



UNIVERSITÀ  
POLITECNICA  
DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA

---

**Sintesi di divisori/combinatori multicanale  
che impiegano guide coassiali  
concentriche**

Candidato:  
**Sabina Zaimovic**

Relatore:  
**Prof. Antonio Morini**

Anno Accademico 2019-2020





UNIVERSITÀ  
POLITECNICA  
DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA

---

**Sintesi di divisori/combinatori multicanale  
che impiegano guide coassiali  
concentriche**

Candidato:  
**Sabina Zaimovic**

Relatore:  
**Prof. Antonio Morini**

Anno Accademico 2019-2020

---

UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA  
Via Brezze Bianche – 60131 Ancona (AN), Italy

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Considerazioni sulla struttura</b>	<b>3</b>
1.1 Introduzione . . . . .	3
1.2 MMIC . . . . .	3
1.3 Struttura . . . . .	3
1.4 Tecnologia del combinatore . . . . .	4
1.5 Graceful degradation . . . . .	5
1.6 Analisi termica . . . . .	5
<b>2 Nozioni</b>	<b>7</b>
2.1 Matrice di scattering . . . . .	7
2.2 Guide d'onda . . . . .	8
2.3 Microstriscia . . . . .	9
2.4 Stripline . . . . .	9
2.5 Teorema di Floquet e di Bloch . . . . .	10
<b>3 Sintesi</b>	<b>13</b>
3.1 Sintesi di un combinatore con simmetria rotazionale . . . . .	13
3.2 Analisi in termini di Graceful Degradation . . . . .	16
3.3 Alcuni esempi . . . . .	17
<b>4 Conclusioni</b>	<b>19</b>



## Elenco delle figure

1.1	schema generale di un combinatori a N porte . . . . .	4
1.2	combinatori ideali realizzati in tecnologia corporate e spatial . . . . .	5
1.3	efficienza complessiva del sistema come funzione delle dimensioni del dispositivo, e assumendo potenza in uscita complessiva di 40 Watts . . . . .	5
2.1	microstriscia. (a) geometria, (b) linee di campo magnetico ed elettrico . . . . .	9
2.2	geometria di una stripline . . . . .	10
3.1	confronto tra i due combinatori in termini di potenza in uscita . . . . .	18
3.2	confronto tra i due combinatori in termini di combining efficiency . . . . .	18



# Introduzione

Obiettivo della seguente trattazione è la sintesi di divisori/combinatori di potenza con simmetria rotazionale. L'analisi è svolta a partire da alcune osservazioni generali sulle caratteristiche e sul funzionamento dei principali SSPA (*Solid State Power Amplifiers*) odierni. Si affronteranno in particolare problemi relativi alla *graceful degradation* e *combining efficiency*. Introdotta le nozioni base per la comprensione dell'argomento, con riferimento a [1] e [2], verrà poi introdotto un metodo per la semplificazione della sintesi in caso di simmetria sfruttando condizioni al contorno di Floquet. Si farà richiamo in particolare al divisore di Price-Leichter ed infine, un confronto in termini di *graceful degradation* e *combining efficiency* tra due possibili combinatori 1:4. Tutta l'analisi sarà ridotta al caso di perfetto adattamento tra le porte d'ingresso e per quanto riguarda la degradazione delle prestazioni, si farà riferimento al solo caso di un singolo guasto modellabile come impedenza di coefficiente di riflessione  $\rho_i$ .



# Capitolo 1

## Considerazioni sulla struttura

### 1.1 Introduzione

Storicamente i tubi ad onda progressiva (TWT) e gli altri tubi a vuoto hanno rappresentato la miglior soluzione per le richieste di potenza e la capacità di dissipare il calore generato per i trasmettitori ECM. Lo sviluppo di GaN MMIC a basse perdite e tecniche di combinazione a larga banda hanno dato la possibilità agli amplificatori a stato solido (SSPA) di raggiungere potenze, larghezza di banda ed efficienza necessari ai sistemi ECM (*Electronic CounterMeasure*) con richieste di alimentazione notevolmente inferiori e un minor rumore e maggiore linearità. Di seguito verranno illustrati risultati ottenuti in precedenti studi, per poter comprendere meglio le problematiche a cui si va incontro nella progettazione di un combinatore/divisore di potenza a stato solido. In particolare, verranno citati gli effetti di malfunzionamenti e alte temperature sul funzionamento degli SSPA e quali strategie è conveniente applicare onde evitare deterioramenti delle prestazioni.

### 1.2 MMIC

I MMIC (*Microwave Monolithic Integrated Circuits*) sono dei circuiti integrati a banda larga, spesso utilizzati come semplici amplificatori, progettati con lo scopo di sostituire il transistor e di aiutare il progettista nella realizzazione di amplificatori RF. Il MMIC viene utilizzato per semplificare una catena di amplificazione senza doverci preoccupare che l'amplificatore sia instabile, disadattato di impedenza, o dover dare il giusto bias, inoltre sono tutti adattati con impedenza di ingresso e di uscita prossima ai 50 / 75  $\Omega$ .

### 1.3 Struttura

La struttura a cui fare riferimento per il combinatore è rappresentata in fig.1. Sono presenti un divisore 1:N e un combinatore N:1 con identiche caratteristiche, connessi tramite N amplificatori con guadagno G. Una scelta ottimale del numero di elementi da inserire (e di conseguenza la dimensione del divisore/combinatore) deve tener conto del rumore di fase, del costo e dell'efficienza. Se, nell'ottica di

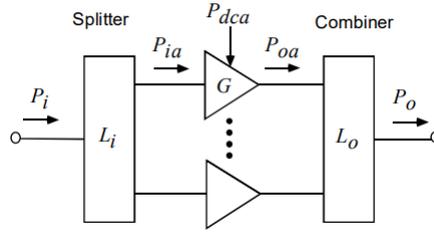


Figura 1.1: schema generale di un combinatore a N porte

una riduzione della complessità, un progettista tendesse a scegliere il minor numero possibile di dispositivi, si troverebbe di certo a dover fronteggiare un rumore di fase maggiore, oltre ad avere un'efficienza ridotta. Come affrontato nell'articolo [3] potrebbe risultare vantaggioso usare un largo numero di *small area device* in quanto spesso hanno una maggiore PAE (*Poweradded-efficiency*). Infatti, la PAE totale del sistema

$$\eta_{sys} = \frac{P_o - P_i}{P_{dc}} = \frac{(L_i G L_o - 1)}{L_i (G - 1)} \eta_a \quad (1.1)$$

risente meno di perdite nel divisore/combinatore per alti guadagni G degli amplificatori. Al limite, (per alti valori di G) si ottiene

$$\eta_{sys} \rightarrow \eta_a \eta_c \quad (1.2)$$

In questo modo la PAE normalizzata (rispetto al singolo amplificatore) tende alla *combining efficiency*, definita come rapporto tra potenza in uscita e potenza totale in ingresso

$$\eta_c = \frac{P_o}{N P_{oa}} = L_o \quad (1.3)$$

## 1.4 Tecnologia del combinator

Per quanto riguarda la tecnologia da usare, sempre in riferimento all'articolo [3] di York, si prediligono *spatial technics*, ovvero strutture in cui le uscite degli amplificatori sono combinate nel vuoto o nell'aria e non in un substrato con perdite. Questa scelta è giustificata dal fatto che, una struttura basata sull'uso di linee di trasmissioni risentirebbe fortemente dal numero di elementi inseriti, con un andamento esponenziale nel deterioramento delle prestazioni, mentre l'utilizzo di guide d'onda permette di avere una perdita costante tipicamente dovuta a diffrazione ed eccitazione dei modi superiori. Naturalmente, per un ridotto numero di componenti è consigliabile l'utilizzo di *corporate combiner*. Inoltre, queste osservazioni portano alla conclusione che, come si evince dalla fig. 1.3 combinando più dispositivi di minor potenza con tecnologia *spatial* è possibile superare le performance ottenibili anche dal più efficiente *corporate combiner*.

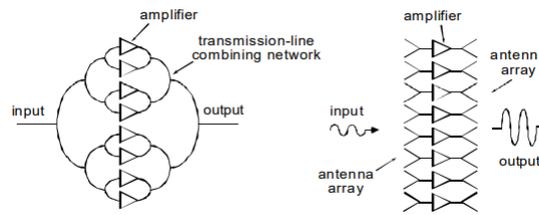


Figura 1.2: combinatori ideali realizzati in tecnologia corporate e spatial

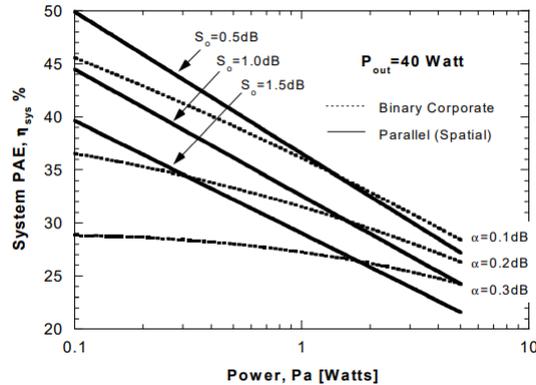


Figura 1.3: efficienza complessiva del sistema come funzione delle dimensioni del dispositivo, e assumendo potenza in uscita complessiva di 40 Watts

## 1.5 Graceful degradation

Il problema della *graceful degradation* è stato affrontato in [4]. Nell'articolo sopracitato è stato dimostrato che in un sistema ben adattato, la riduzione di potenza che ci si aspetta è proporzionale a  $(1 - m/N)^2$  in cui  $m/N$  è il numero di dispositivi non funzionanti sul numero totale. Tuttavia, nella maggior parte dei casi, il sistema può avere performance migliori, a seconda dell'impedenza del dispositivo guasto e dai parametri S della struttura del combinatori. L'efficienza di un qualunque combinatori reale è limitata anche dall'uniformità canale-canale. Variazioni di guadagno e di fase dovute a disomogeneità del canale o a tolleranze di costruzione possono portare ad un'imperfetta combinazione della potenza e quindi ad una riduzione dell'efficienza di combinazione. In ogni caso, l'analisi che seguirà sarà limitata al caso in cui un solo amplificatore sia guasto.

## 1.6 Analisi termica

Negli amplificatori di potenza, il calore generato dai MMIC deve essere efficacemente dissipato nell'ambiente circostante. Il trasferimento di calore avviene a causa del gradiente di temperatura tra MMIC e il resto della struttura. La scelta del materiale più adattato per il rivestimento deve essere valutata tenendo conto della conduttività. Proprio per questo, si predilige il rame nonostante si va ad appesantire la struttura

e ad aumentare i costi in quanto ha una conduttività inferiore solo all'argento, mentre l'alluminio, sebbene disponibile a costo inferiore e più leggero, ha una conduttività inferiore dell'1.6. Nel combinatore trattato in [5] gli amplificatori MMIC vengono direttamente attaccati ad una *subcarrier* in Cu/Mo per evitare problemi di disadattamento a causa dell'espansione termica. Per diminuire la resistenza termica si utilizzano inoltre due differenti saldature eutettiche (miscele con punti di fusione più basso delle singole sostanze che lo compongono), Au/Sn e Au/Ge. L'ambiente assorbe calore dal supporto tramite convezione. Sono usate delle ventole per accelerare il processo di trasferimento di calore. Grazie alle simulazioni si è visto che il caso peggiore si ha quando non è applicato nessun ingresso a RF ma tutta la potenza dc viene dissipata. Nella simulazione termica, applicando una sorgente di calore alla superficie di 20W la temperatura è compresa in un range di 70°C con picchi di 84°C quando un coefficiente convettivo di  $200 \text{ W/m}^2\text{C}$  è applicato alla superficie esterna. Questa temperatura può essere ridotta aumentando la superficie o il coefficiente convettivo e di conseguenza diminuendo la resistenza termica.

# Capitolo 2

## Nozioni

### 2.1 Matrice di scattering

Si discutono di seguito quali caratteristiche deve avere la matrice di scattering al fine della sintesi del combinatore/divisore in esame e alcune proprietà che verranno poi citate nella trattazione.

Data una giunzione lineare a  $N$  porte, nella quale siano definite le linee di trasmissione che vi afferiscono (in termini di impedenza caratteristica e di costante di propagazione), definiamo il vettore delle ampiezze delle onde incidenti  $a^T = (a_1, \dots, a_N)$ , nel quale il termine  $a_i = \frac{V_i^-}{\sqrt{(Z_{0i})}}$  con  $V_i^-$  ampiezza del campo elettrico incidente alla porta  $i$ -esima e  $Z_{0i}$  impedenza caratteristica reale della linea di trasmissione connessa alla porta  $i$ -esima. Analogamente, si definisca il vettore delle ampiezze delle onde riflesse  $b^T = (b_1, \dots, b_N)$ , nel quale il termine  $b_i = \frac{V_i^+}{\sqrt{(Z_{0i})}}$  rappresenta l'ampiezza del campo elettrico riflesso alla porta  $i$ -esima. La matrice di scattering  $S$  lega il vettore contenente le ampiezze delle onde riflesse a quello delle onde incidenti:

$$b = Sa \quad (2.1)$$

Dunque l'elemento  $s_{ii} = b_i/a_i$  con  $a_k = 0, k \neq i$  rappresenta il coefficiente di riflessione misurabile alla porta  $i$  quando soltanto questa è alimentata e tutte le altre sono adattate, mentre l'elemento  $s_{ij} = b_i/a_j$  con  $a_k = 0, k \neq j$  rappresenta il coefficiente di trasmissione che si misura alla porta  $i$  quando solo la porta  $j$  è alimentata e tutte le altre sono adattate. Operativamente, questo significa che la matrice di scattering di una giunzione a  $N$  porte, può essere determinata misurando una coppia di porte alla volta purché le porte restanti siano terminate su carichi adattati. Essendo possibile legare i parametri  $a_i$  e  $b_i$  equivalentemente alle ampiezze del campo elettro-magnetico, è possibile spostare l'attenzione dai campi elettrici e magnetici al campo elettromagnetico, rappresentato compiutamente in termini di ampiezza dell'onda elettromagnetica. Infatti, grazie alla normalizzazione delle ampiezze d'onda, queste sono legate all'energia trasportata dall'onda elettromagnetica, ed è possibile ricavare la potenza di picco  $P_i^+$  come:

$$P_i^+ = \frac{|V_i^+|^2}{Z_{0i}} = |I_i^+|^2 Z_{0i} = |a_i|^2 \quad (2.2)$$

analogamente, la potenza media riflessa alla porta i-esima vale:

$$P_i^- = \frac{|V_i^-|^2}{Z_{0i}} = |I_i^-|^2 Z_{0i} = |b_i|^2 \quad (2.3)$$

Se il circuito è reciproco allora  $s_{ij} = s_{ji}$  con  $i \neq j$ . Se il circuito è simmetrico, allora  $s_{ii} = s_{jj}$ . La simmetria può essere parziale, nel senso che può coinvolgere solo alcune delle N porte del dispositivo. Se il circuito è passivo (non contiene sorgenti) e privo di perdite, la potenza di picco entrante deve uguagliare quella uscente. La potenza di picco totale entrante (uscente) nel circuito si ottiene sommando le potenze entranti (uscanti) in ciascuna linea di trasmissione che connette il dispositivo al mondo esterno. Per la normalizzazione assunta, si deve dunque avere:

$$\sum_{i=1}^N |b_i|^2 = \sum_{i=1}^N |a_i|^2 \quad (2.4)$$

con opportune sostituzioni si ottiene la condizione di assenza di perdite:

$$S^+ S = U \quad (2.5)$$

Preso un circuito N porte, se ad ogni porta viene aggiunto un tratto di linea di impedenza caratteristica pari a quella della corrispondente linea di alimentazione e lunghezza elettrica  $\theta_i$ , l'effetto sui parametri di scattering sarà una variazione della loro fase e non dei moduli. In altre parole l'effetto è solo quello di spostare il piano di riferimento rispetto al quale le fasi vengono calcolate.

## 2.2 Guide d'onda

Le guide d'onda rettangolari sono state il primo tipo di linee di trasmissione usate per la trasmissione di segnali a microonde e sono tuttora usate in molte applicazioni. In una guida rettangolare si possono propagare modi TE (*transverse Electric*) o TM (*transverse magnetic*) ma non TEM (*Transverse Electromagnetic*), in quanto è presente un solo conduttore. Per quanto riguarda la guida coassiale, esattamente come la guida a facce piane parallele, può supportare modi TE, TM o TEM. In pratica, i modi TE e TM sono spesso evanescenti ed hanno solo effetti reattivi vicino a discontinuità o sorgenti, dove possono essere eccitati. Per evitare la propagazione di modi di ordine superiore è necessario limitare la frequenza di lavoro del coassiale il che ha conseguenze anche sulla potenza. Tuttavia, usare una guida rettangolare porterebbe ulteriori problematiche. Innanzitutto hanno una banda inferiore, e in

aggiunta, operando in monomodalità (modo fondamentale  $TE_{10}$ ) l'uscita soffre di una leggera saturazione che deteriora le caratteristiche necessarie di linearità.

## 2.3 Microstriscia

La microstriscia rappresenta certamente il mezzo trasmissivo più diffuso per circuiti a microonde. Essa consiste di una striscia metallica di larghezza  $W$  su un substrato dielettrico di spessore  $d$ , a basse perdite, incollato su un piano conduttore. La sezione trasversale della microstriscia è rappresentata in fig. 2.1. La determinazione

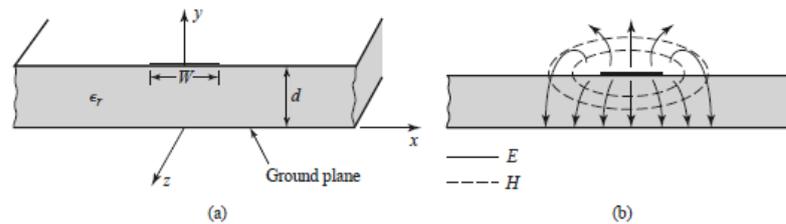


Figura 2.1: microstriscia. (a) geometria, (b) linee di campo magnetico ed elettrico

rigorosa del campo è tuttavia un problema non banale, la cui soluzione può essere condotta soltanto numericamente. Esistono però formule approssimate che forniscono le caratteristiche elettromagnetiche del modo fondamentale. Inoltre, nella maggior parte delle applicazioni, si usano linee standard costruite su substrati. Il campo elettromagnetico è per lo più confinato nella regione compresa tra la striscia e il piano di massa, come mostrato in fig. 2.1, e tuttavia una porzione del campo deborda in aria. Le perdite nella microstriscia sono dovute sia ai conduttori sia dal dielettrico. Per quanto riguarda poi la realizzazione, le strisce vengono ricavate o con un processo di fotoincisione ovvero con plotter in cui in luogo della penna vi è una piccola fresa. Ultimamente, sono disponibili sul mercato anche delle macchine che permettono di depositare strati conduttivi di spessore di circa  $20 \mu\text{m}$  con tecniche simili a quelle usate dalle stampanti a getto di inchiostro. Questi processi hanno il vantaggio di poter realizzare i circuiti anche su substrati flessibili.

## 2.4 Stripline

La stripline è un mezzo trasmissivo planare che si adatta bene a circuiti integrati a microonde e alla fabbricazione mediante fotolitografia. Come mostrato in figura 2.2 si tratta di una sottile striscia di conduttore centrata tra due ampi piani conduttori separati di una quantità  $b$ , in cui la regione tra le due facce è riempita di un materiale dielettrico.

Nel caso in cui si volessero ridurre le perdite si potrebbe pensare di utilizzare l'aria come dielettrico.

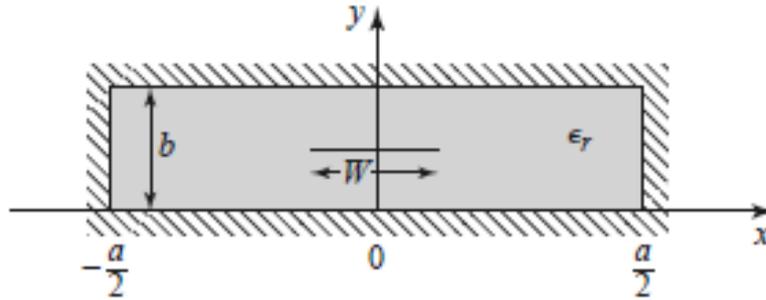


Figura 2.2: geometria di una stripline

Per la sua geometria, supporta modi TEM oltre a modi di ordine superiore che possono essere evitati restringendo lo spazio tra i due conduttori.

## 2.5 Teorema di Floquet e di Bloch

Consideriamo un potenziale  $V : R^n \rightarrow R$  che sia periodico sotto una (o più) traslazioni di  $R^n$ , cioè tale che, per un certo (o certi) vettori  $a \in R^n$  si abbia

$$V(x + a) = V(x) \quad \forall x \in R^n \quad (2.6)$$

Allora se  $E$  è un autovalore non degenere per l'operatore di Schroedinger  $H = p^2/(2m) + V$ , e  $\psi$  la corrispondente autofunzione, questa soddisfa

$$\psi(x + a) = e^{i\phi a} \psi(x) \quad \forall x \in R^n \quad (2.7)$$

Questo risultato è noto come Teorema di Floquet. Il teorema di Floquet ci dice che la autofunzione  $\psi$  è "periodica a meno di una fase". In effetti, possiamo formulare lo stesso risultato in modo più diretto, nel qual caso è noto come Teorema di Bloch. Questo afferma che per le autofunzioni  $\psi(x)$  di un problema con potenziale periodico su un reticolo,  $V(x + ai) = V(x)$  è sempre possibile scrivere

$$\psi(x) = f(x)u(x) \quad (2.8)$$

con  $u$  una funzione invariante sotto le traslazioni di  $a$ ,  $u(x + ai) = u(x)$ , quindi esattamente periodica. In effetti, in questa rappresentazione abbiamo

$$\psi(x + a) = f(x + a)u(x + a) = f(x + a)u(x) \quad (2.9)$$

e naturalmente

$$\psi(x) = f(x)u(x) \quad (2.10)$$

## 2.5 Teorema di Floquet e di Bloch

D'altra parte, il teorema di Floquet ci assicura che  $\psi(x+a) = e^{i\hat{q}a}\psi(x)$ ; con la rappresentazione introdotta ora, questo significa che

$$f(x+a)u(x+a) = \psi(x+a) = e^{iqa}f(x)u(x) \quad (2.11)$$

ricordando inoltre che  $u(x+a) = u(x)$ , abbiamo

$$f(x+a) = e^{iqa}f(x) \quad (2.12)$$

che è soddisfatta scegliendo

$$f(x) = e^{i\hat{q}x} \quad (2.13)$$

con  $e^{i\hat{q}a} = e^{iqa}$ ; quindi ad esempio con  $\hat{q} = q$ . Ne concludiamo che nel caso di un potenziale periodico le autofunzioni si possono esprimere come

$$\psi(x) = e^{ikx}u(x) \quad (2.14)$$

dove  $u$  ha la stessa periodicità del potenziale, ovvero

$$u(x+a) = u(x) \quad (2.15)$$

Questo è appunto quanto affermato dal teorema di Bloch.



# Capitolo 3

## Sintesi

### 3.1 Sintesi di un combinatore con simmetria rotazionale

Per evitare una indesiderabile decrescita nel rapporto segnale-rumore è necessario che questi divisori non abbiano perdite. Un simile dispositivo deve avere una matrice di scattering tale che l'onda riflessa alla porta d'ingresso deve essere nulla in modo da permettere una ripartizione della potenza in arbitrarie ma fisse parti ( $x_k$ )

$$x_k = \sum_i S_{ki} \delta_{1i} = S_{k1} \quad (3.1)$$

deve inoltre valere:

$$x_1 = 0 \text{ e } \sum_{k=2}^N x_k^2 = 1 \quad (3.2)$$

Una giunzione reciproca, senza perdite può essere rappresentata da una matrice simmetrica e unitaria (vale a dire che verifica la condizione di assenza di perdite). Dunque:

$$s_{ki} = s_{ik} \sum_{k=1}^N (\tilde{S})_{ik} S_{kj} = \sum_{k=1}^N S_{ik} S_{kj} = \delta_{ij} \quad (3.3)$$

nella quale l'analisi è ridotta al caso reale (tenendo che il caso più generale può essere ottenuto da una semplice trasformazione e uno shift di fase). riscrivendo la (3.2) come:

$$x_i^2 - 1 = \sum_{k=2, \neq i}^N x_k^2 \quad (3.4)$$

e la (3.3) per il caso  $j = 1$  e  $i \neq 1$  isolando il parametro  $s_{ii}$

$$s_{ii} = - \sum_{k=2, \neq i}^N \frac{s_{ik} x_k}{x_i} \quad (3.5)$$

si può concludere che se vale

$$s_{kk} = x_k^2 - 1 \quad (3.6)$$

i coefficienti della matrice ricercata devono risolvere l'equazione:

$$\sum_{k=2, \neq i}^N x_k^2 = \sum_{k=2, \neq i}^N \frac{s_{ik} x_k}{x_i} \quad (3.7)$$

una delle possibili soluzioni è data dalla matrice discussa nell'articolo di Price-Leichter, per la quale vale

$$s_{ik} = x_i x_k \quad i \neq j, i > 1, j > 1 \quad (3.8)$$

Per ridurre l'onere computazionale necessario per la simulazione di un dispositivo con un elevato numero di ingressi, si fa affidamento su condizioni di simmetria. In particolare, una simmetria rotazionale permette di ridurre l'analisi del combinatore allo studio di una singola cella di ampiezza  $2\pi/N$  delimitata da particolari condizioni al contorno. Optare per condizioni di tipo muro magnetico ottimizzerebbe il calcolo ma non fornirebbe completo controllo sulla risposta, per questo sarà adottata di seguito la scelta di condizioni di Floquet e la definizione di specifiche per le singole parti a partire dalla specifica per il combinatore.

Per semplicità, si assume un numero pari di ingressi ( $2N$ ) e la porta  $2N+1$  esima come la porta di uscita del combinatore. La matrice di scattering di un combinatore  $2N:1$  reciproco senza perdite con simmetria rotazionale ha la seguente forma:

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & \dots & s_{1,N} & s_{1,N+1} & s_{1,N} & \dots & s_{12} & \beta \\ s_{1,2} & s_{1,1} & s_{1,2} & \dots & s_{1,N-1} & s_{1,N} & s_{1,N-1} & \dots & s_{1,3} & \beta \\ \dots & \dots \\ s_{1,N} & s_{1,N-1} & \dots & \beta \\ s_{1,N+1} & s_{1,N} & \dots & \beta \\ \dots & \dots \\ s_{1,2} & s_{1,3} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & s_{1,1} & \beta \\ \beta & \dots & \beta & \alpha \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

assumiamo un piano di riferimento tale da avere  $\alpha$  e  $\beta$  reali ( $\beta = \sqrt{(1 - \alpha^2)/2N}$ ), mentre gli altri  $N+1$  coefficienti complessi. I restanti parametri possono essere ottenuti eccitando gli ingressi con  $N+1$  eccitazioni indipendenti

$$a^k = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{\frac{j2\pi k1}{2N}} \\ e^{\frac{j2\pi k2}{2N}} \\ \dots \\ e^{\frac{j2\pi k(2N-1)}{2N}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad k = 0, \dots, N \quad (3.10)$$

### 3.1 Sintesi di un combinatore con simmetria rotazionale

alle quali corrispondono secondo la relazione  $b^{(k)} = S \cdot a^{(k)}$ :

$$b_1^{(0)} = S_{11} + \sum_{i=2}^N S_{1i} + S_{1N+1} \quad (3.11)$$

$$b_{2N+1}^{(0)} = 2N\beta \quad (3.12)$$

$$b_1^{(k)} = s_{11} + 2 \sum_{i=2}^N s_{1i} \cos\left(\frac{\pi}{N} k(i-1)\right) + s_{1N+1} e^{j\pi k} \quad (3.13)$$

il coefficiente di riflessione alla porta 1,  $\Gamma_1^{(k)}$ , corrispondente all'eccitazione  $a^{(k)}$ , è proporzionale all'ampiezza dell'onda uscente  $b_1^{(k)}$  secondo l'equazione:

$$\Gamma_1^{(k)} = \frac{b_1^{(k)}}{a_1^{(k)} = 1} = S_{11} + \sum_{i=2}^{2N} S_{1i} e^{j\frac{2\pi}{2N} k(i-1)} = e^{j\varphi_k}, \quad k = 1, \dots, N \quad (3.14)$$

Notiamo che  $|\Gamma_1^{(k)}| = 1$  per  $k = 1, \dots, N$  mentre  $|\Gamma_1^{(0)}| = |\alpha|$ . In questo modo, una

volta definita la matrice di scattering, vale a dire  $\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ \dots \\ S_{1N+1} \end{bmatrix}$ , la (3.14) fornisce il

coefficiente di riflessione e quindi la specifica di progetto per la singola cella in cui è diviso il dispositivo sottoposta a eccitazioni di Floquet.

Isolando la fase  $\varphi_k$  si ottiene per  $k = 1, \dots, N$ :

$$\varphi_k = \frac{1}{j} \ln \left[ S_{11} + \sum_{i=1}^{2N-1} S_{1i} e^{j\frac{\pi}{N} k(i-1)} \right] \quad (3.15)$$

Da ottimizzare al fine di avere stessa fase per le k diverse eccitazioni.

Ammettendo una riflessione  $\alpha$  in uscita, i parametri di scattering per il divisore di Price-Leichter sono:

$$\begin{aligned} S_{2N+1,2N+1} &= \alpha \\ S_{k,k} &= \frac{1-\alpha}{2N} - 1 \quad \text{per } k < 2N+1 \\ S_{i,j} = S_{j,i} &= \frac{1-\alpha}{2N} \quad \text{per } i \neq j, i < 2N+1, j < 2N+1 \\ S_{k,2N+1} = S_{2N+1,k} &= \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2N}} \quad \text{per } k < 2N+1 \end{aligned}$$

Di conseguenza il coefficiente di riflessione corrispondente alla k-esima eccitazione di

Floquet ottenuto sostituendo i coefficienti di scattering della matrice di Price-Leichter nell'espressione (3.14) è:

$$\begin{aligned}\Gamma_1^{(k)} &= -\frac{2N-1+\alpha}{2N} + \frac{1-\alpha}{2N} \sum_{i=1}^{2N-1} e^{j\frac{\pi}{N}ki} \\ &= -\frac{2N-1+\alpha}{2N} + \frac{1-\alpha}{2N} \left(-1 + \sum_{i=1}^{2N-1} e^{j\frac{\pi}{N}ki}\right) \\ &= -\frac{2N-1+\alpha}{2N} + \frac{1-\alpha}{2N} \left(-1 + \frac{e^{j\frac{\pi}{N}k2N} - 1}{e^{j\frac{\pi}{N}k} - 1}\right) = -1 \quad k = 1, \dots, N\end{aligned}$$

Quindi la fase del coefficiente di riflessione deve valere

$$\varphi_k = \pi$$

Vale a dire, le fasi per le k eccitazioni di Floquet sono tutte uguali tra loro. D'altra parte, la riflessione alla porta 1, corrispondente al muro magnetico sulle pareti oblique, è pari a ( $\alpha = 0$ ):

$$\Gamma_1^{(0)} = 0$$

### 3.2 Analisi in termini di Graceful Degradation

Concludiamo con un'analisi semplificata in termini di graceful degradation, applicando delle semplificazioni per ridurre la complessità. Si considerino sorgenti adattate e che vi sia un solo guasto sulla i-esima sorgente. Sotto queste condizioni la sorgente si comporta approssimativamente come un'impedenza di coefficiente di riflessione pari a  $\rho_i$ . Dunque, l'ampiezza dell'onda in uscita alla porta 2N+1 esima è data da:

$$b_{2N+1}^{(i)} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} (S_{2N+1,k} + \frac{S_{2N+1,i} S_{i,k}}{1/\rho_i - S_{ii}}) a_k \quad (3.16)$$

Da cui sembrerebbe che maggiore è l'isolamento ( $-20\log(|S_{i,k}|)$ ), più piccola è la sensibilità dell'amplificatore rispetto al singolo elemento attivo.

Di fatto, considerando ingressi uguali alle 2N porte e una divisione senza perdite ( $S_{2N+1,k} = \beta = 1/\sqrt{2N}$ , per ogni k) si ottiene:

$$\frac{b_{2N+1}^{(i)}}{a_1} = (2N-1)\beta + \frac{\beta}{\frac{1}{\rho_i} - S_{ii}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} S_{ik} = \beta \left[ (2N-1) - \frac{\rho_i S_{ii}}{1 - \rho_i S_{ii}} \right] \quad (3.17)$$

Per cui i combinatori i cui parametri verificano:  $\rho_i S_{ii} = \frac{2N-1}{2N}$  avranno un corto in uscita per un determinato  $\rho_i$ , indipendentemente dall'isolamento tra le porte

d'ingresso. Riformulando la (3.16) si ottiene:

$$\frac{b_{2N+1}^{(i)}}{a_1} = \beta \left[ 2N - \frac{1}{1 - \rho_i S_{ii}} \right] \quad (3.18)$$

Si può notare che il caso migliore corrisponde a combinatori in cui l'amplificatore è isolato o la porta  $i$ -esima è ben adattata ( $\rho_i S_{ii} = 0$ ).

In tutti gli altri casi

$$\beta \left[ 2N - \frac{1}{1 - |\rho_i S_{ii}|} \right] \leq \left| \frac{b_{2N+1}^{(i)}}{a_1} \right| \leq \beta \left[ 2N - \frac{1}{1 + |\rho_i S_{ii}|} \right] \quad (3.19)$$

Quindi tipicamente, la potenza in uscita per un combinatori senza perdite con guasto alla porta  $i$ -esima è data da:

$$1/2 |b_{2N+1}^{(i)}|^2 \geq N |a_1|^2 \left( 1 - \frac{1/2N}{1 - |\rho_i S_{ii}|} \right)^2 \quad (3.20)$$

### 3.3 Alcuni esempi

Per comprendere meglio il comportamento del combinatori di Price-Leichter ha senso fare un confronto con un altro combinatori, scelto solo per la bassa riflessione in ingresso. I parametri di scattering indipendenti del C/D di Price-Leichter sono:

$$S_{11} = -\frac{3}{4} \quad S_{12} = S_{13} = S_{14} = \frac{1}{4} \quad S_{15} = \frac{1}{2}$$

i parametri di scattering  $S'$  del C/D di confronto sono invece:

$$S'_{13} = \frac{3}{4}, \quad S'_{11} = S'_{12} = S'_{14} = -\frac{1}{4}, \quad S'_{15} = \frac{1}{2}$$

Nel caso peggiore, quando l' $i$ -esimo amplificatore si rompe e diventa un cortocircuito ( $\rho_i = -1$ ), assumendo una potenza in ingresso ad ogni porta di 1 W ( $a_1 = \sqrt{2}W^{1/2}$ ), la potenza in uscita è, per il combinatori di Price-Leichter,  $\frac{1}{2}(b_5^{(i)})^2 = 0$ , con una efficienza di combinazione = 0. Mentre per il combinatori S' la potenza in uscita applicando la (3.19) è 1.778 W con un'efficienza di combinazione = 0.59. Anche in quest'ultimo caso c'è una forte attenuazione in caso di corto, ma non cessa di operare.

Dalla trattazione è evidente che il combinatori di Price-Leichter è ben lontano dall'essere la miglior scelta in termini di *graceful degradation*, anche se garantisce la massima isolamento tra gli ingressi, da inoltre la maggior riflessione in ingresso, facilitando l'occorrenza di risonanza tra la  $i$ -esima porta d'ingresso e l'amplificatore danneggiato.

Nel caso in cui l'amplificatore danneggiato si comporta come un circuito aperto ( $\rho_i = +1$ ) il combinatori di Price-Leichter ha delle performance migliori in confronto

al secondo combinatorio in quanto la potenza in uscita applicando la (3.19) si ottengono 2.94 W con un'efficienza di combinazione pari a 0.98. Per il secondo combinatorio la potenza in uscita è 2.56 W con un'efficienza di combinazione di 0.853 W. Per il

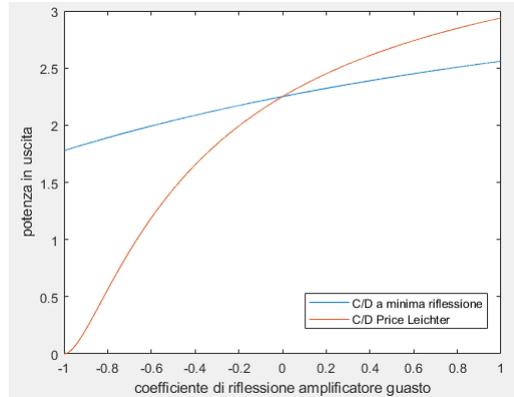


Figura 3.1: confronto tra i due combinatori in termini di potenza in uscita

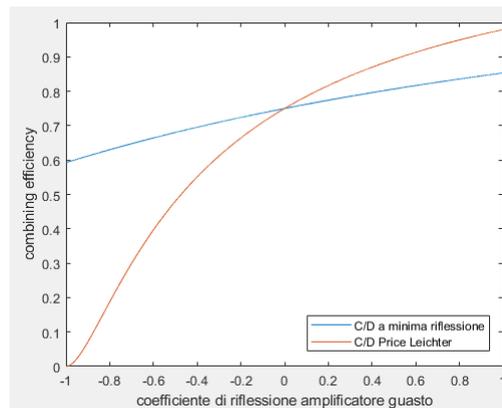


Figura 3.2: confronto tra i due combinatori in termini di combining efficiency

calcolo della *combining efficiency* si è considerato il rapporto tra potenza in uscita e potenza in ingresso. Il comportamento descritto è piuttosto generale (fig.3.2), indipendentemente dal numero di divisioni, e prova che, per avere buone prestazioni in termini di *graceful degradation* è necessario minimizzare le riflessioni alle porte d'ingresso del combinatorio.

D'altra parte, va puntualizzato che la minimizzazione di ogni possibile degradazione implica anche la conoscenza del comportamento dell'amplificatore in condizioni di guasto. Per esempio, la soluzione di Price-Leichter è valida quando l'amplificatore ha un isolatore in uscita, in modo che, anche uno o più amplificatori hanno dei guasti, l'uscita si deteriora gradualmente in quanto  $|\rho_i S_{ii}| = 0$ .

## Capitolo 4

### Conclusioni

Il progetto di un combinatorio 2N:1 è svolto analizzando N+1 fette corrispondenti ad angoli di  $\pi/2N$  e delimitate da pareti oblique sulle quali sono imposte condizioni al contorno di Floquet. Tra queste, una corrisponde ad un 2-porte, quando i muri di Floquet sono muri magnetici e un'onda TEM può propagarsi dai coassiali. In questo caso la geometria deve essere ottimizzata per minimizzare le riflessioni. Negli altri N casi, dal momento che la propagazione di un modo TEM è preclusa quando i muri non sono muri magnetici ed hanno differente periodicità, la cella è schematizzata come una singola porta e la sua geometria deve essere ottimizzata in modo che  $|\varphi_k|$  sia lo stesso per tutti i k nella banda di interesse. Le risultanti riflessioni sono combinate per ottenere la matrice di scattering del combinatorio secondo la relazione:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \dots \\ \Gamma_1^{(N)} \end{bmatrix} = \sqrt{2N}P \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ \dots \\ S_{1N+1} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

in cui la i-esima riga ( $i = 0, \dots, N$ ) di P è data da

$$(P)_i = \frac{1}{\sqrt{2N}} [1 \quad 2\cos(\frac{\pi}{N}i(1)) \quad \dots \quad 2\cos(\frac{\pi}{N}i(N-1)) \quad e^{j\frac{\pi}{N}iN}] \quad (4.2)$$

P è una matrice involutoria, per cui invertendo opportunamente la (4.2) otteniamo i parametri di scattering nella seguente forma:

$$\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ \dots \\ S_{1N+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2N}}P \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \dots \\ \Gamma_1^{(N)} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

In pratica, il design è svolto tramite i seguenti passi:

- 1) ottimizzazione della cella delimitata da muri magnetici per minimizzare la riflessione in uscita;
- 2) identificazione di alcuni parametri geometrici (almeno N-1) possibilmente posizio-

nati sulle pareti oblique, e disposti in modo da non rompere la simmetria azimutale che può essere usata per controllare la fase della riflessione in ingresso alla fetta per le condizioni di Floquet indipendenti sulle pareti oblique e, possibilmente, senza perturbare troppo il caso del muro magnetico;

3) analisi parametrica per trovare il miglior compromesso tra geometria e posizione degli elementi di controllo.

Il progetto del combinatore completo è quindi ottenuto minimizzando una funzione  $F(p_1, \dots, p_M)$  data dalla combinazione dei coefficienti di riflessione  $\Gamma_1^{(k)}$  ottenuti dall'analisi delle corrispondenti eccitazioni di Floquet, in cui  $p_1, \dots, p_M$  sono i parametri geometrici da ottimizzare nel processo. Una possibile scelta potrebbe essere  $F(p_1, \dots, p_M) = |\Gamma_1^{(0)}|^2 + \sum_{k=2}^N |\Gamma_1^1 - \Gamma_1^{(k)}|^2$ .

Va sottolineato che la disponibilità di una strategia di decomposizione per l'analisi di un combinatore con simmetria azimutale è un prerequisito per rendere l'ottimizzazione possibile. Infatti, l'ottimizzazione applicata direttamente al *full-wave model* dell'intero dispositivo richiederebbe molto tempo, considerando che il tempo computazionale per un'analisi accurata di uno dei combinatori è dell'ordine di 40 ore su una Xeon WS 256GB ram.

## Bibliografia

- [1] Rozzi Farina Morini, Venanzoni. Microonde.
- [2] David M. Pozar. Microwave engineering. 4th edition.
- [3] R. A. York. Some considerations for optimal efficiency and low noise in large power combiners. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 49(8):1477–1482, 2001.
- [4] D. B. Rutledge, Nai-Shuo Cheng, R. A. York, R. M. Weikle, and M. P. De Lisio. Failures in power-combining arrays. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 47(7):1077–1082, 1999.
- [5] Pengcheng Jia, Lee-Yin Chen, A. Alexanian, and R. A. York. Broad-band high-power amplifier using spatial power-combining technique. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 51(12):2469–2475, 2003.