



UNIVERSITÀ
POLITECNICA
DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA

Implementazione e test di un algoritmo di consenso multi-agente applicato alla sincronizzazione di motori elettrici DC

**Implementation and test of multi-agent consensus algorithm applied to
the DC electrical motors synchronisation**

Candidato:
Luca Esposti

Relatore:
Prof. Simone Fiori

Anno Accademico 2021-2022

Indice

Capitolo 1:sommario.....	2
Capitolo 2:Consenso di sistemi multi-agente: considerazioni preliminari.....	3
2.1: Controllo forzato per il consenso di sistemi multi-agente.....	4
2.2: Descrizione della topologia ciclica.....	5
2.3: Descrizione della topologia a catena.....	6
Capitolo 3:Controllo per il consenso relativo alla velocità di motori DC	
3.1:Sincronizzazione e consenso: definizioni e differenza.....	8
Capitolo 4:Sincronizzazione di un sistema multi-agente composto da 3 motori	
4.1:Sincronizzazione di un sistema multi-agente nel caso di riferimento fisso.....	10
4.2:Sincronizzazione nel caso di riferimento tempo variante.....	11
Capitolo 5: Implementazione software della sincronizzazione relativa ad un sistema composto da 3 agenti	
5.1.1:Presentazione dello script matlab relativo al modello della sincronizzazione.....	13
5.1.2:Implementazione della funzione per la risoluzione dell'equazione differenziale.....	15
5.1.3:Grafici ottenuti dallo script di implementazione per la sincronizzazione.....	16
5.2.1:Script di sincronizzazione con ingresso sinusoidale.....	18
5.2.2:Realizzazione della funzione per lo script di sincronizzazione sinusoidale.....	19
5.2.3:Grafici relativi alla sincronizzazione con riferimento sinusoidale.....	20
5.3.1:Implementazione dello script per l'algoritmo di consenso.....	22
5.3.2:Realizzazione della funzione per la risoluzione dell'equazione differenziale (consenso).....	23
5.3.3:Presentazione dei grafici derivati dall'algoritmo di consenso.....	24
Capitolo 6:conclusioni.....	27

- **1 SOMMARIO**

Nella presente tesi si implementerà mediante software il modello matematico relativo alla sincronizzazione ed al consenso multi-agente tra 3 motori elettrici, alimentati a corrente continua. Per prima cosa verranno definiti alcuni concetti generali relativi al controllo di un sistema multi-agente, alla rappresentazione nello spazio di stato ed alla definizione della topologia relativa ai singoli sistemi che permetterà di individuare tutto il necessario per quanto riguarda la comunicazione tra i singoli agenti. L'implementazione invece verrà effettuata per la sincronizzazione e successivamente per il consenso per cui verranno fornite definizioni ed evidenziate le differenze. In seguito all'implementazione verranno forniti risultati e conclusioni. La trattazione viene effettuata per la maggior parte sulla base del documento [1].

La sincronizzazione di motori in corrente continua ha come obiettivo quello di portare tutti gli n-agenti, alimentati con un ingresso per ciascuno di opportuno andamento, ad avere la stessa velocità angolare perciò a ruotare allo stesso modo.

Per arrivare alla risoluzione di tale problema è necessario fare affidamento all'analisi di robustezza per il consenso di sistemi multi-agente, teoria che parte dalla modellizzazione matematica di un generico sistema ad n-agenti e ne analizza le limitazioni andando a fornire risultati più attendibili ed inerenti alla realtà. All'interno della letteratura è possibile trovare una gran varietà di metodi per il consenso multi-agente tra cui figurano principalmente:

-strutture virtuali, in cui ogni agente è considerato componente di una struttura più grande e complessa [17]

-controllo comportamentale, in cui gli agenti devono svolgere delle mansioni come per esempio individuare ed evitare ostacoli [2]

-leader-follower, In cui un agente agisce da leader e gli altri seguono le sue direttive [3,4].

Le strategie di consenso/sincronizzazione sono tra quelle maggiormente studiate per il controllo di sistemi multi-agente [4-7] e proprio per questo verranno trattate ed implementate in questo elaborato; tali tecniche trovano applicazione anche per quanto riguarda sistemi di potenza [8], nell'ambito della robotica [3,9] e per il controllo dei veicoli aerei [10]. Concentrandosi sulle applicazioni industriali è possibile affermare che il consenso/sincronizzazione vengono sviluppati per motori DC fondamentali con applicazione all'industria manifatturiera [11,12]. Un esempio concreto viene riportato in [12] in cui il coordinarsi del moto relativo ai singoli agenti è fondamentale per raggiungere alcune performance all'interno dei macchinari usati per la produzione della carta mentre il problema relativo alla progettazione di algoritmi di controllo per il raggiungimento della sincronizzazione/consenso viene affrontato in diversi lavori di ricerca come in [13] considerando anche la presenza di errori e non idealità.

- **2. CONSENSO DI SISTEMI MULTI-AGENTE:CONSIDERAZIONI PRELIMINARI**

Come espresso in precedenza il punto di partenza del consenso per sistemi multi agente è quello della costruzione di un modello matematico che si basa principalmente su concetti generali legati al controllo di sistemi, in cui cioè viene definito un insieme di ingressi e di variabili di stato andandone ad individuare l'andamento.

Come discusso in [6] per giungere al consenso multi-agente è necessario che via sia scambio d'informazione tra i vari agenti del sistema; tale flusso d'informazioni viene modellato mediante la teoria del grafo riportata in [6,14,15] di cui sono presentati alcuni aspetti introduttivi.

Un grafo G può essere visto come il primo modello schematico del sistema multi-agente ed è definito con una coppia di insiemi (N,E) , l'insieme N che raccoglie il set di nodi (n_i) appartenenti al sistema e quello E che raccoglie gli archi ovvero le connessioni tra i singoli agenti: ogni collegamento tra una coppia di nodi (n_i, n_j) viene denominato arco (ramo) ed indicato con la lettera e , con $e \in E$. Il grafo pertanto permette di determinare quali sono i nodi connessi e la direzione che acquisisce il flusso dell'informazione tra essi.

Un grafo si definisce:

- bidirezionale se l'informazione fluisce da un nodo n_i verso un nodo n_j e viceversa
- unidirezionale se invece l'informazione passa da un nodo all'altro seguendo un solo percorso
- bilanciato, se il numero di connessioni in ingresso al nodo i -esimo è uguale a quello in uscita al nodo stesso
- connesso, se per ogni coppia di nodi è individuabile una connessione che li lega permettendo la comunicazione tra tutti gli agenti della rete.

Oltre alla determinazione del fatto che due nodi possano essere connessi o meno e della direzione dell'eventuale collegamento è utile definire il guadagno o peso del ramo: se in un opportuno ramo è presente un guadagno si va ad amplificare la grandezza di stato passando da un agente all'altro, tutti i guadagni vengono raggruppati all'interno della matrice Laplaciana L ossia la matrice laplaciana del grafo G definita come segue:

$$l_{ii} = \sum_{j \in N} g_{ij} \quad (2.1)$$

$$l_{ij} = -g_{ij} \quad \text{qualora } i \neq j \quad (2.2)$$

Tale matrice è importantissima perché permette di ottenere, mediante i suoi coefficienti, tutte le informazioni riguardanti il flusso di informazione come vedremo in seguito quando verranno analizzate le due principali topologie, quella "Ciclica" e quella a "Catena".

Nell'equazione (2.1) perciò ogni elemento che si trova sulla diagonale principale della matrice Laplaciana si ottiene a partire dalla somma di ogni guadagno legato ad ogni agente che interagisce con il nodo i -esimo, invece dall' equazione (2.2) possiamo notare che l'elemento l_{ij} è relativo al guadagno che l' i -esimo agente sperimenta nell'interazione con il j -esimo; vedremo successivamente sulla base di che cosa si determinano i coefficienti della matrice Laplaciana.

2.1 CONTROLLO FORZATO PER IL CONSENSO DI MOTORI MULTI-AGENTE

Per implementare il modello matematico desiderato partiremo dalla definizione del vettore \bar{u} ossia del vettore colonna contenente le derivate dei singoli stati relativi agli agenti in gioco: possiamo scrivere dunque

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta'_1 \\ \zeta'_2 \\ \zeta'_3 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

L'elemento \bar{u}_i viene fornito dalla seguente relazione che viene definita "Strategia di controllo forzato":

$$\bar{u}_i = -k_p \sum_{j \in N} (\zeta_i - \zeta_j) + b_i u_i \quad (2.4)$$

All'interno della (2.4) k_p è una costante numerica che identifica un guadagno positivo mentre il termine b_i viene così definito:

$$b_i = \begin{cases} 0 & \text{se l'agente } i - \text{esimo è un follower} \\ 1 & \text{se l'agente } i - \text{esimo è un leader} \end{cases} \quad (2.5)$$

Quello che andremo ad utilizzare è un modello implementato sulla base di un generico sistema di equazioni in spazio di stato di un sistema dinamico nel dominio del tempo che espresso nella forma più comune diventa:

$$\begin{cases} x'(t) = A * x(t) + B * u(t) \\ y(t) = C * x(t) \end{cases} \quad (2.6), (2.7)$$

Ricordando che $x(t)$ rappresenta lo stato del sistema in un generico istante di tempo mentre $x'(t)$ è la sua derivata e $u(t)$ l'ingresso anch'esso specificato per un generico istante di tempo t .

A si definisce "Matrice dinamica", B è la "Matrice d'ingresso" e C è la "Matrice di uscita".

Andando a sostituire le matrici A, B, C definite nelle equazioni (2.6) e (2.7) con le matrici che verranno utilizzate nel modello si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} \zeta' = -L * \zeta + B * u \\ y = C * \zeta \end{cases} \quad (2.8), (2.9)$$

La matrice L è la matrice laplaciana descritta in precedenza mentre la matrice B viene a sua volta definita come una matrice di dimensioni $n \times 1$, in cui n è il numero di agenti in gioco, comprendente tutti gli elementi b_i definiti in precedenza nella (2.5). Da tali affermazione ne segue che tutti gli ingressi considerati nella trattazione saranno ingressi di tipo scalare

La distinzione follower-leader dipende da quale motore viene assunto come riferimento e da quali invece devono coordinarsi con il leader per il raggiungimento del consenso o sincronizzazione: come verrà illustrato in seguito nulla impedisce di avere più motori che agiscono come riferimento andando quindi a svolgere un ruolo di leader all'interno della rete; si parlerà infatti di "Time varying reference" ossia di un riferimento tempo-variante in cui è necessario includere controlli aggiuntivi in ogni agente oltre al primo che funge sempre da principale controllore.

In generale il primo agente può essere designato come leader ossia come colui che possiede l'accesso al riferimento, come verrà mostrato nelle figure (1.a) e (1.b) ; proprio per questo motivo è possibile determinare l'ingresso u_1 mediante la "leader control law" ossia la legge di controllo del leader che pone l'ingresso del nodo 1 in funzione del centro di massa degli agenti [4] ossia della media temporale degli stati relativi ad ogni agente: nell'equazione che verrà illustrata si distinguerà tra centro di massa desiderato (ζ_{cm}^d) e centro di massa effettivo (ζ_{cm}) che in linea di principio saranno differenti a causa delle non idealità dei sistemi; tuttavia per semplicità nella trattazione si considererà come centro di massa il riferimento desiderato non andando quindi a porre nessuna distinzione. La leader control law assume la forma seguente:

$$u_1 \equiv N * k_{cm} * (\zeta_{cm}^d - \zeta_{cm}) \quad (2.10)$$

All'interno di questa equazione k_{cm} è un guadagno positivo mentre N è il numero di sistemi multi-agente.

2.2 DESCRIZIONE DELLA TOPOLOGIA CICLICA

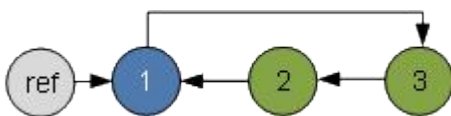


figura 1.a

La topologia utilizzata per rappresentare il sistema multi-agente viene utilizzata per rappresentare il flusso d'informazioni: Nel documento [4] viene specificato come le due topologie che verranno presentate siano sufficienti per poter modellare il flusso d'informazioni per un qualsiasi sistema multi-agente complesso composto da N differenti nodi che interagiscono tra loro mediante i vari archi o rami, come specificato in precedenza. Come riportato in [4] tali topologie permettono di definire un sistema che presenta tra le sue caratteristiche sia la controllabilità che l'osservabilità.

La figura (1.a) riporta l'esempio di un flusso d'informazioni modellato attraverso la topologia ciclica o cyclic topology attuata per un sistema di 3 agenti. Per prima cosa è utile specificare quelle che sono le caratteristiche del grafo: esso innanzitutto sarà connesso perché tutti gli agenti comunicano tra loro, infatti per ogni coppia di nodi (n_i, n_j) distinti vi è un percorso che li collega; tuttavia il grafo è unidirezionale ed il flusso d'informazioni si trova a formare un giro in senso orario: il terzo agente riceve informazioni dal primo e comunica con il secondo, che a sua volta comunica con il primo formando una struttura ad anello chiuso in cui la comunicazione segue solo ed esclusivamente un unico verso. Come ultima caratteristica è possibile individuare il bilanciamento poiché il numero di archi entrante in un nodo è uguale al numero di archi uscenti.

Tutte queste peculiarità della cyclic topology possono essere individuate anche solo dallo studio della matrice L che riporta i guadagni relativi ai singoli rami: rifacendoci infatti al sistema di equazioni (2.8),(2.9) e alla definizione della matrice L riportata nelle relazioni (2.1) e (2.2) sarà possibile individuare il sistema di equazioni in forma matriciale che rappresenta lo spazio di stato del sistema multi agente a 3 motori come segue:

$$\begin{pmatrix} \zeta'_1 \\ \zeta'_2 \\ \zeta'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * u \quad (2.11)$$

Possiamo affermare che all'interno della matrice L sostanzialmente l'elemento l_{ij} è pari a 0 se la variazione dello stato relativo all'agente i-esimo non risente del nodo j; per comprendere questo aspetto è sufficiente osservare il verso delle connessioni, se il ramo, indicato dalla freccia, ha un verso entrante nel nodo i ed uscente dal nodo j vuol dire che il nodo i riceve l'informazione dal nodo j ed in tal caso $l_{ij} = -g_{ij} = -1$ se non è riportato alcun peso al di sopra della freccia. Qualora il verso dell'arco fosse uscente dal nodo i ed entrante nel nodo j l'informazione verrebbe fornita dal nodo i al nodo j ma non nel verso contrario (perlomeno non nel caso di grafo unidirezionale come accade nella cyclic topology).

2.3 DESCRIZIONE DELLA TOPOLOGIA A CATENA

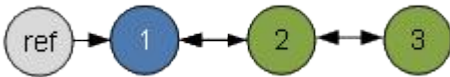


Figura 1.b

La seconda topologia trova un suo modello nella figura (1.b) anche in questo caso attuato per un sistema di 3 agenti. Anche in questa seconda trattazione si partirà dallo stilare le caratteristiche del grafo che si presenta diversamente rispetto a quello precedente: esso innanzitutto è bidirezionale poiché la direzione dei rami, indicata dalla freccia, è duplice sia nel caso del collegamento tra il nodo 1 e 2 sia nella connessione tra 2 e 3. Coerentemente al caso precedente il grafo è bilanciato poiché il numero di archi uscenti da ogni nodo eguaglia il numero di quelli entranti però in maniera contrapposta alla cyclic topology vediamo un grafo non connesso poiché in questa situazione non vi è alcun tipo di comunicazione tra agente 1 ed agente 3.

L'equazione in forma matriciale che rappresenta lo spazio di stato in forma dinamica avrà la seguente forma:

$$\begin{pmatrix} \zeta'_1 \\ \zeta'_2 \\ \zeta'_3 \end{pmatrix} = kp * \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * u \quad (2.12)$$

La particolarità nella matrice L risiede nell'elemento l_{22} che è pari a 2 poiché il secondo agente riceve informazione sia dal primo che dal terzo come riportato nella figura (1.b).

- **3 CONTROLLO PER IL CONSENSO RELATIVO ALLA VELOCITÀ DI MOTORI DC**

Fino a questo momento la trattazione ha riguardato generici agenti o nodi connessi tra loro mediante rami o archi che permettono di determinare univocamente tutte le caratteristiche del flusso d'informazione.

Gli aspetti puramente generici ed astratti evidenziati fino ad ora permetteranno di giungere all'analisi riguardante un modello fisico vero e proprio volto a rappresentare il funzionamento dei motori alimentati a corrente continua, di cui è presentata una versione nel documento [13].

L'obiettivo della trattazione in questa sezione è quindi quello di sostituire le generiche variabili e relazioni specificate nel capitolo 2 con quelle che si adattano ad un modello reale relativo in primis ad un singolo motore alimentato in corrente continua ed in seguito ad un set di 3 motori sempre con la stessa tipologia di alimentazione. Tutte le proprietà riguardanti la topologia, i grafi e le equazioni riguardanti la rappresentazione dinamica dello spazio di stato saranno ovviamente valide e prese come punto di partenza in questa sezione e successivamente adattate ad un insieme di oggetti che possiedono delle caratteristiche reali ed un preciso funzionamento.

Partendo dalla trattazione svolta in [13] viene individuata la seguente relazione tra la velocità di rotazione ($\omega(t)$) del rotore (la trattazione viene effettuata su motori elettrici i cui rotori ruoteranno con una certa velocità angolare) e l'ingresso in tensione che lo alimenta ($V_m(t)$):

$$j_{eq} * \omega'(t) + B_{eq,v} * \omega(t) = A_m * V_m(t) \quad (3.1)$$

(Con l'apice ' verranno indicate le derivate prime rispetto al tempo delle grandezze fisiche su cui esso viene applicato).

Il passaggio dal modello fittizio al modello reale è proprio dato dalla considerazione delle grandezze fisiche che regolano il funzionamento di un motore DC come la tensione che lo alimenta e la sua velocità di rotazione oltre che dalle costanti moltiplicative in gioco che saranno sostanzialmente legate alle specifiche del motore stesso; è possibile infatti definire:

$$j_{eq} = \eta_g k_g^2 j_m + j_l \quad (3.2)$$

$$B_{eq} = B_m \eta_g k_g^2 + B_l \quad (3.3)$$

Utilizzando la (3.3) ottengo anche il parametro espresso nella (3.4)

$$B_{eq,v} = (\eta_g k_g^2 \eta_m k_t k_m + B_{eq} R_m) / R_m \quad (3.4)$$

$$A_m = (\eta_g \eta_m k_g k_t) / R_m \quad (3.5)$$

I parametri utilizzati per la descrizione delle proprietà del motore sono i seguenti: R_m è la resistenza di armatura, k_m è la costante di forza elettromotrice, k_t è la costante relativa al momento torcente, k_g è il rapporto di cambio, η_m è l'efficienza del motore, η_g è l'efficienza di cambio, j_m è il momento d'inerzia relativo all'asta del motore, j_l è il momento d'inerzia del carico, B_m è il coefficiente di attrito viscoso dell'asta del motore e B_l è il coefficiente di attrito viscoso nell'asta del carico.

La relazione espressa in (3.1) è a sua volta generalizzabile con la rappresentazione dinamica dello spazio di stato portando all'equazione (3.6)

$$x'(t) = \alpha x(t) + \beta u(t) \quad (3.6)$$

Dove $x' \equiv \omega$; $\alpha = \frac{-B_{eq,v}}{j_{eq}}$; $\beta = \frac{A_m}{j_{eq}}$; $u(t) = V_m(t)$

Dalla (3.6) è possibile vedere come le matrici A,B definite in precedenza siano state sostituite dalle costanti α e β che raggruppano le specifiche del motore progettato, inoltre, sempre dalla (3.6) inoltre sarà possibile ricavare l'ingresso in funzione dello stato e della sua variazione temporale, sempre in un generico istante di tempo t:

$$u(t) = \beta^{-1}(-\alpha x(t) + \bar{u}(t)) \quad (3.7)$$

Il termine $\bar{u}(t)$ può essere definito mediante questa precisazione: nella trattazione appena riportata è reso evidente come la derivata temporale della velocità angolare, ossia la variazione dello stato del sistema nel tempo, dipenda dalla struttura e dalle specifiche del motore quindi da come esso è progettato. Il modello proposto in seguito farà riferimento ad un motore reale sebbene non verrà effettuato alcun accenno alle costanti precedentemente definite; questo è possibile grazie ad una tecnica di controllo che viene denominata *cancellazione* in cui andiamo a sostituire l'equazione (3.7) nella (3.6) ottenendo (3.8)

$$\begin{aligned} x'(t) &= \alpha x(t) + \beta \beta^{-1}(-\alpha x(t) + \bar{u}(t)) \\ x'(t) &= \alpha x(t) - \alpha x(t) + \bar{u}(t) \\ x'(t) &= \bar{u}(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Ciò che è stato appena dimostrato conduce quindi all'equivalenza tra modello matematico e sistema fisico/reale per quanto riguarda la variazione temporale della variabile di stato, portando come conseguenza il fatto che il modello puramente generico ed analitico è in grado di poter rappresentare al meglio la caratteristica temporale della derivata di $\omega(t)$.

In aggiunta è necessario precisare che tale considerazione vale solo per lo stato del sistema e non per l'ingresso che dovrà essere espresso come visto nella (3.7); esso sarà la somma di due contributi di cui uno legato alla costante α e l'altro solo al termine β^{-1} . Sebbene quindi l'ingresso sia influenzato dalle proprietà del motore e dalla sua progettazione lo stesso non si potrà dire per la derivata della velocità angolare il cui andamento verrà perciò ricavato sfruttando unicamente il modello matematico: una volta definito tutto ciò che riguarda la $\omega'(t)$ si potrà procedere alla determinazione degli ingressi, a seconda del fatto che si voglia raggiungere il consenso o la sincronizzazione.

3.1 SINCRONIZZAZIONE E CONSENSO: DEFINIZIONI E DIFFERENZE

Prima di passare all'implementazione vera e propria del modello matematico occorre chiarire la differenza tra consenso e sincronizzazione.

In precedenza è stato fatto un accenno al centro di massa ossia allo stato intermedio tra quelli relativi agli agenti in un generico istante di tempo t : esso può quindi essere meglio definito come il valore medio degli stati di ogni singolo agente, nel generico caso di n-agenti:

$$\zeta_{cm} = (\zeta_1(t) + \zeta_2(t) + \zeta_3(t) + \dots + \zeta_n(t))/n \quad (3.9)$$

La sincronizzazione può essere definita come il procedimento con cui è possibile far in modo che i motori vadano tutti alla stessa velocità angolare nonché quella imposta dal riferimento e dall'ingresso del primo motore.

L'obiettivo è quello di fare in modo che rimanga costante il ζ_{cm} ma soprattutto che questo rimanga più vicino possibile al riferimento o che addirittura lo segua totalmente nel caso ideale. Inoltre, essendo il centro di massa definito come la media delle tre velocità angolari come conseguenza si ha il dover mantenere le tre velocità non solo uguali tra loro ma anche congruenti al riferimento, una volta esaurito il transitorio.

Se il ζ_{cm}^d dovesse essere fisso allora solo il motore 1 dipenderà direttamente da esso grazie alla legge di controllo in cui l'ingresso è direttamente proporzionale al riferimento temporale, da ciò seguirà che il motore 1 svolge il ruolo di leader e va ad imporre agli altri l'andamento della velocità angolare al variare del tempo ed anche il seguire il centro di massa desiderato, anche in questo caso al variare del tempo (in realtà essendo il centro di massa la media delle velocità angolari i due concetti sono strettamente collegati). Dato che tutte e 3 le velocità di rotazione dovranno seguire l'andamento legato ad u_1 ed in modo particolare al riferimento, sarà necessario controllare gli altri due ingressi u_2 ed u_3 in modo tale che si riesca a soddisfare tale specifica di funzionamento dei motori, e ciò è possibile a livello astratto lavorando sul sistema di equazioni che definisce l'evoluzione dinamica dello spazio di stato.

Nel caso di riferimento mobile invece tutti e 3 i motori si comportano da leader imponendo mediante i 3 ingressi differenti un loro contributo alla variazione della velocità angolare; sebbene persino in questa situazione il riferimento sia specificato solo in u_1 , andando a sviluppare i calcoli e sostituendo opportunamente individuiamo in tutte e 3 le equazioni un legame con l'andamento tempo-variante da seguire; quindi in precedenza solo il primo motore dipendeva direttamente dal riferimento e lo imponeva agli altri 2 facendo in modo che il centro di massa effettivo coincidesse il più possibile con quello desiderato e che le velocità angolari permettessero il soddisfacimento di questa specifica (ricordo ancora che il centro di massa è la media delle 3 velocità angolari); proprio a causa di ciò era necessario controllare manualmente gli ingressi u_2, u_3 ; nella situazione descritta ora invece gli ingressi dei motori in precedenza definiti come follower sono legati al riferimento e svolgono un ruolo nella sua imposizione e soprattutto partecipano attivamente al soddisfacimento della specifica principale.

Per "consenso" invece si intende una tecnica analogamente atta a far in modo che i tre motori acquisiscano la stessa velocità angolare, una volta esaurito il transitorio, mantenendola a regime senza che vi sia alcun tipo di imposizione per quanto riguarda la velocità di rotazione da raggiungere a differenza di quanto visto con la sincronizzazione; se in precedenza i motori dovevano coordinarsi per far in modo di raggiungere una velocità di riferimento ora dovranno semplicemente ruotare con una stessa $\omega(t)$ autodeterminatasi mediante le caratteristiche del sistema stesso.

Per capire meglio in che cosa consista la tecnica del consenso si potrebbe fare un esempio che richiama la vita comune, ossia quello di una discussione in cui gli intermediari cercano di raggiungere un accordo senza però sapere preventivamente quale sia l'opinione finale su cui è effettivamente necessario accordarsi; in tale frangente questi dovranno man a mano cercare di raggiungere un punto comune e solamente quando ciò accadrà si arriverà al consenso.

La prima trattazione che verrà effettuata sarà relativa alla sincronizzazione.

• 4 SINCRONIZZAZIONE DI UN SISTEMA MULTI AGENTE COMPOSTO DA TRE MOTORI

Le considerazioni che verranno effettuate in questo capitolo saranno relative ad un sistema composto da 3 agenti il cui flusso d'informazioni viene rappresentato mediante la topologia ciclica precedentemente illustrata nella figura (1.a). In aggiunta verrà preso in esame il caso di riferimento fisso e successivamente la situazione in cui invece il riferimento è tempo sinusoidale, quindi tempo variante.

Ripartendo dalla formula (2.3) è possibile effettuare l'adattamento dal caso generale al caso particolare di 3 motori scrivendo:

$$\begin{pmatrix} \zeta'_1 \\ \zeta'_2 \\ \zeta'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

4.1 SINCRONIZZAZIONE DI UN SISTEMA MULTI AGENTE NEL CASO DI RIFERIMENTO FISSO

A partire dal documento [16], ed utilizzando il sistema implementato attraverso la figura (1.a), possiamo ricavare le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \bar{u}_1 = k_p(\zeta_2 - \zeta_1) + u_1 \\ \bar{u}_2 = k_p(\zeta_3 - \zeta_2) \\ \bar{u}_3 = k_p(\zeta_1 - \zeta_3) \end{cases} \quad (4.2),(4.3),(4.4)$$

Dal sistema di equazioni appena descritto è possibile immediatamente evidenziare una proprietà fondamentale di un sistema multi-agente con riferimento fisso già espressa in precedenza, ossia il fatto che l'ingresso viene specificato solo per quanto riguarda il motore 1. Utilizzando la "leader control law" (2.10) è possibile individuare la relazione tra ingresso e riferimento imposto evidenziando come effettivamente il motore leader sia quello che impone il centro di massa, ossia lo stato intermedio a regime tra i 3 agenti.

Si deduce quindi che solo il primo motore si comporta da leader e che gli altri due avranno degli ingressi controllati, manualmente o automaticamente, al fine di raggiungere il baricentro desiderato.

Dal sistema riportato in precedenza è possibile ricavare la corrispondente rappresentazione matriciale dello spazio di stato:

$$\begin{pmatrix} \zeta'_1 \\ \zeta'_2 \\ \zeta'_3 \end{pmatrix} = k_p \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

La matrice L espressa in (4.5) ha come autovettore [1 1 1], pre-moltiplicando entrambi i membri della (4.5) per tale vettore si ottiene la relazione fondamentale che lega l'ingresso, e quindi il riferimento, alla variazione dei tre stati nel tempo:

$$\zeta'_1 + \zeta'_2 + \zeta'_3 = u_1 \quad (4.6)$$

Definito il centro di massa come la media temporale dei tre stati ed utilizzando la leader control law espressa in (2.10), oltre che la (4.6), ottengo la relazione che definisce la derivata temporale del centro di massa:

$$\zeta_{cm} = (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3)/3 \quad (4.7.1)$$

$$\zeta'_{cm} = \frac{\zeta'_1 + \zeta'_2 + \zeta'_3}{3} = \frac{u_1}{3} = k_{cm}(\zeta_{cm}^d - \zeta_{cm}) \quad (4.7.2)$$

Pertanto

$$\zeta'_{cm} = k_{cm}(\zeta_{cm}^d - \zeta_{cm}) \quad (4.7.3)$$

Dalla (4.7) è possibile determinare che la derivata del centro di massa rispetto al tempo si annulla se $\zeta_{cm}^d = \zeta_{cm}$ ossia se il centro di massa effettivo coincide con quello imposto; in precedenza era stata assunta come ipotesi fondamentale quella di considerare uguali i due centri di massa andando quindi ad ignorare eventuali discrepanze legate alla non idealità del sistema. Tale ipotesi in realtà deve essere presa in considerazione solo per il transitorio perché effettivamente all'aumentare del tempo i due centri di massa tendono a coincidere, pertanto quella che inizialmente era una semplificazione che permetteva di ottenere un modello più semplice da implementare si rivela essere nell'andamento a regime permanente corrispondente alla realtà dei fatti. Tale asserzione viene effettuata osservando la sezione 5 del documento [1] in cui, dai risultati sperimentali, è possibile osservare che il centro di massa effettivo è seguito da quello imposto come riferimento, una volta esaurito il transitorio.

Come conseguenza di tutto ciò deriva un risultato fondamentale che si otterrà anche nell'implementazione del consenso ossia il fatto che $\zeta'_{cm}=0$ a regime permanente, quindi il centro di massa del sistema si stabilizzerà ad un valore costante che sarà pari a quello desiderato ed imposto dall'esterno mentre nella fase iniziale questo varierà nel tempo in funzione della differenza tra ζ_{cm} e ζ_{cm}^d che diminuirà sempre di più come espresso in precedenza.

Sostituendo la (2.10) all'interno della (4.5) ottengo la versione finale della rappresentazione dello spazio di stato che tiene conto delle considerazioni appena effettuate:

$$\begin{pmatrix} \zeta'_1 \\ \zeta'_2 \\ \zeta'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \zeta_{cm}^d \quad (4.8)$$

La formula (4.8) verrà utilizzata nell'implementazione del modello riguardante il sistema a 3 agenti poiché considera un riferimento predefinito. Anche da quest'ultima relazione si può osservare come tutti gli stati relativi ad ogni agente da sincronizzare convergono verso il centro di massa desiderato, pertanto a regime permanente le velocità angolari dei motori saranno tutte uguali tra loro e per di più uguali al riferimento imposto. Tutto ciò viene riportato nella trattazione successiva all'interno della quale vi è l'implementazione del modello matematico mediante software matlab.

4.2 SINCRONIZZAZIONE NEL CASO DI RIFERIMENTO TEMPO VARIANTE

Nella presente sezione si implementerà un modello relativo ad un sistema multi-agente con riferimento tempo variante ed in particolar modo sinusoidale: la scelta del riferimento sinusoidale può essere utile dal momento che grazie allo sviluppo in serie di Fourier ed anche alla trasformata di Fourier è sempre possibile ricondurre una funzione limitata alla somma di infinite funzioni sinusoidali.

L'impiego di un riferimento tempo-variante modifica il sistema espresso nelle equazioni (4.2)-(4.4) come segue:

$$\begin{cases} \zeta'_1 = k_p(\zeta_2 - \zeta_1) + u_1 \\ \zeta'_2 = k_p(\zeta_3 - \zeta_2) + u_2 \\ \zeta'_3 = k_p(\zeta_1 - \zeta_3) + u_3 \end{cases} \quad (4.9),(4.10),(4.11)$$

All'interno di questo sistema gli ingressi possono essere modellati nella maniera qui riportata:

$$\begin{cases} u_1 = k_l(\zeta^d - \zeta_2) + \zeta'^d \\ u_2 = \zeta'_3 \\ u_3 = \zeta'_1 \end{cases} \quad (4.12),(4.13),(4.14)$$

Sostituendo le equazioni (4.9)-(4.11) con gli ingressi espressi nel sistema di equazioni (4.12)-(4.14) ottengo:

$$\begin{cases} \zeta'_1 = k_p(\zeta_2 - \zeta_1) + k_l(\zeta^d - \zeta_2) + \zeta'^d \\ \zeta'_2 = k_p(\zeta_3 - \zeta_2) + \zeta'_3 \\ \zeta'_3 = k_p(\zeta_1 - \zeta_3) + \zeta'_1 \end{cases} \quad (4.15),(4.16),(4.17)$$

Queste ultime formule saranno quelle utilizzate nella funzione di risoluzione relativa all'equazione differenziale che consente di risolvere il problema della sincronizzazione con riferimento tempo variante.

- **5 IMPLEMENTAZIONE SOFTWARE DELLA SINCRONIZZAZIONE RELATIVA AD UN SISTEMA COMPOSTO DA 3 AGENTI**

Il modello che verrà implementato in questa sezione è riferito a quanto riportato nella sezione 5 del documento [1]. Il consenso e la sincronizzazione sono stati implementati mediante l'utilizzo di un sistema di comunicazione wireless bluetooth e di un microcontrollore disponente di una piattaforma di controllo. I 3 agenti invece vengono considerati tutti identici e consistono in 3 motori DC anch'essi gestiti mediante un sistema embedded implementato su microcontrollore.

I dati ed i parametri per il modello utilizzato vengono riportati nella Tabella 1

$R_m = 3,3 \text{ ohm}$	$B_l = 4.41 \times 10^{-6} \text{ Nm}/\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$
$k_m = 7.68 \times 10^{-3} \text{ V}/\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$	$k_t = 6.9 \times 10^{-3} \text{ Nm/A}$
$k_g = 53$	$\eta_m = 0.69$
$\eta_g = 0.90$	$j_m = 3.90 \times 10^{-7} \text{ kgm}^2$
$j_l = 1.03 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$	$B_m = 1.07 \times 10^{-9} \text{ Nm}/(\text{rad/s})$

Tabella 1: valori dei parametri relativi ai modelli reali

I valori espressi nella tabella sono legati ai parametri che caratterizzano il motore espressi nella sezione 3 ed utilizzati per ricavare le formule (3.2)-(3.5).

5.1.1 PRESENTAZIONE DELLO SCRIPT MATLAB RELATIVO AL MODELLO DELLA SINCRONIZZAZIONE

```
t=1:1/1000:30;
W0=[60.13 59.75 59.67];
[tsol,wsol]=ode45(@sincronizzazione,t,W0);
figure;
plot(tsol,wsol);

xlabel ('tempo');
ylabel ('rpm');

Rm=3.3;
km=7.68e-03;
kg=53;
ng=0.9;
jl=1.03e-04;
Bl=4.41e-06;
kt=6.9e-03;
nm=0.69;
jm=3.9e-07;
Bm=1.07e-09;

Beq=(ng*(kg^2)*Bm)+Bl;
Beqv=((ng*(kg^2)*nm*kt*km)+(Beq*Rm))/Rm;
Jeq=(ng*(kg^2)*jm)+jl;
Am=(ng*kg*nm*kt)/Rm;
```

```

A=-Beqv\Jeq;
B=Am\Jeq;

for i=2:length(tsol)
    diffwsol=(wsol(i,:) -wsol(i-1,:))*1000;

u(i,:)=(1/B)*((-A*wsol(i,:))+diffwsol);
end
figure;
plot(tsol,u);

xlabel ('tempo');
ylabel ('control outputs');

wcm=(wsol(:,1)+wsol(:,2)+wsol(:,3))/3;
figure;
plot(tsol,wcm);

xlabel ('tempo');
ylabel ('centro di massa (rpm)');

```

All'interno dello script appena presentato è stato scelto di utilizzare un passo di campionamento T pari a $1/1000$ con un asse temporale che va dall'istante $t=0$ all'istante finale $t=30s$, mentre le condizioni iniziali sono state prelevate sempre dalla sezione 5 del documento [1].

Il primo passo fondamentale consiste nell'utilizzo della funzione `ode45` per la risoluzione dell'equazione differenziale ottenibile dalla forma matriciale della rappresentazione dello spazio di stato già definita in (4.5). Dalla funzione chiamata otteniamo come output il vettore `tsol` e la matrice `wsol` relativi rispettivamente al vettore del tempo ed alla matrice contenente i valori della soluzione dell'equazione differenziale vettoriale: avendo considerato un sistema composto da 3 agenti ne segue che il `wsol` sarà una matrice contenente il valore di ogni singola velocità angolare istantanea definito in ognuno degli istanti di tempo considerati per ciascuno dei tre motori utilizzati; dalla prima colonna ricaveremo i valori relativi al primo motore, dalla seconda quelli del secondo e così via. Successivamente vengono inseriti i valori già utilizzati nella Tabella 1 ed implementate le formule (3.2)-(3.5) che permetteranno di ricavare tutto il necessario per la definizione del vettore degli ingressi che questa volta dipende dalla parametrizzazione del sistema multi-agente come espresso in precedenza. Il vettore `u` verrà determinato mediante l'implementazione di un ciclo "for" in cui per prima cosa verrà ricavata la matrice `diffwsol`, contenente per ogni colonna i valori relativi alla derivata temporale della velocità angolare, mediante l'implementazione della definizione di base della derivata ossia il limite del rapporto incrementale; verrà sottratto al campione $(i+1)$ -esimo il campione i -esimo della matrice e tale differenza verrà divisa per il passo di campionamento. Come secondo passo del ciclo for verrà implementata la formula vista in (3.7). L'ultimo passo consiste nella determinazione del centro di massa ottenibile mediante la somma, elemento per elemento, delle singole componenti presenti per ognuna delle 3 colonne di `wsol` che viene poi suddivisa per 3: ciò che viene effettuato in questo passo non è altro che l'implementazione della formula (4.7.1).

Nella sezione 5.1.3 verrà riportato il commento ai grafici.

5.1.2 IMPLEMENTAZIONE DELLA FUNZIONE PER LA RISOLUZIONE DELL'EQUAZIONE DIFFERENZIALE

```
function [dvdt]= sincronizzazione(t,v)

ref=120;

if t>2
    ref=60;
    if 2<t<16
        ref=120;
        if t>16
            ref=60;
        end
    end
end

v1=v(1);
v2=v(2);
v3=v(3);

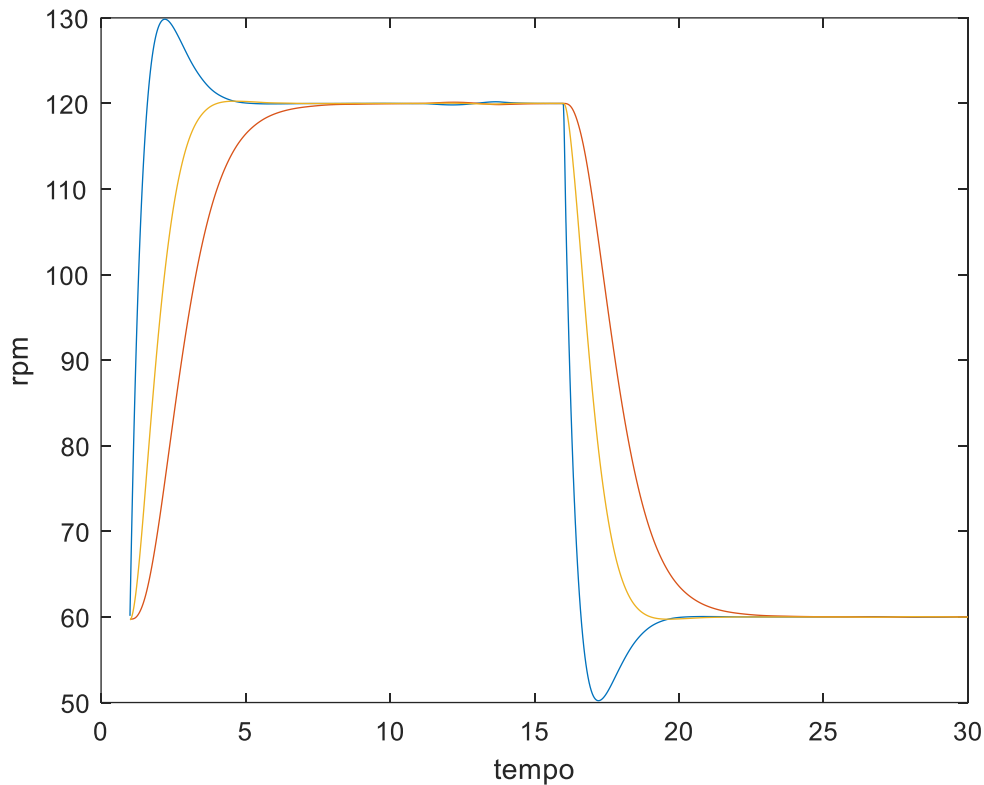
dv1dt=(-2*v1-v3)+3*ref
dv2dt=(-v2+v3);
dv3dt=(v1-v3);

dvdt=[dv1dt;dv2dt;dv3dt];

end
```

La funzione appena presentata risolve il sistema di equazioni differenziali lineari del prim'ordine che permette di trovare ogni componente del vettore relativo alle derivate delle velocità angolari. La funzione prende in ingresso il vettore dei tempi t , precedentemente definito nello script ed il vettore v che contiene le 3 velocità angolari. Il riferimento viene fissato in accordo con quanto visto nella sezione 5 di sperimentazione del documento [1] ed è modellabile come un riferimento costante ma con valore 60 rpm o 120 rpm a seconda dell'istante di tempo considerato; per questo motivo vengono annidati 3 "if" che tengono conto del differente valore del centro di massa desiderato ζ_{cm} . Una volta definiti v_1, v_2, v_3 come le singole colonne del vettore d'ingresso v vado ad applicare il sistema di equazioni differenziali già visto in (4.8). Così facendo trovo le singole colonne del vettore $dvdt$ che sarà l'uscita della funzione implementata.

5.1.3 GRAFICI OTTENUTI DALLO SCRIPT DI IMPLEMENTAZIONE PER LA SINCRONIZZAZIONE

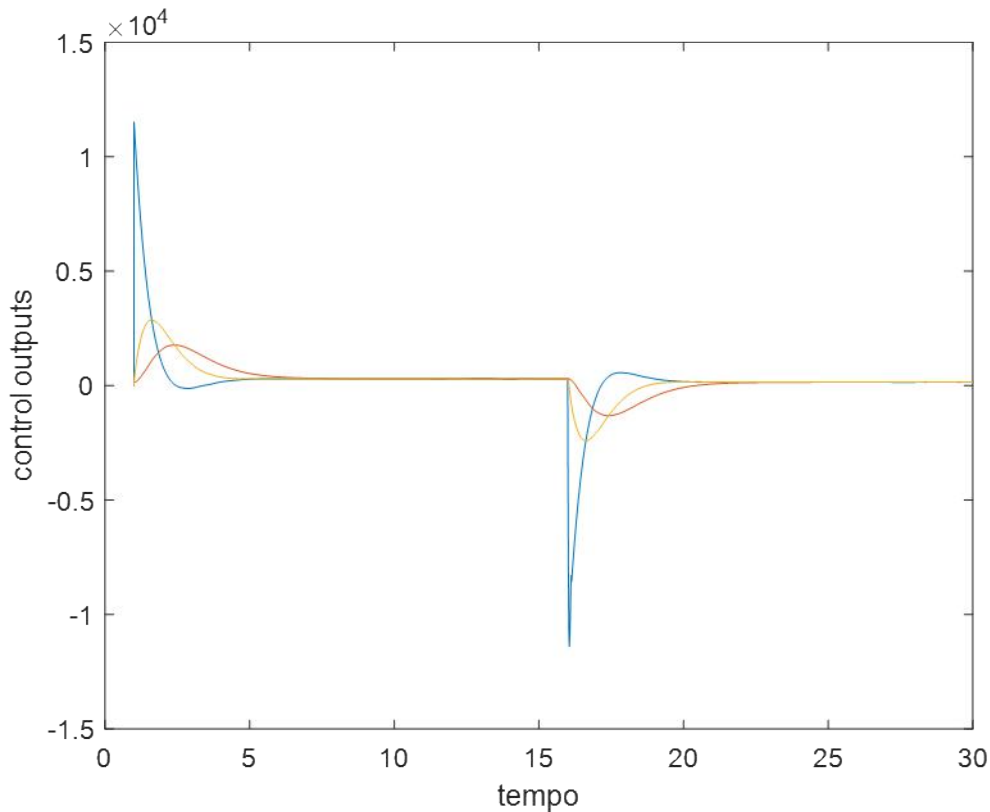


- **Grafico 1**

Prima di commentare l'andamento del grafico è opportuno affermare che nel caso di riferimento fisso i motori 2,3 svolgono ruoli differenti per quanto riguarda il calcolo del centro di massa: il primo motore difatti necessita di "Conoscere" tutte le velocità degli altri due per poter calcolare il centro di massa come si evince dalla control law mentre i motori 2,3 ricevono l'informazione sulla velocità via bluetooth. Oltretutto i grafici possono essere soggetti ad incertezze legate al fatto che si va a fornire un modello puramente matematico legato ad un sistema reale ed in particolar modo gli errori possono essere legati a ritardi nella trasmissione, rumore che affligge la misurazione ed ai parametri tecnologici dei motori stessi.

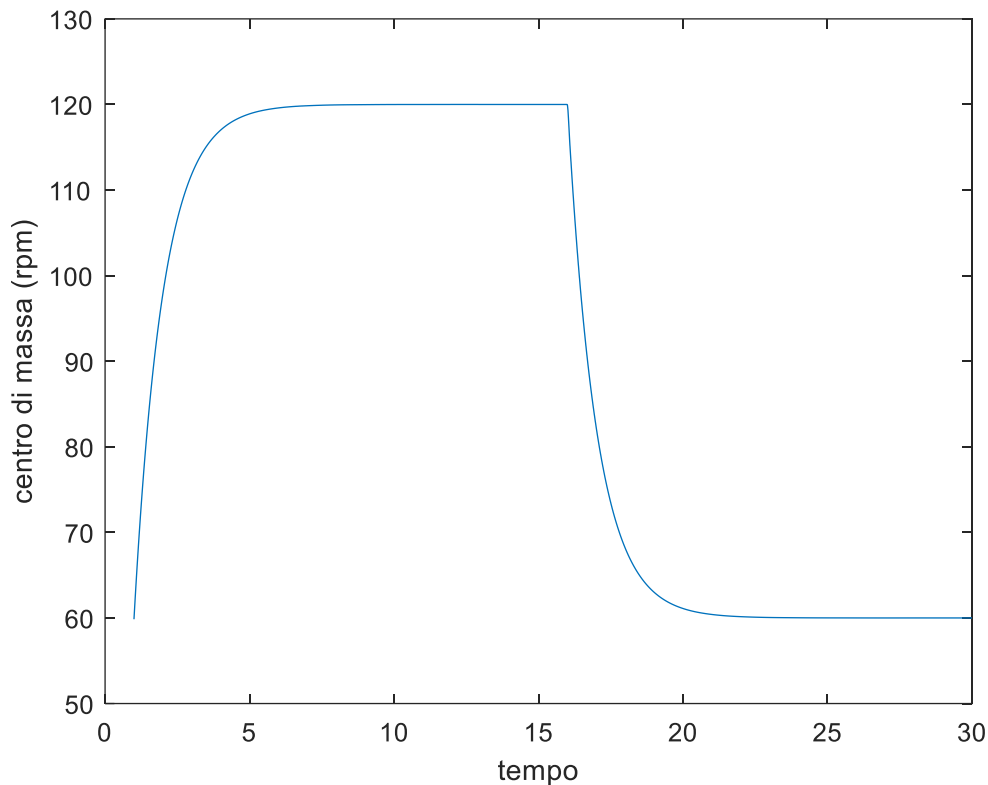
Rispetto alle misurazioni riportate nel documento [1] vediamo due picchi che causano un aumento nel primo caso ed una diminuzione nel secondo della velocità angolare del motore 1: essendo che questo dovrà comportarsi da leader ne segue infatti che la sua $\omega(t)$ crescerà in maniera più brusca rispetto a quelle degli altri due. I picchi si hanno per $t=2s$ e $t=17s$ e possono essere causati dalla non idealità dei motori reali; in precedenza infatti era stato affermato che anche un sistema multi-agente reale può essere modellato nella sua rappresentazione dinamica non tenendo conto della parametrizzazione poiché con la tecnica della cancellazione si arrivava ad ottenere la (3.8) in cui l'evoluzione dello stato non dipende dalle caratteristiche del motore; ciò nonostante è necessario puntualizzare che le misurazioni svolte nel documento 1 riguardano comunque degli agenti reali le cui prestazioni dipendono da una serie di fattori che ovviamente il modello software da cui è tratto il grafico 1 non va considerare come per esempio il fatto che un determinato agente non possa raggiungere una certa velocità angolare a causa della sua struttura fisica. Sostanzialmente nel caso d'implementazione software si va semplicemente ad inserire una serie di equazioni legate a tutti i dati numerici che ovviamente il programma non può riferire ad una situazione riguardante uno specifico motore reale.

Dal grafico 1 è possibile evincere che effettivamente tutti e 3 gli agenti raggiungono l'obiettivo ossia quello di stabilizzarsi ad una velocità angolare uguale e soprattutto congruente a quanto imposto esternamente con il ζ_{cm}^d nonostante le discrepanze legate a quanto espresso in precedenza.



- **Grafico 2**

Gli elevati valori in ordinata sono legati ad un errore poiché per motori con le dimensioni e caratteristiche come quelli analizzati non si potrebbero avere ingressi in tensione dell'ordine di grandezza di 10^4 e dovrebbero ottenersi dei valori ben più bassi compresi nel range tra 0,2 V e 1 V. L'ipotesi di tale errore potrebbe essere legata ad un errata trascrizione delle costanti o ad un loro errato utilizzo. Nonostante ciò l'andamento rispecchia quanto si può vedere nel documento [1]. Anche in questo caso il maggior picco nel transitorio del motore 1 è legato al suo ruolo di leader ed al fatto che esso deve far in modo che il sistema raggiunga il riferimento imposto e coadiuvato dagli altri due motori partecipa alla definizione del centro di massa.



- **Grafico 3**

Si ricordi che in questo grafico il centro di massa è stato ricavato dalla media temporale delle 3 velocità angolari il cui andamento è mostrato nel grafico 1, pertanto è chiaro che non avrà forma rettangolare come invece si desidererebbe, dal momento che è stato impostato un riferimento costante a tratti, ma presenterà anch'esso un transitorio sebbene effettivamente il suo andamento ricalchi, eccezion fatta per questo transitorio nei passaggi da un valore all'altro, quello desiderato dall'imposizione esterna. Per transitorio s'intende un passaggio graduale e non invece istantaneo come accade per il centro di massa desiderato.

Il fatto che per la maggior parte degli istanti di tempo considerati il centro di massa effettivo coincide con quello desiderato rivela la validità dell'ipotesi fatta in precedenza secondo cui non fosse necessario distinguere tra ζ_{cm}^d e ζ_{cm} ed anche il fatto che a regime permanente i due centri di massa effettivamente coincidano.

5.2.1 SCRIPT DI SINCRONIZZAZIONE CON INGRESSO SINUSOIDALE

```
clear all; close all;

t=1:1/1000:30;
W0=[0.4 1.10 1.14];
[tsol,wsol]=ode45(@sincro2,t,W0); %individuo le tre velocità angolari
figure;
plot(tsol,wsol(:,1),'r-',tsol,wsol(:,2),'b-',tsol,wsol(:,3),'k-');
```

```

xlabel ('tempo');
ylabel ('rpm');

Rm=3.3; %ohm
km=7.68e-03; %V
kg=53;
ng=0.9;
jl=1.03e-04;
Bl=4.41e-06;
kt=6.9e-03;
nm=0.69;
jm=3.9e-07;
Bm=1.07e-09;

Beq=(ng*(kg^2)*Bm)+Bl;
Beqv=((ng*(kg^2)*nm*kt*km)+(Beq*Rm))/Rm;
Jeq=(ng*(kg^2)*jm)+jl;
Am=(ng*kg*nm*kt)/Rm;

A=-Beqv\Jeq;
B=Am\Jeq;

for i=2:length(tsol)
    diffwsol=(wsol(i,:)-wsol(i-1,:))*100;

u(i,:)=(1/B)*((-A*wsol(i,:))+diffwsol);
end
figure;
plot(tsol,u);

xlabel ('tempo');
ylabel ('control outputs');

wcm=(wsol(:,1)+wsol(:,2)+wsol(:,3))/3;
figure;
plot(tsol,wcm);

xlabel ('tempo');
ylabel ('centro di massa (rpm)');

```

5.2.2 REALIZZAZIONE DELLA FUNZIONE PER LO SCRIPT DI SINCRONIZZAZIONE SINUSOIDALE

```

ref=70+30*sin(0.2*pi*t)
dref=0.2*pi*30*cos(0.2*pi*t);
v1=v(1);
v2=v(2);
v3=v(3);
kp=3.5;
kl=0.4;

dv1dt=kp*(v2-v1)+kl*(ref-v2)+dref;
dv2dt=kp*(v3-v2)+kp*(v1-v3)+kl*(ref-v2)+dref;
dv3dt=kp*(v1-v3)+kp*(v2-v1)+kl*(ref-v2)+dref;

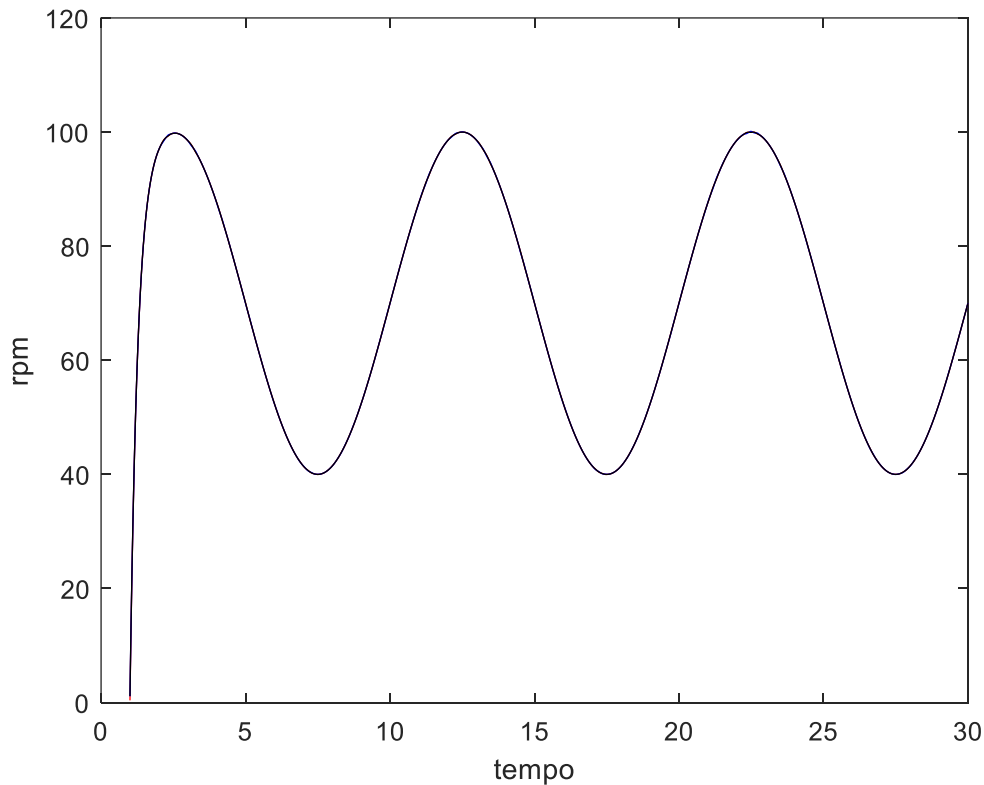
```

$$dv/dt = [dv_1/dt; dv_2/dt; dv_3/dt];$$

Nel caso di riferimento sinusoidale è chiaro che sia gli ingressi che le velocità angolari dovranno seguire una traiettoria sinusoidale o comunque periodica; i sistemi analizzati infatti sono lineari pertanto è possibile affermare che ogni velocità angolare si differirà dall'ingresso in termini di ampiezza e fase ma non in termini di frequenza e forma rispetto ad esso.

Il transitorio, ed in generale i picchi che non rendono perfettamente sinusoidali gli andamenti visibili nelle figure riportate nel documento [1], sono dovuti al ritardo di propagazione dell'ingresso mediante comunicazione wireless anche se non creano elevati problemi alla sincronizzazione.

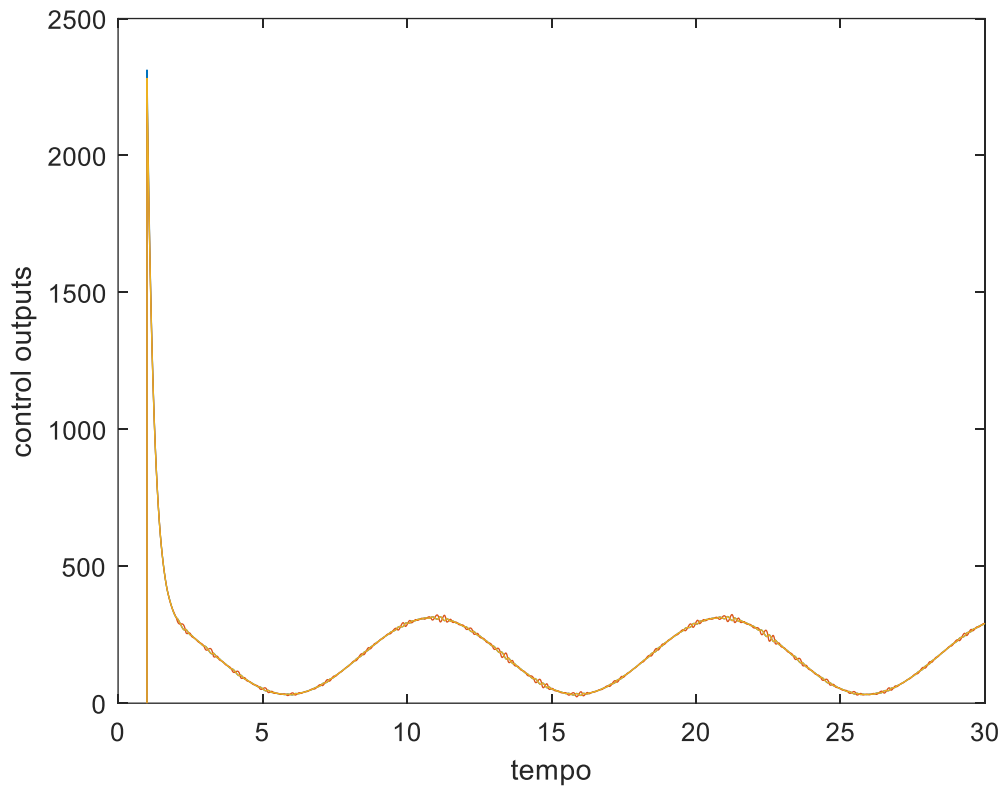
5.2.3 GRAFICI RELATIVI ALLA SINCRONIZZAZIONE CON RIFERIMENTO SINUSOIALE



- **Grafico 4**

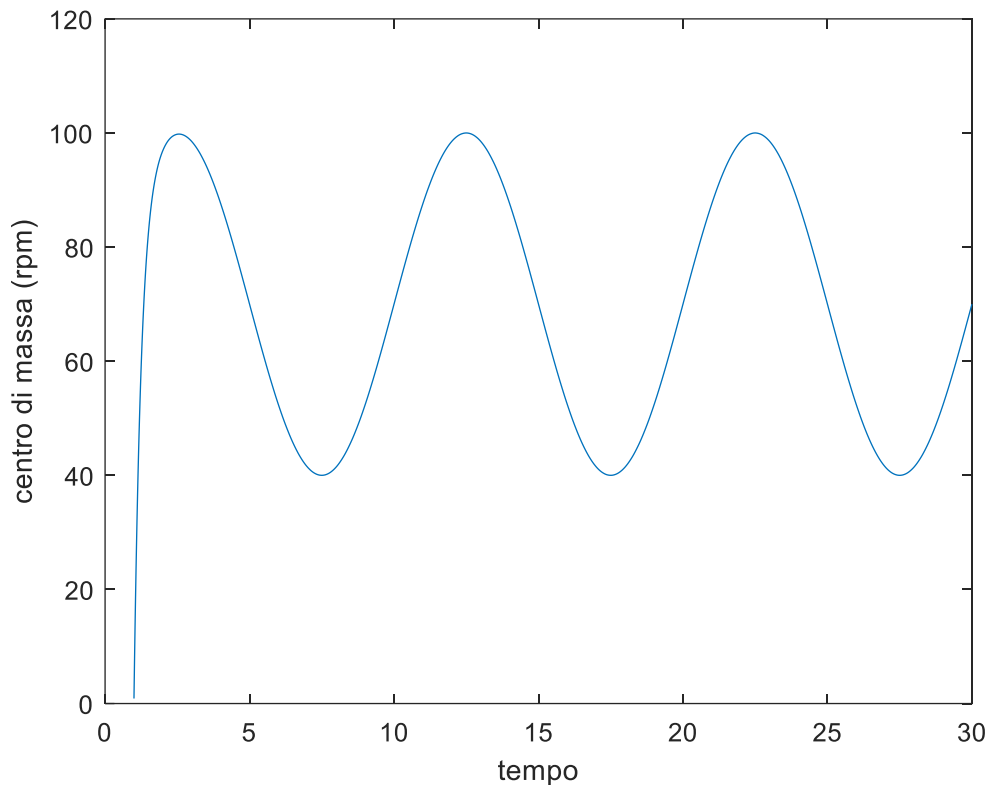
Il grafico 4 rappresenta l'andamento delle 3 velocità di rotazione che si ottiene a partire da un riferimento sinusoidale realizzato mediante le formule (4.9)-(4.11). Dalla figura è possibile individuare un transitorio che permane fino a $t=2,5s$ circa per poi lasciar spazio all'andamento sinusoidale che invece è quello caratterizzante il regime permanente; la durata e l'entità di questo transitorio dipendono dal valore delle due costanti k_p e k_l che possono essere definite come i coefficienti di proporzionalità diretta tra le velocità di rotazione e le loro derivate, conseguentemente tanto maggiori saranno tali costanti e tanto maggiore sarà la rapidità con cui le singole velocità variano nel tempo producendo un transitorio sempre più breve all'aumentare del loro valore. Nel transitorio ciò non si verificherà e quindi la variazione dello stato del sistema è influenzato dai valori di k_l e k_p .

Le curve nel grafico sono perfettamente sovrapposte ed è questa la motivazione per la quale è possibile individuare solo la curva nera raffigurante ω_3



- **Grafico 5**

Anche per quanto riguarda tale grafico i valori in ordinata ricevono una moltiplicazione per un fattore di scala troppo elevato, anche qui probabilmente a causa di un errato calcolo o trascrizione dei parametri atti a descrivere il motore. I ripple, visibili in alcuni istanti di tempo, sono legati al fatto che nella determinazione dell'ingresso vengono sommate delle velocità di rotazione sinusoidali con le relative derivate; pertanto otterremo la somma di termini periodici e tra loro sfasati.



- **Grafico 6**

Si noti anche all'interno di questo grafico che il centro di massa effettivo del sistema coincide, con ottima approssimazione, al centro di massa imposto come riferimento: all'interno dell'esperimento recuperabile dal documento [1] era stato posto come controllo una funzione sinusoidale con componente continua $r(t) = 70 + 30\sin(0.2\pi t)$. Si noti che il valore medio all'interno del grafico 6 sia effettivamente pari a 70 (rpm) mentre il valore massimo si raggiunge per $r_{max} = 100$ e quello minimo per $r_{min} = 40$. La semidifferenza tra il massimo ed il minimo della funzione sinusoidale, ovvero la sua ampiezza, sarà pari a 30 rpm congruentemente con quanto imposto nel riferimento sul quale si vuole effettuare la sincronizzazione. Il periodo di $r(t)$ sarà pari a 10s e corrisponde effettivamente all'intervallo di tempo che intercorre tra due massimi/minimi successivi della funzione sinusoidale tracciata nel grafico 6.

5.3.1 IMPLEMENTAZIONE DELLO SCRIPT PER L'ALGORITMO DI CONSENSO

```
clear all; close all;

t=1:1/1000:50;
W0=[60 55 50];
[tsol,wsol]=ode45(@consenso,t,W0);
figure;
plot(tsol,wsol);

xlabel ('tempo');
ylabel ('rpm');
```

```
wcm=(wsol(:,1)+wsol(:,2)+wsol(:,3))/3;
figure;
plot(tsol,wcm);

xlabel ('tempo');
ylabel ('centro di massa (rpm)');
```

5.3.2 REALIZZAZIONE DELLA FUNZIONE PER LA RISOLUZIONE DELL'EQUAZIONE DIFFERENZIALE (CONSENSO)

```
function [dvdt] = consenso(t,v)
v1=v(1);
v2=v(2);
v3=v(3);
kp=0.07;

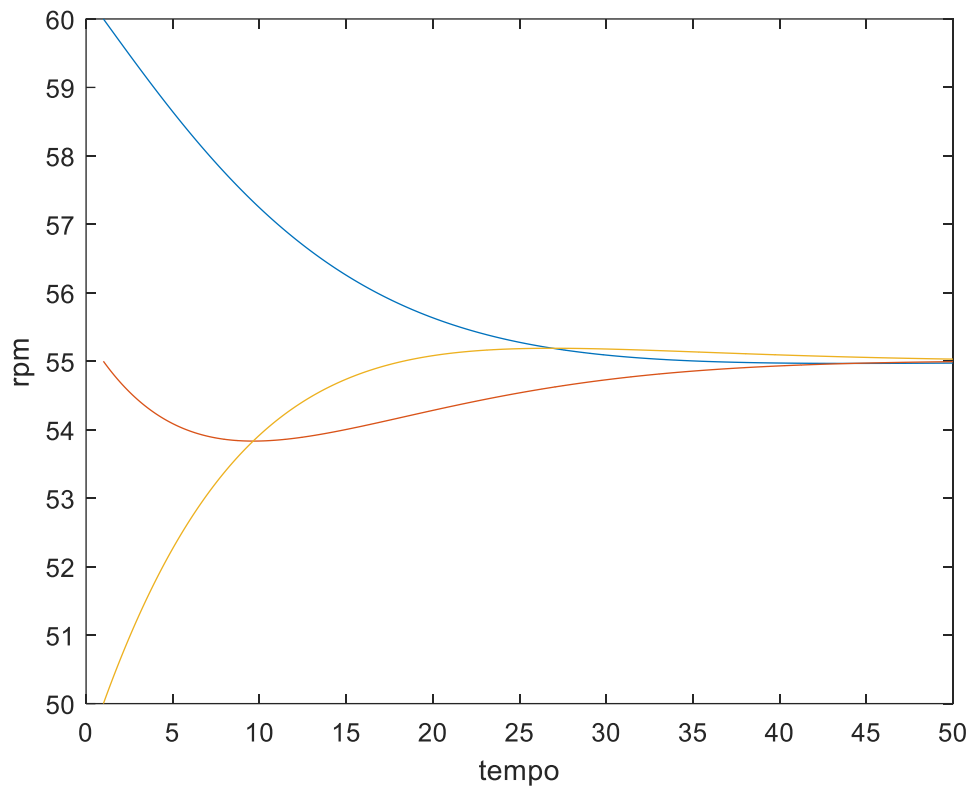
dv1dt=kp*(v2-v1)+3*((v2-v1)+(v3-v2)+(v1-v3));
dv2dt=kp*(v3-v2);
dv3dt=kp*(v1-v3);

dvdt=[dv1dt;dv2dt;dv3dt];
end
```

All'interno della funzione di implementazione per il consenso è possibile evidenziare l'utilizzo di un u_1 completamente differente rispetto a quello derivante dalla control law ed utilizzato per la sincronizzazione; tale differenziazione è causata dalle diverse finalità relative alle operazioni di consenso e sincronizzazione già espresse in precedenza. La sincronizzazione infatti è una procedura finalizzata a far in modo che tutti i motori mantengano la stessa velocità angolare a regime che viene imposta da un riferimento legato a ciò che viene implementato esternamente al sistema; in termini concreti il riferimento, ed in generale l'ingresso del motore leader, sono definiti come delle tensioni regolate per esempio manovrando le manopole di un potenziometro, pertanto queste sono effettivamente legate a ciò che lega il sistema con l'esterno ed in particolare l'agente che lo controlla, che può essere sia umano che software. Per quanto riguarda il consenso invece la situazione è ben diversa poiché la finalità è riduttiva rispetto a quanto visto con la sincronizzazione dato che è unicamente richiesto che i motori vadano a ruotare con una stessa velocità angolare che non è data da una specifica o richiesta imposta; fondamentalmente l'obiettivo da raggiungere dipende solo dal sistema stesso e non dalla sua interazione con l'esterno quindi la necessità si dispiega nel verificare che semplicemente i 3 agenti raggiungano lo stesso stato che non è prefissato. La conseguenza di tale concetto è l'eliminazione dell'ingresso relativo al leader perché, una volta fissate e note le condizioni iniziali, i motori interagiranno unicamente tra di loro facendo in modo di raggiungere una stessa velocità di rotazione, pertanto il controllo esterno difatto è assente proprio perché non necessario ai fini del consenso.

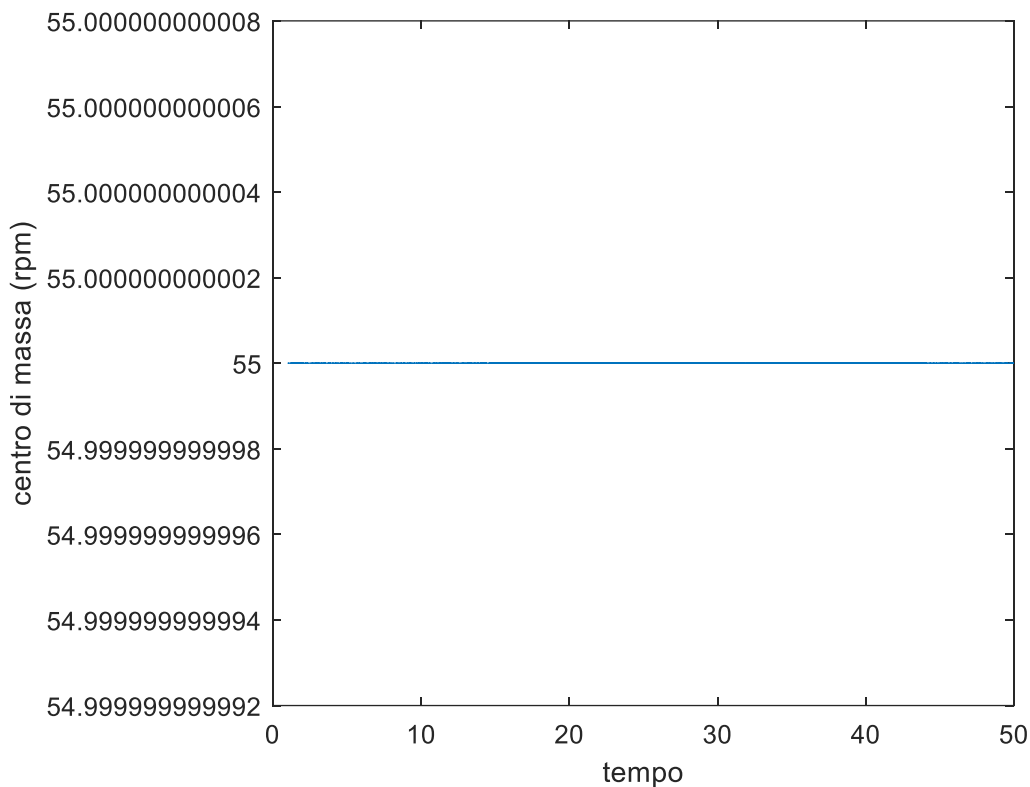
L'idea principale quindi è quella di imporre un controllo nella funzione mediante il quale è possibile definire una situazione in cui i 3 agenti riescano ad accordarsi stabilizzandosi su un valore di stato comune. Tale idea viene realizzata nella funzione con un ingresso espresso come somma di differenze tra i singoli stati, infatti il contributo complessivo di u_1 sarà sempre nullo e l'evoluzione dell'intero sistema sarà solo l'evoluzione libera, ossia quella legata alle condizioni iniziali.

5.3.3 PRESENTAZIONE DEI GRAFICI DERIVATI DALL'ALGORITMO DI CONSENSO



- **Grafico 7**

All'interno di tale grafico è possibile individuare il raggiungimento di una stessa velocità angolare per ciascuno dei motori coinvolti; è interessante notare come l'andamento di ω_1 sia monotono decrescente mentre quello di ω_3 contrariamente continuerà a crescere fino a stabilizzarsi, praticamente il motore che inizialmente ruota più velocemente rallenta andando a "fornire", mediante la comunicazione con gli altri agenti, parte della propria velocità di rotazione a quello che nell'istante iniziale dispone di una minor velocità di rotazione.



- **Grafico 8**

Il risultato più interessante si può ottenere da questo grafico in cui è mostrato l'andamento del centro di massa. Grazie a quanto detto in precedenza sull'ingresso e contrariamente a quanto visto per la sincronizzazione è possibile notare un andamento costante del baricentro che rimane stabile ad un singolo valore che coincide proprio con la media delle velocità di rotazione iniziali; pertanto è possibile affermare che con il consenso non solo è possibile arrivare ad una situazione in cui tutti i motori ruotano alla stessa velocità angolare, ma si ottiene come risultato sperimentale il fatto che il centro di massa è costante e determinabile nella forma che segue. Dalla definizione di centro di massa, derivando entrambi i membri rispetto al tempo, si ottiene:

$$\zeta'_{cm} = \frac{\zeta'_1 + \zeta'_2 + \zeta'_3}{3}$$

$$\zeta'_{cm} = [(\zeta_2 - \zeta_1) + (\zeta_3 - \zeta_2) + (\zeta_1 - \zeta_3)] * \left(\frac{k_p}{3}\right) = 0 \quad (5.10)$$

Il centro di massa avrà derivata nulla temporalmente perciò rimarrà fisso; proprio per questo motivo sarà sempre possibile determinarne a priori il valore e di conseguenza conoscere dapprima quale sarà la velocità di rotazione che verrà tenuta da ogni motore semplicemente raccogliendone l'ammontare nell'istante iniziale dell'esperimento; ciò si tratta di un'aggiunta ulteriore alla definizione di consenso che, proprio grazie a questi risultati sperimentali, può essere ri-definito come una procedura atta a fare in modo che i 3 agenti raggiungano un valore di stato comune a regime considerando un controllo (o ingresso del motore leader) sempre identicamente nullo e un centro di massa calcolabile una volta note le condizioni iniziali del sistema. Tali risultati sperimentali sono riassunti nelle seguenti formule:

$$u_1 = 0 \quad (5.11)$$

$$\zeta_{cm}(t) = \text{fisso (costante)} = \frac{[\zeta_1(0) + \zeta_2(0) + \zeta_3(0)]}{3} \quad \forall t \quad (5.12)$$

• 6 CONCLUSIONI

All'interno del lavoro presentato è stato dimostrato come sia possibile raggiungere il consenso e la sincronizzazione in un sistema multi-agente con 3 motori reali opportunamente caratterizzati con le loro costanti di costruzione. Il risultato è stato raggiunto mediante l'implementazione degli esperimenti realizzati nel documento [1] utilizzando il software matlab che ha permesso di evidenziare anche quelle che sono le incertezze e gli errori legati alla distinzione tra la situazione reale, ossia quella su cui effettivamente si è operato nel documento [1] utilizzando quindi degli agenti fisici veri e propri con opportune tecnologie e quella ideale legata al software ed ad una trattazione puramente matematica senza contestualizzazione all'interno di un modello esistente. Un esempio concreto è rappresentato dai transitori presenti nelle misurazioni degli agenti reali e legati a ritardi nella comunicazione wireless che invece sono assenti all'interno del progetto software. Tra le conseguenze ricavate alcune sono più rilevanti e fondamentali perciò meritano di essere riassunte come segue:

1. L'evoluzione forzata, cioè legata all'ingresso, del sistema non dipende dai parametri reali che lo caratterizzano ma unicamente da come interagiscono gli agenti mediante le topologie precedentemente evidenziate
2. Nell'operazione di consenso il centro di massa è pari alla media aritmetica delle velocità angolari iniziali ma soprattutto rimane sempre fisso e costante su questo valore; ne segue che esso dipende unicamente dalle condizioni iniziali del sistema.

Bibliografia

- 1. Daniel Olivares, Gerardo Romero, Jose Guerrero, Rogelio Lozano. Robustness Analysis for Multi Agent Consensus Systems with Application to DC Motor Synchronization. *Applied Sciences*, MDPI, 2020, 10 (18), pp.6521. [ff10.3390/app10186521](https://doi.org/10.3390/app10186521). [ffhal-02965278f](https://doi.org/10.3390/app10186521)
- 2. Arrichiello, F.; Chiaverini, S.; Fossen, T. Formation Control of Marine Surface Vessels Using the Null-Space-Based Behavioral Control. In *Lecture Notes in Control and Information Sciences: Group Coordination and Cooperative Control*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2006; pp. 1–19.
- 3. Chen, X.; Serrani, A. ISS-Based Robust Leader/Follower Trailing Control. In *Lecture Notes in Control and Information Sciences: Group Coordination and Cooperative Control*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2006; pp. 75–91.
- 4. Lozano, R.; Spong, M.W.; Guerrero, J.A.; Chopra, N. Controllability and observability of leader-based multi-agent systems, In *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, Cancun, Mexico, 9–11 December 2008; pp. 3713–3718.
- 5. Olfati-Saber, R.; Fax, J.A.; Murray, R.M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems. *Proc. IEEE* 2007, 95, 215–233
- 6. Ren, W.; Beard, R.W.; Atkins, E.M. Information Consensus in Multivehicle Cooperative Control. *IEEE Control Syst. Mag.* 2007, 27, 71–82.
- 7. Guerrero, J.A.; Olivares, D.; Romero, G. Forced Bipartite Consensus for Multi-Agent Systems. In *Proceedings of the 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)*, Washington, DC, USA, 21–23 October 2018; pp. 2335–2340.
- 8. Nagata, T.; Sasaki, H. A multi-agent approach to power system restoration. *IEEE Trans. Power Syst.* 2002, 17, 457–462.
- 9. Balch, T.; Arkin, R.C. Behavior-based formation control for multirobot teams. *IEEE Trans. Robot. Autom.* 1998, 14, 926–939.
- 10. Guerrero, J.A.; Lozano, R. Flight Formation of Multiple Mini Rotorcraft based on Nested Saturations. In *Proceedings of the 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, Taiwan, 18–22 October 2010; pp. 634–639.
- 11. Chuang, C.W.; Haung, C.L.; Lee, C.D.; Kao, C.C.; Fung, R.F. Synchronization and tension control of dual motor systems via MIMO discrete pseudo model following integral variable structure control. *Mech. Mach. Theory* 2009, 44, 499–510.
- 12. Chiu, G.T.C.; Tomizuka, M. Coordinated Position Control of Multi-Axis Mechanical Systems. *J. Dyn. Syst. Meas. Control* 1998, 120, 389–393.

- 13. Guzey, H.C.; Dumlu, A.; Guzey, N.; Alpay, A. Optimal Synchronizing Speed Control of Multiple DC Motors. In Proceedings of the 4th International Conference on Optimization and Applications, Mohammedia, Morocco, 26–27 April 2018; pp. 1–5.
- 14. Godsil, C.; Royle, G. Graduate Texts in Mathematics: Algebraic Graph Theory; Springer: Berlin, Germany, 2001.
- 15. Mesbahi, M.; Egerstedt, M. Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks; Princeton University Press: Princeton, NJ, USA, 2010.
- 16. Guerrero, J.A.; Castillo, P.; Challal, Y. Trajectory Tracking for a Group of Mini Rotorcraft Flying in Formation. In Proceedings of the IFAC World Congress, Milano, Italy, 27 August–2 September 2011; pp. 6331–6336.
- 17 Leonard, N.E.; Fiorelli, E. Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups. In Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.01CH37228), Orlando, FL, USA, 4–7 December 2001; pp. 2968–2973.