2016 (a seguito del

referendum sulla permanenza del Regno Unito nell'Unione Europea) quando crollò del 12,48%.



Figura I.1- grafico S&PMIB dal 2004 ad oggi. Fonte: Investing.com

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 2004-01-01 - 2019-06-24

per la variabile 'S&PMIB' (3954 osservazioni valide)

Media	24152	Asimmetria	0,92906
Mediana	21601	Curtosi	-0,22699
Minimo	12363	5° percentile	15218
Massimo	44364	95° percentile	40213
Scarto quadratico medio	7753,1	Range interquartile	9508,8
Coeff. di variazione	0,32101		

Questo è a dimostrazione del fatto che, essendo un indice costituito da azioni, è particolarmente sensibile alle informazioni di carattere economico e politico che giungono sui mercati. Queste possono generare shock positivi, al rialzo, facendo aumentare la quotazione o, al contrario, shock negativi al ribasso facendola diminuire.

Le principali motivazioni che ci spingono a sviluppare questo lavoro sono generare un modello di previsione per indici finanziari, quindi essere in grado di studiarne ed interpretarne il comportamento passato ma anche quello futuro.

Questo lavoro è articolato in due parti. Una prima parte che riguarda la letteratura dei mercati finanziari e del modello che andremo ad utilizzare ed una seconda parte in cui, dopo aver esplicitato le variabili d'interesse e i dati, condurremo un'analisi empirica e trarremo poi delle conclusioni sui risultati ottenuti.

Per la nostra analisi andremo ad utilizzare un modello, GARCH (1,1) che considera unicamente ritardi unitari per i parametri che caratterizzano la volatilità.

2. LETTERATURA

2.1 EFFICIENZA DEI MERCATI

Per studiare le fluttuazioni dei prezzi sui mercati azionari è necessario introdurre il concetto di efficienza dei mercati (Efficient Market Hypotesis, EHM) secondo il quale le fluttuazioni dei prezzi nel mercato sono associate alle nuove informazioni che giungono al mercato e alla capacità di quest'ultime di produrre effetti negativi o positivi sugli strumenti finanziari. Vengono definite 4 forme di efficienza dei mercati finanziari: allocativa, valutativa, tecnico-operativa, informativa.

Si parla di efficienza allocativa quando ci si riferisce al trasferimento delle risorse finanziarie dai soggetti in surplus ai soggetti in deficit. Ci troviamo di fronte ad una situazione di efficienza allocativa nel caso in cui tutti gli operatori agendo in maniera razionale ricercerebbero fondi di investimento in grado di massimizzare la loro utilità attesa. Siamo quindi di fronte ad una situazione di ottimo paretiano, perciò l'utilità di un operatore può essere aumentata solo da una diminuzione dell'utilità di un altro.

L'efficienza valutativa si ha quando le informazioni disponibili vengono correttamente impiegate per determinare il valore dei prezzi.

Per efficienza tecnico-operativa si intende l'insieme delle organizzazioni e delle procedure grazie alle quali il mercato svolge le sue funzioni.

La più importante è l'efficienza informativa, la quale osserva la relazione tra prezzi e informazioni. Si possono distinguere tre tipi di efficienza informativa, quella

debole, quella semi-forte e quella forte. La differenza tra le tre riguarda la diversa quantità di informazione disponibile. L'efficienza è debole quando i prezzi che osserviamo sul mercato rispecchiano tutta l'informazione contenuta nella serie storica dei prezzi.

L'efficienza è semi-forte quando i prezzi riflettono tutta l'informazione contenuta nella serie storica dei prezzi ed in più tutta l'informazione pubblicamente disponibile, perciò i mercati assorbono tutta l'informazione di dominio pubblico. L'efficienza è definita forte quando oltre alla serie storica e all'informazione pubblica i prezzi riflettono anche l'informazione privata disponibile sono ad una parte ristretta di soggetti.

In conclusione, possiamo dire che, considerando tutta l'informazione disponibile, il mercato può dirsi efficiente in senso informativo se il prezzo delle attività finanziarie scambiate tende ad allinearsi al loro valore reale.

2.2 FATTI EMPIRICI STILIZZATI

Nello studio degli indici finanziari e soprattutto delle serie storiche bisogna far chiarezza su alcune regolarità empiriche che le contraddistinguono. Nel nostro lavoro ci focalizzeremo nell'analisi delle serie storiche dei rendimenti dell'indice S&PMIB.

Quest'ultime hanno importanti caratteristiche statistiche, chiamate fatti empirici stilizzati, che andremo ora ad analizzare.

2.2.1 Volatilità variabile

I mercati azionari, come tutti gli altri mercati finanziari, sono caratterizzati da fluttuazioni delle quotazioni dei titoli. Questo fenomeno prende il nome di volatilità e rappresenta la variabilità di un valore o di un indice finanziario calcolata in un determinato intervallo temporale. La volatilità esprime l'incertezza presente sui mercati finanziari e, in termini analitici, identifica il concetto di varianza condizionale ad un dato set informativo disponibile al tempo t . Inoltre, è un fenomeno generalmente contraddistinto da una lunga memoria, quindi in tutte le sue osservazioni sono presenti anche i suoi valori passati.

Il problema della volatilità variabile fu spiegato da Engle (1982) che elaborò i modelli di tipo ARCH (Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity), un nuovo modello per analizzare le serie storiche dei rendimenti, basato sul fatto che la varianza condizionale è in relazione con i suoi valori passati. Perciò, da un punto di vista statistico, la volatilità mostra movimenti autoregressivi nel tempo.

La volatilità è persistente nei rendimenti. È una volatilità durevole nel tempo, caratterizzata da una lunga memoria quindi qualsiasi valore assunto dalla varianza condizionale è in relazione con i valori assunti da essa stessa nel passato. La volatilità dei rendimenti è perciò autocorrelata.

Da ciò intuiamo che le serie storiche dei quadrati dei rendimenti sono indipendenti e che quindi abbiamo una relazione di tipo non lineare tra le osservazioni campionarie.

Possiamo quindi definire più precisamente la persistenza della volatilità considerando il valore atteso della varianza per k periodi futuri:

$$\sigma_{t+k|t}^2 = E_t (r_{t+k} - \mu_{t+k})^2$$

dove la previsione di volatilità dipende dall'insieme informativo a disposizione.

2.2.2 Processo Stocastico Stazionario

Un processo stocastico è una forma di rappresentazione di una grandezza che varia nel tempo in modo casuale e con certe caratteristiche. Facendo delle osservazioni di un processo si ottengono diverse realizzazioni dello stesso e osservandole ad un istante 't' otteniamo una variabile aleatoria X_t che comprende i diversi valori assunti dal processo in quell'istante. Questi valori avranno un valore atteso ed una deviazione standard.

Un processo stazionario è caratterizzato dal fatto che parametri come valore atteso (μ), varianza (σ) e covarianza (Cov) non dipendono dal tempo. Questo processo viene definito stazionario in covarianza o stazionario in senso debole.

2.2.3 Asimmetria

Le serie storiche dei rendimenti presentano un'asimmetria negativa, o asimmetria a sinistra, dovuta dal fatto che shock negativi influenzano maggiormente i rendimenti e hanno conseguenze maggiori rispetto a shock positivi.

Black (1976) ha dimostrato come i movimenti dei rendimenti e quelli della volatilità siano negativamente correlati; ciò implica che aumenti della volatilità e quindi dell'incertezza generino una riduzione dei rendimenti.

In termini pratici il verificarsi di eventi negativi influenza maggiormente il mercato, rispetto al verificarsi di eventi positivi, generando maggiore volatilità ed incertezza sullo stesso. Questo fenomeno viene definito come effetto leverage.

L'indice di asimmetria, noto anche come coefficiente di Fisher, viene definito come il rapporto tra il momento centrale terzo della distribuzione ed il cubo dello scarto quadratico medio, cioè:

$$\gamma_3 = \frac{E[X - E(X)]^3}{\sigma^3}$$

Possiamo quindi distinguere tre possibili scenari in base al valore che assume γ_3 :

- $\gamma_3 < 0$ (asimmetria a sinistra in figura II.1) in cui la probabilità totale è maggiore per valori di X maggiori del valore atteso e quindi abbiamo $E[X] \leq X_{0.5} \leq \text{moda}$.
- $\gamma_3 = 0$ (distribuzione normale in figura II.1) in cui la probabilità è simmetrica, quindi la probabilità che si ottiene per valori di X minori del valore atteso è uguale a quella per valori maggiori e viceversa. Quindi abbiamo che $\text{moda} = X_{0.5} = E[X]$.

- $\gamma_3 > 0$ (asimmetria a destra in figura II.1) in cui la probabilità totale è maggiore per valori di X maggiori del valore atteso e quindi abbiamo $\text{moda} \leq X_{0.5} \leq E[X]$

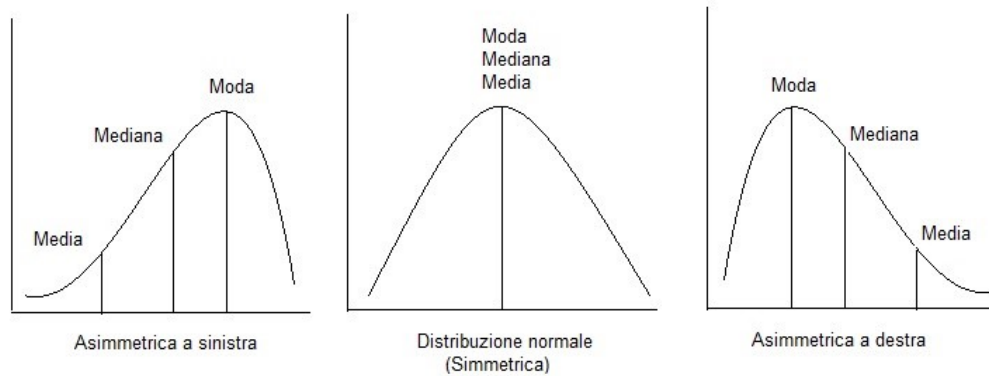


Figura II.1 - Asimmetrie

2.2.4 Leptocurtosi

La distribuzione normale non è appropriata a rappresentare l'aleatorietà dei rendimenti, in quanto tende a sottovalutare la probabilità attribuita ad eventi estremi. Mandelbrot (1963) afferma che le serie storiche dei rendimenti mostrano la peculiarità di avere distribuzioni leptocurtiche, cioè distribuzioni nelle quali la probabilità che si riscontra sulle code è maggiore di quella che si registra nella funzione di densità della variabile casuale normale, chiamata mesocurtica (si registra un eccesso di curtosi che si calcola γ_4-3). La presenza di leptocurtosi è compatibile con l'ipotesi di varianza dipendente dal tempo. Nella distribuzione

normale l'indice di curtosi è pari a tre mentre, in una distribuzione leptocurtica è maggiore di tre. L'indice di curtosi viene così formalizzato:

$$\gamma_4 = \frac{E[X-E(X)]^4}{\sigma^4}$$

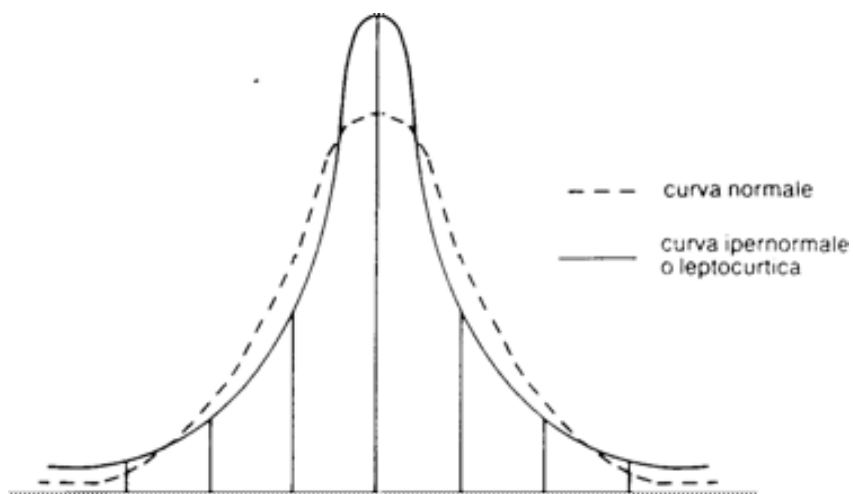


Figura II.2 – Distribuzione leptocurtica

2.2.5 Volatility Clustering

Un fenomeno in stretta relazione con la leptocurtosi è il volatility clustering.

Mandelbrot (1963) afferma: “Grandi cambiamenti tendono ad essere seguiti da grandi cambiamenti, mentre piccoli cambiamenti tendono ad essere seguiti da piccoli cambiamenti”.

Queste parole riflettono il concetto di Volatility Clustering (volatilità a grappoli) ovvero che nell'andamento delle serie storiche si registra l'alternanza di ampie e piccole oscillazioni intorno al loro valore medio.

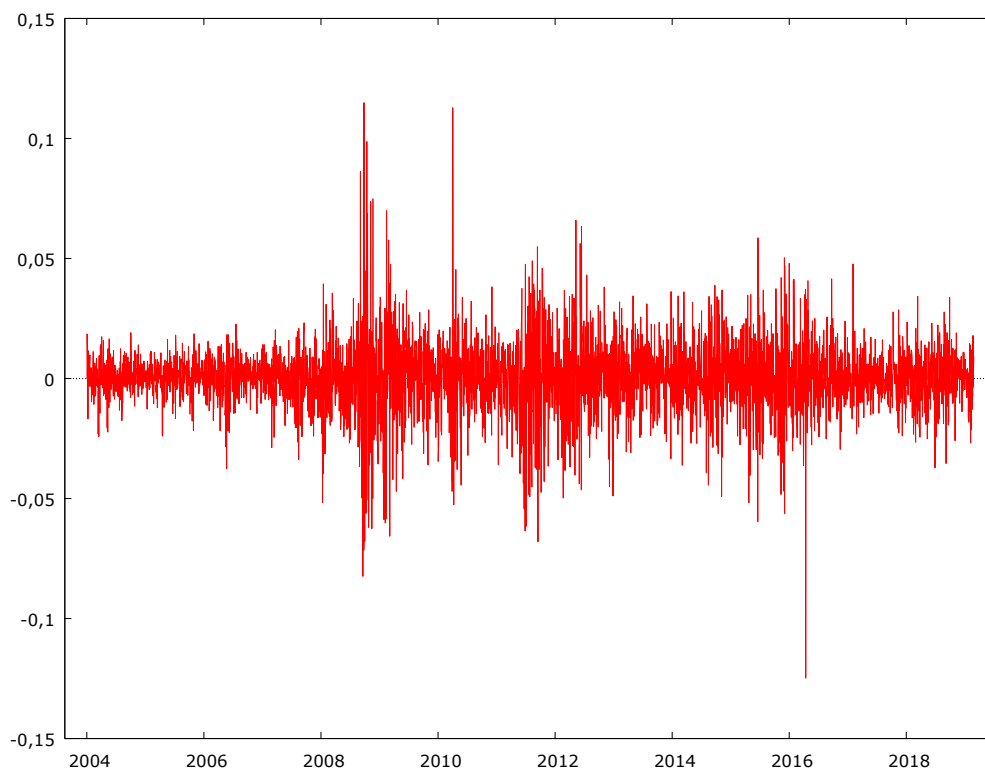


Figura II.3 – Serie storica del rendimento giornaliero dell'indice S&PMIB.

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 2004-01-01 - 2019-06-24
per la variabile rendimenti (3953 osservazioni valide)

Media	4,048e-005	Asimmetria	-0,07310
Mediana	0,0006000	Curtosi	6,129
Minimo	-0,1248	5° percentile	-0,02420
Massimo	0,1149	95° percentile	0,02253
Scarto quadratico medio	0,01491	Range interquartile	0,0141
Coeff. di variazione	368,3		

2.3 MODELLI UNIVARIATI DI TIPO ARCH (AUTO-REGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCHEDASTICITY)

I modelli univariati di tipo ARCH riescono a formalizzare una serie di processi non lineari, né in media né in varianza, capaci di spiegare il fenomeno della volatilità variabile.

Introduciamo dei concetti basilari e le proprietà di questi modelli.

Dato un set informativo $I_{t-1} = \{\varepsilon_{t-1}; \varepsilon_{t-2}; \dots; \varepsilon_{t-q}\}$ il termine d'errore di una regressione lineare segue un processo ARCH se sono verificate le seguenti condizioni:

- La media di ε_t condizionale al set informativo I_{t-1} è nulla per ogni t .

$$E(\varepsilon_t | I_{t-1}) = 0$$

Ciò implica anche che $E(\varepsilon_t) = 0$ e soprattutto che tale processo risulti serialmente incorrelato condizionatamente allo stesso set informativo, infatti:

$$\text{Cov}(\varepsilon_t \varepsilon_{t+k} | I_{t-h}) = 0$$

- La componente idiosincratca o innovazione ε_t è data dalla relazione:

$$\varepsilon_t = u_t h_t^{\frac{1}{2}}$$

dove $u_t \sim \text{i.i.d.}(0,1)$ è definito processo standardizzato. Dalla precedente espressione si accetta che ε_t^2 è un previsore corretto per la volatilità (h_t) in quanto:

$$h_t = E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) = \text{Var}(\varepsilon_t | I_{t-1})$$

Alla luce di ciò, la distribuzione condizionale dell'innovazione risulta essere:

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

Si può notare come la varianza condizionale è variabile nel tempo.

Quindi possiamo concludere che un modello di regressione lineare sui rendimenti y_t con innovazioni che seguono un modello di tipo ARCH si configura:

$$\begin{cases} y_t = x'_t b + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = u_t h_t^{1/2} \\ h_t = E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) \\ y_t | I_{t-1} \sim N(x'_t b, h_t) \end{cases}$$

Con questi processi riusciamo a mettere in relazione la volatilità condizionale ed il concetto di leptocurtosi (non condizionale). Indice di curtosi ≥ 3 :

$$\frac{E(\varepsilon_t^4)}{[E(\varepsilon_t^2)]^2} \geq 3$$

2.3.1 Modello GARCH (p,q)

La prima estensione del modello ARCH, introdotto da Bollerslev (1986), è stata il modello GARCH (Generalised ARCH).

Quest'ultimo permette di approssimare un ARCH di ordine molto più elevato, usando un numero limitato di parametri, come segue:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

con $\omega > 0$, $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$.

Nel modello GARCH (p, q), il valore passato della varianza condizionata (σ_{t-j}^2) riassume in sé le informazioni passate, e quindi spetta al valore dell'innovazione (ε_{t-i}^2), osservata nel periodo precedente, il compito di modificare la previsione attuale della varianza condizionata.

Esistono diversi tipi di modelli GARCH che permettono di catturare diverse caratteristiche dei mercati finanziari, alcuni esempi di questi modelli sono riportati all'interno del libro handbook of econometrics.

La distribuzione dei rendimenti sarà da noi analizzata attraverso la classe più semplice di questi modelli, un GARCH (1,1) così esplicitato:

$$h_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

2.3.2 Modello ARCH (q)

Il modello ARCH (q) fu introdotto da Engle (1982) e fu un primo importante tentativo di catturare le evidenze empiriche della distribuzione dei rendimenti.

Questo modello prevede un andamento della varianza del processo generatore dei dati di tipo autoregressivo. Un processo autoregressivo di ordine p che è dato dalla relazione:

$$Y_t = \delta + \varphi_1 Y_{t-1} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

È un processo stocastico $\{\varepsilon_t\}$ e specifica la varianza condizionale come una funzione lineare dei valori passati delle innovazioni:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

dove $\omega \geq 0$ e tutti gli $\alpha \geq 0$ rappresentano i parametri oggetto di stima e q rappresenta il numero di ritardi di ε_t^2 .

L'ARCH è perciò un processo a media nulla, varianza costante e varianza condizionale linearmente dipendente dai quadrati delle innovazioni ε_t^2 .

Comprende perfettamente l'effetto del Volatility Clustering in quanto è capace di catturare le oscillazioni delle serie storiche relative ai rendimenti dei titoli.

Il modello può essere riscritto come:

$$h_t = \omega + A(L)\varepsilon_t^2$$

dove $A(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots + \alpha_q L^q$ è il polinomio dell'operatore ritardo¹.

2.3.3 Stima ML nei modelli GARCH

Arrivati a questo punto non ci resta che definire il metodo di stima che andremo ad utilizzare e successivamente i test che andremo a condurre.

Per quanto riguarda la stima dei modelli fin qui attenzionati, il metodo solitamente più utilizzato è quello della massima verosimiglianza (ML).

¹ trasforma una sequenza (stocastica o non) x_t in un'altra sequenza che ha la caratteristica di avere gli stessi valori di x_t , ma traslati nel tempo.

Il problema che si deve affrontare è che, noti i dati, si vuole ottenere la stima dei parametri α, β raccolti nel vettore θ .

Il criterio per stimare θ afferma che l'evento che si è realizzato ha la massima probabilità di accadere e la stima di θ si ottiene massimizzando la funzione di verosimiglianza in funzione di θ , considerando fisse tutte le realizzazioni campionarie x_1 . Più precisamente possiamo dire che, estraendo un campione costituito da n variabili casuali X_i i.i.d. da una popolazione X con funzione di probabilità/densità $f(x, \theta)$, si costruisce la funzione di verosimiglianza che rappresenta la funzione di probabilità/densità del campione stesso: in quest'ambito si ipotizza che essa sia funzione del vettore dei parametri θ , mentre le realizzazioni campionarie x_i sono fisse. Analiticamente si ha perciò:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)$$

La funzione statistica $\hat{\theta} = t(x_1, x_2, \dots, x_n)$ è detta stimatore di massima verosimiglianza² se, in corrispondenza di ciascun campione estratto, assegna un valore al vettore θ che massimizza la funzione di verosimiglianza. Si ha perciò :

$$\max L(x, \theta) = L(x, \theta)$$

Ovviamente la stima di massima verosimiglianza è definita in questo modo:

$$\hat{\theta} = \arg \max L(x, \theta)$$

² In letteratura tale stimatore è noto anche come “stimatore MLE”, che deriva dall'inglese *Maximum Likelihood Estimator*.

Per poter calcolare più facilmente lo stimatore MLE si ricorre alla funzione log-verosimiglianza ottenuta attraverso l'applicazione del logaritmo naturale, quindi risulta:

$$\ell(x, \theta) = \ln L(x, \theta)$$

Dato che la funzione logaritmica è una trasformazione monotona crescente, con il passaggio alla log-verosimiglianza non si perdono le caratteristiche della funzione $L(x, \theta)$ in termini di crescita e decrescenza e soprattutto si ottiene una forma analitica più semplice da trattare.

2.3.4 Test statistici

È di fondamentale importanza, per stabilire l'applicabilità dei modelli ARCH ad una o più serie storiche, scegliere accuratamente i test statistici da porre in essere.

Bisogna assicurarsi che ci sia la presenza di eteroschedasticità condizionale.

Il Test ARCH introdotto da Engle (1982) è quello più utilizzato ed ha le seguenti ipotesi:

- abbiamo un modello di regressione lineare $y_t = x_t b + \varepsilon_t$ dove le x_t sono le variabili esogene.
- Le serie storiche hanno T osservazioni.
- La struttura delle ipotesi del test è così strutturata:

$$\begin{cases} H_0: \varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h) \\ H_1: \varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t) \end{cases}$$

Dalla struttura delle ipotesi risulta evidente come l'ipotesi nulla è costituita da omoschedasticità condizionale nelle serie storiche oggetto di studio, quindi i quadrati delle innovazioni si muovono casualmente. Nell'ipotesi alternativa siamo in presenza di eteroschedasticità condizionale e quindi ε_t^2 ha una dinamica che è legata ai suoi valori passati.

Il test ARCH si basa sulla regressione ausiliaria data dal prodotto $\varepsilon_t^2 = z_t' \alpha$ dove $\alpha' = [\alpha_0 \alpha_1 \dots \alpha_q]'$ e $z_t' = [1, \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 \dots \hat{\varepsilon}_{t-q}^2]$ dove le componenti del vettore z_t sono i residui calcolati attraverso il modello OLS di cui alla prima ipotesi; analiticamente esso si configura come un test in cui l'ipotesi nulla sia vera e cioè che valga la relazione $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$.

In formule, il test ARCH consiste in una statistica test LM data dal prodotto $T \cdot R^2$ dove R^2 rappresenta il coefficiente di una regressione ausiliaria dei quadrati dei residui OLS $\hat{\varepsilon}_t^2$ su una costante e su q suoi ritardi.

Questa statistica test presenta una distribuzione limite che è rappresentata da una variabile casuale chi-quadrato con q g.d.l., dove q è il numero di vincoli imposti in H_0 .

Si può asserire come i risultati ottenibili con l'ARCH(q) sono estendibili anche ai GARCH(p, q).

3 ANALISI EMPIRICA

Passiamo ora alla parte operativa del nostro lavoro in cui, attraverso il programma econometrico Gretl, specificheremo i dati, le variabili, la struttura del modello econometrico e infine trarremo le nostre conclusioni sui risultati ottenuti.

3.1 DATI

Nella nostra analisi utilizzeremo un dataset informativo che inizia da gennaio 2004. I dati delle quotazioni dell'indice S&PMIB sono stati raccolti con frequenza giornaliera a 5 giorni, dato che sono esclusi il sabato e la domenica a causa della chiusura dei mercati.

Analizzando i dati a nostra disposizione possiamo notare come l'indice dall'inizio del 2004 a circa metà del 2007 abbia avuto un trend fortemente rialzista (*bullish trend*), toccando nel maggio 2007 il suo massimo storico di 44364,00 punti. Il mese successivo segnò l'inizio della sua discesa ribassista (*bearish trend*), la quale durò fino al marzo 2009 e si concluse toccando i 12332,00 punti con una variazione di 32032,00 punti (-72%). Questa discesa ribassista è stata causata dalla grande crisi economica mondiale (scaturita dalla crisi del mercato immobiliare) che iniziò nel 2007 negli Stati Uniti. Questa crisi colpì in prima battuta l'economica americana per poi diffondersi velocemente in tutta l'economica globale.

Successivamente a Marzo 2009, in concomitanza con la ripresa dell'economia mondiale, l'indice ha avuto un periodo di risalita, ma non è più tornato, ed è rimasto assai distante, dai valori pre-crisi, toccando al massimo il valore dei 24558.46 punti.

Tabella III.1 - Peggiori sedute dell'indice S&PMIB.

GIORNO	PUNTI	VARIAZIONE IN PUNTI	VARIAZIONE %
6 ottobre 2008	23 776,00	-2 135,00	-8,24%
08 ottobre 2008	22 280,00	-1 342,00	-5,68%
10 ottobre 2008	20 309,00	-1 562,00	-7,14%
16 ottobre 2008	20 714,00	-1 507,00	-6,78%
11 novembre 2008	20 709,00	-1 368,00	-6,20%
1° dicembre 2008	18 736,00	-1 251,00	-6,26%
20 febbraio 2009	15 530,00	-971,00	-5,88%
2 marzo 2009	14 362,00	-920,00	-6,02%
5 marzo 2009	13 523,00	-840,00	-5,85%
30 marzo 2009	15 269,00	-1 074,00	-6,57%
10 agosto 2011	14 676,04	-1 045,41	-6,65%
18 agosto 2011	14 970,42	-980,33	-6,15%
1° novembre 2011	14 928,24	-1 089,49	-6,80%
24 agosto 2015	20 450,43	-1295,74	-5,96%
24 giugno 2016	15 723,81	-2 242,36	-12,48%

Per quanto riguarda la volatilità, possiamo notare che tra il 2007 ed il 2009 è stata elevata ed inoltre è opportuno concentrarsi anche su altri due picchi della volatilità

in corrispondenza del 10 Maggio 2010 e del 24 Giugno 2016. Nel primo caso troviamo un rendimento giornaliero del +11,28%, causato dalla decisione della commissione Ecofin (Consiglio Economia e Finanza) di creare di un fondo di 500 miliardi di euro, a cui si sommerebbero circa 200 miliardi dal Fondo Monetario Internazionale, per evitare che la crisi economica della Grecia si estendesse ad altri paesi adottanti l'Euro e per combattere le speculazioni che avevano fatto calare notevolmente il valore dell'Euro nelle settimane precedenti. Questa notizia aumentò notevolmente la fiducia degli investitori nei confronti dei mercati, il che portò ad un aumento generalizzato dei valori dei titoli.

Nel secondo caso andremo a concentrarci sulla data del referendum sulla Brexit che, al contrario, ha portato molta sfiducia e insicurezza sui mercati per quanto riguarda il futuro dell'economia Europea causando un rendimento giornaliero negativo del -12,48%.

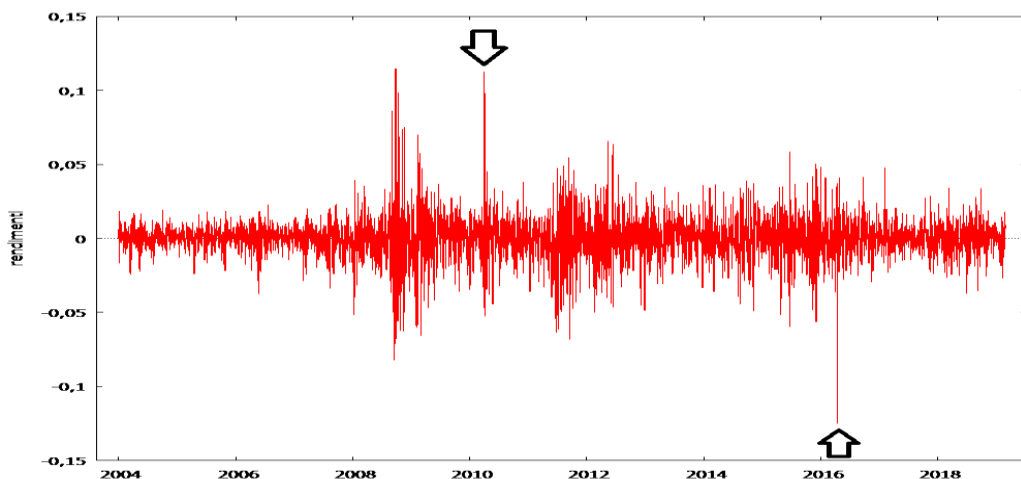


Figura III.1 – Serie storica del rendimento giornaliero dell'indice S&PMIB.

3.2 VARIABILI

Esplicitiamo ora le variabili utilizzate per la nostra stima. La nostra variabile d'interesse risulta essere il rendimento dello S&PMIB, indicata nel modello come “log_returns” e definita come la differenza logaritmica della serie dello S&PMIB secondo la formula:

$$\text{log_returns}=\text{ldiff}(x)$$

dove x è la serie dello S&PMIB.

Per completare il modello utilizzeremo tre variabili esplicative:

- “Log_returns_1”, ovvero la variabile dipendente ritardata di un periodo (t-1),
- Dummy_rederendum, che fa riferimento al 24 Giugno 2016, giorno in cui si è avuto l'esito del referendum sulla Brexit,
- Dummy_Ecofin, associata al 10 Maggio 2010, quando il Consiglio economia e Finanza decretò la creazione del fondo per limitare la diffusione in Europa dei danni causati dalla crisi greca.

3.3 STIMA

A questo punto, una volta definiti i dati e le variabili, non ci resta che inserirli nel nostro modello per ottenere la stima. Utilizzeremo, come già detto in precedenza, un modello GARCH(p,q) con p e q pari a 1, dove q rappresenta il ritardo dei reidui al quadrato e p il ritardo della varianza condizionata.

L'output fornito dalla stima è il seguente:

Valutazioni della funzione: 105
Valutazioni del gradiente: 26

Modello 4: GARCH, usando le osservazioni 2004-04-05:2019-05-27 (T = 3951)
Variabile dipendente: log_returns
Errori standard basati sull'Hessiana

	coefficiente	errore std.	z	p-value	
const	0,000410940	0,000163189	2,518	0,0118	**
dummy_referend~	-0,132199	0,0226252	-5,843	5,13e-09	***
dummy_Ecofin	0,105035	0,0269725	3,894	9,85e-05	***
log_returns_1	-0,0418834	0,0166457	-2,516	0,0119	**
alpha(0)	1,17899e-06	3,12099e-07	3,778	0,0002	***
alpha(1)	0,0779902	0,00824982	9,454	3,27e-021	***
beta(1)	0,918699	0,00828559	110,9	0,0000	***
Media var. dipendente	-0,000075	SQM var. dipendente	0,014929		
Log-verosimiglianza	11770,87	Criterio di Akaike	-23525,75		
Criterio di Schwarz	-23475,49	Hannan-Quinn	-23507,92		

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 0,000356112
Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:
Chi-quadro(2) = 1395,22 [1,07659e-303]

Dalla nostra stima si evince che log_returns, dummy_referendum, dummy_Ecofin, alpha(0), alpha(1), beta(1) sono coefficienti significativi quindi c'è una dinamica nella varianza condizionale. Il test in coda alla stima lo conferma in quanto rifiuta energeticamente l'ipotesi nulla $H_0: \alpha + \beta = 0$.

Possiamo notare come le due dummy siano le variabili “trainanti” del nostro modello in quanto presentano i coefficienti più elevati in valore assoluto pari a $-0,132199$ per `dummy_referendum` e $0,105035$ per `dummy_Ecofin`. Concentrandoci sui segni dei coefficienti osserviamo come la dummy del referendum abbia una relazione inversa con il rendimento dell’indice S&PMIB mentre la dummy Ecofin abbia una relazione positiva con lo stesso.

Subito dopo, per importanza, troviamo la variabile `Log_returns_1` la quale, con un valore del $-0,0418834$, ci indica la previsione del rendimento al tempo t basandosi sul rendimento ottenuto al tempo $t-1$. Questo però deroga la legge dei mercati efficienti in quanto prevede che non sia possibile fare speculazione attraverso il valore passato dei rendimenti .

Dalla stima emerge anche che i nostri coefficienti “ $\alpha(0)$ ”, “ $\alpha(1)$ ” e “ $\beta(1)$ ” sono dei significativi previsori della varianza non condizionata ed inoltre rispettano anche la condizione di non negatività della varianza e cioè “ $\alpha(0)$ ” > 0 ; “ $\alpha(1)$ ” ≥ 0 ; “ $\beta(1)$ ” ≥ 0 e la condizione di stazionarietà “ $\alpha(1)$ +” $\beta(1)$ ” < 1 .

3.4 TEST

Una volta stimato il modello e tratto le considerazioni sui coefficienti possiamo asserire la bontà del nostro modello.

Ora non ci resta che condurre due test statistici che possano confermarci i fatti empiri stilizzati trattati nel secondo capitolo.

Il primo test condotto è il test per la normalità dei residui standardizzati ($u_i = \frac{\hat{\varepsilon}_i}{\hat{h}_i}$) il quale ci conferma la distribuzione leptocurtica degli stessi dato che si rifiuta energicamente l'ipotesi nulla $H_0: \varepsilon_i^2 \sim N(0,1)$ e cioè che l'errore si distribuisca in modo normale. Inoltre, dal grafico riportato di seguito, si nota come le code siano iù "spesse" rispetto ad una distribuzione normale.

Test per la normalità dei residui -
Ipotesi nulla: L'errore è distribuito normalmente
Statistica test: Chi-quadro(2) = 1223,38
con p-value = 2,21629e-266

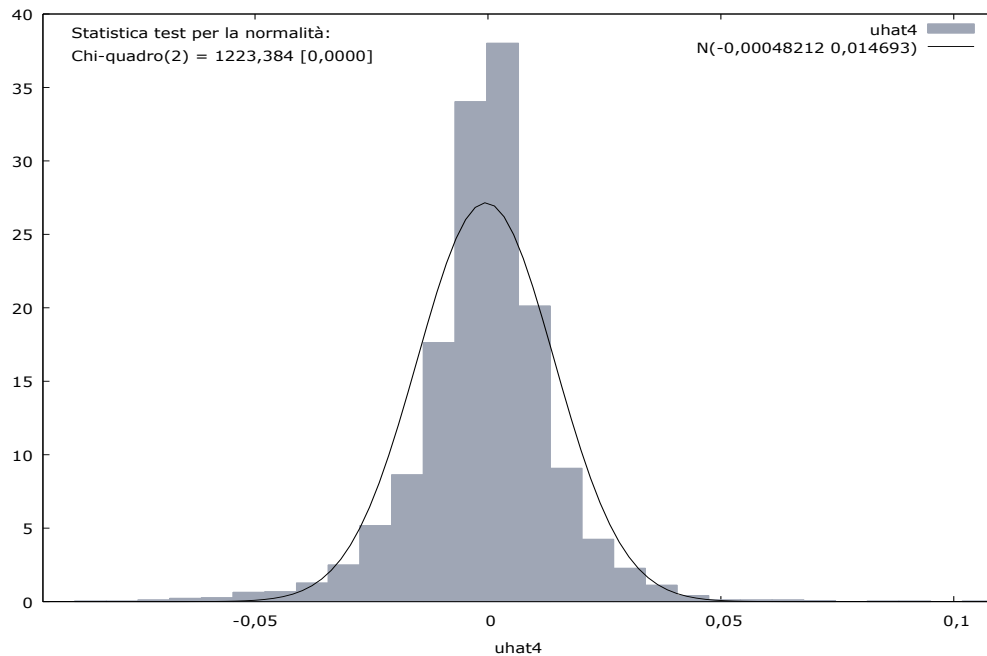


Figura III.2 – Grafico test normalità sui residui standardizzati.

Il secondo test condotto è il test per valutare la presenza di effetti di tipo ARCH. Questo test ha come obiettivo quello di confermare la presenza di eteroschedasticità condizionale, la quale è condizione fondamentale per il nostro modello. Il test, definito nel paragrafo 2.3.4, ci fornisce un risultato ottimo dato che con un p-value prossimo allo zero rifiuta l'ipotesi nulla $H_0: \varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h)$ e si va a confermare la presenza di eteroschedasticità condizionale. La statistica del test è la normale statistica *chi quadrato* con q g.d.l.

Test per ARCH di ordine 5

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
alpha(0)	7,65863e-05	9,33013e-06	8,208	3,00e-016 ***
alpha(1)	0,0808395	0,0156632	5,161	2,58e-07 ***
alpha(2)	0,105122	0,0156455	6,719	2,09e-011 ***
alpha(3)	0,182503	0,0154639	11,80	1,29e-031 ***
alpha(4)	0,0934606	0,0156457	5,974	2,53e-09 ***
alpha(5)	0,182647	0,0156635	11,66	6,48e-031 ***

Ipotesi nulla: non sono presenti effetti ARCH
 Statistica test: LM = 664,678
 con p-value = P(Chi-quadro(5) > 664,678) = 2,12644e-141

Analizziamo ora due grafici molto importanti, quello della varianza stimata (\hat{h}_t) e quello dei residui standardizzati (u_t).

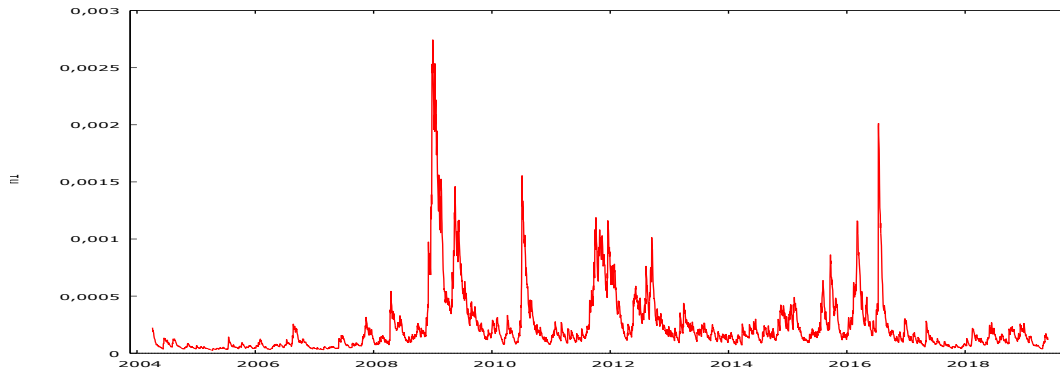


Figura III.3- Grafico varianza stimata del modello (\hat{h}_t).

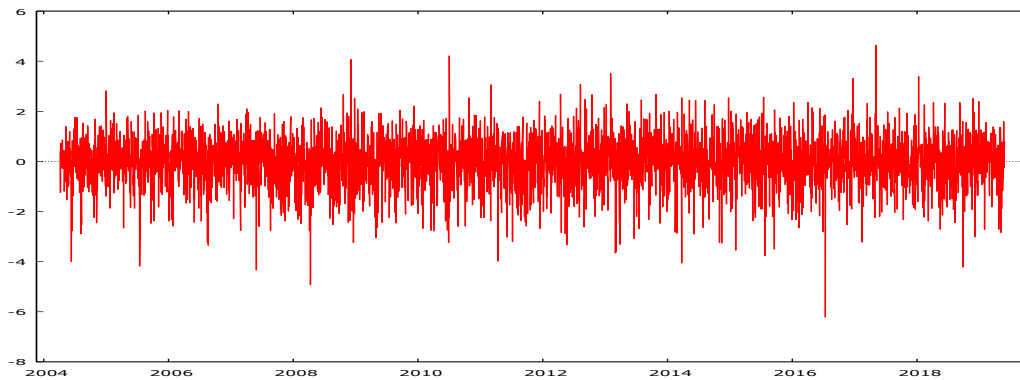


Figura III.4- Grafico serie storica dei residui standardizzati.

Possiamo notare come alti valori della varianza corrispondano con alti picchi di volatilità quindi, in relazione ai tre periodi analizzati nel paragrafo precedente, possiamo notare come delle importanti notizie che arrivano sul mercato generino fiducia o sfiducia causando forti oscillazioni dei prezzi e relativi aumenti o diminuzioni dei rendimenti.

4. CONCLUSIONI

Questo lavoro aveva l'obiettivo di creare un modello econometrico per studiare l'andamento dell'indice azionario S&PMIB in modo, da poterne interpretare l'evoluzione e i fatti economici che ne influenzano il comportamento.

Abbiamo visto come lo S&PMIB sia molto sensibile alle informazioni esterne di carattere economico che portano insicurezza o, al contrario, sicurezza sui mercati, causando disinvestimenti nel primo caso ed investimenti nel secondo.

Naturalmente l'indice è molto influenzato delle notizie provenienti sia dalla zona Euro (2010 e 2016), sia dal resto del mondo come nel caso della crisi del 2008.

Inoltre, possiamo asserire che sui mercati gioca un ruolo fondamentale la volatilità che dà agli investitori la percezione del rischio su un determinato titolo, la quale influenza enormemente la determinazione del prezzo dello stesso, generando grossi rendimenti o, al contrario, grosse perdite per gli investitori.

BIBLIOGRAFIA

FAMA, EUGENE F., (1970), "*Efficient Capital Markets: A Review of the Theory and Empirical Work*", *Journal of Finance*, 25, 383-417.

FAMA, EUGENE F., (1998), "*Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance*", *Journal of Financial Economics*, 49, 283-306.

PALOMBA, G., (2015) *Elementi di statistica per l'econometria, CLUA; 3 edizione, 50-51.*

PALOMBA, G., (2004). *Modelli Arch*

<http://utenti.dises.univpm.it/palomba/Mat/GARCHModels.pdf>

LUCCHETTI, J., *Metodo Della Massima Verosimiglianza*

<http://www2.econ.univpm.it/servizi/hpp/lucchetti/didattica/matvario/MLLN.pdf>

CAVALLARO, M., *Indice VIX, Volatilità, Modelli e Analisi Empirica*

http://www.performancetrading.it/Documents/McTS/000_Index.htm