

Università Politecnica delle Marche

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica

Caratterizzazione dinamica di ruote airless realizzate in Additive Manufacturing

Dynamic characterization of airless wheels made in Additive Manufacturing

Relatrice:

Prof.ssa Milena Martarelli

Tesi di laurea di:

Roberto Frattari

Anno Accademico 2019/2020

Sommario

1. Introduzione
2. ANSYS
2.1. Cenni
2.2. Dal modello monodimensionale al 3D
2.3. Pre-processor, solution processor, post-processor
3. Analisi condotta in ANSYS
3.1. Materiale
3.2. Geometria
3.2.1 Realizzazione del settore della ruota con Design Modeler7
3.3. Analisi modale
3.3.1. Analisi modale simulata11
3.3.2. Dati di input della simulazione16
3.4. Problemi nelle soluzioni
3.4.1. Funzione ciclica e Harmonic Index
3.4.2. Analisi con ANSYS for work
3.5. Estrazione delle soluzioni da ANSYS
4. Analisi dei dati sperimentali e simulati in Matlab
4.1. Cross-correlazione
4.2. Modal Assurance Criterion (MAC)
5. Conclusione
6. Bibliografia

1. Introduzione

L'obiettivo del progetto di tesi è di analizzare il comportamento dinamico di una ruota airless.

La ruota airless è uno pneumatico il cui funzionamento non implica l'utilizzo di aria in pressione (*Figura 1*). È spesso utilizzata su mezzi pesanti come ruspe o camion, cioè in mezzi soggetti ad un elevato rischio di foratura.

Ad oggi, l'obiettivo di diverse aziende è di utilizzare questa tecnologia anche per le automobili ad uso civile. Alcuni risultati preliminari indicano, infatti, che questo tipo di innovazione possa essere fondamentale per la produzione di nuovi pneumatici capaci di non sgonfiarsi o scoppiare a seguito di forature, potendo così ridurre i pericoli connessi alla strada.



Figura 1: Ruota airless (UNIME)

Il progetto è iniziato con la creazione (in solidworks) del modello 3D di ruota trabecolare la quale è stata successivamente prodotta utilizzando la stampante FormLabs Form2. In seguito, la ruota è stata sottoposta ad una serie di prove sperimentali attraverso le quali è stato possibile ricavarne (in testlab) le FRF, le frequenze naturali e le forme modali. Parallelamente il modello 3D è stato importato in ANSYS dove è stato analizzato al fine di ottenerne le varie forme modali simulate. Quest'ultime sono state confrontate con quelle sperimentali per valutare le differenze che intercorrono tra le forme modali ottenute attraverso l'approccio sperimentale e quelle ottenute grazie alla simulazione virtuale. Tutto ciò al fine di valutare la coerenza reciproca delle diverse procedure utilizzate per ottenere i parametri modali.

2. ANSYS

2.1. Cenni

Per studiare il comportamento vibratorio della ruota è stato utilizzato ANSYS, un software di ingegneria meccanica che sfrutta l'analisi agli elementi finiti (FEM) per l'analisi strutturale [1].

E' importante sottolineare che, nell'ingegneria, molti fenomeni fisici possono essere descritti tramite equazioni differenziali alle derivate parziali che sono impossibili da risolvere con i metodi analitici classici.

Ed è proprio per questo motivo che è stato inventato il metodo agli elementi finiti e cioè un approccio numerico che permette di risolvere il problema trasformando equazioni alle derivate parziali in equazioni algebriche. Il software genera un mesh che divide la struttura complessa in piccoli elementi di facile calcolo. Ogni elemento finito è connesso agli altri attraverso dei punti che lo delimita detti nodi.

2.2. Dal modello monodimensionale al 3D

Per capire meglio il concetto è opportuno visualizzare l'effetto del calcolo FEM su un caso semplice: un modello monodimensionale. Si consideri una funzione continua A(x) in un intervallo [a b] e si suddivida l'intervallo [a, b] in tanti sotto-intervalli non necessariamente di ampiezza uguale. Si definiscono 'nodi' tutti i punti di suddivisione dei singoli sotto-intervalli (''elementi''). Immaginando che la soluzione (sconosciuta) A(x) è rappresentata da una linea continua, il modello FEM ricerca una soluzione approssimata A'(x) definita da una polinomiale che va ad emulare l'andamento della funzione sconosciuta. Per fare ciò è necessario conoscere i valori della funzione incognita a livello dei nodi 'Ah' ed esclusivamente lì perché i valori fra i nodi (interni all'elemento) si potranno dedurre in modo approssimato con l'interpolazione. Quindi pur non ottenendo la soluzione esatta, si ottiene un insieme discreto e finito di valori Ah che permette poi di ricostruire e studiare una funzione che si avvicini a quella di partenza (*Figura 2*).





Tornando al modello 3D, il programma, tramite la generazione di una mesh suddivide la geometria in tanti piccoli elementi semplici da analizzare ovvero in tanti elementi finiti e la soluzione del problema per ciascuno di essi viene trovata grazie l'analisi condotta con la funzione di forma. Infatti, in analogia al modello monodimensionale, anche in questo caso più generico è possibile trovare gli spostamenti dei punti interni agli elementi usufruendo di una funzione continua interpolante che soddisfa alcune condizioni in un numero finito di punti e cioè a livello dei nodi (tali condizioni da soddisfare sono dette "valori" nodali). Naturalmente maggiore è la risoluzione della mesh e maggiore è il numero dei nodi e di conseguenza la soluzione sarà più qualitativa.

Spesso il software ANSYS viene sfruttato per verificare come si comporta un prodotto prima che venga realizzato e sottoposto ad un'analisi sperimentale (nel caso preso in considerazione dal progetto di tesi i dati sperimentali sono stati ottenuti in precedenza e solo in seguito confrontati con quelli simulati). Inoltre, il software permette di lavorare con un'intera gamma di modelli di materiali: gran parte di questi vengono forniti direttamente dalla libreria interna al programma mentre nel caso in cui non siano presenti possono essere aggiunti manualmente. Il software presenta anche la possibilità di realizzare la geometria stessa implementando programmi di disegno meccanico.

Infine, prendendo in considerazione l'analisi dinamica, è in grado di soddisfare tutte le esigenze relative all'analisi modale e armonica, permettendo quindi di simulare le sollecitazioni statiche e dinamiche agenti sulla geometria in esame. I risultati dell'analisi possono essere verificati graficamente al fine di renderne più semplice la comprensione.

2.3. Pre-processor, solution processor, post-processor

In genere la risoluzione dei problemi d'ingegneria è suddivisa in tre parti principali: creare un modello, risolvere il problema, analizzare i risultati. ANSYS, come molti altri programmi FE, è diviso in tre parti principali (processori) che sono chiamate pre-processor, solution processor, post-processor (*figura 3*) [2].

Pre-processor: è la fase in cui viene impostato il modello. Include una serie di passaggi di solito organizzati nel seguente ordine:

- Costruzione della geometria
- Definizione dei materiali
- Discretizzazione del problema con la generazione della mesh. La mesh in ANSYS può essere creata in diversi modi: il più usato consiste nel generarla automaticamente. Tale approccio

può essere più o meno controllato ad esempio, è possibile specificare il numero o la dimensione degli elementi di un'area specifica o dell'intera mesh.

Processore di soluzione: risolve il problema sulla base di tutte le informazioni specificate nel preprocessor e a queste si aggiungono:

- I carichi applicati alla struttura: le condizioni al contorno vengono generalmente applicate su nodi o elementi. Ad esempio una forza o un momento.
- I vincoli a cui è sottoposta la struttura

In questa fase si ottengono le soluzioni del problema.

Post-processor: in questa parte dell'analisi è possibile:

- Visualizzare in modo grafico i risultati connessi alla geometria deformata e alle sollecitazioni.
- Elencare i dati ottenuti in modo tabulare

Definiti gli input, sarà il programma a risolvere in automatico il problema e mostrare le soluzioni. Volendo, è possibile modificare le scelte di *default* fatte dal software in questi 3 step inserendo manualmente dei MACRO così da:

- migliorare la qualità dell'analisi condotta (con MACRO relativi al pre-processor e solution processor)
- migliorare l'esposizione dei risultati (con MACRO relativi al postprocessor).



Figura 3: schema della logica di calcolo ANSYS

3. Analisi condotta in ANSYS

3.1 Materiale

La ruota airless utilizzata per l'analisi è stata realizzata in resina formlabs in Additive Manufacturing. Le proprietà tipiche di questo materiale sono state il punto di partenza dell'analisi condotta in ANSYS e sono riportate nella tabella seguente (*figura 4*):

densità	1100 [kg/m ³]
Tensione a rottura	$3,8 \ge 10^7$ [Pa]
Tensione allo snervamento	$2,1 \ge 10^6$ [Pa]
Modulo di Young	1,6 x 10 ⁹ [Pa]
Coefficiente di Poisson	0,3

Figura 4: tabella relativa alle proprietà materiale resina formlabs 2

Questa resina non è presente nella libreria interna del programma, pertanto è stato necessario inserirla manualmente. Di seguito è riportata la procedura. Si introduce, nel *Workbench*, una cella per la scelta del materiale chiamata Engineering Data *(figura 5)*. Questa permette di accedere ad un'interfaccia dove si possono introdurre le caratteristiche del materiale in esame (riportate nella tabella della *figura 4*).



Figura 5: cella per la scelta del materiale nel Workbench (ANSYS).

3.2 Geometria

Lo studio sfrutta un modello 3D della ruota airless realizzata in Solidwork (v=4,42e-005 m³) (*figura 6*).



Figura 6: modello 3D della ruota airless (Solidworks).

Per l'analisi è stata utilizzata la versione del software ANSYS FOR STUDENDS che presenta delle limitazioni di capacità di calcolo non permettendo di lavorare con geometrie che hanno un numero di facce maggiore di 50. Di conseguenza non è stato possibile lavorare con la geometria dell'intera ruota perché troppo complessa. Alla luce di ciò, l'analisi è stata condotta su una geometria più semplice: è stata scelta la più piccola porzione di ruota che, in seguito ad una rotazione completa attorno all' asse di simmetria, restituisce la geometria dell'intera ruota. Quindi, la ruota è stata suddivisa in 10 settori circolari uguali.

3.2.1. Realizzazione del settore della ruota con Design Modeler

Per ritagliare il singolo settore dalla ruota intera, è stato utilizzato uno dei programmi di disegno meccanico di cui ANSYS dispone 'Design Modeler' (DM). L'accesso al programma è stato effettuato da Geometry, un'opzione associata alla cella *"Static Structural"* presente nel Workbench (*figura 7*).

	•		В	
	1	2	Static Structural	
I	2	٢	Engineering Data	
	3	sc	Geometry	 _
	4	۲	Model	 _
	5	٢	Setup	 _
	6	Ŵ	Solution	 _
	7	Ø	Results	 _
	8	Ġ₽	Parameters	

Figura 7: static structural-Workbench (ANSYS).

Il primo step, per creazione del settore, è stato importare, nel programma, la geometria della ruota. Dopo di che, per poter tagliare la ruota, è stato necessario introdurre un sistema di coordinate atte a generare un piano con normale z coincidente con l'asse di simmetria della ruota. Successivamente il sistema generato in default dal programma ha dovuto subire alcune modifiche: una rotazione attorno l'asse x di 90° > Trasforme(1): rotate about x > FD1 value:90°

e in aggiunta una successiva rotazione attorno l'asse y di 36°

> Trasforme(2): rotate about y > FD2 value: 36°

In seguito, è stato utilizzato il comando SLICE che, sfruttando il sistema di riferimento introdotto in precedenza, ha permesso di suddividere la ruota in 2 parti distinte (*figura 8*).



Figura 8: ruota suddivisa a metà con SLICE in D.M. (ANSYS)

È stato poi generato un secondo sistema di coordinate che, anche in questo caso, ha subito delle modifiche: rotazione di 36° attorno all'asse y.

> Trasforme(2): rotate about y > FD1 value: 36°

Su tale sistema viene utilizzata nuovamente la funzione SLICE che ha permesso di suddividere ulteriormente la ruota (*figura 9*).



Figura 9: ruota suddivisa in 4 parti con SLICE in D.M (ANSYS)

Infine, sono state eliminate 3 delle 4 parti con l'opzione 'suppress body' ottenendo così il settore circolare voluto (figura 10).



Figura 10: settore della ruota ottenuto in D.M (ANSYS)

3.3 Analisi Modale

L'analisi modale è un processo che permette di descrivere le proprietà dinamiche di una struttura che consistono nella frequenza naturale, nello smorzamento e nelle forme modali.

Esistono due diverse modalità per ottenere le informazioni relative al comportamento in frequenza di una struttura: una sperimentale e una simulata.

Per capire i vari step dell'analisi sperimentale si può fare riferimento allo studio della vibrazione di una piastra semplice [3].

Si consideri una piastra piatta non vincolata a cui viene applicata una forza che varia in modo sinusoidale (ad esempio attraverso uno shaker) *(figura 11)*. L'equazione che descrive la forza è del tipo:

$$f = Fsen(wt)$$

Con F=cost



Figura 11: piastra sollecitata [3]

In seguito, si pensi di misurare la risposta della piastra (figura 12) dovuta all'eccitazione con un accelerometro attaccato ad un angolo della medesima.



Figura 12: funzione di risposta nel tempo [3]

Dalla risposta si nota subito come l'ampiezza delle oscillazioni cambia al variare della frequenza della forzante. Questo fenomeno di amplificazione della risposta avviene quando si applica una forza con una frequenza prossima alla frequenza naturale (o frequenza di risonanza) del sistema. Spesso al fine di rendere più chiara e semplice l'analisi, è conveniente trasportare, in un dominio in frequenza, i dati acquisiti in un dominio temporale attraverso la ''Fast Fourier Transform'', potendo così calcolare la ''Frequency Response Function'' (*Figura 13*). Questa funzione si identifica come la normalizzazione della risposta della struttura rispetto alla forzante che l'ha determinata (la risposta può essere misurata come spostamento, velocità o accelerazione come in questo caso). Sarà poi l'analisi di questa funzione a permettere di ricavare le caratteristiche dinamiche del sistema.



Figura 13: funzione di risposta in frequenza [3]

In questa funzione è chiaramente possibile notare dei picchi che si verificano in corrispondenza delle frequenze di risonanza del sistema e ad ognuno è associato un Modal shape: la struttura può assumere diverse forme a seconda della frequenza naturale alla quale la forzante va ad eccitare il sistema. Ritornando all'esempio della piastra, la deformazione associata alla prima frequenza naturale è di flessione (in blu). Alla seconda frequenza naturale è associata una deformazione esclusivamente di torsione (in rosso). Alla terza frequenza naturale è associata la seconda modalità di deformazione flessionale (in verde), mentre alla quarta la seconda torsionale (in magenta) (figural4).



Figura 14: modi di vibrare della piastra al variare della frequenza [3]

È importante sottolineare come le caratteristiche dinamiche della struttura dipendono dalla massa, dalla rigidità e dalla geometria della struttura in esame. Di conseguenza lo scopo di tale analisi modale è capire quali sono le frequenze naturali e le forme modali del sistema con lo scopo di riprogettare o migliorare la struttura così da renderla ottimale in ambienti soggetti a rumore e vibrazioni.

3.3.1 Analisi modale simulata

Come brevemente descritto in precedenza, l'analisi modale sperimentale prevede il prelievo manuale dei dati e la loro successiva analisi. Esiste un'altra metodologia che permette di definire le caratteristiche dinamiche di un sistema: l'analisi modale simulata.

La simulazione passa dalla creazione di un modello che approssima il comportamento della struttura reale che, successivamente, verrà analizzato al fine di estrarne le forme modali. Per capire il concetto e definire le equazioni matematiche che identificano un sistema dinamico è opportuno analizzare il caso più semplice ed intuitivo: sistema dinamico ad 1 grado di libertà [4]. Questo modello è schematizzabile con una massa m collegata a telaio tramite una molla lineare di rigidezza k ed uno

smorzatore viscoso di coefficiente *c*: tale meccanismo viene solitamente chiamato *sistema massamolla-smorzatore* o *sistema del II ordine (figura 15)*.



Figura 15: sistema massa-molla-smorzatore [4]

Definendo con F la forza esterna applicata, l'equilibrio dinamico del sistema è rappresentato da una equazione differenziale lineare del II ordine:

$$-kx - c\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F} = \mathbf{m}\mathbf{x}$$

Riordinando:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F$$

L'analisi modale richiede come requisito che il sistema venga considerato in moto libero, di conseguenza la forzante deve essere considerata nulla. Detto ciò, l'equazione si modifica in:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{x}} + c\dot{\mathbf{x}} + kx = 0$$

adimensionalizzando per la massa:

$$\mathbf{x}\ddot{(t)} + \frac{c}{m}\mathbf{x}\dot{(t)} + \frac{k}{m}\mathbf{x}(t) = 0$$

Definendo ε = fattore di smorzamento= $\frac{c}{2\sqrt{km}}$ è possibile riscriverla in forma normale:

$$\ddot{x} + 2\varepsilon w \dot{x} + w^2 k x = 0$$

Di seguito è possibile definire la radice del sistema e cioè l'integrale generale dell'equazione differenziale come:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}$$

Con s1 e s2 soluzioni dell'equazione caratteristica:

$$s^{2} + 2\varepsilon w_{n}s + w_{n}^{2} = 0$$

S_{1,2} = -\varepsilon w_{n}^{2} (\varepsilon^{2} - 1)

Ne consegue che sarà il fattore di smorzamento a determinare il comportamento del sistema *(figura 16):*



Figura 16: radici dell'equazione caratteristica in funzione di E [4]

• Se $\mathcal{E} > l$, in tal caso le radici dell'equazione caratteristica sono reali:

$$S_{1,2} = (-\epsilon \pm \sqrt{\epsilon^2 - 1}) w_n$$

• Se $\mathcal{E} = l$, in tal caso le radici dell'equazione caratteristica sono reali coincidenti:

$$S_1 = S_2 = -w_n$$

• Se $0 < \mathcal{E} < 1$, in tal caso le radici dell'equazione caratteristica sono complesse coniugate:

$$S_{1,2} = (-\varepsilon \pm i\sqrt{1-\varepsilon^2}) w_n$$

Per il progetto di tesi è stata effettuata un'analisi modale simulata in ANSYS considerando un modello con smorzamento nullo e questo comporta una semplificazione dell'equazione della dinamica:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{x}}(t) + k\mathbf{x}(t) = 0$$

la quale rappresenta **l'equazione dell'oscillatore armonico.** Definendo con $w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} (rad/s)$ la pulsazione naturale del sistema è possibile riscrivere l'equazione come:

$$\ddot{x}_{(t)} + w_n^2(t) = 0$$

L'integrale generale dell'equazione differenziale è del tipo:

$$\mathbf{x}(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

con s1 e s2 soluzioni dell'equazione caratteristica:

$$s^2 + w_n^2 = 0 \to s_{1,2} = \pm i w_n$$

Quindi l'equazione del moto dell'oscillatore armonico è data dalla funzione complessa:

$$x(t) = A_1 e^{-iw_n t} + A_2 e^{iw_n t}$$

Che può essere portata in forma reale utilizzando la nota formula di Eulero:

$$e^n = cosx + i senx$$

Infatti, si ottiene:

$$\begin{aligned} x(t) &= A_1(cosw_nt - i \, senw_nt) + A_2 \, (\, cosw_nt + i \, senw_nt) \\ x(t) &= (A_1 + A_2)cosw_nt + i(A_2 - A_1)senw_nt \\ &= Acos\Phi cosw_nt + Asen\Phi senw_nt \end{aligned}$$

Avendo introdotto la notazione:

$$A_1 + A_2 = A \cos \Phi$$
 $i(A_2 - A_1) = A \sin \Phi$

L'integrale generale dell'equazione precedente si può quindi scrivere:

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\cos\left(w_n t + \Phi\right)$$

con A (ampiezza)e Φ (angolo di fase)costanti di integrazione.

Derivando la soluzione x(t) si ottiene:

$$\dot{x}(t) = -aw\sin(wt + \Phi)$$
$$\ddot{x}(t) = -aw^2\cos(wt + \Phi)$$

Sostituendo la soluzione e le sue derivate nell'equazione dell'oscillatore armonico si ha:

$$-w^{2}\cos(wt + \Phi) Ma + \cos(wt + \Phi)Ka = 0$$
$$\cos(wt + \Phi) (-w^{2}M + K)a = 0$$

Dovendo verificare l'equazione per ogni t:

$$(-w^2M+K)a=0$$

Sarà la risoluzione dell'equazione a permettere di trovare le radici o autovalori (frequenze naturali del sistema) e gli autovettori associati (le forme modali corrispondenti).

Naturalmente, nel caso analizzato in ANSYS, il problema non si limitava ad un solo grado di libertà ma si spingeva verso un numero molto elevato di gradi di libertà (uno per ogni nodo). Di conseguenza le equazioni della dinamica che vengono sviluppate e risolte dal programma sono una generalizzazione di quelle viste nel caso di un solo grado di libertà. Si può quindi riscrivere il sistema lineare come:

$$M\ddot{x} + Kx = 0$$

dove M matrice di massa, K matrice di rigidezza, x vettore delle incognite che elenca anche i gradi di libertà de sistema (che coincidono con il numero dei nodi).

Si definisce la soluzione del sistema ad n gradi di libertà come:

$$x(t) = Acos(wt + \Phi)$$

con A =vettore delle ampiezze (caratterizzato da componenti costanti e diverse per ogni grado di libertà) e in seguito derivando l'espressione si ottiene:

$$\dot{x}(t) = -Aw \sin(wt + \Phi)$$
$$\dot{x}(t) = -Aw^2 \cos(wt + \Phi)$$

Per verificare l'esistenza del moto armonico si sostituisce la soluzione e le sue derivate nell'equazione del sistema:

$$-w^{2}\cos(wt + \Phi) MA + \cos(wt + \Phi) KA = 0$$
$$\cos(wt + \Phi) (-w^{2}M + K)A = 0$$

Si ha l'esistenza per ogni t se e solo se:

$$(-w^2M + K)A = 0$$

La risoluzione del sistema porta alla determinazione delle frequenze naturali e delle forme modali associate. Inoltre, è possibile notare che assumere come soluzione una soluzione armonica ha un significato fisico preciso e cioè che tutti i g.l.d della struttura (nel caso in esame del singolo settore della ruota) si muovono in fase (o in controfase) e di conseguenza le soluzioni che vengono restituite dal programma saranno esclusivamente reali.

In ANSYS per poter effettuare l'analisi modale è stato sfruttato il software Mechanical (M.) a cui è possibile accedere cliccando l'opzione model presente nella cella Static Structure. Questo programma richiede il settaggio di alcuni dati di input al fine di procedere alla caratterizzazione dinamica della geometria.

3.3.2 Dati di input della simulazione

Il primo input da assegnare alla geometria è il materiale.

• materials > insert > material Assignment: resina formlabs

In seguito, si sfrutta l'opzione 'Simmetry' che permette di effettuare l'analisi modale su un solo settore circolare per poi estendere i risultati alla ruota intera:

• symmetry > cyclic region (*figura 17*)



Figura 17: funzione ciclica in Mechanical (ANSYS)

Sono state necessarie 4 'cyclic regions' poiché il settore presenta nella zona laterale 4 superfici sezionate. L'opzione 'cyclic' necessita di un sistema di coordinate cilindrico.

Successivamente si passa alla creazione della Mesh (figura 18):

• Mesh > Automatic Method (selezionare l'intera geometria)



Figure 18: mesh del settore della ruota creata in Mechanical (ANSYS)

E' stato poi necessario impostare le condizioni al contorno, ovvero i vincoli e le sollecitazioni che gravano sulla ruota [5].

Durante l'analisi sperimentale la ruota è stata bloccata su un sopporto attraverso una vite M8. Di conseguenza è necessario imprimere, sul modello simulato, pressioni analoghe a quelle esercitate dalla vite sul modello reale *(figura 19)*.



Figura 19: pressioni applicate al settore della ruota in Mechanical (ANSYS)

Per calcolare l'intensità della pressione con cui è stata caricata la ruota bisogna innanzitutto considerare la coppia di serraggio per far scorrere la filettatura della vite sulla madrevite M1.

$$M1 = Rass * \frac{dm * cos\beta * sen\alpha + f * cos\alpha}{2 * cos\beta * cos\alpha - f * sen\alpha}$$

Inoltre, considerando anche l'interazione tra la testa della vite e la sua superficie d'appoggio si ha un ulteriore contributo alla coppia M2:

$$M2 = \frac{f * Rass * Dm}{2}$$

Di conseguenza:

$$Mtot = M1 + M2$$

Sapendo che la coppia con cui è stata serrata la vite durante l'installazione sul supporto è pari a 100Ncm e ipotizzando valori di f=0,15; β =30°; α = artg($\frac{P}{IId}$)= 3°, è possibile ricavare Rass come:

$$Rass = \frac{2M}{dm \, x \, tg(\alpha + \phi) + dm \, x \, tf} = 800,70 \text{ N}$$

La superficie attraverso cui la ruota e la vite si scambiano tale forza è pari ad $A= 191,13 \text{ mm}^2$, di conseguenza risulta che la pressione che agisce sulla ruota e quindi anche sul singolo settore è pari a:

$$\sigma = \frac{Rass}{A} = 4,19 \text{ Mpa}$$

È stato inoltre aggiunto un vincolo d'incastro in 3 superfici (figure 20).



Figura 20: vincoli d'incastro associati al settore della ruota in Mechanical (ANSYS)

A questo punto è stata introdotta in Mechanical la funzione: 'Modal' nella quale sono stati imposti gli stessi dati di input definiti per la 'static structural'. Nel workbench, questo determina la creazione di una cella Modal connessa a quella 'Static'.

Nel Modal, a livello della zona 'Solution', è stato necessario indicare sia il numero di settori (10) che costituisce la ruota, sia da quale settore iniziare la risoluzione del sistema di equazioni lineari *(figura 21)*. Inoltre, è stato richiesto al programma di ricavare le soluzioni di 'total deformation' relative a 26 modi.

Cyclic Solution Display	/
Number of Sectors	10,
Starting at Sector	1,

Figura 21: setting delle cyclic solution (ANSYS)

> Solve > Soluzioni: autovalori (frequenze naturali) ed autovettori (forme modali).

Es. 8134 Hz

Es. 4450 Hz



3.4. Problemi nelle soluzioni

Le soluzioni trovate si discostano molto da quelle sperimentali, questo perché, nonostante l'utilizzo della funzione di simmetria ciclica, il programma effettua l'analisi modale per il singolo settore della ruota considerandolo come un'entità indipendente per poi estendere gli stessi risultati a tutti gli altri settori. In questo modo si ottiene una ruota intera dove ogni settore assume in ogni instante e per ogni modo la stessa deformazione.

Per ottenere le soluzioni desiderate e quindi i veri modi di vibrare è necessario variare l'Harmonic Index *(figura 22)*.

Туре	Total Deformation
Cyclic Mode	3,
Harmonic Index	0,
Starting at Sector	1,
Identifier	

Figura 22: cella per la modifica del l'indice armonico (ANSYS)

Così facendo si ottiene una modalità per ciascun indice armonico (numero di diametri nodali). Le risposte ottenute per il singolo settore vengono poi combinate per ottenere la risposta completa dell'intera struttura nel post-processing.

Come già noto, la ruota è stata suddivisa in N settori e identificando l'angolo tra 2 settori adiacenti con $\phi = \frac{2\Pi}{N}$ ne consegue che la geometria ad un angolo θ sarà uguale alla geometria presente a θ + i ϕ con i= intero. In questo modo si ha l'opportunità di studiare un singolo settore al fine di ottenere le frequenze naturali e le forme modali dell'intero sistema. In linea teorica, conducendo questa analisi modale, è possibile individuare 3 tipi diversi di forme modali:

• **Tutti i settori vibrano con la stessa fase** (tutti i punti omologhi di settori diversi si sposteranno allo stesso modo; condizione con Harmonic Index = 0)

- ٠ Ogni settore ha la stessa forma modale dei settori adiacenti ma in questo caso il settore vibra in anti-fase (ossia quando lo spostamento in un punto del settore è massimo, lo spostamento di un punto omologo di un settore adiacente è minimo; una sola forma modale presenta questo comportamento, quella con Harmonic Index= 5)
- Le restanti forme modali sono caratterizzate dai singoli settori che vibrano in maniera ٠ sfasata rispetto a quelli vicini. Queste forme modali sono descritte da coppie di autovalori identiche e da una coppia di autovettori ortogonali, dove l'ortogonalità degli autovettori è modale e non geometrica il che vuol dire che dal punto di vista grafico le 2 forme modali si presentano identiche ma in quadratura tra loro.

3.4.1 Funzione ciclica e Harmonic Index

L'opportunità di studiare un singolo settore al fine di ottenere le frequenze naturali e le forme modali dell'intero sistema è permesso dall'uso della funzione ciclica. Per capire come opera tale funzione si parte dall' identificazione dei gradi di libertà del sistema (nº nodi) (figura 23) [6].



 ${Xs} = {Xl; Xi; Xr}$

Figura 23: nodi associati al settore della ruota

Analogamente la sollecitazione sarà del tipo:

$${Fs} = {Fl; Fi; Fr}$$

Trascurando lo smorzamento, le equazioni lineari associate al sistema sono:

$$([k] - w^2 [M]) {Xs} = {Fs}$$

I punti di destra di un settore corrispondono ai punti di sinistra del settore successivo. Poiché il comportamento dei vari settori è sfasato, si può esprimere lo sfasamento dei punti di destra del primo settore (e quindi dei punti di sinistra del settore successivo) in funzione dello sfasamento con i punti di sinistra del medesimo. Questo concetto è espresso attraverso la relazione:

$$\{Xr\} = e^{\pm i\phi} \{Xl\}$$

Con $\phi = \frac{2\Pi n}{N}$, n= Harmonic Index (diametro nodale), N= n° di settori

Si arriva a definire:

$$\{Xr\} = e^{\pm i\phi} \{Xl\} = \{Xl\} \left[\cos\left(\frac{2\Pi n}{N}\right) + isen\left(\frac{2\Pi n}{N}\right) \right]$$

Quindi il problema degli autovettori si riduce:

$$([k] - w^2 [M]) \{X1; Xi\} = \{Fs\}$$

Inoltre, per le considerazioni fatte in precedenza, è noto come il programma opera la risoluzione di un sistema omogeneo (F=0)

$$([k] - w^2 [M]) x \{Xl; Xi\} = \{0\}$$

La scelta di un determinato ϕ impone un certo sfasamento tra i vari settori e al suo variare si possono individuare le diverse forme modali (la variazione di ϕ è associata alla variazione dell'Harmonic Index). Le considerazioni fatte in precedenza corrispondono ai risultati ottenuti in ANSYS al variare dell'Harmonic Index. (analisi condotte su una geometria semplificata).

Caso 1:

• Harmonic Index=0 (n=0) $\rightarrow \phi = 0 \rightarrow \{XI\} = \{Xr\}$



Caso 2:

• Harmonic Index=1 (n=1) $\rightarrow \phi = \Pi/5 \rightarrow \{Xr\} = \{Xl\} e^{\pm i\Pi/5}$

Caso 3:

• Harmonic Index=2 (n=2) $\rightarrow \phi = 2\Pi/5 \rightarrow \{Xr\} = \{Xl\} e^{\pm i2\Pi/5}$

Caso 4:

• Harmonic Index=3 (n=3) $\rightarrow \phi = 3\Pi/5 \rightarrow \{Xr\} = \{Xl\} e^{\pm i3\Pi/5}$

Caso 5:

• Harmonic Index=4 (n=4) $\rightarrow \phi = 4\Pi/5 \rightarrow \{Xr\} = \{Xl\} e^{\pm i4\Pi/5}$









Caso 6:

Harmonic Index=5 (n=5) → φ = Π → { Xr} = { Xl } e^{±iΠ} = - { Xl }; Cioè ogni settore vibra in controfase rispetto il settore precedente e successivo



Nonostante l'uso dell'Harmonic Index, non è possibile ottenere delle soluzioni corrette perché:

- Harmonic Index ha una limitazione a 5 di conseguenza non permette di visualizzare le forme modali che presentano 6 o 8 lobi che si manifestano a frequenze superiori ai 2900 Hz.
- Il programma studia l'intera ruota ma genera dei risultati per il singolo settore per poi, tenendo conto dello sfasamento dettato dall'Harmonic Index, estenderli agli altri. Quindi non valuta la ruota nella sua globalità.

3.4.2. Analisi con ANSYS for work

Per sopperire al problema è stato necessario utilizzare ANSYS con licenza integrale. A questo punto avendo a disposizione una capacità di calcolo più ampia, è stato possibile migliorare la mesh soprattutto in corrispondenza del battistrada. Incrementare la definizione e risoluzione della mesh sul battistrada risulterà utile in seguito quando verrà effettuata la comparazione dei dati ANSYS con quelli TESTLAB perché maggiore è il numero dei nodi presenti sul battistrada e maggiore sarà la possibilità di trovare dei nodi che siano vicini o coincidenti con quelli usati per l'analisi sperimentale. (i miglioramenti sono stati apportati utilizzando la funzione Edge Sizing, Body sizing e Face Meshing). Sulla ruota intera sono stati impostati gli stessi input del singolo settore e successivamente sono state ottenute le frequenze naturali e le rispettive forme modali.



f=579,2 Hz



f=1075,6 Hz



f=1290,4 Hz



f=624,2 Hz



f=1027 Hz



f=1251,7 Hz



f=1403,7 Hz



f=1893,4 Hz



f=1931,2 Hz



f=2345,6 Hz



f=2933,8 Hz



f=3247,5 Hz



f=2157,3 Hz



f=2570 Hz



f=2941,1 Hz

3.5. Estrazione delle soluzioni da ANSYS

Per estrarre le soluzioni, in un primo momento, è stato necessario usufruire del linguaggio APDL. Per fare ciò è stato utilizzato ANSYS FOR STUDENTS e sono stati effettuati diversi tentativi con l'uso di più Macro. Le prime prove sono state effettuate su un modello molto semplice rispetto a quello di studio al fine di distinguere se, il verificarsi di eventuali problemi, fosse connesso al mal funzionamento del codice realizzato o alla complessità geometrica del settore della ruota. La geometria in questione è una semplice trave cilindrica (*figura 24*) da cui si è cercato di estrarre i dati delle soluzioni relative a 4 modi di vibrare della struttura.



Figura 24: trave cilindrica utilizzata per lo studio (ANSYS)

Per fare ciò è stato necessario aprire una finestra "commands" nelle soluzioni di Modal.

Il primo command utilizzato è il seguente [7]:

```
C*** Print eigenvectors
*GET,NumOfModes,ACTIVE,0,SET,NSET,LAST,1
SET,1,1
PRNSOL,U,COMP
SET,1,2
PRNSOL,U,COMP
SET,1,3
PRNSOL,U,COMP
SET,1,4
PRNSOL,U,COMP
*ENDOO
```

In questo codice la funzione GET permette di memorizzare in NumOfModes il numero di nodi da 0 fino all'ultimo presente nel set. Fatto ciò è possibile estrarre le soluzioni di interesse grazie alla seconda parte del codice:

SET, Lstep, Sbstep

PRNSOL, U, COMP

Dove:

- SET: definisce il set di dati da leggere all'interno dei file contenenti i risultati.
- Lstep: definisce gli step di caricamento dei dati del set che devono essere letti (default 1)
- Sbstep: definisce di quale forma modale prelevare i dati (in questo caso è stato variato da 1 a
 4)
- **PRNSOL**: permette di mettere per inscritto i risultati ricercati nella solution Output
- U: vettore deformazione
- COMP: permette di restituire il vettore deformazione nelle componenti cartesiane X,Y e Z

Tale codice ha permesso di ottenere, per ogni modo di vibrare, il vettore delle deformazioni con le rispettive componenti nelle 3 direzioni cartesiane x, y, z e l'ampiezza. Tali informazioni sono riportate nella sezione ''solution Output > Post Output'' *(figura 25)*.

***** POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING *****						
LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1 FREQ= 10481. LOAD CASE= 0						
THE FOLL	OWING DEGE	REE OF FREEDOM R	ESULTS ARE	IN THE GLOBAL CO		
NODE	UX	UY	UZ	USUM		
297	7.2939	-2.2608	-3.0667	8.2291		
298	7.2960	-2.5230	-3.0714	8.3085		
299	7.2907	-1.9599	-3.0714	8.1504		
300	7.2934	-2.3867	-3.0762	8.2676		
301	7.2898	-1.9168	-3.0616	8.1356		
302	7.2873	-1.5565	-3.0671	8.0582		
303	7.2699	-0.78947E-001	-3.0659	7.8903		
304	7.2659	-0.98570E-001	-3.0638	7.8861		
305	7.2733	-0.37586	-3.0642	7.9013		
306	7.2705	-0.57814	-3.0594	7.9091		
307	7.2705	0.22160	-3.0695	7.8950		
308	7.2649	0.38524	-3.0699	7.8963		
309	7.2745	-0.68242E-001	-3.0681	7.8953		
310	7.2787	-0.41813	-3.0722	7.9115		
311	7.2779	0.99874E-001	-3.0696	7.8994		
312	7.2815	-0.85026	-3.0727	7.9488		
313	7.2817	-0.81022	-3.0682	7.9431		
21.4	7 29/5	_1 0176	-3 0709	7 0095		

Figura 25: Solution Output dell'analisi modale (ANSYS)

Un ulteriore problema da affrontare è riuscire a trasferire in un file di testo le informazioni trovate, così da facilitarne il trasferimento in Matlab. Questo comporta una modifica del codice precedentemente descritto. Fortunatamente è stato possibile reperire in un forum online un codice ben strutturato che permetteva di sopperire ai problemi prima illustrati.

Il secondo codice utilizzato è quello riportato di seguito.

```
/nopr
efile = 'elems.dat'
nfile = 'nodes.dat'
mfilpre = 'mode'
mfilpst = 'dat'
/postl ! Make sure you are in the post processor
/post1 ! Hake sure you are in the post processor
set,last ! Go to the last mode
allsel ! Make sure everything is selected
*get,lsbst,active,.set,sbst ! Get the number of the last mode
*get,mxnd,node,.num,max ! Get the max node number
*get,mxel,elem,.num,max ! Get the max element number
*dim,igvct,,mxnd,4 ! Make an array for storring eigenvectors
*dim,nmsk,,mxnd ! Make the node mask array
*dim,nds,,mxnd,4 ! Make the node array
*dim,elms,,mxel,5 ! Make the element array
*dim,emsk,,mxel ! Make the element mask array
*vfill,igvct(1,1),ramp,1,1 ! Fill igvct first column with node numbers
*vfill,elms(1,1),ramp,1,1 ! Fill rds tirst column with node numbers
*vfill,elms(1,1),ramp,1,1 ! Fill elms first column with elem numbers
*vget,nmsk(1),node,1,nse1 ! Fill elms first column with elem numbers
*vget,emsk(1),elem,1,ese1 ! Figure out what is selected: creates mask
*vget,emsk(1),elem,1,ese1 ! Figure out what is selected: creates mask
*vmask,nmsk(1) ! Mask on selected nodes
*vget,nds(1,2),node,1,loc,x ! Get node x
*vmask,nmsk(1)
*vget,nds(1,3),node,1,loc,y ! Get node y
    ask, nmsk(1)
*vget,nds(1,4),node,1,loc,z ! Get node z
*cfopen.%nfile% ! Open that node file up
*vmask,nmsk(1) ! Mask on selection
*vvrie.nds(1,1).nds(1,2).nds(1,3).nds(1,4) ! Write numb,x,y,z
%10d %16.9g %16.9g %16.9g
               close
*cfclose !
*msg,,nfile
--- Nodes written to %s
*umask.emsk(1) ! Same for elements
 *vget,elms(1,2),elem,1,node,1
*vmask,emsk(1)
*vget,elms(1,3),elem,1,node,2
*vmask,emsk(1)
*vget, elms(1, 4), elem, 1, node, 3
*vmask,emsk(1)
*vget,elms(1,5),elem,1,node,4
*cfopen,%efile%
*vmask,emsk(1)
 *vwrite, elms(1,1), elms(1,2), elms(1,3), elms(1,4), elms(1,5)
$10d $10d $10d $10d $10d
 *cfclose
*msg,,efile
--- Elements written to %s
*do,i,l,lsbst ! Loop on each solved mode
set, 1, i ! Open the mode
*get, frq, active, , set, freq ! Get the frequency
 *vmask,nmsk(1) !
                         Turn on the mask
*vget.igvct(1,2),node,1,u,x ! Get X Values
 *vmask,nmsk(1)
*vget,igvct(1,3),node,1,u,y ! Get Y Values
 *vmask,nmsk(1)
*vget,igvct(1,4),node,1,u,z ! Get Z Values
*if,i,lt,10,then !Open up a file for each
mode
 *cfopen, %mfilpre%0%i%.%mfilpst%
*else
 *cfopen, %mfilpre%%i%.%mfilpst%
*endif
 vwrite.i.frg. ! write the mode number and freg
(F10.4,F10.4)
*vmask.nmsk(1) ! Mask back on
*vwrite,igvct(1,1),igvct(1,2),igvct(1,3),igvct(1,4) !Write vectros
%16.9g %16.9g %16.9g %16.9g
*cfclose ! Close the output file
*msg,,i,frq
```



Tale Macro, oltre ai dati di interesse, permette di ottenere informazioni anche sulle coordinate dei nodi e sugli elementi. L'insieme dei dati estratti da questo codice sono poi reperibili nella cartella MECH associata al modello analizzato.

In alternativa i dati in questione potrebbero essere reperiti anche in modo più manuale: è necessario richiedere al programma di definire le deformazioni nelle 3 direzioni cartesiane con 'directional deformation' in aggiunta alla 'total Deformation'. In seguito, una volta che il programma ha risolto il problema si possono esportare i dati generando un file di testo per ogni soluzione. Questo è un approccio poco pratico e molto lungo a differenza del MACRO precedentemente descritto che invece permette di estrarre tutti i risultati in modo rapido e ben organizzato. Di conseguenza quest'ultima è stata l'alternativa scelta.

4. Analisi dei dati sperimentali e simulati in Matlab

Matlab è un programma scritto in C che integra in modo efficiente il calcolo, la visualizzazione e la programmazione. L'ambiente Matlab consente di gestire variabili, importare ed esportare dati, svolgere calcoli, disegnare grafici, programmare e sviluppare app. Nello specifico, il software è stato sviluppato per applicazioni basate su matrici e algebra lineare nell'ambito dell'analisi numerica.

I dati relativi alle forme modali simulate sono stati importati in Matlab e organizzati in una struttura chiamata 'MODE ANSYS' dove è possibile individuare 16 matrici chiamate Mode. Le prime 15 contengono i dati associati alle forme modali analizzate in ANSYS mentre l'ultima definisce la posizione dei nodi che caratterizzano la geometria *(figura 26)*.

MODO	FREQUENZA		
	SIMULATA		
	[Hz]		
1	579,2		
2	1027		
3	1075,6		
4	1251,7		
5	1290,4		
6	1403,7		
7	1624,2		
8	1893,4		
9	1931,2		
10	2157,3		
11	2345,6		
12	2570		
13	2933,8		
14	2941,1		
15	3247,5		

Figura 26: frequenze naturali associate ai modi simulati

Allo stesso modo vengono importati in Matlab i dati raccolti con l'analisi sperimentale forniti dal software TESTLAB. L'analisi sperimentale è stata condotta vincolando la ruota su un supporto in acciaio che è stato forato e filettato in modo da poterla incastrare con l'utilizzo di un bullone M8 serrato sulla madrevite con una coppia di pari a 100 [Ncm].

In seguito sulla ruota è stata effettuata una misura di tipo roving hammer:

- È stata definita la griglia dei punti di misura all'interno del software LMS: 90 punti localizzati su 3 circonferenze distati 8 cm l'una dall'altra.
- L'accelerometro è stato fissato tramite resina in uno specifico punto del battistrada. Senza variare la sua posizione, con l'uso di un martello strumentato, è stata eccitata la struttura in tutti i punti delineati dalla griglia.
- Una volta terminata l'acquisizione dei dati sono state generate dal software delle FRF le quali sono state successivamente sommate al fine di ottenere una FRF SUM *(figura 27)* che riassume in modo completo il comportamento dinamico della struttura.



Figura 27: FRF SUM associata all'analisi sperimentale (Matlab)

Mediante curve fitting operato nel dominio della frequenza, utilizzando l'algoritmo Polymax [8], sono stati identificati i parametri modali della struttura (frequenze di risonanza, rapporti di smorzamento e modi di vibrare). Le frequenze di risonanza stimate sono riportate in *figura 28*.

MODO	FREQUENZA
	SPERIMENTALE [Hz]
1	515,16
2	801,16
3	841,31
4	1293,07
5	1421,88

6	1690,35
7	1932,43
8	2317,26
9	2670,27
10	2865,43
11	3217,19
12	3253,30
13	3729,43
14	3761,15
15	3780,20
16	4202,98

Figura 28: frequenze naturali associate ai modi sperimentali (TESTLAB)

Gli autovettori sperimentali, che rappresentano i modi di vibrare, sono stati successivamente normalizzati (ciascuno rispetto al proprio massimo), scalati e riordinati secondo l'ordine di esportazione dei nodi. Fatto ciò, è stata costruita una matrice 90x16 in cui è stata inserita la parte immaginaria degli autovettori.

```
scale_Factor = 30;
n_modes = 16;
% plot mode shapes
for kk=1:n_modes;
v(:,kk)=imag(phi_cil(:,kk));
v_max(kk)=max(v(:,kk));
v_norm(:,kk)=v(:,kk)/v_max(kk);
v_scale(:,kk)=v_norm(:,kk)/scale_Factor;
end
```

```
[ for jj=1:n_modes
     [Y,I] = sort(nodseq(:,jj));
     mod=phi cil(:,jj);
     mod ord=mod(I(1:n*m));
     mod ord=mod ord(1:n*m,:);
     figure, subplot(211), plot(imag(mod))
     subplot(212),plot(imag(mod_ord))
  2
     mod r=reshape(mod ord,m,n);
     mod_shapes(:,:,jj)=mod_r;
     v_scale_mod=v_scale(:,jj);
     v scale ord=v scale mod(I(1:n*m));
     v scale ord line(:,jj)=v_scale_ord; % matrice degi autovettori ordinati
     v_scale_r=reshape(v_scale_ord,m,n);
     v scale shapes(:,:,jj)=v scale r;
 end
```

Per confrontare i modi di vibrare ottenuti con la prova sperimentale e la simulazione è necessario che i 2 sistemi di autovettori abbiano lo stesso numero di componenti e cioè che appartengano a 2 strutture con gli stessi gradi di libertà (stesso numero di nodi). In un primo momento questa condizione non è soddisfatta poiché il modello ANSYS presenta 51282 nodi (g.d.l) che sono nettamente superiori ai 90 nodi della griglia utilizzata per l'analisi sperimentale *(figura 29)*.



Figura 29: plot dei nodi del sistema sperimentale su quelli del sistema simulato (Matlab)

Di conseguenza è necessario trovare, tra i nodi del modello (ANSYS), quelli coincidenti o prossimi a quelli della prova sperimentale (TESTLAB) in modo da poter convertire i dati ANSYS associati ad un sistema a 51282 g.d.l a quelli di un sistema di 90 g.d.l. Per fare ciò si cercano i 90 nodi di ANSYS che minimizzano le distanze tra le 2 nuvole di punti.

```
N=length(Nodispe);
for ii=1:N
    Pe=Nodispe(ii,:);
    Ps=[Nodi_tot_ansys1(:,1),Nodi_tot_ansys1(:,2),Nodi_tot_ansys1(:,3)];
    dummy=ones(size(Ps)).*Pe;
    dquadro=(dummy(:,1)-Nodi_tot_ansys1(:,1)).^2 + (dummy(:,2)-Nodi_tot_ansys1(:,2)).^2 + (dummy(:,3)-Nodi_tot_ansys1(:,3))
    dd=sqrt(dquadro);
    [value index]= min(dd);
    T(ii,:)=[value,index];
end
```

Sono stati ottenuti 90 nodi della geometria simulata quasi perfettamente coincidenti con quelli della sperimentazione *(figura 30)*.



Figura 30: plot dei 90 nodi del sistema sperimentale su 90 nodi del sistema simulato (Matlab).

Definita la posizione dei 90 nodi simulati è stato possibile costruire degli autovettori che considerano le informazioni di deformazione solo in quei punti. Successivamente questi autovettori sono stati scalati per normalizzarli e permettere il confronto con i modi sperimentali.

```
AA=ANSYS_MODE.modi.(['MODE',num2str(kkk)])/1000;
ANSYS_MODE.comp.(['COMP',num2str(kkk)])=AA(:,2:4);
BB= ANSYS_MODE.comp.(['COMP',num2str(kkk)]);
ANSYS_MODE.comp_nodi_spec.(['COMP_NODI_SPEC',num2str(kkk)])=BB(Nodi_di_studio(:,:),:);
CC= ANSYS_MODE.comp_nodi_spec.(['COMP_NODI_SPEC',num2str(kkk)])/40;
```

Di seguito è riportato un esempio della forma modale simulata 'a 5 lobi' su un piano bidimensionale (*figura 31*):



Figura 31: plot bidimensionale del modo 11 simulato ' a 5 lobi' (Matlab).

Gli autovettori forniti da ANSYS sono scomposti lungo gli assi di un sistema di riferimento cartesiano localizzato al centro della ruota, mentre le deformazioni ottenute dall'analisi sperimentale sono state misurate lungo la direzione radiale. Per questo è opportuno convertire i dati ANSYS in coordinate cilindriche, così da definirne le deformazioni lungo la componente radiale. Per fare ciò è stata utilizzata la funzione CART2POL.

In questo modo si ottiene Rho1 che definisce le deformazioni radiali dei vari nodi rispetto ad un sistema di riferimento cilindrico localizzato al centro della ruota. Di conseguenza è necessario sottrarre a Rho1 il raggio della ruota indeformata per ottenere le deformazioni radiali rispetto alla posizione del battistrada. In seguito, è stata creata una matrice 90x15 in cui sono stati inseriti tutti gli autovettori simulati.

```
[theta5,rho1,z1]=cart2pol(Nodi_tot_ansys1(Nodi_di_studio(:,:),1)+CC(:,1)*4,Nodi_tot_ansys1(Nodi_di_studio(:,:),2).....
+CC(:,2)*4,Nodi_tot_ansys1(Nodi_di_studio(:,:),3)+CC(:,3)*4);
ANSYS_MODE.mode_real(:,kkk)=((rho1-ones(90,1)*0.05));
PhiAnsys_norm(:,kkk)=ANSYS_MODE.mode_real(:,kkk);
```

In TESTLAB sono stati ottenuti 16 modi di vibrare ma non tutti saranno utili all'analisi.

Infatti, si ricordi che l'accelerometro, con cui è stata misurata la risposta del sistema, è monodimensionale ed attaccato al battistrada in modo da registrare informazioni solo lungo la direzione radiale. Di conseguenza, andando a rappresentare graficamente i modi, non è stato possibile, conoscendo le sole deformazioni radiali, visualizzarne alcuni. Infatti, i primi modi di vibrare (associati a basse frequenze), non presentano deformazioni in senso radiale perciò non sono visibili.

Invece sopra i 2900 Hz, si cade in una situazione di Aliasing spaziale che non permette di visualizzare queste forme modali in modo esatto.

Quindi dei 16 modi ottenuti in TESTLAB, alcuni dovranno essere scartati per le problematiche definite in precedenza. Sono stati selezionati solo 5 modi che si presentavano ben visibili graficamente e trovavano corrispondenza in una forma modale simulata.

Di conseguenza l'analisi comparativa è stata condotta solamente tra 5 modi simulati e 5 modi sperimentali *(figure 32, 33[a-b], 34[a-b], 35[a-b], 36[a-b], 37[a-b])*.

Frequenze	Frequenze	FORMA
Simulate	Sperimentali	
[Hz]	[Hz]	
1403,70	1690,35	A 2 LOBI
1624,20	1932,43	A 3 LOBI
1931,20	2317,20	A 4 LOBI
2157,30	2670,27	A 5 LOBI.A
2345,60	2865,42	A 5 LOBI.B

Figura 32: tabella delle frequenze sperimentali e simulate analizzate



Figura 33a: forma modale simulata 'a 2 lobi'- 1403,70 Hz, (Matlab)



Figura 34a: forma modale simulata 'a 3 lobi'- 1624,20 Hz, (Matlab)



Figura 33b: forma modale sperimentale 'a 2 lobi'- 1690,35 Hz, (LMS)



Figura 34b: forma modale sperimentale 'a 3 lobi'- 1932,43Hz, (LMS)



Figura 35a: forma modale simulata 'a 4 lobi'- 1931,20 Hz, (Matlab)



Figura 36a: forma modale simulata 'a 5 lobi.a'- 2157,31 Hz, (Matlab)



(Matlab)



Figura 35b: forma modale sperimentale 'a 4 lobi'- 2317,20 Hz, (LMS)



Figura 36b: forma modale sperimentale 'a 5 lobi.a'- 2670,27 Hz, (LMS)



Figura 37b: forma modale sperimentale 'a 5 lobi.b'- 2865,42 Hz, (LMS)

In seguito, sono stati costruiti 2 vettori contenenti uno le frequenze simulate e l'altro quelle sperimentali per poi confrontarli in modo grafico. Si ottiene quindi una serie di punti dei quali viene fatto il FIT con una retta *(figura 38)*.



Figura 38: confronto fra le frequenze naturali numeriche e quelle sperimentali attraverso l'uso della fitted linear curve (Matlab).

È chiaro che se la frequenza naturale di un sistema è descritta dell'equazione $w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} (rad/_S)$, la rigidezza sarà pari a $k = m w_n^2$. Detto ciò, per ogni modo, il sistema sperimentale presenta dei valori di frequenza superiori a quelli simulati e ciò comporta che la rigidezza del modello sperimentale sia maggiore di quella del simulato. Tale considerazione è confermata dal calcolo del coefficiente angolare della retta che ha un valore pari a 0,778.

4.1 Cross-correlazione

Un altro problema che insorge è connesso allo sfasamento spaziale che si ha tra i modi di vibrare simulati e quelli sperimentali. Per spiegare il concetto, si immagini di inserire un sistema di riferimento cartesiano x, y, z dove x e y sono le generatrici del piano su cui giace la ruota e z la normale al piano. Detto ciò è possibile osservare come un medesimo punto, appartenente alla geometria deformata simulata e a quella deformata sperimentale, presenta un angolo diverso rispetto l'asse x.

Pertanto, per poter capire il valore dello sfasamento, è stato necessario effettuare la cross-correlazione tra i modi simulati e quelli sperimentali. Visualizzando le coppie di modi sul grafico bidimensionale è evidente lo sfasamento spaziale *(figura 39)*.



Figura 39: comparazione grafica per 5 forme modali dell'autovettore sperimentale (in arancio) con l'autovettore numerico (in blu) (Matlab).

La correlazione incrociata è una misura della somiglianza o relazione tra due segnali [9]. Se x [m] e y [m] sono due segnali discreti, allora la correlazione di y [m] rispetto all'equazione di riferimento x [m] è data come:

$$r_{xy}[l] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] \ y[m-l]$$

Dove con m è indicato il campione generico e con l il ritardo, ovvero il numero di campioni m che separano le 2 funzioni. I pedici xy specificano come x[m] è la sequenza di riferimento che rimane fissa mentre la y[m] viene spostata rispetto a x[m].

Per l positivi, y [m] è spostato di l campioni a destra rispetto alla sequenza di riferimento x [m] mentre nel caso di valori negativi, y[m] è spostato di l campioni verso sinistra rispetto a x[m]. In Matlab, la correlazione incrociata è stata effettuata con la funzione XCORR.

```
[M, Lag] = xcorr(PHI_TESTLAB(:,i),ANSYS_MODE_2.mode_real(:,i))
M1=M(90:179)
Lag2=Lag(90:179)
[M2(i), index(i)] = max(M1)
valori_lag(:,i)=Lag2(index(i));
sfasamento(:,i)=valori_lag(:,i)*dtt;
```

Per capire in modo chiaro il funzionamento si potrebbe considerare il caso della forma modale a 5 LOBI.A. Il grafico che ne descrive la correlazione si presenta in *figura 33* e si può notare che il primo punto di massimo (per x > 0) si ha per valori di 1 = 2. Ciò vuol dire che lo sfasamento tra i 2 segnali è pari a 2 campioni, ovvero il modo simulato è spostato di 2 campioni a destra rispetto al modo sperimentale.



Figura 40: il grafico che descrive la cross-correlazione tra il modo 11 simulato e il modo 9 sperimentali (Matlab).



E' possibile estendere questa logica a tutte le 5 coppie di forme modali così da rimettere in fase spaziale i 2 segnali (*figura 41*).

Figura 41: comparazione grafica dell'autovettore sperimentale (in arancio) con l'autovettore numerico (in blu) spostato di un numero di campioni pari ad l (Matlab).

4.2 Modal Assurance Criterion (MAC)

Successivamente è possibile procedere con il Mac [10] che permette di determinare quantitativamente la correlazione tra un modo numerico e il corrispondente sperimentale. In questo modo i vettori modali generati da un'analisi agli elementi finiti possono essere confrontati con quelli determinati sperimentalmente, ciò al fine di valutare la coerenza reciproca delle diverse procedure utilizzate per ottenere i parametri modali.

Dal punto di vista matematico il MAC è definito come una costante scalare relativa al grado di

coerenza (linearità) tra 2 vettori modali ed è descritta dall'espressione che segue:

$$MAC_{cdr} = \frac{\left|\{\psi_{cr}\}^{T}\{\psi_{dr}^{*}\}\right|^{2}}{\{\psi_{cr}\}^{T}\{\psi_{cr}^{*}\}\{\psi_{dr}\}^{T}\{\psi_{dr}^{*}\}}$$

Il criterio di garanzia modale assume valori da 0 ad 1: 0 quando non vi è coerenza fra le forme modali confrontate, mentre, se i vettori modali in esame mostrano veramente una relazione coerente, il criterio di garanzia modale dovrebbe avvicinarsi all'unità.

```
for jj=1:size(PHI_TESTLAB_ORD,2)
for ww=1:size(PHI_ANSYS,2)
MAC_TEST_ANSYS_3(jj,ww)=(PHI_TESTLAB_ORD(:,jj)'*PHI_ANSYS(:,ww))^2/....
(PHI_ANSYS(:,ww)'*PHI_ANSYS(:,ww)*PHI_TESTLAB_ORD(:,jj)'*PHI_TESTLAB_ORD(:,jj));
Macplot3=MAC_TEST_ANSYS_3;
end
end
```

È stata quindi effettuata la comparazione tramite MAC delle 5 coppie di forme modali simulate e sperimentali ottenendo i livelli di correlazione riportati in tabella *(figura 42)* e graficamente visibili nell'istogramma 3D *(figura 43)*.

Frequenze sperimentali [Hz] Frequenze numeriche [Hz]	1690,35	1932,43	2317,20	2670,27	2865,42
1403,70	0.560	0.076	0.005	4.8xe ⁻⁴	0.023
1624,20	0.128	0.415	0.073	0.001	4.4xe ⁻⁴
1931,20	4.7xe ⁻⁴	0.001	0.173	0.016	0.084
2157,30	0.011	7.7xe ⁻⁵	0.003	0.682	4.3xe ⁻⁴
2345,60	1.1xe ⁻⁴	0.002	0.002	0.205	0.245

Figura 42: tabella con i valori di MAC associati alle coppie di modi.



Figura 43: istogramma della funzione MAC

5. Conclusione

Riassumendo, è stata effettuata una simulazione della ruota airless in ANSYS e le soluzioni ottenute sono state confrontate con quelle sperimentali al fine di definire la coerenza tra i 2 percorsi utilizzati per ottenere le proprietà dinamiche della ruota. Tutto ciò ha permesso di comprendere in modo chiaro alcuni aspetti relativi alla logica di risoluzione dei sistemi adottata da ANSYS così da capire come risolvere i problemi che si sono verificati durante lo svolgimento dell'analisi. Anche in Matlab, la comparazione dei dati sperimentali con i simulati non è stata una procedura immediata e di facile risoluzione. Infatti, per riuscire ad ottenere lo script finale, sono state apportate molte modifiche che, spesso, hanno richiesto lunghe riflessioni e approcci di tipo iterativo.

In conclusione, come riferito dai valori del MAC, i dati sperimentali e quelli simulati hanno una somiglianza più accentuata per il primo modo 'a 2 lobi' e per il quarto 'a 5 lobi.a' mentre la similarità si attenua per gli altri. Probabilmente la coerenza modale non è molto elevata a causa della presenza di rumore che, manifestatosi durante la misurazione sperimentale, ha compromesso la nitidezza dei dati raccolti.

6. Bibliografia

- [1] D. T. J. R. Hughes, The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis, Prentice-Hall, 2000.
- [2] KTH, «INTRODUCTION TO A FINITE ELEMENT ANALYSIS PROGRAM: ANSYS,» Royal Institute of Technology (KTH), Department of Solid Mechanics.
- [3] EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS A SIMPLE NON MATHEMATICAL PRESENTATION, University of Massachusetts, Lowell : Peter Avitabile, 2001.
- [4] M. Callegari, «Vibrazioni Meccanica applicata alle macchine,» Università Politecnica delle Marche -Ancona, 2015-2016.
- [5] J. K. N. Richard G. Budynas, Progetto e costruzione di macchine (III edizione), Mc-Grow-Hill Education, 2014.
- [6] D. Thomas, Dynamic of rotationally periodic structures, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, 1979.
- [7] ANSYS Mechanical APDL Command Reference,, Sas , Novembre 2010.
- [8] B. Peeters, H. Van Der Auweraer, P. Guillaume, J. Leuridan, The polymax frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation? Shock Vib 11 (2004) 395–409.
- [9] Uniroma, «Lecture Correlation,» Roma.
- [10] The Modal Assurance Criterion Twenty Years of Use and Abuse, University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio: Randall J. Allemang, 2003.