



**UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE**

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

---

Corso di Laurea triennale in **Ingegneria Meccanica**

**CARATTERIZZAZIONE DINAMICA DI BANCHI PROVA PER MOTORI ELETTRICI.  
ANALISI DI INCERTEZZA SULLA STIMA DELLO SMORZAMENTO.**

**DYNAMIC CHARACTERIZATION OF TEST BENCHES FOR ELECTRIC MOTORS.  
UNCERTAINTY ANALYSIS ON DAMPING ESTIMATION.**

Relatore: Chiar.ma

Prof. **Milena Martarelli**

Tesi di Laurea di:

**Laura Di Fabio**

**A.A. 2019 / 2020**



## Indice

1.Introduzione .....	5
2. Teoria di base .....	6
2.1. Analisi modale .....	6
2.1.1. Analisi modale teorica .....	6
2.1.2. Analisi modale sperimentale .....	9
2.2. PolyMAX .....	11
2.3. MLMM .....	12
2.4. PolyMAX Plus.....	13
2.5. Time domain.....	14
3.Banchi prova per motori elettrici .....	16
3.1. Analisi del banco singolo in acciaio .....	16
Parametri modali: frequenza di risonanza .....	17
Parametri modali: smorzamento.....	20
3.2. Analisi del banco doppio in acciaio.....	26
Parametri modali: frequenza di risonanza .....	27
Parametri modali: smorzamento.....	30
3.3. Analisi del banco doppio in polimero .....	36
Parametri modali: frequenza di risonanza .....	36
Parametri modali: smorzamento.....	39
4.Confronto dei valori medi di smorzamento e stima dell'incertezza .....	44
5.Conclusioni .....	48
6.Bibliografia.....	49



## 1.Introduzione

Una struttura entra in risonanza, ovvero subisce un moto oscillatorio eccessivo, quando la frequenza di una forzante di tipo armonico va a coincidere con una frequenza propria della struttura stessa. In questo caso, la forza verrà amplificata in corrispondenza di tale frequenza sottoponendo la struttura a un movimento oscillatorio importante. Per analizzarne il comportamento dinamico si ricorre all'analisi modale che, attraverso test sperimentali, permette di individuare modelli matematici che ne approssimino il comportamento.

L'analisi modale viene applicata nei vari settori dell'ingegneria (automobilistica, civile, aerospaziale, aeronautica e ai macchinari industriali) per trovare i modi di vibrare dei vari componenti di una macchina o di una struttura. Partendo dal modello modale è possibile migliorare la progettazione e ottimizzare la struttura.

Nella seguente trattazione l'analisi modale viene eseguita, attraverso l'utilizzo di diversi algoritmi, su banchi prova per i motori elettrici delle auto ibride. In particolare, è stata eseguita una correlazione tra i parametri modali estratti e una stima dell'incertezza per banchi costruiti in diverse configurazioni e con diversi materiali (banco singolo in acciaio, banco doppio in acciaio e banco doppio in polimero).

L'incertezza nella stima dello smorzamento è dovuta principalmente al rumore intrinseco nei dati e all'uso di finestre esponenziali, le quali riducono l'errore di leakage. Il rumore è sempre presente nei dati e dunque inevitabile. L'applicazione della finestra esponenziale introduce uno smorzamento numerico che può risultare superiore allo smorzamento effettivo dei banchi in esame, soprattutto per banchi leggermente smorzati, perché le vibrazioni create dal martello non si riducono a zero nel periodo di misurazione [7].

L'incertezza nella stima dei parametri modali è anche legata all'algoritmo utilizzato per l'estrazione. Oggi sono richiesti algoritmi di stima dei parametri modali sempre più precisi, veloci e automatizzati, date la competitività nel mercato, le numerose richieste da parte dei clienti e tempi di progettazione ridotti.

Sono stati sviluppati, ad esempio, sistemi per identificare il modello modale nei casi in cui è difficile applicare una forza artificiale; pertanto si ricorre a eccitazioni ambientali, difficili da misurare. In questo caso l'analisi viene definita analisi modale operativa (OMA) o analisi modale di sola uscita in quanto l'ingresso è sconosciuto e le risposte possono essere misurate. Quest'analisi è risultata utile nell'ingegneria civile, poiché risulta difficile eccitare grandi strutture, così come nell'ingegneria meccanica, per ottenere i parametri modali in condizioni operative.

Nel valutare le prestazioni vibrazionali di banchi prova in acciaio e in polimero, è stata effettuata un'analisi modale sperimentale (EMA), la quale identifica un modello modale dalla misurazione delle forze applicate e delle risposte alle vibrazioni. Il modello modale è un modello parametrico utilizzato per caratterizzare il comportamento dinamico di una struttura come una combinazione lineare di diversi modi risonanti.

Di seguito viene fornita inizialmente una descrizione dei vari algoritmi utilizzati nella stima dei parametri modali, viene analizzato il banco singolo e tale banco viene preso come riferimento, nella parte successiva, per confrontarlo con le altre configurazioni di banchi testati.

## 2. Teoria di base

In questo capitolo vengono presentati i concetti che sono alla base dei test sperimentali eseguiti sui banchi prova. Viene prima presentata l'analisi modale dal punto di vista teorico, per un sistema a un grado di libertà e per sistemi a più gradi di libertà, e poi vengono illustrate le fasi fondamentali dell'analisi modale sperimentale e le differenze tra i vari algoritmi utilizzati per l'estrazione dei parametri modali.

### 2.1. Analisi modale

L'analisi modale viene eseguita per valutare il comportamento dinamico di una struttura, sottoposta a vibrazione, attraverso la stima o estrazione dei parametri modali quali frequenze naturali, smorzamento e modi propri di vibrare. Questi parametri formano il modello modale.

Il modello modale, il modello spaziale e il modello di risposta rappresentano i tre modelli attraverso i quali è possibile descrivere una struttura. Essi presentano dei legami:

-partendo da un sistema fisico, a uno o più gradi di libertà, costituito da una massa, una molla e uno smorzatore, si perviene al modello modale con la determinazione della frequenza di risonanza  $\omega_n$ , dello smorzamento  $\zeta$  e dell'ampiezza e fase che rappresentano il modo di vibrare. Questi sono contenuti all'interno di una funzione  $H$  che permette di rappresentare la FRF passando al modello di risposta. Si parla in questo caso di analisi modale teorica;

-dalla misurazione delle funzioni di risposta in frequenza (modello di risposta) è possibile ricavare i parametri modali, quindi massa, smorzamento e rigidità (modello spaziale), effettuando un'analisi modale sperimentale.

#### 2.1.1. Analisi modale teorica

Il sistema fisico a un grado di libertà che si considera è mostrato in Figura 1. Esso è costituito da una massa  $m$ , sospesa mediante una molla di peso trascurabile e rigidità  $k$ , e da uno smorzatore, caratterizzato da uno smorzamento viscoso  $c$  proporzionale alla velocità. Sulla massa agisce una forzante armonica  $f=Fe^{i\omega t}$ . La traslazione  $x$  rappresenta l'unico grado di libertà del sistema.

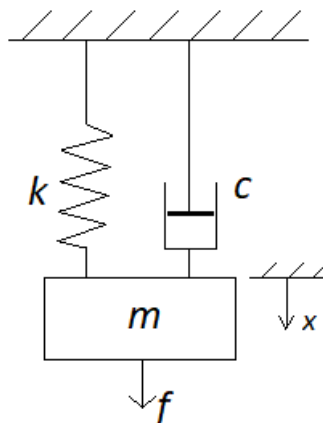


Figura 1. Sistema a un grado di libertà

L'equazione del moto (1) è data dall'applicazione della seconda legge di Newton:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f \quad (1)$$

Essa è un'equazione differenziale del secondo ordine la cui soluzione è della forma  $x=Xe^{i\omega t}$ .

Dividendo la (1) per  $k$  e definendo la frequenza di risonanza  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , l'equazione assume la forma (2):

$$\frac{1}{\omega_n^2} \ddot{x} + \frac{c}{k} \dot{x} + x = \frac{1}{k} f \quad (2)$$

Definendo il rapporto di smorzamento  $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$  e andando a sostituire  $f=Fe^{i\omega t}$ ,  $x=Xe^{i\omega t}$ ,  $\dot{x} = i\omega Xe^{i\omega t}$  e  $\ddot{x} = -\omega^2 Xe^{i\omega t}$ , la (2) diventa:

$$\left( -\frac{\omega^2}{\omega_n^2} + i\frac{\omega}{\omega_n} 2\zeta + 1 \right) X = \frac{1}{k} F \quad (3)$$

avendo semplificato  $e^{i\omega t}$ . Dalla (3) si ricava la funzione di risposta in frequenza  $H(\omega)$  come rapporto tra la risposta del sistema  $X$  e la forza in ingresso  $F$ . Essendo espressa in funzione dello spostamento viene chiamata Receptance (4).

$$H(\omega) = \frac{X}{F} = \frac{\frac{1}{k}}{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right] + 2i\zeta \frac{\omega}{\omega_n}} \quad (4)$$

La FRF può essere espressa anche in termini di velocità e accelerazione. Nel primo caso prende il nome di Mobility, nel secondo di Inertance. La Mobility (5) è data dal rapporto tra la risposta armonica del sistema in termini di velocità  $v=Ve^{i\omega t}$  e la forza in ingresso  $f=Fe^{i\omega t}$ .

Essendo  $v = Ve^{i\omega t} = \dot{x} = i\omega Xe^{i\omega t}$  si ha che:

$$Y(\omega) = \frac{V}{F} = i\omega \frac{X}{F} = i\omega H(\omega) \quad (5)$$

Derivando ulteriormente lo spostamento, è possibile esprimere l'Inertance come

$$A(\omega) = \frac{A}{F} = -\omega^2 \frac{X}{F} = -\omega^2 H(\omega) \quad (6)$$

Potendo facilmente ricavare la Mobility e l'Inertance dalla Receptance, si concentra il resto della trattazione solo su quest'ultima.

La FRF, essendo una funzione complessa, è rappresentata graficamente attraverso due grafici, nei quali sulle ascisse si riporta la frequenza e sulle ordinate parte reale e parte immaginaria oppure ampiezza e fase, che sono i modi propri di vibrare. La parte reale e la parte immaginaria della Receptance sono:

$$Re[H(\omega)] = \frac{\frac{1}{k} \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]}{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + 4\zeta^2 \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad (7)$$

$$Im[H(\omega)] = \frac{-\frac{2\zeta}{k} \frac{\omega}{\omega_n}}{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + 4\zeta^2 \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad (8)$$

Ampiezza e fase sono:

$$|H(\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2[H(\omega)] + \text{Im}^2[H(\omega)]} \quad (9)$$

$$\angle H(\omega) = \text{atan} \frac{\text{Im}[H(\omega)]}{\text{Re}[H(\omega)]} \quad (10)$$

Un terzo modo di rappresentazione è quello di riportare in un solo piano di riferimento la parte immaginaria in funzione della parte reale nel cosiddetto diagramma di Nyquist.

Passando ad analizzare un sistema ad  $N$  gradi di libertà, si utilizza una notazione matriciale. Esso può essere descritto con non oltre  $N$  modi di vibrare. Indicando con  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  le matrici  $N \times N$  rispettivamente di massa, smorzamento e rigidità, l'equazione (1) estesa ad un sistema costituito da più di una massa diventa:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (11)$$

dove  $\{x(t)\}$ ,  $\{\dot{x}(t)\}$  e  $\{\ddot{x}(t)\}$  sono i vettori  $N \times 1$  dello spostamento, velocità e accelerazione e  $\{f(t)\}$  è il vettore  $N \times 1$  della forzante.

Sostituendo, come nel caso del sistema ad un grado di libertà,  $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$  e le sue derivate,  $\{f(t)\} = \{F\}e^{i\omega t}$  e con le opportune semplificazioni si ottiene

$$[H(\omega)] = \frac{\{X\}}{\{F\}} = [[K] + i\omega[C] - \omega^2[M]]^{-1} \quad (12)$$

$[H(\omega)]$  è la matrice (13)  $N \times N$  che contiene gli elementi  $H_{jk}$ . Il primo pedice indica dove avviene la misurazione e il secondo dove viene applicata la forza. In particolare, se la misurazione avviene nello stesso punto in cui è stata data la forzante si parla di driving FRF; se la misurazione avviene in un punto diverso dall'applicazione della forzante è detta transfer FRF.

$$[H(\omega)] = \begin{bmatrix} H_{1,1}(\omega) & \cdots & H_{1,N}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N,1}(\omega) & \cdots & H_{N,N}(\omega) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Se si considerano le righe della matrice è possibile visualizzare i modi propri di vibrare, dai grafici della parte immaginaria dell'Inertance, congiungendo i picchi che si trovano alla stessa frequenza propria.

L'FRF può anche essere scritta come somma delle FRF relative ad ogni grado di libertà:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_{jkr}}{i\omega - s_r} + \frac{A_{jkr}^*}{i\omega - s_r^*} \quad (14)$$

dove  $A_{jkr}$  è l'autovettore del sistema, determinato dalle condizioni iniziali,  $A_{jkr}^*$  è il complesso coniugato e  $s_r$  è la soluzione dell'equazione caratteristica associata all'equazione differenziale (1).

Assumendo il sistema sottosmorzato si ha che  $s_{1,2} = -\omega_n \zeta \pm i\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ . La (14) diventa:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left[ \frac{A_{jkr}}{\omega_r \zeta + i(\omega - \omega_r \sqrt{1 - \zeta^2})} + \frac{A_{jkr}^*}{\omega_r \zeta + i(\omega + \omega_r \sqrt{1 - \zeta^2})} \right] \quad (15)$$

dove  $\omega_r$  è la frequenza di risonanza di ciascun modo.



### 2.1.2. Analisi modale sperimentale

Dal punto di vista sperimentale, le funzioni di risposta in frequenza (FRF) sono utilizzate come dati primari per stimare i parametri modali nel dominio della frequenza, mentre nel dominio del tempo sono utilizzate le funzioni di risposta all'impulso (IRF), ottenute attraverso la trasformata inversa della FRF.

Per misurare la FRF, innanzitutto la struttura di interesse deve essere vincolata in modo da riprodurre il più fedelmente possibile le reali condizioni operative. Essa può essere appoggiata o sostenuta da elementi elastici, realizzando una condizione free, oppure vincolata rigidamente ad una massa più grande, realizzando una condizione grounded. Successivamente la struttura viene eccitata o attraverso martello strumentato, che genera una forza impulsiva, o attraverso shaker elettrodinamico, che genera una forza continua.

La forza impartita e la risposta del sistema vengono misurate rispettivamente mediante cella di carico e accelerometro, i quali acquisiscono il segnale nel tempo. Data la presenza di rumore nei dati, si effettuano diverse acquisizioni nelle medesime condizioni, le quali saranno poi mediate in frequenza seguendo un approccio statistico. Ai segnali viene applicato un filtro anti-aliasing, prima del campionamento, e poi una finestra per ridurre l'effetto di leakage. A questo punto vengono calcolate le FFT (Fast Fourier Transform) dei due segnali. Per mediare in frequenza le diverse acquisizioni, devono essere definite le funzioni di autocorrelazione, per i segnali di ingresso e uscita, e di cross-correlazione, tra ingresso e uscita, nel dominio del tempo e di Power Spectral Density e Cross-Spectral Density nel dominio della frequenza.

Per i segnali della forzante  $f(t)$  e della risposta, le funzioni di autocorrelazione (16) (18) e Power Spectral Density (17) (19) sono:

$$r_{ff}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T f(t)f(t + \tau)dt \quad (16)$$

$$S_{ff}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{ff}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau \quad (17)$$

$$r_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T x(t)x(t + \tau)dt \quad (18)$$

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{xx}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau \quad (19)$$

Mentre le funzioni di cross-correlazione (20) e Cross-Spectral Density (21) sono:

$$r_{xf}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t)x(t + \tau)dt \quad (20)$$

$$S_{xf}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{xf}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau \quad (21)$$

Le (17), (19) e (21) espresse attraverso trasformata di Fourier diventano:

$$S_{ff}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[ \frac{1}{T} |F_k(\omega)|^2 \right] \quad (22)$$

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[ \frac{1}{T} |X_k(\omega)|^2 \right] \quad (23)$$

$$S_{xf}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[ \frac{1}{T} X_k^*(\omega) F_y(\omega) \right] \quad (24)$$

dove E rappresenta un estimatore che si ottiene a seguito di un processo di media delle funzioni che si trovano nel suo argomento. Si può dimostrare che  $S_{xf}^*(\omega) = S_{fx}(\omega)$ .

Le relazioni che legano queste funzioni alla FRF sono:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{S_{xx}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} \quad (25)$$

$$S_{fx}(\omega) = H(\omega) S_{ff}(\omega) \quad (26)$$

$$S_{xx}(\omega) = H(\omega) S_{xf}(\omega) \quad (27)$$

dalle quali è possibile determinare la funzione di risposta in frequenza  $H$  del sistema e la funzione coerenza  $\gamma^2$ , la quale rappresenta una misura del rumore nel segnale, come rapporto tra le FRF calcolate:

$$H(\omega) = \frac{S_{fx}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} = H_1 \quad (28)$$

$$H(\omega) = \frac{S_{xx}(\omega)}{S_{xf}(\omega)} = H_2 \quad (29)$$

$$\gamma^2 = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} \quad (30)$$

Andando a sostituire (28) e (29) in (30) e ricordando che  $S_{fx}(\omega) S_{xf}^*(\omega) = |S_{xf}(\omega)|^2$ , si ricava

$$\gamma^2 = \frac{S_{fx}(\omega) S_{xf}(\omega)}{S_{ff}(\omega) S_{xx}(\omega)} = \frac{|S_{xf}(\omega)|^2}{S_{ff}(\omega) S_{xx}(\omega)} = 1 \quad (31)$$

Per cui la funzione coerenza è compresa tra 0 (puro rumore) e 1 (assenza di rumore).

Ottenuta/e la/e FRF, attraverso un processo di curve-fitting, ovvero di interpolazione della FRF misurata con una FRF teorica del tipo (32), vengono stimati i parametri modali determinando i coefficienti dell'espressione teorica, quali frequenza, smorzamento e ampiezza e fase del modo proprio di vibrare, che meglio interpolano le FRF misurate.

$$H_{jk}(\omega) = \frac{1}{\omega^2 M_{jk}^R} + \sum_r \frac{A_{jkr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2} + \frac{1}{K_{jk}^R} \quad (32)$$

Nell'equazione analitica (32)  $r$  indica il numero di modi contenuti all'interno della banda analizzata. I modi in bassa frequenza e i modi in alta frequenza, all'esterno di tale banda, sono approssimati rispettivamente dall'ultimo e dal primo termine dell'equazione, detti residui.  $M_{jk}^R$  e  $K_{jk}^R$  sono rispettivamente massa e rigidità residua. In questo caso (32) si parla di stima dei parametri modali nel dominio della frequenza in quanto si va ad approssimare con un modello modale le FRF misurate.

L'analisi modale può essere eseguita sulle singole FRF misurate, producendo tante stime di parametri per ogni modo quante sono le misurazioni effettuate, oppure su tutte le FRF insieme, ottenendo un'unica stima. Nel primo caso è detta stima locale, nel secondo stima globale. Inoltre, se i modi del sistema sono ben disaccoppiati, è possibile eseguire l'analisi modale nel range che contiene un singolo modo, determinando i parametri modali separatamente e introducendo i termini residui per approssimare i modi al di fuori della banda analizzata. Tale metodo viene detto

a singolo grado di libertà (SDOF). Il metodo a più gradi di libertà (MDOF), invece, viene utilizzato in presenza di modi accoppiati, ovvero con frequenza naturale molto vicina, stimando i parametri dei diversi modi simultaneamente.

L'analisi modale nel dominio della frequenza è preferibile per sistemi con alto smorzamento in quanto nel dominio del tempo i segnali contengono pochi campioni significativi; l'analisi nel dominio del tempo è preferibile per sistemi con basso smorzamento poiché ci sono molti campioni significativi.

La stima diretta dei parametri modali non è pratica perché il problema è non lineare nei coefficienti, pertanto viene risolto attraverso degli algoritmi numerici. La qualità dell'analisi modale varia con i diversi algoritmi. Si considerano, in particolare, pLSCF (Poly-reference Least-Squares Complex Frequency-domain), MLMM (Maximum Likelihood- Modal Model) e PolyMAX Plus nel dominio della frequenza, mentre nel dominio del tempo LSCE (Least Square Complex Exponential method).

## 2.2. PolyMAX

Poly-reference Least-Squares Complex Frequency-domain (pLSCF), noto comunemente come PolyMAX, è il metodo più usato nel dominio della frequenza per l'interpolazione ed estrazione dei parametri modali. I valori stimati da PolyMAX vengono presi come valori iniziali per l'applicazione di altri metodi. Sia PolyMAX sia LSCE sono metodi di interpolazione ai minimi quadrati.

L'espressione analitica utilizzata da PolyMAX per l'interpolazione è un'equazione polinomiale razionale fratta:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_{jkr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r\omega_r\omega} = \frac{b_0 + b_1(i\omega) + b_2(i\omega)^2 + \dots + b_{2N-1}(i\omega)^{2N-1}}{a_0 + a_1(i\omega) + a_2(i\omega)^2 + \dots + a_{2N-1}(i\omega)^{2N-1}} \quad (33)$$

In questo caso l'ottimizzazione viene eseguita sui coefficienti polinomiali e successivamente vengono ricavati i coefficienti modali. Il vantaggio dell'uso di equazioni polinomiali razionali fratte sta nella risoluzione di equazioni lineari.

Sia  $H_i^M$  il valore della FRF misurata ad una frequenza  $\omega_l$  e  $H_i^A$  la FRF analitica calcolata alla stessa frequenza. L'errore tra la FRF misurata e quella analitica sarà  $e_l = H_i^M - H_i^A$ . Per determinare i coefficienti polinomiali si esegue un processo di ottimizzazione minimizzando l'errore quadratico  $\min|e_l|^2$ . Si ripete questa procedura aumentando il numero di gradi di libertà e calcolando nuovamente l'errore. L'andamento di quest'ultimo è mostrato nel diagramma di stabilizzazione, il quale riporta l'ampiezza della FRF misurata, o della somma delle FRF, in funzione della frequenza. Da esso è possibile individuare il numero di gradi di libertà ottimale, necessari per interpolare correttamente le FRF, in corrispondenza della stabilizzazione dell'errore. Il livello di stabilizzazione viene indicato con delle lettere: *o* indica che l'errore non è stabile, *v* indica che l'errore è stabile solo in termini di vettore modale e *s* indica che l'errore è stabile per tutti i coefficienti modali. Nell'ultima fase dell'analisi modale, le FRF sintetizzate, ovvero le FRF ricalcolate con i parametri stimati, vengono confrontate con quelle misurate per verificarne la qualità.

Tale metodo genera diagrammi di stabilizzazione molto chiari, anche nel caso di sistemi molto smorzati e FRF contaminate da rumore, come è possibile notare da Figura 2. Questo perché i poli

fisici presentano uno smorzamento positivo, i poli matematici uno smorzamento negativo e questi ultimi vengono eliminati dal diagramma.

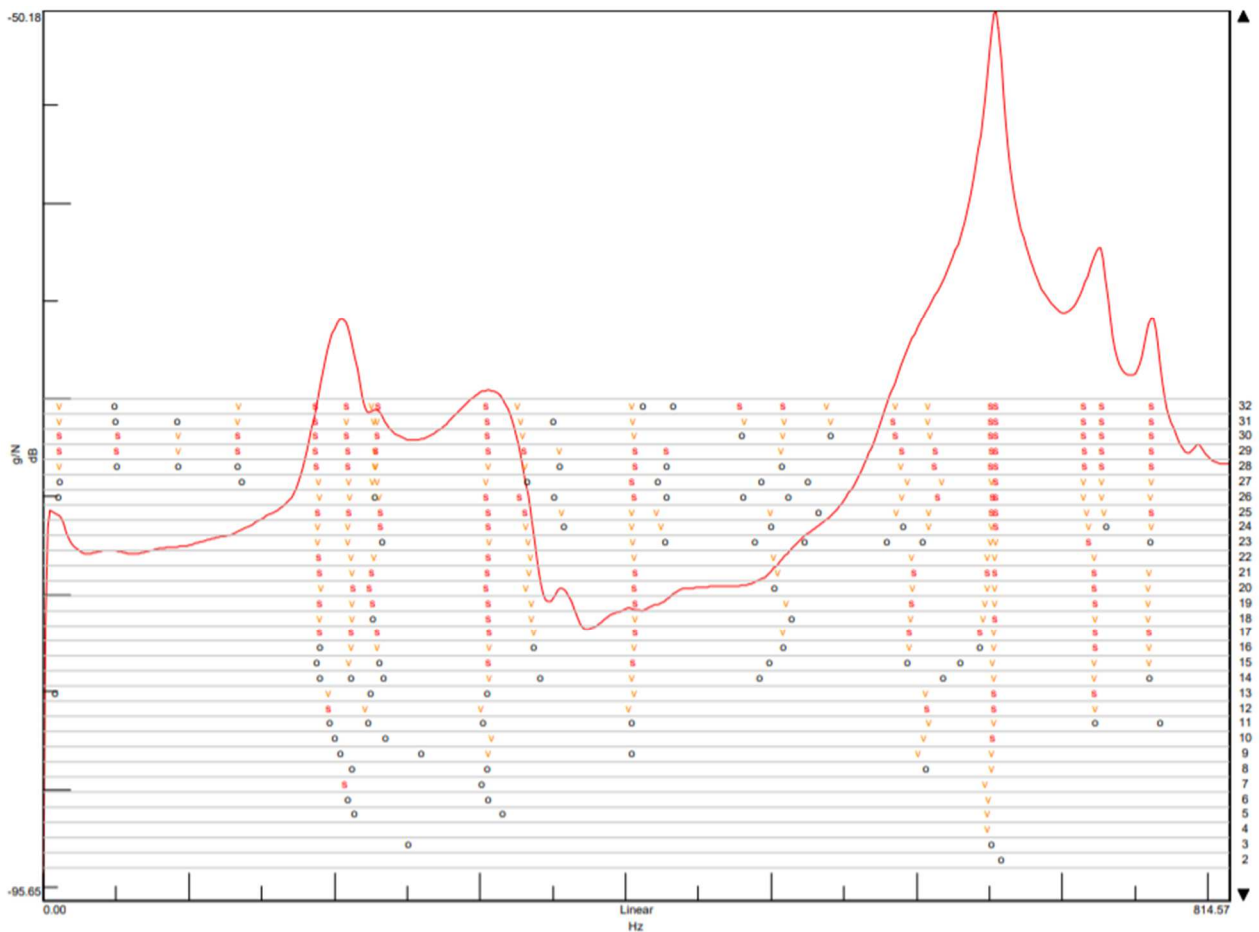


Figura 2. Diagramma di stabilizzazione ottenuto con PolyMAX

PolyMAX, inoltre, consente di effettuare l'analisi su bande ampie e di raggiungere ordini dei modi elevati. Tuttavia, produce scarse stime di smorzamento ad alti livelli di rumore.

Dal capitolo 3 vengono indicate con PolyMAXforMLMM le stime dei parametri ottenute sempre con PolyMAX. Si tratta di una seconda stima in modo da avere più dati per l'analisi statistica.

### 2.3. MLMM

MLMM (Maximum Likelihood- Modal Model) non è un metodo di stima dei parametri modali ai minimi quadrati ma è un metodo iterativo.

Esegue un'iterazione automatica dei parametri del modello modale, trovato inizialmente con PolyMAX, invece del modello polinomiale, ottimizzando l'adattamento tra il modello identificato e le funzioni di risposta in frequenza misurate. Va a regolare automaticamente i coefficienti dell'equazione analitica, prendendo il valore che meglio approssima l'FRF misurata, in modo da ridurre la differenza tra la FRF calcolata e la FRF effettiva per tutti i modi identificati. Un esempio di curva ottimizzata da MLMM, per il banco singolo in acciaio, è mostrato in Figura 3. Figura 3. Curva di ottimizzazione ottenuta calcolando l'MLMM dai parametri estratti da PolyMAX

Essendo iterativo impiega più tempo per la stima e la realizzazione del diagramma di stabilizzazione rispetto pLSCF. Inoltre, i diagrammi di stabilizzazione sono confusi rendendo difficile la selezione dei poli fisici.

Una funzionalità, che può essere aggiunta a tale metodo, permette di rifiutare automaticamente i poli matematici, ovvero modi dovuti al rumore presente nei dati ma irrilevanti per il sistema, utilizzando come criterio per la selezione dei poli fisici la sensibilità di massa. In particolare, durante il processo di ottimizzazione vengono rifiutati i poli con sensibilità di massa positiva [4].

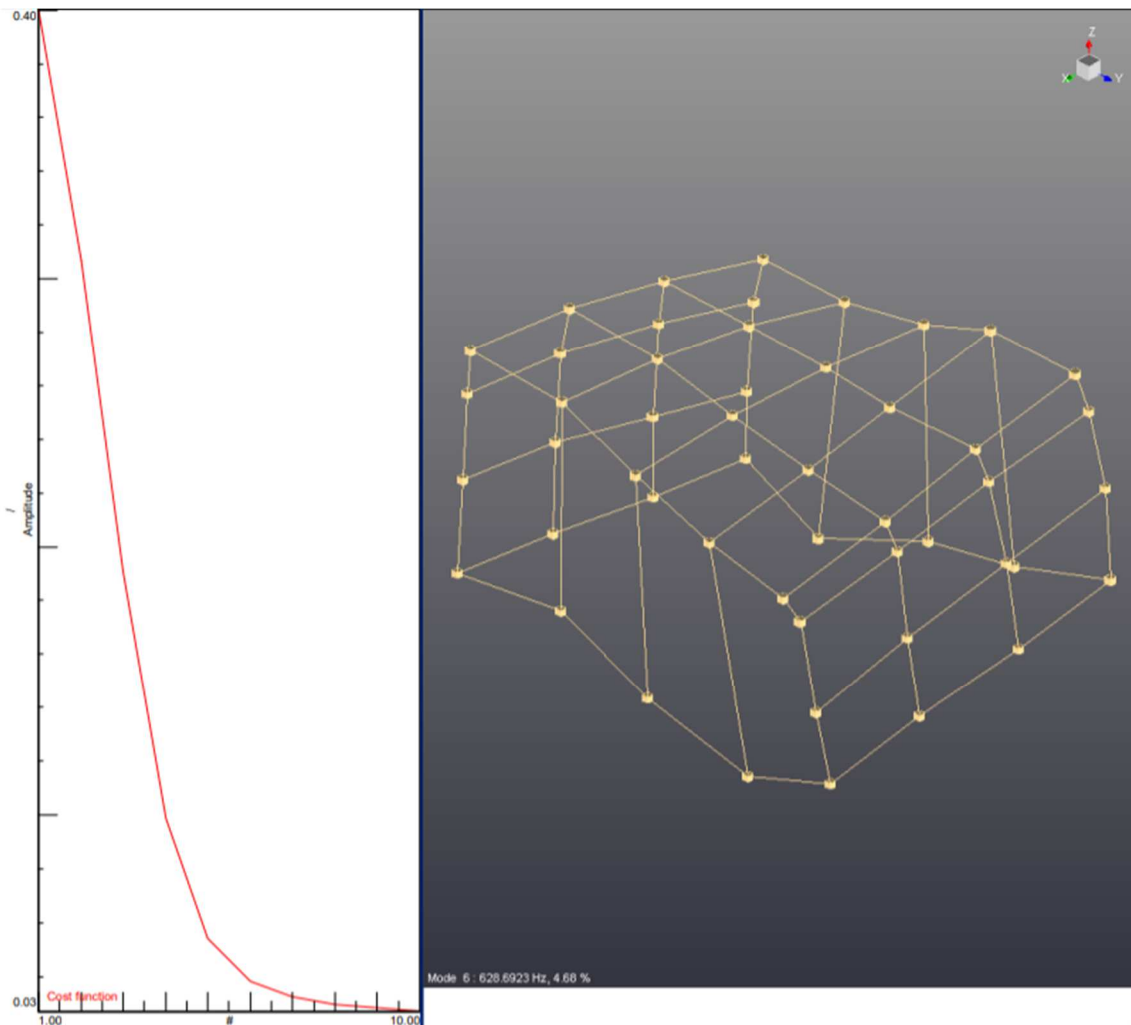


Figura 3. Curva di ottimizzazione ottenuta calcolando l'MLMM dai parametri estratti da PolyMAX

Tale metodo, nell'analisi dei banchi, verrà indicato con "PolyMAXMLMM".

#### 2.4. PolyMAX Plus

Il metodo PolyMAX Plus è un metodo di stima dei parametri modali nel dominio della frequenza, per cui utilizza le FRF come dati primari per condurre l'analisi modale. La stima viene fatta combinando gli algoritmi PolyMAX e MLE (Maximum Likelihood Estimation).

Essendo MLE un metodo iterativo, che va a selezionare ad ogni iterazione il valore più vicino alle FRF misurate, impiega molto tempo nella costruzione di un diagramma di stabilizzazione di non facile interpretazione: risulta difficile distinguere i modi fisici da quelli matematici. Per cui si sceglie di sfruttare i vantaggi di entrambi i metodi: MLE rimuove il rumore dai dati livellando l'errore residuo tra l'FRF misurata e l'FRF sintetizzata, ottenuta per un numero di gradi di libertà fisso; PolyMAX,

applicato all'FRF sintetizzata, costruisce un diagramma di stabilizzazione chiaro che permette di selezionare i poli fisici. Per questo il metodo PolyMAX Plus migliora la stabilizzazione dell'errore nel diagramma di stabilizzazione ed è in grado di fornire stime accurate dei parametri modali anche con livelli di rumore molto elevati [8].

La Figura 4 mostra il diagramma di stabilizzazione ottenuto con PolyMAX Plus nella banda di bassa frequenza del banco singolo in acciaio. Da essa si nota come, a differenza del diagramma di stabilizzazione di PolyMAX di Figura 2, l'errore si cominci a stabilizzare da un ordine inferiore. Si può osservare che anche i modi più smorzati, nel medio range di frequenza, producono una stabilizzazione evidente.

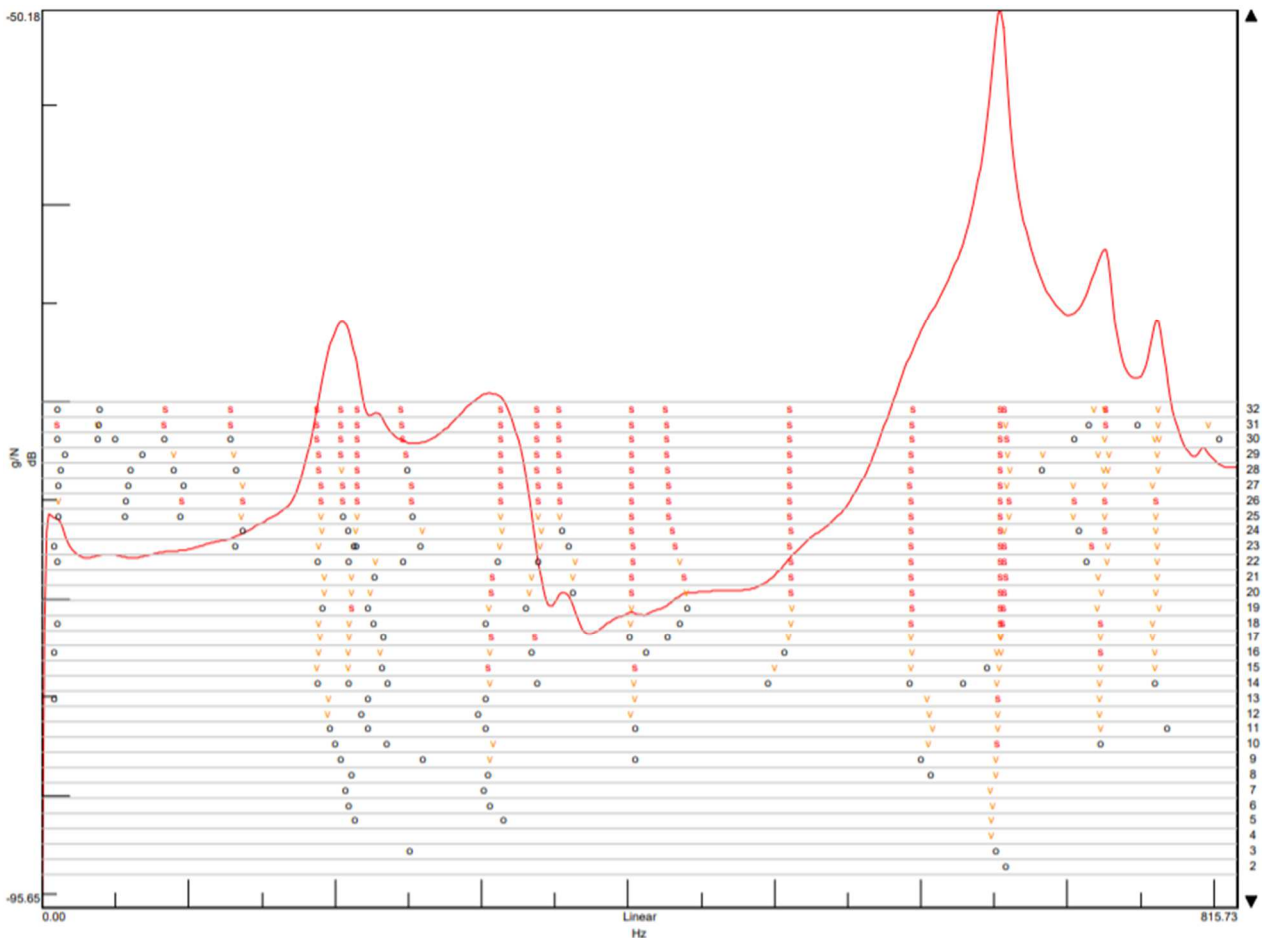


Figura 4. Diagramma di stabilizzazione ottenuto con PolyMAX Plus

## 2.5. Time domain

Il metodo nel dominio del tempo consiste sempre nel minimizzare l'errore quadratico, ma l'ottimizzazione riguarda una funzione esponenziale complessa. Per questo tale metodo viene detto Least Square Complex Exponential (LSCE). Esso utilizza le funzioni di risposta all'impulso (IRF) per stimare i parametri modali, ottenute applicando la trasformata inversa di Fourier alla funzione di risposta in frequenza in forma complessa (32). Per un sistema sottosmorzato può essere scritta:

$$h(t) = \sum_{r=1}^N \left[ A_{jkr} e^{\omega_r \zeta t + i(\omega - \omega_r \sqrt{1-\zeta^2})t} + A_{jkr}^* e^{\omega_r \zeta t + i(\omega + \omega_r \sqrt{1-\zeta^2})t} \right] \quad (34)$$

ossia come una serie di funzioni esponenziali i cui coefficienti  $A_r$  e  $A_r^*$  (autovettore e il suo complesso coniugato) sono i modi propri, dati da ampiezza e fase o parte reale e parte immaginaria, e i cui esponenti contengono la frequenza naturale e lo smorzamento del sistema (autovalori).

Per poter applicare tale metodo vengono inizialmente stimate le IRF ipotizzando il numero di gradi di libertà. Da queste vengono rigenerate le FRF e confrontate con quelle misurate. Si calcola l'errore quadratico della differenza tra la FRF rigenerata e quella misurata per un numero crescente di gradi di libertà, visualizzando successivamente l'andamento dell'errore in funzione della frequenza nel diagramma di stabilizzazione. Il numero di gradi di libertà ottimali per interpolare correttamente i dati misurati si ottiene al valore minimo in cui l'errore si stabilizza. A questo punto vengono ricalcolate le FRF con i parametri stimati e confrontate con quelle misurate.

L'algoritmo LSCE consente di ottenere stime globali dei parametri modali, è veloce e non iterativo come pLSCF. Fornisce una stima più accurata per quanto riguarda lo smorzamento, ma i diagrammi di stabilizzazione meno chiari con molti poli matematici rispetto pLSCF, come è possibile notare dal grafico seguente, in cui risulta difficile la distinzione tra poli fisici e matematici.

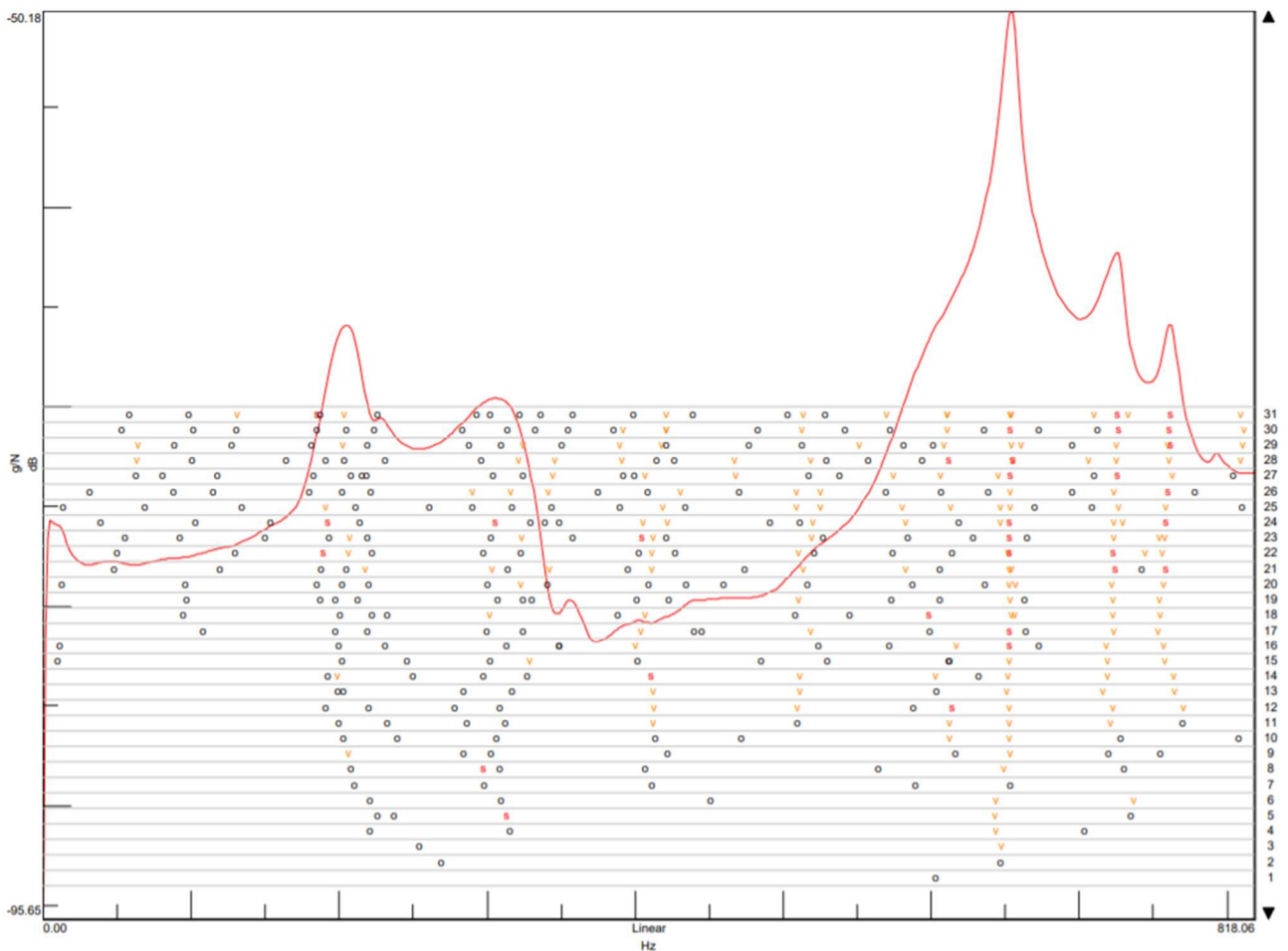


Figura 5. Diagramma di stabilizzazione ottenuto con LSCE

### 3. Banchi prova per motori elettrici

I banchi prova vengono utilizzati per testare dinamicamente i motori, permettendo di simulare le reali condizioni di utilizzo. Questo rappresenta un passaggio fondamentale nel collaudo di un motore in quanto permette di verificarne il corretto funzionamento ed individuare eventuali difetti di fabbricazione o danni dovuti a vibrazioni e urti, legati alle reali condizioni operative.

Sono costituiti da una base sulla quale viene fissato il motore da provare. Per la base possono essere utilizzati materiali diversi a seconda di quale presenti le caratteristiche migliori per il test di un dato motore. In questa tesi si sono analizzati, ad esempio, banchi in acciaio e in polimero.

Prima di poter testare un motore, tali banchi vengono sottoposti a delle vibrazioni, attraverso un impact test, per eseguire la caratterizzazione modale. Lo scopo è quello di verificare che le frequenze di risonanza e i modi propri non si accoppino con le frequenze di funzionamento dei motori da testare. Se una risonanza del banco si accoppiasse con quella del motore in prova ne amplificherebbe l'effetto causando una falsa diagnosi.

#### 3.1. Analisi del banco singolo in acciaio

Tra le varie configurazioni di banchi testati, viene preso come riferimento il banco singolo in acciaio. Per poter effettuare l'analisi modale, viene innanzitutto definita la griglia dei punti di misura nei quali è possibile spostare gli accelerometri per ottenere diverse acquisizioni delle FRF. Precisamente vengono definiti su tale banco 50 punti di misura visibili nella Figura 6.

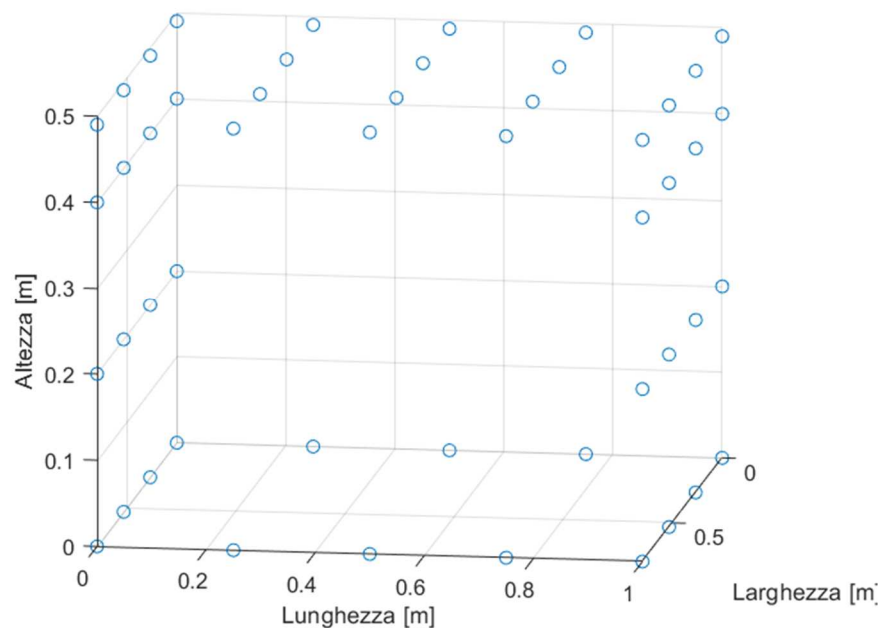


Figura 6. Griglia punti di misura del banco singolo in acciaio



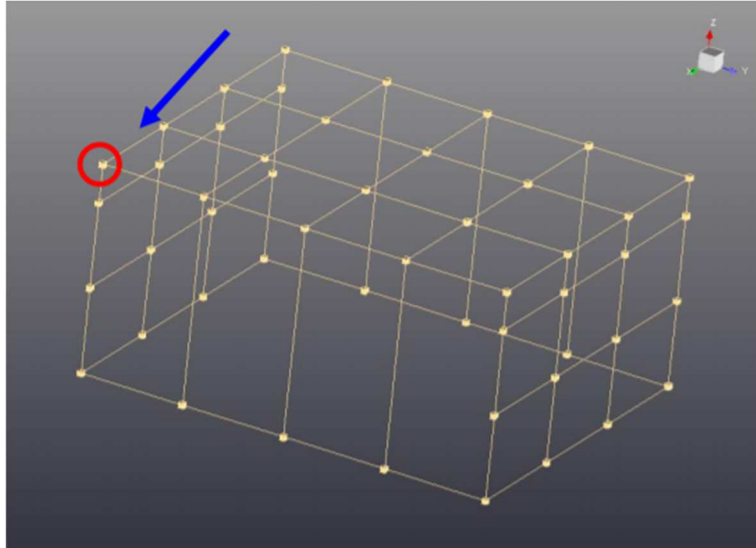


Figura 7. Punto 28 nella griglia di misura del banco singolo in acciaio

Il banco viene eccitato attraverso un martello strumentato PCB modello 086D20 con punta rigida ed estensione di massa, attraverso il quale viene misurata la forza in ingresso impartita.

La martellata viene data su un blocco prismatico, montato nel punto 28 della griglia (Figura 7), in direzione sghemba rispetto al sistema di riferimento, in modo da poter eccitare i modi di vibrare della struttura in tutte le direzioni, mentre la risposta viene misurata con due accelerometri piezoelettrici triassiali PCB modello 356A32 in modalità roving accelerometer, ovvero vengono spostati sequenzialmente su tutti i punti di misura e fissati con cera d'api.

Il banco viene testato sia in condizione di vincolo rigido sia in condizione di vincolo free per verificare la condizione di vincolo ottimale. Nel primo caso il banco è rigidamente connesso a terra, condizione realizzata con molle ad aria scariche (pressione di 0 bar); nel secondo caso le molle ad aria presentano una pressione di 5 bar. Le FRF vengono misurate in quattro punti del banco e dal loro confronto, in queste due condizioni di vincolo, risulta migliore la condizione free in quanto il vincolo aggiunge un moto rigido e smorza i modi ad alta frequenza, invece il minor smorzamento della condizione free rende più accurata l'analisi modale.

Partendo dalla visualizzazione delle funzioni di risposta in frequenza, sono stati utilizzati diversi algoritmi per verificare la qualità dei parametri modali estratti. Dai valori di frequenza e smorzamento ottenuti, è stata condotta un'analisi statistica per individuare il valore atteso e l'incertezza, in particolare sulla stima dello smorzamento. L'analisi è stata suddivisa tra bassa frequenza (0-820 Hz) e alta frequenza (820-1325 Hz).

Parametri modali: frequenza di risonanza

Gli algoritmi utilizzati considerando la banda 0-820 Hz intera sono: PolyMAXMLMM, PolyMAX Plus, PolyMAXforMLMM, PolyMAX e il Time domain. PolyMAX e PolyMAX Plus vengono impiegati anche per eseguire l'analisi suddividendo il range di bassa frequenza in tre bande (0-87Hz; 87-380Hz; 380-820 Hz).

I valori della frequenza di risonanza stimati con i diversi metodi, per i sei modi individuati, sono elencati nella Tabella 1 e riorganizzati nella Figura 8 attraverso un grafico a barre, riportando sulle ascisse i modi e sulle ordinate le frequenze.

Tabella 1. Valori della frequenza stimati nella banda 0-820 Hz

	Mode					
	1	2	3	4	5	6
<b>PolyMAXMLMM-1band</b>	10.4704	205.6839	308.0619	653.3549	724.4813	759.4333
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	11.2118	204.1512	306.1982	654.6282	726.8320	761.9511
<b>PolyMAXPlus-3bands</b>	11.7770	207.0081	304.6878	655.1359	725.0208	762.7501
<b>PolyMAXforMLMM-1band</b>	10.8182	208.4882	304.3011	654.5772	727.1200	761.2015
<b>PolyMAX-1band</b>	10.8221	208.5184	304.3584	654.5804	727.1185	761.2142
<b>PolyMAX-3bands</b>	11.7332	208.1142	304.4363	654.8892	728.0495	762.4063
<b>Time-1band</b>	6.7620	203.5257	313.6626	654.0313	724.5067	761.0057
<b>MEDIA</b>	10.5135	206.4985	306.5295	654.4567	726.1613	761.4232
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	1.7241	2.0784	3.4349	0.5919	1.4555	1.0979

È possibile osservare che, per quanto riguarda la stima della frequenza di risonanza nel range di bassa frequenza, tutti i metodi riescono a fornire valori molto precisi e accurati.

Il metodo nel dominio del tempo fornisce una stima della frequenza leggermente meno precisa, più distante dal valore medio che rappresenta la stima del valore atteso. Inoltre, la stima ottenuta suddividendo il range in 3 bande è meno precisa rispetto a quella ottenuta considerando la banda interamente.

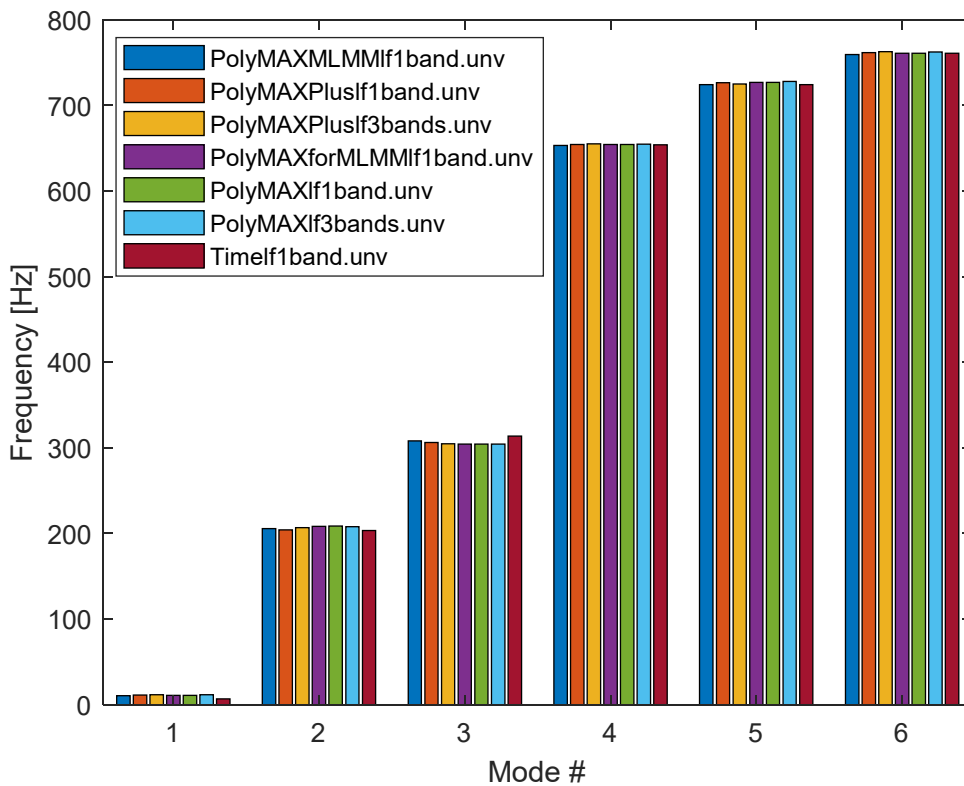


Figura 8. Valori della frequenza nella banda 0-820 Hz rappresentati mediante grafico a barre

Nella banda di alta frequenza (820-1325 Hz) i valori della frequenza di risonanza, riportati con le rispettive medie nella Tabella 2, sono stati stimati utilizzando gli approcci PolyMAXMLMM, PolyMAX Plus, PolyMAXforMLMM e Time domain, tutti applicati all'intera banda di frequenza considerata.

Tra questi metodi, PolyMAXMLMM e PolyMAXforMLMM tendono a sovrastimare la frequenza rispetto al valor medio e non sono in grado di stimare il modo 19; PolyMAX Plus e l'analisi nel dominio del tempo, al contrario, la sottovalutano.

Tabella 2. Valori della frequenza stimati nella banda 820-1325 Hz

	<b>Mode</b>					
	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>PolyMAXMLMM-1band</b>	882.1290	917.5744	925.9746	964.0636	992.9231	1030.3547
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	866.7101	874.3065	917.9850	925.7343	964.0572	992.5189
<b>PolyMAXforMLMM-1band</b>	874.3225	917.5203	927.4993	964.0285	992.8149	1028.3764
<b>Time-1band</b>	866.5589	874.2508	918.3320	925.7184	963.5145	992.4791
<b>MEDIA</b>	872.4301	895.9130	922.4477	944.8862	978.3274	1010.9323
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	7.4126	24.9812	4.9937	22.1239	16.7927	21.3003

<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
1090.5344	1121.4630	1174.4966	1193.9151	1218.3772	1261.2122	0
1028.6375	1090.7923	1123.9156	1175.0107	1193.6382	1216.3957	1261.5751
1089.9440	1121.6906	1174.7735	1194.2064	1217.1947	1259.4901	0
1028.7346	1090.5392	1125.9830	1174.9884	1193.0636	1216.3957	1274.1563
1059.4626	1106.1213	1149.7922	1184.5302	1205.5685	1238.3735	1267.8657
35.5386	17.8471	28.6987	11.0056	14.1178	25.3874	8.8963

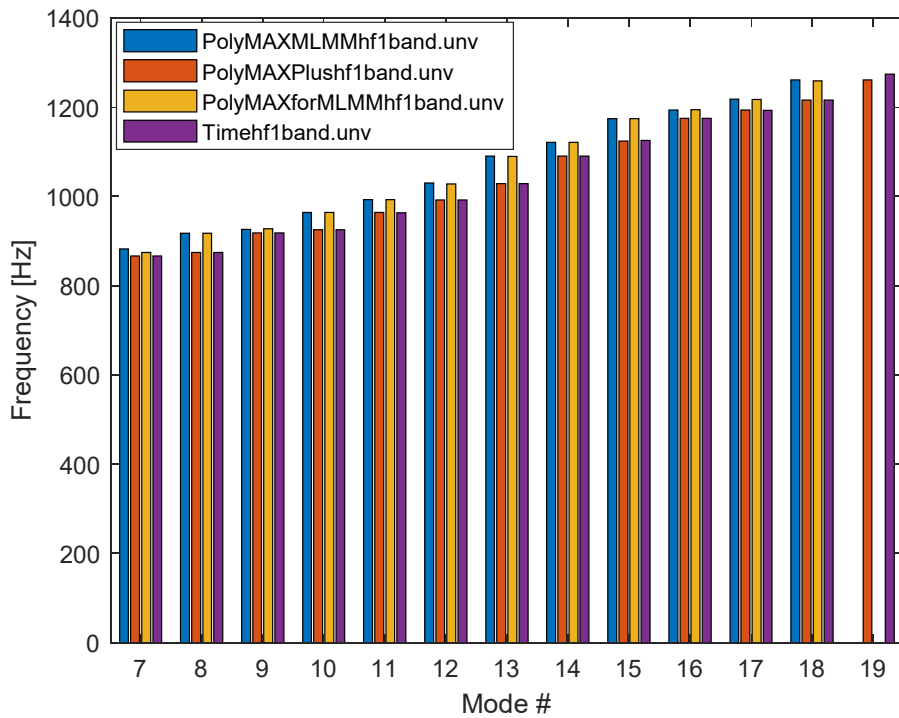


Figura 9. Valori della frequenza nella banda 820-1325 Hz rappresentati mediante grafico a barre

Come si vedrà in seguito anche per i successivi banchi, le stime della frequenza fornite dai diversi metodi sono molto allineate tra loro. Lo stesso non si verifica nella stima dello smorzamento.

Inoltre, escludendo il primo modo rigido, tutte le frequenze sono maggiori di 200 Hz. Se si considera una velocità di rotazione del motore di 6000 rpm, corrispondente ad una frequenza di risonanza di 100 Hz, il banco non amplificherà la forzante in ingresso. Lo scopo è quello di non far coincidere le frequenze proprie del banco con la frequenza del motore da testare.

Parametri modali: smorzamento

Maggiori differenze tra i metodi, e quindi maggiore incertezza, emergono nella stima dello smorzamento. I valori di smorzamento nella bassa frequenza sono raggruppati nella Tabella 3 e mostrati nella Figura 10.

Tabella 3. Valori dello smorzamento stimati nella banda 0-820 Hz

	Mode					
	1	2	3	4	5	6
<b>PolyMAXMLMM-1band</b>	0.1430	0.0542	0.0723	0.0070	0.0069	0.0092
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	0.1686	0.0779	0.1266	0.0050	0.0077	0.0066
<b>PolyMAXPlus-3bands</b>	0.1388	0.0907	0.1056	0.0047	0.0142	0.0062
<b>PolyMAXforMLMM-1band</b>	0.1324	0.0512	0.0959	0.0043	0.0064	0.0063
<b>PolyMAX-1band</b>	0.1315	0.0511	0.0960	0.0043	0.0064	0.0063
<b>PolyMAX-3bands</b>	0.1110	0.0694	0.0995	0.0047	0.0056	0.0064
<b>Time-1band</b>	0.2790	0.0675	0.0905	0.0053	0.0084	0.0082
<b>MEDIA</b>	0.1577	0.0660	0.0981	0.0050	0.0079	0.0070
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	0.0562	0.0150	0.0163	0.0009	0.0029	0.0012

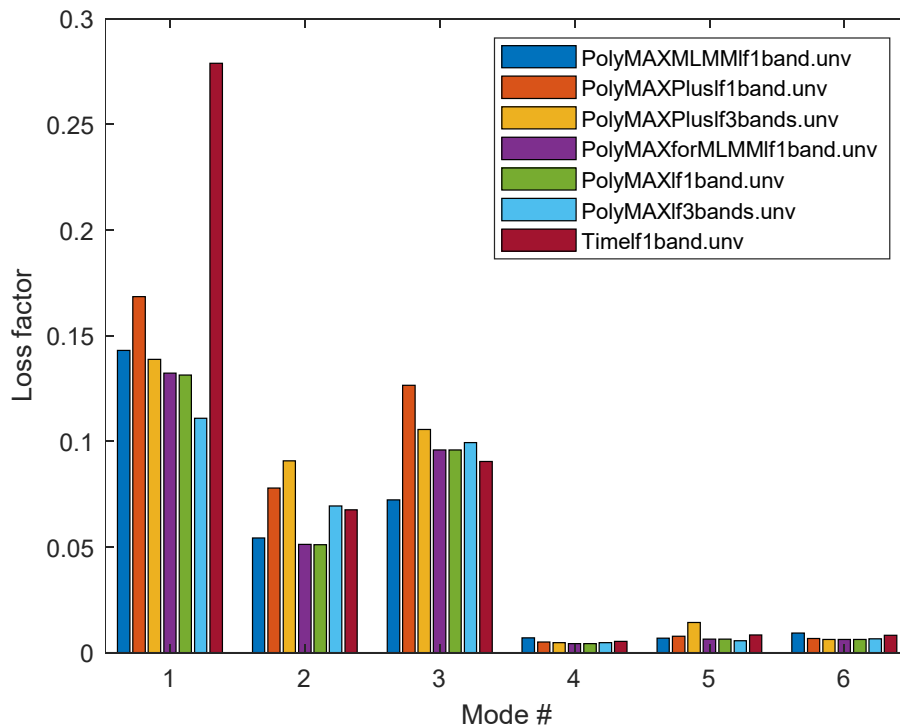


Figura 10. Valori dello smorzamento nella banda 0-820 Hz rappresentati mediante grafico a barre

Per poter meglio visualizzare e valutare il metodo più affidabile, nel grafico a barre di Figura 11 è stato sovrapposto il valor medio per ciascun modo.

Si nota che il time domain sovrastima lo smorzamento esclusivamente del primo modo, avvicinandosi al valor medio per i restanti modi. PolyMAX Plus è il metodo che fornisce i valori più elevati sia considerando una singola banda sia dividendo il range 0-820 Hz in tre bande. Il loss factor dei primi tre modi, inoltre, è molto più grande rispetto i valori assunti dai modi successivi. Questi sono anche i modi dove emerge maggiore incertezza data la variabilità dei valori stimati. Per questo, successivamente, verrà fatto un confronto tra i valori medi dello smorzamento separando i primi modi dai successivi.

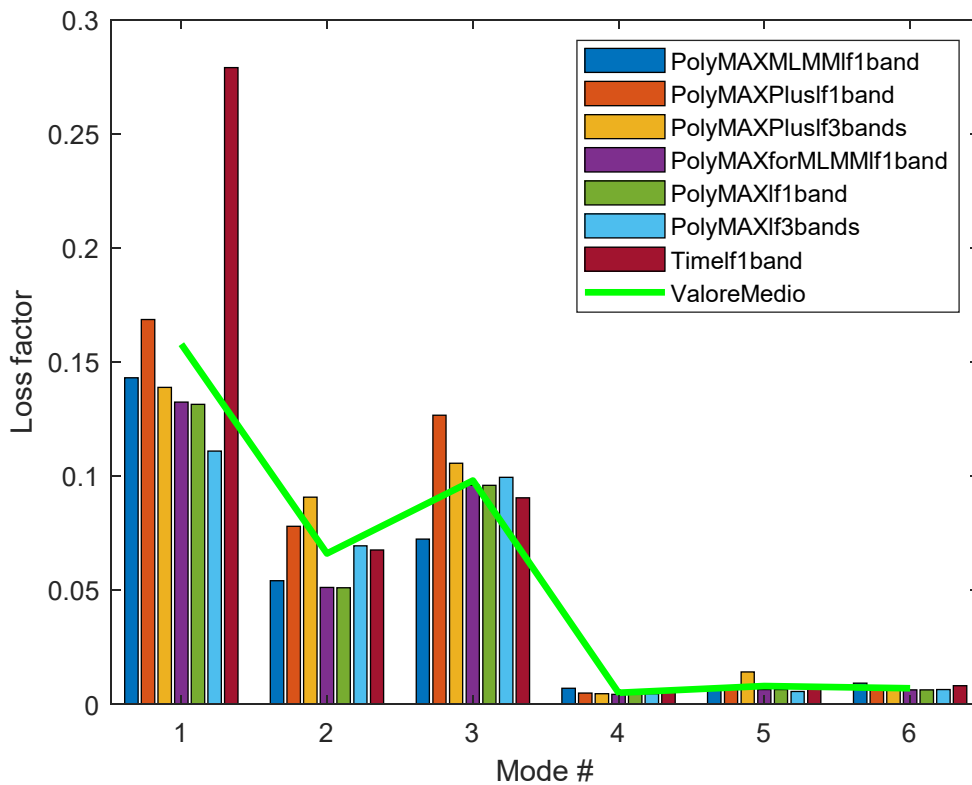


Figura 11. Valori dello smorzamento con sovrapposizione del valore medio (0-820 Hz)

Analizzando la Figura 13, ovvero il grafico a barre dello smorzamento nel range di alta frequenza (820-1325 Hz), si nota che PolyMAXMLMM fornisce i valori di smorzamento più elevati rispetto la media. A seguire, come per la bassa frequenza, PolyMAX Plus per i modi a più alta frequenza. Gli altri approcci tendono a fornire valori leggermente inferiori rispetto il valor medio. L'ultimo modo non viene individuato dai metodi PolyMAXMLMM e PolyMAXforMLMM.

Tabella 4. Valori dello smorzamento stimati nella banda 820-1325 Hz

	Mode					
	7	8	9	10	11	12
<b>PolyMAXMLMM-1band</b>	0.0483	0.0042	0.0051	0.0041	0.0306	0.0291
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	0.0019	0.0020	0.0047	0.0047	0.0039	0.0061
<b>PolyMAXforMLMM-1band</b>	0.0019	0.0031	0.0050	0.0039	0.0057	0.0007
<b>Time-1band</b>	0.0019	0.0018	0.0046	0.0051	0.0038	0.0063
<b>MEDIA</b>	0.0135	0.0028	0.0048	0.0044	0.0110	0.0106
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	0.0232	0.0011	0.0002	0.0005	0.0131	0.0126

<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
0.0076	0.0109	0.0039	0.0053	0.0070	0.0105	0
0.0007	0.0068	0.0145	0.0031	0.0051	0.0082	0.0121
0.0072	0.0066	0.0025	0.0045	0.0061	0.0103	0
0.0007	0.0071	0.0025	0.0034	0.0055	0.0074	0.0046
0.0040	0.0078	0.0058	0.0041	0.0059	0.0091	0.0084
0.0039	0.0020	0.0058	0.0010	0.0008	0.0015	0.0053

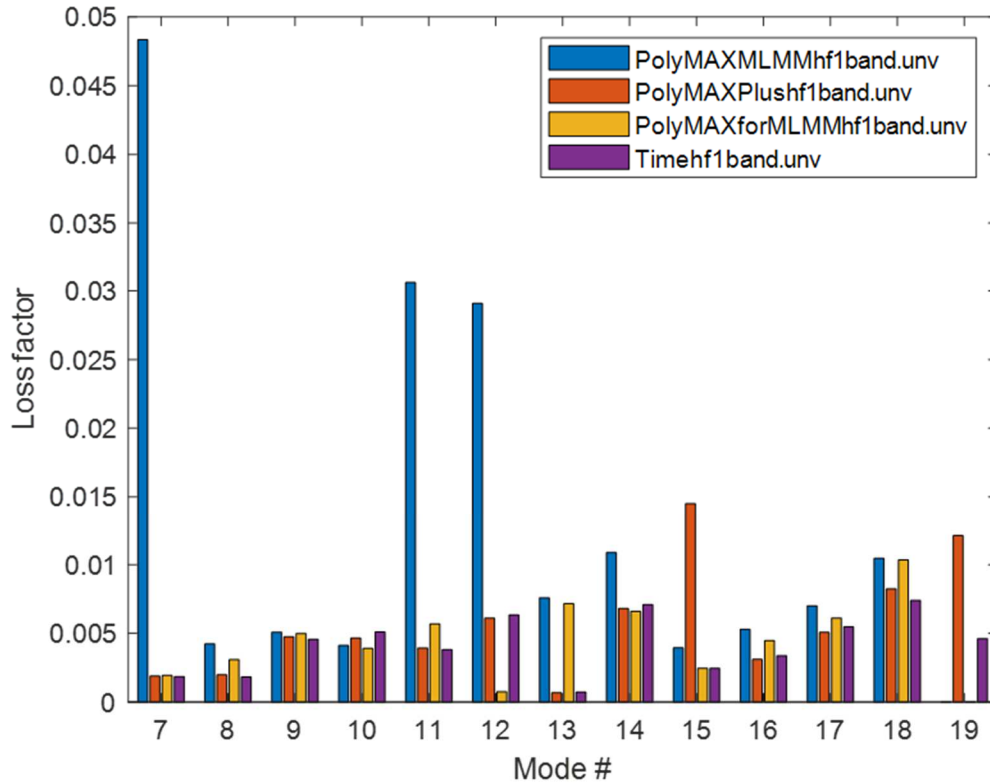


Figura 12. Valori dello smorzamento nella banda 820-1325 Hz rappresentati mediante grafico a barre

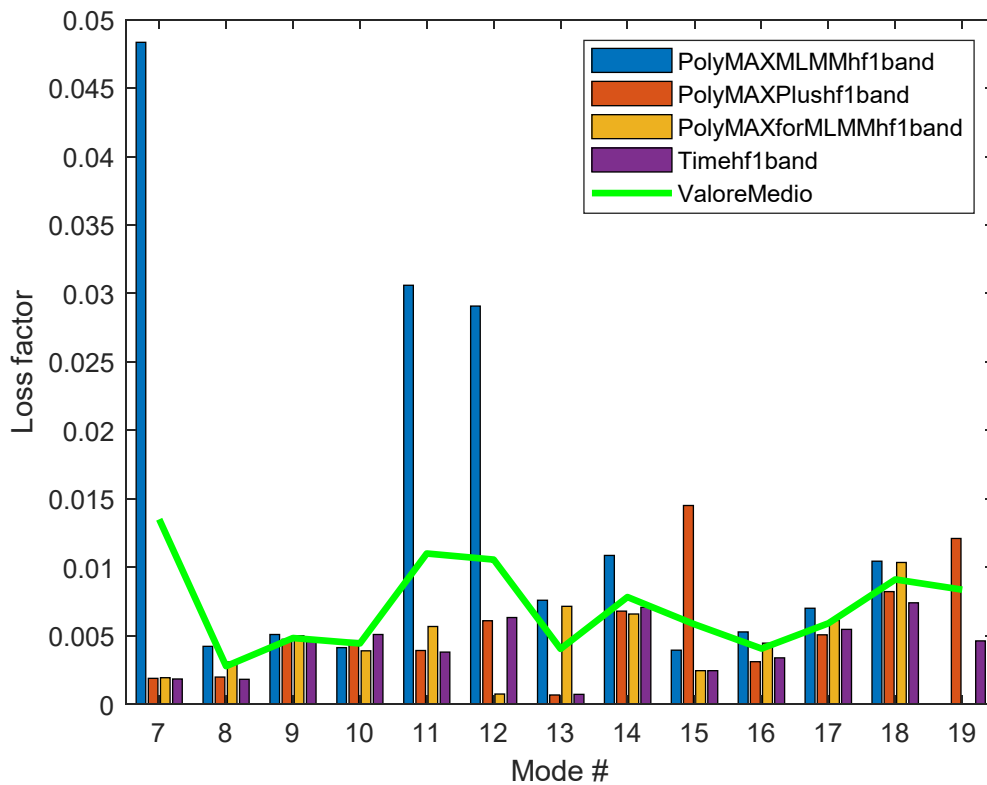


Figura 13. Valori dello smorzamento con sovrapposizione del valore medio (820-1325 Hz)

Dalle osservazioni fatte in bassa e alta frequenza, fatta eccezione del primo modo in cui è il time domain che produce un outlier, emerge che il metodo MLMM è quello che più si discosta dai valori medi di ciascun modo, sovrastimando di molto lo smorzamento. Per questo si è proseguita l'analisi escludendo tale metodo e calcolando di nuovo il valor medio (Tabella 5). Il tutto è visibile nella Figura 14 e nella Figura 15. Con tale esclusione si ottiene minore incertezza nella stima dei parametri modali in quanto il valor medio tende ad avvicinarsi maggiormente ai valori stimati dai restanti metodi. Tra questi ultimi, PolyMAX Plus sovrastima alcuni modi e PolyMAXforMLMM ne sovrastima altri, ma per la maggior parte tendono ad avvicinarsi al valor medio. Anche il time domain non si discosta molto dal valore atteso, eccetto per qualche modo in cui sottostima abbastanza lo smorzamento.

Tabella 5. Valori medi ricalcolati in seguito dell'esclusione di PolyMAXMLMM

	Mode																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
<b>MEDIA</b>	0.1602	0.0680	0.1024	0.0047	0.0081	0.0067	0.0019	0.0023	0.0048	0.0046	0.0045	0.0044	0.0029	0.0068	0.0065	0.0037	0.0056	0.0087	0.0084



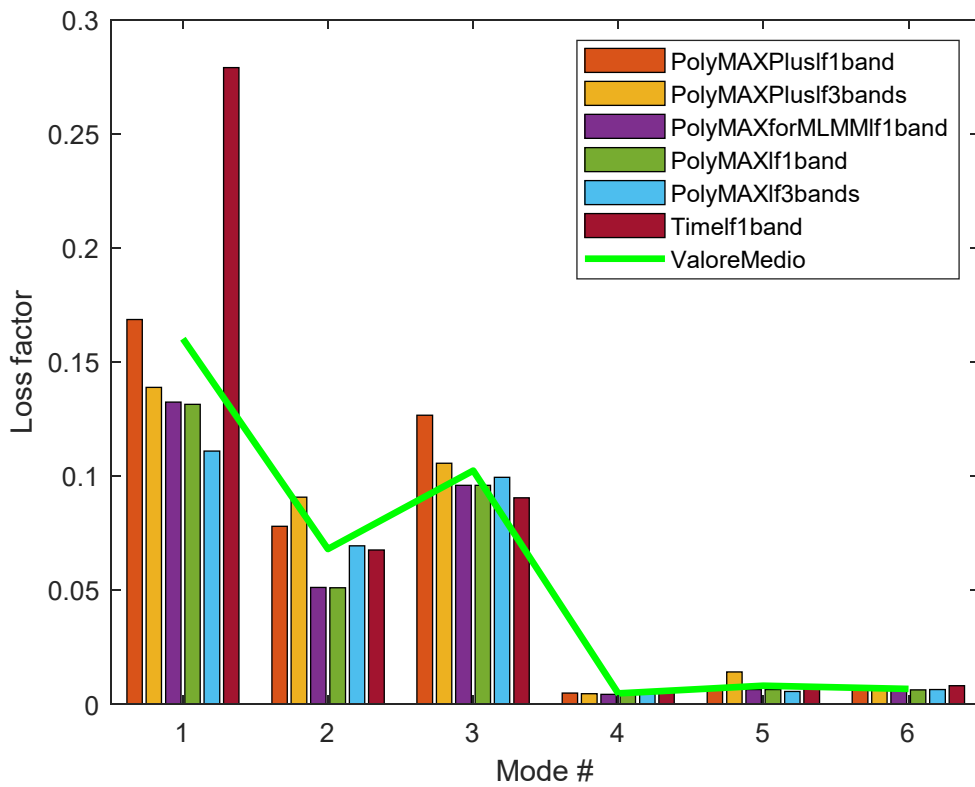


Figura 14. Esclusione di PolyMAXMLMM e sovrapposizione del valor medio ricalcolato, banda 0-820 Hz

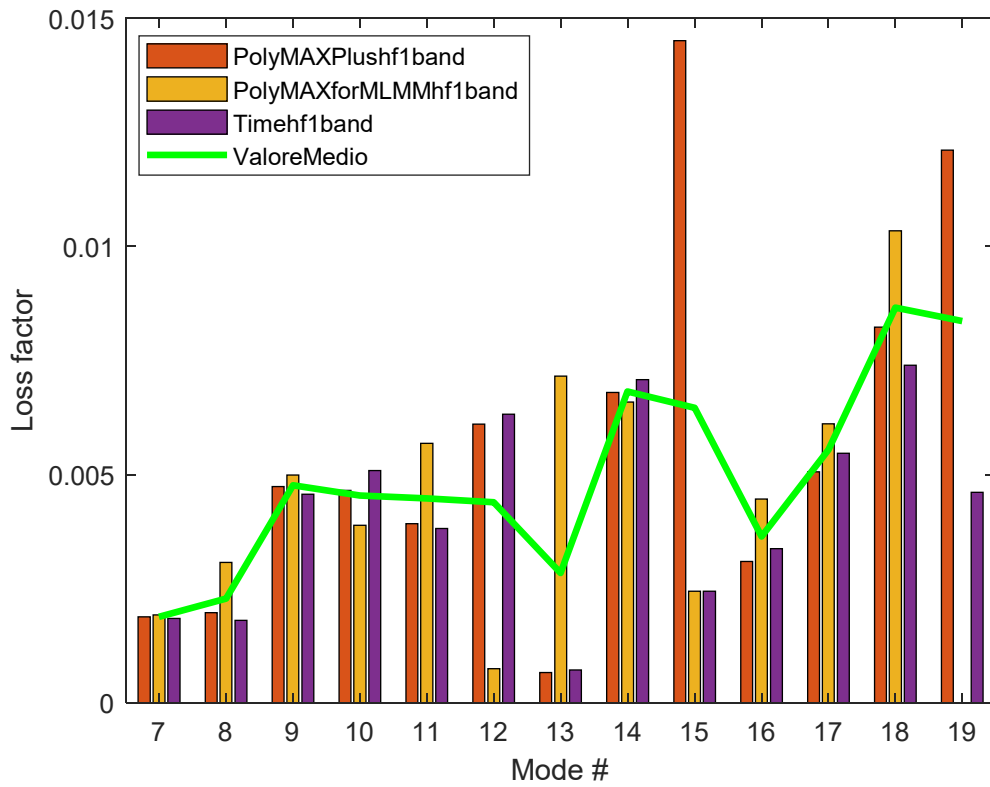


Figura 15. Esclusione di PolyMAXMLMM e sovrapposizione del valor medio ricalcolato, banda 820-1325 Hz

A conclusione dell'analisi del banco singolo in acciaio è possibile affermare che PolyMAX Plus e PolyMAX tendono ad essere i metodi più affidabili per la stima dei parametri modali.

In seguito, viene analizzato il banco doppio in acciaio, per tentare di ottenere uno smorzamento maggiore della forzante, seguendo uno schema analogo a quanto fatto per il banco singolo.

### 3.2. Analisi del banco doppio in acciaio

L'analisi modale sul banco doppio in acciaio con piana unica è stata eseguita con gli stessi strumenti di eccitazione e di misura della risposta alla forzante utilizzati per il banco singolo, testando anch'esso nelle condizioni di vincolo rigido e vincolo free.

Tale banco è costituito dall'unione di due banchi singoli in acciaio sui quali viene posizionata una piana monolitica che aumenta la rigidità del banco nel complesso. La piana presenta dei fori filettati nei quali è possibile posizionare gli accelerometri. La griglia dei punti di misura, in questo caso, è costituita da 88 punti come mostrato nella Figura 16. La martellata viene impartita, come per il banco singolo e così per il banco in polimero, in direzione sghemba rispetto il sistema di riferimento nel punto 28, mostrato nella Figura 17.

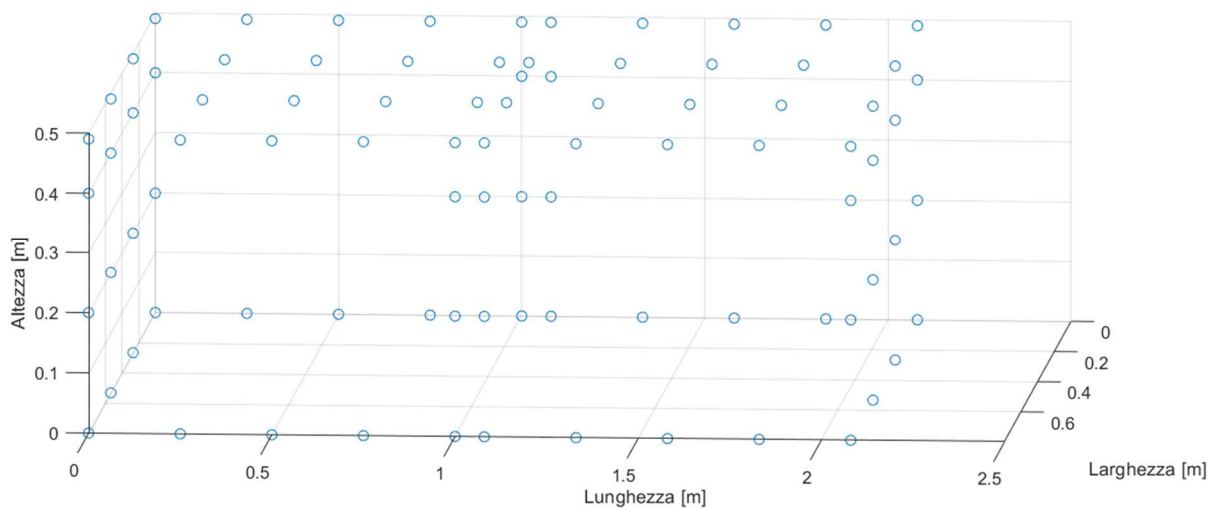


Figura 16. Griglia punti di misura del banco doppio in acciaio

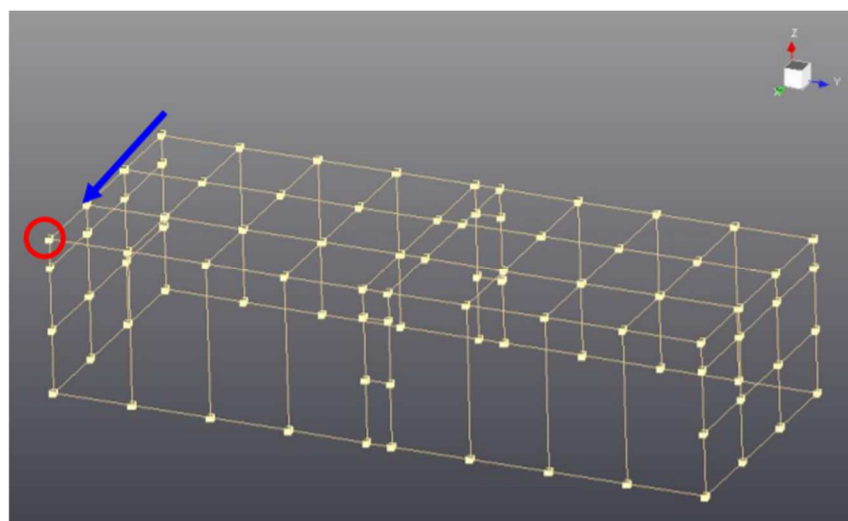


Figura 17. Punto 28 nella griglia di misura del banco doppio in acciaio

Anche gli algoritmi utilizzati per stimare i parametri modali sono gli stessi sia per il range di bassa frequenza (0-870 Hz) sia per il range di alta frequenza (870-1395 Hz). Rispetto al banco singolo, dalla Figura 18, in cui sono confrontate la somma delle FRF per il banco singolo e per il banco doppio, si nota che la soglia tra le due bande si è spostata ad una frequenza maggiore (870 Hz rispetto gli 820 Hz del banco singolo) e che i modi nel range di alta frequenza sono leggermente più smorzati. Questo perché il banco doppio è più rigido e quindi smorza maggiormente le eccitazioni. Inoltre, la bullonatura, che unisce i due banchi singoli, introduce maggiore rumore nel segnale, rendendo meno coerente l'FRF del banco doppio rispetto l'FRF del banco singolo, visibile sempre nella Figura 18.

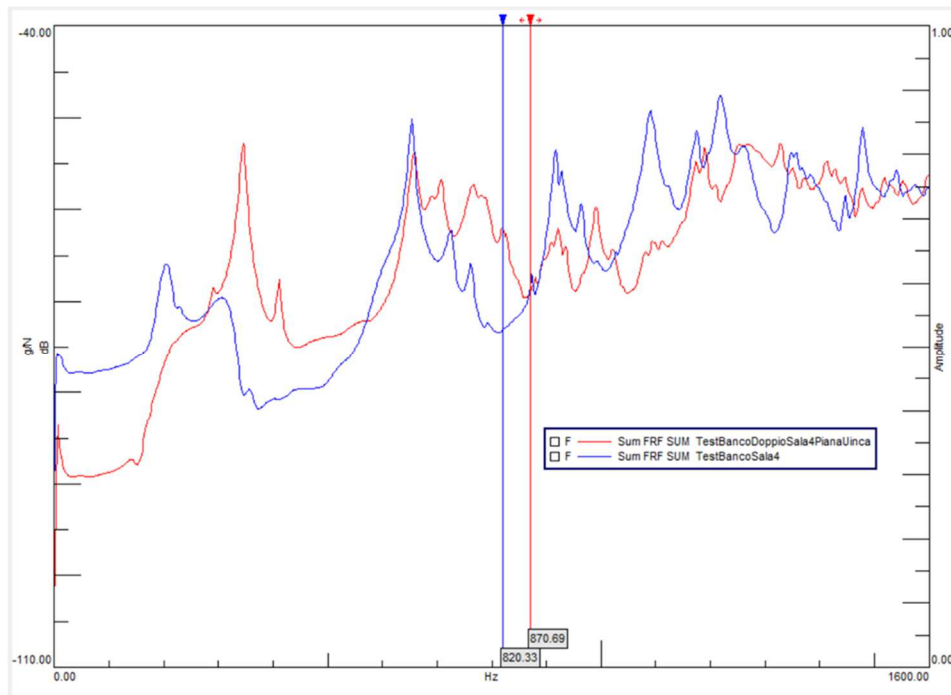


Figura 18. Confronto somma FRF del banco singolo e banco doppio in acciaio

Parametri modali: frequenza di risonanza

I vari metodi forniscono valori di frequenza molto precisi sia nella banda di bassa frequenza sia nella banda di alta frequenza. I valori stimati dai diversi algoritmi, riportati nella Tabella 6 e nella Tabella 7, per ciascuno dei 23 modi individuati si aggirano intorno allo stesso valore che è poi il valore atteso. Le due stime ottenute con PolyMAX (PolyMAXforMLMM e PolyMAX -1band) nella banda 0-870 Hz, forniscono esattamente gli stessi valori eccetto per il modo 7. Con esclusione del primo modo rigido, tutte le frequenze proprie del banco sono superiori i 290 Hz, rispetto i 200 Hz del banco singolo. La maggior rigidità del banco fa spostare le frequenze di risonanza verso valori più alti.

Tabella 6. Valori della frequenza stimati nella banda 0-870 Hz

	Mode		
	1	2	3
PolyMAXMLMM-1band	5.4652	288.1405	345.1546
PolyMAXPlus-1band	10.4110	290.0440	345.8771
PolyMAXPlus-3bands	6.5324	290.8525	345.9678
PolyMAXforMLMM-1band	5.8690	293.3592	341.9667
PolyMAX-1band	5.8690	293.3592	341.9667
PolyMAX-3bands	6.5324	290.3432	346.5265
Time-1band	5.6126	290.8509	345.1943
<b>MEDIA</b>	6.6131	290.9928	344.6648
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	1.7255	1.8573	1.9023

4	5	6	7	8
410.7678	657.6107	705.7073	763.0525	789.3608
411.0033	658.3126	706.9678	759.3601	784.8758
411.5492	656.2913	706.8930	760.7527	785.8291
411.7625	659.1895	706.7466	759.7261	788.3358
411.7625	659.1895	706.7466	765.5146	788.3358
411.6081	657.5757	707.0474	766.2960	787.7613
411.0320	658.7598	706.8946	763.9883	787.6276
411.3550	658.1327	706.7148	762.6700	787.4466
0.4096	1.0514	0.4575	2.7816	1.5601

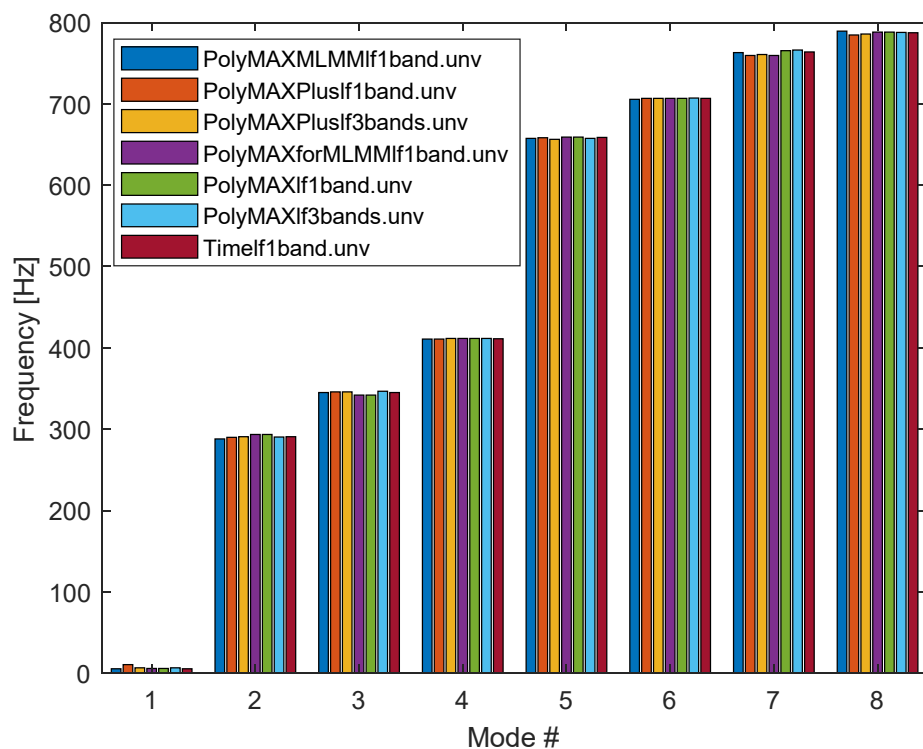


Figura 19. Valori della frequenza nella banda 0-870 Hz rappresentati mediante grafico a barre

Tabella 7. Valori della frequenza stimati nella banda 870-1395 Hz

	<b>Mode</b>				
	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>PolyMAXMLMM-1band</b>	901.7846	921.8573	935.7929	991.0483	1020.7737
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	909.6071	921.0519	935.9011	990.6950	1021.6506
<b>PolyMAXforMLMM-1band</b>	905.1062	921.1793	935.7801	990.6297	1020.9726
<b>Time-1band</b>	907.3726	921.0392	936.3308	991.2409	1022.2283
<b>MEDIA</b>	905.9676	921.2819	935.9512	990.9035	1021.4063
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	3.3396	0.3887	0.2588	0.2905	0.6643

<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
1084.7555	1098.4381	1117.1165	1175.3831	1189.9012
1080.9008	1093.7876	1112.5599	1174.4744	1190.0986
1080.6270	1095.2200	1112.1780	1175.0600	1190.1734
1080.9215	1094.3414	1113.1026	1174.5635	1190.7018
1081.8012	1095.4467	1113.7392	1174.8703	1190.2188
1.9741	2.0796	2.2833	0.4281	0.3419

<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>
1207.7361	1252.5287	1271.4093	1328.3915	1349.2742
1210.3097	1249.5987	1267.4320	1329.4738	1348.9877
1208.2454	1248.9811	1266.4404	1328.7241	1347.0540
1209.2847	1248.8379	1265.3582	1330.0451	1350.2005
1208.8940	1249.9866	1267.6600	1329.1586	1348.8791
1.1428	1.7266	2.6391	0.7444	1.3222

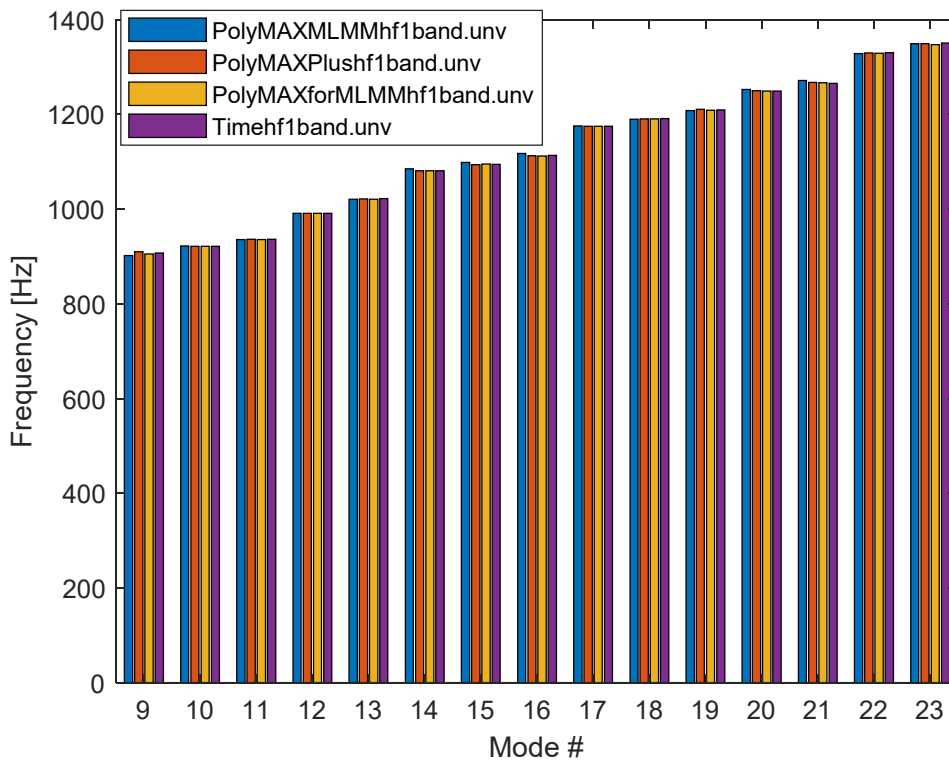


Figura 20. Valori della frequenza nella banda 870-1395 Hz rappresentati mediante grafico a barre

#### Parametri modali: smorzamento

Analizzando il primo modo nel grafico a barre di Figura 22, che fa riferimento al range di bassa frequenza, si nota subito che il metodo MLMM non riesce ad individuarlo; PolyMAX Plus, applicato sull'intera banda di bassa frequenza, è il metodo che si discosta maggiormente dal valor medio, sovrastimando lo smorzamento ad un valore quasi triplo; anche il metodo nel dominio del tempo fornisce una stima circa doppia rispetto il valore atteso. Al contrario, PolyMAX sottostima lo smorzamento del modo 1 in entrambe le stime. I metodi che più si avvicinano al valore atteso sono PolyMAX Plus e PolyMAX entrambi applicati suddividendo la banda di bassa frequenza nei range 0-87 Hz, 87-480 Hz, 480-870 Hz. Il secondo modo viene sovrastimato da PolyMAXMLMM e sottostimato da tutti gli altri. Per i restanti modi i vari metodi non si discostano di molto dal valore atteso come invece avviene per i primi due.

Tabella 8. Valori dello smorzamento stimati nella banda 0-870 Hz

	Mode		
	1	2	3
<b>PolyMAXMLMM-1band</b>	0	0.1548	0.0107
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	0.2752	0.0098	0.0111
<b>PolyMAXPlus-3bands</b>	0.0777	0.0080	0.0071
<b>PolyMAXforMLMM-1band</b>	0.0128	0.0183	0.0112
<b>PolyMAX-1band</b>	0.0128	0.0183	0.0112
<b>PolyMAX-3bands</b>	0.0763	0.0089	0.0091
<b>Time-1band</b>	0.1788	0.0117	0.0112
<b>MEDIA</b>	0.1056	0.0328	0.0102
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	0.1029	0.0539	0.0016

	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
	0.0075	0.0109	0.0115	0.0121	0.0117
	0.0024	0.0102	0.0063	0.0101	0.0060
	0.0040	0.0084	0.0057	0.0097	0.0063
	0.0045	0.0083	0.0059	0.0089	0.0067
	0.0045	0.0083	0.0059	0.0050	0.0067
	0.0039	0.0075	0.0058	0.0095	0.0090
	0.0063	0.0102	0.0066	0.0161	0.0120
	0.0048	0.0091	0.0068	0.0102	0.0083
	0.0017	0.0013	0.0021	0.0034	0.0026

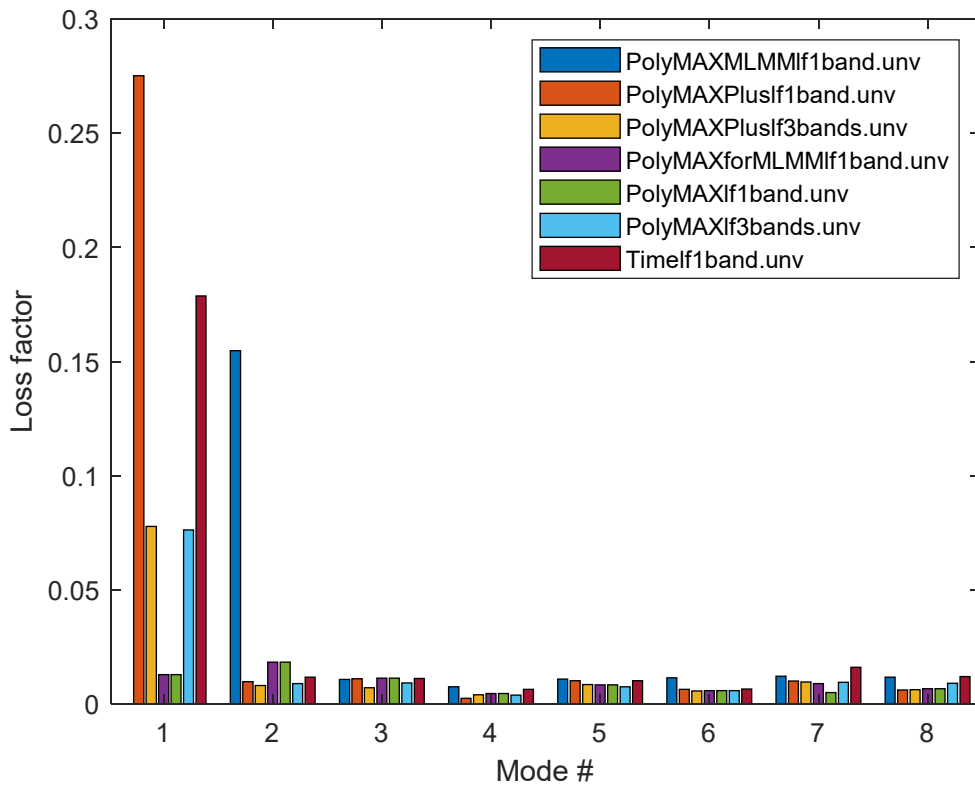


Figura 21. Valori dello smorzamento nella banda 0-870 Hz rappresentati mediante grafico a barre

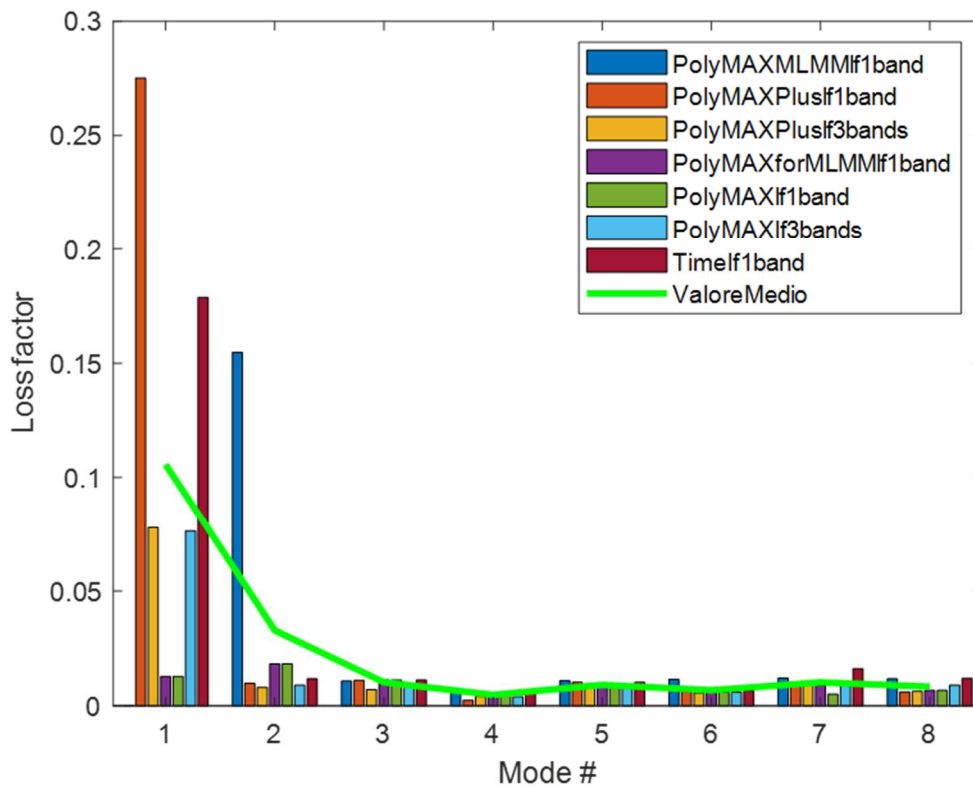


Figura 22. Valori dello smorzamento con sovrapposizione del valore medio (0-870 Hz)

Nella banda di alta frequenza le varie analisi per la stima dello smorzamento forniscono valori piuttosto diversi tra loro: PolyMAXMLMM sovrastima quasi la totalità dei modi in alta frequenza discostandosi dal valor medio, esattamente come per i primi modi di bassa frequenza, PolyMAXforMLMM è quello che fornisce i valori più bassi, PolyMAX Plus sottostima anch'esso lo smorzamento. Il metodo che più si avvicina al valore atteso è quello nel dominio del tempo.

Tabella 9. Valori dello smorzamento stimati nella banda 870-1395 Hz

	Mode								
	9	10	11	12	13	14			
<b>PolyMAXMLMM-1band</b>	0.0258	0.0126	0.0081	0.0078	0.0188	0.0211			
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	0.0069	0.0053	0.0050	0.0065	0.0075	0.0069			
<b>PolyMAXforMLMM-1band</b>	0.0047	0.0050	0.0012	0.0064	0.0073	0.0066			
<b>Time-1band</b>	0.0133	0.0061	0.0068	0.0063	0.0094	0.0075			
<b>MEDIA</b>	0.0127	0.0072	0.0053	0.0068	0.0108	0.0105			
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	0.0095	0.0036	0.0030	0.0007	0.0055	0.0071			
	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	0.0150	0.0141	0.0039	0.0046	0.0108	0.0123	0.0119	0.0060	0.0051
	0.0053	0.0051	0.0041	0.0042	0.0046	0.0067	0.0085	0.0049	0.0057
	0.0048	0.0031	0.0026	0.0034	0.0023	0.0047	0.0024	0.0036	0.0007
	0.0070	0.0077	0.0039	0.0041	0.0057	0.0071	0.0172	0.0052	0.0052
	0.0080	0.0075	0.0036	0.0041	0.0058	0.0077	0.0100	0.0049	0.0042
	0.0047	0.0048	0.0007	0.0005	0.0036	0.0032	0.0062	0.0010	0.0023



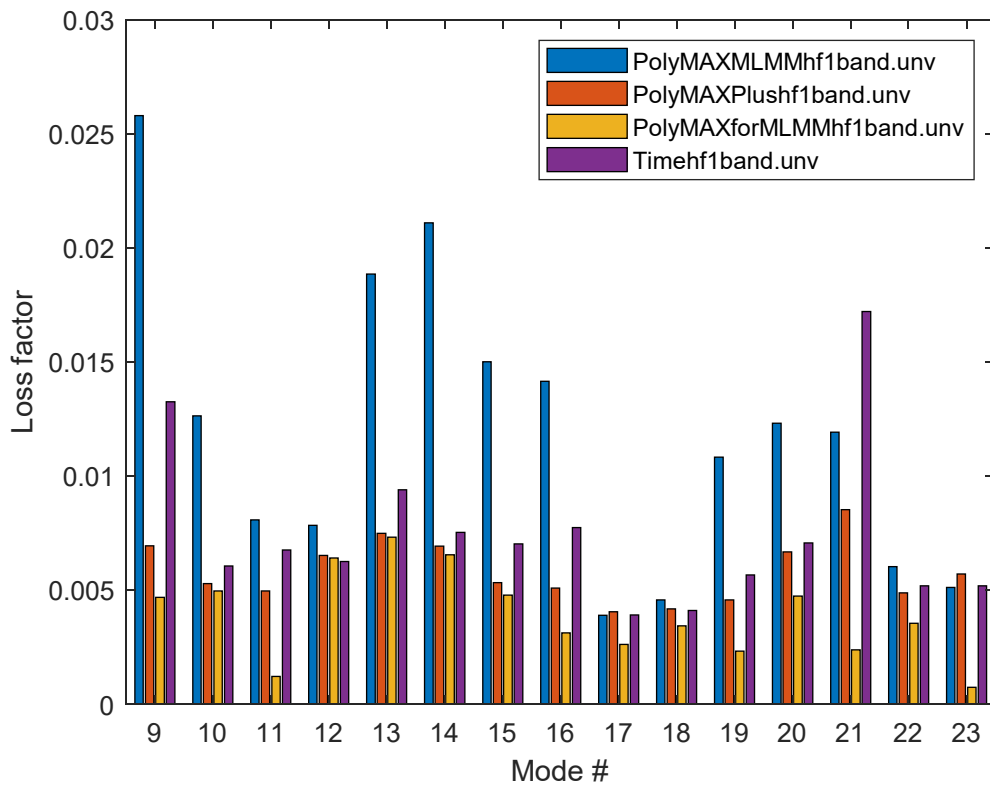


Figura 23. Valori dello smorzamento nella banda 870-1395 Hz rappresentati mediante grafico a barre

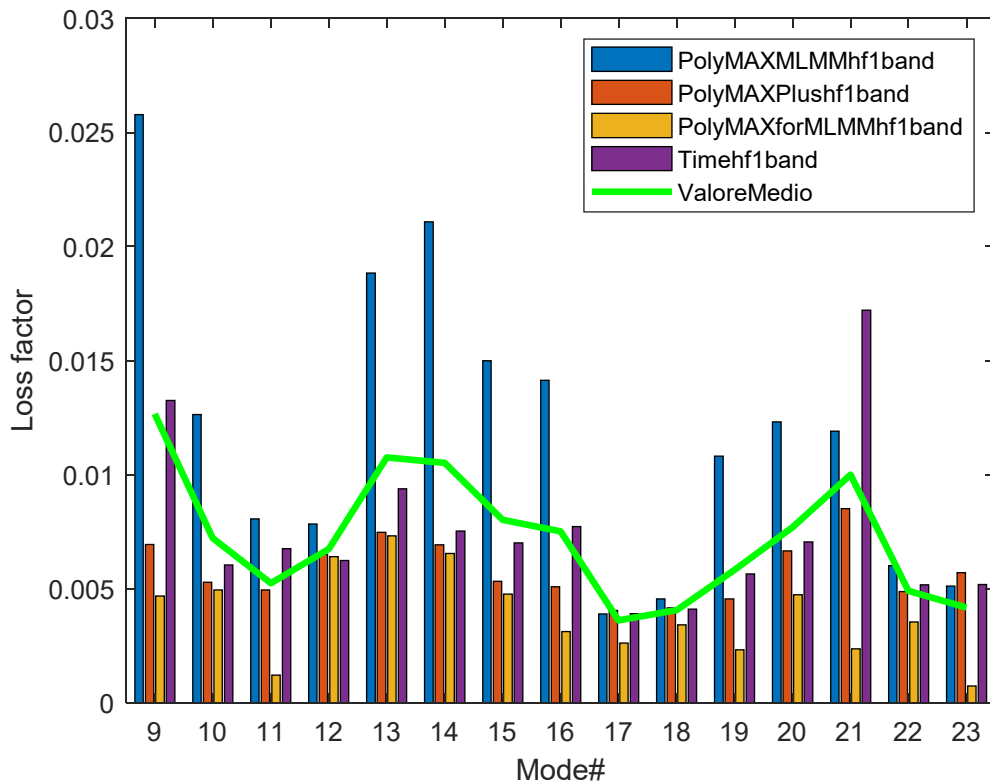


Figura 24. Valori dello smorzamento con sovrapposizione del valore medio (870-1395 Hz)

Poiché anche per il banco doppio in acciaio il metodo MLMM risulta essere il meno affidabile, viene eliminato dall'analisi. Dai grafici di Figura 25 e Figura 26, nei quali è stata sovrapposta la media ricalcolata (Tabella 10) tenendo conto delle stime dei restanti metodi, si nota una maggiore congruenza tra i valori stimati e il valore atteso per ciascun modo. Nella bassa frequenza questo si verifica per tutti i metodi, escludendo il primo modo. In alta frequenza è il time domain il metodo che si discosta maggiormente dalla media mentre, anche per questo banco, PolyMAX Plus sembra essere quello più affidabile. A seguire PolyMAX anche se sottostima alcuni modi.

Tabella 10. Valori medi ricalcolati in seguito all'esclusione di PolyMAXMLMM

	Mode							
	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>MEDIA</b>	0.1056	0.0125	0.0102	0.0043	0.0088	0.0060	0.0099	0.0078
<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>		
0.0083	0.0054	0.0043	0.0064	0.0081	0.0070	0.0057		
<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	
0.0053	0.0035	0.0039	0.0042	0.0062	0.0094	0.0045	0.0039	

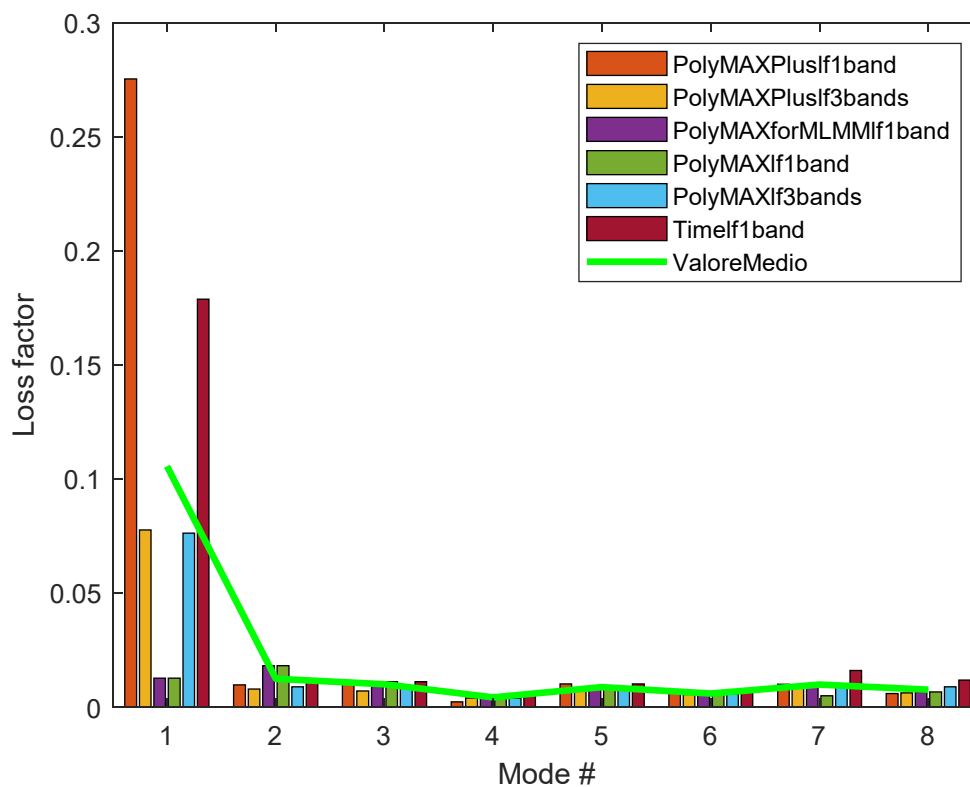


Figura 25. Esclusione di PolyMAXMLMM e sovrapposizione del valor medio ricalcolato, banda 0-870 Hz

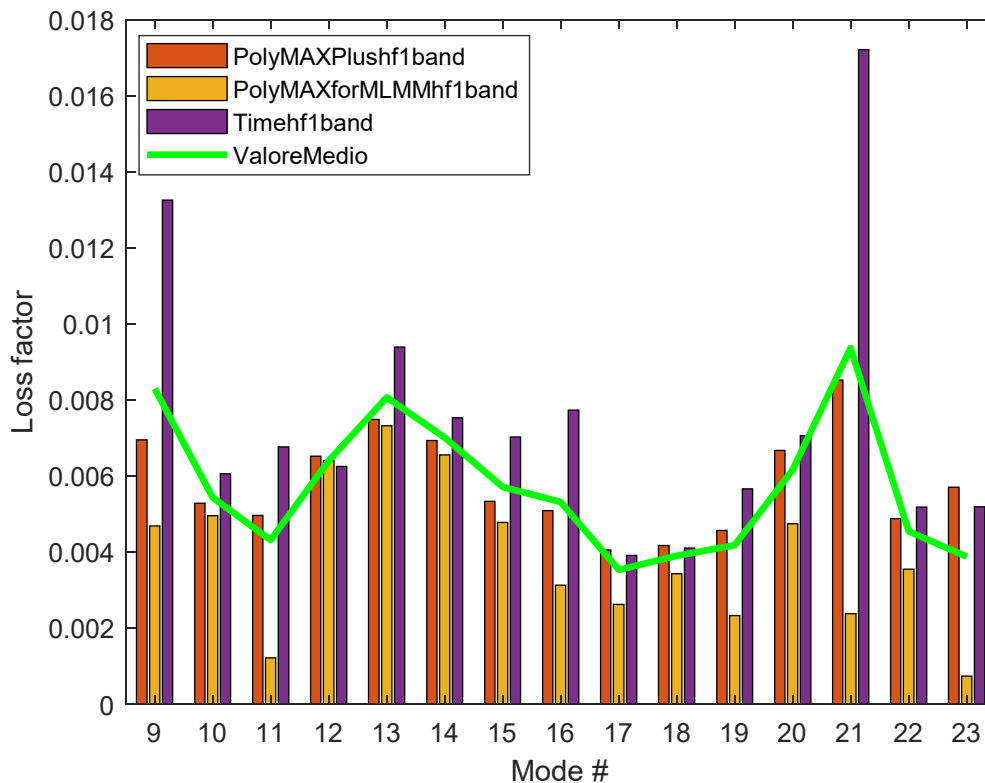


Figura 26. Esclusione di PolyMAXMLMM e sovrapposizione del valor medio ricalcolato, banda 870-1395 Hz

In conclusione, confrontando questo banco con il banco singolo analizzato in precedenza, è possibile notare come la soglia tra bassa e alta frequenza si sia spostata da 820 a 870 Hz, le frequenze di risonanza aumentino e così gli smorzamenti. Contrariamente a quanto ci si poteva aspettare, tale banco aumenta lo smorzamento ma non eccessivamente. Ha un andamento simile al banco singolo. Per questo si è pensato di cambiare materiale ed utilizzare il polimero, noto per le sue proprietà smorzanti, sempre come combinazione di due banchi.

Il banco doppio, infatti, essendo costituito da due elementi connessi presenta una rigidità maggiore che smorza maggiormente le eccitazioni cui è sottoposto. La connessione stessa tra i due elementi assorbe energia producendo un aumento di smorzamento. Inoltre, data la maggiore complessità del banco doppio, l'incertezza nella stima dei parametri modali aumenta, in particolare nella stima dello smorzamento in quanto, sia per il banco singolo che per il banco doppio, è stato analizzato come i vari algoritmi forniscano valori piuttosto precisi per le frequenze di risonanza.

### 3.3. Analisi del banco doppio in polimero

Il banco doppio in polimero è costituito da due blocchi in polimero uniti da un piano unico in acciaio. Esso è stato testato nelle medesime condizioni, stessa griglia di misura e driving point del banco doppio in acciaio. Si può fare riferimento alla Figura 16 e alla Figura 17 nelle quali viene mostrata la configurazione del banco doppio in acciaio.

Ciò che ci si aspetta, e ragione per cui viene testato tale banco, è un maggiore smorzamento dei modi dovuto sia alla maggiore rigidità del banco, essendo costituito da due blocchi accoppiati e la connessione assorbe energia aumentando lo smorzamento, sia alle proprietà del materiale stesso. Inoltre, nel caso di banco in polimero la densità modale è molto bassa, in quanto non ci sono modi locali, come è possibile notare nel grafico di Figura 27 in cui viene riportata la somma di tutte le FRF per i tre banchi. Da esso si nota anche come la soglia tra bassa e alta frequenza si sposti ad una frequenza maggiore rispetto il banco singolo e il banco doppio in acciaio, e come i modi siano maggiormente smorzati in alta frequenza.

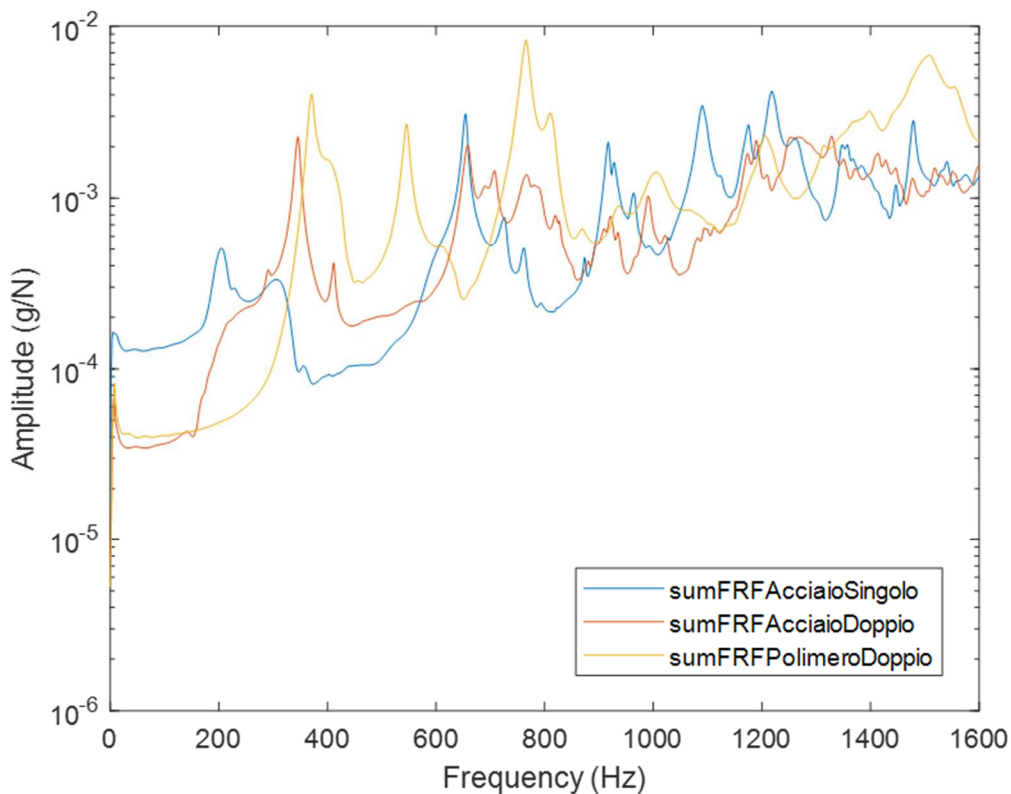


Figura 27. Confronto somma FRF del banco singolo in acciaio, banco doppio in acciaio e banco doppio in polimero

L'analisi seguente viene sempre distinta tra bassa frequenza e alta frequenza ed eseguita utilizzando gli stessi metodi utilizzati per stimare i parametri modali dei banchi precedentemente analizzati.

Parametri modali: frequenza di risonanza

Nella configurazione del banco doppio in polimero, il primo modo si presenta a 370 Hz a differenza del banco doppio in acciaio che presenta un primo modo di vibrare a circa 290 Hz. Le frequenze di risonanza in tale banco aumentano in generale attestandone l'incremento di rigidità.

Nella stima di tale parametro, i vari metodi forniscono valori molto simili tra loro, sia nel range di bassa frequenza sia nel range di alta frequenza, per cui l'incertezza nella loro stima è molto bassa.

Tabella 11. Valori di frequenza stimati nella banda 0-850 Hz

	Mode				
	1	2	3	4	5
<b>PolyMAXMLMM</b>	4.6869	370.8390	545.5943	764.8111	811.3655
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	6.4741	371.7350	544.1746	766.2817	810.0509
<b>PolyMAXPlus-3bands</b>	7.8386	371.6077	545.9540	766.9279	809.2138
<b>PolyMAXforMLMM</b>	6.7429	370.2517	546.5285	766.7321	809.0880
<b>PolyMAX-1band</b>	6.7429	370.2517	546.5285	766.7321	809.0880
<b>PolyMAX-3bands</b>	7.8277	369.7615	545.7837	767.1571	808.2127
<b>Time</b>	6.1799	370.3806	546.0367	765.8424	811.5040
<b>MEDIA</b>	6.6419	370.6896	545.8001	766.3549	809.7890
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	1.0741	0.7414	0.7985	0.8070	1.2446

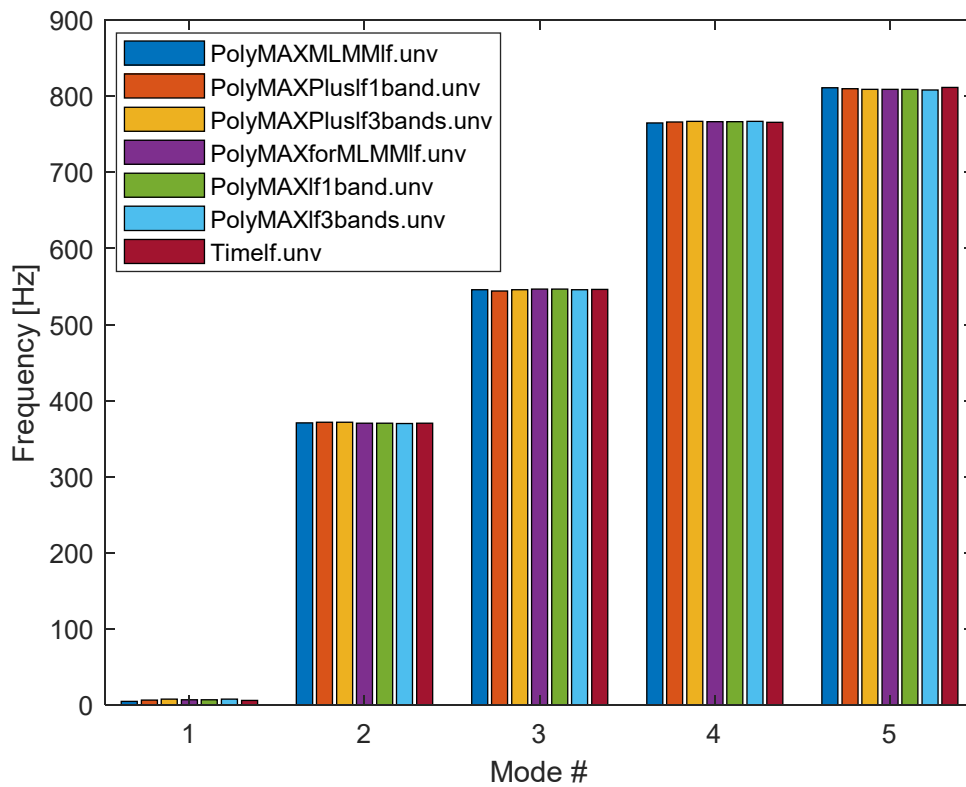


Figura 28. Valori della frequenza nella banda 0-850 Hz rappresentati mediante grafico a barre

Tabella 12. Valori di frequenza stimati nella banda 850-1600 Hz

	Mode					
	6	7	8	9	10	11
<b>PolyMAXMLMM</b>	847.5924	932.7578	1006.4752	1045.3917	1085.9380	1156.5869
<b>PolyMAXPlus</b>	865.5976	931.3190	1006.2730	1037.6775	1081.1984	1139.0672
<b>PolyMAXforMLMM</b>	866.7435	931.9143	1006.0534	1041.5466	1085.2250	1141.5914
<b>PolyMAX</b>	866.9504	931.9286	1006.0821	1041.4829	1085.1852	1141.7394
<b>Time</b>	865.6533	931.4893	1006.1807	1041.3158	1086.4012	1142.1627
<b>MEDIA</b>	862.5074	931.8818	1006.2129	1041.4829	1084.7896	1144.2295
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	8.3604	0.5571	0.1703	2.7291	2.0712	7.0141

12	13	14	15	16	17	18
1207.6693	1310.2924	1369.9421	1396.1979	1462.1151	1506.4318	1557.2818
1207.3669	1312.3710	1371.3920	1395.9926	1439.9512	1511.4834	1554.9645
1206.5711	1314.8283	1371.3108	1396.4732	1442.6743	1511.9147	1555.7921
1207.1648	1314.8872	1371.4572	1396.5162	1442.8510	1511.1109	1553.2631
1207.0756	1311.4065	1370.8859	1395.9337	1441.6112	1510.4075	1556.7709
1207.1696	1312.7571	1370.9976	1396.2227	1445.8405	1510.2696	1555.6145
0.4049	2.0540	0.6308	0.2674	9.1705	2.2156	1.5890

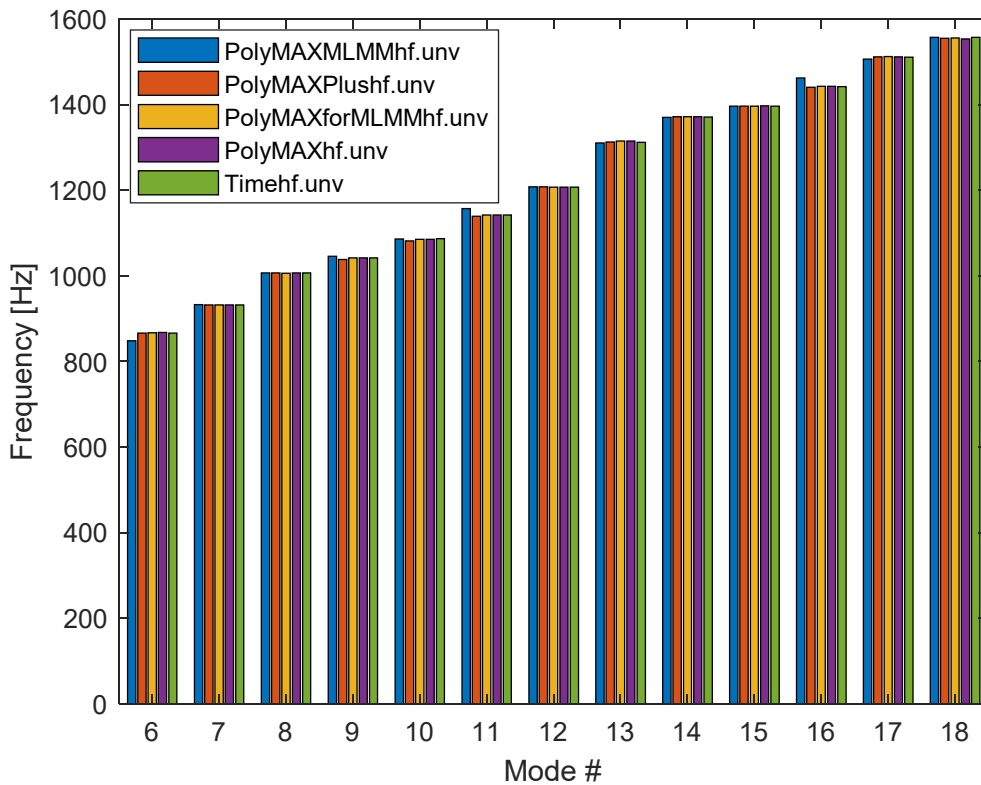


Figura 29. Valori della frequenza nella banda 850-1600 Hz rappresentati mediante grafico a barre

Parametri modali: smorzamento

Nel range di bassa frequenza i diversi metodi forniscono valori molto distanti tra loro esclusivamente per il primo modo: il metodo che più si discosta dal valor medio è PolyMAXMLMM, il quale sovrastima di molto il loss factor; il metodo nel dominio del tempo, PolyMAXPlus-3 bands e PolyMAX-3 bands, invece, sottostimano lo smorzamento. Tutti i valori estratti sono tabellati nella Tabella 13 per la bassa frequenza e nella Tabella 14 per l'alta frequenza e rappresentati in Figura 30 e Figura 32.

Tabella 13. Valori dello smorzamento stimati nella banda 0-850 Hz

	Mode				
	1	2	3	4	5
<b>PolyMAXMLMM</b>	0.9802	0.0108	0.0067	0.0072	0.0083
<b>PolyMAXPlus-1band</b>	0.2691	0.0124	0.0098	0.0077	0.0049
<b>PolyMAXPlus-3bands</b>	0.0659	0.0103	0.0078	0.0080	0.0161
<b>PolyMAXforMLMM</b>	0.1472	0.0122	0.0076	0.0080	0.0054
<b>PolyMAX-1band</b>	0.1472	0.0122	0.0076	0.0080	0.0054
<b>PolyMAX-3bands</b>	0.0664	0.0111	0.0077	0.0076	0.0051
<b>Time</b>	0.0576	0.0159	0.0076	0.0091	0.0097
<b>MEDIA</b>	0.2477	0.0121	0.0078	0.0079	0.0078
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	0.3315	0.0018	0.0010	0.0006	0.0041

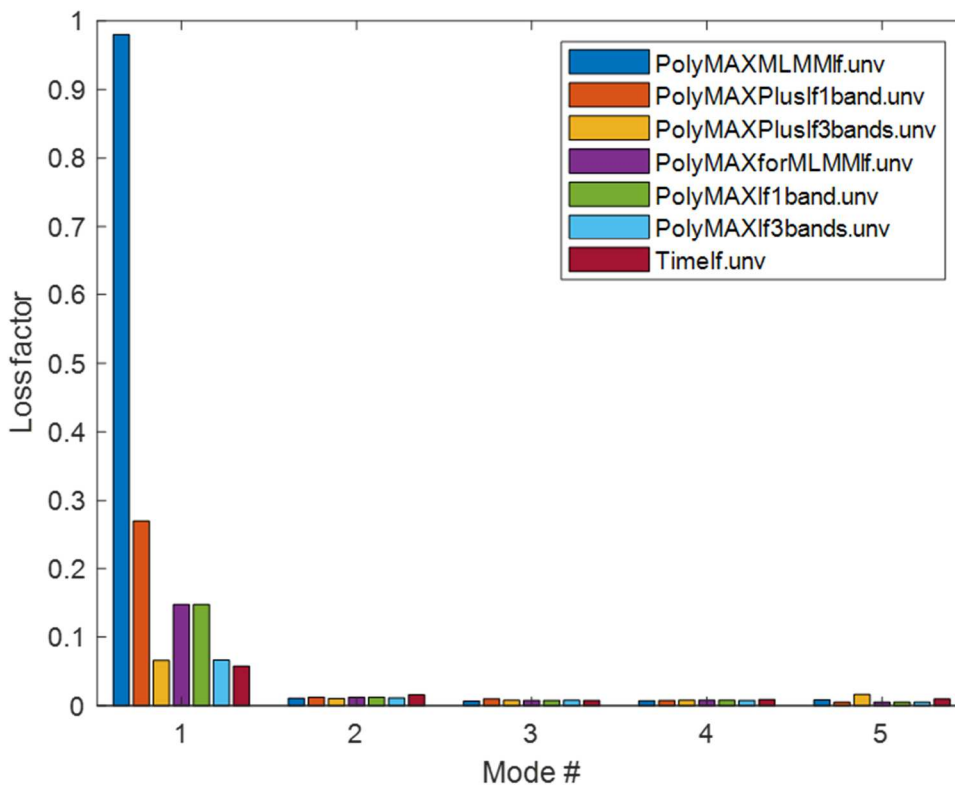


Figura 30. Valori dello smorzamento nella banda 0-850 Hz rappresentati mediante grafico a barre

Dalla Figura 31 si nota come la linea che congiunge i valor medi dei modi 3,4 e 5 sia quasi orizzontale per cui tali modi presentano lo stesso valor medio di smorzamento. Il modo 2 presenta un valore leggermente superiore.

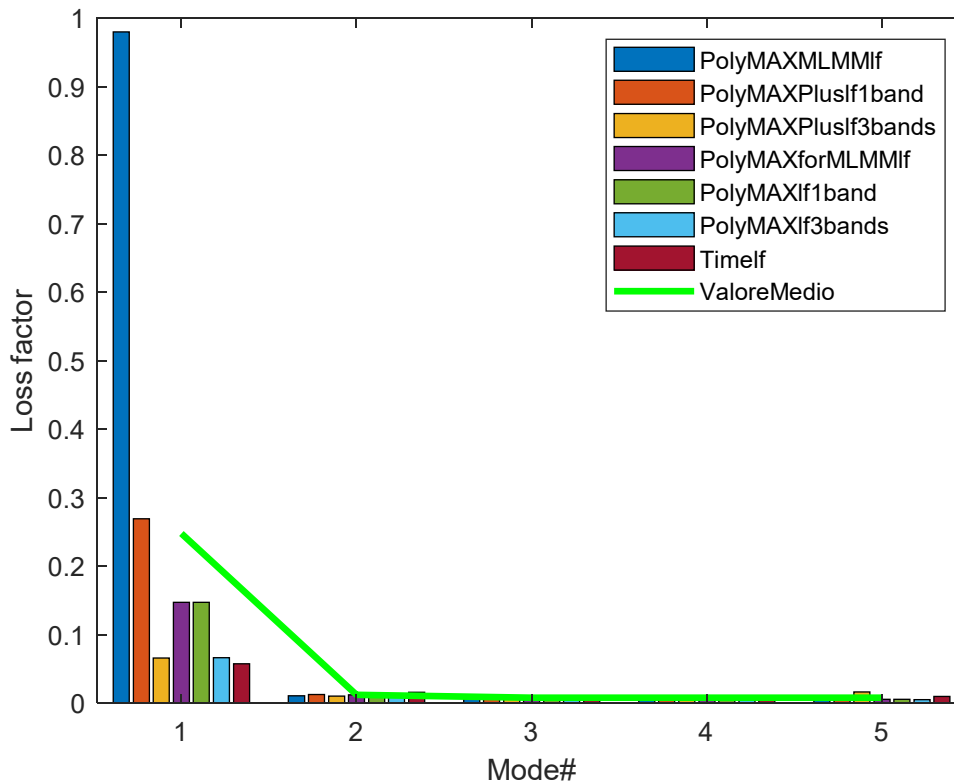


Figura 31. Valori dello smorzamento con sovrapposizione del valor medio (0-850 Hz)

Nel range di alta frequenza si nota minore allineamento tra i valori forniti dai vari metodi di estrazione. Maggiore distanza dai valori medi viene assunta dai valori stimati con PolyMAXMLMM, il quale sovrastima di molto lo smorzamento. Le due stime ottenute con PolyMAX forniscono valori quasi identici e inferiori al valor medio, mentre PolyMAX Plus è l’algoritmo che, per la maggior parte dei modi, si avvicina maggiormente ai valori attesi.

Data la maggiore variabilità dei valori stimati, l’incertezza nella stima di tale parametro è maggiore.

Tabella 14. Valori dello smorzamento stimati nella banda 850-1600 Hz

	Mode					
	6	7	8	9	10	11
<b>PolyMAXMLMM</b>	0.0388	0.0091	0.0320	0.0317	0.0365	0.0387
<b>PolyMAXPlus</b>	0.0077	0.0079	0.0238	0.0184	0.0204	0.0137
<b>PolyMAXforMLMM</b>	0.0062	0.0072	0.0239	0.0130	0.0098	0.0080
<b>PolyMAX</b>	0.0057	0.0072	0.0239	0.0130	0.0099	0.0079
<b>Time</b>	0.0095	0.0086	0.0252	0.0177	0.0183	0.0190
<b>MEDIA</b>	0.0136	0.0080	0.0257	0.0188	0.0190	0.0175
<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>	0.0142	0.0008	0.0036	0.0077	0.0109	0.0127



12	13	14	15	16	17	18
0.0121	0.0217	0.0119	0.0134	0.0178	0.0124	0.0103
0.0110	0.0064	0.0059	0.0096	0.0112	0.0111	0.0088
0.0051	0.0054	0.0081	0.0080	0.0080	0.0069	0.0075
0.0050	0.0054	0.0079	0.0080	0.0079	0.0065	0.0066
0.0105	0.0051	0.0118	0.0104	0.0132	0.0117	0.0119
0.0087	0.0088	0.0091	0.0099	0.0116	0.0097	0.0090
0.0034	0.0072	0.0026	0.0022	0.0041	0.0028	0.0021

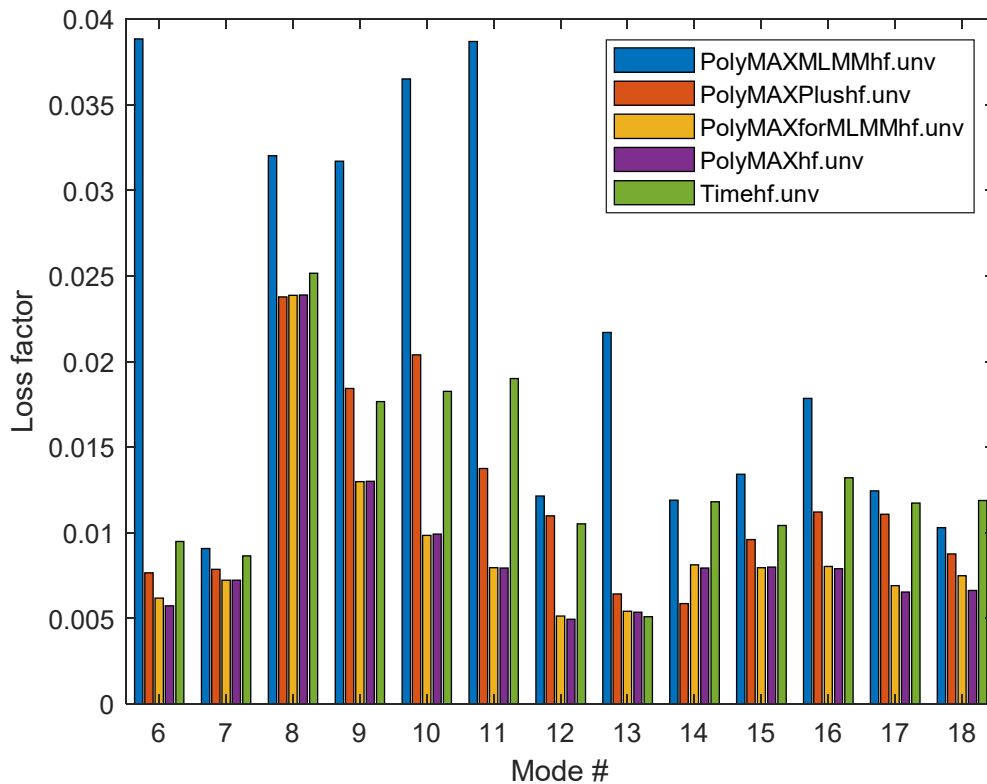


Figura 32. Valori dello smorzamento nella banda 850-1600 Hz rappresentati mediante grafico a barre

Con l'esclusione di PolyMAXMLMM, confrontando i valori medi sovrapposti ai grafici prima (Figura 31 e Figura 33) e dopo (Figura 34 e Figura 35) l'esclusione, la linea in verde dei valori medi tende ad abbassarsi e ad avvicinarsi maggiormente alle stime di smorzamento degli algoritmi restanti, per cui l'incertezza diminuisce.

I valori di alcuni modi stimati con PolyMAX Plus tendono a coincidere con il valore atteso. Anche PolyMAX risulta essere abbastanza affidabile, mentre il time domain è il metodo che individua stime più alte rispetto la media.

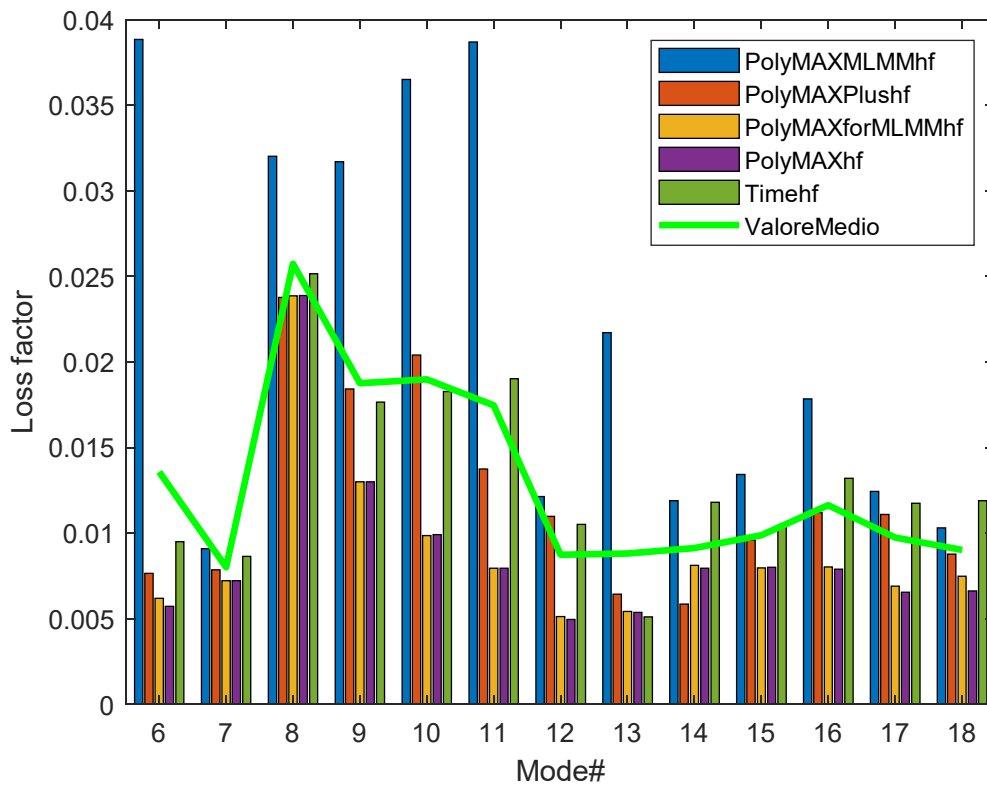


Figura 33. Valori dello smorzamento con sovrapposizione del valor medio (850-1600 Hz)

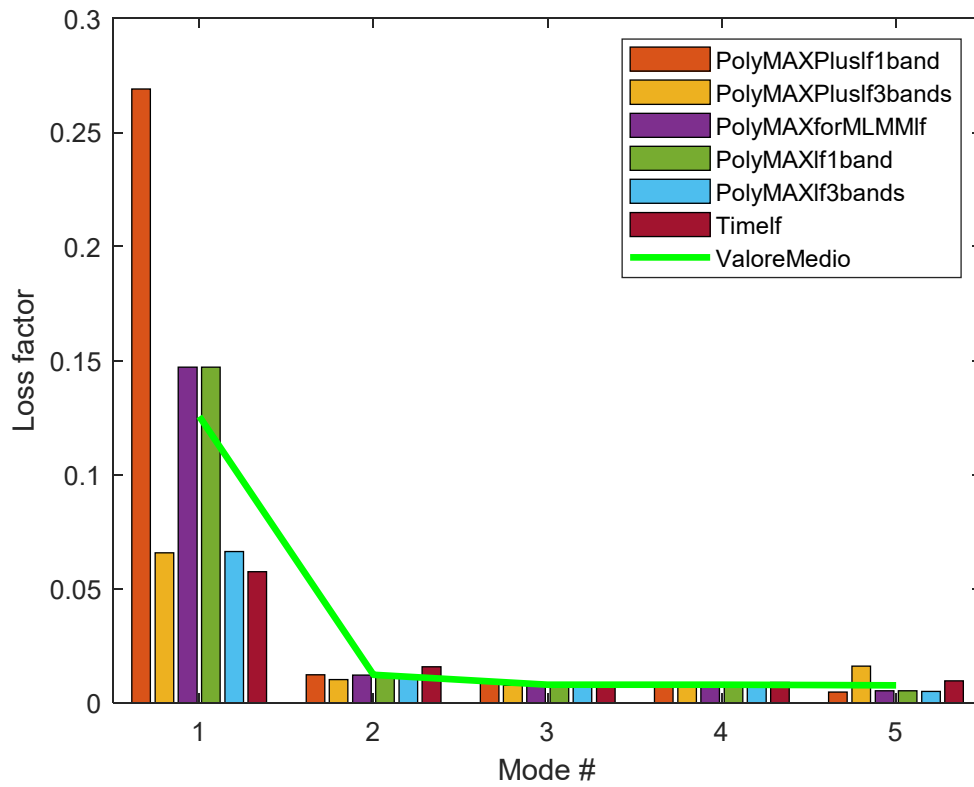


Figura 34. Esclusione di PolyMAXMLMM e sovrapposizione del valor medio ricalcolato, banda 0-850 Hz

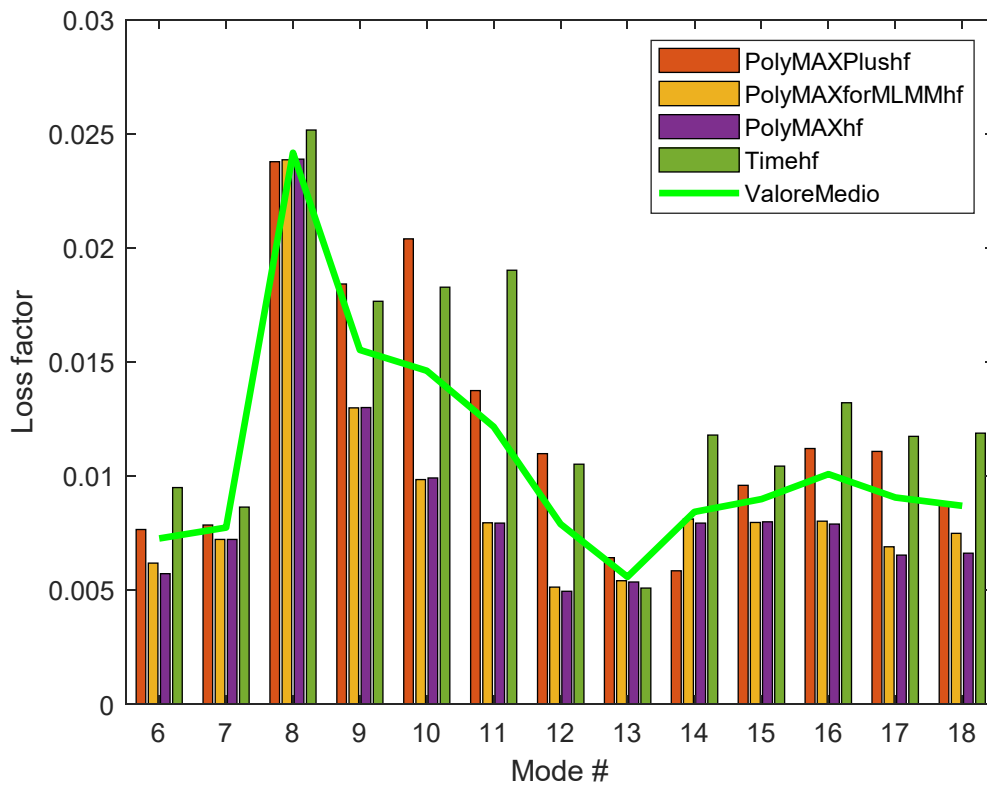


Figura 35. Esclusione di PolyMAXMLMM e sovrapposizione del valor medio ricalcolato, banda 850-1600 Hz

Tabella 15. Valori medi ricalcolati in seguito all'esclusione di PolyMAXMLMM

		MODE									
		1	2	3	4	5	6	7	8		
MEDIA		0.1256	0.0123	0.0080	0.0081	0.0078	0.0073	0.0077	0.0242		
		9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
		0.0155	0.0146	0.0122	0.0079	0.0056	0.0084	0.0090	0.0101	0.0091	0.0087

Anche in questa analisi PolyMAX Plus e PolyMAX risultano essere i metodi più affidabili per l'estrazione dei parametri modali. Analizzando questi parametri è emerso che la prima frequenza di risonanza di tale banco si trova a 370 Hz e che le frequenze in generale aumentano, mentre lo smorzamento è maggiore soprattutto in alta frequenza.

Concluse le analisi dei tre banchi, nel paragrafo successivo si andranno a confrontare i valori di smorzamento e si andrà a stimare l'incertezza da considerare sui valori estratti.

#### 4. Confronto dei valori medi di smorzamento e stima dell'incertezza

Inserendo in uno stesso grafico (Figura 36 e Figura 37) i valori dello smorzamento, mediati su tutte le analisi effettuate, del banco singolo in acciaio, del banco doppio in acciaio e del banco doppio in polimero, si evidenzia che lo smorzamento dei primi 2-3 modi è molto più grande rispetto lo smorzamento dei successivi modi. Lo smorzamento del banco doppio in polimero, inoltre, è maggiore rispetto a quello dei banchi in acciaio, come prevedibile.

I banchi in acciaio presentano uno stesso andamento dello smorzamento per i modi successivi al quarto, mentre per i primi tre modi il banco singolo presenta un valore maggiore.

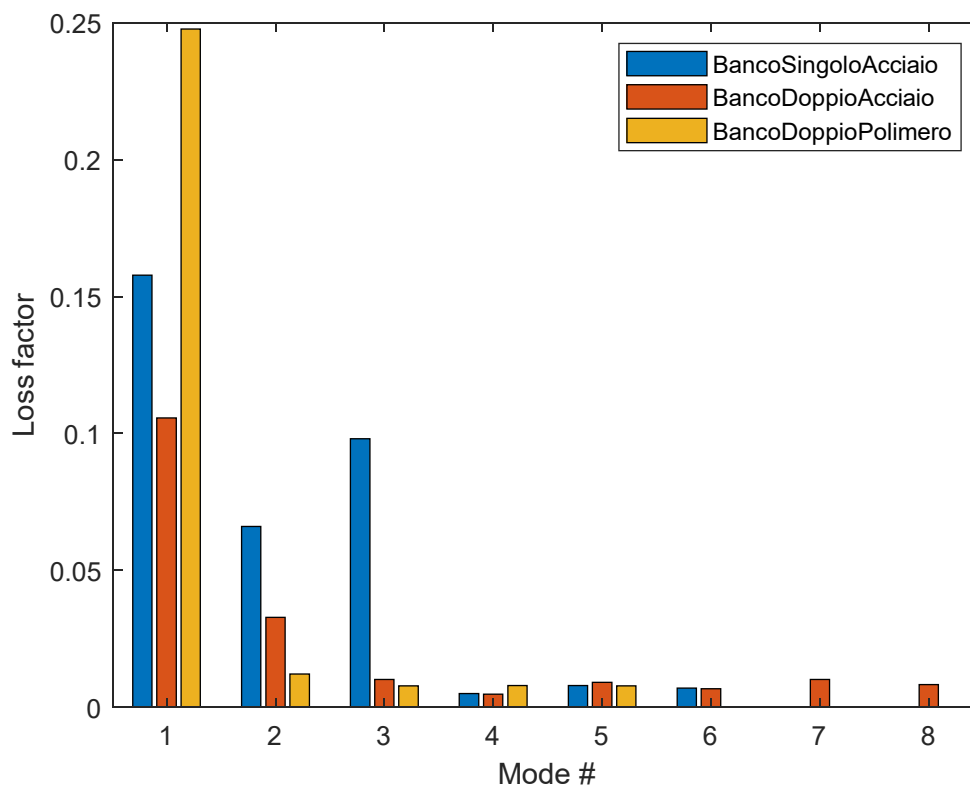


Figura 36. Confronto dei valori medi di smorzamento dei tre banchi nel range di bassa frequenza

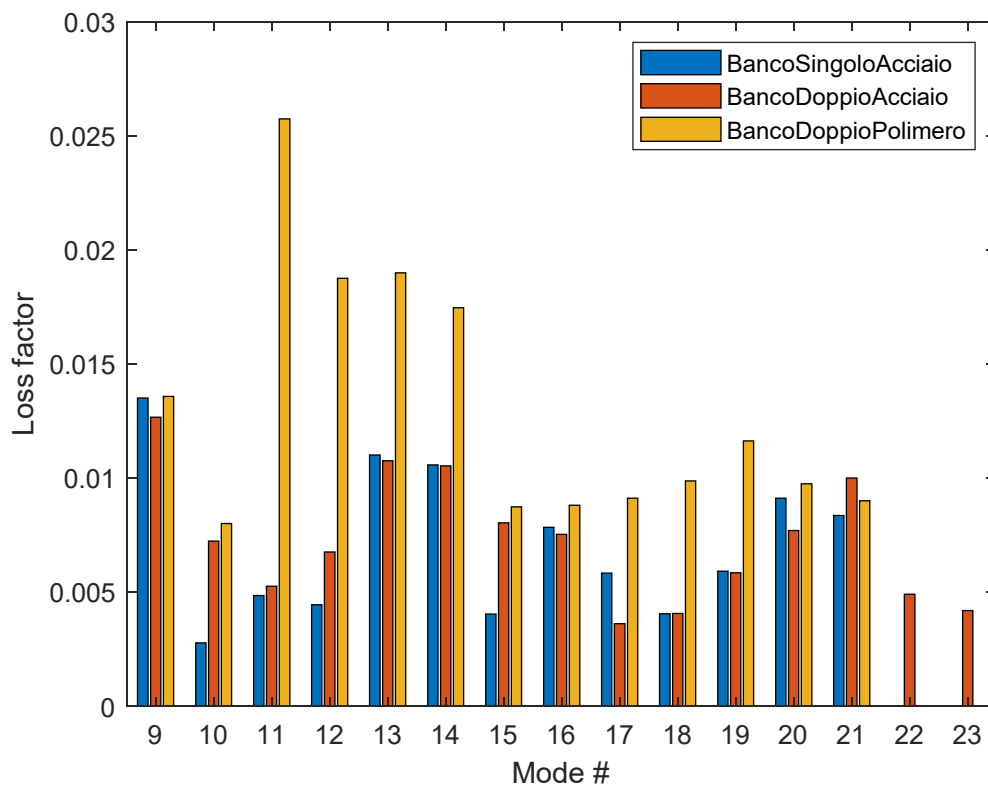


Figura 37. Confronto dei valori medi dello smorzamento nel range di alta frequenza

Su questi grafici è stata poi sovrapposta la deviazione standard per analizzare l'incertezza nella stima dello smorzamento.

Nell'analisi effettuata per i tre banchi si è visto che i valori stimati dai diversi algoritmi fornivano valori molto diversi e distanti fra loro principalmente per i primi modi. Dalla Figura 38 e dalla Figura 39, infatti, il maggiore intervallo di variabilità dei risultati si riscontra in essi. I successivi presentano un intervallo quasi impercettibile e, infatti, i vari metodi erano abbastanza allineati tra loro con eccezione di PolyMAXMLMM.

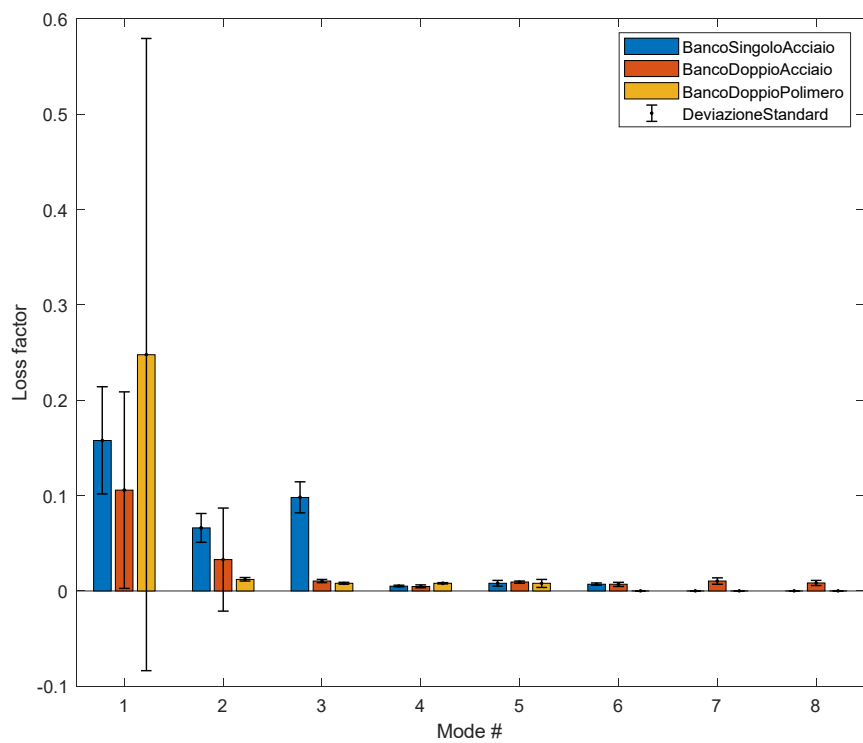


Figura 38. Sovrapposizione della deviazione standard ai valor medi di smorzamento, bassa frequenza

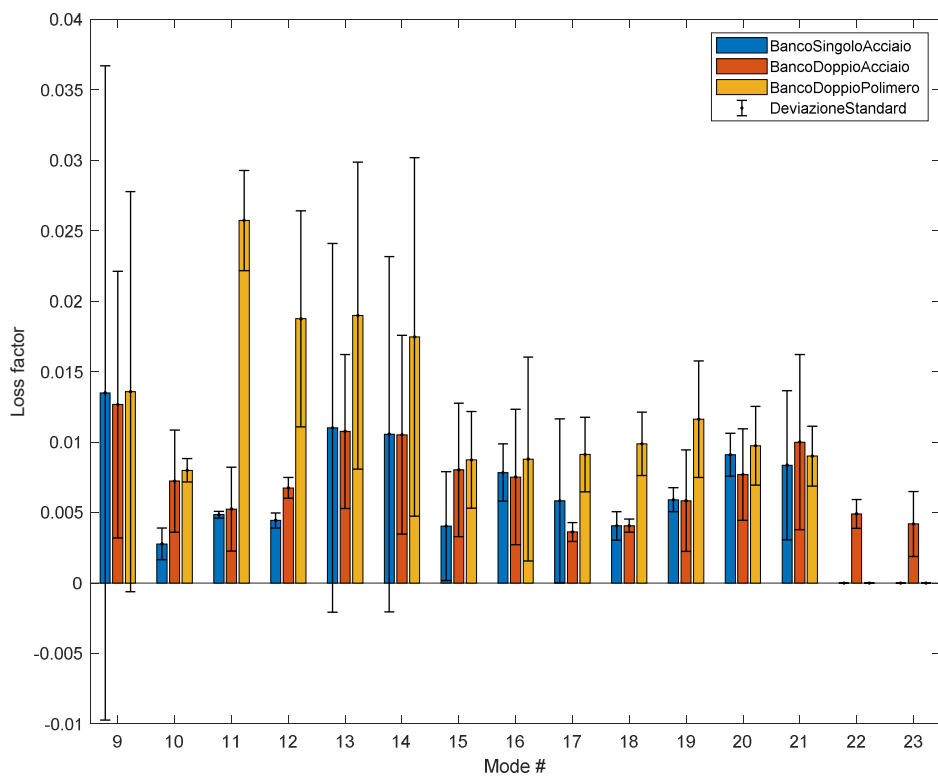


Figura 39. Sovrapposizione della deviazione standard ai valor medi di smorzamento, alta frequenza

Avendo individuato PolyMAXMLMM come metodo meno affidabile per la stima dei parametri modali, sono stati ricalcolati i valori medi di ciascun modo escludendo dal processo di media PolyMAXMLMM. Tali valori sono stati riportati nei seguenti grafici separando i primi 3 modi (Figura 40), che presentano uno smorzamento molto più grande, dai successivi (Figura 41). Per i primi tre risulta essere maggiore lo smorzamento del banco singolo in acciaio, dal quarto in poi il banco doppio in polimero smorza maggiormente.

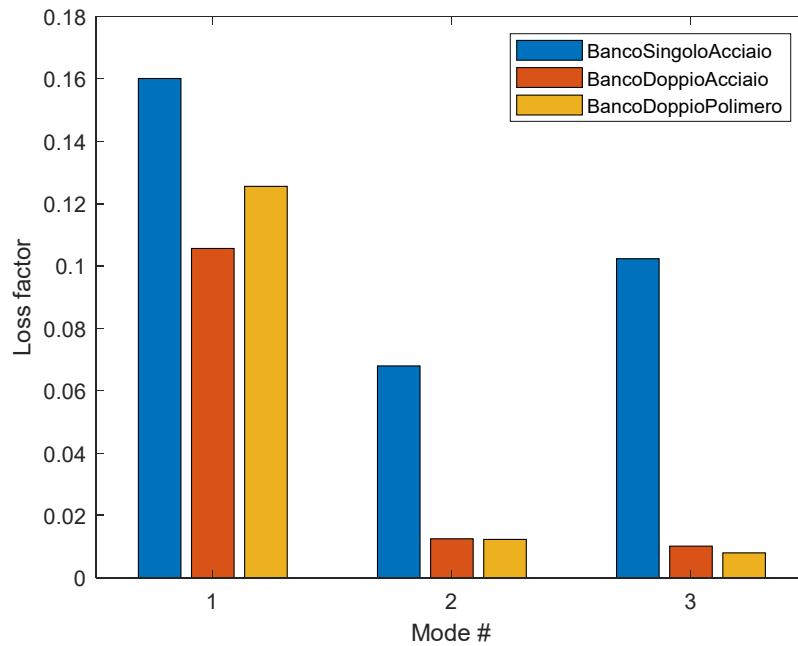


Figura 40. Confronto valori medi di smorzamento, con esclusione di PolyMAXMLMM, dei primi 3 modi

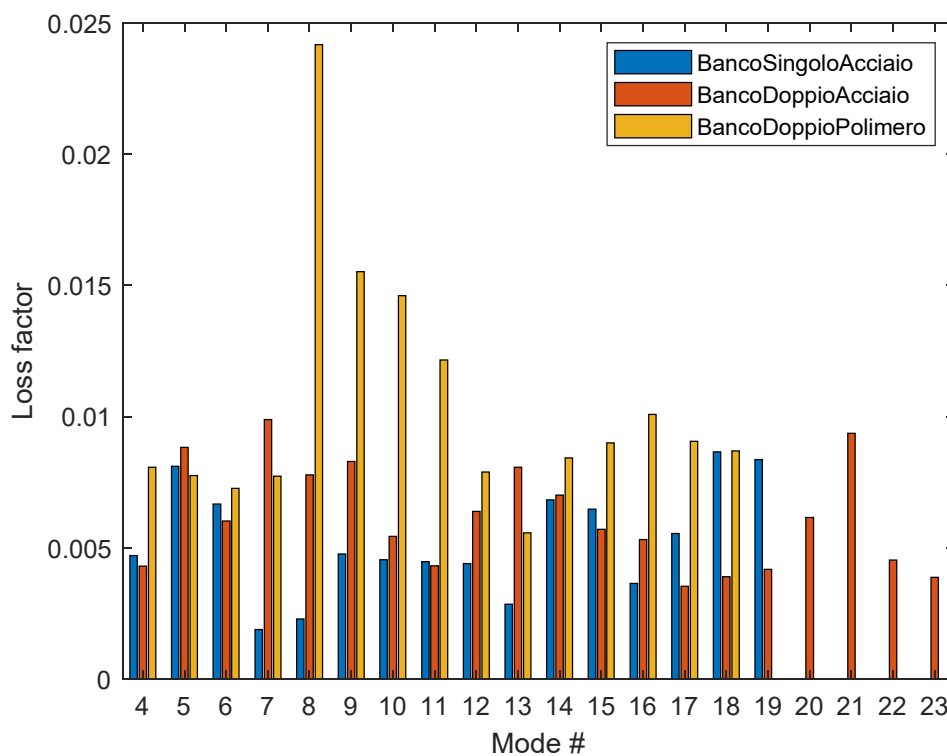


Figura 41. Confronto valori medi di smorzamento, con esclusione di PolyMAXMLMM, dei modi successivi al terzo

## 5. Conclusioni

L'analisi modale del banco singolo in acciaio, del banco doppio in acciaio e del banco doppio in polimero ha permesso di comprendere il comportamento dinamico di tali banchi e di valutare quello più opportuno allo specifico motore da testare.

Sulla base dell'analisi effettuata è stato possibile individuare le frequenze proprie, lo smorzamento e i modi propri di vibrare di ciascun banco. È emerso che il banco con configurazione più rigida sotto i 300 Hz (velocità di rotazione del motore di 18 000 rpm), corrispondente al range di frequenza per testare i motori in prova, è quello costituito da due blocchi in polimero e piana unica. Esso presenta una prima frequenza di risonanza a circa 370 Hz escludendo i primi modi rigidi, ovvero modi con frequenza molto bassa, dovuti ai vincoli presenti per sostenere il banco in prova. In tale banco non si incorre nel pericolo di entrare in risonanza a causa di un'eccitazione innescata dalla velocità di rotazione del motore.

I banchi in acciaio presentano frequenze di risonanza inferiori ma comunque superiori i 200 Hz, rispettivamente il banco singolo 206 Hz e il banco doppio 290 Hz. È stato evidenziato anche come le frequenze successive alla prima del banco in polimero siano spostate più in alta frequenza rispetto i banchi in acciaio.

Il banco doppio in polimero è anche la configurazione che presenta valori di smorzamento superiori rispetto gli altri banchi. Il banco doppio in acciaio, sebbene costituito da due banchi singoli accoppiati, ha valori di smorzamento leggermente superiori il banco singolo.

Per la stima di tali parametri sono stati utilizzati diversi algoritmi e sui valori ottenuti è stata eseguita un'analisi statistica calcolando media e deviazione standard. Lo scopo è stato individuare il metodo più affidabile per l'estrazione di tali parametri.

I diversi metodi hanno fornito valori molto simili e allineati, per ciascun modo, per quanto riguarda il parametro frequenza, per cui l'incertezza in tale stima è molto bassa. Lo stesso non si verifica per il parametro smorzamento, il quale presenta grande variabilità dei valori, per cui l'incertezza nella stima è maggiore. Il metodo Maximum Likelihood- Modal Model (MLMM) è quello che fornisce per i tre banchi i cosiddetti outlier, ovvero valori di gran lunga superiori ai valori stimati dagli altri metodi. Per questo è stato escluso dall'analisi ed è stata ricalcolata la media. Il metodo più affidabile è risultato essere PolyMAX Plus, il quale per il processo di stima combina i vantaggi di PolyMAX e MLMM.



## 6. Bibliografia

- [1] D. J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, Research Studies Press, 2000.
- [2] M. El-kafafy, T. De Troyer, B. Peeters, P. Guillaume, Fast maximum-likelihood identification of modal parameters with uncertainty intervals: A modal model-based formulation, *Mechanical Systems and Signal Processing* 37 (2013) 422–439.
- [3] M. El-Kafafy, P. Guillaume, B. Peeters, Modal parameter estimation by combining stochastic and deterministic frequency-domain approaches, *Mechanical Systems and Signal Processing* 35 (2013) 52–68.
- [4] M. El-Kafafy, B. Peeters, T. Geluk, P. Guillaume, The MLMM modal parameter estimation method: A new feature to maximize modal model robustness, *Mechanical Systems and Signal Processing* 120 (2019) 465–485.
- [5] T. De Troyer, P. Guillaume, M.C. Runacres, Consistent multi-input modal parameter estimators in the frequency domain, *Mechanical Systems and Signal Processing* 31 (2012) 130–142.
- [6] P. Guillaume, Multivariable frequency-domain system identification algorithms for modal analysis, *14th IFAC Symposium on System Identification*, Newcastle, Australia, 2006
- [7] H. Koruk, K. Y. Sanliturk, Damping uncertainty due to noise and exponential windowing, *Journal of Sound and Vibration* 330 (2011) 5690–5706.
- [8] B. Peeters, M. El-kafafy, P. Guillaume, The new PolyMAX Plus method: confident modal parameter estimation even in very noisy cases, *Proceedings of ISMA2012-USD2012*.