UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Edile

Dipartimento di Ingegneria Industriale e Scienze Matematiche

VALUTAZIONE DELLE PRESTAZIONI ACUSTICHE DI ELEMENTI EDILIZI E CONFRONTO CON LA NORMATIVA

EVALUATION OF ACOUSTIC PERFORMANCE OF BUILDING ELEMENTS AND COMPARISON WITH THE LEGISLATION

Relatore:

Prof. Giovanni Di Nicola

Correlatore:

Ing. Fabio Serpilli

Tesi di Laurea di:

Valentina Malorni

Anno accademico 2018 - 2019

INDICE

INTRODUZIONE

Una delle fonti di inquinamento più sottovalutate e meno controllate nel campo dell'edilizia è il rumore, riconosciuto solo negli ultimi anni come una grave minaccia per la salute e per il benessere psico-fisico dell'uomo. Tale presa di coscienza ha portato all'elaborazione di provvedimenti legislativi e normativi sull'inquinamento da rumore che stabiliscono i requisiti essenziali per la progettazione di nuovi edifici. Questi elaborati, finalizzati alla tutela dell'uomo nei confronti del rumore, propongono diversi metodi di calcolo che cercano di predire il reale comportamento acustico di elementi costruttivi ma non sempre portano a risultati attendibili. La ricerca in questo settore è orientata al continuo miglioramento di tali metodi ed al confronto dei risultati con nuove misure di laboratorio.

Attualmente progettare edifici con elevati standard acustici è uno dei requisiti essenziali nella realizzazione di nuovi manufatti.

In Italia la protezione acustica di edifici residenziali e non residenziali è stata stabilita da D.P.C.M 5/12/97 "Determinazione dei requisiti acustici passivi degli edifici", attuativo della Legge quadro 447/95 sull'inquinamento acustico.

A livello progettuale vengono utilizzati modelli di calcolo semplificati basati sulla legge della massa. Questi modelli a livello internazionale sono specificati dalle norme tecniche di settore, tra cui vi sono le norme EN della serie 12354, rilasciate in Italia dall'ente nazionale di unificazione UNI, che riguardano la valutazione delle prestazioni acustiche di edifici a partire dalle prestazioni di prodotti; e in particolare la norma EN 12354-1 che riguarda l'isolamento dal rumore per via aerea tra ambienti.

Sarà oggetto di studio di questa tesi il modello di calcolo del potere fonoisolante per elementi monolitici proposto dalla norma UNI EN 12354-1: 2017, nello specifico, sarà analizzato l'andamento del potere fonoisolante in funzione del tipo di materiale, dello spessore dell'elemento e delle frequenze presenti nello spettro del rumore che lo attraversa, in modo da mettere a confronto i risultati ottenuti con i dati ottenuti sperimentalmente per verificare l'effettiva validità del modello di calcolo.

Capitolo 1 - QUADRO NORMATIVO IN MATERIA DI INQUINAMENTO ACUSTICO

La Legge n. 447 del 26 ottobre 1995 “Legge Quadro sull’inquinamento acustico” [2], rappresenta allo stato attuale il documento legislativo di riferimento nel campo dell’acustica ambientale, il quale stabilisce i principi fondamentali in materia di tutela dell'ambiente esterno e dell’ambiente abitativo dall'inquinamento acustico, ai sensi e per gli effetti dell’articolo 117 della Costituzione. Al punto e dell’art. 3 la Legge Quadro prevede uno specifico decreto per i requisiti acustici delle sorgenti sonore e per i requisiti acustici passivi degli edifici e dei loro componenti, allo scopo di ridurre l’esposizione umana al rumore.
Tale D.P.C.M. 5/12/1997 “Determinazione dei requisiti acustici passivi degli edifici” [3], che si sviluppa in quattro articoli e un allegato, individuai principali parametri utilizzati per descrivere i requisiti acustici passivi degli edifici e ne fissa i limiti, distinti per tipologia di ambiente abitativo considerato, al fine di ridurre l’esposizione umana al rumore.

All’art. 1 del decreto viene sottolineato che il medesimo, oltre a determinare i requisiti acustici passivi degli edifici e dei loro componenti in opera, determina anche i requisiti acustici delle sorgenti sonore interne agli edifici, come impianti di riscaldamento e climatizzazione, impianti di sollevamento, impianti idraulici ecc.

Nel caso di sorgenti sonore diverse, come, ad esempio, sorgenti fisse esterne, il traffico stradale, ferroviario, aeroportuale ecc. Si rimanda ai provvedimenti attuativi specifici previsti dalla Legge quadro n. 447/95.

L’articolo 2 del decreto fornisce alcune importanti definizioni tra queste si trovano:

- Componenti degli edifici: le partizioni orizzontali e verticali;
- Servizi a funzionamento discontinuo: gli ascensori, gli scarichi idraulici, i bagni, i servizi igienici e la rubinetteria;
- Servizi a funzionamento continuo: gli impianti di riscaldamento, aerazione e condizionamento.

Infine, nell’allegato A vengono definite le grandezze di riferimento per l’applicazione del decreto e sono dettati, per ciascuna di tali grandezze, i limiti che devono essere rispettati.

I requisiti minimi prestazionali cui viene sottoposta la costruzione si riferiscono alla propagazione del rumore per via aerea valutata attraverso il calcolo di:

- R'_W indice del potere fonoisolante apparente di partizione tra ambienti
- $D_{2m,nT,w}$ indice dell'isolamento acustico di facciata

e alla propagazione del rumore per via strutturale, legata a rumori di tipo impattivo e determinata mediante:

- $L'_{n,w}$ livello di rumore di calpestio di solai normalizzato.

Si tratta di requisiti passivi, ossia applicati a prescindere dall'esposizione al rumore dell'ambiente abitativo o dalle eventuali sorgenti in esso presenti.

Oltre ai parametri sopra citati sono infine fissati i limiti relativi agli impianti tecnologici:

- $L_{AS,max}$ livello massimo di pressione sonora prodotto dagli impianti tecnologici a funzionamento continuo (impianti di riscaldamento, condizionamento e areazione)
- $L_{A,eq}$ livello equivalente degli impianti a funzionamento discontinuo (ascensori, scarichi idraulici, rubinetteria, ecc.).

Rispettare il D.P.C.M. 5/12/97 significa:

1) Predisporre un'accurata progettazione acustica;
2) Impiego di materiali con proprietà note da misure in opera o certificate;
3) Corretta posa in opera dei materiali;
4) Eliminazione di percorsi preferenziali dell'energia sonora;
5) Adeguata distribuzione tipologica dei locali.

Ai fini dell'applicazione del D.P.C.M. 5/12/1997 nella tabella A dell'allegato A vengono distinti gli ambienti abitativi nelle seguenti categorie:

A	Edifici adibiti a residenza o assimilabili
C	Edifici adibiti a uffici e assimilabili
E	Edifici adibiti ad alberghi, pensioni ed assimilabili
G	Edifici adibiti a ospedali, cliniche, case di cura ed assimilabili
B	Edifici adibiti ad attività scolastiche a tutti i livelli ed assimilabili
D	Edifici adibiti ad attività ricreative o di culto o assimilabili
F	Edifici adibiti ad attività commerciali o assimilabili

Fig. 1.1 *Classificazione degli ambienti abitativi*

Per definire con un unico numero la prestazione acustica complessiva di un componente edilizio, sono stati introdotti gli “indici di valutazione”, calcolati con una apposita procedura in base ai valori definiti alle singole frequenze. Si indicano con il pedice “w”.

La Tabella B dell’allegato A riporta i valori limite dei parametri di riferimento, in funzione della precedente classificazione degli ambienti abitativi:

Categoria dell’edificio	R'_w	$D_{2m,nT,w}$	$L'_{n,w}$	L_{ASmax}	L_{Aeq}
D	55	45	58	35	25
A, C	50	40	63	35	35
E	50	48	58	35	25
B, F ,G	50	42	55	35	35

Fig. 1.2 *Limite dei parametri acustici di riferimento*

R'_w è l’indice di valutazione del potere fonoisolante apparente delle pareti divisorie ed è un parametro rappresentativo del confort acustico tra due distinte unità abitative adiacenti.

Il D.P.C.M. 5.12.1997 prescrive che il valore misurato sia maggiore o al più uguale a quello indicato.

L’indice di valutazione del potere fonoisolante apparente R'_w di un divisorio dipende da:

1) Caratteristiche del divisorio (Indice del Potere fonoisolante ($R_{d,w}$) e massa superficiale [kg/m2]);
2) Caratteristiche degli elementi laterali degli ambienti adiacenti (pareti laterali e solai) a diretto contatto con la parete divisoria considerata;
3) Caratteristiche dei collegamenti tra gli elementi suddetti;
4) Superficie della Partizione.

In fase di progetto, per il calcolo di R’ e R'_w il modello matematico di riferimento è descritto dalla norma UNI EN 12354-1, “*Valutazioni delle prestazioni acustiche di edifici a partire dalle prestazioni di prodotti*” [4].

Il problema introdotto dal Decreto del 5 dicembre 1997è la necessità di certificare, già in fase di richiesta di concessione edilizia, le prestazioni acustiche che caratterizzeranno l’edificio a lavori ultimati.

Le prestazioni acustiche offerte in opera da un divisorio, tra cui il potere fonoisolante apparente, possono essere stimate difficilmente in fase progettuale perché vi sono molteplici fattori che hanno un'influenza determinante ma che non possono essere previsti con esattezza. Basti pensare, ad esempio, alla diversa accuratezza con cui vengono realizzati i giunti di malta orizzontali e verticali tra i blocchi, allo spessore dell'intonaco, alla presenza di elementi di discontinuità nella struttura del divisorio che possono essere rappresentati da vari tipi di condotti di impianti. Se si trascurano tutti questi fattori richiamandosi al concetto della "costruzione a regola d'arte", rimane tuttavia un fattore che penalizza sempre le prestazioni acustiche in opera di un divisorio rispetto a quelle misurate in laboratorio, si tratta della trasmissione di energia sonora che avviene attraverso le strutture laterali dei due ambienti confinanti.

Questa forma di trasmissione sonora strutturale può ridurre il valore del potere fonoisolante misurato in laboratorio di alcuni decibel.

Vi è quindi una differenza (spesso di diversi dB) tra prestazione valutata attraverso i modelli di calcolo previsionali e quanto valutato sperimentalmente attraverso misure in opera, una volta realizzato il manufatto.

Inoltre, i modelli di calcolo proposti dalla norma 12354 sono stati elaborati sulla base di esperienze sperimentali condotte prevalentemente su tipologie di partizioni in uso nei paesi del Nord Europa (pareti leggere, in legno e in cartongesso) che spesso sono differenti dai sistemi costruttivi italiani, caratterizzati principalmente da pareti in laterizio, massive, collegate rigidamente tra loro con utilizzo di sistemi non a secco.

Questo porta quindi all'introduzione di errori nel modello di calcolo non quantificabili né tantomeno prevedibili preventivamente.

Per i motivi appena descritti, spesso il tecnico progettista si trova davanti al problema del dover determinare in fase di progetto le prestazioni acustiche dell'edificio (come ad esempio il potere fonoisolante apparente R') in accordo con i limiti imposti dal D.P.C.M. 5/12/97 ed una volta realizzata l'opera, in fase di collaudo, il risultato ottenuto risulta diverso da quanto previsto, a volte anche inferiore ai limiti imposti dalla legislazione vigente.

Capitolo 2 - PROPAGAZIONE DEL RUMORE NEGLI EDIFICI

2.1.1. Il suono e la sua trasmissione

Il suono è una perturbazione di carattere oscillatorio (vibrazioni meccaniche, turbolenze aerodinamiche, etc.) prodotta da una sorgente sonora che, propagandosi in un mezzo elastico (aria, acqua, solido, etc.), provoca una variazione di pressione che l'orecchio umano riesce a rilevare. In altre parole, il suono è una forma di trasporto di energia meccanica che avviene senza trasporto di materia, attraverso onde che si propagano in un mezzo elastico con una certa velocità la quale dipende fortemente dal mezzo di propagazione (nell'aria ad esempio, essa è pari a circa 344 m/s, alla temperatura di 20° C). In assenza di mezzo elastico non esiste alcuna propagazione sonora.

Quando il suono che viaggia nell'aria investe una superficie, come ad esempio la parete di un edificio, l'onda sonora si suddivide in tre componenti:

1. Onda riflessa;
2. Onda assorbita;
3. Onda trasmessa.

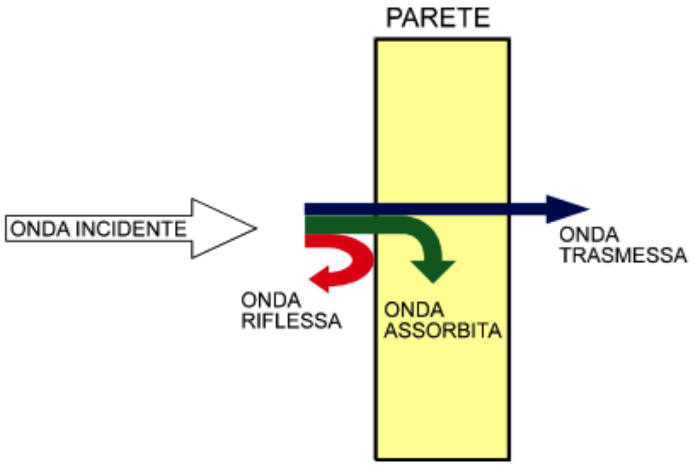


Fig. 2.1 *Componenti dell'onda sonora*

Quando un'onda sonora di potenza sonora (Wi) incide su una superficie una parte (Wr) viene riflessa nell'ambiente sorgente e una parte penetra nella parete, trasformandosi in energia vibrazionale.

Quest'ultima viene, a sua volta, scissa: una parte si dissipa all'interno del materiale sotto forma di calore (Wd), mentre l'altra viene trasmessa nell'ambiente ricevente (Wt).

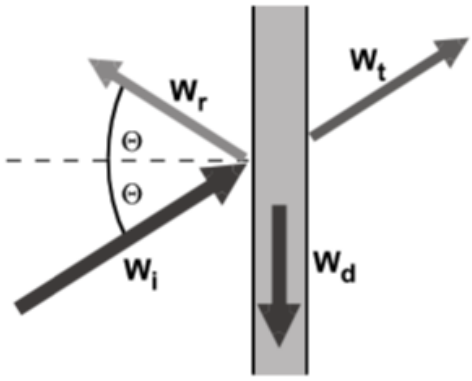


Fig. 2.2 *Ripartizione energia sonora incidente su una parete*

Si ottiene quindi, per il principio di conservazione dell'energia:

$$Wi = Wr + Wd + Wt \qquad (2.1).$$

Si definisce coefficiente di assorbimento acustico, α, il seguente:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{Wr}{Wi}\right) \qquad (2.2)$$

Esso rappresenta la frazione di energia associata all'onda sonora che viene assorbita da un materiale ed è compreso fra 0, nel caso in cui tutta l'energia sia riflessa, ed 1, nel caso in cui tutta l'energia sia assorbita ($Wd + Wt = Wi$).

Un materiale con elevato coefficiente α è detto fonoassorbente; ciò può essere dovuto al fatto che grande parte dell'energia incidente viene convertita in calore o al fatto che viene favorita la trasmissione attraverso il materiale stesso.

Il *coefficiente di trasmissione acustica* τ è definito come il rapporto tra la potenza dell'onda trasmessa e la potenza dell'onda incidente W_i sulla superficie:

$$\tau = \frac{W_t}{W_i} \qquad (2.3)$$

Esso varia in funzione dell'angolo d'incidenza θ dell'onda sulla superficie e rappresenta, in percentuale, la quantità di energia che attraversa l'elemento divisorio.

Un materiale con basso coefficiente τ è detto *fonoisolante*.

A partire dal coefficiente di trasmissione τ si definisce il *potere fonoisolante, R*:

$$R(\theta) = 10log\frac{1}{\tau(\theta)} \text{ [dB]} \tag{2.4}$$

Nel caso di onda incidente normale alla superficie, $\theta = 0$.

Un materiale ha un comportamento fonoisolante che migliora al crescere del valore di R. Il potere fonoisolante R dipende dalla densità della parete e dalla frequenza f dell'onda sonora che incide la superficie.

Normalmente il potere fonoisolante di un determinato componente edilizio viene misurato in laboratorio, in relazione alla norma UNI EN ISO 140/3 "*Misurazione in laboratorio dell'isolamento acustico per via aerea di elementi di edificio*" [1], ed è espresso tramite una curva che riporta i diversi valori di R per le bande di frequenza di ottava o 1/3 di ottava.

Nel caso di una struttura semplice (come ad esempio un pannello omogeneo) l'andamento del potere fonoisolante al variare della frequenza è il seguente:

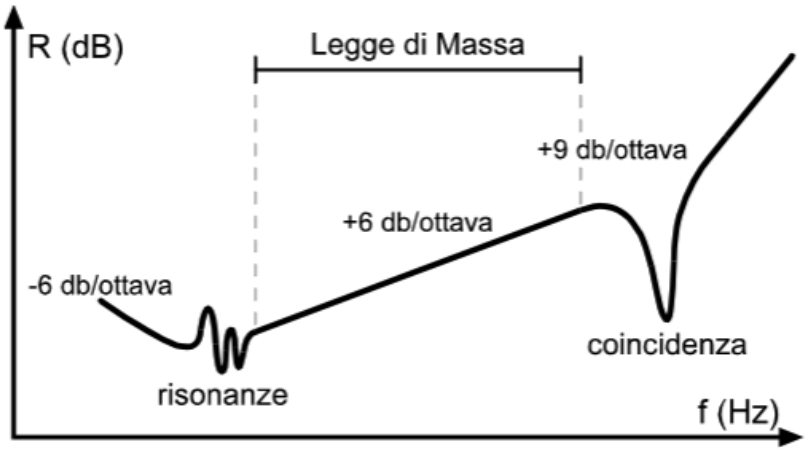


Fig. 2.3 *Andamento del potere fonoisolante di una struttura semplice alle varie frequenze*

Il diagramma è contraddistinto da due zone in cui il valore di R diminuisce bruscamente: una zona in corrispondenza della frequenza di risonanza del pannello (risonanza) e l'altra in corrispondenza della frequenza critica (coincidenza).

La regione della risonanza di un pannello è quella in cui vi sono le risonanze proprie del sistema pannello. Occorre precisare che le frequenze di risonanza interessate sono quelle più basse, legate ai modi più semplici di vibrare, le quali hanno un contenuto energetico rilevante e quindi significativo ai fini della riduzione del potere fonoisolante. La zona centrale è quella in cui vale la “legge della massa” con incremento di 6 dB per ogni ottava. La frequenza di coincidenza è invece la frequenza per cui la velocità delle onde flessionali formatosi sulla parete uguaglia la velocità delle onde aeree, per cui si ha un brusco decadimento di potere fonoisolante.

Se si esegue una misura in opera, il parametro misurato è indicato come potere fonoisolante apparente (R'), il quale differisce dal valore di laboratorio per la specifica posa in opera del componente e per effetto della trasmissione laterale.

R’, infatti, oltre a considerare l'attenuazione prodotta dalla trasmissione diretta attraverso la partizione (parete o solaio), tiene conto anche delle componenti di trasmissione del rumore attraverso le strutture laterali. Questi fattori inducono a una riduzione dei valori di fonoisolamento.

La valutazione delle trasmissioni laterali, ossia del flusso di energia che passa attraverso i vincoli strutturali del pannello, è di difficile soluzione, sia perché è complicato schematizzare il fenomeno di accoppiamento strutturale con le pareti laterali, sia perché detto contributo può variare, anche in modo considerevole, in base all'accuratezza con cui è stata realizzata l'opera.

Le norme tecniche forniscono alcuni modelli di calcolo che consentono di ricavare l'effettivo isolamento acustico tra due ambienti a partire dalle caratteristiche di accoppiamento tra gli elementi strutturali.

Il calcolo passa attraverso la definizione delle seguenti grandezze:

- *il potere fonoisolante (R) delle strutture coinvolte (elemento divisorio e quattro strutture laterali);*
- *la massa superficiale di tutte le strutture considerate;*

- *le dimensioni dei due ambienti (sorgente e ricevente);*
- *l'indice di riduzione delle vibrazioni (K_{ij});*
- *la differenza di potere fonoisolante (ΔR) qualora siano presenti strati di rivestimento fonoisolanti o pavimenti galleggianti.*

È evidente che, se da un verso è relativamente semplice la misura in opera, altrettanto non si può dire circa la valutazione analitica del fenomeno, specialmente per quanto riguarda i meccanismi di vibrazione, i quali dipendendo dalla costruzione del divisorio, dalla dimensione, nonché dal tipo di vincoli laterali e dall'omogeneità della struttura.

Tanto più il divisorio si discosta dal caso ideale (parete piana, sottile e omogenea con condizione di vincolo a incastro perfetto o appoggio semplice) tanto più risulta difficile applicare e risolvere le relazioni matematiche relative ai pannelli. Infatti, le caratteristiche di trasmissione acustica di un pannello dipendono essenzialmente dalla sua geometria e da tre grandezze principali: massa, rigidità e smorzamento.

Una struttura vibrante possiede sia energia cinetica, associata alla massa, sia energia di deformazione potenziale, legata alla rigidità, che capacità di dissipare parte dell'energia da cui è eccitata.

2.1.2 La trasmissione del suono negli edifici

Il suono, per diffondersi nell'ambiente, ed essere quindi percepito, ha bisogno di un mezzo elastico. Quando l'energia sonora si propaga all'interno degli edifici, tale mezzo oltre che, naturalmente, dall'aria è costituito dagli elementi strutturali dell'edificio stesso (pareti, solai, etc.). La trasmissione del suono negli edifici avviene secondo due distinti meccanismi di propagazione:

- *trasmissione per via aerea;*
- *trasmissione per via strutturale (trasmissione diretta e trasmissione laterale).*

Nel primo caso, il mezzo principale di trasmissione è costituito dall'aria ed il rumore si propaga senza incontrare ostacoli solidi, mentre, nel secondo caso, la propagazione avviene attraverso le strutture solide dell'edificio (pareti, pavimenti, soffitti, colonne, travi, tubazioni, condotti, etc.) tramite vibrazioni elastiche.

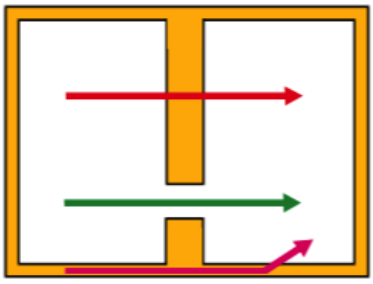


Fig. 2.4 *Propagazione del suono per via aerea e strutturale*

Le vibrazioni delle strutture si possono trasmettere attraverso gli elementi divisori, che separano l'ambiente emittente da quello ricevente (trasmissione diretta), e attraverso gli elementi strutturali ad essi adiacenti (trasmissione indiretta o laterale).
Nel primo caso, le onde sonore incidenti sui divisori (pareti, tramezzi e solai) trasmettono a questi una perturbazione fluttuante, che ne determina la vibrazione e anche una parziale remissione di onde sonore dalla parte opposta. È evidente che maggiore è la massa della parete, più contenuta sarà l'ampiezza della vibrazione e minore la trasmissione.
Nel secondo caso il suono si trasmette attraverso altri elementi come le pareti laterali, il pavimento e il soffitto. Ogni percorso di trasmissione che coinvolge più elementi separatori è chiamato "flankingpath" (percorso di fiancheggiamento).

Considerando la trasmissione sonora tra due locali confinanti, è possibile individuare tredici percorsi di propagazione del rumore dall'ambiente sorgente a quello ricevente, di cui uno diretto Dd (attraverso il divisorio) e dodici laterali Ff, Fd, Df (tre per ogni lato del divisorio considerato).

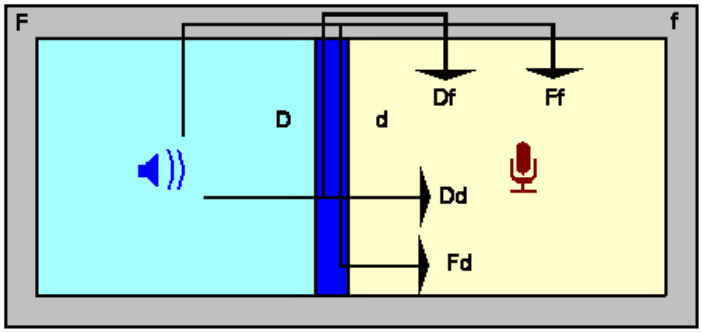


Fig. 2.5 *Percorsi di trasmissione sonora*

- D: elemento divisorio lato locale sorgente;
- d: elemento divisorio lato locale ricevente;
- F: struttura laterale lato locale sorgente;
- f: struttura laterale lato locale ricevente.

Mentre per ridurre il disturbo derivante dalla trasmissione per via aerea vi sono diverse soluzioni pratiche, come ad esempio l'utilizzo di materiali fonoassorbenti o materiali fonoisolanti, i fenomeni di trasmissione laterale possono essere controllati solo interrompendo opportunamente il percorso delle vibrazioni, ad esempio mediante inserimento di materiali resilienti.

2.1.3 Caratterizzazione del suono trasmesso per via aerea

2.1.3.1 Coefficiente di trasmissione e potere fonoisolante

Il coefficiente di trasmissione τ di una data superficie è definito come il rapporto tra la potenza sonora trasmessa W_t e la potenza dell'onda incidente W_i sulla superficie:

$$\tau = \frac{W_t}{W_i}. \tag{2.5}$$

Il potere fonoisolante *R* è la quantità logaritmica corrispondente definita come:

$$R = 10 \cdot \lg\left(\frac{1}{\tau}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{W_i}{W_t}\right) \qquad \text{(dB)} \tag{2.6}$$

In una procedura di misura tradizionale di laboratorio, per determinare il potere fonoisolante di un elemento architettonico, si presuppone che tutta la trasmissione dell'energia sonora dalla camera emittente alla camera ricevente avvenga attraverso l'elemento divisore (vedi *Figura 2.6*).

Nella situazione reale, vi sono componenti di incertezza generate dagli elementi costruttivi laterali collegati rigidamente agli elementi in prova. Quando l'isolamento acustico è sufficientemente elevato è inevitabile che ci sia un'ulteriore trasmissione del suono per mezzo di queste strutture che fiancheggiano gli elementi divisori degli edifici.

Ciò è discusso di seguito.

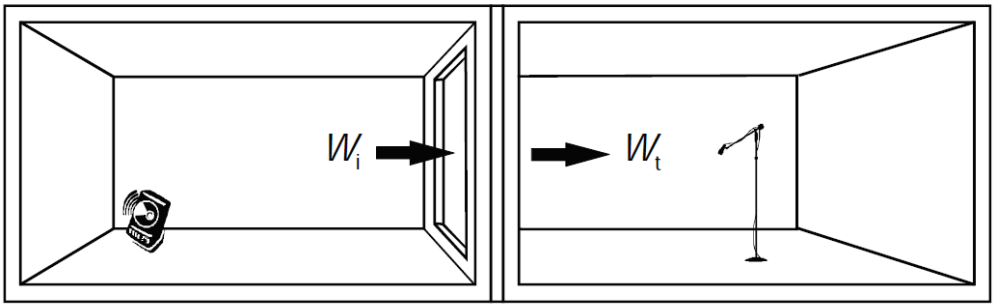


Fig. 2.6 *Procedura di laboratorio per determinare il potere fonoisolante.*

Si assume che il campo sonoro della stanza emittente, nonché nella camera ricevente, sia diffuso. L'intensità del suono sulla parete della stanza emittente sarà quindi:

$$I_{i=} \frac{p_S^2}{4\rho_0 c_0} \tag{2.7}$$

dove p_s è la pressione sonora della camera emittente. La potenza trasmessa attraverso l'elemento costruttivo avente superficie S sarà quindi:

$$W_t = I_t \cdot S = \frac{p_S^2}{4\rho_0 c_0} \cdot A_R \tag{2.8}$$

dove p_R e A_R sono rispettivamente la pressione sonora e la superficie totale di assorbimento della camera ricevente. Di conseguenza, il coefficiente di trasmissione sarà dato da:

$$\tau = \frac{I_t \cdot S}{I_i \cdot S} = \frac{p_R^2}{p_S^2} \cdot \frac{A_R}{S} \tag{2.9}$$

Il potere fonoisolante sarà:

$$R = 10 \lg\left(\frac{1}{\tau}\right) = 20lg\left(\frac{p_S}{p_R}\right) + 10lg\left(\frac{S}{A_R}\right) = L_s - L_R + 10lg\left(\frac{S}{A_R}\right) \tag{2.10}$$

dove $D = L_s - L_R$ è la differenza tra il livello medio di pressione sonora dell'ambiente emittente d quello dell'ambiente ricevente. Questa è l'espressione utilizzata in una procedura di laboratorio standardizzata basata sulle misurazioni dei livelli di pressione sonora (vedi Norma ISO 140 parte 3). Una procedura alternativa si basa invece sulla determinazione della potenza trasmessa alla camera ricevente attraverso la misurazione dell'intensità. Una ragione importante per cui si utilizza tale metodo è che la metodologia tradizionale è influenzata dal suono trasmesso attraverso le strutture

laterali. Utilizzando la procedura alternativa si determina l'intensità media I_R trasmessa su una superficie S_R che racchiude completamente l'elemento di separazione avente superficie S. Oltre alle equazioni (2.9) e (2.10) si avranno:

$$\tau = \frac{I_R \cdot S_R}{\frac{p_S^2}{4\rho_0 c_0} \cdot S} \tag{2.11}$$

e

$$R_I = 10\lg\left(\frac{p_S^2}{4\rho_0 c_0 \cdot I_R}\right) + 10\lg\left(\frac{S}{S_R}\right) \approx L_{pS} - L_{IR} + 10\lg\left(\frac{S}{S_R}\right) \tag{2.12}$$

Quest'ultima espressione corrisponde a quella riportata nella ISO 15186 parte 1, avendo introdotto il livello medio di pressione sonora L_{pS} nella camera emittente ed il livello medio di intensità L_{IR} assunta sulla superficie di misura. Inoltre, l'impedenza caratteristica $\rho_0 c_0$ per l'aria viene posta uguale a 400 $[Pa\frac{s}{m}]$.

A questo punto ci si chiede se si ottengono gli stessi risultati quando si applicano questi due metodi. In teoria, dovrebbe esserci una differenza dovuta alla sottostima della potenza trasmessa nel metodo tradizionale ed un conseguente maggior valore dell'indice del potere fonoisolante, nel determinare il livello medio di pressione sonora nella camera ricevente certi limiti sono imposti dalla distanza delle pareti della stanza, vale a dire che la potenza è determinata dalla misura nella "parte interna" della stanza. Il potere fonoisolante modificato $\mathrm{R_{I,M}}$ sarà quindi correlato con R usando l'equazione (2.10). Si avrà:

$$R_{I,M} = R_I + K_c = R_I + 10\lg\left(1 + \frac{s_b c_0}{8Vf}\right) \tag{2.13}$$

dove l'ultimo termine è la cosiddetta correzione di Waterhouse. Waterhouse (1955) ha dimostrato che il livello di pressione sonora in prossimità della parete, del bordo e dell'angolo della stanza, sarà superiore rispettivamente di 3, 6 e 9 dB rispetto al livello medio della stanza. Ciò è facilmente dimostrabile osservando misurazioni dirette. Se ci si limita a misurare il livello medio di pressione sonora all'interno della stanza, normalmente mezza lunghezza d'onda dai bordi, si va a trascurare parte di energia sonora. La normativa obbliga quindi l'utilizzo di questa correzione, dipendente dalla frequenza, per compensare quest'effetto. Le quantità s_b e V sono rispettivamente la superficie totale e il volume della camera ricevente. Per la frequenza f si usa la frequenza centrale della banda di frequenza reale.

2.1.3.2 Termini di adattamento e indice di valutazione del potere fonoisolante

Quando si specifica la capacità di isolamento acustico delle costruzioni, in particolare quando serve un confronto con un valore di riferimento specificato da una normativa, è ragionevole utilizzare un unico numero invece dell'intera curva di frequenza. Normalmente, quest'ultima è composta da valori in bande di un terzo di frequenza da 100 a 3150 Hz o in un intervallo esteso che va da 50 a 5000 Hz. La procedura di sostituire questi valori con un singolo indice è basata sull'uso di una curva di riferimento. In questa sede non verrà approfondito il modo in cui queste curve vengono generate. La curva di riferimento per il potere fonoisolante è mostrata nella *Figura 2.7* insieme ad un risultato di misura di laboratorio di una parete doppia di 13 mm di cartongesso su supporti separati. La distanza tra i pannelli è di 150 mm e il vuoto all'interno è riempito con lana minerale.

Per calcolare il singolo valore di R_W, la curva di riferimento viene traslata di 1 dB verso la curva misurata finché la somma degli scarti sfavorevoli è più grande possibile, ma non più di 32,0 dB, quando si utilizzano 16 bande di frequenze. Uno scarto sfavorevole ad una data frequenza si verifica quando il risultato della misura è minore rispetto al valore di riferimento. Solo gli scarti sfavorevoli sono presi in considerazione, cioè alti valori di isolamento acustico nell'intervallo di frequenza superiore non compensa lo scarso isolamento a basse frequenze.

In questo caso, come risulta dalla *Figura 2.7,* è possibile soltanto uno spostamento massimo di 7 dB, dando una somma di scarti sfavorevoli di 28 dB e quindi un R_W di 59 dB.

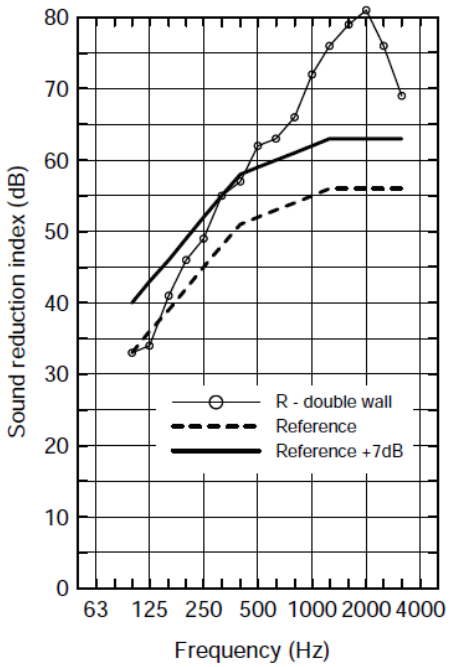


Figura 2.7 *Calcolo dell'indice di valutazione del potere fonoisolante RW. In questo esempio RW è pari a 59 dB, che è il valore di riferimento a 500 Hz. La somma degli scarti sfavorevoli è 28 dB; vedi testo.*

Nelle vecchie norme venivano introdotte delle correzioni tramite la "regola degli 8 dB"; essa viene oggi compensata con l'introduzione dei cosiddetti termini di adattamento spettrale, spectral adaptation terms, che vanno sommati al potere fonoisolante. Questi termini, indicati dal simbolo C, sono in questo caso definiti come:

$$C \ = X_{\mathrm{A},1} - X_{\mathrm{W}} \tag{2.14}$$

$$C_{\mathrm{tr}} = X_{\mathrm{A},2} - X_{\mathrm{W},} \tag{2.15}$$

dove $X_{\mathrm{A},1}$ è la differenza in dB tra i livelli della camera sorgente e ricevente quando si ha un rumore rosa; corrispondentemente, $X_{\mathrm{A},2}$ è la differenza tra i livelli della camera sorgente e ricevente quando si ha un rumore da traffico. Il simbolo X_{W} è l'indice di valutazione tradizionale.

Per la determinazione dell'isolamento acustico di facciate, in particolare contro il rumore da traffico stradale, l'indice di isolamento acustico per il rumore da traffico RA era utilizzato solamente dai paesi nordici. Ora questo indice è stato adottato dalla ISO, e risulta essere

$$R_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{W}} + C_{\mathrm{tr.}} \tag{2.16}$$

2.1.3.3 *Procedura per il calcolo dei termini di adattamento*

In questo paragrafo si illustra la procedura per il calcolo dei termini di adattamento utilizzando come esempio il termine C_{tr}. Verrà quindi calcolato il potere fonoisolante R_A secondo l'equazione (2.16) con l'ausilio della *Figura 2.8* come base. Si assume che la sorgente, essendo un rumore da traffico stradale, genera un campo sonoro diffuso nella stanza con livello di pressione sonora L_{in}, il corrispondente livello di pressione sonora in facciata è L_{out}. È definito il potere fonoisolante per la facciata, di area S, con l'equazione

$$R = L_{\mathrm{out}} - L_{\mathrm{in}} + 10 \cdot \lg\left(\frac{S}{A}\right), \tag{2.17}$$

dove A è l'area totale assorbimento nella stanza. Normalizzando il potere fonoisolante con la relazione S / A ≡ 1, i livelli di pressione sonora ponderati all'esterno e all'interno verranno espressi, rispettivamente, come

$$\left(L_{p\mathrm{A}}\right)_{\mathrm{out}} = 10 \cdot \lg\left[\sum_j 10^{\frac{(L_{\mathrm{out}})_j - \Delta \mathrm{A}_j}{10}}\right] \tag{2.18}$$

e

$$\left(L_{p\mathrm{A}}\right)_{\mathrm{in}} = 10 \cdot \lg\left[\sum_j 10^{\frac{(L_{\mathrm{out}})_j - R_j - \Delta \mathrm{A}_j}{10}}\right]. \tag{2.19}$$

La quantità ΔA_j nell'ultima equazione è il fattore di ponderazione per la banda di frequenza avente frequenza centrale j. La larghezza di banda di frequenza può essere di un'ottava o di un terzo di ottava, a seconda dei casi.

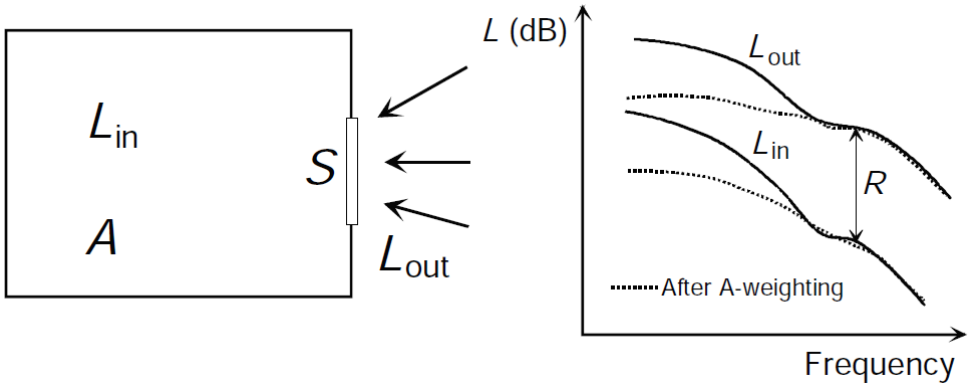


Figura 2.8 *Trasmissione del suono attraverso una finestra. Lo schema mostra i livelli di pressione sonora sia all'esterno che all'interno, prima e dopo la ponderazione*

Un valore di notevole importanza è la differenza dei livelli di pressione sonora ponderati, ed è dato da

$$\Delta L_{p\mathrm{A}} = \left(L_{p\mathrm{A}}\right)_{\mathrm{out}} - \left(L_{p\mathrm{A}}\right)_{\mathrm{in}}, \tag{2.20}$$

Esprimendo questo spettro in valori di banda di frequenza in modo tale che la sommatoria, dopo la ponderazione dia zero dB, cioè

$$\left[\sum_j 10^{\frac{(L_{\mathrm{out}})_j - \Delta \mathrm{A}_j}{10}}\right] \equiv 1 \qquad \text{oppure} \qquad \left(L_{p\mathrm{A}}\right)_{\mathrm{out}} = 0, \tag{2.21}$$

si arriva al potere fonoisolante per il rumore da traffico

$$R_{\mathrm{A}} = \left(\Delta L_{p\mathrm{A}}\right) \xrightarrow{\left(\Delta_{p\mathrm{A}}\right)_{\mathrm{out}}=0} -\left(L_{p\mathrm{A}}\right)_{\mathrm{in}} = -10 \cdot \lg\left(\sum_j 10^{\frac{L_j - R_j}{10}}\right). \tag{2.22}$$

I valori dei livelli per ogni banda di ottava Lj è dato da

$$L_j = (L_{\mathrm{out}})_j - \Delta \mathrm{A}_j. \tag{2.23}$$

Questi valori sono presentati nella ISO 717 parte 1 sia per le bande di un terzo di ottava che per quelle di ottava. Si può quindi facilmente calcolare RA se si possiedono i valori misurati in laboratorio del potere fonoisolante dell'elemento di facciata. I valori della tabella per Lj non copre solamente il solito intervallo di frequenza da 100-3150 Hz, ma anche l'intervallo esteso 50-5000 Hz.

La procedura corrispondente viene utilizzata per calcolare il termine adattamento C, utilizzato per l'isolamento acustico all'interno degli edifici. L'unica differenza è che in questo caso si usa uno spettro di rumore rosa anziché uno spettro di rumore da traffico. La ISO 717 raccomanda, nell' indicare le prestazioni di elementi costruttivi, di aggiungere i termini di adattamento all'indice di valutazione; calcolato nella modalità illustrata nel seguente esempio:

$$R_{\mathrm{W}}(\mathrm{C}; \mathrm{C_{tr}}) = 41(0; -5)\ \mathrm{dB}. \tag{2.24}$$

2.1.4 Radiazione sonora da elementi edilizi

L'isolamento acustico di un elemento di un edificio o da una costruzione complessa, per rumore trasmesso per via aerea, dipenderà da due fattori:

- la risposta dinamica alla reale eccitazione provocata da un campo acustico, da una forza o da un momento meccanico applicato
- l'efficienza come irradiatore di suono, dato il modello di risposta reale.

In questa sezione, verrà affrontato il secondo punto, in particolare, la diffusione del suono da elementi piani quando si ha una distribuzione di velocità dell'onda flessionale. Verrà definita una grandezza utilizzata per caratterizzare l'efficienza, come irradiatore, di una superficie: il *fattore di radiazione*. A questo proposito si dovrà tornare alle sorgenti sonore semplici e ideali, il monopolo e il dipolo, per illustrare il concetto. Si tratteranno poi i problemi connessi alla generazione del campo d'onda flessionale e si descriveranno le proprietà di trasmissione.

2.1.4.1 Il fattore di radiazione

Una quantità comunemente utilizzata per caratterizzare l'efficienza di una data superficie vibrante, come irradiatore, è il fattore di radiazione sonora σ. Per definizione:

$$\sigma = \frac{W_{\mathrm{rad}}}{\rho_0 c_0 S \langle \tilde{u}^2 \rangle}, \tag{2.25}$$

dove W_{rad} è la potenza irradiata dalla superficie vibrante reale avente area S, attraverso il mezzo circostante con caratteristica di impedenza $\rho_0 c_0$. La quantità $\langle \tilde{u}^2 \rangle$ è l'ampiezza quadratica media della velocità presa sulla superficie. Il denominatore nell'espressione è la potenza irradiata da una porzione di area S di una superficie piana infinitamente grande. Tutte le parti vibrano in fase ad una velocità uguale a questo valor medio, come in una condizione di onda piana. Si farà quindi riferimento al calcolo della potenza irradiata da un pistone circolare piano presente in un pannello acustico. Si utilizzerà la stessa espressione anche quando le dimensioni del pistone diventano più grandi della lunghezza d'onda.

Le parentesi nell'espressione significano che si sta prendendo il valore medio nel dominio spaziale, cioè lo scarto quadratico medio rilevato in tutti i punti della superficie.

La condizione per ottenere ciò è che la velocità non vari troppo di punto in punto, rendendo sensibile la rappresentazione della stessa come valore medio. La modalità con cui le ampie variazioni dovranno essere considerate, dipenderà dall'applicazione. Oltre a prendere il valore medio nel tempo e nel dominio spaziale, una terza tipologia di media la si deve ricavare mediante media all'interno di bande di frequenza con ampiezza di un terzo di ottava o di ottava. Si assumerà poi che l'ampiezza di banda applicata è sufficientemente grande per contenere un certo numero di modi naturali della struttura reale.

La determinazione del fattore di radiazione è spesso eseguita per mezzo di misurazioni, una previsione diretta è difficile, salvo casi ideali. Tuttavia, vi sono una serie di espressioni analitiche disponibili, sia per superfici piane che ondulate. In questa sede, le discussioni saranno limitate alle superfici piane.

2.1.4.2 Esempi di utilizzo di sorgenti ideali

Si dovrà iniziare a utilizzare il tipo di sorgente ideale, monopoli e dipoli, per illustrare il concetto di fattore di radiazione. Per un monopolo, la potenza irradiata potrebbe essere espressa come

$$W = \rho_0 c_0 \tilde{u}_a^2 \frac{k^2 a^2}{1+k^2 a^2} S, \tag{2.26}$$

dove k è il numero d'onda e a è il raggio della sfera con area S = 4πa2. Inserendo questa espressione nell'equazione (1.1.23), dal fattore di radiazione si ottiene

$$\sigma_{monopole} = \frac{k^2 a^2}{1+k^2 a^2}. \tag{2.27}$$

Esempi sul fattore di radiazione per una sorgente monopolo, con raggio rispettivamente di 5 e 25 cm, sono mostrati in Figura1.1.4. Il fattore di radiazione è mostrato su una scala logaritmica, espresso come 10·lg σ, quantità comunemente indicata come indice di radiazione, *radiation index.*

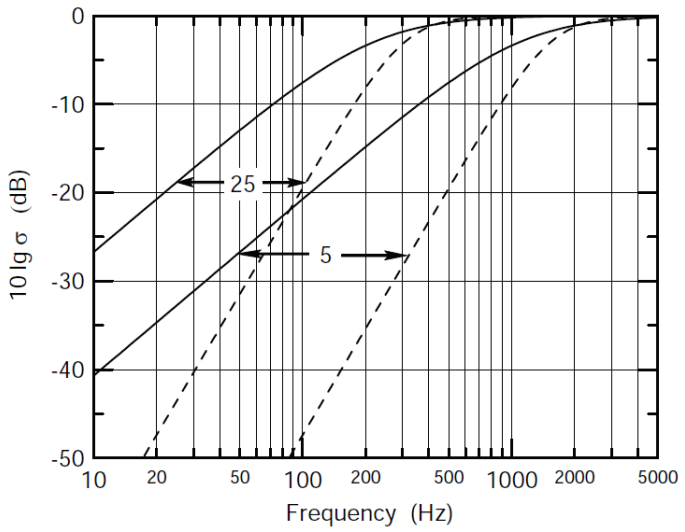


Figura 2.9 *Fattore di radiazione di un monopolo (sfera pulsante) e di un dipolo (sfera oscillante) con raggio rispettivamente di 5 e 25 cm. Curva continua – monopolo. Curva tratteggiata – dipolo.*

Il rapporto tecnico ISO//TR 7849 (1987) utilizza l'equazione (2.25) come un limite superiore nel calcolo del rumore irradiato da macchine in base ai livelli di vibrazione misurati. In questo rapporto l'espressione si esprime come

$$10 \cdot \lg \sigma = -10 \cdot \lg \left[1 + 0.1 \cdot \frac{c_0^2}{(fd)^2}\right], \tag{2.28}$$

dove f è la frequenza e d è una dimensione caratteristica, per un monopolo corrisponde al diametro della sfera. Ciò implica che $d = \sqrt{S/\pi}$ oppure $d = \sqrt[3]{2 \cdot V}$ dove S e V rappresentano rispettivamente l'area e il volume della sorgente radiante. È facile notare che le due espressioni sono identiche. La *Figura 2.9* mostra anche il fattore di radiazione corrispondente ad una sorgente dipolo nel caso in cui è esemplificata da una sfera oscillante avente lo stesso raggio. Come sottolineato in precedenza, un dipolo è una fonte molto meno efficace di un monopolo, alle basse frequenze. Un esempio pratico è la radiazione da un altoparlante montato in un grande pannello acustico o in una scatola chiusa, piuttosto che essere liberamente sospeso in aria.

Il calcolo del fattore di radiazione per una sfera oscillante è comunque un po' più complicato che per una pulsante. Il risultato sarà quindi:

$$\sigma_{dipole} = \frac{1}{\left|1 - \frac{2}{k^2 a^2} - j \cdot \frac{2}{ka}\right|^2} \tag{2.29}$$

Dove | | indica il modulo dell'espressione. L'espressione è inoltre basata sull'impostazione dello scarto quadratico medio della velocità della sfera oscillante pari a un terzo della stessa per la sfera pulsante. Quindi

$$\langle \tilde{u}^2_{\text{osc.sphere}} \rangle = {\tilde{u}^2_{\text{puls.sphere}}}/{3}. \tag{2.30}$$

Questo può essere formulato supponendo che la velocità media delle particelle sulla superficie della sfera oscillante è pari a $(1/3)^{1/2}$ della velocità massima.

2.1.4.3 Radiazione sonora da una piastra di dimensioni infinite

Verrà utilizzato un esempio ideale per mostrare quali parametri sono importanti nella radiazione sonora delle piastre, ovvero radiazione da una piastra infinitamente grande, da cui una semplice onda flessionale piana si propaga (vedi *Figura 2.10*). Si calcolerà la pressione sonora *p* in un punto con coordinate (x, y) sopra la piastra e più avanti, il fattore di radiazione quando la velocità sarà data da

$$u_{\text{B}} = \hat{u} \cdot e^{\text{j}(\omega t - k_{\text{B}} x)}, \tag{2.31}$$

dove K_B è il numero d'onda per l'onda flessionale che si propaga nella direzione x. Si suppone ora che la pressione sonora sopra la piastra può essere espressa come

$$p(x, y) = \hat{p} \cdot e^{\text{j}(\omega t - k_x x - k_y y)}, \tag{2.32}$$

dove K_x e K_y sono le componenti del numero d'onda nel mezzo circostante (aria). Questa espressione sarà una soluzione dell'equazione dell'onda ordinaria:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \tag{2.33}$$

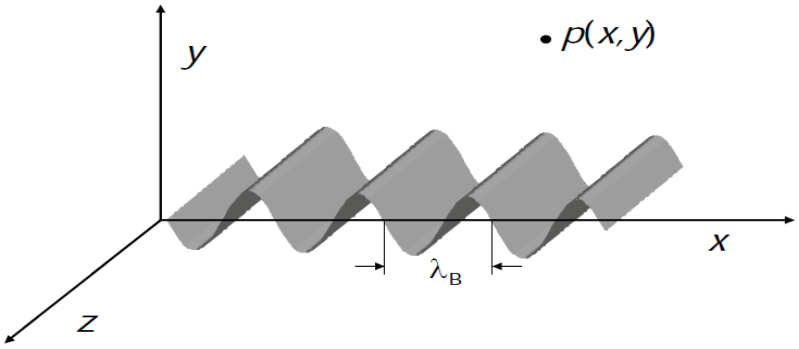


Figura 2.10 *Schema che mostra un'onda flessionale piana su una piastra infinitamente grande. La piastra si trova sul piano x-z e la pressione è calcolata nei punti (x, y).*

Inserendo l'equazione (2.30) nella (2.32) si nota subito che il numero d'onda k per il campo sonoro sopra la piastra è espresso da

$$k = \frac{\omega}{c_0} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \tag{2.34}$$

Un'ulteriore condizione è che la componente v_y della velocità delle particelle, cioè la componente normale alla piastra, deve essere uguale a u_B sulla superficie della piastra (y=0). Quindi v_y sarà data da

$$v_y = -\frac{1}{\mathrm{j}\omega\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\hat{p}k_y}{\rho_0\omega} \cdot e^{\mathrm{j}(\omega t - \mathrm{k}_x x - \mathrm{k}_y y)}, \tag{2.35}$$

Impostando y=0 si ottiene,

$$\hat{u} \cdot e^{-\mathrm{j}k_\mathrm{B}x} = \frac{\hat{p}k_y}{\rho_0\omega} \cdot e^{-\mathrm{j}k_\mathrm{x}x}. \tag{2.36}$$

Quindi,

$$\hat{p} = \frac{\rho_0\omega}{k_y} \cdot \hat{u} \qquad e \qquad k_x = k_\mathrm{B}$$

La pressione sonora può quindi essere espressa come

$$p(x,y) = \frac{\rho_0 c_0 \hat{u}}{\sqrt{1 - \frac{k_\mathrm{B}^2}{k^2}}} \cdot e^{\mathrm{j}(\omega t - k_\mathrm{B}x)} \cdot e^{\mathrm{j}\sqrt{k^2 - k_\mathrm{B}^2}\,\mathrm{y}}. \tag{2.37}$$

Questo risultato dimostra che il fattore importante per la radiazione sonora è il rapporto tra i numeri d'onda nella piastra e il mezzo circostante. Quando k_B > k, cioè la lunghezza d'onda λ_B è inferiore alla lunghezza d'onda λ nell'aria, la pressione sonora diminuirà esponenzialmente con la distanza y. Si ha soltanto un esponenziale diminuzione vicino al campo quando l'esponente contenente y diventa un numero reale.

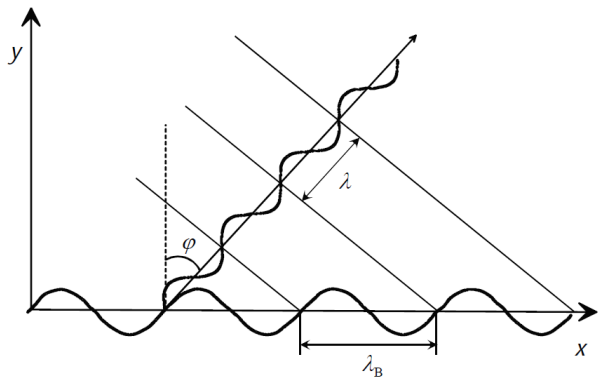


Figura 2.11 *Radiazione sonora proveniente da una piastra. La lunghezza d'onda dell'onda flessionale nella piastra è maggiore rispetto la lunghezza d'onda nel mezzo circostante.*

Se, d'altra parte, k_B < k (o λ_B > λ) si ha una ordinaria propagazione dell'onda piana dove la pressione aumenta con l'aumentare del rapporto k/k_B. Ciò può essere espresso con l'angolo φ dell'onda irradiata (vedi *Figura 2.11*). Si avrà

$$\frac{k}{k_B} = \frac{1}{\sin\varphi} \qquad \text{o} \qquad \lambda_B = \frac{\lambda}{\sin\varphi} \tag{2.38}$$

La condizione λ_B > λ è talvolta chiamata trace *matching*; la lunghezza d'onda dell'onda irradiata è uguale alla lunghezza d'onda dell'onda flessionale sulla piastra proiettata nella direzione dell'onda. In questo caso si può calcolare il fattore di radiazione ricavando la potenza irradiata da una superficie parziale S. La potenza può quindi essere espressa come

$$W = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{p \cdot v^*\} \cdot S = \frac{\rho_0 c_0 |\hat{u}|^2 S}{2\sqrt{1-\frac{k_B^2}{k^2}}} = \frac{\rho_0 c_0 |\tilde{u}|^2 S}{\sqrt{1-\frac{k_B^2}{k^2}}}. \tag{2.39}$$

Quindi, il fattore di radiazione è dato da

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{k_B^2}{k^2}}}, \tag{2.40}$$

dove si assume che $k_B<k$. Per incrementare k, cioè quando la lunghezza d'onda λ_B nella piastra aumenta in relazione alla lunghezza d'onda λ in aria, il fattore di radiazione tende a 1 (uno). Ciò vale, come già dimostrato, per i tipi di sorgenti ideali ma anche per lastre di dimensioni finite.

2.1.4.4 Frequenza critica (frequenza di coincidenza)

In precedenza, è stato introdotto il concetto di trace *matching*. Il termine è stato coniato in letteratura tedesca (si veda ad esempio Cremer (1988)), esso descrive la condizione della traccia della lunghezza d'onda in un'onda incidente uguale alla lunghezza d'onda della piastra, cioè la situazione opposta a quella che è stata descritta in precedenza. In entrambi i casi, sussisterà la frequenza *critica*, chiamata anche *frequenza di coincidenza*, in cui si può verificare questo fenomeno. Si utilizzerà il primo concetto. A questa frequenza f_c la lunghezza d'onda λ_B è uguale alla lunghezza d'onda λ nel mezzo circostante. In altre parole: la velocità di fase c_B nel mezzo solido (piastra) è uguale alla velocità di fase c_0 nel mezzo circostante (aria).

Per piastre sottili, cioè quando la lunghezza d'onda è maggiore di circa sei volte lo spessore della piastra, si è dimostrato che la velocità di fase è espressa come

$$c_B = \sqrt{\omega} \cdot \sqrt[4]{\frac{B}{m}}, \tag{2.41}$$

dove B è la rigidezza flessionale per unità di lunghezza ed m è la massa per unità di area. Ponendo c_B uguale a c_0 si ottiene

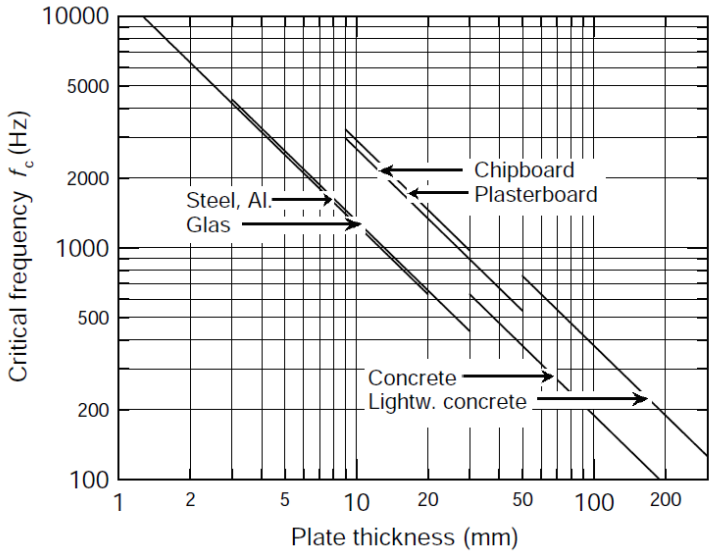
$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{B}}. \tag{2.42}$$

Per piastre omogenee si può scrivere

$$f_c \approx \frac{c_0^2}{1.8 \cdot c_L \cdot h}, \tag{2.43}$$

dove c_L è la velocità di fase delle onde longitudinali e h è lo spessore della piastra.

La *Figura 2.12* mostra la frequenza critica per le piastre di alcuni materiali da costruzione.



a

Figura 2.12 *Frequenza critica di piastre omogenee in funzione del loro spessore.*

2.1.5 Radiazione sonora da una piastra di dimensioni finite

È stato mostrato precedentemente che per frequenze minori della frequenza critica nessuna radiazione può verificarsi da una piastra di dimensioni infinite. Questo non è certamente il caso di piastre reali di dimensioni finite. Ci si chiede a questo punto, in che modo potrà essere calcolata la radiazione sonora, ad esempio, di piastre rettangolari aventi lati di lunghezza pari ad a e b. Questo caso sarà sicuramente più complesso dell'esempio ideale con la piastra di dimensioni infinite. Supponendo che la vibrazione della piastra sia determinata dai suoi modi naturali, la radiazione dipenderà dall'andamento del modello modale reale, che a sua volta è determinata dai modi partecipanti e dalle loro ampiezze di vibrazione individuali. Ciò implica che la velocità superficiale media della piastra non determina univocamente la potenza irradiata.

In linea di principio, pertanto, non si può ricavare il fattore di radiazione esclusivamente dalle dimensioni e proprietà dei materiali. La sorgente che genera le vibrazioni dev'essere nota. Con quest'ultima si è a conoscenza della sorgente reale, del tipo di sorgente e come effettivamente sta sollecitando la piastra.

Nei casi più pratici, avendo un'eccitazione meccanica stazionaria, la struttura sarà sottoposta a vibrazioni forzate da una sorgente più o meno a larga banda. Ciò significa che il modello di vibrazione è una combinazione di modi naturali aventi auto-frequenze all'interno la banda di frequenza reale, essendo eccitato in risonanza. Il contributo di ciascuno di questi modi dipenderà da come la struttura è sollecitata dalla sorgente. In questo caso, relativo alla piastra rettangolare, pragmaticamente si assume che tutti i modi aventi la loro frequenza naturale all'interno della banda di frequenza reale hanno la stessa ampiezza di velocità. I dati forniti dalle norme, ad esempio EN 12354-1, sono calcolati utilizzando quest'ipotesi e ne verranno poi illustrati alcuni esempi.

Tuttavia, per calcolare il fattore di radiazione per un singolo modo sarà molto utile vedere come il modello di vibrazione critico è legato alla potenza irradiata. Si potrà dunque calcolare il fattore di radiazione per una piastra semplicemente appoggiata in un pannello acustico infinito. Si assume che la piastra vibri con un semplice moto armonico ad una velocità pari a

$$u_y(x,z) = \hat{u}\sin\left(\frac{n_x \pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n_z \pi z}{b}\right) \qquad 0 \le x \le a, \quad 0 \le z \le b \qquad (2.44)$$

dove n_x e n_z sono i numeri modali rispettivamente nelle direzioni x e z. Questo è illustrato in *Figura 2.13*, in cui la piastra vibra con modo (5, 4). I corrispondenti numeri d'onda sono

$$k_{n_x n_z} = \left[\left(\frac{n_x \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n_z \pi}{b}\right)^2\right]^2 = \left[k_{n_x}^2 + k_{n_z}^2\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (2.45)$$

Quindi, le auto-frequenze corrispondenti sono date da

$$f(n_x, n_y) = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{B}{m}}\left[\left(\frac{n_x}{a}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{b}\right)^2\right], \qquad (2.46)$$

Dove *B* e *m* sono rispettivamente la rigidezza flessionale per unità di lunghezza e la massa per unità di superficie.

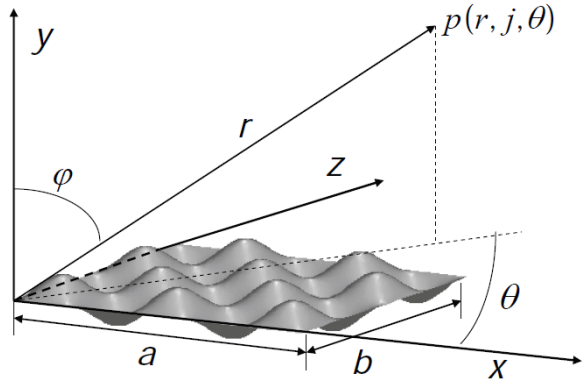


Figura 2.13 *Schema per calcolare la radiazione sonora da una piastra di dimensioni finite.*

Prima di eseguire il calcolo della potenza irradiata, è necessario effettuare alcune osservazioni di tipo qualitativo. Come per la piastra infinita, il fattore determinante per la radiazione dev'essere la relazione tra il numero d'onda nella piastra e il numero d'onda nel mezzo circostante. In questo caso, tuttavia, abbiamo due numeri d'onda parziali (o lunghezze d'onda parziali) da considerare. Comunemente, questi sono divisi in tre gruppi:

a) *Surface modes* $k_{n_x}, k_{n_z} < k \quad (\lambda_{n_x}, \lambda_{n_z} > \lambda)$

b) *Edge modes* $k_{n_x} > k > k_{n_z} \;\; o \;\; k_{n_z} > k > k_{n_x} \quad (\lambda_{n_x} < \lambda < \lambda_{n_z} \;\; o$

$\lambda_{n_z} < \lambda < \lambda_{n_x})$

c) Corner modes $k_{n_x}, k_{n_z} > k \quad (\lambda_{n_x}, \lambda_{n_z} < \lambda)$

Il motivo di questi termini dovrebbe essere evidente osservando la *Figura 2.14*, dove vengono mostrate due piastre semplicemente appoggiate; la prima vibra in un dato corner mode e la seconda in un dato *edge mode*. Il modello modale è per semplicità indicando alternando i segni; lo schema sulla sinistra equivale a quello mostrato nella *Figura 2.13* con numeri modali (5, 4).

In questo caso, si sa che la lunghezza d'onda nel mezzo circostante è maggiore di entrambi i numeri d'onda parziali dell'onda flessionale della piastra. Le varie parti della piastra vibrano in fasi opposte separate da piccole distanze, cioè piccole quando vengono confrontate con la lunghezza d'onda del mezzo circostante. La piastra diventa una sorgente multipolo; i movimenti delle varie parti non sono correlati o coordinati per

essere una sorgente sonora efficace. Le uniche aree radianti reali sono le superfici situate in prossimità degli angoli; sono sufficientemente distanziati in modo da non distruggersi a vicenda. Per l'*edge mode*, una delle lunghezze d'onda parziali è maggiore della lunghezza d'onda nel mezzo circostante, che si traduce in una maggiore zona di radiazione reale.

Entrambi i tipi di modi sono anche chiamati modi acustici lenti perché la velocità di fase dell'onda è più piccola di quella del mezzo circostante. Per quanto riguarda l'ultima tipologia di modo menzionato, i *surface mode*, le lunghezze d'onda parziali e la velocità sono maggiori rispetto al mezzo circostante. Otteniamo modi acustici veloci dove l'intera superficie è un efficiente radiatore portando il fattore di radiazione verso il valore di uno.

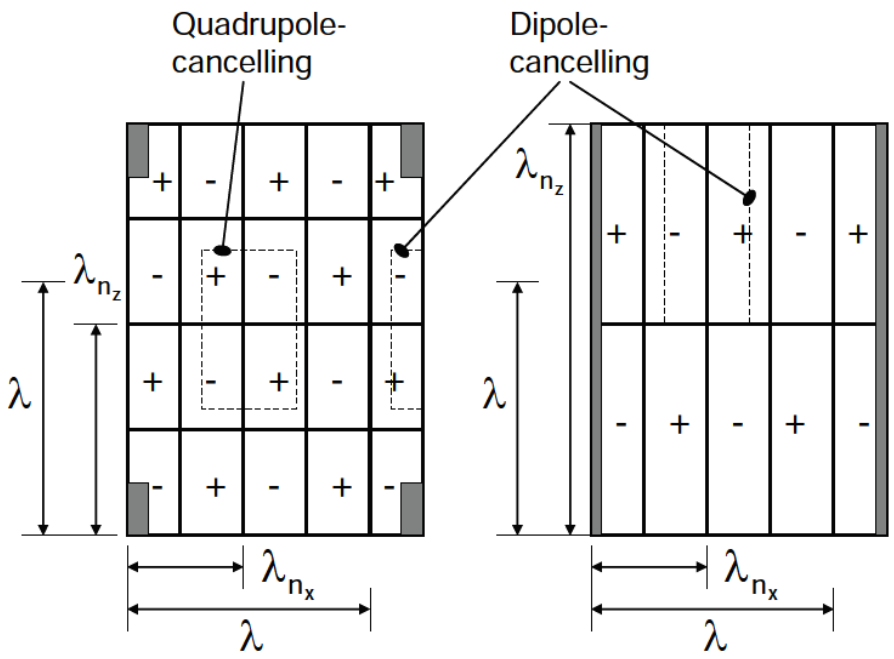


Figura 2.14 *Esempio di modello modale per una piastra rettangolare. Figura di sinistra – corner mode; entrambe le lunghezze d'onda parziali sono più piccole della lunghezza d'onda nel mezzo circostante. Figura di destra – edge mode; una delle lunghezze d'onda parziali è maggiore della lunghezza d'onda del mezzo circostante.*

2.1.5.2 Fattore di radiazione per una piastra vibrante in un dato modo

Wallace (1972), basandosi sull'integrale di Rayleigh, ha calcolato la pressione sonora, e quindi l'intensità del campo lontano da una piastra, in cui la velocità è data dall'equazione (2.44). Quando si integra l'intensità su una semisfera sulla piastra (da zero a π/2), si ottiene la potenza irradiata e quindi il fattore di radiazione, utilizzando l'equazione (2.23). Non verranno illustrati i dettagli in questa sede, ma per completezza ci si limita a fornire il risultato finale, che è

$$\sigma(n_x, n_z) = \frac{64k^2ab}{\pi^6 n_x^2 n_z^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{\begin{matrix}\cos\left[\frac{\alpha}{2}\right] . \cos\left[\frac{\beta}{2}\right] \\ \sin\left[\frac{\alpha}{2}\right] . \sin\left[\frac{\beta}{2}\right]\end{matrix}}{\left[\left(\frac{\alpha}{n_x\pi}\right)^2 - 1\right] \cdot \left[\left(\frac{\beta}{n_z\pi}\right)^2 - 1\right]} \right\}^2 \cdot \sin\varphi \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\vartheta. \qquad (2.47)$$

Le quantità α e β sono date da

$$\alpha = ka\sin\varphi\cos\vartheta, \quad \beta = kb\sin\varphi\cos\vartheta, \qquad (2.48)$$

dove cos e sin sono da intendersi nel modo seguente: il coseno dovrebbe essere usato quando n_x o n_z è un numero dispari, il seno quando sono pari. Il fattore di radiazione scritto sotto forma di 10·log σ, è mostrato in *Figura 2.15* in funzione della frequenza relativa, cioè rispetto alla frequenza critica. La piastra è quadrata (a = b), e l'indice è calcolato per un numero di modi più bassi, i numeri di modi (n_x, n_z) sono indicati sulle curve.

L'integrazione numerica Gaussiana viene utilizzata per valutare l'integrale nell'equazione (2.47). La precisione è relativamente bassa per $f > f_c$ e numeri di modi alti (>8-10). Il punto importante è, tuttavia, mostrare il comportamento del fattore di radiazione a basse frequenze e, nello stesso tempo, confrontare i risultati delle osservazioni precedentemente fatte con i risultati calcolati utilizzando tipi di fonti ideali. Una piastra vibrante nel modo fondamentale (1, 1) rappresenterà un monopolo, mentre il modello di vibrazione nel modo (1, 2) o nel modo (2, 1) rappresenterà un dipolo. (Confrontare le *Figure 2.9* e *2.15*).

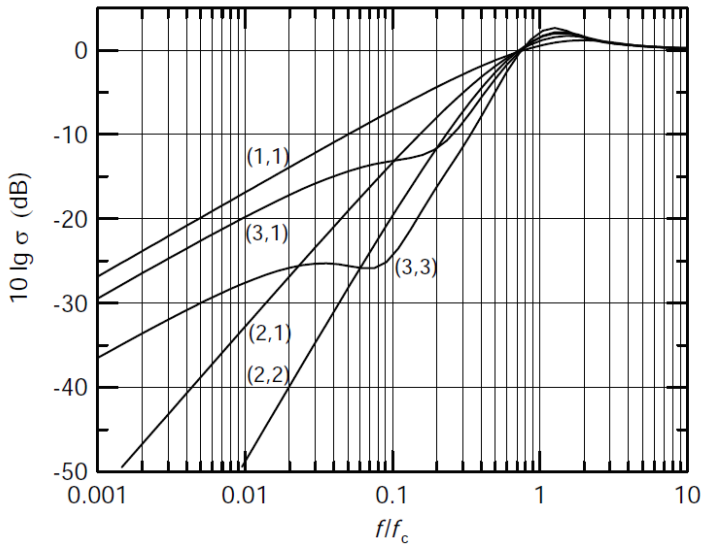


Figura 2.15 *Indice di radiazione di una piastra quadrata in funzione della frequenza relativa alla frequenza critica fc. Il numero del modo (nx, nz) è indicato sulle curve.*

2.1.5.2 Frequenza media del fattore di radiazione

Non è possibile fornire una semplice formula per calcolare il fattore di radiazione per una piastra eccitata ad una singola frequenza. La risposta normalmente conterrà contributi di diversi modi, ognuno con ampiezza diversa, a seconda della loro posizione rispetto alla frequenza di eccitazione e allo smorzamento della piastra. La cosa migliore da fare in questo caso è trovare una frequenza media del fattore di radiazione. Si può suppore che l'eccitazione sia relativamente a banda larga rispetto alla distanza tra le frequenze naturali, inoltre, che tutti i modi all'interno della banda di frequenza siano altrettanto eccitati. Esistono diverse espressioni in letteratura, ad esempio EN 12354-1, ma non è detto che una sia migliore di un'altra. Di seguito sono mostrati i valori forniti da Leppington (1982), racchiusi all'interno delle seguenti espressioni valide per tre intervalli di frequenza.

$$\sigma = \frac{U c_0}{2\pi^2 \sqrt{f \cdot f_c} \cdot S \sqrt{\chi^2 - 1}} \cdot \left[\ln \frac{\chi + 1}{\chi - 1} + \frac{2\chi}{\chi^2 - 1} \right] \qquad \text{per } f < f_c,$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\pi f}{c_0}} \cdot \sqrt{a} \left(0.5 - 0.15 \frac{a}{b} \right) \qquad \text{per } f \approx f_c,$$

e $$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{f_c}{f}}} \qquad \text{per } f > f_c \qquad (2.49)$$

le quantità *a* e *b* forniscono le dimensioni della piastra rettangolare, dove *a* < *b*. Inoltre, le quantità *S* e *U* sono rispettivamente la superficie della piastra e il suo perimetro, cioè $S = a \cdot b$ e $U = 2(a + b)$. Il parametro χ è la radice quadrata del rapporto f_c/f. Va notato che la frequenza critica dev'essere di gran lunga superiore rispetto alla prima auto-frequenza della piastra, a causa del presupposto che ci dovrebbe essere la radiazione di risonanza da un insieme di modi.

Un esempio in cui si utilizzano queste equazioni è illustrato nella *Figura 2.16*. L'indice di radiazione è calcolato per lastre di alluminio o acciaio in cui la lunghezza di un lato è 2 metri mentre l'altra dimensione varia fra 0.5 e 2 metri. Confrontando le tre curve più basse in figura, che rappresentano piastre aventi identico spessore h, si osserva che una piastra lunga e stretta è una fonte più efficiente che un quadrato, naturalmente purché la velocità sia la stessa. Analogamente, quando si confrontano le due curve più in alto si nota che all'aumentare dello spessore aumenta la radiazione. L'aumento dello spessore implica una riduzione della frequenza critica, qui per un fattore di due. Questo è il motivo per cui si sceglie di mostrare il fattore di radiazione in funzione del rapporto della frequenza sulla frequenza critica. Inoltre, le curve sono più generali di quelle indicate negli esempi.

Esse possono essere applicati a piastre dove la relazione tra il perimetro *U*, l'area *S* e spessore *h*, cioè la quantità $U \cdot h/S$ è uguale a quella riportata nel diagramma. Per calcolare la frequenza critica in base alle proprietà del materiale e allo spessore dovremmo applicare l'equazione (2.40) oppure la *Figura 2.12*.

2.1.5.3 Fattore di radiazione da un'eccitazione acustica

I risultati riportati nella sezione precedente si applicano soltanto a vibrazioni *resonant multimode* da una piastra. Si presuppone che la piastra sia meccanicamente eccitata da una sorgente di vibrazione avente una data larghezza di banda, eccitata direttamente o indirettamente, tramite vibrazioni trasmesse da una struttura collegata. Un tipico esempio di quest'ultima modalità di trasmissione è la cosiddetta trasmissione laterale, *flanking transmission.*

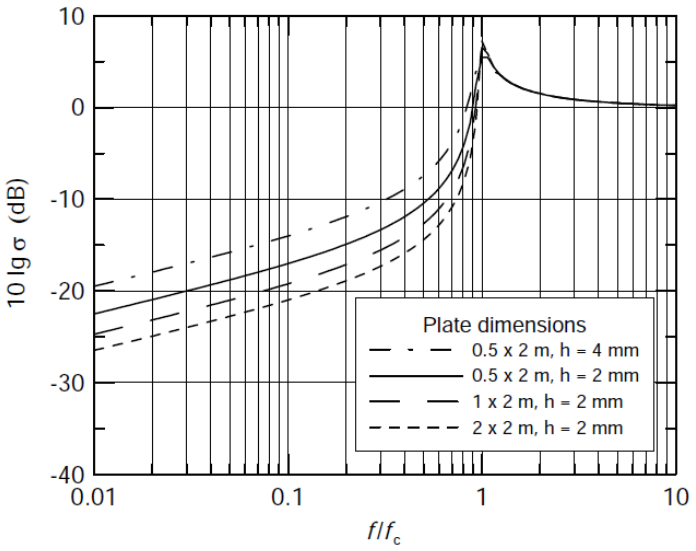


Figura 2.16 *Indice di radiazione per radiazione risonante da una piastra di acciaio o alluminio. Calcolato dalle espressioni di Leppington (1982).*

Quindi, non si possono utilizzare queste equazioni quando la lastra è sollecitata da un campo sonoro attraverso un modello di vibrazione forzato, che non è "naturale". Ciò è illustrato in *Figura 2.17*, tramite una serie di misure raccolte da Venzke (1973) su pannelli in alluminio di 4 mm di spessore. Il fattore di radiazione viene misurato utilizzando due diversi tipi di eccitazione, uno originato da un eccitatore elettrodinamico e l'altro da un campo sonoro diffuso; quest'ultimo viene solitamente utilizzato nelle misurazioni standardizzate dell'isolamento acustico. Per il primo si sono confrontati i risultati dei calcoli secondo le equazioni (2.49), dimostrando che l'adattamento tra tali valori è buono per frequenze superiori a 400-500 Hz. Risultati simili sono riportati anche da altri autori, si veda ad esempio Macadam (1976).

Come mostrato, il fattore di radiazione sarà maggiore per un campo di eccitazione sonoro diffuso piuttosto che per un'eccitazione meccanica; nel campo di frequenza inferiore alla frequenza critica f_c. Il campo d'onda nella piastra sarà in parte determinata dalla distribuzione di pressione sonora imposta dal campo sonoro, che è un campo di vibrazione forzata; e in parte dalle onde libere generate dai bordi della piastra di dimensioni finite. Tra i due tipi di onde parziali, ovvero la non risonante (forzata) è quella di risonanza; la prima sarà predominante nel caso in cui si trattano radiazioni sonore. Per calcolare la trasmissione del suono attraverso un pannello o una parete,

tema trattato più avanti, si dovrà prendere in considerazione sia la risonanza, che la radiazione non risonante.

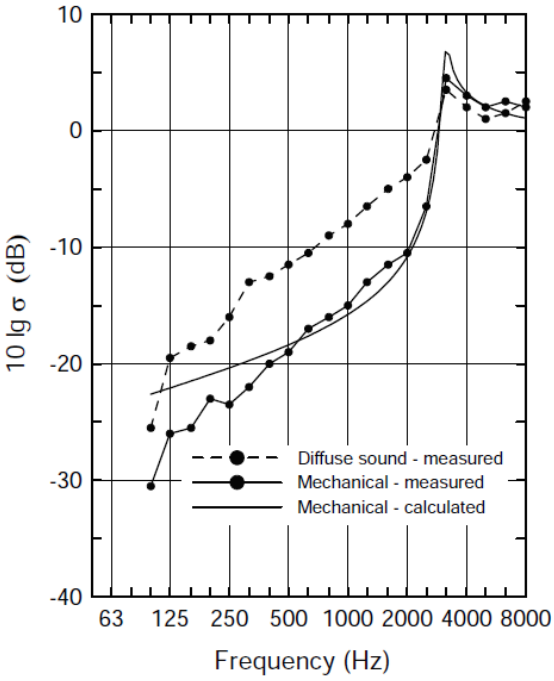


Figura 2.17 *Indice di radiazione di un pannello in alluminio di spessore 4 mm, 2.7m x 3.4m, misurato utilizzando diversi tipi di eccitazione. Dati forniti da Venzke (1973), calcolati con le equazioni (2.25).*

Il fattore di radiazione per vibrazioni forzate da un campo sonoro sarà necessariamente funzione delle dimensioni del pannello e della lunghezza d'onda reale, ma anche dell'angolo d'incidenza del suono. In acustica edilizia si ha maggiore interesse per il fattore di radiazione per un campo d'incidenza diffuso. Esistono diverse espressioni alternative in letteratura, ad esempio Sewell (1970), Ljunggren (1991) e Novak (1995). Si approfondirà il primo citato, che può essere scritto

$$\sigma_{\mathrm{f}} = \frac{1}{2}\left(\ln\left(k\sqrt{S}\right) + 0.16 - \mathrm{F}(\Lambda) + \frac{1}{4\pi k^2 S}\right), \quad \text{dove} \qquad \Lambda = \frac{b}{a} \quad (\Lambda > 1) \qquad (2.50)$$

dove k è il numero d'onda e F(Λ) = F(1/Λ) rappresenta una *shape function*. I dati per questa funzione possono essere prelevati da una tabella, ma una soluzione più pratica sarà utilizzare un'approssimazione polinomiale o similare.

Sulla base di questa equazione, UNI EN 12354-1 fornisce una formula approssimata, in cui superato il limite di 2, viene applicato al valore di σ_f, cioè 10·lg(σf) un valore

massimo di 3 dB. Senza commettere grandi errori si potrebbe anche lasciare la funzione di forma, perché F varierà tra zero e 0.5 quando b/a varia tra uno e 10.

Si osserva facilmente che la variabilità di σ_f è molto più piccola per la radiazione di risonanza. L'indice di radiazione sonora 10·lg(σf) andrà raramente sotto -5 dB.

2.1.5.4 Fattore di radiazione per pannelli rigidi e/o forati

Per finire, sono introdotti alcuni fattori aggiuntivi, importanti per quanto concerne la radiazione sonora delle piastre. Il primo riguarda l'effetto di supporti o rinforzi. Si potrebbe sostenere che i rinforzi dividono la piastra in un numero di piastre più piccole, con l'effetto che il perimetro totale di tutte le piastre parziali diventi più grande di quello iniziale. Questo farà aumentare la potenza irradiata a causa dei modi di risonanza quando f < fc; vedi equazione (2.49). Questo effetto viene confermato sperimentalmente, come risulta dalla *Figura 2.18*. L'indice di radiazione viene mostrato per lo stesso pannello di alluminio utilizzato per la *Figura 2.17*, ma ora il pannello risulta irrigidito da supporti in alluminio collegati ad esso con un interasse da centro a centro di 400 mm. In un caso, i rinforzi si manifestano in una direzione, nell'altro caso ci sono irrigidimenti anche trasversalmente.

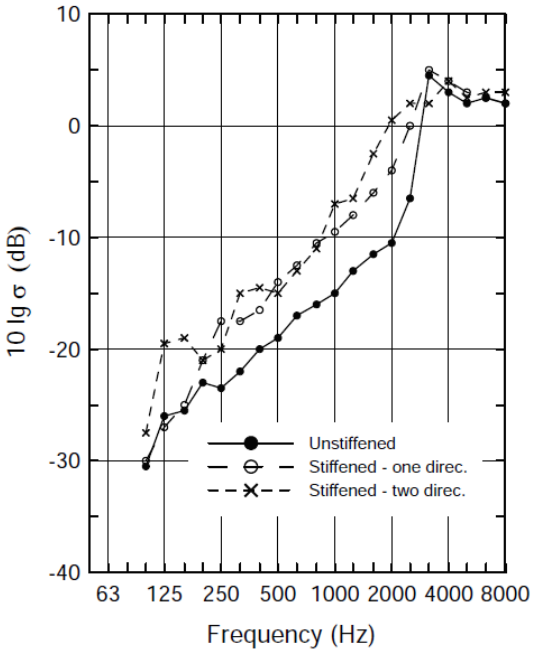


Figura 2.18 *Indice di radiazione di un pannello in alluminio di spessore 4 mm, 2.7m x 3.4m, misurato con eccitazione meccanica puntuale. Il profilo è irrigidito utilizzando rinforzi lungo una o entrambe le direzioni. Le misure sono offerte da Venzke (1973).*

I risultati mostrati sono misurati utilizzando un'eccitazione meccanica puntuale. Però, Venzke, mostra valori simili utilizzando un campo diffuso di eccitazione. Quest'ultimo presenta meno differenze tra pannello irrigidito e non irrigidito. Quest'aspetto secondo l'autore dev'essere ulteriormente indagato.

Inoltre, va detto che una piastra bloccata, è meglio sollecitata da una radiazione sonora con direzione normale alla superficie, rispetto ad una piastra semplicemente appoggiata. D'altra parte, una piastra liberamente sospesa potrebbe creare un "corto-circuito" di natura acustica tra la parte posteriore e quella anteriore, vale a dire comportarsi come un dipolo e riducendo così la radiazione. Un esempio sul corto circuito acustico si manifesta nei pannelli forati, che possono presentare un valore molto basso di fattore di radiazione. Nel controllo del rumore di macchinari questo effetto è ben noto e i pannelli forati sono utilizzati come cappottatura, per esempio di parti rotanti. Ciò consentirà di ridurre il rumore irradiato dall'involucro, se esso è meccanicamente sollecitato dalla macchina. Certo, non si comporterà come una barriera acustica se questo dovrà essere lo scopo della schermatura.

2.1.6 Trasmissione del suono per via aerea. Potere fonoisolante di pareti singole

Per prima cosa è necessario calcolare la trasmissione del suono per via aerea. Si ritorna di nuovo a calcolare il campo d'onda flessionale indotto dall'eccitazione e successivamente trovare la potenza irradiata dovuta a questo campo. In questo caso, tuttavia, il modello di vibrazione della struttura è più complesso ed ha due componenti:

- Un campo di vibrazioni forzate, impartita alla parete dal campo sonoro esterno. Questo è anche chiamato campo non risonante.
- Un campo di risonanza; un campo di vibrazioni dovute ai modi naturali eccitati dai riflessi ai bordi.

La potenza sonora irradiata può ora essere espressa come

$$W_{ac} = \rho_0 c_0 S\left\{\langle \tilde{u}_{\mathrm{f}}^2 \rangle \cdot \sigma_{\mathrm{f}} + \langle \tilde{u}_{\mathrm{r}}^2 \rangle \cdot \sigma_{\mathrm{r}}\right\}, \tag{2.51}$$

dove i pedici f e r indicano rispettivamente "forzato" e "risonante". Un'esatta trattazione teorica di questo caso sarà condizionata in parte da questi due diversi meccanismi, in parte da una dipendenza complicata dell'angolo d'incidenza del suono. Si dovrà

scegliere di dare una visione d'insieme del contesto fisico di questi fenomeni, seguita da una procedura di calcolo concernente il caso di maggior interesse; ovvero il rumore aereo trasmesso da un campo diffuso.

È utile considerare una parete singola come una piastra sottile infinitamente grande, eccitata da un'unica onda piana.

Tale semplificazione può essere giustificata dal fatto che molti di questi risultati ipotizzati si applicano anche a piastre di dimensioni finite. Il ragionamento che c'è dietro sarà trattato successivamente.

2.1.6.1 Suono trasmesso attraverso una piastra infinitamente grande

Si ipotizzi che la piastra si trovi nel piano x-z e sia interessata da una forza per unità di superficie, la pressione sonora *p(x, z, t),* è generata dall'onda piana incidente (vedi *Figura 2.19*).

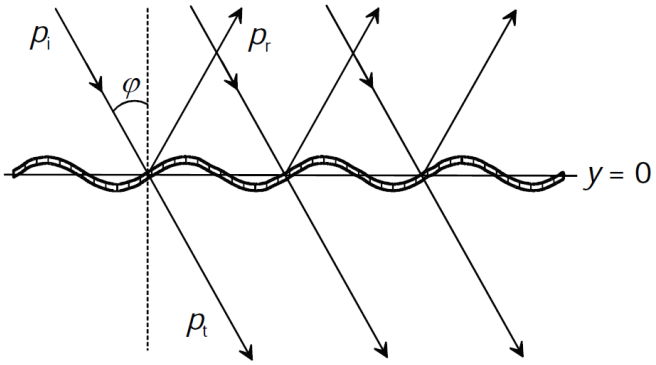


Figura 2.19 *Onda piana incidente su una piastra sottile infinitamente grande.*

Il primo compito sarà, analogamente al caso di una forza di eccitazione esercitata in un punto, trovare un'espressione per la velocità della piastra in funzione della pressione sonora eccitante. Per risolvere ciò si dovrà risolvere un'equazione differenziale, un'equazione d'onda, dove la pressione di eccitazione viene riportata sul lato destro dell'equazione. Pertanto, per calcolare il potere fonoisolante si dovrà trovare la pressione sonora nell'onda trasmessa. Si dovrà quindi utilizzare questa procedura, ma come già accennato verrà trattato un caso speciale trascurando la rigidezza flessionale della piastra, cioè caratterizzando la piastra soltanto in funzione della sua impedenza di massa.

2.1.6.1.1 *Il potere fonoisolante di una piastra caratterizzata dalla sua impedenza di massa*

Si può considerare la parete o piastra come una membrana (senza forze tensionali) o come un insieme di masse puntiformi debolmente accoppiate. Per poter fare questa considerazione, acusticamente parlando, si fa uso di un tendaggio in plastica, o qualcosa di simile. Per semplicità, si assume normale l'incidenza del suono sulla superficie, come da *Figura 2.20*. La risultante di impedenza di ingresso Z_g, in questo caso sarà:

$$Z_g = \rho_0 c_0 + j\omega m = Z_0 + j\omega m. \tag{2.52}$$

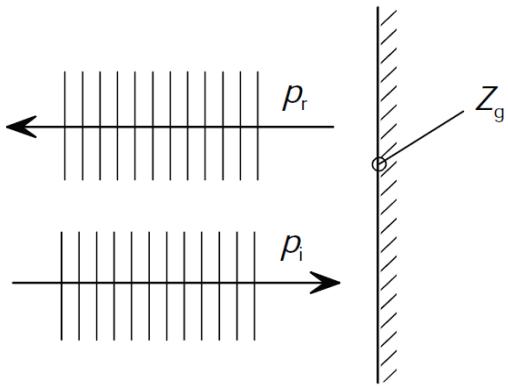


Figura 2.20 *Onda piana incidente e riflessa su una superficie perpendicolare.*

Questo è un collegamento in serie dell'impedenza di massa della piastra e l'impedenza caratteristica dell'aria dietro la piastra. Visto dalla parte dell'onda incidente, la piastra rappresenterà una superficie limite che genererà un fattore di assorbimento α che si può calcolare utilizzando la seguente equazione

$$\alpha = \frac{4\mathrm{Re}\left\{\frac{Z_g}{Z_0}\right\}}{\left|\frac{Z_g}{Z_0}\right|^2 + 2\mathrm{Re}\left\{\frac{Z_g}{Z_0}\right\} + 1}. \tag{2.53}$$

Dopo aver caratterizzato la piastra con l'impedenza di massa, anche non avendo perdite di energia interna, il coefficiente di trasmissione τ della piastra dev'essere uguale al fattore di assorbimento α.

Sostituendo Z_g si avrà

$$\tau = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega m}{2Z_0}\right)^2}, \tag{2.54}$$

Il potere fonoisolante sarà quindi:

$$R_0 = 10 \cdot \lg\frac{1}{\tau} = 10 \cdot \lg\left[1+\left(\frac{\omega m}{2Z_0}\right)^2\right] \approx 20 \cdot \lg\left(\frac{\pi f m}{Z_0}\right). \tag{2.55}$$

Questa è la cosiddetta *legge della massa* nella sua forma più semplice; si hanno incrementi di potere fonoisolante di 6 dB per ogni raddoppio di frequenza e / o di massa per unità di superficie. L'approssimazione nell'ultima espressione, tuttavia presuppone che l'impedenza di massa è molto più grande dell'impedenza caratteristica dell'aria. Questa condizione è solitamente soddisfatta per i pannelli utilizzati in edilizia. Inserendo l'impedenza caratteristica dell'aria a 20°C si ottiene:

$$R_0 \approx 20 \cdot \lg(mf) - 42.5 \qquad (\mathrm{dB}). \tag{2.56}$$

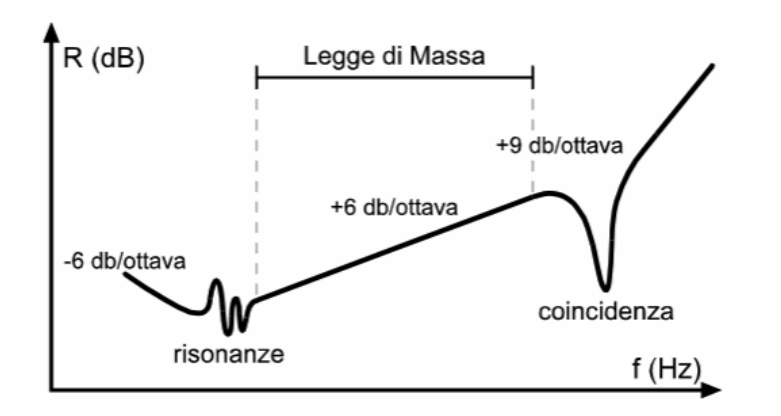


Figura 2.21 *Andamento del potere fonoisolante di una struttura semplice alle varie frequenze.*

2.1.6.1.2 Campo d'onde flessionali sulla piastra - impedenza della parete

Per quanto riguarda la rigidezza flessionale, come detto in precedenza, si dovrà risolvere l'equazione d'onda dove la pressione sonora delle onde in arrivo è la forza eccitante. L'equazione dell'onda può essere scritta come

$$B\nabla^2\nabla^2\xi + m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = p(x,z,t), \qquad (2.57)$$

Dove B e m sono rispettivamente la rigidezza flessionale per unità di lunghezza e la massa per unità di superficie. La quantità ξ è lo spostamento delle particelle, la deflessione della superficie della piastra. Ipotizzando una funzione di tempo armonico $e^{j\omega t}$ ed inoltre, utilizzando la velocità *u* come variabile si ottiene

$$\nabla^2\nabla^2 u - \mathrm{k}_\mathrm{B}^4 u = \frac{\mathrm{j}\omega}{m} p(x,z). \qquad (2.58)$$

Per incidenza d'onda piana si può scrivere p(x, z) nella forma

$$p(x,z) = \hat{p}(k_x,k_z)\cdot e^{\mathrm{j}k_x x}\cdot e^{\mathrm{j}k_z z}, \qquad (2.59)$$

e ruotando il sistema di coordinate, uno dei due numeri d'onda parziali k_x e kz potrà essere posto uguale a zero. Si dovrà porre k_z uguale a zero e supporre che la soluzione per la velocità u presenti la stessa forma di quella della pressione. Sostituendo nell'equazione (2.58) si ottiene la seguente relazione tra le ampiezze della pressione e la velocità.

$$\hat{u}(k_x) = \frac{\mathrm{j}\omega\hat{p}(k_x)}{B(k_x^4 - k_\mathrm{B}^4)}. \qquad (2.60)$$

Si continua a notare l'importante relazione che vi è tra il numero d'onda acustico e il numero d'onda flessionale. Questo diventa più evidente quando si calcola la velocità nella situazione delineata dalla *Figura 2.19*. Per la pressione sonora incidente, rispettivamente per l'onda riflessa e per l'onda trasmessa si potrà scrivere:

$$p_\mathrm{i} = \hat{p}_\mathrm{i}\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_y\cos\varphi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x\sin\varphi} \qquad y > 0,$$

$$p_{\mathrm{r}} = \hat{p}_{\mathrm{r}}\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_y \cos\varphi} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x \sin\varphi} \qquad y > 0,$$

$$p_{\mathrm{t}} = \hat{p}_{\mathrm{t}}\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_y \cos\varphi} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x \sin\varphi} \qquad y < 0. \tag{2.61}$$

Quindi, la pressione totale sulla piastra sarà (y=0):

$$p(x,z) = (\hat{p}_{\mathrm{i}} + \hat{p}_{\mathrm{r}} - \hat{p}_{\mathrm{t}})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x \sin\varphi}. \tag{2.62}$$

Inserendo questa espressione nell'equazione (2.60) con k_x pari a $k \cdot \sin\varphi$, si arriva all'equazione impostando la relazione tra la pressione sonora eccitante e la risultante della velocità:

$$\hat{u} = \frac{\mathrm{j}\omega(\hat{p}_{\mathrm{i}} + \hat{p}_{\mathrm{r}} - \hat{p}_{\mathrm{t}})}{B(k^4 \sin^4\varphi - k_{\mathrm{B}}^4)}. \tag{2.63}$$

Il rapporto tra la pressione eccitante e la velocità è generalmente noto come impedenza della parete, *wall impedance*. Tale quantità, espressa con il simbolo Z_{w}, sarà data da

$$Z_{\mathrm{w}} = \frac{(\hat{p}_{\mathrm{i}} + \hat{p}_{\mathrm{r}} - \hat{p}_{\mathrm{t}})}{\hat{u}} = \frac{B}{\mathrm{j}\omega}\left(k^4 \sin^4\varphi - k_{\mathrm{B}}^4\right). \tag{2.64}$$

Con la condizione k > kB si troverà sempre un angolo d'incidenza φ tale che ZW sia pari a zero, rendendo la velocità "infinitamente" elevata. Inoltre, la piastra non presenta alcun ostacolo per l'onda sonora. Le condizioni che determinano questa trace *matching* sono state approfondite nel paragrafo 1.1.2.2, che tratta la radiazione sonora da una piastra di dimensioni infinite. Il punto importante in questo concetto è che l'angolo che fornisce la massima radiazione è anche quello che genera la massima eccitazione. Questo è un esempio di un principio generale in acustica, il cosiddetto *reciprocity principle*, che non verrà approfondito in questa sede.

Un'ulteriore discussione sull'equazione (2.62) potrà essere fatta quando s'introduce la frequenza critica f_c, oltre ad alcune perdite di energia dovute alla complessa rigidezza flessionale $B(1+\mathrm{j}\cdot\eta)$.

Si potrà quindi scrivere

$$Z_{\mathrm{w}} = \mathrm{j}\omega m \left[1 - \left(\frac{f}{f_{\mathrm{c}}}\right)^2 \cdot (1 + \mathrm{j}\eta)\sin^4\varphi\right]. \qquad (2.65)$$

L'equazione mostra chiaramente la supposizione per la derivazione proposta nella sezione precedente; l'impedenza della parete diventerà pura impedenza di massa a frequenza decisamente inferiori alla frequenza critica.

2.1.6.1.3 Potere fonoisolante di una piastra infinitamente grande. Dipendenza dell'angolo di incidenza

Il coefficiente di trasmissione τ e il potere fonoisolante R sono calcolati dal rapporto fra le ampiezze di pressione sonora dell'onda trasmessa e incidente. Per definizione:

$$\tau = \frac{W_{\mathrm{t}}}{W_{\mathrm{i}}} = \left|\frac{\hat{p}_{\mathrm{t}}}{\hat{p}_{\mathrm{i}}}\right|^2. \qquad (2.66)$$

Si potrà utilizzare l'equazione (2.63) che esprime la velocità come

$$u = \hat{u}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx\sin\varphi} = \frac{(\hat{p}_{\mathrm{i}} + \hat{p}_{\mathrm{r}} - \hat{p}_{\mathrm{t}})}{Z_{\mathrm{w}}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx\sin\varphi}. \qquad (2.67)$$

La componente normale della velocità delle particelle dell'onda acustica *v*, su entrambi i lati della piastra, dev'essere uguale alla velocità sulla superficie della piastra *u*. Pertanto, deve valere la relazione

$$\hat{v}_{\mathrm{i}} + \hat{v}_{\mathrm{r}} = \hat{u} = \hat{v}_{\mathrm{t}}. \qquad (2.68)$$

La relazione tra questa ampiezza di velocità e la corrispondente ampiezza di pressione è facilmente ricavabile applicando l'equazione di forza (equazione di Eulero):

$$\hat{v}_{\mathrm{y=0}} = -\frac{1}{\mathrm{j}\omega\rho_0} \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{y=0} \qquad (2.69)$$

Applicando questa relazione alle equazioni (2.59), si ottiene

$$\hat{v}_{\mathrm{i}} = \frac{\hat{p}_{\mathrm{i}}}{Z_0}\cos\varphi, \quad \hat{v}_{\mathrm{r}} = -\frac{\hat{p}_{\mathrm{r}}}{Z_0}\cos\varphi \quad \mathrm{e} \quad \hat{v}_{\mathrm{t}} = \frac{\hat{p}_{\mathrm{t}}}{Z_0}\cos\varphi \qquad (2.70)$$

Le equazioni (2.67), (2.68), (2.69) forniscono la relazione tra le ampiezze che si stanno cercando, per cui si trova

$$\hat{u} = \frac{2\hat{p}_{\mathrm{i}}}{Z_{\mathrm{w}} + \frac{2Z_0}{\cos\varphi}} = \frac{\hat{p}_{\mathrm{t}}\cos\varphi}{Z_0}. \tag{2.71}$$

Il coefficiente di trasmissione e il potere fonoisolante risulteranno essere

$$\tau = \left|\frac{1}{1+\frac{Z_{\mathrm{w}}\cos\varphi}{2Z_0}}\right|^2, \qquad R = 10 \cdot \lg\frac{1}{\tau} = 10 \cdot \lg\left[\left|1 + \frac{Z_{\mathrm{w}}\cos\varphi}{2Z_0}\right|^2\right]. \tag{2.72}$$

L'impedenza del muro Z_w sarà quindi data dall'equazione (2.63). Un esempio in cui si usa questa equazione è mostrato nella Figura 2.22, dove il potere fonoisolante di una piastra di massa per unità di superficie pari a 10 kg/m2 e frequenza critica pari a 1000 Hz è fornito per molteplici angoli di incidenza.

Il fattore determinante in questo intervallo di frequenza è lo smorzamento della piastra caratterizzato dal fattore di smorzamento, che in questo esempio è piuttosto elevato. Si può ulteriormente notare che la legge di massa dà una descrizione appropriata a frequenze leggermente inferiori rispetto alla frequenza critica. Sopra la frequenza di coincidenza si osserva inoltre che la dipendenza dalla frequenza è molto maggiore di quella corrispondente nell'intervallo della legge di massa. La rigidezza flessionale sarà il fattore determinante, e molto al disopra della frequenza di coincidenza ci sarà un incremento di 18 dB per ottava.

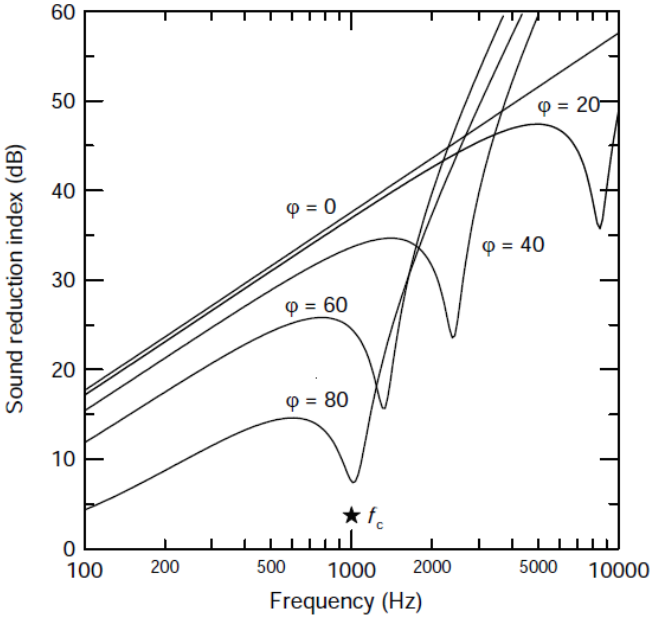


Figura 2.22 *Potere fonoisolante per una piastra infinitamente grande con angolo di incidenza come parametro. Dati dei materiali: m – 10 kg/m2, η – 0.1, fc – 1000 Hz.*

2.1.6.1.4 Potere fonoisolante per incidenza del suono diffuso

Su partizioni di edifici reali si ha solitamente l'incidenza del suono che si manifesta, allo stesso tempo, da diverse angolazioni. Per calcolare l'isolamento acustico si è potuto utilizzare in principio le equazioni (2.70) e (2.63), effettuando una ponderazione in base alla distribuzione degli angoli di incidenza e valutandone poi i contributi. Tuttavia, la distribuzione effettiva è raramente conosciuta. Come già accennato, l'unica soluzione possibile sarà eseguire il calcolo ipotizzando un campo sonoro di incidenza diffuso e ideale, cioè assumendo l'incidenza del suono uniformemente distribuita su tutti gli angoli con fase casuale. Per approfondire il problema da un punto di vista pratico è necessario tornare di nuovo alla piastra di dimensioni infinitamente grandi. Per poter calcolare il coefficiente di trasmissione τd, in campo statistico o diffuso, si scrive il seguente integrale:

$$\tau_d = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tau(\varphi)\sin\varphi\cos\varphi d\varphi. \qquad (2.73)$$

Sostituendo il coefficiente di trasmissione dell'equazione (2.72) con l'impedenza della parete secondo l'equazione (2.65) non verrà fornita una soluzione analitica a questo integrale.

Limitando la soluzione a basse frequenze e utilizzando l'approssimazione data dall'equazione (2.54), il risultato potrà essere scritto come

$$R_{\mathrm{d}} = 10 \cdot \lg \frac{1}{\tau_{\mathrm{d}}} = R_0 - 10 \cdot \lg[0.23 R_0] \qquad (\mathrm{dB}). \qquad (2.74)$$

L'espressione viene comunemente indicata come legge della massa per campo diffuso. Cremer presentò un'espressione simile nel lontano 1942, valida per frequenze superiori alla frequenza critica, che può essere scritta come

$$R_{\mathrm{d}} = 10\lg\left[\frac{\pi f m}{Z_0}\right] + 10\lg\left(\frac{2\eta f}{f_{\mathrm{c}}}\right) - 5\ \mathrm{dB} \qquad \text{per} \qquad f \gg f_{\mathrm{c}} \qquad (2.75)$$

Si ritornerà su queste espressioni quando verrà affrontato il problema della trasmissione attraverso pareti o pannelli reali, prendendo in considerazione le dimensioni finite.

2.1.6.2 Trasmissione sonora attraverso una parete singola e omogenea

Partendo dalle osservazioni proposte precedentemente sul suono trasmesso attraverso una piastra infinitamente grande, si passerà al caso pratico di trasmissione sonora da una stanza ad un'altra per mezzo di una singola parete omogenea. Sono disponibili diverse metodologie di calcolo. Una di queste è una soluzione analitica che ha origine dalla descrizione del campo sonoro nelle stanze accoppiate al campo sonoro strutturale nel muro, espressa da una sommatoria di modi naturali. Il compito è quindi calcolare la relazione tra ciascuno di questi modi, che è un compito relativamente complesso (si veda ad esempio Josse e Lamure (1964) o Nilsson (1974)). Il metodo agli elementi finiti (FEM) invece, può essere considerato come una versione moderna delle procedure precedentemente citate (si veda ad esempio Pietrzyk (1997)). La potenza di tali metodi sta nella capacità di ricercare specifiche situazioni, preferibilmente nell'intervallo di frequenze più basse. *Statistical energy analysis* (SEA) è anch'esso un potente metodo a condizione che i campi modali hanno un numero sufficiente di auto-frequenze all'interno della reale banda di frequenza (si veda ad esempio Craik (1996)). La forza di questo metodo sta quindi nel trattamento di problemi nell'intervallo di frequenza medio e alta. Non verrà approfondita ulteriormente questa metodologia in questa sede.

Pragmaticamente, si potrebbe studiare l'applicabilità del modello della piastra infinita a situazioni reali; precedentemente è stata fornita un'espressione per il calcolo del potere fonoisolante per campo d'incidenza diffuso a basse frequenze (vedi equazione (2.74)). In pratica questa equazione fornirà valori un po' troppo bassi, un modello migliore per il campo reale è

$$R_{\mathrm{d}} = R_0 - 5\ \mathrm{dB} \approx 20 \cdot \lg(f \cdot m) - 47\ \mathrm{dB}, \tag{2.76}$$

risultato che si avvicinerà a quello ottenuto eseguendo l'integrazione dell'equazione (2.71), con un limite superiore di circa 78°. Ciò si spiega con il fatto che le componenti d'onda vicino all'incidenza radente saranno meno importanti per partizioni di dimensioni finite. Non si spiega, però, perché una semplice espressione come questa dia una discreta previsione a basse frequenze, cioè per frequenze inferiori alla frequenza critica. Questo è collegato ai fenomeni descritti precedentemente in questa sezione. Il campo d'onda in una piastra di dimensioni finite avrà le seguenti componenti:

1) Un campo forzato generato da un campo sonoro, nello stesso modo in cui si manifesta nel caso "infinito"

2) Un campo libero generato ai bordi per effetto di un campo forzato

Il campo forzato non può di per sé soddisfare le condizioni al contorno. Ora il punto è, come si è già dimostrato in precedenza, che la radiazione dal campo libero o modi di risonanza è marginale

a frequenze inferiori alla frequenza critica. Il campo forzato, con le sue lunghezze d'onda elevate, genera la trasmissione. Questa è la ragione che sta dietro al fatto che i risultati efficientemente calcolati per pareti infinitamente grandi sono utilizzabili per pareti che hanno dimensioni finite.

La semplice espressione sopra citata necessita, tuttavia, di alcune modifiche. La piastra di dimensioni finite influenza la trasmissione forzata. Sewell (1970) ha calcolato questo effetto, basato sul calcolo della trasmissione per un campo di incidenza diffuso di una piastra circondata da uno schermo acustico infinito. Nelle espressioni riportate di seguito per il coefficiente di trasmissione (vedi l'equazione (2.77)), l'effetto menzionato si presenta nel fattore di radiazione per trasmissione forzata.

Il contributo del fattore di smorzamento va considerato, i modi risonanti ridurranno sicuramente l'ampiezza andando ad aumentare il fattore di smorzamento. Tuttavia, questi modi sono di minore importanza nella radiazione sonora al di sotto della frequenza critica. La conseguenza dell'aumento del fattore di smorzamento sarà praticamente ininfluente. Tuttavia, nell'intervallo di frequenza intorno alla frequenza critica e anche più in alto, in cui la trasmissione di risonanza è consistente, qualsiasi aumento del fattore di smorzamento sarà vantaggioso.

È anche interessante notare che sotto una certa frequenza, sotto la fondamentale frequenza naturale, una piastra sotto l'effetto della massa passerà sotto l'effetto della rigidezza. Idealmente, il potere fonoisolante aumenterà al diminuire della frequenza. Questo effetto non è normalmente visibile nelle misurazioni delle pareti degli edifici. La ragione è che da una parte questo intervallo di frequenze è generalmente inferiore a quello usato per le misurazioni, dall'altra parte l'accoppiamento dei modi risonanti della stanza fa sì che il potere fonoisolante vari in maniera molto irregolare e non ben comprensibile.

Questo però non deve far credere che per basse frequenze, con trasmissione sotto l'effetto della rigidezza, il fenomeno non sia influente nella progettazione di dispositivi fonoisolanti. Involucri progettati per il controllo del rumore di macchine e attrezzature includono spesso pannelli di piccole dimensioni. Il rumore da contrastare è spesso caratterizzato da frequenze inferiori alla frequenza fondamentale di questi pannelli, forse anche al di sotto della frequenza fondamentale della cavità d'aria dell'involucro. La rigidità dei pannelli, non la loro massa, risulta essere di notevole importanza. Questo caso non è interessato dalle formule citate di seguito.

2.1.6.2.1 Formule per il calcolo.

Non bisogna sorprendersi, vista la complessità nel calcolare il potere fonoisolante di una parete singola e omogenea, nel notare che vi sono svariate formule che vengono proposte dalla letteratura. Alcune di queste si trovano in EN 12354-1, dove dall'equazione (2.75) si trova il coefficiente di trasmissione. Le dimensioni della parete sono le quantità a e b, η_{tot} è il fattore di smorzamento totale, σ e σ_f sono rispettivamente il fattore di radiazione per trasmissione risonante e non risonante. Quest'ultimo è espresso dalla formula Sewell (equazione (2.48)), mentre per l'equazione corrispondente alla σ si può utilizzare la (2.47).

$$\tau = \left(\frac{Z_0}{\pi f m}\right)^2 \left[2\sigma_\mathrm{f} + \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}\sqrt{\frac{f_\mathrm{c}}{f}} \cdot \frac{\sigma^2}{\eta_\mathrm{tot}}\right] \qquad f < f_\mathrm{c},$$

$$\tau = \left(\frac{Z_0}{\pi f m}\right)^2 \left[\frac{\pi\sigma^2}{2\eta_\mathrm{tot}}\right] \qquad f = f_\mathrm{c},$$

$$\tau = \left(\frac{Z_0}{\pi f m}\right)^2 \left[\frac{\pi f_\mathrm{c}\sigma^2}{2 f \eta_\mathrm{tot}}\right] \qquad f > f_\mathrm{c}. \qquad (2.77)$$

Per stime approssimative si possono fare alcune semplificazioni. Per la trasmissione forzata ($f < fc$), la semplice legge di massa, secondo l'equazione (2.76), è solitamente sufficiente. Un'alternativa migliore sarebbe quella di trascurare il contributo della trasmissione di risonanza ma includere un effetto area leggermente semplificato. Fahy (1987) ha suggerito, per frequenze $f < f_\mathrm{c}$, di usare la seguente espressione.

$$R_\mathrm{f} = R_0 - 10 \cdot \lg\left[\ln\left(\frac{2\pi f}{c_0} \cdot \sqrt{ab}\right)\right] + 20 \cdot \lg\left[1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2\right], \qquad (2.78)$$

dove l'indice f di R indica che si tratta di una trasmissione forzata. Sostituendo a R0 l'equazione (2.56) si ottiene

$$R_\mathrm{f} \approx 20 \cdot \lg(m \cdot f) - 10 \cdot \lg\left[\ln\left(\frac{2\pi f}{c_0} \cdot \sqrt{ab}\right)\right] + 20 \cdot \lg\left[1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2\right] - 42\mathrm{dB}. \qquad (2.79)$$

Nell'intervallo di frequenza superiore alla frequenza critica si può considerare $\sigma \approx 1$, e quando si utilizza l'ultima equazione della (2.75), si ottiene

$$R = 20 \cdot \lg(m \cdot f) + 10 \cdot \lg\left[2\eta_\mathrm{tot}\frac{f}{f_\mathrm{c}}\right] - 47\mathrm{dB} \qquad f > f_\mathrm{c} \qquad (2.80)$$

Questa espressione è identica a quella proposta per una piastra di dimensioni infinite (vedi equazione (2.75)). Di seguito, verranno presentati alcuni esempi in cui si confronta quanto misurato con i valori calcolati. In tutti i casi si dovrà utilizzare le equazioni riportate in (2.77), ricavando i fattori di radiazione dalle equazioni (2.49) e (2.50).

Uno dei problemi principali che si ha eseguendo queste comparazioni è di non avere la disponibilità di tutte le specifiche riguardo l'oggetto misurato. Le informazioni relative ai materiali e le dimensioni possono non essere completamente descritte. Solitamente, è il fattore di smorzamento il parametro più critico. La previsione del potere fonoisolante nell'intervallo di frequenze intorno alla frequenza critica e al di sopra di essa sarà abbastanza incerta.

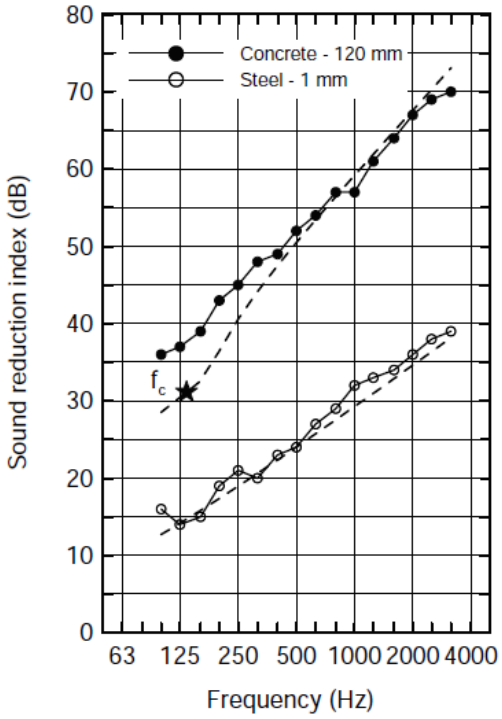


Figura 2.23 *Potere fonoisolante di un pannello di acciaio da 1 mm e di un muro in calcestruzzo da 120 mm. Le linee tratteggiate: dati calcolati dalle equazioni (3.27). La stella indica la frequenza critica per il calcestruzzo. I dati sono offerti da Homb (1983).*

Nella *Figura 2.23* sono mostrati due esempi dove si misura e si prevede il potere fonoisolante di un pannello in acciaio di spessore 1 mm e di una parete in calcestruzzo di spessore 120 mm. Nel primo caso si nota che la frequenza critica è di circa 12 kHz, il pannello sarà quindi sotto l'effetto della massa nell'intero campo di misura. Il riscontro tra grandezza misurata e calcolata è molto buono. Per quanto riguarda il calcestruzzo da 120 mm, la misurazione intorno alla frequenza critica è di gran lunga distante dal dato calcolato. Tuttavia, non essendoci valori direttamente misurati per il fattore di smorzamento, si dovrà necessariamente utilizzare l'equazione

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{f}} + 0.015 \qquad (2.81)$$

fornita da Craik (1996) per partizioni massive. Esso ha infatti dimostrato che il fattore di smorzamento dipende anche dalla frequenza.

I risultati dei test di riproducibilità, confrontando i risultati di diversi laboratori misurati sullo stesso campione, hanno dimostrato che la deviazione standard di riproducibilità diventa molto grande se il fattore di smorzamento non è adeguatamente controllato. L'accuratezza della previsione inoltre, non è soddisfacente attorno alla frequenza critica. Dati misurati su muri densi e spessi solitamente presentano una più o meno costante "plateau" nella curva del potere fonoisolante, al contrario dei pannelli sottili dove normalmente si ha un picco negativo ben visibile nel grafico, ovvero il potere fonoisolante precipita.

Un esempio di quest'ultimo fenomeno è dato in *Figura 2.24*, che mostra i valori misurati e i risultati calcolati su un vetro semplice. È doveroso utilizzare questo esempio per tutti i dati forniti, sia per il materiale che per la geometria. Le misure vengono eseguite utilizzando tre fogli separati, ciascuno di grandezza (560 x 1680) mm^2, montati insieme in un'unica struttura, formando uno spazio di misurazione di dimensioni (2020 x 1800) mm^2. Le misurazioni sono state condotte su campioni di spessore 3, 4 e 6 mm, di cui verranno presentati gli ultimi due.

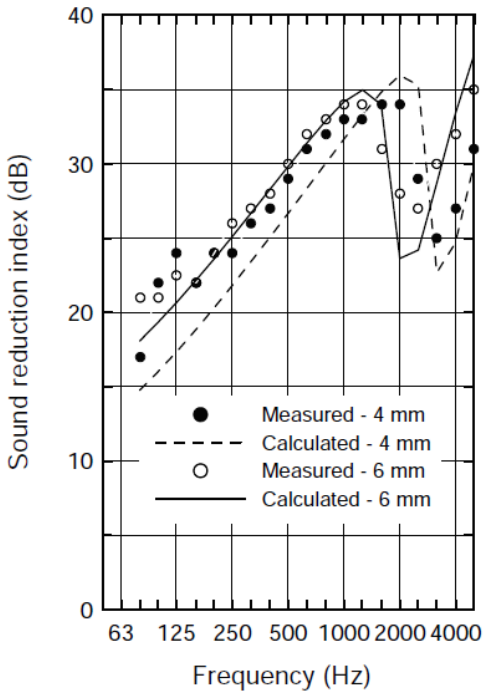


Figura 2.24 *Potere fonoisolante di un vetro singolo. I dati di misurazione sono stato offerti e concessi da Quirt (1982).*

Il riscontro tra i risultati misurati e calcolati è molto buono per il vetro da 6 mm, mentre l'indice di riduzione è più basso previsto per il vetro da 4 mm non compare nella regione sotto l'effetto della massa. Questa discrepanza potrebbe essere dovuta a diversi fattori; presumibilmente è causata dall'influenza del telaio. Va inoltre notato che la scala utilizzata nell'asse delle ordinate è diversa da quella utilizzata nella Figura 2.23.

Più recentemente, Callister (1999) ha riportato delle misurazioni e dei calcoli di un vetro semplice con un'area di prova molto più piccola di quella di Quirt, esattamente 0.61m x 0.91m. I suoi calcoli si basano sull'espressione di Sewell, per potere fonoisolante a basse frequenze e sull' equazione di Cremer (2.75) per frequenze superiori alla frequenza di coincidenza. Per frequenze attorno a quella critica si utilizzano entrambe le equazioni con apposita interpolazione, seguendo la procedura di Sharp (1978). In questo modo si ottiene una buona corrispondenza tra i risultati misurati e calcolati.

Infine, si utilizzerà l'esempio illustrato nella *Figura 2.24* per comprendere la relazione che vi è tra trasmissione risonante e non risonante in un caso specifico. Ancora una volta la *Figura 2.25* mostra i valori misurati per un vetro da 6 mm tracciati assieme a quelli calcolati. In aggiunta la parte di risonanza è tracciata separatamente. Come evidente dalla figura, la parte di risonanza è quasi trascurabile al di sotto della frequenza critica, mentre contribuisce in maniera consistente attorno e sopra questa frequenza.

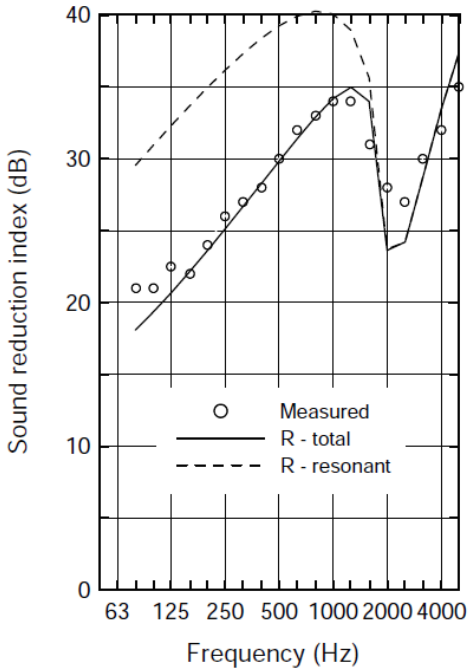


Figura 2.25 *Potere fonoisolante di un vetro da 6 mm. Risultati calcolati per trasmissione di risonanza e trasmissione totale (risonante + non risonante). I dati sono forniti da Quirt (1982).*

2.1.6.3 Trasmissione sonora nei materiali non omogenei – pannelli ortotropi

A differenza del vetro, altri elementi costruttivi di un edificio non possono essere classificati come omogenei e isotropi. Quest'ultimo termine sta a significare che l'elemento è costituito da un materiale le cui proprietà sono indipendenti dalla direzione. Le proprietà del materiale di pannelli comunemente utilizzati in edilizia possono tuttavia variare lungo le due direzioni. Un tipico esempio è il pannello sandwich, comunemente formato dall'insieme di tre strati, o più di tre.

In questa sezione si tratteranno piastre ortotrope, un termine comunemente usato per descrivere piastre dove le proprietà elastiche sono differenti nelle due direzioni assiali. Per piastre piane, ciò è causato dall'anisotropia del materiale; questo è tipico per i materiali in legno la cui rigidezza flessionale è funzione della direzione delle fibre. Un altro esempio sono i materiali in fibra rinforzata. Altri elementi costruttivi ortotropi sono le lastre ondulate; piastre che hanno una forma ondulata, molto utilizzate negli edifici industriali, dove a volte queste ondulazioni assumono una forma trapezoidale. La letteratura permette di assegnare a piastre simili valori equivalenti di rigidità, per poter applicare la teoria generale per le piastre piane ortotrope.

Il vantaggio delle lastre ondulate è che sono più leggere ed economiche rispetto alle piastre piane, a parità di resistenza. Lo svantaggio, tuttavia, è che il potere fonoisolante si può ridurre rispetto alle piastre piante di uguale spessore. Verrà usato il simbolo B1 per indicare la rigidezza flessionale (per unità di lunghezza) rispetto ad un asse che giace nel piano della piastra ortogonale alla ondulazione, vale a dire l'asse z della *Figura 2.26*. Corrispondentemente, B2 indicherà la rigidezza flessionale lungo l'asse x. Le due frequenze critiche saranno espresse nel seguente modo

$$f_{c1} = \frac{c_0^2}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{B_1}} \qquad e \qquad f_{c2} = \frac{c_0^2}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{B_2}} \qquad (2.82)$$

Dove m rappresenta la massa per unità di superficie. Le ondulazioni possono aumentare la rigidezza flessionale in maniera consistente, che certamente è lo scopo, ma è seguita da un basso valore di fc1. Ciò implica che la trasmissione di risonanza può diventare dominante su gran parte dell'intervallo di frequenza utile.

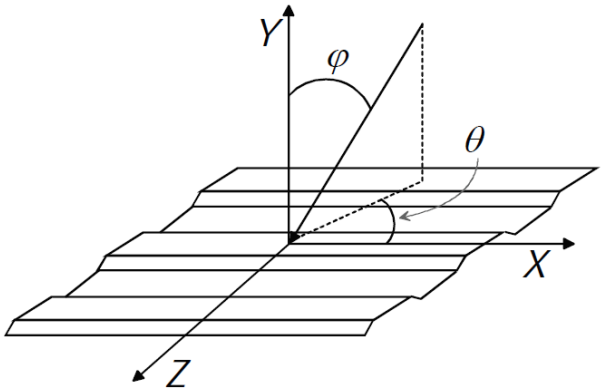


Figura 2.26 *Piastra ondulata con un'onda sonora incidente in direzione (φ, θ).*

Certamente, di lastre così ce ne sono molte in commercio. In alcune la differenza di rigidezza è relativamente piccola, rendendo piccola la differenza tra le frequenze critiche. L'intervallo critico, dove si ha il picco minimo, sarà soltanto un po' più ampio. Solitamente la differenza di rigidità è molto elevata. Mentre f_{c1} potrebbe ricadere nell'intervallo di qualche centinaio di hertz, la corrispondente fc2 potrebbe essere di 15-30 kHz.

Invece dell'equazione (2.64), verrà utilizzata un'espressione in cui l'impedenza della parete Z_w è funzione di due frequenze critiche, e allo stesso tempo dipendente da due angoli. Oltre all'angolo di incidenza φ, l'angolo normale alla piastra, l'impedenza della

piastra sarà funzione dell'angolo di azimut θ. Si otterrà (vedi ad esempio Hansen (1993))

$$Z_{\mathrm{w}} = \mathrm{j}\omega m \left[1 - \left(\frac{f}{f_{\mathrm{c1}}}\cos^2\theta + \frac{f}{f_{\mathrm{c2}}}\sin^2\theta\right)^2 (1 + \mathrm{j}\eta)\sin^4\varphi\right]. \qquad (2.83)$$

L'espressione, senza la presenza del fattore di smorzamento, è stata introdotta nel 1960 da Heckl. Il coefficiente di trasmissione per un certo angolo di incidenza, in accordo con l'equazione (2.72), sarà:

$$\tau(\varphi,\theta) = \left|1 + \frac{Z_{\mathrm{w}}\cos\varphi}{2Z_0}\right|^{-2}. \qquad (2.85)$$

Per poter calcolare il coefficiente di trasmissione per un campo di incidenza diffuso si dovrà integrare questa espressione per tutti gli angoli di incidenza (vedi equazione (2.73)). Quindi

$$\tau_{\mathrm{d}} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\tau(\varphi,\theta)\cos\varphi\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi\right]\mathrm{d}\theta. \qquad (2.86)$$

Inserendo τ dalla (1.1.79), si potrà scrivere

$$\tau_{\mathrm{d}} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^1 \frac{\mathrm{d}(\sin^2\varphi)\mathrm{d}\theta}{\left|1+\frac{Z_{\mathrm{w}}}{2Z_0}\cos\varphi\right|^2}. \qquad (2.87)$$

La valutazione di tale espressione dev'essere svolta numericamente. Tuttavia, Heckl (1960) fornisce anche alcune espressioni approssimative (per η uguale a zero). Nell'intervallo di frequenza al di sotto della frequenza critica più bassa, si può utilizzare la legge di massa. Negli altri due intervalli di frequenza, ovvero l'intervallo tra le frequenze critiche e quello sopra la frequenza critica più alta, Heckl ha espresso le seguenti espressioni:

$$\tau_{\mathrm{d}} \approx \frac{Z_0}{2\pi^2 m}\cdot\frac{f_{\mathrm{c1}}}{f^2}\left(\ln\frac{4f}{f_{\mathrm{c1}}}\right)^2 \qquad \text{per} \qquad f_{\mathrm{c1}} < f < f_{\mathrm{c2}}$$

e

$$\tau_{\mathrm{d}} \approx \frac{Z_0}{2m}\cdot\frac{\sqrt{f_{\mathrm{c1}}f_{\mathrm{c2}}}}{f^2} \qquad \text{per} \qquad f > f_{\mathrm{c2.}} \qquad (2.88)$$

Si precisa che le espressioni di cui sopra si applicano solo a piastre infinitamente grandi. Prendendo in considerazione le dimensioni finite, si può come precedentemente citato introdurre il fattore di correzione Sewell (1970). Hansen (1993) introduce una correzione sostituendo il limite superiore 1 nell'integrale (2.87) sopra sin2φ da un limite variabile,

$$(\sin^2\varphi)_{\text{upper limit}} = 1 - \frac{c_0}{2\pi f\sqrt{S}}, \qquad (2.89)$$

dove S è l'area del pannello. Negli esempi, si è per semplicità fissato il limite superiore a 0.96, che corrisponde ad un angolo di incidenza massimo pari a circa 78°.

Il primo esempio, riportato in *Figura 2.27*, mostra il potere fonoisolante nel caso in cui il pannello ha un peso di 7.5 kg/m2 e dove le frequenze critiche sono rispettivamente 400 Hz e 4000 Hz.

I risultati riportati sono calcolati da un'integrazione numerica dell'equazione (2.87), eseguita per fattori di smorzamento di 0.01 e 0.1 (1% e 10%). Inoltre, l'approssimazione di Heckl è valida anche per l'intervallo di frequenza tra le due frequenze critiche. Poiché il fattore di smorzamento non è incluso in questa approssimazione, ci si potrebbe aspettare che la soluzione migliore sia ottenuta con l'ausilio di un fattore di smorzamento basso. La cosa più importante da notare è il risultato molto basso che si ottiene, confrontato con la legge di massa.

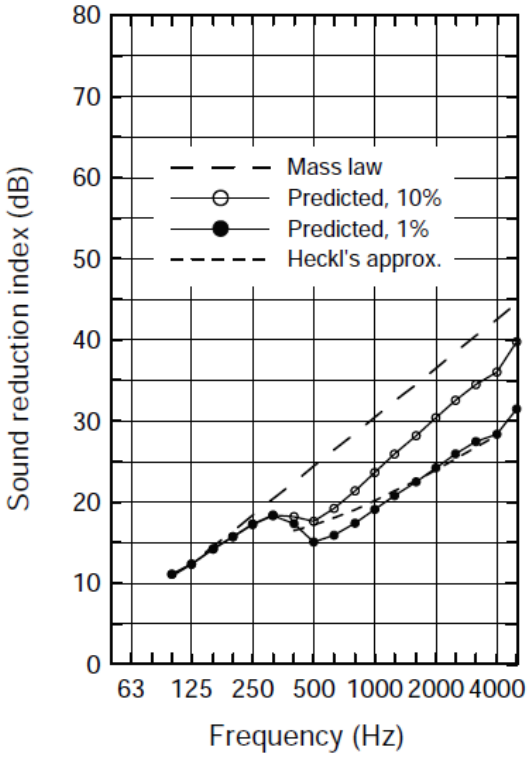


Figura 2.27 *Previsione del potere fonoisolante di un pannello ondulato di peso 7.5 kg/m2 con frequenze critiche (fc1, fc2) pari a (400, 4000) Hz. Il calcolo è stato eseguito usando un fattore di smorzamento pari all'1% e al 10%, gli altri dati sono stati calcolati utilizzando l'approssimazione di Heckl nell'intervallo di frequenza fc1 < f < fc2.*

Il secondo esempio è preso da una vasta serie di misurazioni effettuate da Hansen (1993). La serie comprende 10 diversi tipi di pannelli ondulati, dove una parte di essi hanno le dimensioni di 10 m2, usati solitamente nelle prove di laboratorio, altri molto più piccoli, di dimensioni di 1.5 m2. Gli esperimenti sono stati condotti anche tramite uno smorzamento supplementare dei pannelli. I risultati di misurazioni verranno mostrati sul modello denominato Hi Span '800' (vedi *Figura 2.28*). Questo ha una grande superficie di misura, nei calcoli di Hansen si usa un fattore di smorzamento di 0.011 (1.1%) mentre le frequenze critiche sono pari rispettivamente a 378 Hz e a 4000 Hz. Le misure mostrate nella *Figura 2.28* sono basate sui valori di Hansen, mentre i calcoli sono concepiti utilizzando l'equazione (2.85), fissando un limite massimo per l'angolo di incidenza pari a 78°. Le differenze tra questi valori e quelli di Hansen è che questi ultimi sono trascurabili quando vengono applicati su una grande superficie di misurazione.

Altre misurazioni non si adattano ugualmente bene con i calcoli, come in questo esempio. Hansen fa notare che quando è richiesta un'alta precisione bisogna fare affidamento sui risultati misurati. Una caratteristica tipica che spesso si osserva nelle misurazioni di pannelli ondulati sono i picchi minimi della curva non attribuibili a fenomeni critici. Questo può essere visto nelle misure alla frequenza di circa 4000 Hz. Vengono suggerite due soluzioni: Risonanze di onde acustiche stazionarie tra gli elementi e risonanze di vibrazione del pannello. Con le risonanze del pannello non si riesce a conoscere se sono dovuti ai modi propri dell'intero pannello, ma di un sotto strato del rivestimento, vale a dire modi di vibrazione di particolari sezioni del profilo. Una serie di successive misurazioni combinate con previsioni dell'analisi FEM hanno infatti motivato quest'ultima spiegazione (vedi Lam e Windle (1995)).

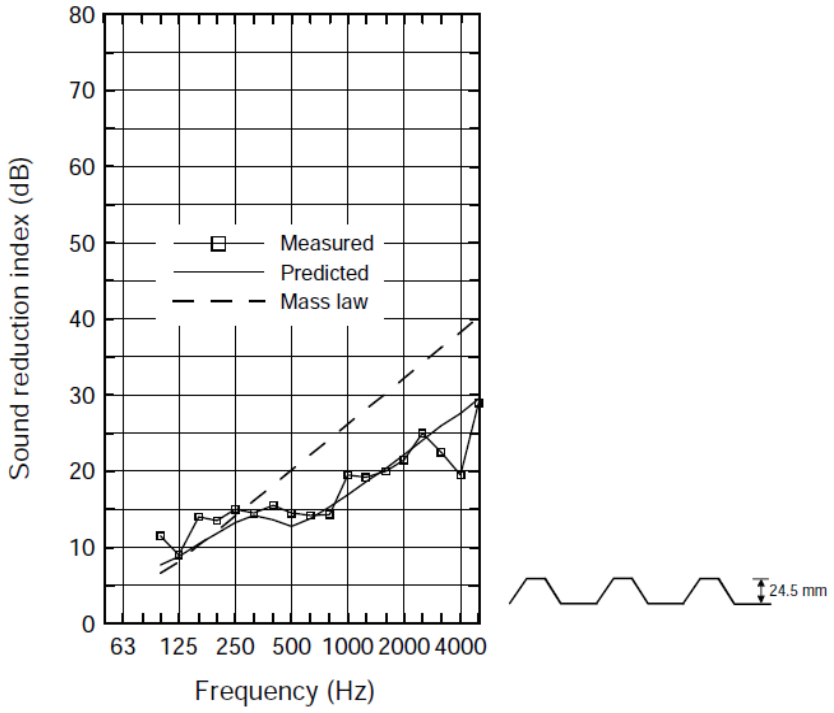


Figura 2.28

Potere fonoisolante di un pannello ondulato di peso 4.5 kg/m2 con frequenze critiche (fc1, fc2) pari a (378, 4000) Hz. Le misurazioni sono state effettuate da Hansen (1993). I valori sono stati calcolati utilizzando l'equazione (2.85).

2.1.6.4 La trasmissione attraverso materiali porosi

Come indicato in precedenza, un alto isolamento acustico è favorito da un'alta riflessione da parte della parete divisoria e non dal dissipamento di energia sonora nella partizione stessa. L'applicazione di un materiale poroso non garantisce un buon isolamento acustico. Questo non implica, tuttavia, che il potere fonoisolante par tali materiali non sia rilevante. Vi sarà quindi interesse nel predire l'isolamento acustico aggiuntivo fornito da un materiale poroso assemblato a una parete.

Si hanno a disposizione misurazioni del potere fonoisolante di lana minerale di diverse densità (vedi Homb (1983)). Un esempio è riportato nella *Figura 2.29* dove i valori rilevati per i campioni di lana di roccia di densità 50 kg/m3 sono confrontati con valori calcolati. In questi calcoli non si può ovviamente utilizzare le formule precedenti, ad eccezione della (2.71) dove si esegue la media sull'angolo di incidenza. Per il calcolo del coefficiente di trasmissione del materiale poroso si dovrà utilizzare apposite equazioni non trattate in questa sede.

Da notare l'ipotesi che il materiale sia di dimensione infinita nella direzione laterale, ma si ha motivo di credere che le condizioni al contorno siano di scarsa importanza in questo caso.

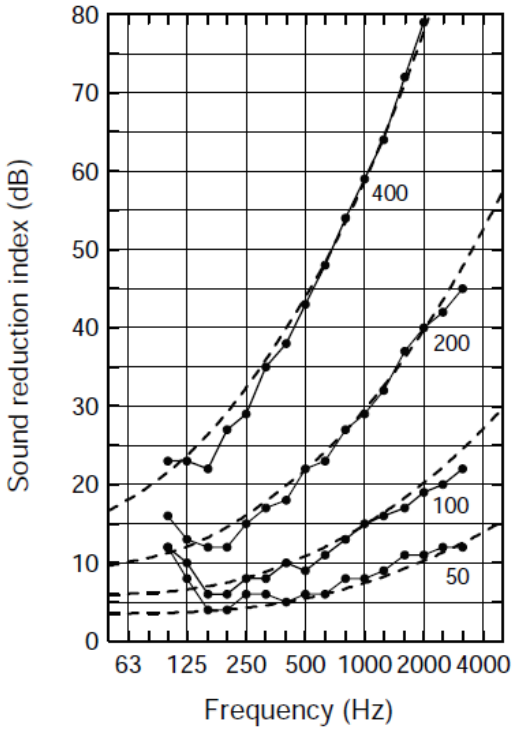


Figura 2.29 *Potere fonoisolante di una lana di roccia di densità pari a 50 kg/m3. Lo spessore espresso in mm è indicato direttamente sulle curve. I dati sono stati misurati da Homb (1983). Le curve tratteggiate sono i risultati calcolati utilizzando il modello di Mechel che descrive un materiale poroso avente un flusso di resistività pari a 12 kPa·s/m2 con porosità del 95%.*

Ad eccezione dell'intervallo di frequenza molto basso, si ottiene una correlazione molto buona tra valori misurati e calcolati. Le discrepanze a basse frequenze possono essere causate in parte dalle limitate dimensioni del campione, in parte da una certa rigidità che permette al materiale di comportarsi come una piastra. Una più probabile spiegazione si trova nelle condizioni di misura; un basso indice di valutazione implica una retroazione tra la stanza di invio e la ricevente. Quando si deriva l'equazione (2.71), che dà il potere fonoisolante, si presume implicitamente che non vi è accoppiamento tra queste stanze. Allo stesso tempo, si può avere problemi per quanto riguarda la diffusività quando la partizione è fortemente assorbente.

Capitolo 3 - METODI DI CALCOLO SECONDO UNI EN 12354-1

I modelli di calcolo per progettare adeguatamente un edifico dal punto di vista acustico sono proposti nella norma (UNI EN 12354:2017 "Acustica in edilizia - Valutazioni delle prestazioni acustiche di edifici a partire dalle prestazioni di prodotti)":

1. *UNI EN 12354-1, "Isolamento dal rumore per via aerea tra ambienti R'_w": descrive i modelli di calcolo per valutare l'isolamento dal rumore trasmesso per via aerea tra i diversi ambienti di un edificio, utilizzando i dati misurati o calcolati che caratterizzano la trasmissione laterale diretta e indiretta degli elementi strutturali.*
2. *UNI EN 12354-2, "Isolamento acustico al calpestio tra ambienti, L'_{nw}: definisce i modelli di calcolo per l'isolamento acustico al calpestio tra ambienti sovrapposti.*
3. *UNI EN 12354-3 "Isolamento acustico contro il rumore proveniente dall'esterno per via aerea D2m,nt,w": definisce un modello di calcolo per l'isolamento acustico o la differenza di livello di pressione sonora di una facciata o di una diversa superficie esterna di un edificio.*

3.1 Modello di calcolo

L'appendice B della seguente UNI EN 12354-1 fornisce le specifiche necessarie a calcolare il potere fonoisolante. Nel caso di elementi strutturali monolitici essa permette di trascurare il contributo della trasmissione forzata per i percorsi laterali. Per il calcolo del coefficiente di trasmissione e del potere fonoisolante si utilizzano le equazioni (2.77) e (3.1).

Il fattore di radiazione per le onde forzate σ_f si calcola con una variante dell'equazione (2.49) nello specifico:

$$\sigma_{\mathrm{f}} = \frac{1}{2}\left(\ln\left(k_0\sqrt{Sl_1l_2}\right) - \Lambda\right) \qquad \text{con} \quad \sigma_{\mathrm{f}} \leq 2, \tag{3.1}$$

Dove S = $l_1 \cdot l_2$ sono le lunghezze dei bordi dell'elemento (rettangolare), in metri, mentre Λ è fornito dall'equazione:

$$\Lambda = -0.964 - \left(0.5 + \frac{l_2}{\pi l_1}\right) \ln \frac{l_2}{l_1} + \frac{5 l_2}{2\pi l_1} - \frac{1}{4\pi S k_0^2}, \tag{3.2}$$

e k_0 è il numero d'onda in radianti per metro che si esprime:

$$k_0 = \frac{2\pi f}{c_0}. \tag{3.3}$$

Il fattore di radiazione per le onde libere si calcola con le seguenti equazioni:

$$\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_c}{f}}} \tag{3.4}$$

$$\sigma_2 = 4 l_1 l_2 \left(\frac{f}{c_0}\right)^2 \tag{3.5}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{2\pi f (l_1 + l_2)}{16 c_0}}. \tag{3.6}$$

L'equazione da utilizzare per il calcolo del fattore di radiazione è stabilita dal valore che assume il parametro f_{11}, espresso come

$$f_{11} = \frac{c_0^2}{4 f_c} \left(\frac{1}{l_1^2} + \frac{1}{l_2^2}\right). \tag{3.7}$$

Se

$$f_{11} \leq \frac{f_c}{2}$$

allora:

$$f \geq f_c : \qquad \sigma = \sigma_1$$

$$f < f_c : \qquad \sigma = \frac{2(l_1 + l_2)}{l_1 l_2} \frac{c_0}{f_c} \delta_1 + \delta_2 \tag{3.8}$$

Dove

$$\delta_1 = \left(\frac{(1-\lambda^2) \ln \frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)} + 2\lambda}{4\pi^2 (1-\lambda^2)^{1.5}}\right) \qquad \text{con } \lambda = \sqrt{\frac{f}{f_c}} \tag{3.9}$$

$$f > \frac{f_c}{2} : \quad \delta_2 = 0 \qquad \text{altrimenti} \qquad \delta_2 = \frac{8 c_0^2 (1 - 2\lambda^2)}{f_c^2 \pi^4 l_1 l_2 \lambda \sqrt{1-\lambda^2}} \tag{3.10}$$

$$f < f_{11} < \frac{f_c}{2} \quad \text{e} \quad \sigma > \sigma_2 \ : \quad \sigma = \sigma_2 \qquad\qquad \text{con } \sigma \leq 2 \ .$$

Se

$$f_{11} > \frac{f_c}{2}$$

allora:

$$f < f_c \quad \text{e} \quad \sigma_2 < \sigma_3 : \quad \sigma = \sigma_2$$

$$f > f_c \quad \text{e} \quad \sigma_1 < \sigma_3 : \quad \sigma = \sigma_1$$

altrimenti $\sigma = \sigma_3$ con $\sigma \leq 2$.

Queste equazioni valgono per una lastra circondata da un diaframma infinito, spesso rilevate per la situazione di laboratorio.

In edilizia un elemento strutturale è circondato da elementi ortogonali che ne aumentano l'efficacia di radiazione ben al di sotto della frequenza critica per un fattore di 2 (modi di bordo) o di 4 (modi d'angolo).

Per i fattori di radiazione sono a disposizione equazioni alternative ricavate da una bibliografia più recente (vedere bibliografia [2]).

Al di sopra della frequenza critica, tale frequenza è sostituita nei calcoli da una frequenza critica effettiva per poter tenere conto di altri tipi di onde importanti per pareti spesse e/o frequenze più elevate (vedere bibliografia [3], [4]), in conformità con:

$$f_{c,eff} = f_c \left(4{,}05 \frac{tf}{c_L} + \sqrt{1 + \left(4{,}05 \frac{tf}{c_L}\right)}\right) \qquad f < f_c \qquad (3.11)$$

dove:

- t è lo spessore dell'elemento, in metri;
- c_L è la velocità dell'onda longitudinale del materiale, in metri al secondo.

Nell'annesso B sono descritte le nuove prescrizioni sul calcolo del potere fonoisolante:

" B.1 Generale

Per ogni percorso di trasmissione laterale, il potere fonoisolante R degli elementi in gioco coinvolti (inclusi gli elementi di separazione) dovrebbe riguardare solo la trasmissione di risonanza. Se i risultati delle misurazioni di laboratorio vengono

utilizzati come dati di ingresso, questo è quindi giusto sopra la frequenza critica, mentre una correzione deve essere applicata al di sotto di quella frequenza, in particolare per quegli elementi con un'elevata frequenza critica (elementi leggeri); la correzione viene proposta nella sezione B.2, se i valori di R sono basati su calcoli effettuati a partire dalle proprietà dei materiali (caso di elementi omogene), è meglio considerare solo la trasmissione risonante su tutta la gamma di interesse come spiegato nella parte B3 della norma.

" B.2 Potere fonoisolante solo per la trasmissione di risonanza

Al fine di dedurre il potere fonoisolante di risonanza trasmissione R da laboratorio risultati di misura R, sono necessari dati sul fattore di radiazione per l'eccitazione σ_a nell'aria e per (indiretta) eccitazione strutturale σ_s. Il valore corretto segue poi come una buona stima dalla Formula (B.1) [30]:

$$R^* = R + 10log\frac{\sigma_a}{\sigma_s} \qquad \text{(B.1)}$$

NOTA 1: *Nel caso di doppi elementi con cavità, equazione (B.1) sovrastima la correzione alle frequenze vicine alla risonanza dell'intercapedine.*

Non esiste ancora un metodo standardizzato a disposizione per determinare questi fattori di radiazione. Tuttavia, recenti misurazioni, utilizzando il metodo proposto nel riferimento [30], hanno indicato che in caso di doppi elementi con cavità, la correzione è piccola o trascurabile, mentre per elementi senza intercapedine (cioè parete singola foglia elementi spesso incorniciate), la correzione sembra essere ragionevolmente indipendente dal tipo di elemento e circa 8 dB al di sotto della frequenza critica.

Pertanto, una stima della correzione è data da:

- *nessuna correzione per elementi separati da uno o due cavità,*

- *una correzione di 8 dB per elementi in legno o telaio in acciaio singoli, omogenei o stratificati sotto solo la frequenza critica.*

Per gli elementi leggeri e solitamente irrigiditi, i fattori di radiazione non possono essere facilmente calcolati. Per gli elementi omogenei, questi fattori potrebbero essere calcolati, per istanza come indicato al punto (B.3) di seguito; tuttavia, è poi semplice

calcolare direttamente il contributo di trasmissione risonante come mostrato nella sezione B.3"

" B.3 il potere fonoisolante calcolato dipendente dalla frequenza

La sezione B.3 indica che per gli elementi strutturali monolitici comuni, il potere fonoisolante, R, può essere calcolato come definisce la norma EN 12354-1, con le seguenti modifiche:
per il calcolo del fattore di trasmissione, vengono utilizzate le equazioni (2.77), sostituendo

$$\tau = \left(\frac{2\rho_0 c_0}{2\pi f m'}\right)^2 \left(\frac{\pi f_c}{2f}\frac{\sigma^2}{\eta_{tot}}\right) \qquad f > f_c$$

$$\tau = \left(\frac{2\rho_0 c_0}{2\pi f m'}\right)^2 \left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma^2}{\eta_{tot}}\right) \qquad f = f_c$$

$$\tau = \left(\frac{2\rho_0 c_0}{2\pi f m'}\right)^2 \left(2\sigma_f \left[\frac{1-f^2}{f_c^2}\right]^{-2} + 2\frac{\pi f_c}{4f}\frac{\sigma^2}{\eta_{tot}}\right) \qquad f < f_c \qquad \text{(B.2)}$$

NOTA 1: *Per gli elementi omogenei, le efficienze utilizzate nell'equazione (B.1) potrebbero essere calcolate utilizzando le seguenti Formule (B.3):*

$$\sigma_s = \sigma$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_f + r\sigma}{1+r}; \qquad r = \frac{\pi f_c \sigma}{4f\eta} \qquad \text{(B.3)}$$

NOTA 2*: Il metodo della sottrazione del contributo della trasmissione forzata può anche essere applicato con un limite di 8 dB di correzione, come proposto nella sezione B.1. Gli unici valori necessari per questa correzione sono la massa m' dell'elemento e l'efficienza di radiazione σ che è prontamente disponibile per le situazioni di laboratorio fisse.*

Per $f < 2f_c$ ~ 88000/m' si prosegue come mostrato nella Formula (B.8):

$$R^* = R_{means} + 10\log[1 - 10^{\frac{R_{means}}{10}}\left(\frac{2\rho c}{2\pi f m'}\right)^2 2\sigma_f]^{-1} \qquad \text{(B.8)}$$

Se il termine tra [ ] diventa più piccolo 0,16 o addirittura negativo la correzione è limitata a 8 dB.

Dovuto normalmente al piccolo contributo della trasmissione di risonanza, questo metodo fornisce un metodo di calcolo con risultati continui sulla gamma di frequenza senza la necessità di conoscere esattamente la frequenza critica.

Sopra la frequenza critica, tale frequenza è sostituita nei calcoli da una frequenza critica effettiva per poter tenere conto di altri tipi di onde importanti per pareti spesse e/o frequenze più elevate, in conformità con la Formula (B.9):

$$f_{c,eff} = f_c \left(4{,}05 \frac{tf}{c_L} + \sqrt{1 + \left(4{,}05 \frac{tf}{c_L}\right)}\right) \qquad \text{(B.9)}$$

A frequenze ancora più elevate ci sono indicazioni in cui l'indice di riduzione del suono è limitato. È lecito ritenere un livello di plateau dato dal seguente fattore di trasmissione mostrato nella Formula B.6):

$$\tau_{plateau} = \left(\frac{4\rho_0 c_0}{1{,}1\rho c_L}\right)^2 \frac{0{,}02}{\eta_{tot}} \qquad \text{(B.10)}$$

Alle alte frequenze in cui questa si applica il fattore di perdita può essere preso come fattore di perdita interna.

Con base nei calcoli concordi con questo modello, alcuni esempi del potere fonoisolante in bande di 1/3 di ottava per elementi omogenei vengono dati nella Tabella B.2 per una situazione di laboratorio in accordo con l'Allegato C. I calcoli sono eseguiti in singole frequenze distanti 1/3 di ottava l'una dalle altre e la media dei risultati in una banda di ottava in modo da assicurare una trasmissione uniforme tra gli intervalli di tre frequenze della formula (B.2). L'intervallo di frequenze intorno alla frequenza critica viene preso come $\frac{f_c}{1{,}2} < f < 1{,}4 f_c$ *con* $f = f_c$ *in tutta questa gamma con* $\sigma^2 = 1/0{,}71$ *e con* $c_o = 340\ m/s$.

3.2 Interpretazione dei modelli di calcolo proposti dalle norme

3.2.1 Premessa

Il quadro normativo di riferimento per questo testo propone un algoritmo di calcolo del potere fonoisolante basato sull'imposizione di una serie di condizioni alle varie grandezze coinvolte, le cui conseguenze hanno una forte influenza sul valore del potere fonoisolante di calcolo. Una corretta interpretazione di questo algoritmo è necessaria al fine di avere valori di calcolo del potere fonoisolante coerenti con quelli sperimentali. Il modello di calcolo che interessa questo testo viene presentato nella norma (UNI EN ISO 12354-1:2017) nell'appendice B, il calcolo del potere fonoisolante in bande di frequenza viene esplicitato nel punto B.3, mentre il punto B.2 riguarda il calcolo del potere fonoisolante per trasmissione risonante.

3.2.2 Interpretazione dei punti B.2 e B.3 della norma UNI EN ISO 12354-1:2017

3.2.2.1 Dati iniziali e primi calcoli

L'algoritmo ha come dati iniziali le proprietà del materiale (densità ρ, velocità dell'onda longitudinale c_L, fattore di smorzamento interno ηint); le caratteristiche geometriche dell'elemento (lunghezza del lato maggiore l_1, lunghezza del lato minore l_2, spessore t); le proprietà dell'aria (densità ad una data temperatura data ρ0, velocità del suono nell'aria c_0) e le frequenze centrali delle bande f.

Da questi dati inziali si ricavano il modulo di Young del materiale $\mathcal{E}$ (se non fornito), la massa per unità di superficie dell'elemento m' (se non fornita), la frequenza critica f_c.

3.2.2.2 Frequenza critica

La frequenza critica efficace è funzione della frequenza f, della frequenza critica f_c (B.3), della frequenza critica effettiva $f_{c,eff}$ (B.9) e delle caratteristiche dell'elemento c_L, t secondo lo schema:

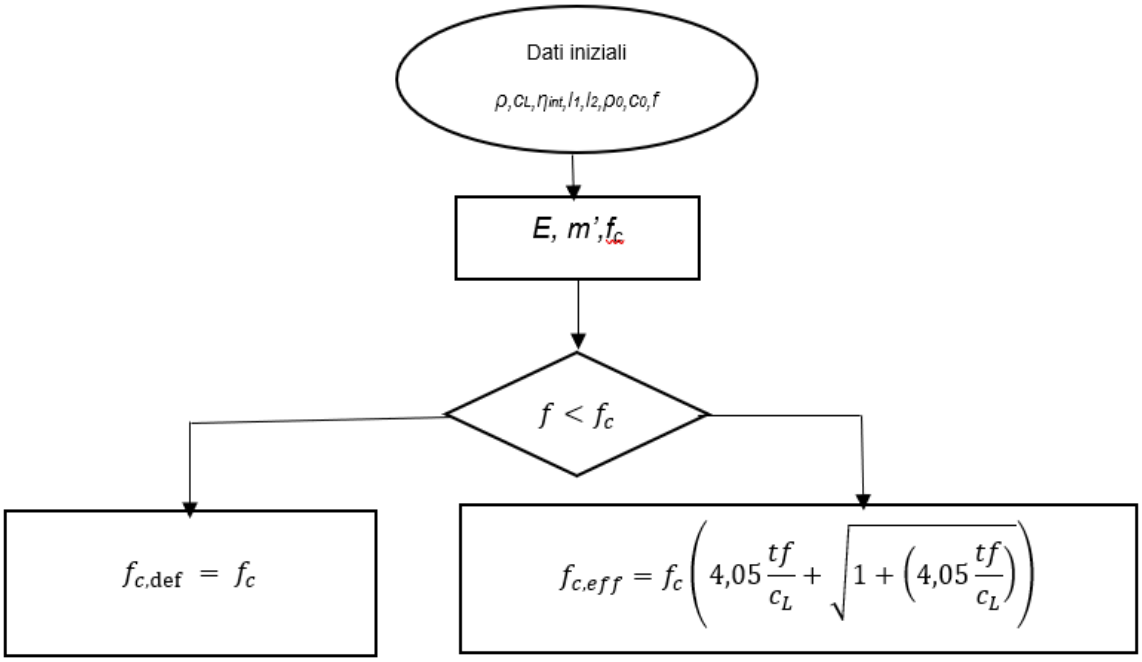


Figura 3.1 *Procedura per il calcolo della frequenza critica definitiva, norma UNI EN 12354-1:2017*

3.2.2.3 Fattore di radiazione per le onde flessionali libere

Per il fattore di radiazioni per le onde flessionali libere σ vengono prima determinate una serie di grandezze (f_{11}, σ_1, σ_2, σ_3, λ, δ_1, δ_2) da cui dipende il valore di σ. In particolare, σ dipende dal rapporto tra f_{11} e $f_{c,def}$ e da quello tra f e f_c, il suo valore definitivo, σ_{def} va determinato tenendo conto del fatto che i fattori di radiazione devono essere minori o uguali a 2.

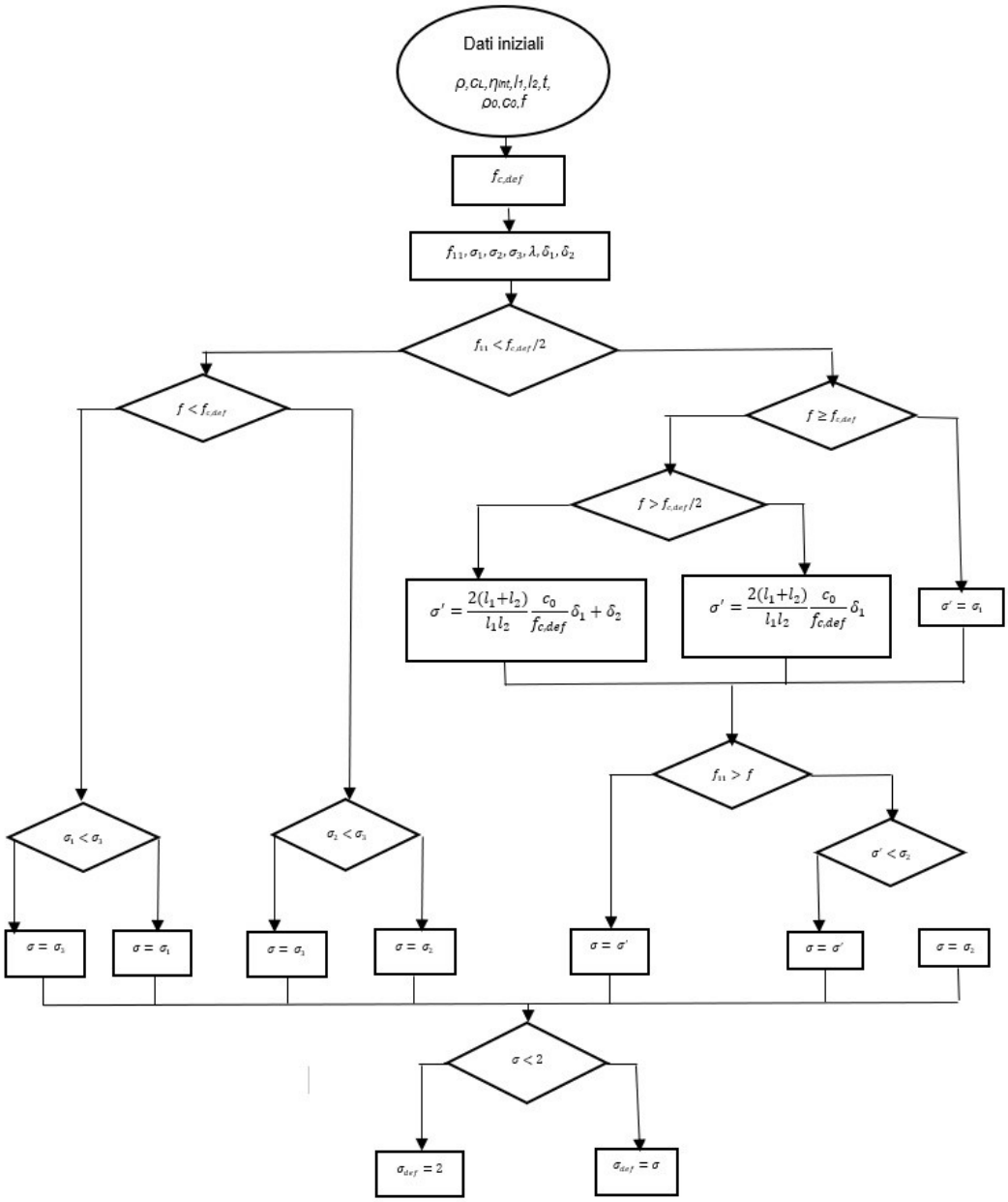


Figura 3.2 *Calcolo del fattore di radiazione per le onde libere, norma UNI EN 12354-1:2017*

3.2.2.4 Fattore di radiazione per le onde forzate

Il fattore di radiazione per le onde forzate σ_f va determinato con la formula (B.2), che è una funzione del numero di onde nell'aria e delle dimensioni dell'elemento.

Analogamente a σ, σ_f deve essere minore e uguale a due.

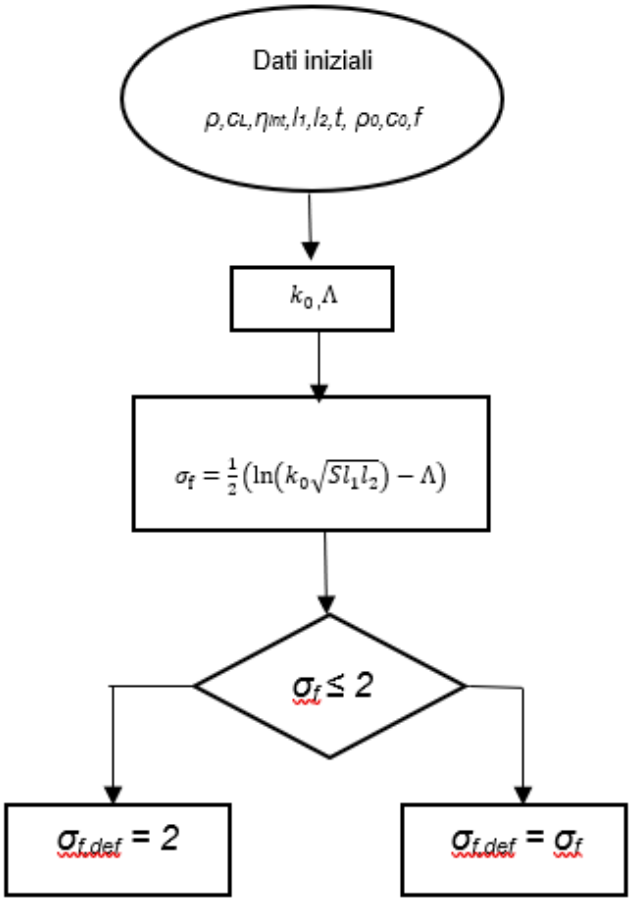


Figura 3.3 *Calcolo del fattore di radiazione per le onde forzate, norma UNI EN 12354-1:2017*

3.2.2.5 Fattore di trasmissione e potere fonoisolante

Per il calcolo del fattore di trasmissione, dopo aver determinato i valori definitivi della frequenza critica $f_{c,def}$ e dei fattori di radiazione σ_{def} e $\sigma_{f,def}$, si può ricorrere alla formula (C.5) dell'appendice C per il calcolo dello smorzamento totale η_{tot}. Queste quattro grandezze insieme ai dati di ingresso consentono il calcolo del fattore di trasmissione τ e infine quello del potere fonoisolante R dell'elemento in esame sfruttando la formula (B.1).

Il livello di pianerottolo $\tau_{plateau}$ (B.10) tiene conto della limitazione del potere fonoisolante ad alte frequenze. $\tau_{plateau}$ va usato nel calcolo di R quando il suo valore è superiore a quello del fattore di trasmissione calcolato con la formula (B.1)

Nella norma è specificato che l'intervallo $\frac{f_{c,def}}{1{,}12} < f < 1{,}4 f_{c,def}$ è l'intervallo attorno alla frequenza critica in cui si considera $f = f_{c,def}$ nella formula (B.1) e il calcolo va eseguito

assumendo, in questo intervallo, $\sigma^2=1/0,71$. Il fattore di trasmissione *τ, a seconda del rapporto tra f e* $f_{c,def}$ può essere calcolato in tre modi diversi, come riportato in seguito:

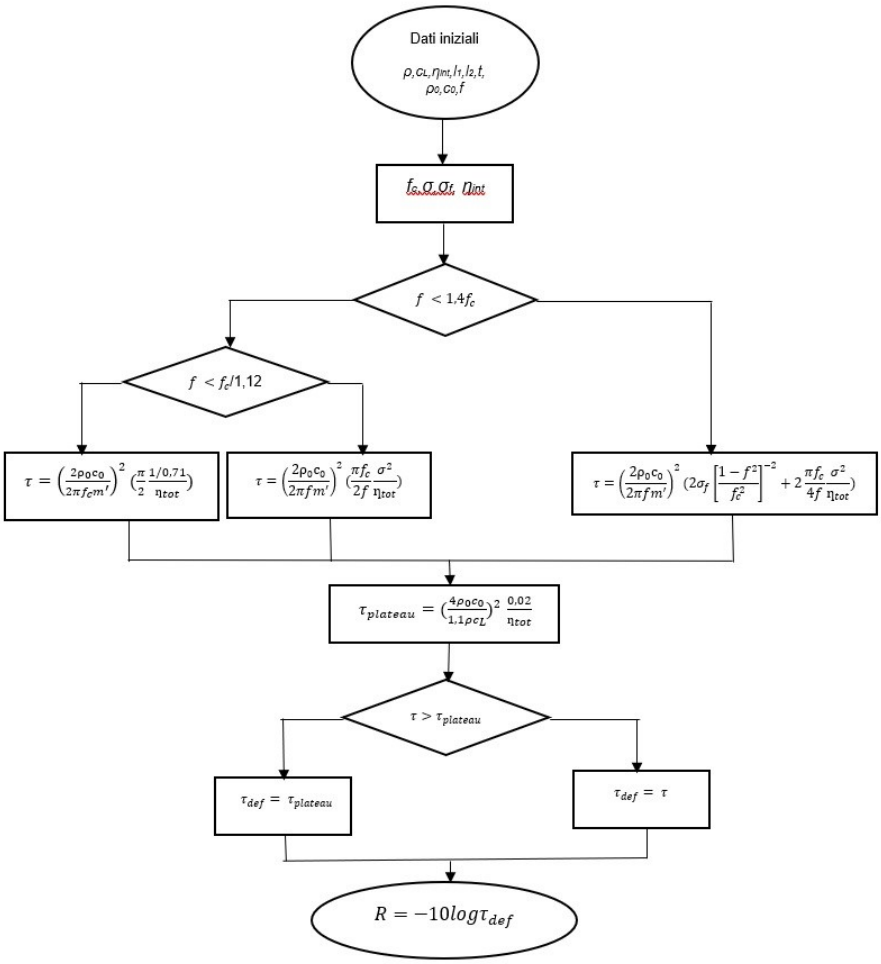


Figura 3.4 *Procedura per il calcolo del fattore di trasmissione e del potere fonoisolante, norma UNI EN 12354-1:2017*

3.3 Applicazione del modello di calcolo del potere fonoisolante della UNI EN ISO 12354-1:2017

L'applicazione del suddetto modello di calcolo verrà eseguita in bande di terzi di ottava, in una situazione di laboratorio, su pareti omogenee costituite dai materiali le cui proprietà sono indicate nel prospetto B.1 della norma stessa, tutte aventi un'area superficiale *S* pari a circa 10 m^2 (3,75 m x 2,65 m), come stabilito per le situazioni di laboratorio e spessori pari a quelli riportati nel prospetto B.2.

In totale saranno analizzate 8 pareti:

- parete 1 – Calcestruzzo con t = 120 mm
- parete 2 – Calcestruzzo con t = 260 mm
- parete 3 – Blocchi di silicato di calcio con t = 110 mm
- parete 4 – Blocchi di silicato di calcio con t = 240 mm
- parete 5 – Blocchi leggeri con t = 120 mm
- parete 6 – Blocchi leggeri con t = 300 mm
- parete 7 – Blocchi di calcestruzzo aerato in auto-clave con t = 100 mm
- parete 8 – Blocchi di calcestruzzo aerato in auto-clave con t = 200 mm

dove t è lo spessore delle pareti.

Verrà analizzato il comportamento isolante di ogni elemento a seconda del tipo di materiale, dello spessore e delle possibili frequenze presenti nello spettro del rumore che le attraversa.
I grafici e le tabelle che seguono riportano i risultati dei calcoli eseguiti per la determinazione del potere fonoisolante delle pareti in esame tramite l'utilizzo del software Wolfram Mathematica e propongono un confronto tra i dati ottenuti sperimentalmente e quelli forniti dalla normativa stessa.

3.3.1 Software commerciali per la determinazione del potere fonoisolante

Esistono diversi software commerciali per la caratterizzazione acustica di pareti monostrato e multistrato, capaci di calcolare e determinare il potere fonoisolante Rw tenendo conto delle diverse proprietà dei materiali, uno tra questi è il software Wolfram Mathematica, che è il software utilizzato per la stesura di questo elaborato. Di seguito viene riportata una breve descrizione del software.

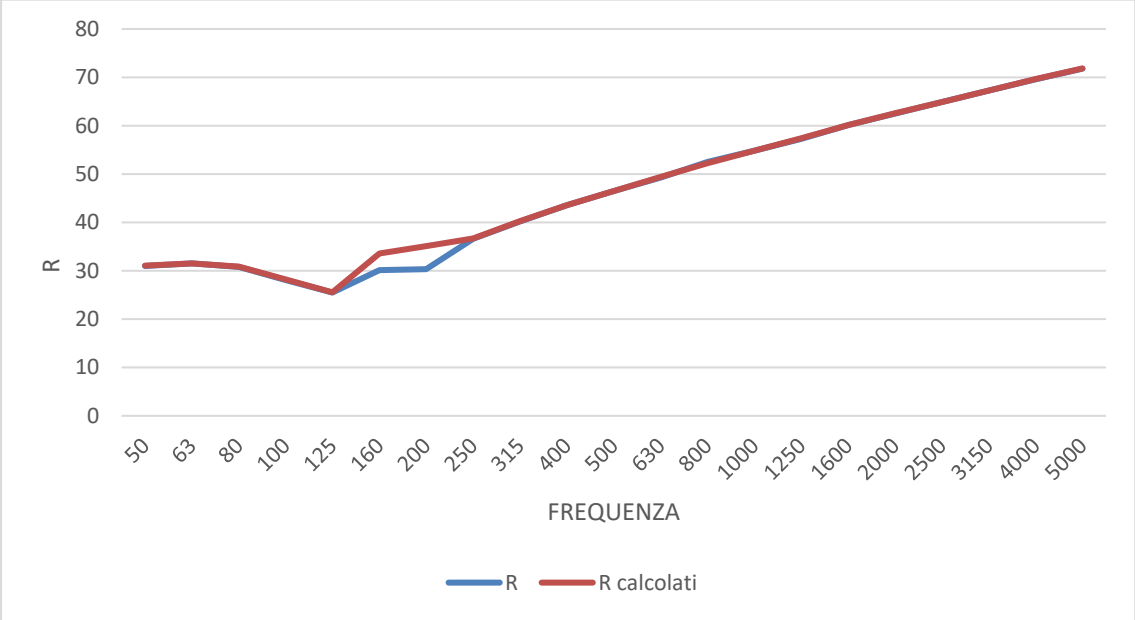
Wolfram Mathematica

Wolfram Mathematica è un moderno sistema computazionale sviluppato da Wolfram Research che ingloba tutte le aree della computazione tecnica e può essere usato in molti campi tecnico-scientifici.
Nonostante utilizzi un linguaggio di programmazione Wolfram come mezzo di interazione tra usuario e macchina, che è poco intuitivo, il software è completo di un centro di documentazione interattivo che fornisce tutte le informazioni necessarie per l'utilizzo del programma con riferimenti tecnico-scientifici e illustrazioni grafiche.

3.4.1 Parete 1 – Calcestruzzo con t = 120 mm

m' (kg/m²)	t (m)	ρ (kg/m³)	fc (Hz)	ρ₀ (kg/m³)	η INT	cl
264,00	0,12	2200,00	140,84	1,20	0,01	3800,00

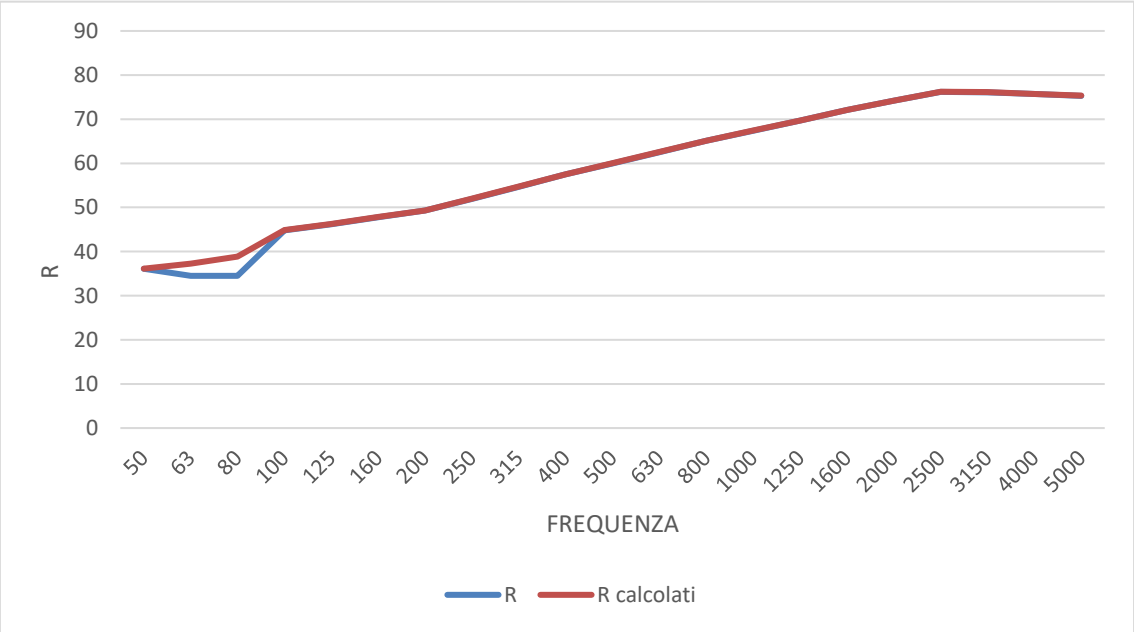
Frequenza [Hz]	R [dB]	R calcolati [dB]	scarto
50	31	31,1	**-0,20**
63	31,5	31,5	**-0,12**
80	30,8	30,8	**-0,15**
100	28,1	28,2	**-0,32**
125	25,5	25,5	**-0,14**
160	30,1	33,6	**-11,57**
200	30,3	35,1	**-15,80**
250	36,6	36,7	**-0,16**
315	40,2	40,3	**-0,15**
400	43,6	43,6	**0,01**
500	46,5	46,5	**0,00**
630	49,3	49,4	**-0,15**
800	52,5	52,2	**0,50**
1000	54,8	54,8	**-0,07**
1250	57,3	57,4	**-0,14**
1600	60,1	60,1	**-0,04**
2000	62,5	62,6	**-0,08**
2500	64,9	64,9	**-0,03**
3150	67,3	67,3	**-0,01**
4000	69,6	69,7	**-0,13**
5000	71,8	71,8	**-0,06**



3.4.2 Parete 2 – Calcestruzzo con t = 260 mm

m' (kg/m²)	t (m)	ρ (kg/m³)	fc (Hz)	ρ₀ (kg/m³)	η INT	cl
572,00	0,26	2200,00	65,00	1,20	0,01	3800,00

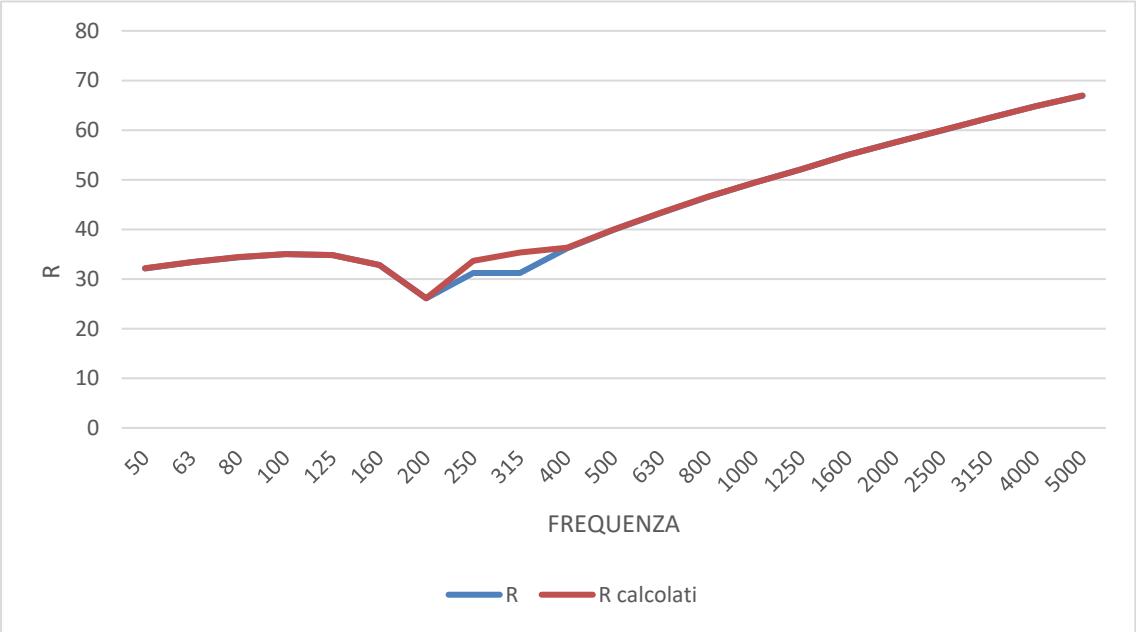
Frequenza Hz]	R [dB]	R calcolati [dB]	scarto
50	36,1	36,1	**-0,07**
63	34,5	37,3	**-7,97**
80	34,5	38,8	**-12,54**
100	44,8	44,8	**-0,11**
125	46,2	46,3	**-0,20**
160	47,8	47,9	**-0,17**
200	49,3	49,3	**-0,03**
250	51,9	52,0	**-0,17**
315	54,7	54,8	**-0,11**
400	57,5	57,5	**-0,05**
500	60,0	60,0	**-0,07**
630	62,5	62,6	**-0,12**
800	65,1	65,1	**-0,04**
1000	67,4	67,4	**-0,07**
1250	69,7	69,7	**0,00**
1600	72,1	72,1	**-0,01**
2000	74,2	74,2	**-0,01**
2500	76,2	76,2	**-0,04**
3150	76,1	76,1	**-0,04**
4000	75,7	75,7	**-0,02**
5000	75,3	75,3	**-0,05**



3.4.3 Parete 3 – Blocchi di silicato di calcio con t = 110 mm

m' (kg/m²)	t (m)	ρ (kg/m³)	fc (Hz)	ρ₀ (kg/m³)	η INT	cl
198,00	0,11	1800,00	233,54	1,20	0,01	2500,00

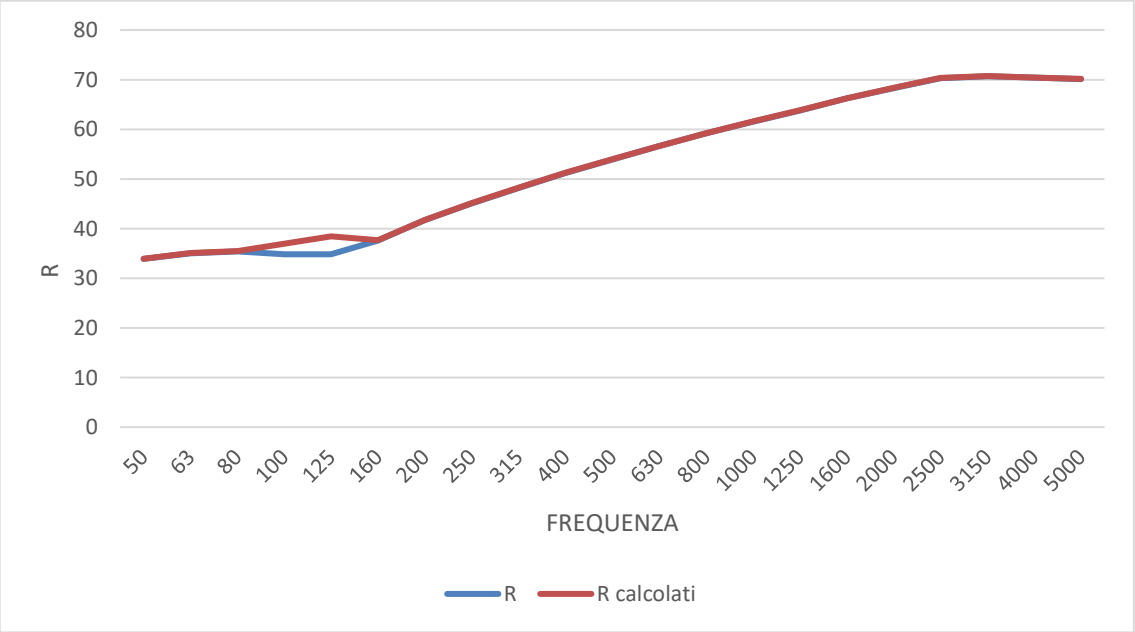
Frequenza [Hz]	R [dB]	R calcolati [dB]	scarto
50	32,1	32,2	**-0,20**
63	33,4	33,4	**-0,10**
80	34,4	34,5	**-0,18**
100	35,00	35,0	**-0,03**
125	34,80	34,8	**-0,05**
160	32,80	32,8	**0,00**
200	26,10	26,1	**-0,09**
250	31,20	33,7	**-7,97**
315	31,20	35,3	**-13,26**
400	36,20	36,3	**-0,25**
500	39,90	40,0	**-0,20**
630	43,30	43,4	**-0,12**
800	46,50	46,6	**-0,14**
1000	49,40	49,4	**0,00**
1250	52,10	52,1	**-0,04**
1600	55,00	55,0	**-0,02**
2000	57,50	57,5	**-0,06**
2500	59,90	60,0	**-0,12**
3150	62,40	62,4	**0,00**
4000	64,80	64,8	**-0,02**
5000	66,90	67,0	**-0,11**



3.4.4 Parete 4 – Blocchi di silicato di calcio con t = 240 mm

m' (kg/m²)	t (m)	ρ (kg/m³)	fc (Hz)	ρ_0 (kg/m³)	η_{INT}	c_l
432,00	0,24	1800,00	107,04	1,20	0,01	2500,00

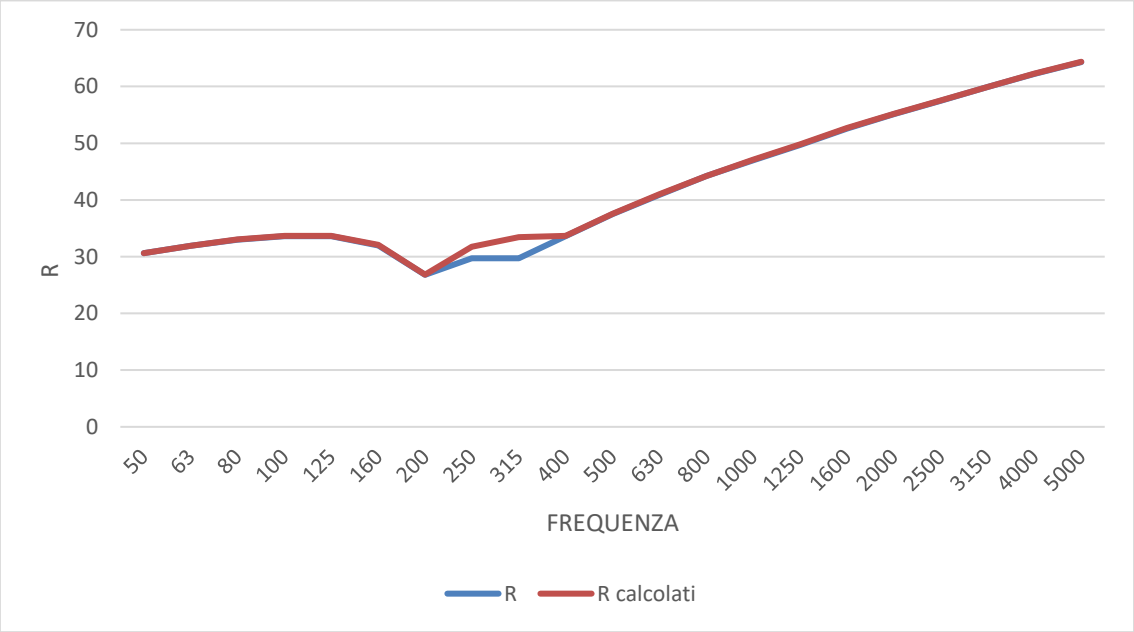
Frequenza [Hz]	R [dB]	R calcolati [dB]	scarto
50	33,9	33,9	**-0,05**
63	35	35,1	**-0,20**
80	35,4	35,5	**-0,16**
100	34,80	36,9	**-6,10**
125	34,80	38,4	**-10,42**
160	37,60	37,7	**-0,15**
200	41,70	41,7	**-0,07**
250	45,10	45,1	**-0,04**
315	48,20	48,3	**-0,13**
400	51,20	51,3	**-0,16**
500	53,90	54,0	**-0,10**
630	56,60	56,6	**0,00**
800	59,20	59,2	**-0,04**
1000	61,50	61,6	**-0,14**
1250	63,80	63,9	**-0,08**
1600	66,20	66,3	**-0,08**
2000	68,30	68,3	**-0,05**
2500	70,30	70,3	**-0,04**
3150	70,70	70,7	**-0,04**
4000	70,40	70,4	**-0,02**
5000	70,10	70,1	**-0,06**



3.4.5 Parete 5 – Blocchi leggeri con t = 120 mm

m' (kg/m²)	t (m)	ρ (kg/m³)	fc (Hz)	ρ_0 (kg/m³)	η_{INT}	c_l
168,00	0,12	1400,00	243,27	1,20	0,01	2200,00

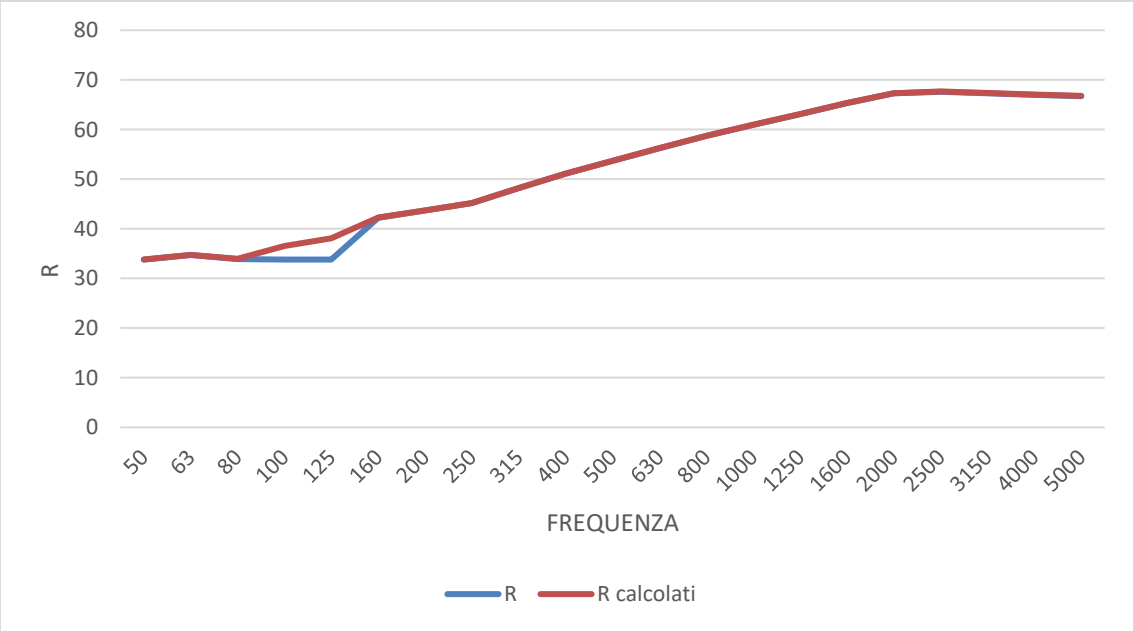
Frequenza [Hz]	R [dB]	R calcolati [dB]	scarto
50	30,6	30,6	**-0,10**
63	31,9	31,9	**-0,14**
80	33	33,0	**-0,11**
100	33,60	33,7	**-0,23**
125	33,60	33,7	**-0,22**
160	32,00	32,1	**-0,22**
200	26,80	26,8	**-0,12**
250	29,70	31,8	**-6,92**
315	29,70	33,4	**-12,54**
400	33,60	33,7	**-0,26**
500	37,50	37,5	**-0,10**
630	40,90	41,0	**-0,20**
800	44,20	44,2	**-0,07**
1000	47,00	47,1	**-0,17**
1250	49,70	49,8	**-0,18**
1600	52,60	52,7	**-0,12**
2000	55,10	55,1	**-0,09**
2500	57,50	57,5	**-0,06**
3150	59,90	59,9	**-0,01**
4000	62,20	62,3	**-0,09**
5000	64,30	64,4	**-0,09**



3.4.6 Parete 6 – Blocchi leggeri con t = 300 mm

m' (kg/m²)	t (m)	ρ (kg/m³)	fc (Hz)	ρ₀ (kg/m³)	η INT	cl
420,00	0,30	1400,00	97,31	1,20	0,01	2200,00

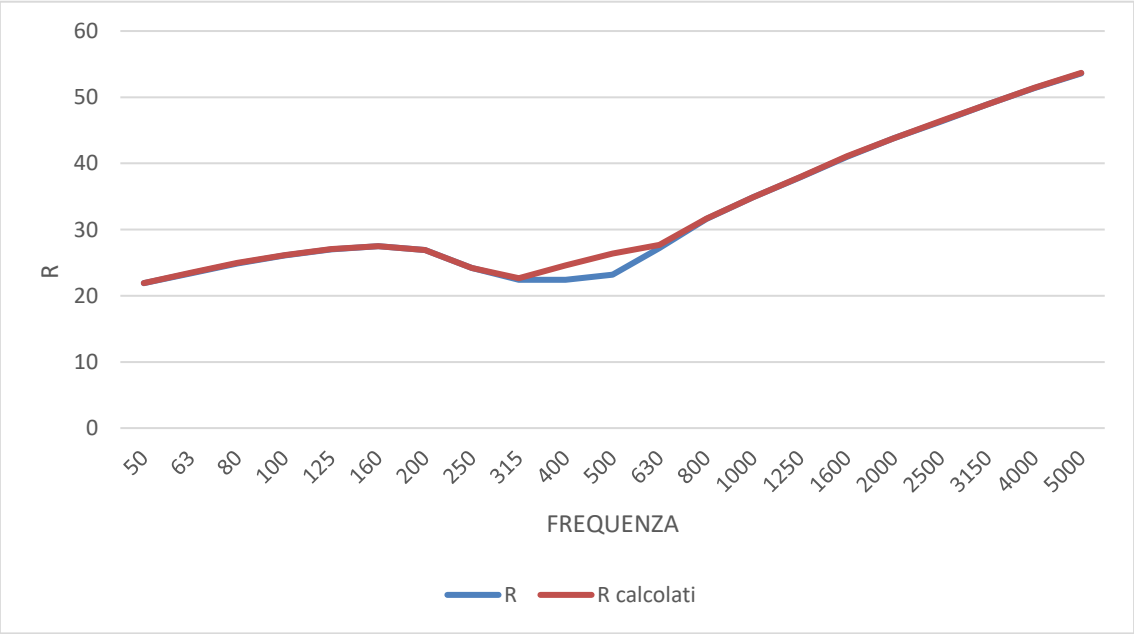
Frequenza [Hz]	R [dB]	R calcolati [dB]	scarto
50	33,8	33,8	**-0,04**
63	34,7	34,8	**-0,15**
80	33,9	34,0	**-0,19**
100	33,80	36,6	**-8,19**
125	33,80	38,1	**-12,64**
160	42,20	42,3	**-0,19**
200	43,70	43,7	**-0,01**
250	45,20	45,2	**-0,02**
315	48,20	48,2	**-0,05**
400	51,10	51,1	**-0,07**
500	53,70	53,7	**-0,01**
630	56,20	56,2	**-0,07**
800	58,70	58,7	**-0,08**
1000	60,90	61,0	**-0,13**
1250	63,10	63,1	**-0,02**
1600	65,30	65,4	**-0,09**
2000	67,30	67,3	**-0,01**
2500	67,60	67,7	**-0,10**
3150	67,30	67,4	**-0,09**
4000	67,00	67,1	**-0,08**
5000	66,70	66,8	**-0,12**



3.4.7 Parete 7 – Blocchi di calcestruzzo aerato in auto-clave con t = 100 mm

m' (kg/m²)	t (m)	ρ (kg/m³)	fc (Hz)	ρ_0 (kg/m³)	η_{INT}	c_l
60,00	0,10	600,00	338,01	1,20	0,0125	1900,00

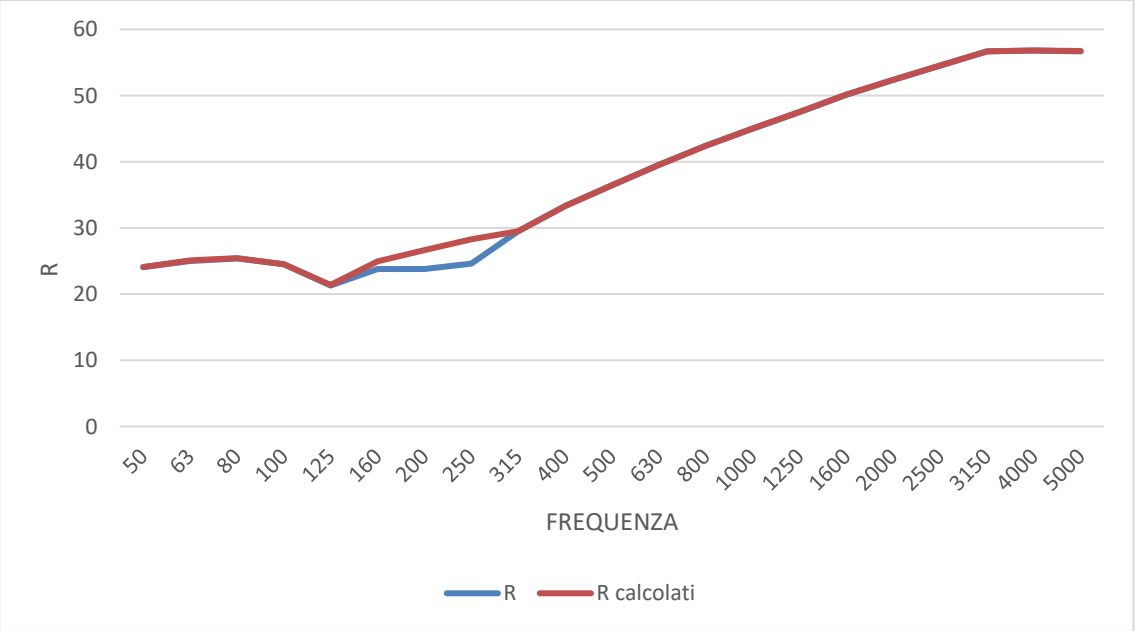
Frequenza [Hz]	R [dB]	R calcolati [dB]	scarto
50	21,9	21,9	**-0,07**
63	23,4	23,5	**-0,39**
80	24,9	25,0	**-0,25**
100	26,10	26,1	**-0,17**
125	27,00	27,0	**-0,18**
160	27,50	27,5	**-0,01**
200	26,90	26,9	**-0,04**
250	24,20	24,2	**-0,02**
315	22,40	22,7	**-1,23**
400	22,40	24,6	**-9,69**
500	23,20	26,4	**-13,60**
630	27,20	27,7	**-1,83**
800	31,60	31,6	**-0,08**
1000	34,90	34,9	**0,01**
1250	37,90	37,9	**-0,09**
1600	41,00	41,1	**-0,23**
2000	43,80	43,8	**0,00**
2500	46,30	46,4	**-0,17**
3150	48,90	48,9	**-0,06**
4000	51,40	51,4	**-0,08**
5000	53,60	53,7	**-0,15**



3.4.8 Parete 8 – Blocchi di calcestruzzo aerato in auto-clave con t = 200 mm

m' (kg/m²)	t (m)	ρ (kg/m³)	fc (Hz)	ρ_0 (kg/m³)	η_{INT}	c_l
120,00	0,20	600,00	169,01	1,20	0,0125	1900,00

Frequenza [Hz]	R [dB]	R calcolati [dB]	scarto
50	24,1	24,1	**0,00**
63	25	25,1	**-0,32**
80	25,4	25,4	**-0,12**
100	24,50	24,5	**-0,13**
125	21,30	21,4	**-0,43**
160	23,80	25,0	**-4,95**
200	23,80	26,6	**-11,88**
250	24,60	28,3	**-15,00**
315	29,50	29,5	**-0,03**
400	33,30	33,3	**-0,03**
500	36,40	36,5	**-0,19**
630	39,50	39,5	**0,01**
800	42,40	42,4	**-0,09**
1000	45,00	45,0	**-0,09**
1250	47,50	47,5	**-0,06**
1600	50,10	50,1	**-0,09**
2000	52,40	52,4	**0,00**
2500	54,50	54,6	**-0,11**
3150	56,70	56,7	**-0,02**
4000	56,80	56,8	**-0,04**
5000	56,70	56,7	**-0,02**



3.5 Analisi dell'andamento del potere fonoisolante

Analizzando le curve ottenute si può osservare che, nell'intervallo di frequenze considerato, ovvero tra i 50 ai 5000 Hz, l'andamento è piuttosto crescente in funzione della frequenza con un calo nell'intorno della frequenza critica, che rappresenta la riduzione della capacità isolante delle pareti per effetto della coincidenza.

Si osserva inoltre che le curve risultanti dal calcolo del potere fonoisolante per le pareti con maggior spessore di ogni materiale raggiungono un valore di picco oltre i 2000Hz e successivamente assumono un andamento decrescente. L'andamento decrescente delle curve ad alte frequenze si ha in genere per ogni parete ma in questo caso di studio può essere verificato soltanto nelle pareti di maggiore spessore perché il valore di frequenza per cui si ha il picco di R è maggiore per le pareti di minore spessore.

Tenendo in considerazione i valori di massa volumica dei materiali considerati si può osservare nelle tabelle e nei grafici riportati sopra che passando da materiali con densità minore a quelli più densi gli scarti tra i due modelli sono ridotti anche rispetto alle stesse pareti con spessori minori.

In definitiva possono essere identificate tre zone di frequenza in cui le curve presentano comportamenti particolari:

- la prima zona si ha alle frequenze più basse, in essa in tutti i casi gli scarti tra i due modelli sono modesti e le 2 curve coincidono quasi perfettamente mantenendo lo stesso andamento crescente

- una seconda zona coincidente con l'intervallo della frequenza critica in cui c'è un notevole scarto tra le due curve. In tutti i casi studiati le curve hanno, in questa zona, un iniziale andamento decrescente che poi ritorna ad essere crescente. In corrispondenza della frequenza critica si registra il valore di scarto più elevato tra i 2 modelli, il valore dello scarto successivamente diminuisce

- una terza zona corrispondente alle frequenze più alte in cui le curve tornano ad essere quasi coincidenti ed il comportamento varia come descritto in precedenza, ovvero il valore del potere fonoisolante per pareti con massa apparente maggiore risulta decrescente oltre i 2000 Hz.

CONCLUSIONI

Si è applicato il modello di calcolo seguendo le indicazioni dettate dalla norma su 8 pareti omogenee costituite dai materiali le cui proprietà sono indicate nel prospetto B.1 della norma stessa. I risultati del calcolo del potere fonoisolante ottenuti sono stati analizzati e confrontati con quelli ottenuti sperimentalmente, si riscontrano delle differenze notevoli in corrispondenza dell'intervallo di frequenza critica.

L'applicazione futura di questo lavoro è quella di approfondire ed ottimizzare il modello di calcolo per poterlo applicare ad ulteriori tipologie di pareti e tipologie costruttive tipiche del panorama edilizio italiano.

BIBLIOGRAFIA

Riferimenti Normativi

D.P.C.M 5/12/97 “Determinazione dei requisiti acustici passivi degli edifici”

Legge quadro 447/95 sull’inquinamento acustico

EN 12354-1:2017 “Valutazioni delle prestazioni acustiche di edifici a partire dalle prestazioni di prodotti”

UNI EN ISO 140/3 “Misurazione in laboratorio dell’isolamento acustico per via aerea di elementi di edificio”

Riferimenti Scientifici

R. Spagnolo, Manuale di Acustica, Città Studi Edizioni (2014)

G. Moncada Lo Giudice, S. Santoboni, Acustica, Casa Editrice Ambrosiana (2011)

P. Fausti, F. Pompoli, Acustica in Edilizia, Rockwool Italia

Wolfram Language Documentation Center – Wolfram Mathematica

Tor Erik Vigran, Bulding Acoustic (2008)