



**UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE
FACOLTÀ DI ECONOMIA “GIORGIO FUÀ”**

Corso di Laurea Magistrale in
Scienze Economiche e Finanziarie – Curriculum in Analista Finanziario

**LA CURVA DI PHILLIPS DELL'EUROZONA: UNA
STIMA SEMI PARAMETRICA TIME VARYING**

**THE EUROZONE PHILLIPS CURVE: A TIME
VARYING SEMI PARAMETRIC ESTIMATION**

Relatore

Dott. Federico Giri

Correlatore

Dott. Francesco Valentini

Tesi di Laurea di

Matteo Capriotti

Anno Accademico 2021 – 2022

RINGRAZIAMENTI

Ringrazio sinceramente tutti coloro che mi hanno guidato in questo percorso con suggerimenti e osservazioni preziose, ma ovviamente a me spetta la responsabilità di ogni errore contenuto in questa tesi.

Desidero ringraziare il mio Relatore, il Professor Federico Giri che è stato per me una guida paziente, pronto a dirimere in me ogni incertezza.

Un sentito grazie al Professor Francesco Valentini per il suo costante sostegno e per avermi trasmesso un giusto metodo di lavoro.

Grazie ai miei genitori e a tutta la mia famiglia.

SOMMARIO

INDICE DELLE FIGURE E DEI GRAFICI	6
INDICE DELLE TABELLE	6
INTRODUZIONE	7

CAPITOLO PRIMO: LA CURVA DI PHILLIPS NEW KEYNESIANA

1.1. INTRODUZIONE AL CAPITOLO 1	10
1.2. LE ORIGINI DELLA CURVA DI PHILLIPS	11
1.3. LA CURVA NEW KEYNESIANA	15
1.3.1. Rigidità nominali: il modello di Calvo	17
1.3.2. Impostazione del prezzo ottimo nel modello NK	19
1.3.3. Dinamica dei prezzi aggregati nel modello NK	20
1.4. INFLAZIONE PERSISTENTE: IL MODELLO HYBRID	24
1.4.1. Basi teoriche della Hybrid New Keynesian Phillips Curve	25
1.4.2. Evidenze della persistenza intrinseca nell'Area Euro	27
1.5. LE CRITICHE E L'INCERTEZZA NELLA STIMA	29
1.5.1. Output gap e correlazione negativa	29
1.5.2. Inconsistenza dello stimatore 2SLS nella stima della NKPC	30
1.5.3. Incertezza di stima e problema di identificazione debole	33
NOTE CAPITOLO 1	36

CAPITOLO SECONDO: LA MINOR RISPOSTA DELL'INFLAZIONE ALLE VARIAZIONI DEL CICLO

2.1. INTRODUZIONE AL CAPITOLO 2	37
2.2. RIDUZIONE DELLA PENDENZA DELLA CURVA DI PHILLIPS	38
2.3. IL RUOLO DELLA POLITICA MONETARIA	43
2.3.1. Shock della domanda	43
2.3.2. Shock d'offerta e politica ottimale	48
2.3.3. Stima regionale della NKPC	53
2.3.4. Ancoraggio delle aspettative	61
NOTE CAPITOLO 2	71

CAPITOLO TERZO: LA CURVA DI PHILLIPS DELL'EUROZONA: STIMA SEMI-PARAMETRICA

3.1. INTRODUZIONE AL CAPITOLO 3	72
3.2. MODELLO TIME VARYING CON VARIABILI STRUMENTALI.....	73
3.2.1. <i>Il modello semi parametrico con parametri variabili nel tempo</i>	74
3.2.2. <i>TV Hausman test</i>	76
3.2.3. <i>TV Sargan test</i>	78
3.3. RISULTATI DELLA STIMA	80
3.3.1. <i>I risultati del modello IV con parametri costanti nel tempo</i>	80
3.3.2. <i>I risultati del modello TV-IV</i>	84
3.4. CONCLUSIONI	91
NOTE CAPITOLO 3	94
CONCLUSIONI FINALI	95
RIFERIMENTI	98
SITOGRAFIA	99
APPENDICE	100

INDICE DELLE FIGURE E DEI GRAFICI

Figura 1.1.	“Limite di probabilità teorico di $\hat{\kappa}_T^{2SLS}$ per diversi gradi di persistenza dello <i>shock</i> u_t .”	31
Figura 1.2.	“Punti di stima (λ, γ_f) per le molteplici combinazioni di specifiche.”	33
Figura 2.1.	“Coefficiente di slope λ (al quadrato) variabile nel tempo per le economie avanzate.”	40
Figura 2.2.	“La PC nella zona euro e il suo progressivo appiattimento.”	41
Figura 2.3.	“Risposta delle variabili reali e nominali ad uno <i>shock</i> del mercato del credito.”	48
Figura 2.4.	“Risposta dei coefficienti e momenti dell’inflazione e dell’ <i>output gap</i> al variare del parametro di <i>policy</i> .”	69
Figura 3.1.	“Stime dei parametri del modello TV-IV per il 1983:m1-2019:m4 (Belgio, Francia, Italia).”	85
Figura 3.2.	“Stime dei parametri del modello TV-IV per il 1983:m1-2019:m4 (Lussemburgo, Olanda, Germania).”	86
Figura 3.3.	“Stime dei parametri del modello TV-IV per il 1986:m4-2019:m4 (Spagna, Finlandia).”	87

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1.1.	“Stima del coefficiente γ_b nel modello <i>hybrid</i> .”	28
Tabella 1.2.	“Principali statistiche per le combinazioni di stima.”	34
Tabella 2.1.	“Stime per la PC dell’Eurozona per gli anni 1991:q1-2019:q4 (dati trimestrali).”	41
Tabella 2.2.	“Regressione OLS dell’inflazione sull’ <i>output gap</i> US (dati simulati).”	52
Tabella 2.3.	“Regressione OLS della curva regionale degli Stati Uniti 1990-2017 (dati trimestrali).”	55
Tabella 2.4.	“Regressione curva regionale degli Stati Uniti 1978-2018 (dati trimestrali).”	59
Tabella 2.5.	“Momenti dell’inflazione CPI <i>core</i> USA (dati trimestrali).”	62
Tabella 3.1.	“Variabili strumentali utilizzate nel modello di stima IV costante e TV-IV.”	82
Tabella 3.2.	“Stime dei parametri con metodo di stima IV per il 1983:01-2019:12.”	83

INTRODUZIONE

Dalla pubblicazione dell'articolo originale di [Phillips \(1958\)](#) sono trascorsi più di 60 anni. Inizialmente, numerosi studi e ricerche hanno cercato di spiegare il compromesso di Phillips ([Friedman, 1968](#), [Phelps, 1968](#), [Samuelson e Solow, 1960](#)). La teoria macroeconomica vedeva l'inflazione come conseguenza di eccessi di domanda aggregata e presenza di rigidità nominali nel meccanismo prezzi-salari. Gli economisti d'ispirazione keynesiana rimasero spiazzati di fronte alla stagflazione degli anni '70, così che nacque l'esigenza di trovare una solida microfondazione per le rigidità nominali nel contesto delle aspettative razionali.

Il modello base *New Keynesian* (NK) è un modello con una struttura dinamica, microfondato, basato sulle rigidità nominali. La *New Keynesian Phillips Curve* (NKPC) rappresenta una delle equazioni fondamentali di questo modello. Risulta sostanzialmente diversa dalla curva tradizionale dato che l'inflazione viene descritta come un processo puramente lungimirante. La politica monetaria ritiene importante comprendere e prevedere la dinamica inflazionistica e la NKPC rappresenta un punto di contatto tra accademia e istituzioni politiche.

Nonostante il suo successo teorico, la NKPC registra scarsi risultati empirici ([Gordon, 2011](#), [Gali e Gertler, 1999](#), [Mavroeidis et al., 2014](#), [Abbas et al., 2016](#)); in particolare, desta attenzione il coefficiente di *slope* della curva (indicato in letteratura con la greca κ): tra gli anni '80 e metà degli anni '90 la sensibilità dell'inflazione alle variazioni del ciclo economico si è ridotta e ad oggi potrebbe

non essere più statisticamente significativa. Le stime della NKPC in forma ridotta restituiscono spesso un coefficiente di *slope* non significativo o prossimo allo zero assoluto. In una recente review [Mavroeidis et al. \(2014\)](#) mostra che la stima della NKPC in forma ridotta è estremamente sensibile alla scelta delle specifiche; scegliendo il *labour share* come *forcing variable*, le stime del coefficiente restituiscono il segno positivo al 52% sul totale delle simulazioni e solo il 10% di queste risulta statisticamente significativo.

Il recente episodio del *twin-puzzle* ha sorpreso nuovamente la macroeconomia. L'inflazione non risponde più alle variazioni del ciclo rispetto al passato e la curva di Phillips appare ormai piatta. Numerosi studi si sono concentrati sul fenomeno dell'appiattimento della curva di Phillips. Una parte della letteratura ritiene che l'appiattimento sia determinato principalmente dall'influenza che la politica monetaria induce nello stabilizzare l'inflazione. Le stime della NKPC in forma ridotta non riescono a recuperare il valore del coefficiente strutturale per un problema di identificazione, come evidenziato da [McLeay e Tenreyro \(2019\)](#).

Un altro filone della letteratura pensa invece che l'appiattimento sia determinato dall'ancoraggio delle aspettative dell'inflazione a lungo termine, un processo che secondo gli economisti si è consolidato tra il 1998 e il 2000 ([Ball e Mazumder, 2019](#), [Hazell et al., 2019](#)). L'ancoraggio delle aspettative potrebbe spiegare il fenomeno recente della minor pendenza della curva accelerazionista e di una curva originale più ripida.

Nel Capitolo 3 si stima la curva di Phillips per le economie avanzate dell'Eurozona nel periodo 1983-2019. Il metodo di stima è quello *time varying* con l'utilizzo di *instrumental variables* utilizzato in [Giraitis et al. \(2021\)](#). Questo metodo potrebbe risolvere il problema di endogeneità delle variabili esplicative. Si trova che la persistenza intrinseca dell'inflazione pesa poco nella dinamica dell'inflazione. L'inflazione è insensibile alle variazioni del ciclo economico, tranne che per due paesi importanti dell'Unione, la Francia e l'Italia.

CAPITOLO PRIMO

LA CURVA DI PHILLIPS NEW KEYNESIANA

1.1. INTRODUZIONE AL CAPITOLO 1

In questo primo capitolo viene presentata l'equazione della *New Keynesian Phillips Curve* nel contesto di aspettative razionali.

La curva nacque da una semplice ricerca empirica, quando l'economista [Phillips \(1958\)](#) svolse un'analisi econometrica sulla relazione tra salari nominali e livello di disoccupazione del Regno Unito. La Sezione 1.2 ripercorre brevemente i punti salienti della storia della curva *backward-looking* nel contesto di aspettative adattive. La macroeconomia definì inadeguati i modelli a informazione limitata, accettando teorie innovative basate sulla microfondazione.

Nella Sezione 1.3 si deriva l'equazione NKPC facendo riferimento al celebre libro di [Gali \(2008\)](#), assumendo valide le ipotesi del modello *staggered price* di [Calvo \(1983\)](#).

La Sezione 1.4 presenta una semplice versione ibrida della NKPC. La versione ibrida permette di comprendere se l'inflazione sia un processo retrospettivo e persistente o prevalentemente lungimirante nell'ipotesi di aspettative razionali. La stima della NKPC in forma ridotta presenta delle criticità

e potrebbe non restituire i veri valori strutturali. Si analizzano questi problemi nella Sezione 1.5.

1.2. LE ORIGINI DELLA CURVA DI PHILLIPS

Nel 1958 apparve sulla rivista *Economica*, edita dalla *London School of Economics*, un articolo intitolato “*The relationship between unemployment and the rate of change of money wages in the UK 1861-1957*” scritto dall’economista neozelandese Alban William Phillips. Nell’articolo fu colta una relazione solida e stabile tra il tasso di disoccupazione e il tasso di crescita dei salari nella Gran Bretagna tra il 1861 e il 1957. Il contributo di Phillips suscitò notevole interesse in ambiente macroeconomico; l’economista riuscì a identificare un *trade-off* (1861-1913) adattando ai dati una linea di regressione sintetizzata da una funzione iperbolica:

$$w_t = -0,90 + 9,64 U_t^{-1,39}, \quad (1)$$

con w_t tasso di crescita del salario nominale e U_t tasso di disoccupazione.

Nell’articolo si legge che l’inflazione è approssimata come differenza tra tasso di crescita dei salari nominali e tasso di crescita di lungo termine della produttività, ragion per cui gli economisti [Samuelson e Solow \(1960\)](#) riadattarono questa relazione nei termini di inflazione-disoccupazione, sostenendo l’esistenza di una correlazione significativa per l’economia statunitense. Si diffuse l’idea che era possibile fissare un *policy menù* di breve termine, ossia la possibilità per la politica

monetaria di scegliere una combinazione di inflazione-disoccupazione in relazione al *set* di combinazioni osservato nell'economia. Samuelson e Solow sostennero che questa relazione poteva mutare la sua forma nel medio-lungo periodo; come era accaduto negli anni '40-'60 del Novecento, infatti, la curva poteva spostarsi verso l'alto o verso il basso nello spazio (U_t, w_t) a seguito di cambiamenti nella politica. Nacque per la prima volta il termine “*Phillips's Curve*” (d'ora in avanti PC), che ancora oggi rappresenta una colonna portante del *framework* teorico macroeconomico.

Gli studi econometrici degli anni '60 tennero in considerazione le aspettative, ma non la possibile accelerazione dell'inflazione. L'economista [Friedman \(1968\)](#) introdusse le aspettative accelerate presentando una versione diversa della PC, detta “aumentata”. Le aspettative accelerative prevedono che il livello di inflazione cresca nel periodo successivo al tasso di inflazione dei periodi passati. I lavori di Friedman si unirono ai contributi dell'economista [Phelps \(1968\)](#). L'introduzione delle aspettative adattive e l'ipotesi di un tasso naturale di disoccupazione (*Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment* – NAIRU) fornirono una chiara distinzione tra PC di breve e di lungo termine. La PC monetarista di breve termine incorpora le aspettative ed è espressa come:

$$\pi_t = \pi_t^e + (\mu + z) - \alpha u_t, \quad (2)$$

dove π_t rappresenta il tasso di inflazione, u_t il livello del tasso di disoccupazione, π_t^e il tasso di inflazione attesa, μ e z rispettivamente una misura del *mark up* e

l'insieme dei fattori che impattano sul prezzo/salario, con α coefficiente positivo. Ipotizzando aspettative adattive ($\pi_t^e = \pi_{t-1}$) ed evidenziando il tasso di variazione dell'inflazione, si ottiene la PC modificata per le aspettative:

$$\pi_t - \pi_t^e = \alpha u_n - \alpha u_t, \quad (3)$$

con $u_n = \frac{\mu+z}{\alpha}$.

Il termine u_n indica il tasso di disoccupazione naturale NAIRU. Quest'ultima versione modificata della curva mette in luce le dinamiche inflazionistiche di medio-lungo periodo. Secondo la teoria del tasso naturale, quindi, la curva di lungo termine assume tratti verticali; qualsiasi variazione dal livello NAIRU determina una variazione temporanea del tasso di inflazione.

Nel corso degli anni '70 le ipotesi di Friedman e Phelps si avverarono, ovvero la correlazione poteva essere positiva in determinati periodi ed erano necessari alti livelli di disoccupazione per mantenere l'inflazione a livelli stabili. La teoria del tasso naturale di disoccupazione prese vigore in quanto fu capace di spiegare nel medio termine gli effetti di un'economia "ad alta pressione", cioè un'economia caratterizzata da un livello di disoccupazione costantemente molto basso (negli anni '70 fissato al di sotto del tasso di disoccupazione statunitense del 4%), la quale poteva provocare posti vacanti in aumento e costi di assunzione permanentemente più alti (Okun, 1973, p. 227). L'aumento dei salari nominali e conseguentemente delle aspettative adattive dell'inflazione potevano portare a

progressivi spostamenti della PC verso destra nel piano (U_t, w_t) . Fu quindi chiarita l'incapacità della banca centrale di stabilizzare il tasso di disoccupazione nel medio-lungo periodo, se non altrimenti innescando continue ondate inflazionistiche.¹

Ispirato dai contributi di stampo monetarista, [Lucas \(1973\)](#) elaborò dei modelli simili, ma perfezionati nelle aspettative razionali. Nel modello di Lucas il livello medio generale dei prezzi è condizionato alle informazioni disponibili ai fornitori al tempo t -esimo. L'informazione dipende da due fattori: la distribuzione passata del livello dei prezzi, quindi il valore medio di questa distribuzione e secondariamente la deviazione del prezzo attuale dal suo valore medio. I risultati del modello sembrano confermare l'esistenza di un tasso naturale: i paesi con maggior varianza della domanda come Argentina e Paraguay registrano un peggior compromesso di Phillips, nel senso che le variazioni dell'*output* nominale producono scarso effetto sull'*output* ciclico (reale), ma notevole aumento del livello generale dei prezzi.

A fine degli anni '70 i modelli incentrati sulle barriere informative di Friedman-Phelps-Lucas vennero ampiamente criticati, per lo più nell'assunzione di informazione imperfetta e incapacità degli agenti di discernere tra movimenti dei prezzi relativi e movimenti dei prezzi aggregati, quest'ultimi guidati da cambiamenti dell'equilibrio del mercato monetario. In una *review* sulla storia dell'evoluzione della PC, l'economista [Gordon \(2011, p. 18\)](#) definisce la teoria

monetarista come inadeguata nel descrivere i cicli economici, i quali potevano durare al massimo un mese, dato che gli agenti potevano essere informati mensilmente circa il livello generale dei prezzi. Con il fallimento dei modelli monetaristi nacque la volontà e l'esigenza di sviluppare nuove teorie capaci di descrivere in modo soddisfacente la dinamica inflazionistica e le fasi del ciclo.

L'anno 1975 è considerato da Gordon come anno di nascita e di biforcazione tra due teorie diverse: la teoria *Mainstream* contrapposta alla teoria NK. La teoria *Mainstream* fa affidamento sulla "vecchia" curva *backward-looking*, cioè sul concetto di inerzia dell'inflazione e neutralità di lungo periodo. Tra le evoluzioni più recenti di questo filone della letteratura suscita interesse il modello triangolare di Gordon, risalente al 1982 e poi successivamente perfezionato.

L'altra strada fu intrapresa dagli economisti di stampo neokeynesiano che, al termine degli anni '70, iniziarono a studiare l'economia attraverso modelli microfondati, dando vita a una PC *forward-looking* basata su aspettative razionali, le quali rispondono ai cambiamenti della politica monetaria e fiscale. Oggi, la teoria NK rappresenta il *framework* macroeconomico di riferimento.

1.3. LA CURVA NEW KEYNESIANA

La nuova curva di Phillips Keynesiana (*New Keynesian Phillips Curve* - NKPC) rappresenta un pilastro nei modelli strutturali NK dinamici stocastici, cioè basati su

una struttura *Dynamic Stochastic General Equilibrium* (DSGE). Nel contesto NK, l'equilibrio generale si ottiene da un processo stocastico comune a tutte le variabili endogene dell'economia, le quali rispondono alle decisioni intertemporali degli agenti che hanno obiettivi ottimali e determinati vincoli da rispettare.

I modelli NK implementano i modelli classici *Real Business Cycle* (RBC), perfezionandoli congruentemente al contesto macroeconomico moderno. In particolare, si introducono tre importanti assunzioni:

- concorrenza monopolistica: le imprese producono beni differenziati tra loro e quindi detengono potere di mercato. Il loro obiettivo riguarda la massimizzazione dei profitti attesi futuri scontati.
- Rigidità nominali: ci possono essere delle frizioni nella determinazione dei prezzi e dei salari che dunque risultano vischiosi. Le imprese sono soggette, dunque, a dei vincoli nella fissazione del prezzo. Tutti quei modelli che considerano i vincoli di prezzo dipendenti dal tempo sono detti *time-dependent*, tra i quali risulta ampiamente utilizzato nella letteratura NKPC il modello *staggered price* (a prezzi scaglionati) di [Calvo \(1983\)](#).
- Non neutralità di breve periodo della politica monetaria: le rigidità nominali producono variazioni non direttamente proporzionali tra tassi nominali e inflazione attesa, così da determinare cambiamenti del tasso di interesse reale.

Nell'ambito dei modelli NK, la dinamica dell'inflazione è posta in relazione con una misura dello *slack* economico, ossia una misura del sottoutilizzo della capacità produttiva del sistema economico e quindi del rallentamento dell'economia. Il modello NK viene trattato compiutamente nei libri di testo, tra cui il celebre libro di [Gali \(2008\)](#). Questo elaborato è centrato sull'equazione NKPC, senza considerare le equazioni di un sistema strutturale completo o gli effetti che politica monetaria produce nell'economia.

Nei paragrafi successivi si deriva l'equazione base della NKPC in economia chiusa sulla base del modello a prezzi scaglionati di Calvo.

1.3.1. Rigidità nominali: modello di Calvo

Il modello di Calvo si fonda su rigidità dei prezzi in un contesto di imprese ottimizzanti. Si consideri un *continuum* di imprese, cioè un grande numero di imprese tra loro identiche, assumendo che siano un punto nell'intervallo $[0,1]$, facendone il totale uguale all'unità. Ogni impresa deve minimizzare la funzione di perdita attesa del profitto che è la seguente:

$$L(p_t^*) = \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t (p_t^* - j_{t+k}^*)^2 \quad \text{con } 0 < \beta < 1, \quad (4)$$

dove così come d'ora in poi per il capitolo uno le lettere minuscole indicano i logaritmi, j_{t+k}^* è il prezzo ottimale che verrebbe fissato dall'impresa nel periodo $t+k$ in condizioni di assenza di frizioni, p_t^* è il prezzo di reset dell'impresa al tempo

t-esimo, θ è la quota di imprese che non resettano il loro prezzo al tempo t e $(\theta\beta)^k$ è il fattore di sconto.

Poiché l'impresa può rimanere bloccata al prezzo p_t per qualche periodo essa perderà profitto, dato che non sarà in grado di impostare un prezzo ottimale. Viene imposto il parametro del tasso di sconto intertemporale $0 < \beta < 1$ proprio perché l'impresa attribuisce un peso minore alle perdite future rispetto a quelle odierne. Il fattore di sconto è $(\theta\beta)^k$ perché l'impresa considera solamente le perdite future attese con il prezzo fissato p_t , cioè quando non riesce a resettare il prezzo in maniera ottimale.

La soluzione ottimale per l'impresa si ottiene dalle condizioni del primo ordine ([Appendice A.I](#)) ed è la seguente:

$$p_t^* = (1 - \theta\beta) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t j_{t+k}^* \quad ; \quad (5)$$

il prezzo di reset ottimale è una media ponderata dei prezzi che si sarebbe aspettata di fissare in futuro se non ci fosse stata rigidità nominale. Il parametro $\theta \in (0,1)$ assume il significato di indice di rigidità e il tempo medio entro il quale il prezzo si mantiene fisso è $\frac{1}{1-\theta}$.²

1.3.2. Impostazione del prezzo ottimo nel modello NK

In un ambiente di concorrenza monopolistica le imprese affrontano il problema della definizione del prezzo ottimo di reset. Nel modello NK microfondato il problema di ottimizzazione dinamica è così formulato:

$$\max_{p_t^*} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t [Q_{t,t+k} \cdot (P_t^* \cdot Y_{it+k|t} - TC_{it+k|t}^n(Y_{it+k|t}))] \right\}, \quad (6.a)$$

$$Y_{it+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} \cdot C_{t+k}, \quad (6.b)$$

con (i) che rappresenta l'impresa i -esima, θ^k è la probabilità che il prezzo possa rimanere bloccato per k periodi, Y è l'*output*, $TC_{it+k|t}^n(Y_{it+k|t})$ è la funzione di costo totale nel periodo $t+k$ condizionatamente all'*output* (l'apice n indica una quantità nominale, l'apice r indica la quantità reale), $Q_{t,t+k}$ è il fattore di sconto del *payoff* nominale ricavato dalla condizione di Eulero, in quanto dipende dai consumi delle famiglie.

Il vincolo dato dall'Equazione (6.b) fissa l'*output* corrispondente alla domanda di mercato delle famiglie, dove ε rappresenta l'elasticità di sostituzione tra beni differenti. Le famiglie massimizzano il consumo e le imprese prendono questa quantità come data.

Assumendo che la funzione di costo sia rappresentata dal costo marginale nominale $[TC_{it+k|t}^n(Y_{it+k|t}) = MC_{t,t+k|t}^n]$, dalle condizioni del primo ordine descritte nell'[Appendice A.II](#) si ottiene il prezzo ottimo nominale:

$$P_t^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \beta^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{t+k}^\varepsilon}{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \beta^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{t+k}^{\varepsilon-1}} \cdot MC_{t,t+k|t}^r, \quad (7)$$

dove σ rappresenta l'elasticità di sostituzione intertemporale nel consumo. Le imprese fissano il prezzo sulla base di una media ponderata dei costi marginali attuali e futuri, con i pesi corrispondenti alla probabilità che il prezzo rimanga fisso ad ogni orizzonte k -esimo. Ciò vuol dire che quando i prezzi sono flessibili ($\theta \rightarrow 0$) il prezzo ottimo può essere interpretato come un *mark-up* fisso sul costo marginale corrente.

1.3.3. Dinamica dei prezzi aggregati nel modello NK

L'inflazione deriva dal fatto che alcune imprese riottimizzano i prezzi, i quali poi differiranno dal prezzo medio dell'economia riferito al periodo precedente. In condizioni di equilibrio, per ogni periodo t -esimo, il livello dei prezzi aggregati attuale P_t corrisponde al livello dei prezzi del periodo precedente P_{t-1} . Indicando con Π_t il rapporto tra queste due grandezze, in condizioni di equilibrio vale $\Pi_t = \Pi = 1$.

Nelle assunzioni di prezzi scaglionati di Calvo, un sottoinsieme di imprese $S \in [0,1]$ non riesce a resettare il prezzo; quindi, il livello dei prezzi aggregati è calcolato come:

$$P_t = \left(\int_{S(t)}^1 P_{it-1}^{1-\varepsilon} di + (1-\theta)P_t^{*1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}. \quad (8)$$

Il rapporto Π_t da una misura dell'inflazione aggregata nell'economia.

Dall'Equazione (8) deriva che l'inflazione aggregata è definita:

$$\Pi_t^{1-\varepsilon} = \theta + (1 - \theta) \left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}} \right)^{1-\varepsilon}, \quad (9)$$

dove $(1 - \theta)$ rappresenta la quota di imprese che resettano il prezzo al periodo t .

In un quadro di agenti ottimizzanti, la condizione di equilibrio del mercato dei beni è data dall'incontro tra domanda e il prodotto ($C_t = Y_t$). La condizione di equilibrio del mercato incide sulla quantità di forza lavoro di equilibrio. Le imprese hanno a disposizione il medesimo livello di tecnologia e la funzione di produzione è del tipo Cobb-Douglas. Sotto queste condizioni, la forza lavoro in *steady-state* è la seguente (con α che è l'elasticità dell'*output* al fattore lavoro):

$$n_t = (y_t - \alpha_t) \cdot \frac{1}{1-\alpha}. \quad (10)$$

L'equilibrio generale dell'economia appena descritto ci consente di stabilire il prezzo ottimo e il livello di inflazione aggregata nel punto di stato stazionario. Le equazioni del sistema NK possono essere approssimate al primo ordine in termini logaritmici. Così, le equazioni del prezzo ottimo e dell'inflazione aggregata possono essere log-linearizzate nel punto di stato stazionario. È possibile dimostrare con dei passaggi algebrici che le Equazioni (7) e (9) diventano rispettivamente:³

$$p_t^* = (1 - \theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot [mc_{t,t+k|t}^r - mc^r + p_{t+k}], \quad (11)$$

$$\pi_t = (1 - \theta)(p_t^* - p_{t-1}). \quad (12)$$

Dalle condizioni di equilibrio di mercato del lavoro è possibile quantificare il costo marginale reale medio di equilibrio. Lo sviluppo al primo ordine del costo marginale reale restituisce ([Appendice A.IV](#)):

$$mc_{t+k|t}^r = mc_{t+k}^r - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(p_t^* - p_{t+k}). \quad (13)$$

Avendo già definito il prezzo ottimo delle imprese nell'Equazione (11), sottraendo per p_{t-1} e inserendo le Equazioni (12-13) nell'Equazione (11), l'inflazione aggregata in condizioni di equilibrio può essere espressa nella forma ([Appendice A.5](#)):

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta} \cdot \Omega \widehat{mc}_t^r, \quad (14)$$

con $\Omega = \frac{1-\alpha}{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon} \leq 1$.

L'equazione (14) rappresenta la forma base della NKPC e descrive la dinamica dell'inflazione. L'inflazione è guidata da un processo *forward-looking*, determinato dalle aspettative sull'inflazione futura e una misura dello *slack* economico, piuttosto che dall'inflazione passata. L'inflazione è strettamente decrescente alla vischiosità dei prezzi, all'elasticità di sostituzione e ai rendimenti dei fattori.

Dal punto di vista della politica monetaria questo comporta l'incapacità di sfruttare il noto compromesso di Phillips, al contrario superarlo, contenendo notevolmente i costi della disinflazione. La gestione delle aspettative e la credibilità

degli annunci di politica monetaria sono quindi oggi considerati degli strumenti di gestione in mano alle banche centrali.

Ad oggi, la contabilità nazionale non fornisce una misura del costo marginale. Per questo motivo, le stime econometriche della NKPC implementano una *proxy* per quantificare il costo marginale reale. Tra le più utilizzate vi sono il *labour-share* (compensi da lavoro/output), l'*output gap* (la deviazione dell'*output* dal suo sentiero di crescita in assenza di frizioni) o il *gap* di disoccupazione. Indicando con \hat{x}_t la variabile *proxy* e aggiungendo un termine di errore, l'Equazione (14) può essere scritta come:

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \lambda \hat{x}_t + u_t , \quad (15)$$

con $\lambda = \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta} \cdot \Omega$.

Il termine di errore u_t include gli effetti che gli *shock* d'offerta producono sull'inflazione, come ad esempio l'aumento del prezzo delle materie prime energetiche, del cibo o effetti sul *mark-up*. Il coefficiente λ è inteso come l'elasticità dell'inflazione al ciclo economico ed è a sua volta funzione di parametri strutturali profondi. Questo viene comunemente indicato come coefficiente di pendenza della NKPC.

1.4. INFLAZIONE PERSISTENTE: IL MODELLO HYBRID

Come visto, la NKPC è puramente *forward-looking*. I valori passati dell'inflazione, infatti, non sono variabili endogene del modello. Alcune ricerche hanno evidenziato però una persistenza intrinseca dell'inflazione, cioè la tendenza dell'inflazione a dipendere da valori del passato. Anche se le rigidità nominali sono forti, la sensibilità dell'inflazione alle variazioni dei costi marginali sarà ridotta, ma questo non giustifica che l'inflazione possa dipendere dai suoi valori passati.

Il termine generale di persistenza è indicato da [Marques \(2004, p. 7\)](#) come “velocità con la quale l'inflazione converge all'equilibrio dopo uno *shock*”. Le stime della persistenza vengono solitamente generate con modelli autoregressivi che producono sfortunatamente incertezza, che deriva da diversi metodi econometrici, diversi periodi di campionamento o diverse misure d'inflazione. Questi modelli univariati non consentono però di sviscerare ulteriormente la persistenza nelle sue fonti, cioè i fattori base che ne determinano il lento aggiustamento. Si riconoscono, infatti, tre principali fattori di persistenza: la persistenza estrinseca, la persistenza delle aspettative e la persistenza intrinseca. I primi due tipi di persistenza possono essere sintetizzati dai coefficienti di un modello base NKPC. Rispetto al modello base, la versione *hybrid* incorpora anche il tipo di persistenza intrinseca e apre alla possibilità che gli agenti guardino al passato.

1.4.1. Basi teoriche della New Hybrid Keynesian Phillips Curve

La curva di Phillips con aspettative adattive mette in evidenza la persistenza dell'inflazione. Dal punto di vista teorico, accettare l'esistenza di un comportamento inerziale dei prezzi ha notevoli implicazioni sui costi di un processo disinflazionistico, cioè la riduzione dell'inflazione viene perseguita inevitabilmente con un rallentamento dell'economia. Il modello di Calvo incorpora un elemento di inerzia, dato che i prezzi sono vischiosi, ma questa inerzia non si trasferisce all'inflazione, che dipende dai valori attuali futuri dello *slack* economico. Questo si osserva chiaramente risolvendo in maniera ricorsiva l'Equazione (14) che diventa:⁴

$$\pi_t = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \widehat{mc}_{t+k}^r; \quad (16)$$

ne deriva che l'inflazione dipende dal valore scontato atteso futuro della variabile \widehat{mc}^r . Non c'è nessuna influenza endogena dell'inflazione. Come suggerisce [Ascari \(2009, p. 38\)](#) supponendo che l'*output gap* segua un processo AR(1) esogeno, l'autocorrelazione dell'inflazione dipende esclusivamente dall'autocorrelazione del processo esogeno del *gap* ed è questa la principale critica della NKPC.⁵

[Gali e Gertler \(1999\)](#) pensarono di risolvere il problema della persistenza modificando il modello di Calvo con una soluzione *ad hoc*. In Gali e Gertler, la probabilità che le imprese resettino il prezzo à la Calvo è $(1 - \omega)$ e quindi cercheranno di ottimizzare prevedendo il sentiero dei costi marginali futuri; queste sono le imprese chiamate *forward-looking*, mentre la frazione ω utilizza la storia recente dell'inflazione adottando una regola euristica adattiva (*rule of thumb*).

Questo principio prevede che il prezzo fissato dalle imprese *backward-looking* p_t^b è dato dal prezzo di reset ottimale del periodo precedente corretto per l'inflazione ritardata di un periodo, proprio con lo scopo di prevedere l'inflazione attuale:

$$p_t^b = p_{t-1}^* + \pi_{t-1}, \quad (17)$$

$$p_t^* = (1 - \omega)p_t^f + \omega p_t^b. \quad (18)$$

L'Equazione (17) incorpora le informazioni sul futuro, infatti, p_{t-1}^* viene parzialmente deciso dai fissatori di prezzo che hanno aspettative *forward looking*. Questo naturalmente vale se la frazione *backward* risulti essere di piccole dimensioni.

Il prezzo ottimo di reset dato dall'Equazione (18) è dunque una combinazione lineare convessa [$\omega \in (0,1)$] tra p_t^b e il prezzo ottimo fissato dalle imprese *forward looking* p_t^f . Quest'ultimo assume le stesse caratteristiche dell'Equazione (11) del modello di Calvo, cioè scegliendo un *mark-up* desiderato “ μ ” sopra una media ponderata dei costi marginali nominali attuali e previsti.

L'inflazione aggregata log-linearizzata nel punto di stato stazionario è data da:

$$\pi_t = \frac{1-\theta}{\theta} [(p_t^f - p_t) \cdot (1 - \omega) + \omega \cdot (p_t^b - p_t)] \quad . \quad (19)$$

Ricavando i termini $(p_t^f - p_t)$ e $(p_t^b - p_t)$ e sostituendoli nell'Equazione (19) è possibile riscrivere l'inflazione nella sua forma compatta (per i dettagli si veda [Appendice B](#)):

$$\pi_t = \gamma_f E_t \pi_{t+1} + \gamma_b \pi_{t-1} + \tilde{\lambda} \widehat{mc}_t^r \quad , \quad (20)$$

con:

$$\tilde{\lambda} = \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)(1-\omega)}{\theta+\omega[1-\theta(1-\beta)]} \Omega \quad ,$$

$$\gamma_f = \frac{\theta\beta}{\theta+\omega[1-\theta(1-\beta)]} \quad ,$$

$$\gamma_b = \frac{\omega}{\theta+\omega[1-\theta(1-\beta)]} \quad .$$

L'equazione (20) è definita *Hybrid New Keynesian Phillips Curve* – HNKPC. Nel caso limite, quando il grado di *backwardness* è nullo ($\omega = 0$) il modello ibrido converge al modello base. All'aumentare delle rigidità nominali, *ceteris paribus*, diminuisce la sensibilità dell'inflazione alla variazione del costo marginale reale. In assenza di frizioni ($\theta = 0$) il tasso di variazione dell'inflazione dipende dalla variazione del costo marginale reale moltiplicata per il rapporto tra imprese *forward* e *backward*:

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \frac{1-\omega}{\omega} \widehat{mc}_t^r .$$

1.4.2. Evidenze della persistenza intrinseca nell'Area Euro

Come evidenziato da Altissimo et al. (2006) tanto maggiore sarà la persistenza intrinseca dell'inflazione e tanto maggiore sarà il tempo di assorbimento di uno *shock* di natura *cost-push*. L'indicizzazione dei prezzi *backward-looking* aumenta la persistenza intrinseca dell'inflazione.

Le evidenze empiriche sulla persistenza intrinseca dell'inflazione suggeriscono un grado moderato per l'Area Euro. La Tabella 1.1 mostra le stime

del coefficiente γ_b del modello *hybrid* sulla base degli studi più celebri. Tutti i modelli presi in considerazione tengono conto di aspettative razionali e periodi di campionamento simili.

Tabella 1.1: stima del coefficiente γ_b nel modello *hybrid*.

Country	Angeloni & Ehrmann	Benigno & Lopez-Salido	Gali, Gertler & Lopez-Salido	Jondeau & Le Bihan	McAdam & Willman	Paloviita	Rumler	Sondergaard
Belgium							0.46	
Germany		0.09; 0.04		0.15; 0.57			0.43	
Greece							0.42	
Spain		0.50					0.45	0.10
France		0.30; 0.31		0.35; 0.74			0.40	0.28
Ireland								
Italy		0.52; 0.55		0.52; 0.41			0.67	0.37
Luxembourg								
The Netherlands		0.37; 0.35					0.30	
Austria							0.54	
Portugal								
Finland							0.45	
Euro Area	0.46		0.04; 0.27	0.26; 0.26	0.22; 0.40	0.44; 0.64	0.49; 0.72	

Nota: Angeloni e Ehrmann (2004): 1998:I-2003:II. Benigno and Lopez-Salido (2002): 1970:I-1997:I. Gali, Gertler and Lopez-Salido (2001): 1970:I-1998:II. Jondeau and Le Bihan (2005): 1970:I-1999:IV. McAdam and Willman (2004): 1970:I-1997:IV. Paloviita (2004): 1977-2003. Rumler (2005): 1970:I-1998:IV. Sondergaard (2004): 1979:II-2001:III. Due parametri per paese se gli studi offrivano risultati alternativi.

Fonte: Altissimo et al. (2006, Tabella 3.3, pag. 17)

Quello che emerge è chiaramente un grado di persistenza moderato nell'Area Euro, infatti, il coefficiente supera difficilmente la misura di $\frac{1}{2}$. Queste stime si riferiscono agli anni 1970-2000, con differenze di qualche anno tra i vari studi. Il processo di convergenza dell'inflazione, assieme all'allineamento delle politiche monetarie degli stati membri hanno favorito l'ancoraggio delle aspettative e la credibilità del pubblico agli annunci espliciti sugli obiettivi d'inflazione. È probabile quindi che la trasparenza sulle politiche delle banche centrali assuma un ruolo cruciale nella determinazione della persistenza intrinseca.

1.5. LE CRITICHE E L'INCERTEZZA NELLA STIMA

In questo paragrafo si considerano le principali critiche e incertezze relative alla stima in forma ridotta della NKPC e della sua versione ibrida.

1.5.1. Output gap e correlazione negativa

Come già visto nella [Sezione 1.3.3](#) è possibile esprimere il delta del costo marginale reale come misura dell'attività economica e creare un nesso tra costo marginale reale e l'*output gap*. Dalla condizione di equilibrio del mercato dei beni-lavoro e dalla *labour supply* si può ottenere una misura del delta in funzione dell'*output gap*:

$$\widehat{mc}_t^r = \frac{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}{(1-\alpha)}(y_t - y_t^n), \quad (21)$$

dove σ rappresenta sempre l'elasticità di sostituzione intertemporale nel consumo, φ l'elasticità di sostituzione intertemporale del lavoro e y_t^n è il livello dell'*output* naturale in equilibrio. La NKPC con l'*output gap* come *forcing variable* diventa:

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \kappa \hat{y}_t + u_t, \quad (22)$$

con $\kappa = \frac{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}{(1-\alpha)} \cdot \lambda \cdot \Omega$.

Considerando l'Equazione (22) ritardata di un periodo, con $\beta \approx 1$ si nota che \hat{y}_t dovrebbe essere negativamente correlato con l'inflazione futura e positivamente con l'inflazione passata. Infatti, l'inflazione dipende dai valori attuali futuri di \hat{y}_t e in questo senso dovrebbe essere un indicatore guida dell'*output gap*. Come noto dai dati, l'utilizzo del GDP detrendizzato comporta l'esatto contrario.⁶

Tralasciando per un momento l'evidenza empirica, questa relazione è difficile da sostenere anche da un punto di vista teorico. Come suggerisce [Ascari \(2009, p. 39\)](#), date le aspettative razionali, l'errore può essere visto come uno sbaglio di previsione $\varepsilon_{t+1} = (\pi_{t+1} - E\pi_{t+1})$, perciò nel periodo successivo con $\beta \approx 1$ la differenza di inflazione diviene:

$$\pi_{t+1} - \pi_t \approx -\kappa \hat{y}_t + \varepsilon_{t+1} \quad .$$

Ne consegue implicitamente che l'aumento dell'*output gap* al periodo t dovrebbe determinare una riduzione dell'inflazione futura.

1.5.2. Inconsistenza dello stimatore 2SLS nella stima della NKPC

Il metodo di stima più utilizzato nella letteratura NKPC è il metodo *Generalized Method of Moments* (GMM). La NKPC è un'equazione lineare e in questo caso lo stimatore GMM coincide con lo stimatore *Two Stage Least Squares* (2SLS). [Kuester et al. \(2007\)](#) riescono a dimostrare che lo stimatore 2SLS del coefficiente κ risulta essere inconsistente.

Formalmente, considerando le aspettative di tipo razionale, la misura dell'errore al tempo $t+1$ è semplicemente $\varepsilon_{t+1}^{RE} = \beta E_t \pi_{t+1} - \beta \pi_{t+1}$. Si riporta nuovamente l'Equazione (22) della NKPC log-linearizzata nel punto di stato stazionario (con un cambio di notazione $\hat{y}_t = l_t$ e $\tilde{u}_t = \kappa u_t$):

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa l_t + \tilde{u}_t,$$

che può essere riscritta con $y_t = \pi_t - \beta \pi_{t+1}$ nel modo seguente:

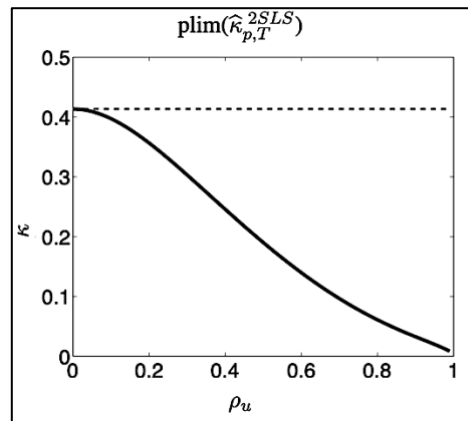
$$y_t = \epsilon_{t+1}^{RE} + \kappa l_t + \tilde{u}_t .$$

Quando si utilizza un vettore di strumenti $z_t = (\pi_{t-1}, l_{t-1})'$ Kuester et al. (2007) dimostrano che lo stimatore GMM-2SLS è inconsistente se gli strumenti utilizzati risultano essere non esogeni, ogni qual volta che il termine di errore presenta correlazione seriale. Il limite di probabilità dello stimatore $\hat{\kappa}_T^{2SLS}$ è così definito (Appendice C):

$$\hat{\kappa}_T^{2SLS} \rightarrow^p \kappa + Q^{-1} \bar{\delta}' p_u \kappa E[(\pi_{t-1}, l_{t-1})' u_{t-1}],$$

con $\bar{\delta}'$ che è il limite in probabilità dello stimatore del primo stadio $\hat{\delta}_T$, Q^{-1} è il prodotto vettoriale tra il vettore stimato del primo stadio per il vettore dei valori osservati. Quando gli strumenti non sono esogeni $E[(\pi_{t-1}, l_{t-1})' u_{t-1}] \neq 0$ ed è presente una persistenza dell'errore ($p_u \neq 0$), la stima risulta inconsistente.

Figura 1.1: limite di probabilità teorico di $\hat{\kappa}_T^{2SLS}$ per diversi gradi di persistenza dello shock u_t .



Nota: la deviazione standard dello shock cost-push viene mantenuta fissa mentre viene fatta variare la persistenza. La linea tratteggiata indica il vero valore della popolazione di κ .
Fonte: Kuester et al. (2007, Figura 1, pag. 12).

La Figura 1.1 mostra l'evoluzione del limite di probabilità teorico di $\hat{\kappa}_T^{2SLS}$ al variare della persistenza dell'errore in relazione al vero valore della popolazione κ .

All'aumentare della correlazione seriale p_u il limite di probabilità teorico scende gradualmente fino al valore zero.

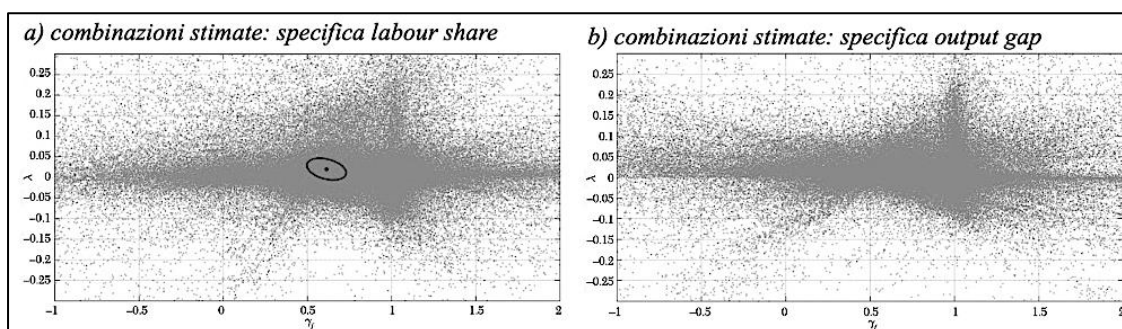
Sotto il profilo economico, considerando un modello NK completamente specificato, *ceteris paribus* facendo variare esclusivamente il parametro della persistenza dello *shock cost-push*, dato che una realizzazione negativa di u_t produce una compensazione positiva di l_t nel modello, necessariamente anche l_t è persistente e sarà tanto più persistente al crescere della persistenza di u_t . Così, valori elevati e persistenti di l_t che sono più alti rispetto alla media sono accompagnati da valori più bassi e persistenti dello *shock*; conseguentemente alti valori di *output gap* non produrranno forti spinte inflazionistiche come nel caso di assenza di correlazione seriale dello *shock*.

Il problema dell'inconsistenza delle stime GMM porta inevitabilmente a pensare che la curva si sia appiattita e la relazione di Phillips sia ormai estinta. Test econometrici diagnostici potrebbero rivelare il problema. [Kuester et al. \(2007\)](#) affermano che il test di sovraidentificazione delle restrizioni sui momenti o detto test J possa riuscire a identificare le violazioni alle condizioni sui momenti, che potrebbero essere invalide a seguito della correlazione seriale dello *shock*. Una descrizione del test J sarà presentata successivamente nel Capitolo 3.

1.5.3. Incertezza di stima e problema di identificazione debole

Mavroeidis et al. (2014) stimano un modello NKPC ibrido per gli USA e considerano i periodi 1971:1998 e 1971:2012 secondo le specifiche di Galì e Gertler, utilizzando le stesse variabili strumentali utilizzate in Galì et al. (2001). Il metodo di stima utilizzato è GMM-2SLS. Per la stima dell'inflazione attesa presunta endogena viene utilizzato il metodo *Instrumental Variables* (IV), sotto l'assunzione di aspettative razionali. Oltre a questa stima gli economisti prendono in esame il periodo 1971:2008 e producono altre stime attraverso combinazioni di specifiche ampiamente utilizzate in letteratura come, ad esempio, metodi alternativi di stima dell'inflazione attesa (Var o sondaggi dei previsori professionisti), restringendo il campione, l'utilizzo di GMM – 2SLS o CUE, oppure utilizzando delle restrizioni di parametro.⁷

Figura 1.2: punti di stima (λ, γ_f) per le molteplici combinazioni di specifiche.



Nota: Nel riquadro (a) è riportata in neretto la stima puntuale di Galì e Gertler e l'elisse di confidenza Wald.

Fonte: Mavroeidis et al. (2014, Figure 4-5, pag. 156-157).

Il risultato di queste combinazioni ha prodotto più di 600.000 stime. La riproduzione delle stime nello spazio (λ, γ_f) contribuisce a dare un'impressione

visiva dell'incertezza della stima della NKPC. La Figura 1.2 contiene i diagrammi a nuvola delle combinazioni di stima per la variabile *labour share* e *output gap*; il riquadro (a) della Figura 1.2 mostra anche la specifica di Galí e Gertler del modello *hybrid* per gli anni 1971:1998 ed i risultati della stima sono:

$$\pi_t = 0,041 + 0,615 E_t \pi_{t+1} + 0,034 \pi_{t-1} + 0,026 \widehat{mc}_t^r$$

(0,030) (0,057) (0,058) (0,013)

La Tabella 1.2 riporta le principali statistiche delle stime effettuate. Nonostante le incertezze della stima si può concludere che il valore mediano delle *forcing variables* è circa zero con una dispersione moderata. Il valore mediano della persistenza delle aspettative è di circa $\frac{3}{4}$ con una dispersione rilevante.

Tabella 1.2: principali statistiche per le combinazioni di stima.

	<i>Labour share</i>		<i>Output gap</i>	
	λ	γ_f	λ	γ_f
Mediana	0,004	0,753	0,004	0,76
5° percentile	-0,068	-0,648	-	-0,771
95° percentile	0,135	1,814	0,070	1,831
Frazione entrambe positive	0,52		0,50	
...di cui significative (5% confidenza)	0,10		0,17	
...di cui $\gamma_f > 0,5$	0,08		0,15	
Mediana F. HAR	63,7	3,07	166,4	4,15

Fonte: Mavroeidis et al (2014, Tabella 5, pag. 157).

I parametri risultano entrambi positivi per circa il 50% delle stime, ma di queste solamente il 10,2% e 17,9% sono significative ad un livello di confidenza del 5%, rispettivamente per il *labour share* e l'*output gap*. Quest'ultimo dato sembra quindi non confermare che utilizzando la specifica dell'*output gap* come *forcing variable* si producano con maggiore frequenza stime di segno negativo.

Sia la forma pura della curva che la variante ibrida contengono il termine di aspettativa sull'inflazione. Questa variabile è presunta endogena, cioè la covarianza tra l'errore e questa variabile è diversa da zero. L'approccio comunemente utilizzato per affrontare l'endogeneità è il metodo *Instrumental Variables*, cioè si sostituiscono le aspettative nell'Equazione (15) con la realizzazione π_{t+1} , così che diventa:

$$\pi_t = \beta\pi_{t+1} + \lambda\hat{x}_t + \tilde{u}_t,$$

con $\tilde{u}_t = u_t - \beta[\pi_{t+1} - E_t\{\pi_{t+1}\}]$.

L'errore include anche l'errore di previsione dell'inflazione. Denotando con $\vartheta(\lambda\beta)$ la matrice dei parametri, la funzione dell'errore è $h(\vartheta) = \pi_t - \beta\pi_{t+1} - \lambda\hat{x}_t$. Si suppone che Z_t sia un vettore di strumenti validi tali che $E[Z_t h(\vartheta)] = 0$.

Si parla di problema di identificazione debole quando gli strumenti sono scarsamente correlati con il regressore endogeno. Se questo accade, ciò comporta che la distribuzione degli stimatori avrà scarsa approssimazione asintotica ad una normale. Gli stimatori basati su IV possono quindi essere distorti.

Un test robusto all'eteroschedasticità e autocorrelazione seriale per la verifica di strumenti deboli è il test F-HAR, il cui risultato è riportato nell'ultima riga della Tabella 1.2. La statistica F per la variabile inflazione attesa è relativamente bassa rispetto al valore critico di 10, sia per le stime con la variabile *labour share*, sia per l'*output gap*. Si conclude quindi che potrebbe essere difficile prevedere i cambiamenti dell'inflazione. Quando la politica monetaria risulta essere efficace,

cioè capace di ancorare le aspettative a breve termine, l'inflazione attesa non varia e l'effetto sull'inflazione effettiva risulta non identificato.

NOTE CAPITOLO 1

¹. L'articolo di Friedman "The role of monetary policy-1968" chiarisce cosa non può fare la politica monetaria nel lungo periodo. Per la prima volta viene introdotto il concetto di tasso naturale e tasso di mercato. In "Money Wage dynamics and labour market" (Phelps 1968) si sostiene che una disoccupazione al di sotto del livello naturale causerebbe una sottovalutazione dell'inflazione o salari e quindi aspettative continuamente da rivedere al rialzo.

². L'indice è pari ad una media ponderata dei periodi, le probabilità che i prezzi rimangano invariati per $k - 1$ periodi e poi modificati per k periodi fungono da pesi: $(1 - \theta) \sum_{k=0}^{\infty} k \theta^{k-1} = \frac{1}{1-\theta}$.

³. La log linearizzazione del prezzo ottimo è trattata nell'Appendice A.II. Il termine $-mc = \mu$ è il *mark-up* desiderato dall'impresa.

⁴. Svolgendo in maniera ricorsiva (es. per 4 periodi) l'equazione (15) diventa:

$$\pi_t = \beta\{\beta[\beta(\beta E(\pi_{t+4}) + \lambda E\hat{x}_{t+4}) + \lambda E\hat{x}_{t+3}) + \lambda E\hat{x}_{t+2}] + \lambda E\hat{x}_{t+1}\} + \lambda \hat{x}_t.$$

⁵. Supponendo che l'*output gap* segua un processo AR(1) del tipo $\hat{Y}_t = \rho \hat{Y}_{t-1} + \varepsilon_t$ con l'inflazione definita come $\pi_t = A Y_t$ dove A rappresenta l'incognita. Quindi sia: $\pi_t = A(\rho \hat{Y}_{t-1} + \varepsilon_t) = (\rho \pi_{t-1} + A \varepsilon_t)$. Sostituendo l'*output gap* nella NKPC (15) si ottiene $A = \frac{\lambda}{1-\beta\rho}$. Va da sé che l'inflazione dipende esclusivamente dall'autocorrelazione del processo esogeno dell'*output gap*.

⁶. In Galí e Gertler (1999) per l'economia statunitense si ottiene: $\pi_t = 0,081 \hat{y}_{t-1} + \pi_{t-1} + \varepsilon_t$. La NKPC ibrida ritardata di un periodo diventa: $\pi_t \approx -\kappa \hat{y}_{t-1} + \pi_{t-1} + \varepsilon_t$.

⁷. Per conoscere in modo dettagliato le specifiche utilizzate da Mavroeidis et al. (2014) si veda la Tabella 4 a pagina 155.

CAPITOLO SECONDO

LA MINOR RISPOSTA DELL'INFLAZIONE ALLE VARIAZIONI DEL CICLO

2.1. INTRODUZIONE AL CAPITOLO 2

Ad oggi l'inflazione sembra non rispondere più alle variazioni del ciclo economico, come invece accadeva in passato. Molti sono gli economisti che hanno cercato di spiegare il *twin puzzle* dell'inflazione, tant'è che è stata istituita una vera e propria *task-force* (*Task-Force on Low Inflation – LIFT*) composta dagli economisti del Sistema Europeo delle Banche Centrali. La relazione di Phillips sembra indebolita e le stime della NKPC in forma ridotta restituiscono un coefficiente modesto e a volte non statisticamente significativo.

La Sezione 2.2 di questo capitolo tratta la riduzione del coefficiente della NKPC. La relazione tra inflazione e *slack* economico si è indebolita a partire dagli anni'80, tuttavia, ci sono prove del fatto che la relazione è ancora statisticamente significativa ed è aumentata in alcuni paesi avanzati proprio durante l'era della grande recessione ([Blanchard et al. \(2015\)](#)).

Nella Sezione 2.3 si discute del ruolo che ha la politica monetaria nello stabilizzare l'inflazione. Proprio perché la Banca Centrale conosce il meccanismo sottostante la curva di Phillips, può agire per neutralizzare completamente le

perturbazioni sull'inflazione. Il ruolo endogeno della politica monetaria non consente di recuperare la vera relazione di Phillips.

Una parte della letteratura ritiene che la causa principale dell'appiattimento sia attribuibile al progressivo ancoraggio delle aspettative d'inflazione durante l'era Volcker. I cambi di regime monetario possono modificare le aspettative a lungo termine e a loro volta guidare la dinamica inflazionistica. Controllare le variazioni delle aspettative di lungo termine nel corso del tempo e considerare il problema dell'endogeneità della politica monetaria permette di ottenere stime econometriche migliori. Pertanto, alcuni economisti scoprono che la curva di Phillips non è mai stata realmente ripida.

2.2. RIDUZIONE DELLA PENDENZA DELLA CURVA DI PHILLIPS

Nel 1983 termina l'era della grande inflazione e inizia la cosiddetta *great moderation*, un periodo contraddistinto da moderazione del livello dei prezzi. In questa fase, le politiche monetarie europee mirano al perseguimento della convergenza dei tassi e al contenimento dell'inflazione. La crisi finanziaria del 2007 rappresenta un punto di rottura e segna l'inizio della nuova era della grande recessione. Gli economisti si trovano di fronte ad un dilemma, ossia l'inflazione sembra meno sensibile al ciclo economico rispetto al passato. La relazione originale di Phillips potrebbe essersi indebolita e potrebbero servire periodi di espansione o recessione più ampi per osservare variazioni significative dell'inflazione.

Le recessioni del XX secolo erano associate a importanti flessioni del tasso di inflazione. La risposta dell'inflazione alle due grandi crisi, ossia la crisi finanziaria del 2007 e la successiva dei debiti sovrani del 2011, è risultata essere debole se confrontata con gli episodi del passato. Questo fatto è constatabile sia per le più grandi economie avanzate del mondo, sia per l'Area Euro (ECB, 2014).

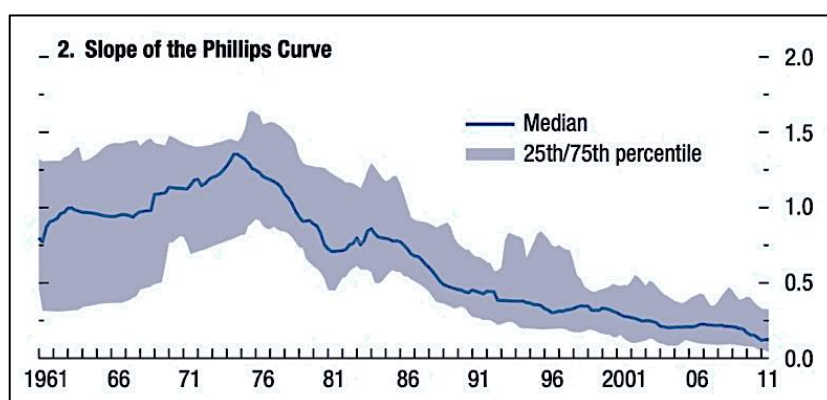
Il Fondo Monetario Internazionale – FMI (2013) evidenzia che il coefficiente di pendenza della curva di Phillips è diventato irrilevante, cioè molto vicino allo zero. L'analisi condotta dal FMI considera 20 economie avanzate, tra le quali molte europee, e offre una stima della curva ibrida in una versione globale. L'equazione che utilizza il FMI è la seguente: ¹

$$\pi_t = (1 - \gamma_f)\pi_{t-1} + \gamma_f\pi_t^e - \lambda\hat{u}_t + \rho\hat{\pi}_t^m + \varepsilon_t,$$

con π_t inflazione *headline Consumer Price Index* (CPI), l'inflazione passata π_{t-1} è ritardata di un trimestre, \hat{u}_t è la misura della disoccupazione ciclica, $\hat{\pi}_t^m$ è la deviazione dalla media dei prezzi delle importazioni, π_t^e sono le aspettative di più lungo termine generate dai previsori professionisti (da 6 a 10 anni) e infine con ε_t componente *noise*. I parametri di stima sono stati fatti variare nel tempo con una regressione di tipo *rolling* con finestre temporali di dieci anni e i risultati sono rappresentati graficamente in Figura 2.1, che riporta la stima del coefficiente di pendenza λ (al quadrato) variabile nel tempo. Il valore mediano della distribuzione del coefficiente di *slope* diminuisce progressivamente per tutte le economie

avanzate e il coefficiente di aspettativa di inflazione di lungo termine γ_f cresce nel tempo, quindi, le aspettative diventano meglio ancorate all'obiettivo delle Banche Centrali. Le deviazioni dei prezzi dalle aspettative di lungo termine, infatti, diventano di più breve durata.

Figura 2.1: Coefficiente di *slope* λ (al quadrato) variabile nel tempo per le economie avanzate.



Nota: Australia, Austria, Belgio, Canada, Danimarca, Finlandia, Francia, Germania, Grecia, Irlanda, Italia, Giappone, Paesi Bassi, Nuova Zelanda, Norvegia, Portogallo, Spagna, Svezia, Svizzera, UK, USA.
Fonte: FMI (2013, Figura 3.6, p.7).

La relazione tra inflazione e disoccupazione si è indebolita anche nell'Area Euro. La curva originale di Phillips appare più piatta rispetto al passato e lo si può osservare dall'interpolante della Figura 2.2, riquadro (b), dove sono state messe a confronto l'inflazione percentuale HICP *all items* trimestrale con la disoccupazione armonizzata. A tal proposito è stata utilizzata la serie l'*Harmonized Unemployment Rate All Persons Seasonally Adjusted* per i 19 paesi dell'Area Euro. Per il sottocampione 2001:q1-2019:q4 la curva risulta più piatta rispetto alla curva degli anni '90, ma il coefficiente di *slope* è ancora significativo. Nel riquadro (a) della Figura 2.2 è riprodotta la PC "aumentata" che contiene l'inflazione attesa di tipo

backward-looking con 1 ritardo. I coefficienti delle interpolanti dei dati dell'Eurozona sono stimati con il metodo *Ordinary Least Squares* (OLS) ed esposti in Tabella 2.1.

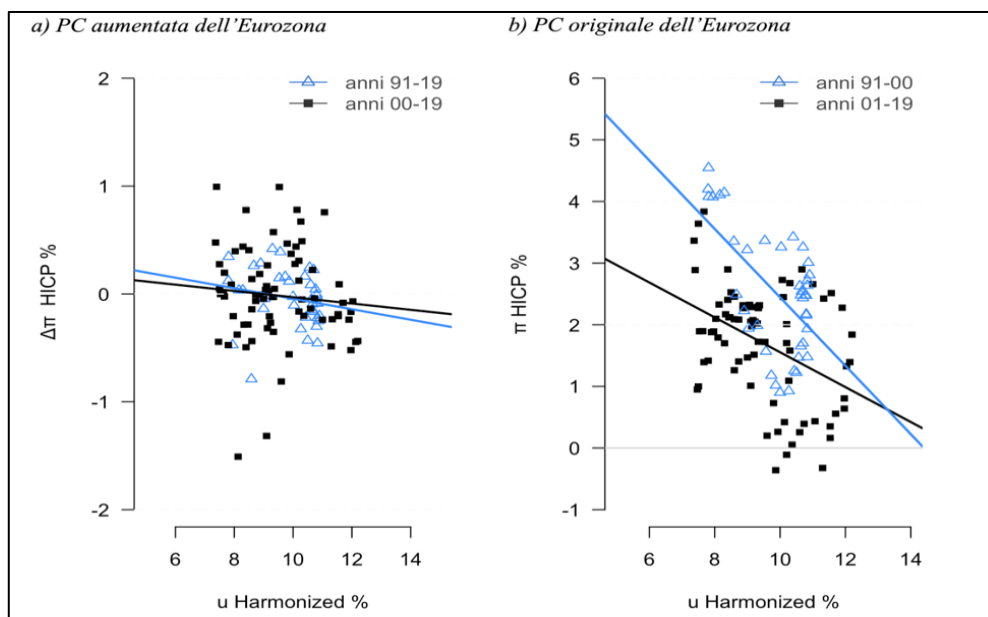
Tabella 2.1: Stime per la PC dell'Eurozona per gli anni 1991:q1-2019:q4 (dati trimestrali).

	PC Aumentata		PC Originale	
	$\Delta\pi_t = c + \alpha u_t$		$\pi_t = c + \alpha u_t$	
	Periodo 91-00 n=40	Periodo 01-19 n=76	Periodo 91-00 n=40	Periodo 01-19 n=76
α (Std. Errors)	-0,04 (0,04)	-0,03 (0,03)	-0,55*** (0,16)	-0,28*** (0,12)
R^2	0,03	0	0,33	0,18

Std. Errors robusti HAC
***** Denota significatività statistica al livello di confidenza del 5%**

Fonte: elaborazione personale, dati trimestrali OCSE.

Figura 2.2: La PC nella zona euro e il suo progressivo appiattimento.



Fonte: elaborazione personale, dati trimestrali OCSE.

In entrambi i campioni non si rileva alcuna relazione significativa tra variazione dell'inflazione e livello della disoccupazione. Le aspettative adattive,

ossia la persistenza intrinseca dell'inflazione, non producono più una continua variazione dell'inflazione. Il processo di formazione delle aspettative potrebbe essere cambiato nel tempo e le aspettative di lungo termine sull'inflazione attesa potrebbero essere diventate più saldamente ancorate. La riduzione del livello di disoccupazione determina un minor tasso di inflazione, ma non una sua continua discesa. Il motivo principale per cui la curva aumentata si è appiattita sembra essere dovuto al ruolo delle aspettative di inflazione e al loro ancoraggio, che possono quindi essere interpretate ad oggi come una costante. L'ancoraggio delle aspettative verrà trattato in modo specifico nella [Sezione 2.3.4](#).

Il riquadro (b) della Figura 2.2 mostra una curva di Phillips più ripida se confrontata con la curva aumentata del riquadro (a). È evidente che il ciclo economico e la dinamica dell'occupazione apportano ancora un contributo significativo e la curva potrebbe essersi “revitalizzata” negli ultimi decenni. [Blanchard et al. \(2015\)](#) confermano che il coefficiente è diminuito nel corso del tempo, ma a partire dagli anni '90 appare stabile per la maggior parte delle economie avanzate e non è sceso ulteriormente durante l'era della grande recessione. Le loro stime si basano su una equazione in forma ridotta più semplice rispetto a quella del FMI: eliminano la persistenza intrinseca e producono una stima con TV-NAIRU calcolato con filtro di Kalman e una stima con NAIRU costante (media del periodo). L'intero campione viene suddiviso nei due sottoperiodi 1990-2014 e 2007-2014. Per quasi tutti i paesi, dopo il 2007 il coefficiente è stabile o

maggiore rispetto al sottoperiodo precedente, ad esclusione dei Paesi Bassi e Portogallo dove risulta minore; per la Germania e il Regno Unito invece la relazione non è mai significativa al livello di confidenza del 10%. La maggior parte della diminuzione del coefficiente di *slope* è avvenuta tra gli anni '80 e metà anni '90.

2.3. IL RUOLO DELLA POLITICA MONETARIA

In questa Sezione si discute del ruolo della politica monetaria nella stabilizzazione dell'inflazione.

2.3.1 Shock della domanda

La minor sensibilità dell'inflazione alle fluttuazioni del ciclo potrebbe essere spiegata dalla curva di Phillips sempre più piatta, come alcuni studi suggeriscono, cioè una riduzione del coefficiente strutturale.

[Del Negro et al. \(2020\)](#) studiano per gli USA gli effetti che gli *shock* di domanda producono sull'attività reale. Il co-movimento tra inflazione e attività reale è positivo quando imperversano *shock* di domanda: il prodotto diminuisce, i salari saranno più bassi, così che i costi marginali diminuiranno e così l'inflazione. Chiaramente, una risposta tenue dell'inflazione è un'evidenza di una curva di Phillips meno ripida, cioè una minore sensibilità della capacità delle imprese di *resettare* i prezzi in risposta alle pressioni sui costi marginali.

Si potrebbe anche pensare che la curva non sia piatta e la stabilità dell'inflazione sia dovuta esclusivamente all'operato della politica monetaria che frena gli effetti negativi degli *shock* di domanda. Quando la politica monetaria è volta a garantire la stabilità in modo stringente, le fluttuazioni dell'attività reale saranno guidate quasi esclusivamente da alti tipi di *shock*, cioè *shock* d'offerta. Questa è chiamata dagli autori "ipotesi di *policy*". Secondo questa ipotesi, la curva di offerta aggregata potrebbe essere anche ripida, ma la stabilità dell'inflazione è mantenuta da una politica decisa e il co-movimento tra attività e prezzi sarà negativo in risposta a *shock* d'offerta.

Gli autori legano questi concetti a un sistema domanda-offerta semplice statico dove le aspettative sono pari a zero e gli *shock* seguono processi stocastici:

$$\pi_t = \kappa(x_t + s_t), \quad (23)$$

$$\pi_t = \frac{1}{\sigma\phi_\pi}(x_t + d_t), \quad (24)$$

con $d_t = \sigma(\phi_y - 1)\delta$, dove l'Equazione (23) è la NKPC con aspettative nulle, lo *shock cost-push* s_t , x_t rappresenta l'attività economica reale mentre l'Equazione (24) è la curva di domanda aggregata con ϕ_π e ϕ_y che sono le risposte della *policy* alle variazioni dell'inflazione e del prodotto, rispettivamente. Il termine δ è lo *shock* di domanda. Gli autori credono che nell'ultimo periodo sia aumentata la propensione della banca centrale nel contenere l'inflazione, che nel modello

equivale a dire che ϕ_π è cresciuto nel tempo rendendo più stabile l'inflazione.

Questa è l'ipotesi di *policy*.

La soluzione del sistema restituisce due risultati:

$$x_t = -\frac{\frac{1}{\sigma\phi_\pi}}{\frac{1}{\sigma\phi_\pi} + \kappa} d_t - \frac{\kappa}{\frac{1}{\sigma\phi_\pi} + \kappa} S_t,$$

$$\pi_t = +\frac{\frac{1}{\sigma\phi_\pi}\kappa}{\frac{1}{\sigma\phi_\pi} + \kappa} d_t + \frac{\frac{1}{\sigma\phi_\pi}}{\frac{1}{\sigma\phi_\pi} + \kappa} S_t.$$

Per garantire un'inflazione stabile nel tempo i parametri $\frac{1}{\sigma\phi_\pi}$ e κ devono essere individualmente tendenti a zero e rappresentano rispettivamente l'ipotesi di *policy* (ϕ_π che aumenta nel tempo) e l'ipotesi di una PC piatta.

Dal modello si può comprendere che quando la politica stabilizza l'inflazione (ϕ_π elevato e $\frac{1}{\sigma\phi_\pi} \rightarrow 0$), l'attività economica rallenta e il ciclo economico è guidato principalmente dagli *shock* d'offerta; $x_t = -s_t$. Quando vale la seconda $\kappa \rightarrow 0$, lo *shock* di domanda guida positivamente l'attività; $\sigma(\phi_y - 1)\delta = x_t$. Vale il principio di Taylor per cui $\phi_y > 1$.

Per distinguere gli *shock* e per testare le due ipotesi gli autori si servono di un VAR strutturale. Inizialmente costruiscono un VAR semplice che non fa altro che restituire dei fatti ormai stilizzati: nello specifico, gli autori suddividono il tempo in due campioni, il sottoperiodo 1964:q2-1989:q4 e il secondo 1989:q1-

2019:q3. La disoccupazione segue lo stesso sentiero in un esercizio di previsione condizionata. Il modello conferma che:

- la risposta della disoccupazione ad uno *shock* della disoccupazione stessa (*mix* tra *shock* di offerta e domanda) provoca nel primo sottoperiodo una forte e persistente flessione dell'inflazione. Nel periodo recente invece l'inflazione risponde poco allo *shock* e si riallinea con rapidità al livello di equilibrio.
- La misura *labour share* o equivalentemente i costi unitari del lavoro (ULC) sono buoni indicatori delle pressioni sui costi marginali. Il comovimento tra *labour share* e disoccupazione rimane stabile nel tempo, infatti, la previsione condizionata al percorso della disoccupazione non cambia di molto tra i due sottoperiodi. Questo porta ad affermare che i cambiamenti del mercato del lavoro che ci sono stati nel corso della storia non hanno prodotto significative mutazioni nella dinamica di spinta sui costi marginali. Anche l'esercizio ripetuto per le ore procapite lavorate nell'economia ha prodotto le stesse conclusioni.

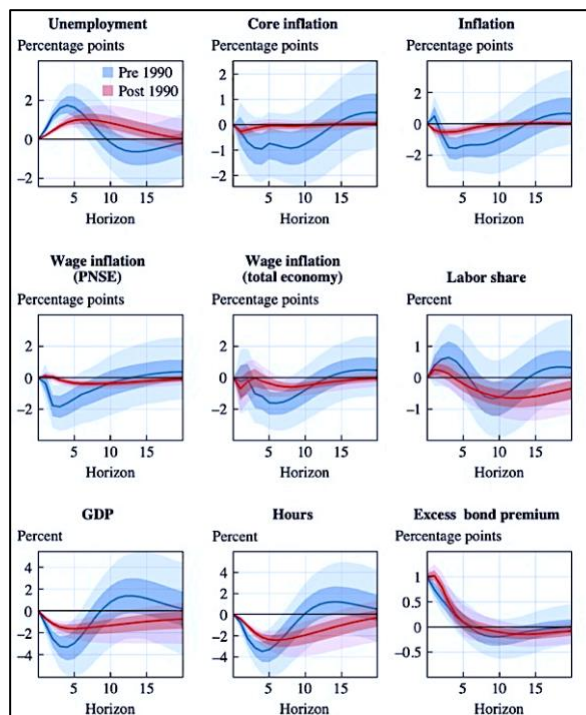
Il VAR strutturale rappresenta una forte prova della teoria della pendenza $\kappa \rightarrow 0$, ma lascia aperta la possibilità che l'ipotesi di *policy* sia determinante. Come accennato, il VAR semplice non permette di distinguere gli *shock*, ma li combina in uno più generale della disoccupazione. Gli economisti cercano di distinguere gli *shock* in maniera più precisa mediante un VAR strutturale. Come *proxy* di d_t è

utilizzata la misura sull'*Excess Bond Premium*, che da un segnale del credito erogato all'economia. La dimensione dello *shock* è normalizzata tra i due campioni. Come già sostenuto, lo *shock* di domanda dovrebbe produrre un effetto significativo sulle variabili reali, ma se contrariamente la risposta delle variabili risulta attenuata, allora potrebbero esserci prove di un forte intervento della politica monetaria e a prevalere sarebbe l'ipotesi di *policy*.

I risultati del VAR strutturale della Figura 2.3 sembrano andare in questa direzione, perché la risposta delle variabili reali allo *shock* di domanda è molto debole nel secondo sottocampione e quindi il ciclo economico è maggiormente influenzato da *shock* d'offerta. Tuttavia, gli autori sottolineano il fatto che la variazione delle variabili reali allo *shock* è sì attenuata rispetto al primo sottoperiodo, ma molto più persistente nel secondo campione. Sulla base di questa evidenza, gli autori concludono che possa prevalere l'ipotesi della pendenza della curva. Come si nota dalla Figura 2.3 la risposta del GDP, del *labour share*, disoccupazione, delle ore di lavoro procapite è molto più persistente nel secondo periodo.²

Questi studi portano ad una conclusione, ossia che la pendenza della PC sia diminuita progressivamente nel tempo e l'inflazione risponde meno alle variazioni del ciclo per una più piatta curva di offerta aggregata.

Figura 2.3: Risposta delle variabili reali e nominali ad uno *shock* del mercato del credito.



Nota: il periodo va dal 1973 al 2019 e i sottocampioni sono 1973:q1-1989:q4 e 1989:q1-2019:q3.
Fonte: Del Negro et al. (2020, Figura 4, p. 328).

2.3.2 Shock d'offerta e politica ottimale

Nel paragrafo precedente si è visto come possono esserci delle prove del fatto che la politica monetaria statunitense ha potuto ridurre la risposta dell'attività reale allo *shock* di domanda. Molti economisti sostengono che la politica monetaria può giocare un ruolo chiave nello spiegare la ridotta pendenza.

Hooper et al. (2019, p. 25) sottolineano che una possibile spiegazione della pendenza (e quindi anche di una maggiore linearità della PC dagli anni '90 in poi) sia dovuta al fatto che i cicli al rialzo dell'economia e quindi della disoccupazione

ciclica sono diventati attenuati nel recente periodo e che il mercato del lavoro è diventato meno rigido rispetto al passato. Aggiungono che la politica monetaria della *Federal Reserve* si è impegnata ad evitare questo surriscaldamento del mercato del lavoro. Infatti, in presenza di un *gap* della disoccupazione negativo (la disoccupazione scende al di sotto del NAIRU) la politica frena l'accelerazione dell'inflazione, facendo tendere il coefficiente di pendenza verso lo zero e trasformando il *trade-off* da negativo a positivo. Questo ragionamento spiega perché gli stessi autori parlino di uno stato di “ibernazione” della curva e, quindi, la relazione potrebbe tornare ad essere forte con una minor stretta monetaria e *shock* di offerta più stabili.

Questo ragionamento è sostenuto anche da [McLeay e Tenreyro \(2019\)](#). Il problema dell'influenza della politica monetaria viene definito in letteratura come “problema di simultaneità”. I due economisti sostengono che si tratta di un semplice *bias* di identificazione. La banca centrale è avversa ai movimenti dell'*output gap* e stabilizza l'inflazione. La semplice regressione OLS della Figura 2.2 della Sezione precedente potrebbe non catturare la PC, bensì la combinazione dell'inflazione e disoccupazione (ovvero l'*output gap*) che sono il frutto del sistema della PC e della regola di *targeting*.

Il problema di simultaneità si può capire osservando le equazioni di un modello NK, a prescindere dal fatto che la politica sia discrezionale o di *commitment*. McLeay e Tenreyro ne danno una spiegazione. La NKPC include un

termine di errore che riflette l'incidenza dello *shock* d'offerta nel livello di inflazione. La sua equazione può essere scritta come:

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \kappa x_t + u_t , \quad (25)$$

con $u_t = \rho_u u_{t-1} + \varepsilon_t^u$, si assume che l'errore segua un processo AR(1), con ε_t^u i.i.d con media zero. Il termine x_t indica l'*output gap*. Nel contesto di equilibrio efficiente, la politica monetaria deve minimizzare la funzione di perdita di benessere dell'economia sotto il vincolo dato dall'Equazione (25) e dall'equazione *Dynamic Investment Saving* (DIS). La soluzione del problema che deve affrontare la banca discrezionale risulta essere:

$$\pi_t = \frac{\alpha_x}{\kappa} x_t, \quad (26)$$

con $\alpha_x = \frac{\kappa}{\varepsilon}$, $\kappa = \lambda(\sigma \frac{\varphi+\alpha}{1+\alpha})$ e il coefficiente di *slope* della NKPC $\lambda = \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta} \cdot \Omega$.

Il parametro α_x riflette la preferenza della *policy* tra *output gap* negativo e inflazione al di sopra del livello *target*. L'Equazione (26) è la combinazione ottimale di *output gap* e inflazione (regola di *targeting*). L'inflazione di equilibrio sotto condizione di politica discrezionale è data combinando l'Equazione (26) con l'Equazione (25):

$$\pi_t = \frac{\alpha_x}{\kappa^2 + \alpha_x(1-\beta\rho_u)} u_t . \quad (27)$$

In equilibrio, le variazioni dell'inflazione dal *target* sono direttamente proporzionali agli *shock* di offerta e si comportano come un processo esogeno; infatti, la politica monetaria è considerata efficace quando si oppone alle variazioni

dell'*output gap* che potrebbero deviare l'inflazione dall'obiettivo. La politica monetaria dovrebbe opporsi a qualsiasi movimento al rialzo o al ribasso dell'*output*, il quale potrebbe generare processi inflazionistici o deflazionistici. L'effetto delle variazioni dell'*output gap* sull'inflazione verrà mitigato dalla politica monetaria e va da sé che, se l'inflazione viene mantenuta stabile con gli strumenti della politica che compensano i movimenti dell'*output gap*, il *trade-off* viene meno.³ Sono quindi gli *shock* d'offerta che determinano una correlazione negativa tra *output gap*-inflazione e invertono il *trade-off*, come visto nella [Sezione 2.3.1](#) in merito alla ipotesi di *policy*. La regressione OLS della Figura 2.2 restituirà quindi la relazione evidenziata nell'Equazione (26).

Nel caso di una politica *commitment* è noto che la banca centrale tende a far perdurare *output gap* negativi nel tempo per avere un controllo migliore dell'inflazione. In questo caso, l'unica differenza dal modello discrezionale sarà che nei periodi successivi allo *shock* la relazione positiva tra inflazione e *output* potrebbe a tratti comparire.

Gli autori vogliono dimostrare anche che nel caso di politica inefficace la relazione di Phillips dovrebbe essere presente. Gli errori della politica possono essere inseriti come un processo AR(1) nella Regola (26), che diventa:

$$d\pi_t = \frac{\alpha_x}{\kappa} x_t - e_t, \quad (28)$$

con $e_t = \rho_e e_{t-1} + \zeta_t^e$, dove si assume ζ_t^e i.i.d con media zero e varianza σ_e^2 .

L'inflazione di equilibrio è determinata combinando la Regola (28) con la NKPC (25) per ottenere:

$$\pi_t = \frac{1}{\kappa^2 + \alpha_x(1 - \beta\rho_u)} \alpha_x u_t - \frac{\kappa}{\kappa^2 + \alpha_x(1 - \beta\rho_u)} \kappa e_t .$$

L'inflazione di equilibrio dipende da due diversi *shock*. La varianza degli *shock* determina la grandezza del problema di simultaneità. Rendendo minima la varianza degli *shock* d'offerta, la banca centrale ridurrà gli interventi e le deviazioni dell'inflazione dal prodotto saranno guidate principalmente da errori della politica.

La Tabella 2.2 riporta le stime della NKPC con dati simulati per l'economia statunitense per tre differenti rapporti di varianza degli *shock*. Quando la varianza dello *shock* d'offerta è molto più bassa della varianza dello *shock* della politica ($\sigma_u^2/\sigma_e^2 = 0,01$), la relazione tra *output gap* e inflazione diventa positiva.

Tabella 2.2: Regressione OLS dell'inflazione sull'*output gap* US (dati simulati).

	Dependent Variable					
	π_t	$\pi_t - \beta E_t \pi_{t+1}$	π_t	$\pi_t - \beta E_t \pi_{t+1}$	π_t	$\pi_t - \beta E_t \pi_{t+1}$
	(i) $\sigma_u^2/\sigma_e^2 = 100$		(ii) $\sigma_u^2/\sigma_e^2 = 1$		(iii) $\sigma_u^2/\sigma_e^2 = 0.01$	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
x_t	-0.1667	-0.1805	-0.0873	-0.0792	0.2523	0.1275

Nota: gli autori settano la vera pendenza $\kappa = 0,1275$ con parametro $\alpha_x = 0,02$.
Fonte: McLeay e Tenreiro (2019, Tabella 1, p. 215).

Alla luce delle considerazioni sopra esposte, la politica rappresenta un fattore determinante nello stabilizzare l'inflazione. Nel periodo più recente gli *shock* d'offerta potrebbero essere stati predominanti, ovvero, la risposta della politica monetaria potrebbe essere diventata più stringente.

2.3.3 Stima regionale della NKPC

Per risolvere in parte il problema della simultaneità e in generale poter recuperare la pendenza della NKPC strutturale McLeay e Tenreyro propongono una stima della curva a livello regionale. Il motivo di questa scelta è legato al fatto che la politica monetaria risponde ai differenti *shock* di domanda regionali in maniera uniforme. Si consideri infatti che l'inflazione aggregata nazionale e l'*output gap* aggregato dipendono da una media ponderata delle inflazioni e *output gap* regionali, rispettivamente. L'inflazione regionale invece viene espressa da un'equazione analoga all'Equazione generale della NKPC (25), ma lo *shock cost-push* regionale è correlato con gli stessi *shock* delle altre regioni.

Gli *shock* della domanda e la politica monetaria incideranno a livello regionale. L'equazione DIS a livello regionale è definita nel seguente modo:

$$x_t^i = E_t x_{t+1}^i - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1}^i - r_t^i),$$

con lo *shock* della domanda regionale $r_t^i = \rho_r r_{t-1}^i + e_r^i$.

Esistono sia una NKPC aggregata e le equazioni NKPC regionali ed è possibile individuare una deviazione dall'inflazione aggregata media. È possibile anche calcolare le deviazioni del prodotto regionale dal prodotto aggregato medio. Dato che lo *shock* di domanda aggregato è una media ponderata dei regionali, cioè $r_t = \sum_{i=1}^N \alpha_i r_t^i$, è possibile calcolare le deviazioni regionali dal valore medio, indicate come \hat{r}_t^i . Notiamo che il tasso della politica monetaria i_t è identico per tutte

le regioni e la politica monetaria è settata sulla base della Regola (28) presentata nella Sezione precedente, la quale dipende esclusivamente da variabili aggregate. La politica non è settata ottimamente per le singole deviazioni regionali dallo *shock* di domanda medio indentificate con \hat{r}_t^i .

Per questi motivi, McLeay e Tenreyro propongono una stima regionale includendo una specifica (α^i) che cattura gli effetti fissi (*fixed effects* - FE) delle regioni. La loro stima non utilizza la disoccupazione ciclica in quanto non dispongono di una misura di un_t^{i*} dalla contabilità nazionale, cioè il tasso NAIRU regionale. L'omissione di un_t^{i*} potrebbe generare distorsione e perciò propongono una stima *pooled* – FE del tipo (dove la *forcing variable* è la disoccupazione regionale un_t^i):

$$\pi_t^i = \alpha^i + \gamma^f E_t \pi_{t+1}^i + \kappa un_t^i + \varepsilon_t^i,$$

in questo modo si possono controllare i cambiamenti in un_t^{i*} e in $E_t \pi_{t+1}^i$ che non variano con il tempo, ma variano tra le regioni.

Anche il livello della disoccupazione regionale è influenzato dallo *shock cost-push* e dunque i coefficienti stimati $\hat{\gamma}^f, \hat{\kappa}$ saranno distorti per il problema del *bias* di simultaneità. Per risolvere questo problema è possibile tenere in considerazione gli effetti fissi temporali (*time-fixed effects* - TFE). Dato che esistono le NKPC regionali e la NKPC aggregata è possibile individuare una deviazione dal livello aggregato:

$$\hat{\pi}_t^i = \alpha^i + \beta E_t \hat{\pi}_{t+1}^i + \kappa \hat{\chi}_t^i + \hat{u}_t^i;$$

e, inoltre, il livello d'inflazione regionale può essere scritto come:

$$\pi_t^i = \pi_t + \beta E_t [\pi_{t+1}^i - \pi_{t+1}] + \kappa [un_t^i - un_t] + \hat{u}_t^i,$$

sapendo che lo *shock* aggregato è $u_t = \pi_t - \beta E_t \pi_{t+1} - \kappa un_t$, si può esprimere l'inflazione regionale come:

$$\pi_t^i = \beta E_t [\pi_{t+1}^i] + \kappa [un_t^i] + u_t + \hat{u}_t^i.$$

È possibile dunque produrre una stima *pooled* – TFE dove $u_t = \delta_t$, che è l'intercetta fissa nel tempo, ma è possibile produrre anche una stima *pooled* FE + TFE:

$$\pi_t^i = \alpha^i + \gamma^f E_t \pi_{t+1}^i + \kappa un_t^i + \delta_t + \varepsilon_t^i.$$

McLeay e Tenreyro offrono quindi 4 stime (*pooled*, FE, TFE, FE+TFE) includendo anche una variabile *dummy* per la stagionalità e un ritardo dell'inflazione. I risultati della stima *pooled* del 1990-2017 sono nella Tabella 2.3.

Tabella 2.3: Regressione OLS della curva regionale degli Stati Uniti 1990-2017 (dati trimestrali).

	Regression			
	Pooled OLS (1)	Metro Area FE Only (2)	Year FE Only (3)	Year and Metro Area FE (4)
Unemployment rate	-.150*** [.016]	-.162*** [.019]	-.272*** [.036]	-.379*** [.052]
Inflation expectations	.598*** [.058]	.589*** [.059]	.259* [.147]	.225 [.141]
Core CPI inflation:				
First lag	.362*** [.035]	.371*** [.036]	.122*** [.035]	.105*** [.034]
Observations	1,525	1,525	1,525	1,525
R ²	.321	.350	.450	.487
Metro area FE	No	Yes	No	Yes
Year FE	No	No	Yes	Yes
Seasonal dummies	Yes	Yes	Yes	Yes

Nota: *** denota il livello di significatività al 1%. Errori robusti. La variabile *dummy* controlla la stagionalità ed è una variabile dicotomica che assume valore 1 nella seconda metà dell'anno e valore 0 per la prima metà.

Fonte: McLeay e Tenreyro (2019, Tabella 3, p. 237).

Il risultato *pooled* puro mostra un coefficiente di *slope* basso, ma il risultato della stima FE+TFE determina un coefficiente più grande in termini negativi e statisticamente significativo. Con la stima della quarta colonna si controllano gli effetti invarianti nel tempo, come l'effetto prodotto da un tasso NAIRU diverso tra le regioni, ma si controllano anche le variazioni temporali del NAIRU aggregato nel corso del tempo.

[Eser et al. \(2020\)](#) utilizzano una stima *panel* non bilanciato per l'Area Euro.⁴ Le stime prendono in considerazione le tre specifiche sugli effetti fissi, ossia FE, TFE e FE+TFE. Le stime rimangono stabili, ad eccezione però della disoccupazione che raddoppia e diventa più significativa. Eser et al. confermano che rispetto ad utilizzare i dati dell'Eurozona, la stima *panel* consente di ottenere delle pendenze maggiori, il che è coerente con il *bias* di simultaneità che colpisce i dati aggregati (Eser et al., 2020, p. 21).

[Hazell et al. \(2021\)](#) producono delle stime regionali nel contesto degli Stati Uniti. Sono convinti che la stima regionale riesca a controllare il *bias* di simultaneità e oltretutto consenta anche di controllare gli spostamenti delle aspettative a lungo termine che possono offuscare la relazione tra inflazione e *slack*. Tuttavia, avvertono sull'importanza fondamentale della scelta delle specifiche utilizzate per la stima regionale. Utilizzare l'inflazione complessiva a livello regionale, come in McLeay e Tenreyro è poco informativo sulla pendenza della curva a livello aggregato, in quanto l'indice dei prezzi regionale avrà al suo interno

prezzi di beni regionali che sono insensibili alla variazione della disoccupazione regionale. Per spiegare quest'ultimo punto, [Hazell et al. \(2021\)](#) suddividono i beni prodotti in *tradeables* e *no-tradeables*. I prezzi dei beni *tradeables* sono fissati a livello nazionale e questi beni sono scambiati in tutte le regioni. I beni *tradeables* quindi non contribuiscono a nessuna variazione tra le inflazioni delle regioni. Per questo motivo il *Consumer Price Index* (CPI) regionale sarà meno sensibile alle variazioni della disoccupazione regionale rispetto alla sensibilità che mostra l'CPI aggregato alle variazioni della disoccupazione aggregata.

Necessariamente, gli autori implementano un modello microfondato NK e derivano l'equazione della NKPC iterata nel futuro in economia aperta nel punto di *steady state*:

$$\pi_{H,t}^N = -E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (\kappa \tilde{u}_{H,t+j} + \lambda \hat{p}_{H,t+j}^N) + E_t \pi_{t+\infty}^N + \omega_{H,t}^N, \quad (29)$$

con $\tilde{u}_{H,t+j} = u_{H,t} - E_t u_{H,t+\infty}$; $\omega_{H,t}^N = E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j v_{H,t+j}^N$. In questa equazione il pedice H indica la regione domestica e l'apice N indica che la variabile è riferita all'insieme dei beni *no-tradeables*. Lo *shock* d'offerta è indicato da $v_{H,t}^N$, così che $\omega_{H,t}^N$ rappresenta lo *shock* iterato nel futuro. La variabile $p_{H,t}^N$ determina il livello dei prezzi dei beni *no-tradeables*; l'accento indica la deviazione temporanea dal livello di stato stazionario.

Assumendo plausibilmente che la variazione delle aspettative d'inflazione a lungo termine indicata da $E_t \pi_{t+\infty}^N$ sia costante nel tempo nelle regioni dell'unione

monetaria, potrà essere catturata dal parametro δ_t TFE.⁵ La stima regionale consente di tenere conto anche degli effetti fissi tra le regioni, infatti, il parametro α^i assorbirà le differenze costanti di $E_t \pi_{t+\infty}^N$ che esistono fra le regioni. In ultimo, il parametro TFE riuscirà anche ad assorbire gli *shock* d'offerta nazionali.

Riformulando l'Equazione (29) si ottiene la seguente equazione regionale:

$$\pi_t^{iN} = \alpha^i + \delta_t - E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (\kappa un_{t+j}^i + \lambda \hat{p}_{t+j}^{iN}) + \tilde{\omega}_t^{iN}, \quad (30)$$

dove δ_t sostituisce direttamente $E_t \pi_{t+\infty}^N$ e assorbe anche la variazione attesa di lungo periodo della disoccupazione $E_t un_{t+\infty}^N$, così che nell'Equazione (30) appare un_t^i . Lo *shock* d'offerta atteso $\tilde{\omega}_t^{iN}$ contiene ora la parte rimanente di $E_t \pi_{t+\infty}^N$ che il modello non riesce a catturare.

Le stime econometriche dell'Equazione (30) in forma ridotta vengono prodotte secondo due approcci (fissando $\beta \approx 1$):

- *Instrumental variables* utilizzando come strumenti 4 lags di un_t^N e \hat{p}_t^{iN} che non sono correlati con l'errore di stima η_t^{iN} .
- *Instrumental variables* che cattura le variazioni della domanda (*Tradeable Demand*). L'idea di utilizzare questo strumento fa perno sul principio di trovare strumenti forti, non correlati con i valori passati dello *shock* d'offerta. Infatti, qualora dovesse aumentare il costo dell'energia elettrica, es. in Texas, ciò influenzerebbe il costo di produzione de beni *no-tradeables*, quindi, la domanda di lavoro per la

produzione dei beni *no-tradeables* in Texas; ecco che la domanda dei beni *tradeables*, scambiati a livello nazionale, potrebbe non essere correlata con lo *shock* d'offerta odierno e passato.

Il modello da stimare è costruito sulla base dell'Equazione (30):

$$\pi_t^{iN} = \alpha^i + \delta_t - \lambda \sum_{j=0}^T \beta^j \hat{p}_{t+j}^{iN} - \kappa \sum_{j=0}^T \beta^j un_{t+j}^i + \tilde{\omega}_t^{iN} + \eta_t^{iN},$$

con η_t^{iN} termine d'errore. I risultati della stima sono presentati nella Tabella 2.4.

Tabella 2.4: Regressione curva regionale degli Stati Uniti 1978-2018 (dati trimestrali).

	Lagged Unempl. IV Without Time Fixed Effect		Lagged Unempl. IV With Time Fixed Effect		Tradeable Demand IV With Time Fixed Effect	
	Pre-1990	Post-1990	Pre-1990	Post-1990	Pre-1990	Post-1990
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
<i>Panel A: Estimates of κ from equation (17)</i>						
κ	0.0278 (0.0025)	0.0002 (0.0017)	0.0107 (0.0080)	0.0050 (0.0040)	0.0109 (0.0062)	0.0055 (0.0028)
<i>Panel B: Estimates of ψ from equation (19)</i>						
ψ	0.449 (0.063)	0.009 (0.025)	0.198 (0.113)	0.090 (0.057)	0.422 (0.232)	0.332 (0.157)

Nota: tutte le specifiche includono il Fixed Effects; nelle colonne (1)-(4) gli strumenti sono 4 ritardi della disoccupazione e 4 ritardi del prezzo relativo dei no-tradeables. Nelle colonne (5)-(6) si sostituisce lo strumento della disoccupazione con lo strumento Tradeable Demand; in parentesi sono riportati gli Standards Errors.

Fonte: Hazell et al. (2020, Tabella 2, p. 30).

Nel riquadro (A) della Tabella 2.4 viene indicata la stima del coefficiente κ e la colonna (2) indica una pendenza minore nel sottoperiodo più recente, circa 100 volte minore. Considerando gli effetti di tempo e di stato, le colonne (3)-(4) suggeriscono una diminuzione del coefficiente di *slope* piuttosto modesta, circa la metà. Le colonne (5)-(6) producono stime dal valore interpretativo identico rispetto alle stime riportate nelle colonne precedenti; c'è solo un apparente appiattimento

della curva che è dovuto all'ancoraggio delle aspettative di inflazione a lungo termine.

Hazell et al. (2021) sollevano una questione circa le stime regionali prodotte recentemente in letteratura. La maggior parte delle stime non ha restituito il valore di κ , quindi della pendenza della NKPC a livello aggregato. Le stime hanno inavvertitamente restituito il coefficiente del parametro ψ . Il riquadro (B) della Tabella 2.4 presenta esattamente queste stime. Per capire questo punto è necessario guardare al modello NK di Hazell et al. (2021) dove dalla già nota Equazione (29) dell'inflazione regionale dei beni *no-tradeables*, si assume che un_t^i e \hat{p}_t^{iN} seguano un processo AR(1) con coefficienti di autocorrelazione ρ_{un} e ρ_{pN} , rispettivamente. L'Equazione (29) può essere scritta nel seguente modo, considerando che $E_t \tilde{u}_{H,t+j} = \rho_{un}^j \tilde{u}_{H,t}$ e inoltre $E_t \hat{p}_{H,t+j}^N = \rho_{pN}^j \hat{p}_{H,t}^N$, si ha:

$$\pi_t^{iN} = \alpha^i + \delta_t - \psi un_t^i - \frac{\lambda}{1-\beta\rho_{pN}} \hat{p}_t^{iN} + \tilde{\omega}_t^{iN}, \quad (31)$$

con $\psi = \frac{\kappa}{1-\beta\rho_{pN}}$, e sempre δ_t che cattura la variazione delle aspettative di lungo termine. Il parametro ψ cattura anche l'effetto della disoccupazione futura sull'inflazione odierna, quindi probabilmente sarà maggiore di κ , dato che quest'ultimo cattura solo l'effetto della disoccupazione corrente sulla variabile inflazione. I risultati del riquadro (B) confermano questa teoria, dato che il parametro ψ è sempre maggiore di κ .

[Hazell et al. \(2021\)](#) concludono quindi che la pendenza della curva di Phillips è sempre stata poco ripida, anche durante l'era Volcker per via del crollo delle aspettative di inflazione a lungo termine. Risolvono quindi facilmente il problema del *twin puzzle* della deflazione-inflazione mancante, un problema che per loro non è mai realmente esistito.

2.3.4 Ancoraggio delle aspettative

Una parte della letteratura ritiene che la stabilità dell'inflazione degli ultimi decenni sia dovuta ad un maggior ancoraggio delle aspettative di lungo termine ([FMI, 2013](#), [Blanchard, 2016](#), [Jørgensen e Lansing, 2019](#), [Ball e Mazumder, 2019](#), [Hazell et al., 2019](#)).

Nella Sezione precedente si è visto come in risposta a *shock* di spinta dei costi, la banca centrale produce un co-movimento negativo tra inflazione e *output gap* e diventa più difficile individuare una pendenza positiva della PC. Gli economisti [Jørgensen e Lansing \(2019\)](#) mostrano che la teoria proposta da [McLeay e Tenreyro \(2019\)](#), presentata nella [Sezione 2.3.2](#) non trova riscontro nei dati reali statunitensi e danno una spiegazione alternativa, incentrata sull'ancoraggio delle aspettative d'inflazione.

Per comprendere come le aspettative possano resuscitare la relazione della curva di Phillips originale è opportuno far riferimento alla curva accelerata per le aspettative di Friedman e confrontarla con la curva originale. [Jørgensen e Lansing](#)

mettono a confronto le due curve e calcolano i co-movimenti delle variabili. I risultati della loro analisi sono riportati nella Tabella 2.5.

Tabella 2.5: Momenti dell'inflazione CPI *core* USA (dati trimestrali).

	1960.q1 to 1998.q4	1999.q1 to 2019.q2	1999.q1 to 2007.q3
$Corr(\pi_t, y_t)$	-0.10	0.36	0.28
$Corr(\Delta\pi_t, y_t)$	0.14	0.03	0.07
$Std. Dev. (4\pi_t)$	2.91	0.80	0.77
$Corr(\pi_t, \pi_{t-1})$	0.75	0.20	0.20

Fonte: Jorgensen e Lansing (2019, Tabella 1, p. 4).

Dalla tabella 2.5 risulta come il co-movimento (π_t, y_t) registrato tra il 1999 e il 2019 è fortemente positivo (+0,36) e questo contrasta con la teoria del *bias* di simultaneità. Inoltre, la correlazione tra la variazione dell'inflazione e l'*output gap* $(\Delta\pi_t, y_t)$ è diminuita nel tempo, avvalorando l'idea di Blanchard (2016) di un probabile “*back to the '60*”. Se le aspettative di inflazione si fossero effettivamente ancorate al livello obiettivo della banca centrale, il termine delle aspettative π_t^e nell'equazione di Friedman potrebbe essere molto vicino ad una costante e la relazione di Phillips apparirebbe nel livello di inflazione e non nella sua variazione (Ball e Mazumder, 2019, p. 104). In un periodo di recessione economica, con un alto livello di disoccupazione persistente al di sopra del tasso naturale NAIRU, la teoria dell'ancoraggio delle aspettative farebbe sì che il tasso di inflazione scenda, ma non con una continua diminuzione nel tempo. L'ancoraggio delle aspettative contribuirebbe a spiegare così il *twin puzzle* e la stabilità

dell'inflazione nell'ultimo periodo. La curva originale di Phillips appare più ripida rispetto alla curva accelerata.

Queste considerazioni sembrano valere anche per l'Eurozona. La Figura 2.2 nella [Sezione 2.2](#). mostra una curva originale molto ripida rispetto alla curva aumentata di Friedman. Quindi, sia che prevalga la teoria del coefficiente di *slope* ridotto o della $cov(y_t, u_t)$ negativa di McLeay e Tenreyro, entrambe le teorie sostengono una $cov(\pi_t, y_t)$ in diminuzione e una curva originale più piatta; tuttavia, i dati per gli Stati Uniti della tabella 2.3 dicono che il segno è stato positivo, in rialzo nel secondo periodo.

Per comprendere come le aspettative possano rendere la curva originale più ripida si descrive brevemente il modello di Jørgensen e Lansing. L'evoluzione delle aspettative segue un'Equazione del moto del tipo:

$$\tilde{E}_t \pi_{t+1} = \tilde{E}_{t-1} \pi_t + \varrho_\pi (\pi_t - \tilde{E}_{t-1} \pi_t), \quad \text{con } \varrho \in [0,1), \quad (32)$$

dove ϱ è un parametro di guadagno che mostra la sensibilità delle aspettative agli *shock* d'inflazione permanenti e temporanei; può essere inteso come una misura di ancoraggio delle aspettative, che sono più saldamente ancorate per valori bassi di ϱ . Inserendo l'Equazione (32) nella NKPC base e sostituendo le aspettative razionali si ottiene una versione modificata della curva ($\beta \approx 1$):

$$\pi_t = \tilde{E}_{t-1} \pi_t + \frac{\kappa}{1-\varrho} y_t + \frac{1}{1-\varrho} u_t,$$

con $\tilde{E}_{t-1}\pi_t$ è l'Equazione del moto (32) ritardata di un periodo, cioè $\tilde{E}_{t-2}\pi_{t-1} + \rho(\pi_{t-1} - \tilde{E}_{t-2}\pi_{t-1})$ e imponendo $\tilde{E}_{t-2}\pi_t \simeq 0$, si ottiene:

$$\pi_t = \rho\pi_{t-1} + \frac{k}{1-\rho}y_t + \frac{1}{1-\rho}u_t. \quad (33)$$

L'ancoraggio delle aspettative rende l'inflazione meno sensibile ai valori passati, riduce la sensibilità alle variazioni dell'*output gap* e allo *shock cost-push*.

L'Equazione (33) implica la seguente relazione di covarianze:

$$\text{cov}(\pi_t, y_t) = \rho \text{cov}(\pi_{t-1}, y_t) + \frac{k}{1-\rho} \text{var}(y_t) + \frac{1}{1-\rho} \text{cov}(u_t, y_t),$$

cioè se la politica monetaria è attenta alla stabilizzazione dell'inflazione allora $\text{cov}(u_t, y_t) < 0$ e $\text{cov}(\pi_{t-1}, y_t) < 0$ e questo perché, al verificarsi di *shock* d'offerta che aumentano il livello di inflazione, la banca risponde riducendo l'*output gap*. Il momento $\text{cov}(\pi_{t-1}, y_t)$ è di segno negativo perché per aumenti dell'inflazione al tempo t-esimo la *policy* induce una riduzione dell'*output* nel periodo successivo. L'ancoraggio delle aspettative (ρ basso) riduce il contributo negativo del primo e terzo termine al momento $\text{cov}(\pi_t, y_t)$, rendendo la PC originale più ripida.

La relazione di covarianze che implica la curva accelerata è la seguente:

$$\text{cov}(\Delta\pi_t, y_t) - \text{cov}(\pi_t, y_t) = -\text{cov}(\pi_{t-1}, y_t),$$

cioè se la politica monetaria rende $\text{cov}(\pi_{t-1}, y_t)$ di segno negativo come detto, allora avremo necessariamente $\text{cov}(\Delta\pi_t, y_t) > \text{cov}(\pi_t, y_t)$ e la curva di Friedman apparirà più ripida della curva originale; ma se l'ancoraggio (ρ basso) fa sì che

$cov(\pi_{t-1}, y_t)$ riduce il contributo negativo che apporta a $cov(\pi_t, y_t)$, allora la curva originale apparirà più ripida relativamente alla curva accelerata. Jørgensen e Lansing riportano infatti che nei dati statunitensi il valore $cov(\pi_{t-1}, y_t)$ è negativo nel XX° secolo, ma positivo successivamente.

Il modello dell'Equazione del moto viene testato attraverso delle stime della NKPC statunitense, confrontandolo con tre differenti specifiche delle aspettative: razionali nel contesto della curva ibrida di [Gali e Gertler \(1999\)](#), aspettative adattive e aspettative dei previsori professionisti. Si riportano i risultati di Jørgensen e Lansing nella Tabella 2.6.

Tabella 2.6: Stime NKPC degli Stati Uniti per diverse specifiche di aspettative.

	Great Inflation Era 1960.q1 to 1983.q4	Great Moderation Era 1984.q1 to 2007.q3	Great Recession Era 2007.q4 to 2019.q2
A. Hybrid RE ¹ : $\tilde{E}_t\pi_{t+1} = \gamma_f E_t\pi_{t+1} + (1 - \gamma_f)\pi_{t-1}$			
$\hat{\kappa}$	-0.013 (0.019)	-0.003 (0.010)	0.010 (0.013)
$\hat{\gamma}_f$	0.862*** (0.123)	1.003*** (0.179)	0.743*** (0.173)
B. Backward-looking: $\tilde{E}_t\pi_{t+1} = (\pi_{t-1} + \pi_{t-2} + \pi_{t-3} + \pi_{t-4})/4$			
$\hat{\kappa}$	0.080*** (0.022)	0.033*** (0.010)	0.020*** (0.010)
C. Signal-extraction: $\tilde{E}_t\pi_{t+1} = \tilde{E}_{t-1}\pi_t + \lambda_\pi(\pi_t - \tilde{E}_{t-1}\pi_t)$			
$\hat{\kappa}$	0.066*** (0.115)	0.042*** (0.015)	0.063*** (0.013)
$\hat{\lambda}_\pi$	0.280*** (0.021)	0.119** (0.059)	0.008 (0.010)
D. Survey Data: $\tilde{E}_t\pi_{t+1} = \tilde{E}_t^s\pi_{t+h}$			
1-q SPF			
$\hat{\kappa}$		0.006 (0.020)	0.026** (0.011)
5-y MSC ²			
$\hat{\kappa}$		0.024** (0.011)	0.070*** (0.015)
10-y SPF ³			
$\hat{\kappa}$		0.041*** (0.010)	0.065*** (0.019)
Obs.	96	95	47

Fonte: Jørgensen e Lansing (2019, Tabella 2, p. 14).

I risultati della curva ibrida sono non statisticamente significativi e con il segno sbagliato, anche quando si utilizza la specifica *labour share* i risultati non diventano significativi. I coefficienti della curva accelerata sono significativi e decrescono con il trascorrere delle ere, supportando la tesi di una curva *backward-looking* più piatta dopo gli anni Ottanta. Il modello dell'Equazione del moto restituisce risultati significativi e oltretutto il coefficiente di *slope* aumenta nel tempo, simultaneamente alla riduzione del parametro di guadagno. Secondo questa stima la curva di Phillips non è mai stata strutturalmente piatta e le stime con la specifica delle aspettative dei previsori professionisti supportano questa teoria.

Le stime effettuate con la specifica dell'Equazione del moto (anche chiamato *Signal-extraction*) sono molto simili alle stime di una NKPC con aspettative a lungo termine (10-y *Survey Professional Forecasters* - SPF) dei previsori professionisti, mentre la stima con aspettative a breve termine (1-q SPF) restituisce un coefficiente non significativo per l'era della grande moderazione.

Per capire come un cambio di regime della politica monetaria può aver prodotto queste evidenze, Jørgensen e Lansing costruiscono un semplice modello NK a 5 equazioni:

$$\pi_t = \beta \tilde{E}_t \pi_{t+1} + \kappa y_t + u_t, \quad u_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_u^2), \quad (34)$$

$$y_t = \tilde{E}_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \tilde{E}_t \pi_{t+1}) + v_t \quad \text{con } \frac{1}{\sigma} > 0, \quad v_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2), \quad (35)$$

$$i_t = \phi_y \tilde{E}_t y_{t+1} + \phi_\pi \tilde{E}_t \pi_{t+1} \quad \text{con } \phi_y > 0, \quad \phi_\pi > 0, \quad (36)$$

$$\tilde{E}_t \pi_{t+1} = \tilde{E}_{t-1} \pi_t + \varrho_\pi (\pi_t - \tilde{E}_{t-1} \pi_t), \quad (32)$$

$$\tilde{E}_t y_{t+1} = \tilde{E}_{t-1} y_t + \varrho_y (y_t - \tilde{E}_{t-1} y_t). \quad (37)$$

Dalle combinazioni delle soluzioni del sistema otteniamo il seguente risultato ([Appendice D](#)):

$$\text{cov}(\pi_t, y_t) = -\frac{\alpha(\phi_\pi - 1)\hat{\beta}(1 - \varrho_\pi)^2 \varrho_\pi^2}{(1 - \hat{\beta}\varrho_\pi)^2} \text{var}(\pi_{t-1}) + \frac{\kappa(1 - \beta\varrho_\pi)}{(1 - \hat{\beta}\varrho_\pi)^2} \sigma_v - \frac{\alpha(\phi_\pi - 1)\varrho_\pi}{(1 - \hat{\beta}\varrho_\pi)^2} \sigma_u, \quad (38)$$

con $\hat{\beta} = (\beta - \kappa\alpha(\phi_\pi - 1))$.

Il primo termine evidenzia che i valori passati dell'inflazione ritardata producono un co-movimento negativo tra inflazione e *output gap*. Questo perché se in passato c'è stata alta inflazione, le aspettative saranno elevate e necessariamente l'inflazione corrente sarà elevata rispetto all'obiettivo della *policy*. La banca centrale alzerà il tasso di interesse e l'*output gap* scenderà innescando un co-movimento negativo. Ovviamente il terzo termine rappresenta il contributo dello *shock cost-push* e innesca un co-movimento negativo. Il secondo termine, invece, fa sì che lo *shock* di domanda produca un co-movimento positivo perché la banca centrale stabilizza entrambe le variabili nella stessa direzione.

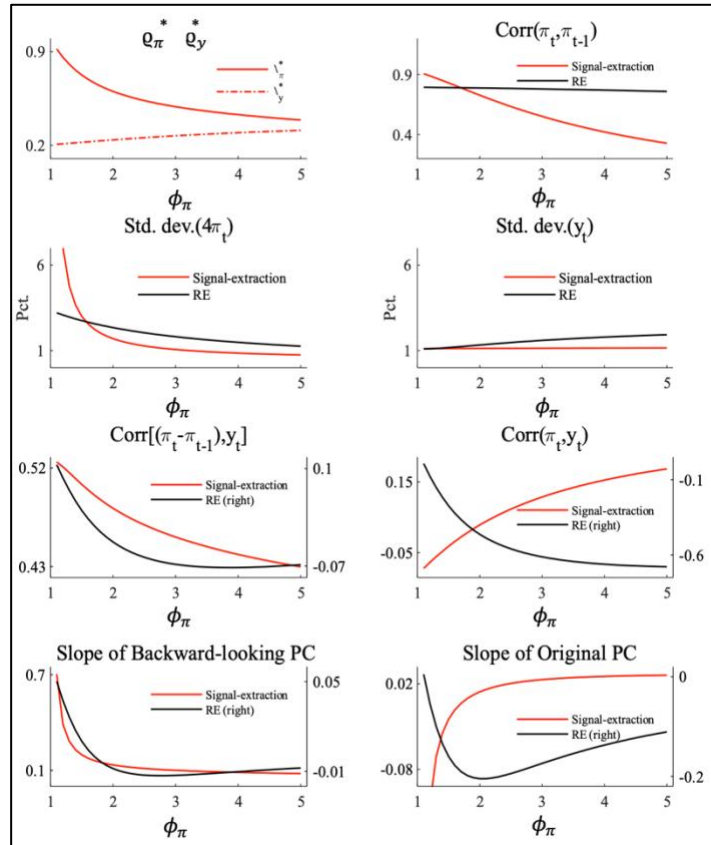
L'ancoraggio esogeno delle aspettative nel caso limite (ϱ basso) annulla il contributo che il primo e il terzo termine apportano a $\text{cov}(\pi_t, y_t)$. Le aspettative diventano costanti, l'inflazione corrente non risponde all'inflazione passata, la sensibilità della risposta del tasso di interesse della banca centrale all'inflazione

passata si azzera. Il coefficiente di σ_v converge a κ , che è il vero valore della pendenza della NKPC e $cov(\pi_t, y_t)$ risulta quindi positiva.

Nel caso di ancoraggio endogeno prodotto dalla politica monetaria, invece, tenendo costante il parametro ϱ_π e incrementando ϕ_π che interviene nel primo e terzo termine dell'Equazione (38), si riduce necessariamente la $cov(\pi_t, y_t)$ e la curva originale risulta essere più piatta. Questo va in contrasto con i dati e con i diagrammi delle curve presentate in precedenza. In realtà, Jørgensen e Lansing sostengono che l'aumento di ϕ_π produce una riduzione nel tempo di ϱ_π e quindi un maggior ancoraggio delle aspettative. L'ancoraggio delle aspettative contribuisce ad avere una pendenza della curva originale ripida e una $cov(\pi_t, y_t)$ positiva.

Per dimostrare l'ancoraggio endogeno, Jørgensen e Lansing si servono di un modello NK simile al precedente. In quest'ultimo modello gli agenti economici fanno delle previsioni sull'Equazioni del moto (32) e (37) e si assume che l'inflazione e l'*output gap* siano guidati da processi di serie storiche. Gli agenti non osservano direttamente gli *shock* temporanei e permanenti delle serie storiche, ma sulla base dei momenti delle serie storiche possono estrarre i rapporti degli *shock* (*signal-to-noise ratio*) e ricavare i parametri ϱ_π e ϱ_y . I risultati del modello NK di JL sono riportati nella Figura 2.4.

Figura 2.4: Risposta dei coefficienti e momenti dell'inflazione e dell'*output gap* al variare del parametro di *policy*.



Fonte: Jørgensen e Lansing (2019, Figura 7, p. 28).

Nella Figura 2.4 si mettono a confronto le risposte dei momenti alle variazioni del parametro di *policy* che sono date da un modello con aspettative razionali (RE) e dal modello con l'Equazione del moto. Mentre per il modello con aspettative razionali si confermano le teorie di McLeay e Teneyro, cioè la risposta della $cov(\pi_t, y_t)/var(y_t)$ in diminuzione (riquadro sinistro, riga 4 in Figura 2.4) con una curva di Phillips più piatta, il modello con aspettative ancorate produce una risposta del parametro di ancoraggio in diminuzione (riquadro sinistro, riga 1 in

Figura 2.4). Questo perché l'aumento di ϕ_π produce una $corr(\Delta\pi_t, \Delta\pi_{t-1})$ con segno negativo e il *signal-to-noise ratio* diminuisce (per aumento della varianza degli *shock* temporanei che spingono l'inflazione lontano dal trend)⁶; la correlazione tra (π_t, π_{t-1}) diminuisce come mostrato nei dati statunitensi nella Tabella 2.5 e aumenta la $corr(\pi_t, y)$ (riquadro destro, riga 3 in Figura 2.4) e valgono le considerazioni già fatte per l'ancoraggio esogeno, cioè una sensibilità sempre minore nel tempo del coefficiente della *policy* all'inflazione ritardata e σ_v converge a κ .

NOTE CAPITOLO 2

¹. Il FMI stima il Nairu *time varying* assumendo che segua un processo stocastico di tipo *white noise*. Per la sua stima è stato utilizzato il filtro di Kalman.

². Del Negro suggerisce che l'interpretazione che danno ai risultati del VAR strutturale può avere un punto debole, ossia, gli *shock* della domanda devono incidere sull'inflazione attraverso i canali convenzionali sulle pressioni sui costi. In caso contrario lo *shock* potrebbe determinare pressioni sui costi attraverso strade non convenzionali e generare delle flessioni dei costi attraverso i canali convenzionali come il *labour share* o le ore di manodopera o il GDP.

³. Nel modello NK, la *monetary police rule* (regola di politica monetaria) si ottiene combinando l'Equazione (26), cioè la combinazione ottimale di prodotto-inflazione, con il livello efficiente di *output*, quindi la DIS.

⁴. Il campione considera 18 paesi dell'Eurozona ad eccezione della Slovacchia.

⁵. Hazell et al. (2021) mettono in guardia da un possibile effetto Balassa-Samuelson, cioè se la produttività a lungo termine differisce tra le singole regioni, l'assunzione che la variazione delle aspettative a lungo termine sia costante tra le regioni viene a cadere.

⁶. Nel modello di Jørgensen e Lansing si postula che l'inflazione è governata da un processo di serie temporali:

$$(a) \quad \pi_t = \bar{\pi}_t + \zeta_t \text{ con } \zeta_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\zeta^2),$$

$$(b) \quad \bar{\pi}_t = \bar{\pi}_{t-1} + \eta_t \quad \text{con } \eta_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2),$$

dove $\bar{\pi}_t$ è il trend d'inflazione, ζ_t è lo *shock* transitorio che devia l'inflazione dal trend, η_t è lo *shock* permanente che devia il trend nel tempo e i due *shock* sono incorrelati tra loro.

Gli agenti economici non osservano ζ_t , η_t , χ_t , φ_t , ma sulla base dell'osservazione dei momenti dell'inflazione e dell'*output gap* possono estrarre il *signal-to-noise ratio* (τ):

$$\left(\tau_\pi = \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\zeta^2} \right);$$

la proposizione 1 in Jørgensen e Lansing stabilisce che se l'Equazione del moto dell'inflazione (32) è condizionata ai processi (a) e (b) appena descritti, allora ρ_π è fissato sulla base dell'autocorrelazione tra i cambiamenti d'inflazione e si dimostra combinando (a) e (b) e sapendo che $\text{corr}(\Delta\pi_t, \Delta\pi_{t-1}) = \frac{\text{cov}(\Delta\pi_t, \Delta\pi_{t-1})}{\text{var}(\Delta\pi_t)}$ si ottiene:

$$\left(\tau_\pi = -\frac{1}{\text{corr}(\Delta\pi_t, \Delta\pi_{t-1})} - 2 \right).$$

CAPITOLO TERZO

LA CURVA DI PHILLIPS DELL'EUROZONA: STIMA SEMI PARAMETRICA

3.1. INTRODUZIONE AL CAPITOLO 3

In questo capitolo si vogliono stimare le curve di Phillips dei paesi maggiori dell'Unione Monetaria Europea per il periodo 1983-2019 con l'obiettivo di ricercare un compromesso significativo tra inflazione e disoccupazione. Il periodo storico che si vuole analizzare abbraccia due fasi macroeconomiche importanti, l'era della *great moderation* e l'era della *great recession*. Sotto la guida politica Volcker inizia una fase di contenimento dell'inflazione e il coefficiente di *slope* della curva si riduce a partire dagli anni '80.

Si propongono due modelli: un modello con parametri costanti nel tempo e un modello basato su parametri variabili nel tempo (*time varying – TV*), il quale consente di osservare l'evoluzione temporale dei coefficienti stimati e ricercare eventuali *breaks* strutturali nella stima. Entrambi i modelli prevedono l'utilizzo di variabili strumentali (*instrumental variables – IV*), che consentono di risolvere il problema dell'endogeneità provocato dalla politica monetaria.

Nella Sezione 3.2 si presenta il modello di stima semi-parametrico *time-varying* con variabili strumentali esposto in [Giraitis et al. \(2021\)](#), oltre a fornire una

descrizione della statistica di tipo Hausman *time-varying*. Il test di Hausman consente di testare sotto l'ipotesi nulla che lo stimatore IV sia non significativamente diverso dallo stimatore OLS. Giraitis et al. (2021) danno una dimostrazione della validità asintotica della statistica del test di Hausman nell'ambito di parametri TV; inoltre, forniscono la medesima dimostrazione per la statistica del test di sovraidentificazione delle restrizioni nell'ambito TV. Si calcola il test di sovraidentificazione per testare l'ipotesi nulla che l'insieme degli strumenti siano non correlati con il *noise* del secondo stadio.

Nella Sezione 3.3 vengono mostrati i risultati delle stime del modello costante e del modello *time-varying*; tra i due modelli i risultati sono complessivamente concordi, ma il modello *time-varying* permette di trovare risultati significativi in particolari sottoperiodi del campione, che altrimenti non sarebbero stati osservabili. Si trovano risultati confortanti per Francia e Italia, per gli altri paesi del campione non emerge alcun *trade-off* significativo.

La Sezione 3.4 conclude con un commento generale dei risultati.

3.2. MODELLO TIME VARYING CON VARIABILI STRUMENTALI

In questa Sezione si introduce il modello semi-parametrico con metodo di stima *Instrumental variables - IV*.

3.2.1 Il modello semi parametrico con parametri variabili nel tempo

[Giraitis et al. \(2021\)](#) (d'ora in poi GKM), hanno fornito una dimostrazione della validità della teoria asintotica degli stimatori di coefficienti variabili nel tempo, nell'ambito della regressione TV-IV, anche nel caso in cui i parametri evolvono come processi stocastici persistenti. GKM basano le loro ricerche sui lavori di [Giraitis et al. \(2014\)](#) i quali hanno ideato un metodo di stima semi parametrico TV-OLS dando dimostrazione della validità asintotica delle loro stime.

Il modello proposto da GKM è semi parametrico: un metodo di stima non parametrico basato sul kernel con parametri TV-IV. Il modello teorico utilizzato in questo capitolo per la stima della HNKPC ricalca fedelmente il modello in GKM. Si assuma che, con $t = 1, \dots, T$:

$$\begin{cases} y_t = \mathbf{x}'_t \boldsymbol{\beta}_t + u_t & (39) \\ \mathbf{x}_t = \boldsymbol{\psi}'_t \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_t, & (40) \end{cases}$$

dove y_t è la variabile dipendente scalare, il *noise* u_t è di dimensione 1×1 e \mathbf{x}'_t è un vettore di dimensioni $1 \times p$ moltiplicato per il parametro $\boldsymbol{\beta}_t$ che è un vettore di dimensione $p \times 1$. È possibile assumere che tra le p variabili contenute in \mathbf{x}_t , ci siano r variabili endogene, con $1 \leq r \leq p$. Nell'Equazione (40), \mathbf{z}_t è un vettore di n variabili strumentali, cioè un vettore di dimensione $n \times 1$ che avrà $n - r$ elementi comuni a \mathbf{x}_t , ossia le variabili esogene, oltre ad avere almeno r strumenti. Se vale $n > p$, si ha un modello sovraidentificato, cioè più strumenti rispetto alle endogene.

La matrice $\boldsymbol{\psi}'_t$ è di dimensione $p \times n$ e il vettore \boldsymbol{v}_t di dimensione $p \times 1$ è il *noise*.

Il vettore $\boldsymbol{\beta}_t$ e la matrice dei parametri $\boldsymbol{\psi}'_t$ possono variare nel tempo.

Il metodo di stima IV consente di tenere in considerazione il problema dell'endogeneità delle variabili. Gli strumenti nell'Equazione (40) devono essere validi, cioè correlati con le variabili endogene e richiesti altresì esogeni [$E\{\boldsymbol{z}_t u_t\} = \mathbf{0}_{(n \times 1)}$] con l'errore dell'Equazione (39). Tra le condizioni essenziali si richiede anche che gli strumenti siano incorrelati con il vettore \boldsymbol{v}'_t . Lo stimatore kernel di $\boldsymbol{\beta}_t$ con variabili strumentali è un vettore così definito:

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{1,t} = \left(\sum_{j=1}^T b_{H|j-t|} \widehat{\boldsymbol{\psi}}'_j \boldsymbol{z}_j \boldsymbol{x}'_j \right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^T b_{H|j-t|} \widehat{\boldsymbol{\psi}}'_j \boldsymbol{z}_j \boldsymbol{y}_j \right), \quad (41)$$

con $b_{H|j-t|} = K \left[\frac{|j-t|}{H} \right]$ che è il peso kernel: la funzione kernel K è valutata su $\left[\frac{|j-t|}{H} \right]$,

dove in valore assoluto si ha il delta temporale tra il tempo j -esimo e il tempo t -esimo. Il parametro H è il parametro della banda (*bandwidth*), anche chiamato larghezza della finestra o parametro di *smoothing*. Si imposta $H = T^{h_1}$, tenendo presente che valori minori della *bandwidth* riducono l'efficienza della stima, ma ne aumentano la variabilità. Verranno pesate maggiormente le osservazioni j -esime più vicine a t . Nelle stime successivamente proposte si utilizza una funzione kernel di tipo gaussiana che consente di ottenere delle stime con un buon grado di *smoothness*.

L'Equazione (41) mostra uno stimatore kernel basato su IV. Per fare un parallelismo, come noto nella teoria generale parametrica, quando il modello risulta

sovraidentificato ($n > p$), lo stimatore generalizzato IV (GIVE) in forma matriciale è definito:

$$\widehat{\beta}_{IV} = (\mathbf{X}'\mathbf{Z}(\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1} \cdot (\mathbf{X}'\mathbf{Z}(\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{y}),$$

dove:

$$\mathbf{X}_{(N \times p)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}'_1 \\ \dots \\ \mathbf{x}'_N \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} x_{1,1} & \dots & x_{1,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N,1} & \dots & x_{N,p} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{(N \times n)} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}'_1 \\ \dots \\ \mathbf{z}'_N \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} z_{1,1} & \dots & z_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N,1} & \dots & z_{N,n} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{y}_{(N \times 1)} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix};$$

il prodotto matriciale e la sua versione trasposta sono:

$$\widehat{\psi}' = \mathbf{X}'\mathbf{Z}(\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1} = \left(\sum_{j=1}^N x_j \mathbf{z}'_j\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^N \mathbf{z}_j \mathbf{z}'_j\right),$$

$$\widehat{\psi} = (\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}(\mathbf{Z}'\mathbf{X}) = \left(\sum_{j=1}^N \mathbf{z}_j \mathbf{z}'_j\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^N \mathbf{z}_j \mathbf{x}'_j\right),$$

i quali permettono una stima OLS del parametro del primo stadio. La stima di tipo kernel del prodotto matriciale appena descritto restituisce esattamente la matrice $\widehat{\psi}'_t$ nell'Equazione (41), che nella forma non trasposta è così definita:

$$\widehat{\psi}_t = \left(\sum_{j=1}^T b_{L|j-t|} \mathbf{z}_j \mathbf{z}'_j\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^T b_{L|j-t|} \mathbf{z}_j \mathbf{x}'_j\right),$$

dove si permette l'uso di una *bandwidth* L che può essere diversa dalla *bandwidth* H del secondo stadio e si imposta $L = T^{h_2}$.

3.2.2 TV Hausman test

L'idea alla base del test di Hausman è quella di comparare le stime OLS e IV e verificare se questa differenza sia statisticamente significativa. Una formulazione

comune del test di Hausman è la forma quadratica tra la differenza tra lo stimatore OLS e lo stimatore IV con l'inversa della varianza della differenza degli stimatori.

Nel contesto TV, GKM derivano una distribuzione asintotica della statistica di Hausman che si distribuisce asintoticamente come una chi-quadro con r gradi di libertà:

$$\frac{K_t^2}{K_{2,t}} \mathbf{V}'_{T,t} \widehat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{v},t}^{-1} \mathbf{V}_{T,t} \hat{\sigma}_{\hat{u},t}^{-2} \rightarrow_D \mathcal{X}_r, \quad (42)$$

con:

$$K_t = \sum_{j=1}^T b_{H|j-t|} \quad \text{e} \quad K_t^2 = \sum_{j=1}^T b_{H|j-t|}^2;$$

$$\mathbf{V}_{T,t} = (\mathbf{S}_{\hat{x}\hat{x},t})^{\frac{1}{2}} (\mathbf{S}_{xx,t})^{\frac{1}{2}} [\widehat{\boldsymbol{\beta}}_t^{OLS} - \widetilde{\boldsymbol{\beta}}_{1,t}];$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{u},t}^2 = K_t^{-1} \sum_{j=1}^T b_{H|j-t|} \hat{u}_j^2;$$

$$\widehat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{v},t} = \mathbf{S}_{\hat{v}\hat{v},t} \quad ;$$

dove il momento campionario di secondo ordine di tipo kernel della \mathbf{x}_j osservata è definito come:

$$\mathbf{S}_{xx,t} = K_t^{-1} \sum_{j=1}^T b_{H|j-t|} \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j';$$

il momento campionario di secondo ordine di tipo kernel della $\hat{\mathbf{x}}_j$ stimata del primo stadio è il seguente:

$$\mathbf{S}_{\hat{x}\hat{x},t} = K_t^{-1} \sum_{j=1}^T b_{H|j-t|} \hat{\mathbf{x}}_j \hat{\mathbf{x}}_j';$$

$\hat{\sigma}_{\hat{u},t}^2$ è la varianza kernel dei residui del secondo stadio e inoltre la matrice varianza-covarianza campionaria di tipo kernel dei residui di primo stadio è la seguente:

$$\widehat{\Sigma}_{\widehat{v}v,t} = K_t^{-1} \sum_{j=1}^T b_{H|j-t|} \widehat{v}_j \widehat{v}_j';$$

infine, $\mathbf{V}_{T,t}$ è la statistica originaria di tipo Hausman per testare al tempo t-esimo l'ipotesi nulla, del tipo $H_0: E\{\mathbf{v}_t u_t\} = 0$, come definita nell'Equazione (42).

La statistica dell'Equazione (42) è ottenuta dal quadrato dell'Equazione (43) specificata di seguito, la quale si distribuisce asintoticamente come una normale standard multivariata come dimostrato da GKM nel Teorema 4 (ii):

$$K_t K_{2,t}^{-1/2} \sigma_{u,t}^{-1} \Sigma_{vv,t}^{-1} \mathbf{V}_{T,t} \rightarrow_D \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}), \quad (43)$$

cioè si dimostra una normalità asintotica per la differenza $\widehat{\beta}_t^{OLS} - \widetilde{\beta}_{1,t}$ quando la \mathbf{x}_j è esogena, con $\Sigma_{vv,t}^{-1}$ che è l'inversa della matrice varianza-covarianza del *noise* di primo stadio.

In conclusione, la statistica test locale TV di Hausman definita dall'Equazione (42) consentirà di testare l'ipotesi nulla $H_0: E\{\mathbf{v}_t u_t\} = 0$; nell'eventualità di rigetto ci saranno valide ragioni teoriche per utilizzare la stima TV-IV rispetto alla stima TV-OLS, perché sotto ipotesi alternativa la stima TV-IV darà risultati consistenti.

3.2.3 TV Sargan test

Nella teoria parametrica, quando il modello risulta sovraidentificato e cioè nel modello proposto $n > p$, è possibile testare se gli elementi del vettore $\frac{1}{N} \mathbf{Z}'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$ convergano a zero in modo asintotico. L'idea alla base del test di

sovraidentificazione delle restrizioni o chiamato test di Sargan o J-test è che assumendo almeno uno strumento come esogeno, possiamo produrre delle stime di y_t e successivamente calcolare i residui del secondo stadio ed eseguire una regressione ausiliaria su tutti gli strumenti esogeni. Sotto ipotesi nulla che tutti gli strumenti siano incorrelati con u_t del secondo stadio, la statistica test utilizzata per testare le restrizioni si distribuisce come una chi-quadro con gradi di libertà $n - p$ (Verbeek 2017, p. 168):

$$\xi = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} (\sum_{j=1}^N \hat{u}_j \mathbf{z}_j)' (\sum_{j=1}^N \mathbf{z}_j \mathbf{z}_j')^{-1} (\sum_{j=1}^N \hat{u}_j \mathbf{z}_j) \rightarrow \chi_{n-p} \quad ,$$

dove $\sum_{i=1}^N \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i'$ è la matrice di ponderazione ottimale che da l'informazione sui pesi attribuiti alle restrizioni delle condizioni. Il rifiuto dell'ipotesi nulla porta alla conclusione che almeno uno degli strumenti scelti è non esogeno.

Analogamente, GKM dimostrano altresì che è possibile ottenere una statistica del test di sovraidentificazione delle restrizioni nel contesto TV. La statistica di sovraidentificazione delle restrizioni basata su kernel è del tipo:

$$J_t = K_t K_{2,t}^{-1} \frac{1}{\hat{\sigma}_{u,t}^2} (\sum_{j=1}^T b_{H|j-t} \mathbf{z}_j' \hat{u}_j) (\sum_{j=1}^T b_{H|j-t} \mathbf{z}_j \mathbf{z}_j')^{-1} (\sum_{j=1}^T b_{H|j-t} \mathbf{z}_j \hat{u}_j),$$

e si distribuisce come una chi-quadro con gradi di libertà $n - p$.

Nella stima delle curve di Phillips, con l'intento di produrre delle stime consistenti, si utilizzerà la statistica J_t per testare le restrizioni di sovraidentificazione.

3.3 RISULTATI DELLA STIMA

In questa Sezione vengono riportate le stime econometriche della HNKPC per l'Eurozona. Le stime sono ottenute dapprima con il modello IV con parametri costanti nel tempo e poi altresì con il modello TV-IV come in GKM. Come già introdotto, l'analisi riguarda i principali paesi dell'Area Euro, cioè i sei paesi fondatori dell'Unione Europea assieme a Spagna e Finlandia.

3.3.1 I risultati del modello IV con parametri costanti nel tempo

Si vuole stimare una versione ibrida della curva neokeynesiana. Come in GKM, si propone di utilizzare la differenza prima della disoccupazione come *proxy* dello *slack*, secondo l'idea che la differenza positiva persistente nel tempo segnali rallentamento economico. Per tutte le variabili del modello si calcolano le differenze prime in modo tale da eliminare la componente di *trend*.

Si utilizzano dati mensili prendendo in considerazione la serie *Harmonized Unemployment Rate All Persons Seasonally Adjusted*. La scelta di questa misura armonizzata della disoccupazione consente un confronto puro tra i paesi oggetto d'analisi. Quest'ultima è disponibile a partire dal 1983, l'anno di inizio dell'era della *great moderation*; diversamente per la Germania la serie ha inizio dal 1991, per la Finlandia ha inizio dal 1988 e per la Spagna è disponibile a partire dall'aprile del 1986.

Sotto il profilo metodologico, l'inflazione è calcolata come 100 volte la *seasonal difference* del logaritmo del *Consumer Price Index of All Items Not Seasonally Adjusted* (2015=100).

Stimiamo un'equazione che ricalca il modello ibrido di [Gali e Gertler \(1999\)](#) nel contesto di aspettative razionali:

$$\Delta\pi_t = c + \gamma_f \Delta\pi_{t+1} + \gamma_b \Delta\pi_{t-1} + \kappa \Delta u_t + \epsilon_t, \quad (44)$$

dove κ è il coefficiente di *slope*, il termine ϵ_t è il *noise* assunto i.i.d. sotto aspettative razionali, il coefficiente γ_f è interpretabile come coefficiente *forward-looking* delle aspettative, in questo caso della variazione delle aspettative, mentre γ_b è il coefficiente della persistenza intrinseca.

La variabile $\Delta\pi_{t+1}$ dell'aspettativa potrebbe essere endogena, in quanto è il valore futuro della variabile dipendente. Il noise ϵ_t dell'Equazione (44) viene inteso dalla politica monetaria come uno *shock cost-push* che genera ondate inflazionistiche; tanto più le aspettative risultano ancorate all'obiettivo della banca centrale, tanto meno subiscono gli effetti di una perturbazione dei prezzi e tanto meno la variabile risulterà essere endogena. Anche la variabile Δu_t potrebbe esserlo; se la *policy* decidesse di attuare una strategia di stabilizzazione dell'inflazione, in concomitanza di *shock* d'offerta, il prodotto interno verrebbe ridotto generando aumenti della disoccupazione. Il metodo di stima IV risolve in parte questo problema e l'idea di base è che il primo stadio del modello consenta di

isolare la variazione di x'_t nell'Equazione (39) che non risulta correlata con il relativo *noise* u_t . Gli strumenti utilizzati per le condizioni di ortogonalità sono riassunti nella Tabella 3.1.¹

Tabella 3.1: Variabili strumentali utilizzate nel modello di stima IV costante e TV-IV.

		Belgio	Francia	Finlandia	Germania	Italia	Lussemburgo	Olanda	Spagna
Banda	H	$T^{0,8}$	$T^{0,8}$	$T^{0,7}$	$T^{0,7}$	$T^{0,8}$	$T^{0,7}$	$T^{0,8}$	$T^{0,8}$
	L	$T^{0,7}$	$T^{0,6}$	$T^{0,8}$	$T^{0,7}$	$T^{0,7}$	$T^{0,7}$	$T^{0,6}$	$T^{0,6}$
Strumenti	$\Delta\pi$	da t-1 a t-2	da t-1 a t-2	da t-1 a t-2	da t-1 a t-2	da t-1 a t-2	da t-1 a t-2	da t-1 a t-2	da t-1 a t-2
	Δu	da t-2 a t-3	da t-1 a t-2	da t-4 a t-5	da t-1 a t-2	da t-1 a t-2	da t-4 a t-5	da t-10 a t-11	da t-1 a t-2

Fonte: elaborazione personale.

Gli strumenti presentati nella Tabella 3.1 sono gli stessi che verranno poi utilizzati per il metodo di stima TV-IV; la prima casella riassume anche le scelte che sono state fatte per i parametri di *bandwidth* della funzione kernel.

I risultati del modello IV con parametri costanti nel tempo sono esposti nella Tabella 3.2. Osservando il primo riquadro della Tabella 3.2, il coefficiente γ_f è statisticamente significativo per il Belgio, la Finlandia e la Germania. In questi paesi la variazione delle aspettative di inflazione a breve termine guida la dinamica dell'inflazione; per il Belgio e Finlandia il coefficiente ha segno positivo, cioè la variazione delle aspettative guida la variazione dell'inflazione nella stessa direzione. Per la Germania il segno del coefficiente γ_f è negativo. L'interpretazione economica di quest'ultimo risultato potrebbe consistere nel fatto che la *policy* della Bundesbank sia stata fortemente attiva nello stabilizzare l'inflazione ed ancorare le aspettative di inflazione a più lungo termine. Le variazioni al rialzo delle aspettative

a breve termine, causate da uno *shock* di natura *cost-push*, potrebbero essere state poi non ratificate dalla politica fortemente efficace di contenimento dell'inflazione, innescando un co-movimento negativo tra inflazione in diminuzione e aspettative al rialzo. Per il resto dei paesi dell'Area Euro il coefficiente γ_f non risulta statisticamente diverso da zero. È possibile che in questi paesi l'inflazione sia guidata da aspettative a più lungo termine.

Tabella 3.2: stime dei parametri con metodo di stima IV per il 1983:01-2019:12.

	Belgio	Finlandia ^(m)	Francia	Germania ⁽ⁿ⁾	Italia	Lussemburgo	Olanda	Spagna ^(l)
γ_f	0,837* (0,458)	0,917** (0,399)	-0,580 (0,59)	-0,779* (0,40)	0,819 (0,51)	-0,89 (1,10)	-0,50 (0,87)	0,923 (1,94)
γ_b	0,128* (0,077)	-0,044 (0,119)	0,174** (0,08)	-0,047 (0,073)	0,03 (0,17)	0,07 (0,18)	0,027 (0,052)	0,245*** (0,05)
κ	-0,578 (0,601)	0,248 (0,605)	-1,061* (0,59)	-0,445 (0,60)	-0,807*** (0,30)	-3,198 (2,43)	-0,949 (0,74)	0,044 (0,50)
p-value Hausman test	0,21	0,009	0,05	0,36	2,25e-05	0,14	0,42	0,53
p-value Sargan test	0,89	0,95	0,32	0,78	0,35	0,56	0,46	0,33
Statistica Cragg Donald (Valore critico <5%)	1,53	1,20	1,27	1,30	3,93	0,47	0,41	0,21
p-value statistica F	0,0003	0,09	0,001	0,08	0,0001	0,61	0,41	0,0001

Std. Errors robusti HAC
^(m) il campione di riferimento è il 1987m1:2019:m12
⁽ⁿ⁾ il campione di riferimento è il 1990m1:2019:m12
^(l) il campione di riferimento è il 1985m4:2019:m12
***, **, * denotano significatività statistica al livello di confidenza del 1%, 5%, 10%, rispettivamente

Fonte: elaborazione personale.

Nei termini del coefficiente della variazione dell'inflazione ritardata γ_b sono la Spagna, la Francia e il Belgio i paesi dove l'inflazione *backward-looking* gioca un ruolo importante nel guidare il processo inflazionistico. La persistenza dell'inflazione, nei termini di $\Delta\pi_{t-1}$, complessivamente non supera la misura di $\frac{1}{4}$.

Le variazioni in diminuzione della disoccupazione non apportano più un contributo nell'aumentare l'inflazione, ad eccezione dei paesi Francia e Italia. In

quest'ultimo paese, la dinamica dell'inflazione non è guidata dalle componenti *forward* né *backward*, ma esclusivamente dal ciclo economico.

Per il Lussemburgo e l'Olanda tutti i coefficienti non sono significativamente diversi da zero e non esiste una relazione significativa tra la variabile dipendente e l'insieme dei regressori.

Nel prossimo paragrafo si comparano i risultati del modello IV a parametri costanti con i risultati del modello presentato nella [Sezione 3.2.1](#).

3.3.2 I risultati del modello TV-IV

In questa Sezione si utilizza il modello TV-IV per la stima dei parametri della HNKPC definita dall'Equazione (44). I coefficienti possono variare nel tempo e questo consente di individuare con facilità cambiamenti strutturali. In secondo luogo, la statistica di tipo Hausman variabile nel tempo consente di capire in quali sottoperiodi il modello IV è preferibile all'OLS e suggerisce la presenza di endogeneità nelle variabili Δu_t e $\Delta \pi_{t+1}$.

I risultati sono presentati graficamente nelle Figure 3.1 - 3.3 e per ogni riquadro corrisponde un paese differente. Le stime della HNKPC sono presentate con un intervallo di confidenza al 90%.

Figura 3.1: Stime dei parametri del modello TV-IV per il 1983:m1-2019:m4 (Belgio, Francia, Italia).

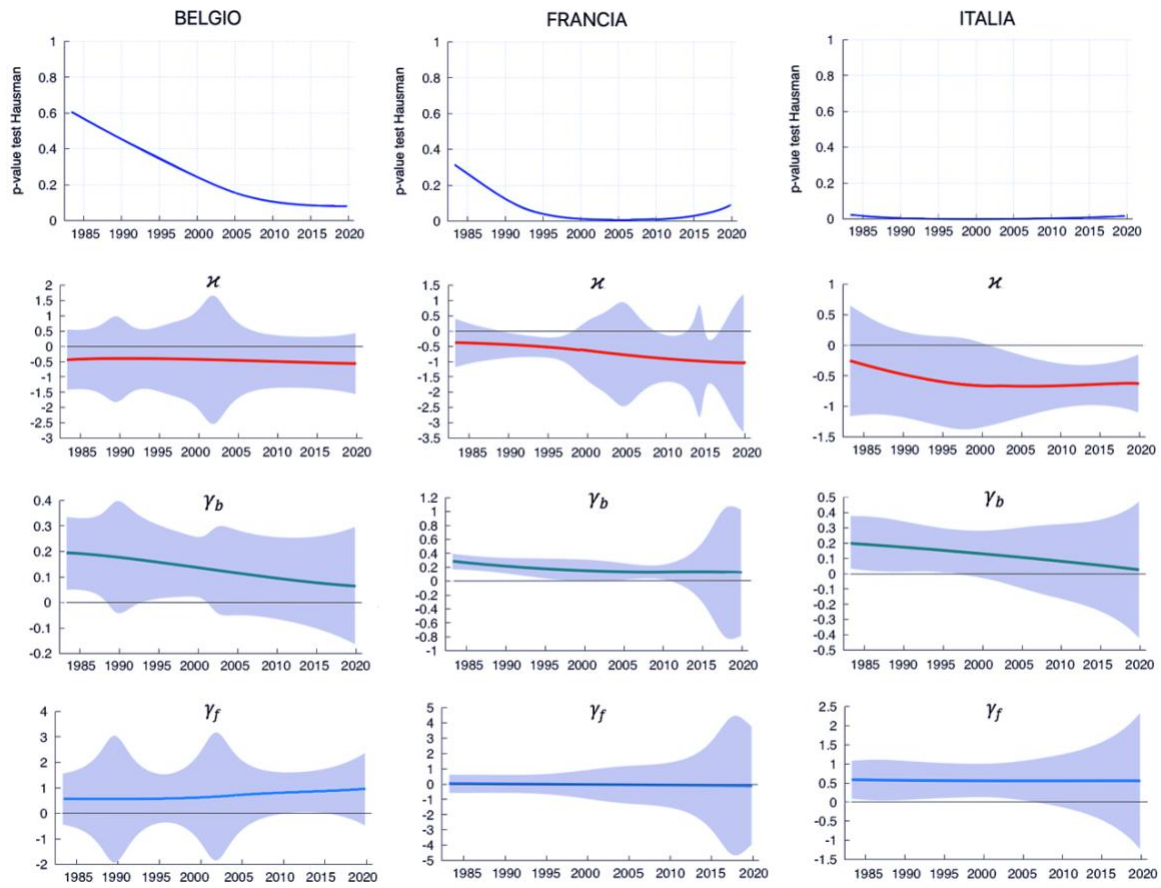


Figura 3.2: Stime dei parametri del modello TV-IV per il 1983:m1-2019:m4 (Lussemburgo, Olanda, Germania).

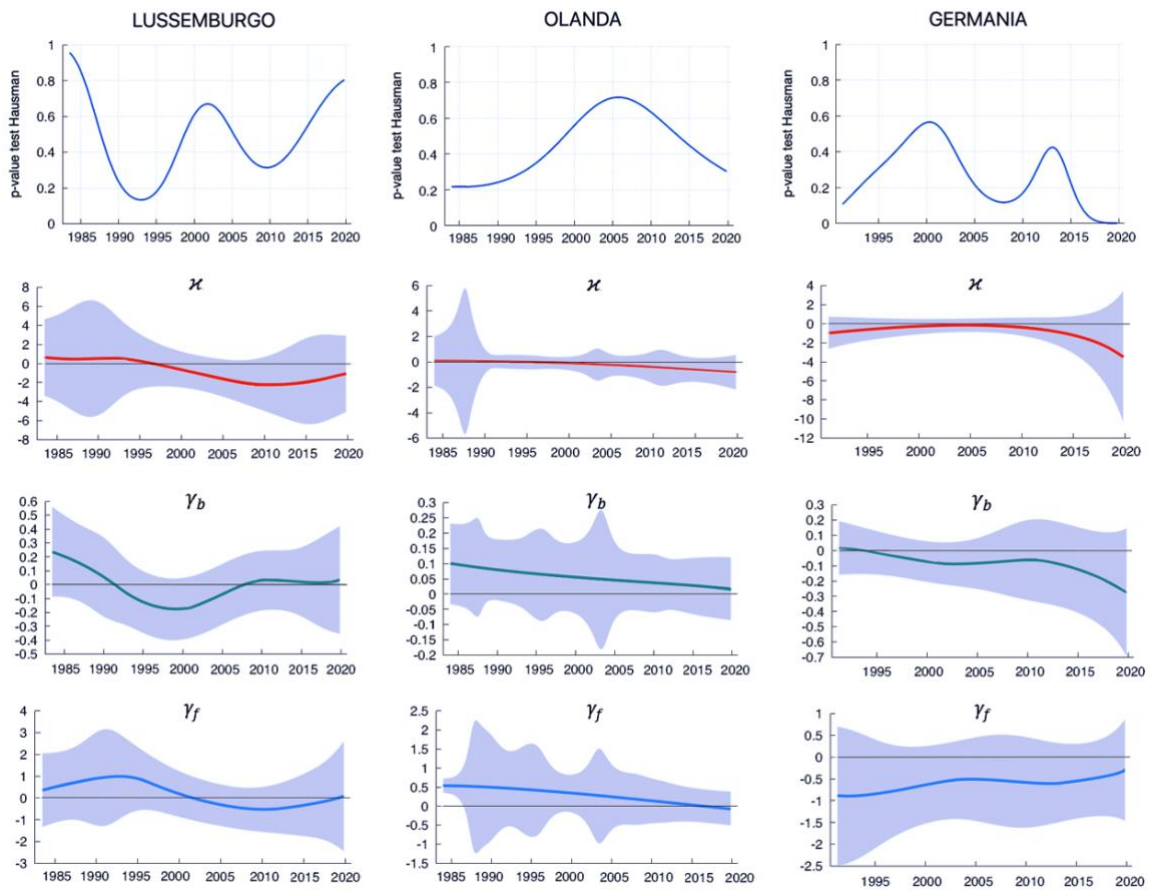
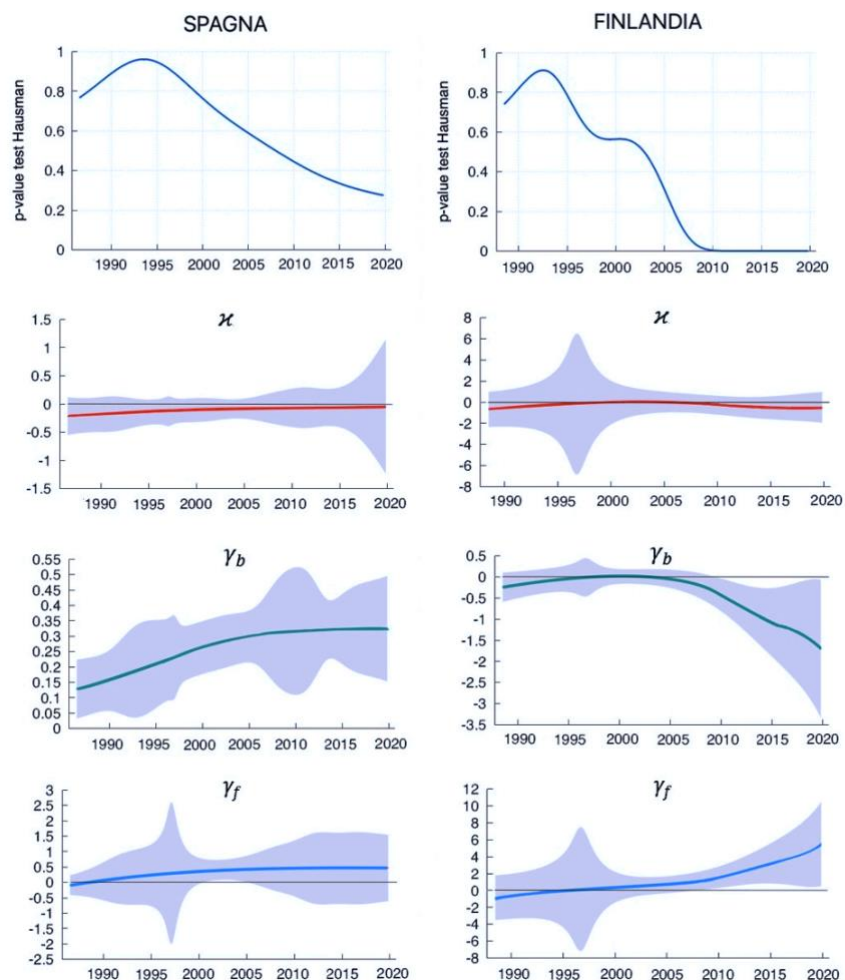


Figura 3.3: Stime dei parametri del modello TV-IV per il 1986:m4-2019:m4 (Spagna, Finlandia).



Nei termini del coefficiente γ_b , che rappresenta la sensibilità della variazione dell'inflazione alla variazione dell'inflazione ritardata, per il Belgio, Francia e Italia l'evoluzione temporale del coefficiente è molto simile, dato che γ_b è significativo e di segno positivo, declinando progressivamente verso il valore nullo e perdendo significatività statistica a partire dal 2000. Le stime TV-IV non si discostano eccessivamente dai risultati del modello IV con parametri costanti della

Tabella 3.2. Nel sottoperiodo 2000:2019, per questi paesi la variazione dell'inflazione ritardata non ha più inciso sulla dinamica dell'inflazione. Probabilmente l'unificazione della *policy* e una comunicazione esplicita hanno contribuito ad un maggior ancoraggio delle aspettative a più lungo termine.

Per la Germania, l'Olanda e Lussemburgo lo stimatore per γ_b non risulta mai statisticamente significativo. Questi paesi sono stati contraddistinti da politiche monetarie credibili e largamente indipendenti dal governo centrale. Come riporta il [FMI \(2013, p. 13\)](#), la Bundesbank riuscì a ridurre l'inflazione nei difficili anni '70 ed ancorare saldamente le aspettative con obiettivi espliciti.

Nei termini dello stimatore per γ_f , che traduce la sensibilità dell'inflazione alla variazione delle aspettative a breve termine, i risultati sono eterogenei. Nei paesi con tradizioni di bassa inflazione, come la Germania, l'Olanda e Lussemburgo, il coefficiente non risulta mai statisticamente significativo, segno che il processo inflazionistico potrebbe essere stato guidato da aspettative a più lungo termine. Per la Francia e il Belgio, dove si è visto che l'inflazione nel periodo pre-unione era guidata principalmente da un processo *backward-looking*, lo stimatore per γ_f non risulta statisticamente significativo. Anche in questi paesi le aspettative a lungo termine potrebbero essere diventate rilevanti e stabilmente ancorate.

La Spagna e la Finlandia rappresentano due casi *sui generis*. In Spagna, il processo inflazionistico è unicamente guidato da una visione retrospettiva

dell'inflazione; lo stimatore per γ_b è significativo per tutto il campione e aumenta gradualmente nel tempo e le aspettative future d'inflazione a breve termine non apportano nessun contributo significativo alla variazione dell'inflazione.

Per la Finlandia, invece, a partire dall'era della grande recessione (2007-2019) lo stimatore per γ_f assume significatività e il segno è positivo. Questi due risultati vanno anche interpretati alla luce dei risultati del test TV di Hausman; data l'ipotesi nulla $H_0: E\{v_t u_t\} = 0$, il p-value osservato per questi due paesi è molto elevato per la maggior parte del campione e potrebbe essere opportuno l'utilizzo del metodo di stima OLS. Solo dopo il 2010 il test di Hausman TV comunica che la stima OLS potrebbe restituire risultati inconsistenti e lo stimatore per γ_b è significativo con segno negativo. Il fatto che il segno diventi negativo potrebbe dipendere dall'utilizzo dei dati mensili e dal fatto che la serie storica dell'inflazione finlandese registri nel periodo post-crisi finanziaria minore variabilità in termini di varianza dalla media, ma minor persistenza globale, cioè maggior velocità a tornare al suo valore medio.²

Per quanto concerne la stima del coefficiente di *slope* κ , si rileva una relazione significativa per l'Italia a partire dagli anni 2000. Il valore medio si attesta ad un livello di -0,5. Lo stesso risultato lo si ottiene per la Francia, dove la relazione era già presente a partire dai primi anni '90. Il coefficiente κ è in media di -0,5 per gli anni '90 ma la pendenza diventa più ripida nell'era della grande recessione e il coefficiente assume un valore prossimo a -0.9. La variabilità dei risultati di stima

aumenta nel sottoperiodo 1998:2007 e lo stimatore per κ diventa non più significativo.

Mettendo a confronto i risultati dei due modelli scaturisce che sia il modello TV-IV e sia il modello IV costante individuano un *trade-off* tra variazione dell'inflazione e rallentamento economico per Italia e la Francia. Per quanto concerne lo stimatore per γ_b i risultati coincidono, ma il modello TV-IV permette di individuare diversi sottoperiodi dove le stime appaiono significative.

I due modelli divergono sostanzialmente per quanto riguarda la stima di γ_f . Il modello IV costante determina dei risultati significativi di γ_f per la Germania e per il Belgio, che il modello TV-IV non conferma. Tuttavia, la stima TV-IV restituisce dei risultati statisticamente significativi per l'Italia nel sottoperiodo 1983:2005.

In sintesi, nei paesi mediterranei (compreso il Belgio) la dinamica inflazionistica è stata guidata maggiormente da un processo *backward-looking*, specialmente nel periodo antecedente l'era della grande recessione. Gradualmente nel tempo, la persistenza intrinseca dell'inflazione diventa meno rilevante e nel recente periodo non apporta più alcun contributo, ad eccezione della Spagna che rimane l'unico tra i paesi maggiori dell'Unione dove le aspettative retrospettive a breve termine guidano ancora oggi il processo inflazionistico.

Non si rileva alcun *trade-off* tra delta d'inflazione e delta della disoccupazione ad eccezione di Francia e Italia dove, sebbene il coefficiente stimato

risultati in media molto simile, i sottoperiodi nei quali si registrano stime statisticamente significative divergono: per l'Italia il coefficiente κ è significativo nel periodo 2005:2019, mentre per la Francia risulta significativo tra il 1990-99 e discontinuamente nel 2007-2015. Nei paesi dell'Europa continentale (Olanda, Lussemburgo e Germania) il processo d'inflazione non è retrospettivo, né guidato da aspettative a più breve termine. Per la Spagna e Finlandia prima dell'anno 2000 è conveniente utilizzare il modello di stima OLS, successivamente poi il modello TV-IV risulta adeguato e nel periodo più recente le aspettative di breve termine guidano la dinamica inflazionistica.

3.4 CONCLUSIONI

In questo capitolo è stata proposta una stima semi-parametrica della curva New-Keynesiana. La stima con variabili strumentali consente in parte di risolvere il *bias* di simultaneità che scaturisce dal fatto che la politica monetaria efficace riesce a compensare gli effetti degli *shock* della domanda aggregata, così che la variazione rimanente dell'inflazione sarà influenzata quasi esclusivamente da *shock* di offerta.

Le nostre stime hanno permesso di ritrovare una relazione di Phillips significativa per la maggior parte del periodo per l'Italia e la Francia. Per gli altri paesi non emerge alcun *trade-off* significativo.

In Francia, Belgio e Italia l'inflazione sembra essere stata un processo maggiormente retrospettivo. Con l'unificazione monetaria si è ridotta la persistenza

intrinseca dell'inflazione che non è più statisticamente significativa. Sempre in questi paesi le aspettative a breve termine, che prima guidavano la dinamica dell'inflazione, ora sono non più statisticamente significative. Questo dato potrebbe suggerire che dopo gli anni 2000 le aspettative di inflazione a lungo termine sono state ancorate con successo, come sottolineato da molti economisti (Ball e Mazumder, 2019, Hazell et al., 2021); tuttavia, troviamo che in Spagna la persistenza intrinseca dell'inflazione è molto elevata e ancora oggi guida il processo inflazionistico.

La stima IV consente di strumentare le variabili assunte endogene. Ai fini della stima della HNKPC è stata stimata la variabile $\Delta\pi_{t+1}$ con i ritardi delle covariate del modello. La variabile $\Delta\pi_{t+1}$ rappresenta la variazione dell'inflazione attesa nel breve termine, soprattutto con l'utilizzo dei dati mensili. Tuttavia, come visto nella Sezione 2.3.4, variazioni significative dell'inflazione a lungo termine $E\pi_{t+\infty}$ e quindi di $\Delta E\pi_{t+\infty}$ potrebbero rendere poco informativa la relazione tra $\Delta\pi_t$ e Δu_t circa la vera pendenza della curva di Phillips (coefficiente κ), come evidenziato da Hazell et al., (2021, p. 3). Oltretutto, con delle aspettative a lungo termine ancorate e approssimabili come una costante, anche la $cov(\Delta\pi_{t+1}, \Delta\pi_t)$ tra variazione d'inflazione e variazione delle aspettative a breve termine potrebbe ridursi, ma anche la $cov(\pi_t, \pi_{t-1})$ diminuisce, come mostrano Jørgensen e Lansing (2019) per i dati statunitensi e come suggeriscono i risultati TV-IV di Belgio,

Francia e Italia. Per gli altri paesi dell'Europa continentale il processo di ancoraggio delle aspettative potrebbe essersi concluso prima del 1998.

L'ancoraggio delle aspettative di lungo termine è un fenomeno recente che ha contribuito alla stabilità dell'inflazione nell'ultimo periodo. Capire come possano evolvere le aspettative di lungo termine e come queste poi incidano sull'inflazione corrente e sulle aspettative di breve termine è un punto fondamentale per la conduzione della politica monetaria, sul quale a mio avviso, la ricerca futura potrà indagare. Prendendo spunto dalle parole di [Hazell et al., \(2021, p. 36\)](#) le aspettative potrebbero essere l'elefante nella stanza; l'attenzione dovrebbe essere posta maggiormente su questa variabile, anziché sulla pendenza della curva di Phillips.

Le stime qui presentate non mostrano una relazione significativa tra inflazione e disoccupazione. La stima in forma ridotta della curva di Phillips non sempre consente di recuperare la vera pendenza strutturale, come permettono i modelli semi-strutturali più avanzati. Risolvere il problema di identificazione della politica monetaria è essenziale per recuperare la relazione di Phillips. Una tecnica econometrica per risolvere questo problema è quella delle IV. Tuttavia, come sottolineato da [Mavroeidis et al. \(2014\)](#) utilizzare solo variabili ritardate come strumenti potrebbe non risolvere il *bias* di identificazione; anche se gli strumenti fossero ortogonali con il *noise*, se quest'ultimo mostrasse autocorrelazione seriale, la restrizione di esclusione non sarebbe soddisfatta.

NOTE CAPITOLO 3

¹. Nella scelta degli strumenti ha influito il risultato del test TV di Sargan per la sovraidentificazione delle restrizioni e il risultato del test di Stock-Yogo per l'individuazione di strumenti forti. Si richiede, infatti, che gli strumenti siano validi, quindi non deboli ed esogeni.

². I calcoli per la Finlandia prodotti con l'utilizzo di dati trimestrali, restituiscono uno stimatore per γ_b non significativo per tutto il campione, ma con il segno positivo. Per il periodo 2000:01-2009:12 e per il periodo 2010:1-2019:12, la deviazione standard della serie $\Delta\pi_t$ è di 0,36 e 0,22, rispettivamente. La persistenza globale non è stata stimata, ma da un'analisi grafica della serie storica sembra evidente come i valori tornino con maggiore rapidità verso il valore medio dopo uno *shock*.

CONCLUSIONI FINALI

Il recente episodio del *puzzle* della deflazione mancante ha messo in crisi l'impianto New Keynesiano. L'inflazione è molto più stabile rispetto al passato. La maggior parte delle stime in forma ridotta della NKPC mostrano un coefficiente di *slope* in diminuzione, un processo che è iniziato nei primi anni '80.

Le stime in forma ridotta della NKPC producono notevole incertezza, in quanto sono notevolmente sensibili alle molteplici specifiche che possono essere utilizzate. La possibile endogeneità delle covariate richiede l'utilizzo di metodi di stima e soluzioni *ad hoc* che siano capaci di arginare il *bias* di identificazione. Il metodo di stima più utilizzato in letteratura è la stima GMM-2SLS, che prevede l'utilizzo di IV. In presenza di autocorrelazione del *noise* e con strumenti non esogeni la stima 2SLS risulta inconsistente. Si conclude che la maggior parte delle stime in forma ridotta della NKPC, che non tengono in considerazione questi problemi econometrici, non permettono di recuperare il vero coefficiente strutturale.

La presenza di *shock* di *mark-up* e l'endogeneità della politica monetaria distorcono al ribasso le stime del coefficiente di *slope* in forma ridotta. I modelli strutturali più avanzati restituiscono un coefficiente di *slope* maggiore, come mostrano [Eser et al. \(2020, p.17\)](#) per i dati dell'Eurozona utilizzando il modello semi-strutturale ECB-BASE.

Numerosi studi hanno confermato un ancoraggio delle aspettative nelle economie avanzate e anche nell'Eurozona ([Łyziak e Paloviita, 2016](#), [Ciccarelli e Osbat, 2017](#)). Parte della letteratura reputa che la minor sensibilità dell'inflazione alle variazioni del ciclo sia dovuta al processo di ancoraggio. Questo provoca inevitabilmente che la curva di Phillips accelerazionista sia diventata più piatta, contrariamente la curva originale più ripida. Trovo le stesse evidenze per le principali economie dell'Area Euro (Figura 2.2., p.41).

Come visto, parte della letteratura ritiene che le aspettative a lungo termine guidino e abbiano guidato il processo inflazionistico. Il modello regionale di stima della curva di Phillips consente di risolvere il *bias* di identificazione, oltre a tenere conto dei cambiamenti nel tempo delle aspettative a lungo termine mediante l'utilizzo di *Time Fixed Effects*.

Alla luce di queste considerazioni, ritengo che la NKPC rimanga oggi il *framework* concettuale migliore per prevedere l'inflazione e comprendere il legame tra prezzi e ciclo economico. La ricerca futura dovrà capire meglio come le imprese generano le aspettative a lungo termine, ma soprattutto quali possono essere i fattori chiave che le muovono e le disancorano.

Le stime della PC ibrida dell'Eurozona qui proposte si basano su un modello IV con parametri costanti nel tempo e sul modello TV-IV. Gli strumenti che sono stati utilizzati rispecchiano la maggior parte dei lavori presenti in letteratura, ossia i ritardi dell'inflazione e della disoccupazione. Il metodo IV consente di risolvere

il problema di endogeneità delle covariate, tuttavia come sottolineato da [Mavroeidis et al. \(2014\)](#) e anche altri economisti, utilizzare solo variabili ritardate come strumenti potrebbe non risolvere il *bias* di identificazione della politica monetaria; oltretutto, l'utilizzo di questi strumenti consente di stimare delle aspettative a più breve termine senza tener conto delle aspettative a più lungo termine.

Dalla lettura dei risultati delle stime emerge che nei paesi del mediterraneo (Belgio incluso) a partire dal 2000 l'inflazione non è più un processo persistente. Questo risultato potrebbe coincidere con il consolidamento delle aspettative a più lungo termine. La variazione dell'inflazione passata $\Delta\pi_{t-1}$ non apporta più un contributo alla variazione dell'inflazione attuale. La Spagna è un caso *sui generis*.

Nei paesi del Nord Europa l'inflazione non è stata mai un processo persistente. Le aspettative a breve termine non apportano alcun contributo alla dinamica dell'inflazione. In questi paesi, il processo di ancoraggio delle aspettative potrebbe essersi concluso prima del 2000.

Sia il metodo di stima IV che il metodo TV-IV consentono di trovare una relazione significativa tra inflazione e disoccupazione per due importanti paesi dell'Eurozona, l'Italia e la Francia. Entrambi i metodi non consentono però di ritrovare una relazione significativa per il resto dei paesi. È possibile che la scelta di strumenti opportuni e differenti specifiche consenta di ritrovare la vera relazione di Phillips; un punto sul quale la ricerca futura potrà indagare.

RIFERIMENTI

- ABBAS, K., BHATTACHARYA, S., SGRO, P. (2016). *The New Keynesian Phillips Curve: An update on recent empirical advances*. "International Review of Economics and Finance", **43**, 378-403.
- ALTISSIMO, F., EHRMANN, M., SMETS, F. (2006). *Inflation persistence and price-setting behaviour in the Euro Area: a summary of the Inflation Persistence Network evidence*. "EBC Occasional Paper Series", **46**. Francoforte sul Meno. 1-58.
- ASCARI, G. (2009). *Il modello Neo-Keneysiano, politica monetaria e dinamica dell'inflazione. Perché l'inflazione è persistente?* "Rivista di Politica Economica", **99**. Roma. 23-63.
- BALL, L., MAZUMDER, S. (2019). *A Phillips Curve with Anchored Expectations and Short-Term Unemployment*. "Journal of Money, Credit and Banking", **51**. 111-137.
- BLANCHARD, O. (2016). *The Phillips Curve: Back to the '60s?* "American Economic Review", **106**. 31-34.
- BLANCHARD, O., CERUTTI, E., SUMMERS, L. (2015). *Inflation and Activity-Two Explorations and their Monetary Policy Implications*. "NBER". Cambridge. Working Paper n. **21726**. 31-34.
- CALVO, G. (1983). *Staggered Price in a Utility-Maximizing Framework*. "Journal of Monetary Economics", **12**. North Holland. 383-398.
- CICCARELLI, M., OSBAT, C. (2017). *Low inflation in the euro area: Causes and consequences*. "EBC Occasional Paper Series", **181**. Francoforte sul Meno. 1-85.
- DEL NEGRO, M., LENZA, M., PRIMICERI, G., TAMBALOTTI, A. (2020). *What Up with the Phillips Curve?* "NBER". Working Paper n. **27003**, 301-373.
- ESER, F., KARADI, P., LANE, P., MORETTI, L., OSBAT, C. (2020). *The Phillips Curve at ECB*. "ECB Monthly Bulletin, May, n. **2400**". Francoforte sul meno. 1-49.
- EUROPEAN CENTRAL BANK (2014). *The Phillips Curve relationship in the Euro Area*. "ECB Monthly Bulletin, July, n. **1694**". Francoforte sul Meno. 99-114.
- FRIEDMAN, M. (1968). *The Role of Monetary Policy*. "American Economic Review", **58**. Washington, D.C. 1-17.
- GALÌ, J. (2008). *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*. "Princeton University Press". Oxford. 1-296.
- GALÌ, J., GERTLER, M. (1999). *Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis*. "Journal of Monetary Economics", **44**. Cambridge. 195-222.
- GALÌ, J., GERTLER, M., LOPEZ-SALIDO, D. (2001). *European Inflation Dynamics*. "European Economic Review", **45**. Cambridge. 1237-1270.
- GIRAITIS, L., KAPETANIOS, G., MARCELLINO, M. (2021). *Time varying instrumental variable estimation* "Journal of Econometrics", **224**. 394-415.
- GIRAITIS, L., KAPETANIOS, G., YATES, T. (2014). *Inference on stochastic time-varying coefficient models* "Journal of Econometrics", **179**. 46-65.
- GORDON, R. (2011). *The History of the Phillips Curve: Consensus and Bifurcation*. "Economica", **78**. 10-50.
- HAZELL, J., HERREÑO, J., NAKAMURA, E., STEINSSON, J. (2021). *The Slope of the Phillips Curve: Evidence from U.S. States*. "NBER", Working Paper n. **28005**. Cambridge. 1-78.
- HOOPER, P., MISHKIN, F., SUFI, A. (2019). *Prospects for Inflation in a High Pressure Economy: Is the Phillips Curve Dead or is It Just Hibernating?* "NBER", Working Paper n. **25792**. 1-66.
- INTERNATIONAL MONETARY FUND (2013). *The Dog That Didn't Bark: Has Inflation Been Muzzled or Was It Just Sleeping?* "World Economic Outlook Chapter 3, Hopes, Realities, Risks (April)". 1-17.
- ŁYZIAK, T., PAOLOVIITA, M. (2016). *Anchoring of Inflation Expectation in the Euro Area: Recent evidence based on Survey Data*. "ECB". Working Paper n. **1945**. Francoforte sul Meno. 1-30.

- MARQUES, C. (2004). *Inflation Persistence: Facts or Artefacts?* “ECB Working Paper Series, n. 371”. Francoforte sul meno. 1-50.
- KUESTER, K., MÜLLER, G., STÖLTING, S. (2009). *Is the New Keynesian Phillips Curve Flat?* “Economics Letters”, **103**. 39-41.
- OKUN, A. (1973). *Upward Mobility in a High-Pressure Economy*. “Bookings Papers on Economic Activity”, **4**. 207-262.
- JORGENSEN, P., LANSING, K. (2019). *Anchored Inflation Expectation and the Flatter Phillips Curve*. “Federal Reserve Bank of San Francisco”. Working Paper. 1-53.
- LUCAS, R. (1973). *Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoff*. “American Economic Review”, **63**. 326-334.
- MCLEAY, M., TENREYRO, S. (2019). *Optimal Inflation and the Identification of the Phillips Curve*. “NBER Macroeconomics Annual 2019”. Cambridge. 199-255.
- MAVROEIDIS, S., PLAGBORG-MØLLER, M., STOCK, J. (2014). *Empirical Evidence on Inflation Expectations in the New Keynesian Phillips Curve*. “Journal of Economics”, **52**. Oxford. 124-188.
- PHELPS, E. (1968). *Money-Wage Dynamics and Labour-Market Equilibrium*”. “Journal of Political Economic”, **76**. University of Chicago. 678-711.
- PHILLIPS, W. (1958). *The Relationship Between Unemployment and the Rate of Change of Money Wages Rate in the United Kingdom, 1861-1957*. “Economica”, **25**. London. 283-299.
- SAMUELSON, P., SOLOW, R. (1960). *Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy*. “American Economic Review”, **50**. 177-94.
- VERBEEK, M. (2017). *A Guide to Modern Econometrics*. “John Wiley & Sons”. Hoboken, New Jersey. 1-509.

SITOGRAFIA

Federal Reserve Economic Data – FRED – St. Louis FED:

<https://fred.stlouisfed.org> (ultima consultazione: 20/11/2022)

APPENDICE A – DERIVAZIONE DELLA NKPC

A.I Modello di Calvo

Dalle condizioni di primo ordine:

$$L'(p_t) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t(p_t - j) = 0 \quad (\text{a.1})$$

Separando il termine p_t da j_{t+k}^* si ottiene:

$$\sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k p_t = \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t j_{t+k}^* \quad (\text{a.2})$$

Il termine sinistro dell'equazione contiene una serie geometrica la cui ragione è $-1 < \theta\beta < 1$.

Risolvendo la serie geometrica si ottiene:

$$\frac{p_t}{1-\theta\beta} = \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t j_{t+k}^* \quad (\text{a.3})$$

A.II Prezzo ottimo

La condizione di Eulero del modello:

$$1 = \beta \cdot Q_t^{-1} \cdot E \left\{ \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \cdot \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\} \quad (\text{a.4})$$

Deriviamo il fattore di sconto stocastico del payoff $Q_{t,t+k}$. Risolviamo il problema di ottimo risolvendo la condizione di primo ordine:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P_t^*} = & \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\beta^k \cdot \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\sigma} \cdot \frac{P_t}{P_{t+k}} \cdot \left(1 \cdot \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} + P_t^* (-\varepsilon) \cdot \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon-1} \frac{P_{t+k}}{P_{t+k}^2} - TC_{t+k|t}^n \cdot \left((-\varepsilon) \cdot \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon-1} \cdot \frac{C_{t+k}}{P_{t+k}} \right) \right]; \\ & \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\beta^k \cdot \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\sigma} \cdot \frac{P_t}{P_{t+k}} \cdot \left(\left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} + (-\varepsilon) \cdot \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} \cdot \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \cdot \frac{P_{t+k}}{P_t^*} \right) \cdot C_{t+k} - TC_{t+k|t}^n \cdot \left((-\varepsilon) \cdot \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon-1} \cdot \frac{C_{t+k}}{P_{t+k}} \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

Si raccoglie $\left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon}$, dove $[TC_{it+k|t}^n(Y_{it+k|t}) = MC_{t+k|t}^n]$ e si riconverte il vincolo e il fattore di sconto:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\frac{\beta^k \cdot \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\sigma} \cdot \frac{P_t}{P_{t+k}}}{Q_{t,t+k}} \cdot \left(\underbrace{(1-\varepsilon) \cdot \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} \cdot C_{t+k}}_{Y_{i,t+k|t}} + MC_{t+k|t}^n \cdot \varepsilon \cdot \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon-1} \cdot \frac{C_{t+k}}{P_{t+k}} \right) \right] = 0 \\ \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[Q_{t,t+k} \cdot \left((1-\varepsilon) \cdot Y_{i,t+k|t} + MC_{t+k|t}^n \cdot \varepsilon \cdot Y_{i,t+k|t} \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{P_{t+k}} \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

Raccogliendo l'output e cambiando segno a $\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$ ne deriva:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[Q_{t,t+k} \cdot Y_{i,t+k|t} \left(P_t^* - \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} MC_{t+k|t}^n \right) \right] = 0$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t [Q_{t,t+k} \cdot Y_{i,t+k|t} \cdot P_t^*] = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t [Q_{t,t+k} \cdot Y_{i,t+k|t} \cdot MC_{t+k|t}^n] \quad ;$$

Riconvertendo il vincolo e il fattore sconto:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\beta^k \cdot \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\sigma} \cdot \frac{P_t}{P_{t+k}} \cdot \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} \cdot C_{t+k} \cdot P_t^* \right] = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\beta^k \cdot \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\sigma} \cdot \frac{P_t}{P_{t+k}} \cdot \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} \cdot C_{t+k} \cdot MC_{t+k|t}^n \right] \quad ;$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t [\beta^k \cdot C_{t+k}^{1-\sigma} \cdot C_t^\sigma \cdot P_t \cdot P_{t+k}^{\varepsilon-1} \cdot P_t^{*1-\varepsilon}] = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t [\beta^k \cdot C_{t+k}^{1-\sigma} \cdot C_t^\sigma \cdot P_t \cdot P_{t+k}^{\varepsilon-1} \cdot P_t^{*- \varepsilon} \cdot MC_{t+k|t}^n]$$

Si risolve per P_t^* , portando fuori dalla sommatoria P_t e C_t^σ che si semplificano in modo da ottenere il prezzo ottimo nominale dell'Equazione (7). Per ottenere il prezzo ottimo reale è sufficiente dividere entrambi i lati dell'equazione per il livello dei prezzi:

$$\frac{P_t^{*1-\varepsilon}}{P_t^{*- \varepsilon}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \beta^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{t+k}^\varepsilon \frac{MC_{t+k|t}^n}{P_{t+k}}}{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \beta^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{t+k}^{\varepsilon-1}} \quad (\text{a.5})$$

A.III log-linearizzazione prezzo ottimo

Dividendo l'Equazione (a.5) per P_{t-1} è possibile linearizzare il lato sinistro e destro dell'equazione ed eguagliarli.

$$\frac{P_t^*}{P_{t-1}} \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C_{t+k}^{1-\sigma} \cdot P_{t+k}^{\varepsilon-1} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C_{t+k}^{1-\sigma} \cdot P_{t+k}^\varepsilon \frac{MC_{t+k|t}^r}{P_{t-1}}$$

Lo sviluppo in serie di Taylor del lato sinistro in *steady-state*, applicando il logaritmo:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{1-\sigma} \cdot P^{\varepsilon-1} + \frac{1}{p} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{1-\sigma} \cdot P^{\varepsilon-1} \cdot (p_t^* - p) - \frac{1}{p} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{1-\sigma} \cdot P^{\varepsilon-1} \cdot (p_{t-1} - p) + E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{1-\sigma} \cdot (\varepsilon-1) \frac{P^{\varepsilon-1}}{p} \cdot (p_{t+k} - p) + E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot (1 - \sigma) \cdot C_{t+k}^{-\sigma} \cdot P_{t+k}^{\varepsilon-1} \cdot (c_{t+k} - c) \quad ;$$

$$C^{1-\sigma} \cdot P^{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot \left[1 + \frac{1}{p} (p_t^* - p) - \frac{1}{p} (p_{t-1} - p) + (\varepsilon-1) (p_{t+k} - p) \frac{1}{p} + (1 - \sigma) (c_{t+k} - c) \frac{1}{c} \right] \quad ;$$

Lo sviluppo in serie di Taylor del lato destro in *steady-state*, applicando il logaritmo:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{1-\sigma} \cdot P^{\varepsilon-1} \cdot MC^r - \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{1-\sigma} \cdot P^{\varepsilon-1} \cdot MC^r (p_{t-1} - p) \frac{1}{p} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{1-\sigma} \cdot \varepsilon P^{\varepsilon-1} \cdot \frac{MC^r}{p} (p_{t+k} - p) + \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{-\sigma} \cdot P^{\varepsilon-1} \cdot MC^r (c_{t+k} - c) (1 - \sigma) + \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cdot C^{1-\sigma} \cdot P^{\varepsilon-1} \cdot MC^r (mc_{t+k|t}^r - mc) \quad ;$$

$$c^{1-\sigma} \cdot p^{\varepsilon-1} \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \left[1 - (p_{t-1} - p) \frac{1}{p} + \varepsilon \left(\frac{p_{t+k} - p}{p} \right) + \left(\frac{c_{t+k} - c}{c} \right) (1 - \sigma) + (mc_{t+k|t}^r - mc) \right];$$

Eguagliando entrambi i lati si ottiene l'Equazione (11):

$$\begin{aligned} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \left[1 + \frac{p_t^*}{p} - \frac{p}{p} - (p_{t-1} - p) \frac{1}{p} + \frac{\varepsilon}{p} \cdot p_{t+k} - \frac{\varepsilon p}{p} - \frac{p_{t+k}}{p} + \frac{p}{p} + \left(\frac{c_{t+k} - c}{c} \right) (1 - \sigma) \right] = \\ E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \left[1 + \frac{\varepsilon}{p} \cdot p_{t+k} - \frac{\varepsilon p}{p} + \left(\frac{c_{t+k} - c}{c} \right) (1 - \sigma) + (mc_{t+k|t}^r - mc) - (p_{t-1} - p) \frac{1}{p} \right]; \\ E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \left[\frac{p_t^*}{p} - \frac{p_{t+k}}{p} \right] = E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [(mc_{t+k|t}^r - mc)]; \\ \frac{p_t^*}{1 - \theta\beta} = E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k (mc_{t+k|t}^r - mc) + p_{t+k} \end{aligned} \quad (a.6)$$

A.IV Costo marginale reale

Il costo marginale reale viene assunto come rapporto tra il salario reale ($w_t - p_t$) e la mp^n , che è la produttività marginale nominale. Quest'ultima si può ottenere dalla derivata prima della funzione di produzione Cobb-Douglass rispetto al fattore forza lavoro.

$$mc_t^r = w_t - p_t - \alpha_t - \ln(1 - \alpha) + \alpha n_t \quad (a.8)$$

Dalla condizione di equilibrio del mercato del lavoro e dei beni $\left[n_t = (y_t - \alpha) \cdot \frac{1}{1-\alpha} \right]$

$$mc_t^r = w_t - p_t - \ln(1 - \alpha) - \alpha + \alpha \frac{(y_t - \alpha)}{1 - \alpha} \quad ; \quad mc_t^r = w_t - p_t - \ln(1 - \alpha) - \frac{\alpha - \alpha y_t}{1 - \alpha} \quad ;$$

il costo marginale reale di un'impresa nel periodo $t+k$, condizionatamente allo stato t :

$$mc_{t+k|t}^r = w_{t+k} - p_{t+k} - \ln(1 - \alpha) - \frac{\alpha - \alpha y_{t+k|t}}{1 - \alpha}.$$

La differenza tra il costo marginale reale futuro condizionato e il costo marginale futuro:

$$\begin{aligned} \left[w_{t+k} - p_{t+k} - \ln(1 - \alpha) - \frac{\alpha - \alpha y_{t+k|t}}{1 - \alpha} \right] - \left[w_{t+k} - p_{t+k} - \ln(1 - \alpha) - \frac{\alpha - \alpha y_{t+k}}{1 - \alpha} \right] \\ = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (y_{t+k|t} - y_{t+k}). \end{aligned} \quad (a.9)$$

L'output futuro considerato l'equilibrio del mercato dei beni è:

$$y_{t+k|t} = -\varepsilon(p_{t+k|t} - p_{t+k}) + y_{t+k}. \quad (a.10)$$

Sostituendo l'Equazione (a.10) nella (a.9) otteniamo il costo marginale reale:

$$mc_{t+k|t}^r - mc_{t+k}^r = -\frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha} \underbrace{(p_{t+k|t} - p_{t+k})}_{p_t^*} \quad (a.11)$$

A.V Inflazione aggregata di equilibrio

Sostituendo nell'equazione (11) del prezzo ottimo linearizzato il costo marginale dato dalla (13) e sottraendo entrambi i lati per p_{t-1} si ottiene l'inflazione di equilibrio:

$$p_t^* - p_{t-1} = (1 - \theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot [mc_{t+k}^r - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha} (p_t^* - p_{t+k}) - mc^r + p_{t+k} - p_{t-1}]$$

La differenza tra i costi marginali è indicata come \widehat{mc}_{t+k}^r .

$$\begin{aligned} \frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha} \cdot p_t^* - p_{t-1} &= (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot [\widehat{mc}_{t+k}^r + \frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha} p_{t+k} - p_{t-1}] \quad ; \\ \frac{1}{\frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha}} \left(\frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha} \cdot p_t^* - p_{t-1} \right) &= -p_{t-1} \cdot \frac{1}{\frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha}} + (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot [\widehat{mc}_{t+k}^r + \\ &\frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha} p_{t+k}] \end{aligned}$$

Con $\frac{1-\alpha}{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon} = \Omega$ e sottraendo entrambi i lati per $(1-\Omega)p_{t-1}$

$$\begin{aligned} p_t^* - \Omega p_{t-1} &= -\Omega \cdot p_{t-1} + (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot [\Omega \cdot \widehat{mc}_{t+k}^r + p_{t+k}] \quad ; \\ p_t^* - p_{t-1} &= -p_{t-1} + (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot [\Omega \cdot \widehat{mc}_{t+k}^r + p_{t+k}] \end{aligned}$$

Reinserendo p_{t-1} dentro la sommatoria e portando fuori Ω abbiamo:

$$(1-\theta\beta) \cdot \Omega \cdot E_t \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot \widehat{mc}_{t+k}^r + (1-\theta\beta) \cdot E_t \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \frac{(p_{t+k} - p_{t-1})}{\pi_{t+k}}$$

La sommatoria può essere svolta in termini ricorsivi:

$$\left[\theta^0 \beta^0 \left(\frac{p_t - p_{t-1}}{\pi_t} \right) + \theta^1 \beta^1 \left(\frac{p_{t+1} - p_t}{\pi_{t+1}} + \frac{p_t - p_{t-1}}{\pi_t} \right) + \theta^2 \beta^2 \left(\frac{p_{t+2} - p_{t+1}}{\pi_{t+2}} + \frac{p_{t+1} - p_t}{\pi_{t+1}} + \frac{p_t - p_{t-1}}{\pi_t} \right) + \dots \right] ;$$

Si svolge il prodotto tra $(1-\theta\beta) \cdot E_t \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \pi_{t+k}$.

$$\begin{aligned} E_t [\theta^0 \beta^0 \pi_t + \theta^1 \beta^1 \pi_{t+1} + \theta^1 \beta^1 \pi_t + \theta^2 \beta^2 \pi_{t+2} + \theta^2 \beta^2 \pi_{t+1} + \theta^2 \beta^2 \pi_t \dots] - E_t [\theta^0 \beta^0 \theta^1 \beta^1 \pi_t + \\ \theta^1 \beta^1 \theta^1 \beta^1 \pi_{t+1} + \theta^1 \beta^1 \theta^1 \beta^1 \pi_t + \theta^1 \beta^1 \theta^2 \beta^2 \dots] \end{aligned}$$

Semplificando i termini e considerando l'espressione nel suo insieme:

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\theta\beta) \cdot \Omega \cdot E_t \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot \widehat{mc}_{t+k}^r + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \pi_{t+k}$$

Evidenziando $k=0$ abbiamo:

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\theta\beta) \cdot \Omega \cdot E_t \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \cdot \widehat{mc}_{t+k}^r + E_t \sum_{k=1}^{\infty} (\theta\beta)^k \pi_{t+k} + (1-\theta\beta) \cdot \Omega \cdot \widehat{mc}_t^r + \pi_t$$

Si può quindi scrivere $p_t^* - p_{t-1}$ come somma tra $p_{t+1}^* - p_t + (1-\theta\beta) \cdot \Omega \cdot \widehat{mc}_t^r + \pi_t$

$$p_t^* - p_{t-1} = (\theta\beta) E_t (p_{t+1}^* - p_t) + (1-\theta\beta) \cdot \Omega \cdot \widehat{mc}_t^r + \pi_t \quad (a.12)$$

Sostituendo nella (a.12) π_t con l'inflazione aggregata dell'equazione (12) e con semplici passaggi algebrici si ottiene l'equazione (14) della NKPC.

APPENDICE B – DERIVAZIONE DEL MODELLO IBRIDO

B.I Log-linearizzazione dell'inflazione aggregata

L'inflazione aggregata può essere scritta nel modo seguente:

$$\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)^{1-\varepsilon} = \left[\frac{\theta p_{t-1}^{1-\varepsilon}}{p_{t-1}^{1-\varepsilon}} + (1-\theta) \left(\frac{[(1-\omega)p^f + \omega p^b]^{1-\varepsilon}}{p_{t-1}^{1-\varepsilon}}\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}\right]^{1-\varepsilon} \quad (b.1)$$

Nel punto di stato stazionario abbiamo $p_t^* = P$

$$\Pi_t^{1-\varepsilon} = [\theta + (1-\theta) \left(\frac{[(1-\omega)p^f + \omega p^b]}{P}\right)^{1-\varepsilon}]^{1-\varepsilon} \quad (b.2)$$

La log linearizzazione in stato stazionario ($\Pi = 1$):

$$\begin{aligned} \Pi + (1-\varepsilon)\Pi_t^{-\varepsilon} \cdot \pi_t &= \left[\theta + (1-\theta) \left(\frac{P}{P}\right)^{1-\varepsilon}\right] + (1-\theta)(1-\varepsilon) \left(\frac{P}{P}\right)^{-\varepsilon} \cdot [(1-\omega)p^f + \omega p^b - p_{t-1}]; \\ 1 + (1-\varepsilon)1_t^{-\varepsilon} \cdot \pi_t &= \left[\theta + \left(\frac{P}{P}\right)^{1-\varepsilon} + (-\theta) \left(\frac{P}{P}\right)^{1-\varepsilon}\right] + (1-\theta)(1-\varepsilon)1_t^{-\varepsilon} \cdot [(1-\omega)p^f + \omega p^b - p_{t-1}]; \\ 1 + (1-\varepsilon)1_t^{-\varepsilon} \cdot \pi_t &= [\theta + 1 - \theta] + (1-\theta)(1-\varepsilon) \cdot [(1-\omega)p^f + \omega p^b - p_{t-1}]; \\ (1-\varepsilon) \cdot \pi_t &= (1-\theta)(1-\varepsilon) \cdot [(1-\omega)p^f + \omega p^b - p_{t-1}]; \\ \pi_t &= (1-\theta)[(1-\omega)p^f + \omega p^b - p_{t-1}]; \end{aligned}$$

Considerando che $(1-\omega)p^f + \omega p^b = p_t^*$

$$p_t = \theta p_{t-1} + (1-\theta)p_t^* \quad (b.3)$$

$$p_{t-1} = \frac{1}{\theta} p_t + \frac{(1-\theta)}{\theta} p_t^* \quad (b.4)$$

$$\pi_t = (1-\theta) \left[(1-\omega)p^f + \omega p^b - \frac{1}{\theta} p_t + \frac{(1-\theta)(1-\omega)}{\theta} p^f + \frac{(1-\theta)\omega}{\theta} p^b \right];$$

$$\pi_t = (1-\theta) \left\{ p^f \left[\frac{(1-\omega)\theta + (1-\theta)(1-\omega)}{\theta} \right] - \frac{1}{\theta} p_t + \left[\omega \frac{(1-\theta)\omega}{\theta} \right] p^b \right\};$$

$$\pi_t = (1-\theta) \left\{ p^f \left[\frac{(1-\omega)}{\theta} \right] - \frac{1}{\theta} p_t + \left[\frac{\omega}{\theta} \right] p^b \right\}.$$

$$\pi_t = \frac{(1-\theta)}{\theta} \{ (p^f - p_t)(1-\omega) + \omega(p^b - p_t) \} \quad (b.5)$$

L'Equazione (b.5) è la forma log linearizzata dell'inflazione aggregata in condizioni di equilibrio.

Occorre ora trovare una misura di $(p^b - p_t)$. Considerando $p^b = p_{t-1}^* + \pi_{t-1}$ e dalle formule inverse dell'Equazione (b.5) abbiamo

$$(p^b - p_t) = p_{t-1}^* + \pi_{t-1} - (\theta p_{t-1} + (1-\theta)p_t^*);$$

$$= \frac{\theta}{1-\theta} \pi_{t-1} + p_{t-1} + \pi_{t-1} - \theta p_{t-1} - \theta \pi_t - (1-\theta)p_t^*;$$

$$= \frac{\theta}{1-\theta} \pi_{t-1} + \pi_{t-1} - \pi_t;$$

$$= \frac{\theta}{1-\theta} \pi_{t-1} + \pi_{t-1} - \pi_t;$$

$$(p^b - p_t) = \frac{1}{1-\theta} \pi_{t-1} - \pi_t$$

Trovando $(p^f - p_t)$ è possibile sostituirlo nell'Equazione (b.5). Il delta del costo marginale reale condizionato al tempo t:

$$\begin{aligned}\widehat{mc}^r_{t+k|t} &= \widehat{mc}^r_{t+k} - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(p^f - p_{t+k}) \\ (p^f - p_t) &= (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k [\widehat{mc}^r_{t+k|t} + p_{t+k} - p_t]; \\ (p^f - p_t) &= (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \left[\widehat{mc}^r_{t+k} - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(p^f - p_{t+k}) + p_{t+k} - p_t \right]; \\ (p^f - p_t) &= -\frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}p^f + (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \left[\widehat{mc}^r_{t+k} + \frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(p_{t+k}) - p_t \right]; \\ \frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha}p^f - p_t &= (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \left[\widehat{mc}^r_{t+k} + \frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(p_{t+k}) - p_t \right];\end{aligned}$$

Portando fuori dalla sommatoria p_t e dividendo entrambi i lati per $\Omega = \frac{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}{1-\alpha}$:

$$\begin{aligned}p^f - \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon}p_t &= -p_t \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon} + (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \left[\widehat{mc}^r_{t+k} \cdot \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha)+\alpha\varepsilon} + (p_{t+k}) \right]; \\ p^f &= +(1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k [\Omega \widehat{mc}^r_{t+k} + (p_{t+k}) - p_t];\end{aligned}$$

Reinserendo $-p_t$ nella sommatoria

$$(p^f - p_t) = (1-\theta\beta) \cdot E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k [\widehat{mc}^r_{t+k}\Omega + p_{t+k} - p_t]$$

Inserendo i termini nell'Equazione (b.5) si ottiene:

$$\begin{aligned}\pi_t &= \frac{(1-\theta)}{\theta} \left\{ \left[\frac{\omega}{(1-\theta)}\pi_{t-1} - \pi_t\omega \right] + \frac{(1-\theta)}{\theta}(1-\omega)[(1-\beta\theta)E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k [\widehat{mc}^r_{t+k}\Omega + p_{t+k} - p_t]] \right\}; \\ \pi_t &= \frac{(1-\theta)}{\theta} \left\{ \left[\frac{\omega}{(1-\theta)}\pi_{t-1} - \pi_t\omega \right] + \frac{(1-\theta)}{\theta}(1-\omega)[(1-\beta\theta)\Omega E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \widehat{mc}^r_{t+k} + (1-\beta\theta)E_t \sum_{k=0}^{\infty} p_{t+k} - p_t] \right\};\end{aligned}$$

Si svolge il prodotto $(1-\beta\theta)E_t \sum_{k=0}^{\infty} p_{t+k} - p_t$ in termini ricorsivi tenendo presente che $p_{t+k} - p_t = \pi_{t+k}$. Il prodotto annulla il primo termine $k=0$:

$$\pi_t = \frac{(1-\theta)}{\theta} \left\{ \left[\frac{\omega}{(1-\theta)}\pi_{t-1} - \pi_t\omega \right] + \frac{(1-\theta)}{\theta}(1-\omega) \left[(1-\beta\theta)\Omega E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \widehat{mc}^r_{t+k} + E_t \sum_{k=1}^{\infty} \pi_{t+k} \right] \right\}$$

Svolgendo la sommatoria per il primo periodo e con pochi passaggi algebrici si ottiene l'Equazione (20) del modello ibrido.

APPENDICE C – INCONSISTENZA STIMATORE 2SLS

L'Equazione NKPC (escluso il termine dell'indicizzazione) risulta essere:

$$y_t = \underbrace{[\beta\kappa]}_{\alpha'_t} \underbrace{\begin{bmatrix} \pi_{t+1} \\ l_t \end{bmatrix}}_{x_{t+1}} + \epsilon_{t+1}^{RE} + \tilde{u}_t$$

con

$$y = \pi_t - \beta\pi_{t+1}; \quad \tilde{u}_t = \kappa u_t.$$

Lo stimatore del secondo stadio viene così calcolato:

$$\alpha_T^{2SLS} = [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1}]^{-1} [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{y}'_t],$$

dove lo stimatore del primo stadio è:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{t+1} &= \hat{\boldsymbol{\delta}}_T' \mathbf{z}_{t-1}; \\ \hat{\boldsymbol{\delta}}_T &= [\sum_{t=1}^T \mathbf{z}_{t-1} \mathbf{z}'_{t-1}]^{-1} [\sum_{t=1}^T \mathbf{z}_{t-1} \mathbf{x}'_{t+1}]. \end{aligned}$$

La stima della NKPC presuppone:

$$\begin{aligned} \alpha_T^{2SLS} &= [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1}]^{-1} [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} (\boldsymbol{\alpha}'_t \mathbf{x}_{t+1} + \epsilon_{t+1}^{RE} + \tilde{u}_t)'] && ; \\ &= [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1}]^{-1} [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} (\mathbf{x}'_{t+1} \boldsymbol{\alpha}_t + \epsilon_{t+1}^{RE} + u_t)] && ; \\ &= [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1}]^{-1} [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1} \boldsymbol{\alpha}_t] [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1}]^{-1} [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} (\epsilon_{t+1}^{RE} + \tilde{u}_t)] && ; \\ &= \boldsymbol{\alpha}_t + [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1}]^{-1} [\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} (\epsilon_{t+1}^{RE} + \tilde{u}_t)] && . \end{aligned}$$

Moltiplicando per 1/T entrambe le sommatorie:

$$= \boldsymbol{\alpha}_t + \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1} \right]^{-1} \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} (\epsilon_{t+1}^{RE} + \tilde{u}_t) \right];$$

se assumiamo \mathbf{x}_{t+1} e \mathbf{z}_{t-1} essere stazionari in covarianza ed ergotici lo stimatore del primo stadio converge ai veri momenti della popolazione:

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_T \rightarrow^p [E(\mathbf{z}_{t-1} \mathbf{z}'_{t-1})]^{-1} [E(\mathbf{z}_{t-1} \mathbf{x}'_{t-1})] = \bar{\boldsymbol{\delta}} ;$$

con le stesse assunzioni si ha che:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1} \rightarrow \bar{\boldsymbol{\delta}} E(\mathbf{z}_{t-1} \mathbf{x}'_{t+1}) = Q ;$$

perché $\hat{\mathbf{x}}_{t+1} \mathbf{x}'_{t+1} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_T' (\mathbf{z}_{t-1} \mathbf{x}'_{t+1})$.

Infine, $\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} (\epsilon_{t+1}^{RE} + \tilde{u}_t) \right]$ può essere riscritto come:

$$\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \epsilon_{t+1}^{RE} \right] + \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \tilde{u}_t \right];$$

Il primo termine converge in probabilità al valore zero per la Legge dei grandi numeri:

$$\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \epsilon_{t+1}^{RE} \right] \rightarrow^p 0 .$$

Il secondo termine, sapendo che $\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_T' \mathbf{z}_{t-1}$, può essere riscritto come:

$$\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \tilde{u}_t \right] = \hat{\boldsymbol{\delta}}_T' \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{z}_{t-1} \tilde{u}_t .$$

Come noto $\hat{\boldsymbol{\delta}}_T \rightarrow^p \bar{\boldsymbol{\delta}}$ e $\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{z}_{t-1} \tilde{u}_t \right] \rightarrow^p E(\mathbf{z}_{t-1} \tilde{u}_t)$.

Nel contesto dell'Equazione NKPC quindi avremo che:

$$E(\mathbf{z}_{t-1} \tilde{u}_t) = E(\boldsymbol{\pi}_{t-1}, l_{t-1})' \tilde{u}_t;$$

necessariamente se l'errore è serialmente correlato avremo $u_t = \rho_u u_{t-1}$ e riassumendo i termini avremo:

$$\hat{\kappa}_T^{2SLS} \rightarrow^p \kappa + Q^{-1} \bar{\delta}' p_u \kappa E[(\pi_{t-1}, l_{t-1})' u_{t-1}].$$

APPENDICE D – MODELLO CON ASPETTATIVE ANCORATE

La NKPC (34) con aspettative date dalla (32) e (37) e assumendo che $\tilde{E}_{t-2} \pi_{t-1} \simeq 0$, $\tilde{E}_{t-2} y_{t-1} \simeq 0$ e $q_y \rightarrow 0$, diventa:

$$\begin{aligned} \pi_t &= \beta [q_\pi \pi_{t-1} + q_\pi \pi_t - q_\pi^2 \pi_{t-1}] + \kappa y_t + u_t; \\ \pi_t - \beta q_\pi \pi_t &= \beta q_\pi \pi_{t-1} - \beta q_\pi^2 \pi_{t-1} + \kappa y_t + u_t; \\ \pi_t (1 - \beta q_\pi) &= \beta q_\pi (1 - q_\pi) \pi_{t-1} + \kappa y_t + u_t \end{aligned} \quad (c.1)$$

La funzione di domanda aggregata si ottiene unendo la Regola di *policy* (36) con la DIS (35) con aspettative $\tilde{E}_t y_{t+1}$ date dalla Equazione del moto (37):

$$\begin{aligned} y_t &= -\alpha [\phi_\pi \cdot (q_\pi \pi_{t-1} + q_\pi \pi_t - q_\pi^2 \pi_{t-1}) - (q_\pi \pi_{t-1} + q_\pi \pi_t - q_\pi^2 \pi_{t-1})] + v_t; \\ y_t &= -\alpha \phi_\pi q_\pi \pi_{t-1} (1 - q_\pi) - \alpha \phi_\pi q_\pi \pi_t + \alpha q_\pi \pi_{t-1} (1 - q_\pi) + \alpha q_\pi \pi_t + v_t; \\ y_t &= -\alpha \phi_\pi q_\pi \pi_{t-1} (1 - q_\pi) - \alpha \phi_\pi q_\pi \pi_t + \alpha q_\pi \pi_{t-1} (1 - q_\pi) + \alpha q_\pi \pi_t + v_t \end{aligned} \quad (c.2)$$

Si sostituisce la domanda aggregata nell'Equazione (c.1):

$$\begin{aligned} \pi_t (1 - \beta q_\pi) &= \beta q_\pi (1 - q_\pi) \pi_{t-1} + \kappa [(-\alpha q_\pi \pi_{t-1} (1 - q_\pi) (\phi_\pi - 1) - \alpha q_\pi \pi_t (\phi_\pi - 1))] + \kappa v_t + u_t; \\ \pi_t (1 - \beta q_\pi) &= \beta q_\pi (1 - q_\pi) - \alpha \kappa q_\pi (1 - q_\pi) (\phi_\pi - 1) \pi_{t-1} - \kappa \alpha q_\pi (\phi_\pi - 1) \pi_t + \kappa v_t + u_t; \\ \pi_t (1 - \beta q_\pi) + \kappa \alpha q_\pi (\phi_\pi - 1) \pi_t &= q_\pi (1 - q_\pi) \cdot [\beta - \kappa \alpha (\phi_\pi - 1)] \pi_{t-1} + \kappa v_t + u_t; \\ \pi_t (1 - q_\pi \cdot (\beta - \kappa \alpha q_\pi (\phi_\pi - 1))) &= q_\pi (1 - q_\pi) \cdot [\beta - \kappa \alpha (\phi_\pi - 1)] \pi_{t-1} + \kappa v_t + u_t; \\ \text{con } \hat{\beta} &= (\beta - \kappa \alpha q_\pi (\phi_\pi - 1)) \\ \pi_t (1 - q_\pi \cdot (\beta - \kappa \alpha q_\pi (\phi_\pi - 1))) &= q_\pi (1 - q_\pi) \cdot [\beta - \kappa \alpha (\phi_\pi - 1)] \pi_{t-1} + \kappa v_t + u_t; \\ \pi_t &= \frac{q_\pi (1 - q_\pi) \hat{\beta}}{1 - q_\pi \hat{\beta}} \pi_{t-1} + \frac{\kappa}{1 - q_\pi \hat{\beta}} v_t + \frac{1}{1 - q_\pi \hat{\beta}} u_t \end{aligned} \quad (c.3)$$

Per ottenere la quantità di output gap si inserisce l'Equazione (c.3) nell'Equazione (c.2):

$$\begin{aligned} y_t &= -\alpha q_\pi (1 - q_\pi) (\phi_\pi - 1) \pi_{t-1} - \alpha q_\pi (\phi_\pi - 1) \left[\frac{q_\pi (1 - q_\pi) \hat{\beta}}{1 - q_\pi \hat{\beta}} \pi_{t-1} + \frac{\kappa}{1 - q_\pi \hat{\beta}} v_t + \frac{1}{1 - q_\pi \hat{\beta}} u_t \right] + v_t; \\ y_t &= -\alpha q_\pi (1 - q_\pi) (\phi_\pi - 1) \pi_{t-1} - \frac{\alpha q_\pi (\phi_\pi - 1) (\phi_\pi - 1) q_\pi \hat{\beta}}{1 - q_\pi \hat{\beta}} \pi_{t-1} - \frac{\alpha q_\pi (\phi_\pi - 1) \kappa}{1 - q_\pi \hat{\beta}} v_t - \frac{\alpha q_\pi (\phi_\pi - 1)}{1 - q_\pi \hat{\beta}} u_t + v_t; \\ y_t &= -\alpha q_\pi (1 - q_\pi) (\phi_\pi - 1) \pi_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{q_\pi \hat{\beta}}{1 - q_\pi \hat{\beta}} \right) - \frac{\alpha q_\pi (\phi_\pi - 1) \kappa}{1 - q_\pi \hat{\beta}} v_t - \frac{\alpha q_\pi (\phi_\pi - 1)}{1 - q_\pi \hat{\beta}} u_t + v_t; \end{aligned}$$

$$y_t = -\alpha \varrho_\pi (1 - \varrho_\pi)(\phi_\pi - 1)\pi_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{\varrho_\pi \hat{\beta}}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}}\right) + \left(-\frac{\alpha \varrho_\pi (\phi_\pi - 1) \kappa}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}} v_t + v_t\right) - \frac{\alpha \varrho_\pi (\phi_\pi - 1)}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}} u_t;$$

$$y_t = -\alpha \varrho_\pi (1 - \varrho_\pi)(\phi_\pi - 1)\pi_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{\varrho_\pi \hat{\beta}}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}}\right) + \left(-\frac{\alpha \kappa (\phi_\pi - 1) \varrho_\pi v_t - \hat{\beta} v_t \varrho_\pi + v_t}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}}\right) - \frac{\alpha \varrho_\pi (\phi_\pi - 1)}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}} u_t;$$

con $-\alpha \kappa (\phi_\pi - 1) = \hat{\beta} - \beta$

$$y_t = -\alpha \varrho_\pi (1 - \varrho_\pi)(\phi_\pi - 1)\pi_{t-1} \cdot \left(\frac{1}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}}\right) + \frac{(1 - \beta \varrho_\pi)}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}} v_t - \frac{\alpha \varrho_\pi (\phi_\pi - 1)}{1 - \varrho_\pi \hat{\beta}} u_t \quad (c.4)$$

Dalla formula della covarianza tra le Equazioni (c.3) e (c.4) si ottiene:

$$cov(\pi_t, y_t) = -\frac{\alpha (\phi_\pi - 1) \hat{\beta} (1 - \varrho_\pi)^2 \varrho_\pi^2}{(1 - \hat{\beta} \varrho_\pi)^2} var(\pi_{t-1}) + \frac{\kappa (1 - \beta \varrho_\pi)}{(1 - \hat{\beta} \varrho_\pi)^2} \sigma_v - \frac{\alpha (\phi_\pi - 1) \varrho_\pi}{(1 - \hat{\beta} \varrho_\pi)^2} \sigma_u.$$