



UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE

INGEGNERIA INFORMATICA E AUTOMAZIONE

**STUDIO, IMPLEMENTAZIONE E
SINCRONIZZAZIONE DI OSCILLATORI
NON-LINEARI PER IL CONTROLLO DI ESAPODI
ROBOTICI**

**STUDY, IMPLEMENTATION AND
SYNCHRONIZATION OF NON-LINEAR
OSCILLATORS FOR THE CONTROL OF ROBOTIC
HEXAPODS**

Relatore: Chiar.mo
Prof. Simone Fiori

Tesi di Laurea di:
Belleggia Andrea

A.A. 2020/2021

Indice

1	Introduzione	3
1.1	Descrizione e formulazione del progetto	4
2	Materiali e Metodi	5
2.1	Struttura della Piattaforma	5
2.2	Il Girovita Parallelo	6
2.3	Metodo Esplicito di Runge-Kutta IV Ordine (eRK4)	7
2.4	σ -Hopf Harmonic Oscillator	9
2.5	Netwok	10
2.6	Lo sfasamento nei diversi Motion Pattern	10
2.7	Sincronizzazione dell'Oscillatore σ -Hopf	11
3	Analisi della Sincronizzazione	12
3.1	Cambiamenti al varirare dei parametri fondamentali	12
3.2	Andamento della forma d'onda in funzione di quattro fattori caratteristici	13
3.3	Introduzione di $k_e(t)$ ed effetto sulla sincronizzazione	15
4	Svolgimento	17
4.1	Oscillatore σ -Hopf singolo	17
4.2	Simulazione dei 6 Oscillatori	18
4.3	Studio della funzione $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$	20
4.3.1	Calcolo della $\mathbf{f}\{\Delta\bar{v}_s\}$	20
4.3.2	Calcolo della $\mathbf{G}\{\Delta\bar{v}_0\}$	21
4.3.3	Calcolo della $\mathbf{G}\{\Delta\bar{v}_s\}$	21
4.4	$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei parametri fodamentali	23
4.4.1	$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di K	23
4.4.2	$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei punti iniziali (x_0, y_0)	24
4.4.3	$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei fattori di fase	25
4.4.4	$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di ρ	25
5	Studio della Norma	28
6	Conclusione e Analisi dei Risultati	29
	Ringraziamenti	30
	Bibliografia	31

Elenco delle figure

2.1	Struttura del sistema robotico, compreso il generatore di locomozione del robot, oscillatori σ -Hopf, rete sincrona e moduli di segnale di accoppiamento	6
2.2	Rete con architettura ad anello a due vie. Ogni arto è composto da 2 maglie, 2 cerniere sferiche, 1 attuatore e 1 sensore di forza. ϕ_i è indicato come fase di oscillazione del i -esimo giunto, Φ_i è il segnale di controllo del i -esimo giunto	6
2.3	Definizione della funzione Phi per il metodo di Runge-Kutta.	8
2.4	Simulazione numerica del σ -Hopf Oscillator	8
3.1	Parametri fondamentali: Converge rate; Asymmetry rate; Period; Duty ratio	14
3.2	Effetto di $k_e(t)$ sulla sincronizzazione	16
4.1	Oscillatore σ -Hopf singolo	17
4.2	Andamento dell'Oscillatore 1 per il Motion pattern B	19
4.3	Andamento di tutti gli Oscillatori dell'Universo 1 per il Motion Pattern B	19
4.4	Andamento della $\{\Delta \bar{v}_s\}$	20
4.5	Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$	21
4.6	$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di K con $\rho=0.5$	23
4.7	Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei punti iniziali	24
4.8	Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di ρ	25
4.9	Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di K con $\rho = 0.75$	26
4.10	$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei fattori di fase con $\rho=0.5$ e $K=1$	27
4.11	Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei fattori di fase con $\rho = 0.75$ e $K=5$	27
5.1	Andamento della Norma della sommatoria	28

Capitolo 1

Introduzione

Lo studio di sistemi robotici negli ultimi anni si è concentrato su come rendere i movimenti di un robot sempre più simili a quelli dell'uomo o degli animali. Per permettere ciò si è pensato di dotare il robot di arti, infatti si è sviluppata la tecnica di un automa con gambe.

Questa tecnica negli ultimi decenni ha compiuto notevoli progressi andando a studiare gli aspetti riguardanti la struttura e il controllo delle gambe in modo da migliorare flessibilità, stabilità, coordinamento e quindi anche l'equilibrio dell'automa. (*Zhu, Shuangjie, Dongxiao, & Qiong, 2019*)

Nessun robot però è stato in grado di agire in modo così flessibile come un gatto o un cane fino ad oggi, ciò è dovuto non solo dalla strategia di controllo ma anche dal fatto che ci sono molte differenze tra la struttura delle creature naturali e quella dei robot.

In questo studio, presentiamo il σ - **Hopf Harmonic Oscillator**, il quale può considerarsi una soluzione per espandere lo spazio di locomozione del robot.

1.1 DESCRIZIONE E FORMULAZIONE DEL PROGETTO

Come già detto in questo contributo, utilizziamo il σ Hopf- Harmonic Oscillator, a differenza della sincronizzazione degli oscillatori Hopf originali, il fattore asimmetrico dell' oscillatore provoca una deformazione nella forma d'onda dell'oscillazione. Utilizzando la teoria della sincronizzazione non lineare, costruiamo il modello dello stato di transizione del processo di sincronizzazione per analizzare la distorsione asimmetrica, la variazione del periodo e l'incoerenza del rapporto di lavoro.

La sincronizzazione di oscillatori non lineari accoppiati, ispirati a un generatore di pattern centrale *Central Pattern Generator, CPG*, permette di controllare un robot bionico e promuovere la coordinazione e la diversità della locomozione.

Quindi viene introdotta una forza di accoppiamento variabile per eliminare la deformazione della forma d'onda e mantenere la velocità di convergenza veloce.

Infine, l'approccio viene utilizzato per il controllo della locomozione di una vita parallela bionica di robot con le gambe.

Verrà convalidata l'efficacia dell'approccio sia nel comportamento indipendente che in quello di sintesi di quattro schemi di movimento tipici.

I quattro schemi, citati in precedenza, in questo studio vengono chiamati Motion Pattern e successivamente verranno descritti con le loro caratteristiche e differenze principali.

Capitolo 2

Materiali e Metodi

2.1 STRUTTURA DELLA PIATTAFORMA

Nei mammiferi, il busto svolge un ruolo fondamentale nel movimento, infatti i ricercatori hanno scoperto che i robot dotati di girovita funzionano meglio rispetto a quelli con un corpo rigido. In questo documento viene utilizzata come vita del robot una piattaforma parallela a quattro zampe per ottenere una migliore capacità di coordinazione.

La piattaforma mobile collega le gambe anteriori, mentre le gambe posteriori sono collegate alla piattaforma fissa. L'intera piattaforma parallela corrispondente al busto del robot e può eseguire movimenti di spostamento, rotazione e sintesi.

Sei arti collegano la piattaforma mobile alla piattaforma fissa e sono il meccanismo di azionamento della vita. Sono presenti due giunti sferici tra i collegamenti dell'accoppiatore e un giunto di rotazione per il collegamento di un'asta di ingresso del motore. Quindi, la piattaforma mobile può muoversi con 6 gradi di libertà spaziali sotto l'azionamento di 6 motori a corrente continua (**Brushless DC**) senza spazzole.

I dispositivi utilizzati per il passaggio di informazioni sono gli Encoder e i Sensori.

Gli encoder magnetici sono montati accanto alle aste di ingresso e sono collegati da ingranaggi. I sensori, più precisamente sensori di forza sono montati sui collegamenti lunghi e utilizzati per il calcolo del carico utile. Tutte le informazioni ottenute tramite encoder e sensori di forza vengono inviate al controller per la generazione della locomozione.

2.2 IL GIROVITA PARALLELO

La maggior parte dei robot dotati di gambe regolano l'azione del torso rigido controllando il movimento di esse, altri invece riescono a migliorare la capacità di movimento delle articolazioni attive o passive.

Ma il girovita parallelo presentato ha molta più flessibilità e una maggiore capacità di carico, che possono facilmente aiutare il robot a raggiungere il beccheggio, l'allungamento e la torsione del busto. Pertanto, il robot dotato di una vita bionica deve eseguire una pianificazione del comportamento generale, compreso il busto e le gambe, in modo da generare il ritmo del movimento e i parametri di controllo per la vita. Con il metodo di controllo bionico, questi parametri verranno utilizzati per regolare l'oscillatore CPG e la rete sincrona, quindi per generare il segnale di controllo utilizzato dal driver del motore.

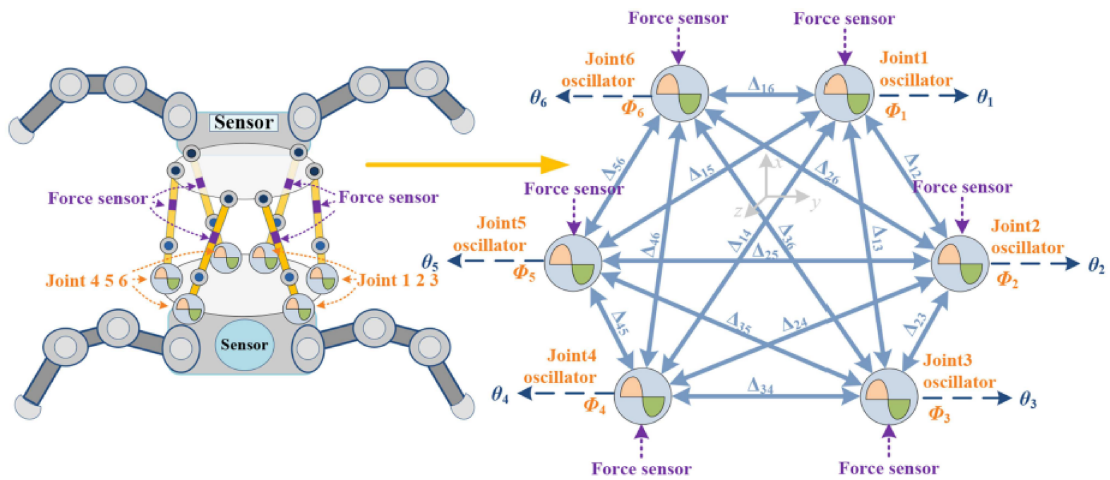


Figura 2.1: Struttura del sistema robotico, compreso il generatore di locomozione del robot, oscillatori σ -Hopf, rete sincrona e moduli di segnale di accoppiamento

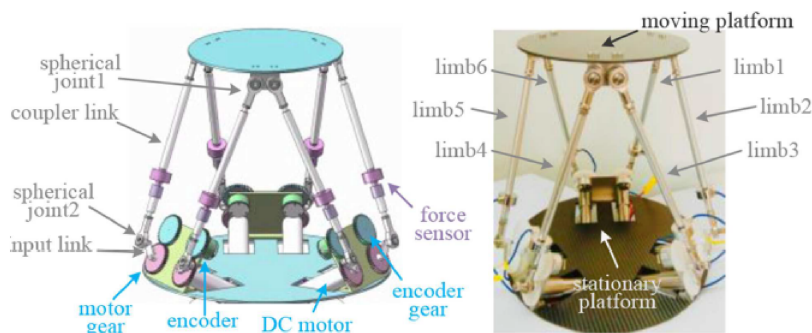


Figura 2.2: Rete con architettura ad anello a due vie. Ogni arto è composto da 2 maglie, 2 cerniere sferiche, 1 attuatore e 1 sensore di forza. ϕ_i è indicato come fase di oscillazione del i -esimo giunto, Φ_i è il segnale di controllo del i -esimo giunto

2.3 METODO ESPLICITO DI RUNGE-KUTTA IV ORDINE (ERK4)

In questo studio, l'ambiente di lavoro è il software Matlab e per implementare le formule che descrivono i movimenti dell'automa vengono utilizzati dei modelli di simulazione numerica, in particolare nel nostro caso si utilizza il **Metodo Esplicito di Runge-Kutta del IV Ordine**.

Questo metodo permette di trovare la soluzione di sistemi di equazioni differenziali del primo ordine a valori iniziali ed è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} k_{1,n} := f(t_n, y_n) \\ k_{2,n} := f(t_n + c_2 h, y_n + h a_{21} k_{1,n}) \\ k_{3,n} := f(t_n + c_3 h, y_n + h(a_{31} k_{1,n} + a_{32} k_{2,n})) \\ k_{4,n} := f(t_n + c_4 h, y_n + h(a_{41} k_{1,n} + a_{42} k_{2,n} + a_{43} k_{3,n})) \\ y_{n+1} = y_n + h(b_1 k_{1,n} + b_2 k_{2,n} + b_3 k_{3,n} + b_4 k_{4,n}) \end{cases} \quad (2.1)$$

Qualche osservazione sulle equazioni del metodo di Runge-Kutta del IV ordine:

- **Primo Stadio:** $k_{1,n} = f(t_n, y_n)$, rappresenta una stima della velocità di variazione calcolata in t_n e coincide con la stima di Eulero nel metodo fEul;
- **Secondo Stadio:** $k_{2,n} = f(t_n + c_2 h, y_n + h a_{21} k_{1,n})$, rappresenta una stima della velocità di variazione calcolata a metà dell'intervallo $[t_n, t_{n+1}]$, ovvero in $t_n + \frac{h}{2}$ e coincide con la stima di Runge nel metodo RM ottenuta utilizzando la stima $k_{1,n}$ per compiere il mezzo passo interno;
- **Terzo Stadio:** $k_{3,n} = f(t_n + c_3 h, y_n + h(a_{31} k_{1,n} + a_{32} k_{2,n}))$, rappresenta una stima della velocità di variazione calcolata a metà dell'intervallo $[t_n, t_{n+1}]$, ovvero in $t_n + \frac{h}{2}$ e coincide con la stima di Runge nel metodo RM ottenuta utilizzando la stima $k_{2,n}$ per compiere il mezzo passo interno;
- **Quarto Stadio:** $k_{4,n} = f(t_n + c_4 h, y_n + h(a_{41} k_{1,n} + a_{42} k_{2,n} + a_{43} k_{3,n}))$, rappresenta una stima della velocità di variazione calcolata in t_{n+1} e coincide con la stima di Runge nel metodo RM ottenuta utilizzando la stima $k_{3,n}$ per compiere un passo intero (ovvero un mezzo passo intero con passo 2h);

Qualche ulteriore osservazione sulle equazioni metodo di Runge-Kutta del IV Ordine:

- Il metodo eRK4 è quindi basato su quattro stime differenti della velocità di variazione (una all'inizio dell'intervallo $[t_n, t_{n+1}]$, due al centro dell'intervallo e una alla fine dell'intervallo);
- **Effettuazione del passo numerico:** l'incremento effettivo è calcolato come una somma pesata $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} k_{1,n} + \frac{h}{3} k_{2,n} + \frac{h}{3} k_{3,n} + \frac{h}{6} k_{4,n}$ dei quattro incrementi calcolati nei quattro stadi;
- Ciascuno stadio utilizza solo l'informazione calcolata nello stadio precedente, si tratta quindi di un metodo esplicito;

Nel software Matlab il metodo esplicito di Runge-Kutta del IV Ordine è stato implementato nella seguente forma:

```

% Definizione della funzione Phi per eRK4
function phi = Phi_eRK4(t,x,y,z,f,h)
k1 = f(t,x,y,z); % Stadio I
k2 = f(t + h/2,x + (h/2)*k1,y + (h/2)*k1,z + (h/2)*k1); % Stadio II
k3 = f(t + h/2,x + (h/2)*k2,y + (h/2)*k2,z + (h/2)*k2); % Stadio III
k4 = f(t + h,x + h*k3,y + h*k3,z + h*k3); % Stadio IV
phi = x + h*(k1/6 + k2/3 + k3/3 + k4/6);
end

```

Figura 2.3: Definizione della funzione Phi per il metodo di Runge-Kutta.

Esso viene applicato per tutte le equazioni differenziali da calcolare nello studio. Nel momento della simulazione numerica del metodo di Runge-Kutta, devono essere utilizzati dei parametri, essi sono:

- t_f indica l'intervallo temporale considerato
- N indica il Numero di nodi
- h indica il passo numerico

Inoltre sappiamo che sono dei parametri dipendenti tra di loro, infatti sono regolati dalla formula:

$$h = \frac{t_f}{N} \quad (2.2)$$

Per avere dei valori del passo numerico soddisfacenti, l'intervallo temporale viene settato a 100, mentre il numero di nodi a 25000, ottenendo quindi un passo numerico di 0,004.

Grazie alla definizione della funzione Phi per il metodo eRK4 si può effettuare la simulazione numerica, in modo da trovare i valori delle varie incognite cercate.

Per calcolare una incognita di un determinato oscillatore verranno inseriti anche i valori delle incognite degli oscillatori vicini, come si può notare nella seguente figura.

```

% Simulazione numerica del sigma-Hopf oscillator
for n = 1:N-1
xi1(:,n+1) = Phi_eRK4(h*(n-1),xi1(:,n),xi2(:,n),xi6(:,n),f1,h);
xi2(:,n+1) = Phi_eRK4(h*(n-1),xi2(:,n),xi3(:,n),xi1(:,n),f2,h);
xi3(:,n+1) = Phi_eRK4(h*(n-1),xi3(:,n),xi4(:,n),xi2(:,n),f3,h);
xi4(:,n+1) = Phi_eRK4(h*(n-1),xi4(:,n),xi5(:,n),xi3(:,n),f4,h);
xi5(:,n+1) = Phi_eRK4(h*(n-1),xi5(:,n),xi6(:,n),xi4(:,n),f5,h);
xi6(:,n+1) = Phi_eRK4(h*(n-1),xi6(:,n),xi1(:,n),xi5(:,n),f6,h);
end

```

Figura 2.4: Simulazione numerica del σ -Hopf Oscillator

Questo approfondimento è stato realizzato basandosi sulla teoria di Analisi Numerica presente nelle dispense del corso sostenuto dal Professore Simone Fiori nell'anno accademico 2020-2021. (Fiori, 2021).

2.4 σ -HOPF HARMONIC OSCILLATOR

Come già anticipato l'oscillatore che verrà utilizzato è il σ -Hopf Oscillator Armonico (σ è un parametro speciale utilizzato per distinguerlo dall'oscillatore Hopf originale), le principali differenze tra i due oscillatori sono: la Stabilità ed l'eccellente diversità e scorrevolezza della locomozione al variare di ampiezza, frequenza, fase e forma d'onda. L'equazione differenziale che descrive l'accoppiamento sincrono è la seguente:

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1(x-a) - \sigma(y-b) \\ \sigma_1(y-b) + \sigma(x-a) \end{bmatrix} + \mathbf{g}(t) + \mathbf{u}(t) \quad (2.3)$$

dove,

$$\begin{cases} \sigma = \pi / (\rho \cdot (e^{-\lambda y} + 1) \cdot \varphi) + \pi / ((1 - \rho) \cdot (e^{\lambda y} + 1) \cdot \varphi) \\ \sigma_1 = -\alpha((x-a)^2 + (y-b)^2 - \mu) \end{cases} \quad (2.4)$$

Si può scrivere anche nella seguente forma:

$$\dot{v} = \mathbf{f}(v, \alpha, \mu, \sigma(\rho, \lambda, t)) + \mathbf{g}(t) + \mathbf{u}(t) \quad (2.5)$$

I parametri presenti nelle equazioni rappresentano:

- x e y sono le variabili di stato;
- a e b sono il centro del ciclo limite;
- μ indica l'ampiezza delle oscillazioni;
- α indica il parametro di Biforcazione ($-1 < \alpha < 1$);
- λ indica la forza;
- φ indica il fattore periodo;
- ρ indica il duty factor ($0 < \rho < 1$);

Il parametro α varia da -1 ad 1 in modo da cambiare la dinamica del ciclo limite stabile in una dinamica con un punto di equilibrio globalmente stabile.

Mentre nella formula (2.2), i parametri φ e ρ non sono correlati, ciò significa che il periodo di movimento non sarà influenzato da una variazione del duty factor. Il fattore $\mathbf{g}(t)$ indica l'ingresso di accoppiamento ed per un singolo oscillatore può essere cosiderato nullo.

2.5 NETWORK

La sincronizzazione consente a diversi attuatori di oscillare con un anticipo o un ritardo di fase per regolare diversi schemi di movimento (Motion Pattern).

L'abbinamento degli oscillatori può essere descritto tramite un accoppiamento diffusivo con l'oscillatore vicino di questo tipo,

$$\dot{v}_i = f(v_i, \mu_i, \sigma_i(\rho_i, \lambda, t)) - k(t) \cdot \sum_{j \in \mathcal{R}_i}^{n_i} \left(v_j - \frac{\mu_i}{\mu_j} \mathbf{R}(\Delta\Phi_{ij}) v_j \right) + \mathbf{u}(t) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{R}(\Delta\Phi) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\Phi) & -\sin(\Delta\Phi) \\ \sin(\Delta\Phi) & \cos(\Delta\Phi) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

in cui, lo scalare positivo $K(t)$ denota il guadagno di accoppiamento e può variare nel tempo per locomozioni diverse.

$(\Delta\Phi)$ è una trasformazione rotazionale 2-D della differenza di fase tra il i -esimo e il j -esimo oscillatore. Il parametro N_i denota il set che contiene solo i vicini locali del i -esimo σ -Hopf ed n_i è il numero dei vicini.

Dal momento che il modello di movimento di coordinazione della vita bionica è determinato dalla fase relativa tra gli oscillatori, la matrice di fase di offset $(\Delta\Phi)_{ij}$ è la chiave della rete. In genere, $(\Delta\Phi)_{ij} = \Phi_i - \Phi_j$ ($i, j = 1, \dots, 6$, $0 \leq (\Delta\Phi)_{ij} \leq 2\pi$), $(\Delta\Phi)_{ij} = -(\Delta\Phi)_{ji}$, $(\Delta\Phi)_{ij} = (\Delta\Phi)_{ik} + (\Delta\Phi)_{kj}$ e $(\Delta\Phi)_{ii} = 0$ ($i, j = 1, \dots, 6$).

Quindi, il movimento della vita è determinata dal seguente vettore di valori $[(\Delta\Phi)_{12}, (\Delta\Phi)_{23}, (\Delta\Phi)_{34}, (\Delta\Phi)_{45}, (\Delta\Phi)_{56}, (\Delta\Phi)_{61}]$.

In questo articolo, i quattro principali movimenti del tronco dell'uomo che vogliamo replicare nel automa sono : allungamento e flessione lungo l'asse Z (**Motion Pattern A**), movimento laterale lungo l'asse X (**Motion Pattern B**), beccheggio attorno all'asse Y (**Motion Pattern C**) e torsione attorno all'asse Z (**Motion Pattern D**).

2.6 LO SFASAMENTO NEI DIVERSI MOTION PATTERN

Secondo la simmetria del movimento e il sistema di coordinate stabilito, gli oscillatori funzionano sempre in modo sincrono. Inoltre sappiamo che i giunti 1-6, 2-5 e 3-4 hanno senso di rotazione opposto per garantire il carico simmetrico, quindi $(\Delta)_{16} = (\Delta)_{25} = (\Delta)_{34} = 180^\circ$ (per la rotazione attorno all'asse Z, $(\Delta)_{16} = (\Delta)_{25} = (\Delta)_{34} = 0^\circ$).

Anche l'ampiezza dell'oscillatore è simmetrica lungo l'asse X.

In verticale, nel pattern A, oscillatori dallo stesso lato, lungo l'asse X, mantengono la stessa andatura, quindi $(\Delta)_{12} = (\Delta)_{23} = 0^\circ$ e $(\Delta)_{65} = (\Delta)_{54} = 0^\circ$;

nel pattern B, si hanno $(\Delta)_{12} = (\Delta)_{65} = 0^\circ$ e $(\Delta)_{23} = (\Delta)_{54} = 180^\circ$ secondo la struttura asimmetrica lungo l'asse Y;

nel pattern C, ci sono $(\Delta)_{16} = (\Delta)_{25} = (\Delta)_{34} = 180^\circ$, $(\Delta)_{12} = (\Delta)_{65} = 180^\circ$ e $(\Delta)_{23} = (\Delta)_{54} = 0^\circ$, poiché gli attuatori 1 e 6 si trovano nella metà positiva di X assiale e il giunto 2 (o 3) e 5 (o 4) si trovano nella metà negativa;

Nel pattern D, tutti gli attuatori hanno la stessa direzione di rotazione, quindi $(\Delta)_{16} = (\Delta)_{25} = (\Delta)_{34} = 0^\circ$, $(\Delta)_{12} = (\Delta)_{65} = 180^\circ$, $(\Delta)_{23} = (\Delta)_{54} = -180^\circ$ e $(\Delta)_{13} = (\Delta)_{64} = 0^\circ$.

Altre locomozioni indipendenti o accoppiate possono essere ottenute da simili analisi.

2.7 SINCRONIZZAZIONE DELL'OSCILLATORE σ -HOPF

L'approccio neurobiologico a un girovita bionico ingegnerizzato consiste nel produrre il modello analitico di oscillatori che corrisponda al reale bisogno di un robot con gambe biospirato. Esso beneficerà della locomozione coordinata tra la vita e le articolazioni delle gambe, ma devono essere prese in considerazione le dinamiche del ciclo limite, la sincronizzazione dell'oscillatore accoppiato e l'integrazione dei segnali di feedback. Questa è la base del girovita bionico per eseguire manovre agili in locomozione disaccoppiata, simmetrica o asimmetrica nello spazio cartesiano.

Se l'ingresso di rilevamento esterno $u(t)$ è considerato come uno stato iniziale dell'oscillatore, il suo valore non influirà sulla stabilità.

Se σ è uguale a una costante o $\rho = 0.5$, allora si sta lavorando con l'oscillatore Hopf standard. Mentre quando $\rho \neq 0.5$, la forma d'onda dell'oscillazione è asimmetrica.

Sebbene il tempo totale in un periodo sia ancora invariato, presenta frequenze diverse ($(\pi / (\rho \cdot (e^{-\lambda y} + 1) \cdot \phi))$ per ascendere ed $(\pi / ((1 - \rho) \cdot (e^{\lambda y} + 1) \cdot \phi))$ per discendere e porta a segnali di oscillazione asimmetrica. Sappiamo che $\{\dot{v}_i\}$ è indicato per gli oscillatori simmetrici (con $\rho = 0.5$) e quindi costruiamo:

$$\{\dot{v}\} = \mathbf{f}(\{\bar{v}\}, \mu, \sigma^{\rho=0.5}) - k(t)G\{\bar{v}\} \quad (2.8)$$

dove $\rho \in \mathbb{R}^n$, differenti valori di ρ rendono la sincronizzazione di oscillatori con diverse forme d'onda possibili. Specialmente, se $\rho = 0.5$, la forma d'onda sarà uguale alla forma d'onda originale.

La matrice \mathbf{G} è una matrice laplaciana con sfasamenti $\mathbf{R}(\Delta\Phi)_{ij}$. Considerando la deformazione istantanea, $\{\bar{v}_0\}$ è indicato per il segnale originale degli oscillatori già sincronizzati, $\{\bar{v}\}$ è per il segnale degli oscillatori originali in via di sincronizzazione e $\{\Delta\bar{v}_s\}$ è la differenza tra di loro. Andando a effettuare dei semplici calcoli matematici si ottiene la seguente formula:

$$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\} = \mathbf{f}(\{\Delta\bar{v}_s\}, \mu, \sigma^{\rho=0.5}) - k(t)\mathbf{G}\{\bar{v}_0\} - k(t)\mathbf{G}\{\Delta\bar{v}_s\} \quad (2.9)$$

Quando si ottiene la stabilità con $\{v\} \rightarrow \{v_0\}$ si ha:

$$\{\dot{v}\} = \mathbf{f}(\{\bar{v}_0\}, \mu, \sigma^{\rho=0.5}) + \mathcal{G}\{\bar{v}_0, k(t)\} \quad (2.10)$$

Capitolo 3

Analisi della Sincronizzazione

3.1 CAMBIAMENTI AL VARIRARE DEI PARAMETRI FONDAMENTALI

Tramite l'analisi dello stato di transizione del processo di sincronizzazione, si nota che $K(t)$ è l'unico parametro che può essere regolato, esso determina il tasso di convergenza e lo stato stazionario della sincronizzazione dell'oscillatore. Per l'oscillatore Hopf simmetrico originale, un $K(t)$ grande soddisfa il requisito di una rapida convergenza, mentre per l'oscillatore σ -Hopf, il processo sarà differente, ed è obbligatorio analizzarlo.

- Quando $\rho = 0.5$, allora $\Delta \hat{v}_0 = 0$. La forza di convergenza è $K(t)$ e $\mathcal{G}\{G(\bar{v}_0), k(t)\}$ converge a zero. Inoltre valori differenti di $K(t)$, punti iniziali e fattori di fase causeranno tassi di convergenza diversi.

Punti iniziali progettati vicino al ciclo limite comportano un tasso di convergenza veloce. Mentre i fattori di fase contribuiscono alla relazione di sincronizzazione degli oscillatori e determinano la differenza di fase allo stato stazionario;

- Quando $\rho \neq 0.5$, allora si avrà $\Delta \hat{v}_0 \neq 0$. Attraverso la regolazione separata dei parametri K , ρ e dei fattori di fase, $G(\bar{v}_0)$ la cui tendenza è coerente con $\mathcal{G}\{G(\bar{v}_0), k(t)\}$ viene analizzato.

Come nell'analisi precedente, $k(t)G\{\bar{v}_0\}$ è diverso da 0 in uno stato stazionario e si stabilizza anche su un ciclo limite asimmetrico non circolare, il quale determina una forma d'onda di oscillazione asimmetrica. Per un certo Motion pattern con parametro di accoppiamento fisso, solo gli effetti di K e ρ sull'oscillatore devono essere analizzati. Ad esempio, nel pattern B, gli oscillatori sul lato sinistro e destro lungo l'asse X sono simmetrici.

Il tasso di convergenza è determinato principalmente dal parametro K . La convergenza è molto lenta in $k < 1$ con quasi nessuna distorsione, mentre veloce in $k = 1-5$ con una piccola distorsione ed estremamente veloce in $k > 5$ con grande distorsione e cambio di periodo. Dopo $k = 10$, il tasso di convergenza dovrebbe essere $< 1s$.

Inoltre, ci sono due risultati da analizzare:

- Valori grandi di ρ determinano una grande distorsione;
- Se aumenta K , la forma d'onda tende ad essere simmetrica (il tasso di asimmetria tende a 0 e il duty ratio tende a 0,5) con il restringimento del periodo.

Ciò significa che l'intera forma d'onda viene modificata diventando, "piccola" e "liscia".

3.2 ANDAMENTO DELLA FORMA D'ONDA IN FUNZIONE DI QUATTRO FATTORI CARATTERISTICI

A questo punto possiamo spiegare alcuni dei parametri che vengono utilizzati nello studio dell'andamento degli oscillatori σ -Hopf. I principali fattori caratteristici con cui si lavora sono i seguenti:

- **Converge rate:**

Tradotto in tasso di convergenza questo parametro è una misura di quanto velocemente la differenza tra il punto di soluzione e le sue stime va a zero. Come già osservato in precedenza nei grafici questo tasso dipende dal valore di K , poiché per $K < 1$ la convergenza è molto lenta mentre per valori maggiori (ad esempio $K > 5$ e $K = 10$) l'andamento va a zero molto velocemente

- **Asymmetry rate:**

Questo parametro indica una misura della differenza tra le aree positive e negative, cioè quelle sezioni comprese tra il grafico degli oscillatori e l'asse delle ascisse. Se questo parametro assume un valore pari a 0 ciò significa che la differenza è nulla, cioè che le aree positive sono uguali a quelle negative. Inoltre sappiamo che più il parametro ρ tende a 1, più il tasso di asimmetria aumenta, mentre all'aumentare di k , le forme d'onda tendono a diventare simmetriche, cioè il tasso di asimmetria tende a 0.

- **Period:**

Questo parametro indica il cambiamento del periodo al variare dei valori di $k(t)$ e ρ . Più i valori di questi parametri assumono valori elevati, più il periodo subisce variazioni.

- **Duty ratio:**

Questo parametro indica il fattore di servizio ρ . Ovvero rappresenta la proporzione di tempo occupata dalla fase di oscillazione in un ciclo del passo. Inoltre sappiamo che il suo range è [0-1], e che questo parametro determina la velocità di trasformazione tra la fase ascendente (la fase di oscillazione) e la fase discendente (la fase di riposo). Quando $\rho=0.5$, rappresenta un oscillatore Hopf standard, e il tempo occupato dalla fase di oscillazione e dalla fase di supporto è uguale. Per motivi di stabilità, il rapporto di lavoro di un robot con gambe è raramente inferiore a 0,5, $\rho < 0,5$ indica che tutte le gambe possono essere sollevate da terra contemporaneamente.

Nella figura 5.1 sono rappresentati gli andamenti dei parametri sopra citati al variare di $K(t)$ e ρ . In ogni rappresentazione notiamo 3 grafici di diverso colore, poichè studiamo l'andamento del parametro per 3 diversi valori di ρ (2/3, 3/4, 5/6), con $K(t)=[0.5 \ 1 \ 3 \ 5 \ 8 \ 10 \ 15 \ 20]$.

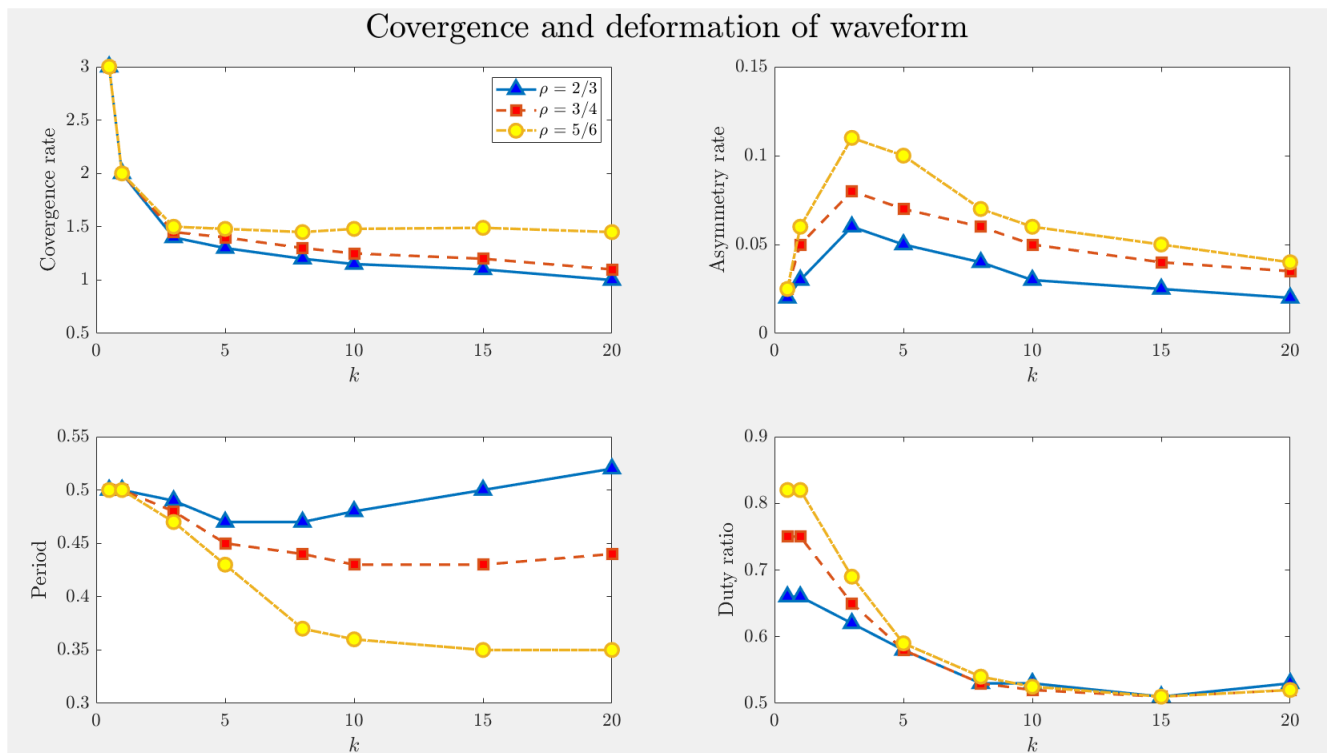


Figura 3.1: Parametri fondamentali: Converge rate; Asymmetry rate; Period; Duty ratio

3.3 INTRODUZIONE DI $k_e(t)$ ED EFFETTO SULLA SINCRONIZZAZIONE

Dal momento che il valore di $K(t)$ determina il tasso di convergenza e l'entità della distorsione, si introduce una nuova funzione $k_e(t)$:

$$k_e(t) = \kappa e^{-\eta \cdot (t-t_0)} \quad (3.1)$$

nella quale, si ha che:

- η è il fattore discendente relativo al tempo;
- κ è la forza iniziale;
- t_0 è il tempo iniziale;

Verrà impiegato poco tempo per una grande forza di convergenza mentre un lungo tempo per un piccolo valore della forza di convergenza. Quindi, il processo di convergenza è determinato principalmente dallo stato di $k_e(t) \geq 1$.

Il tempo effettivo di convergenza, denotato come $T_{\text{effective}}$ può essere risolto da:

$$\begin{aligned} e^{-\eta \cdot (t-t_0)} &\geq 1/\kappa \\ T_{\text{effective}} = (t - t_0) &\geq \ln(\kappa)/\eta \end{aligned} \quad (3.2)$$

Pertanto, nello stato stazionario, quando $k(t)=0$, la distorsione svanisce e il periodo torna alla normalità. Viene risolto quindi il problema della deformazione dell'oscillazione causata dal fattore di asimmetria. Pertanto, la scelta dei parametri giusti per garantire una convergenza rapida e stabile è molto importante. Secondo i risultati ottenuti sopra, quando κ è troppo grande, la deformazione non deve essere ignorata. Poi κ e η sono parametri da prendere in valori entro l'intervallo [1, 10].

Nel nostro studio infatti $\kappa=\eta=5$ e il tempo di convergenza è 0,32 s. Infine, gli Oscillatore σ -Hopf con sincronizzazione utilizzati nel sistema sono:

$$\dot{v}_i = \mathbf{f}(v_i, \mu_i, \sigma_i(\rho_i, \lambda, t)) - \kappa e^{-\eta \cdot (t-t_0)} \sum_{j \in \mathcal{R}_i}^{n_i} \left(v_i - \frac{\mu_i}{\mu_j} \mathbf{R}(\Delta \Phi_{ij}) v_j \right) + \mathbf{u}(t) \quad (3.3)$$

in cui, lo scalare positivo κ denota il guadagno di accoppiamento e può variare nel tempo per locomozione diversa, mentre η denota il fattore di discesa e t_0 è il punto di partenza.

Nella figura (3.1), il primo grafico rappresenta l'"**Effective time surface**" di $k_e(t)$, cioè l'andamento del parametro κ in funzione di η . Come si può osservare nella figura sono indicate le aree per cui si ha che $T_{\text{effective}} > 2s$ e $T_{\text{effective}} < 0.5s$. Nell'ambiente Matlab si utilizzano i comandi **contourf** e **colormap(parula)** per ottenere questo grafico, la mappa dei colori ci permette di indentificare le aree dove l'Effective time surface assume i due valori presi in considerazione.

Il grafico a destra contiene, invece, l'andamento originale dei primi tre oscillatori ottenuto con $\mathbf{k}(t)$, mentre il grafico restante rappresenta l'eliminazione della deformazione, cioè le forme d'onda dei primi tre oscillatori calcolati con $\mathbf{k}_e(t)$.

I valori dei vari parametri utilizzati per eseguire questa rappresentazione sono:
 $k(t)=5$, $\rho=5/6$, $t_0=2s$, $\kappa=\eta=5$, $\psi=[0, 0.5, 0.5, 0, 0, 0.5]$.

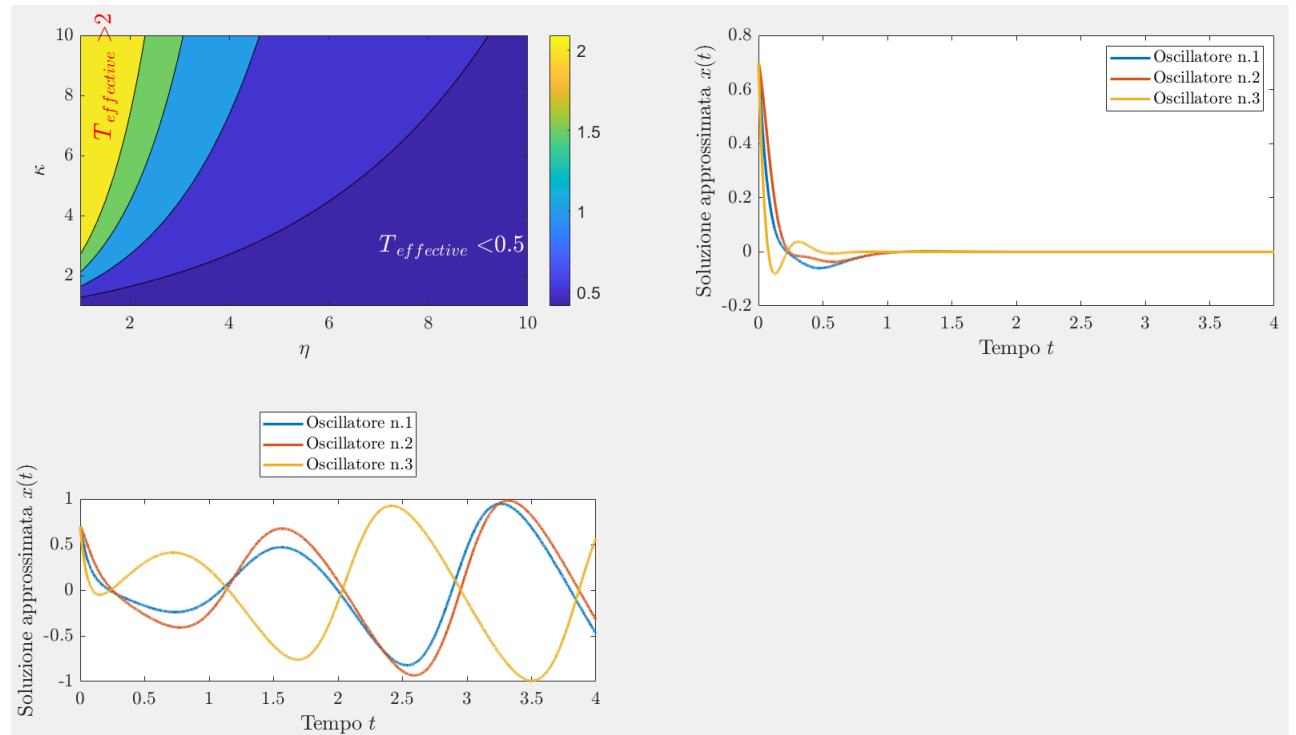


Figura 3.2: Effetto di $k_e(t)$ sulla sincronizzazione

Capitolo 4

Svolgimento

4.1 OSCILLATORE σ -HOPF SINGOLO

Prima di andare a studiare l'assetto dei 6 oscillatori, abbiamo implementato la formula (2.3), attraverso il solito metodo di Runge-Kutta del IV° Ordine, in modo da ottenere l'andamento di un singolo oscillatore. Innanzitutto settiamo i vari parametri della simulazione ($t_f = 100$; $N=25000$) basandoci sulla relazione (2.2), successivamente settiamo anche i parametri ($a=0$, $b=0$, $\lambda = 1$, $\phi=\pi$, $\rho = 0.5$, $\mu = 1$, $\alpha = 1$) ed inizializziamo la variabile x_{i1} al seguente punto di partenza (0.7,0.8)

Dopodichè effettuiamo la simulazione numerica, dell'unica incognita presente x_i con un comando **for** che itera da 1 fino a N-1, ottenendo come risultato un vettore di dimensione 2×25000 .

La dimensione del vettore dipende dai valori dati ai parametri utilizzati nella simulazione numerica. Arrivati a questo punto si può eseguire la rappresentazione grafica di x_i utilizzando il comando **plot**.

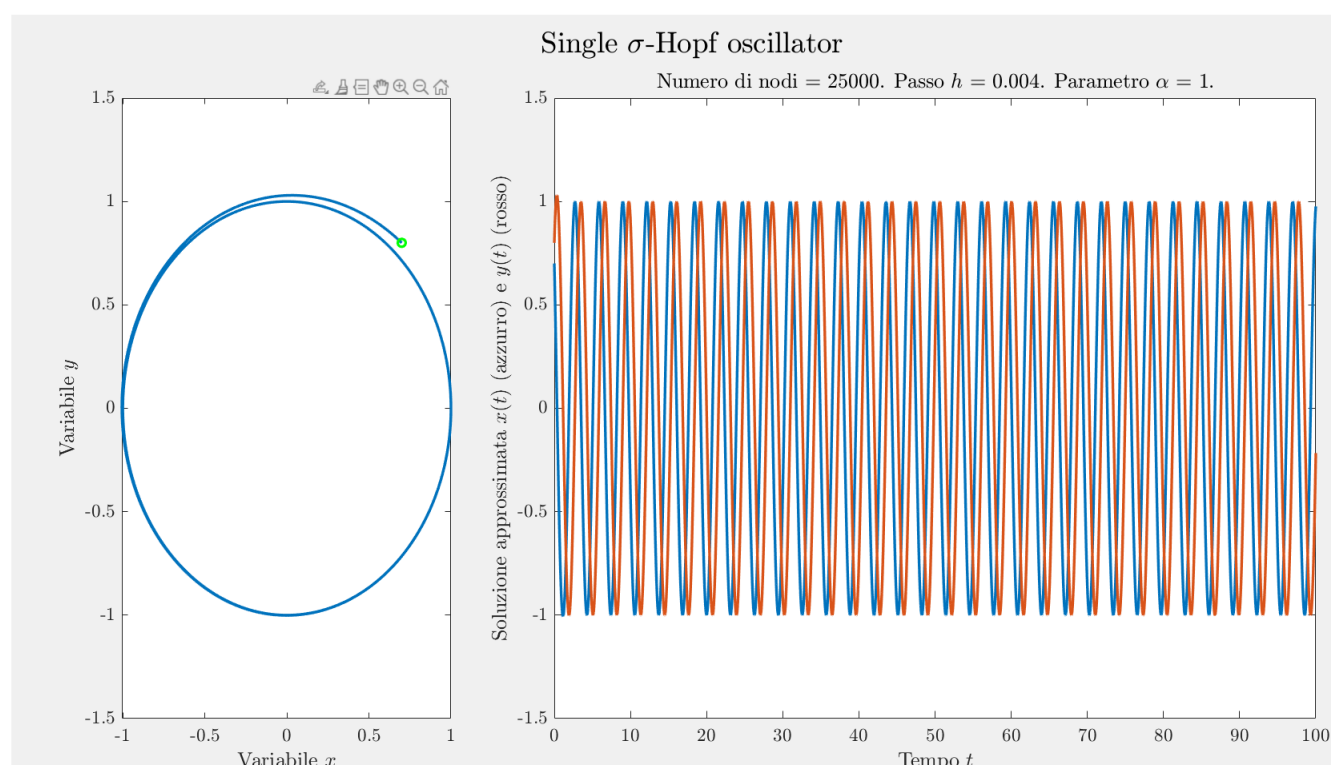


Figura 4.1: Oscillatore σ -Hopf singolo

Nella rappresentazione grazie al comando subplot riusciamo ad inserire due grafici, il primo a destra è l'andamento della variabile y rispetto la x , mentre l'altro rappresenta la soluzione approssimata $x(t)$ (azzurra) e $y(t)$ (rosso).

4.2 SIMULAZIONE DEI 6 OSCILLATORI

Per effettuare la simulazione dei sei Oscillatori Armonici σ -Hopf abbiamo agito nel seguente modo:

Come viene indicato nella ricerca bisognerà differenziare i segnali degli oscillatori in via di sincronizzazione da quelli già sincronizzati. Per fare ciò abbiamo considerato 2 Universi, nel primo gli oscillatori entreranno in esecuzione al tempo zero ($t=0$) mentre gli oscillatori del secondo Universo entreranno in esecuzione al tempo 50 circa, cioè quando gli oscillatori dell'universo 1 si sono già sincronizzati.

Le implementazioni dei due Universi si differenziano solamente nel tempo di partenza, altrimenti i passaggi effettuati sono gli stessi che adesso verranno descritti.

In primo luogo i valori dei parametri che si utilizzeranno saranno gli stessi dati in precedenza per la simulazione dell'oscillatore singolo, con l'aggiunta di due matrici denominate M_1 ed M_2 . Lo sfasamento tra gli oscillatori può essere di ($0^\circ; 180^\circ; -180^\circ$) e quindi la matrice R potrà assumere solamente i seguenti valori:

- $M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0; & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0; & 0 & -1 \end{bmatrix}$

Innanzitutto come è stato spiegato in precedenza gli oscillatori hanno 6 gradi di libertà i quali permettono 4 tipologie di locomozione (**Motion Pattern A; Motion Pattern B; Motion Pattern C; Motion Pattern D**).

Quindi prima di implementare la formula (2.6) per ogni oscillatore, andremo ad effettuare un menù che permette all'utente di scegliere con quale Motion Pattern il programma entrerà in esecuzione.

Dopo aver effettuato la scelta del Pattern con cui lavorare vengono implementate le formule dei 6 oscillatori e come fatto in precedenza eseguiamo la simulazione numerica delle incognite $[x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4}, x_{i5}, x_{i6}]$ ottenendo 6 vettori di dimensione 2×25000 .

Una volta ottenuti i vettori si può effettuare la rappresentazione grafica. Nel presente documento alleghiamo il grafico del Motion Pattern B raffiguranti l'Oscillatore e l'intero Universo 1 (gli andamenti degli oscillatori si differenziano linee di diversi colori).

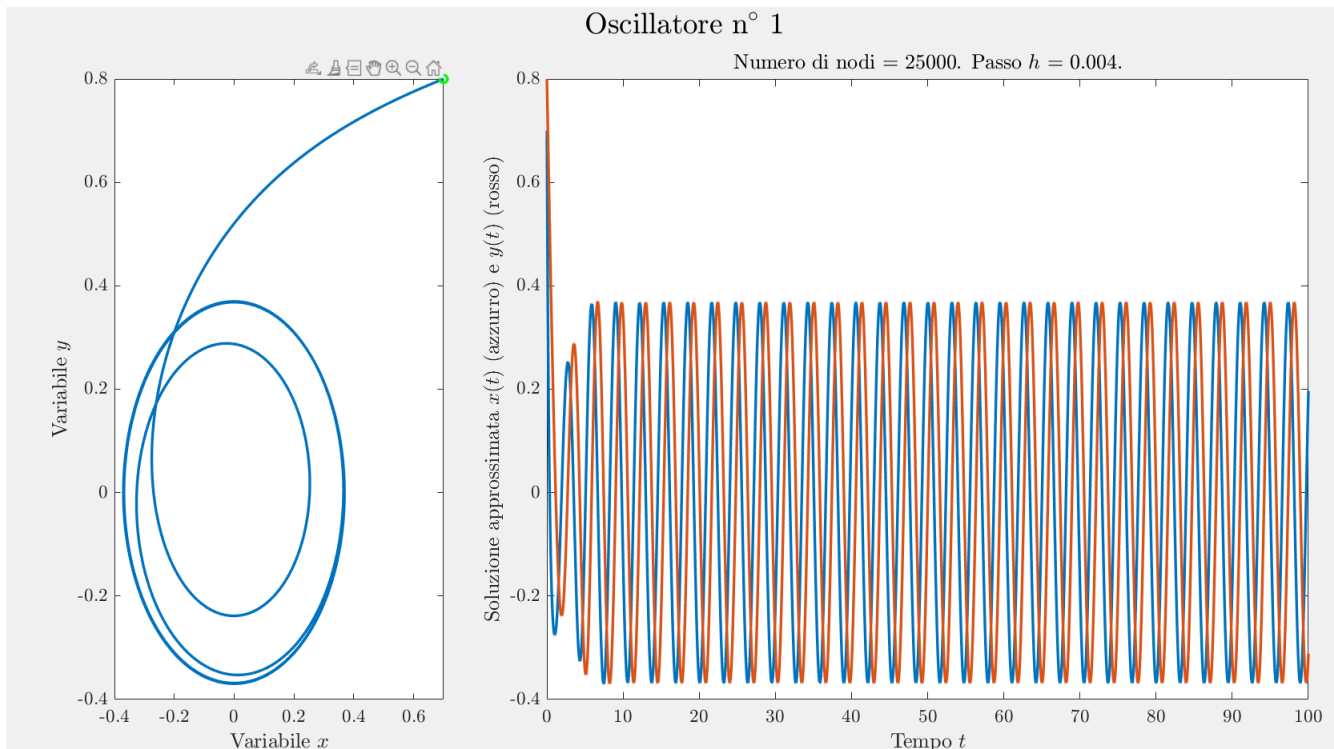


Figura 4.2: Andamento dell'Oscillatore 1 per il Motion pattern B

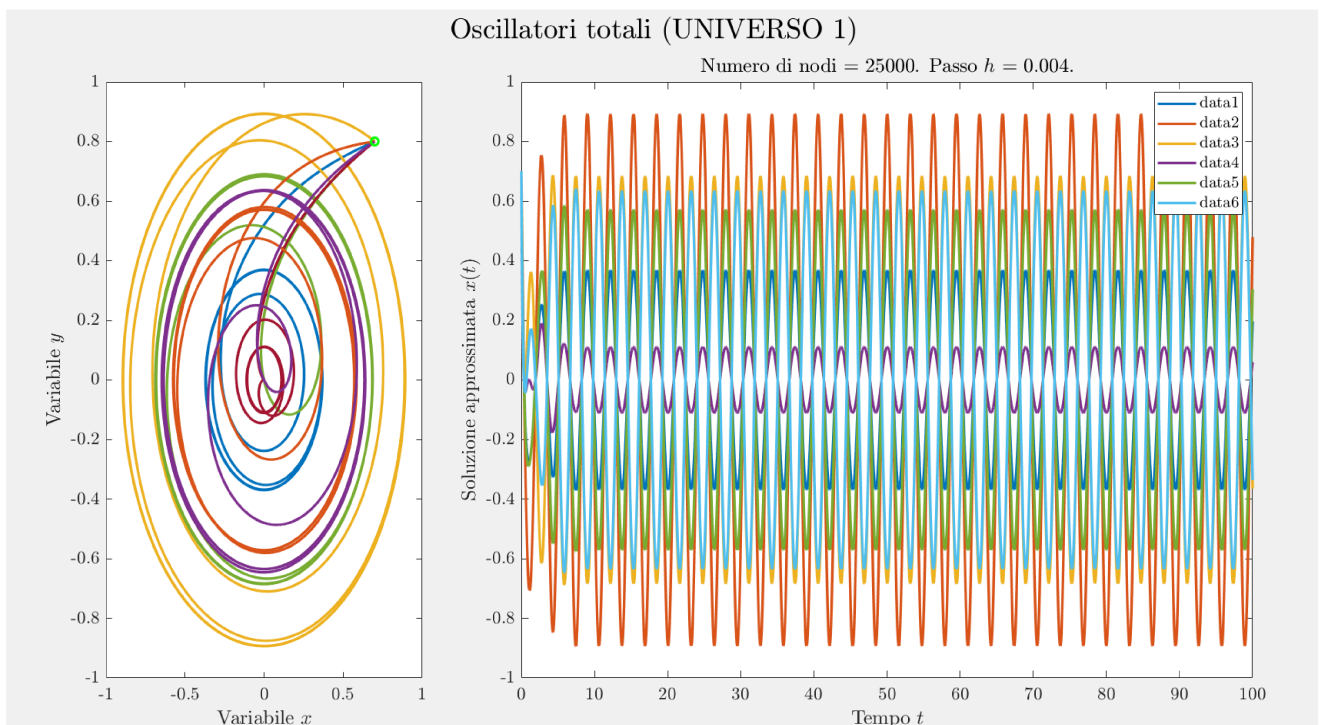


Figura 4.3: Andamento di tutti gli Oscillatori dell'Universo 1 per il Motion Pattern B

4.3 STUDIO DELLA FUNZIONE $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$

Per effettuare lo studio della funzione $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$, bisognerà prima calcolare le 3 funzioni che compongono la formula(2.9), come descritto di seguito:

- $\mathbf{f}\{\Delta\bar{v}_s\}$
- $\mathbf{G}\{\Delta\bar{v}_0\}$
- $\mathbf{G}\{\Delta\bar{v}_s\}$

4.3.1 Calcolo della $\mathbf{f}\{\Delta\bar{v}_s\}$

Come è stato spiegato in precedenza si è lavorato con due universi, per i quali sono stati definiti due vettori ($\{\bar{v}_0\}$ e $\{\bar{v}\}$). Questi vettori sono composti dalle variabili calcolate attraverso la simulazione numerica, quindi saranno dei vettori di dimensione pari a 12×25000 (poichè ogni variabile ha 2 componenti).

A questo punto è stata introdotta la variabile $\{\Delta\bar{v}_s\}$ raffigurante la differenza tra $\{\bar{v}_0\}$ e $\{\bar{v}\}$. Andando ad effettuare la rappresentazione grafica della $\{\Delta\bar{v}_s\}$ si otterrà inizialmente l'andamento del transitorio dell'oscillatore dell'Universo 1, che poco dopo si stabilizzerà.

Successivamente comparirà il transitorio dell'oscillatore dell'Universo 2 e circa al tempo 60 (quando anche l'oscillatore del secondo universo si è stabilizzato) la differenza tra i due andamenti sarà tendente allo zero, come è possibile vedere nella figura (4.4).

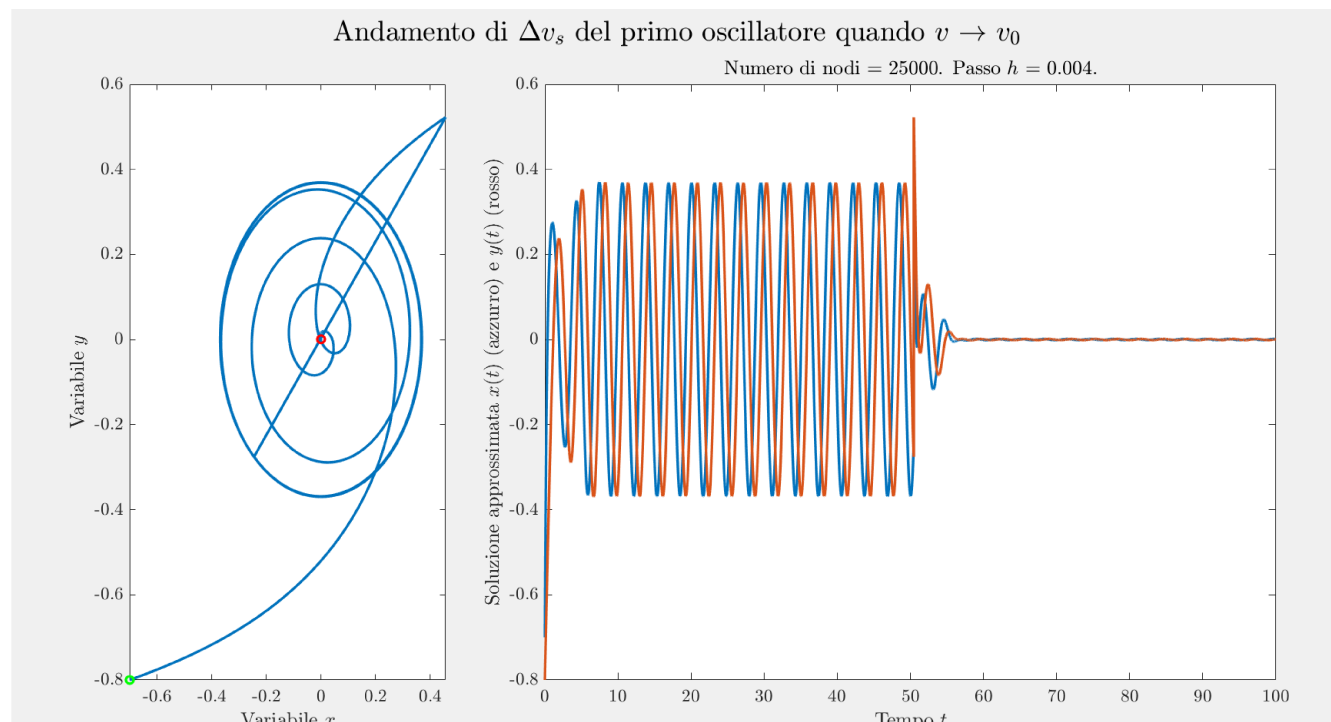


Figura 4.4: Andamento della $\{\Delta\bar{v}_s\}$

Pertanto al fine di ottenere la $\mathbf{f}\{\Delta\bar{v}_s\}$ bisognerà solamente calcolare la funzione \mathbf{f} come già fatto in precedenza ma utilizzando come ingresso la $\{\Delta\bar{v}_s\}$.

4.3.2 Calcolo della $\mathbf{G}\{\Delta \bar{v}_0\}$

Il ragionamento effettuato per calcolare la funzione è stato il seguente: come si nota dalla formula (2.8), la funzione \mathbf{G} corrisponde alla sommatoria dell'oscillatore con i suoi oscillatori vicini.

Perciò tenendo in considerazione solamente l'Oscillatore 1 bisognerà implementare la sommatoria come già fatto in precedenza, sostituendo il parametro x_i con v_0 :

$$\mathbf{G}\{\Delta \bar{v}_0\} = (v_0(1:2,:) - (\mu_1/\mu_2) \cdot R_{12}^i v_0(3:4,:)) + (v_0(1:2,:) - (\mu_1/\mu_6) \cdot R_{16}^i v_0(11:12,:)); \quad (4.1)$$

4.3.3 Calcolo della $\mathbf{G}\{\Delta \bar{v}_s\}$

Il ragionamento da eseguire in questo caso è il medesimo di quello effettuato per calcolare la $\mathbf{G}\{\Delta \bar{v}_0\}$, tranne che per la sostituzione del parametro $\{\Delta \bar{v}_0\}$, con la $\{\Delta \bar{v}_s\}$.

$$\mathbf{G}\{\Delta v_s\} = (\Delta v_s(1:2,:) - (\mu_1/\mu_2) \cdot R_{12}^i \Delta v_s(3:4,:)) + (\Delta v_s(1:2,:) - (\mu_1/\mu_6) \cdot R_{16}^i \Delta v_s(11:12,:)); \quad (4.2)$$

Una volta trovate le funzioni di cui necessitiamo, si può calcolare la $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ andando a eseguire dei semplici calcoli che nell'ambiente Matlab abbiamo scritto nel seguente modo:

$$\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\} = \mathbf{f}\{\Delta \bar{v}_s\} - k \cdot \mathbf{G}\{\Delta \bar{v}_0\} - k \cdot \mathbf{G}\{\Delta \bar{v}_s\}; \quad (4.3)$$

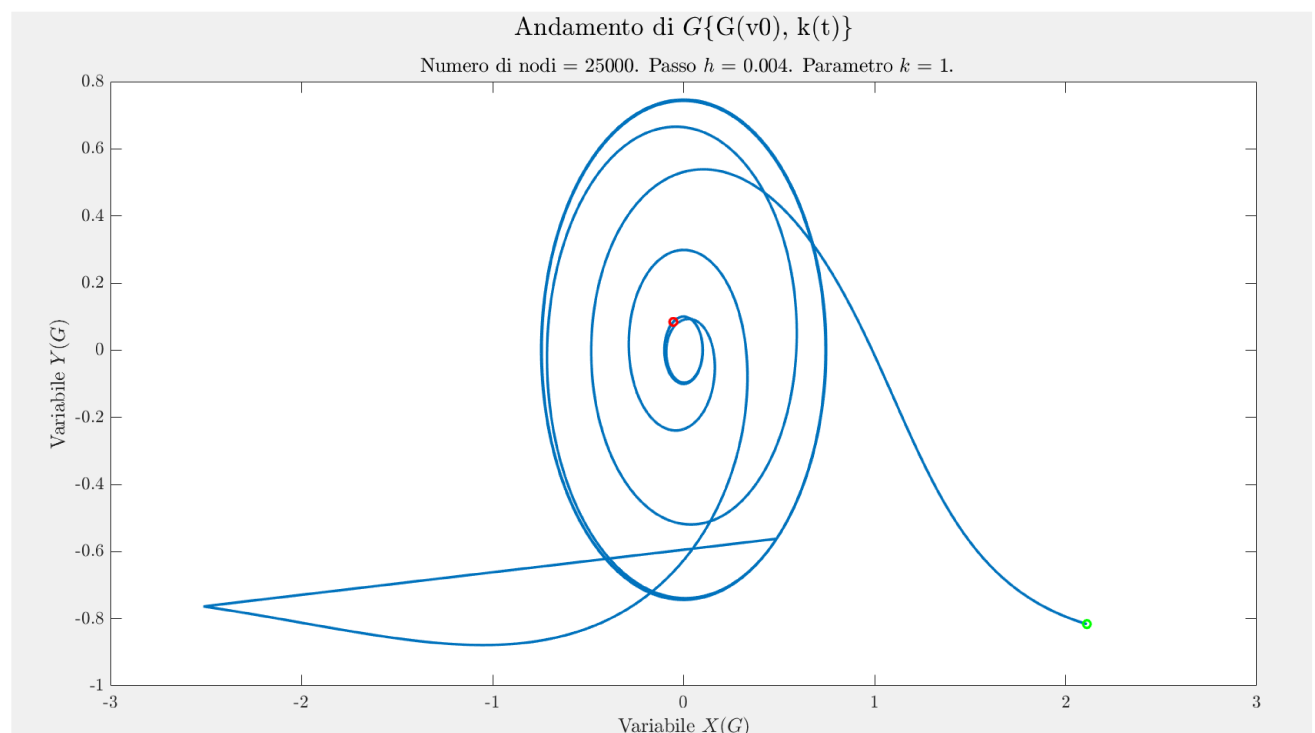


Figura 4.5: Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$

A descrizione del grafico ottenuto, il punto verde indica il punto iniziale della figura, mentre quello rosso indica il punto finale. Come si può notare l'andamento della $\mathcal{G} \{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ è tendente allo zero, confermando il dato ottenuto dal lavoro di Zhu et al. (*Zhu et al., 2019*).

4.4 $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ AL VARIARE DEI PARAMETRI

FONDAMENTALI

Dopo aver ottenuto l'andamento della funzione $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ si possono studiare alcune delle sue caratteristiche, come ad esempio quali sono i suoi comportamenti al variare di alcuni parametri fondamentali. I dati che abbiamo modificato sono i seguenti:

- K ;
- x_0, y_0 (punti iniziali);
- ψ (fattori di fase);
- ρ ;

4.4.1 $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di K

Uno dei parametri fondamentali che influenza l'andamento della funzione $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ è K . La ricerca ci chiede di studiare ciò che accade alla funzione al variare di questo dato.

Per eseguire ciò abbiamo implementato nel software Matlab le stesse formule applicate negli studi precedenti, con l'unica differenza dell'aggiunta di un ciclo **for** iniziale, nel quale la variabile K viene iterata assumendo i valori [1;5;10].

Come si nota nella figura 4.6, quando K assume valori più elevati, la velocità di convergenza del grafico aumenta.

Un'altro parametro fondamentale è ρ , il quale nelle seguenti rappresentazioni assume il valore 0.5.

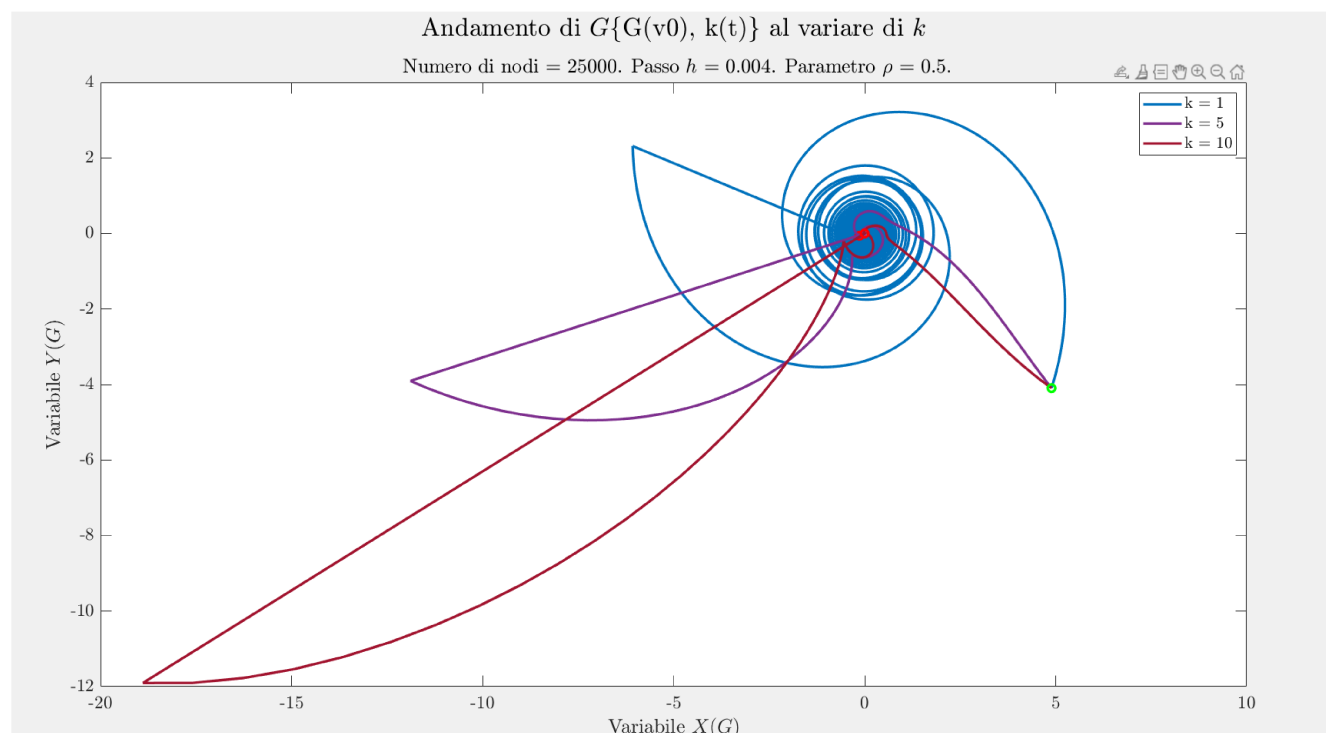


Figura 4.6: $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di K con $\rho=0.5$

4.4.2 $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei punti iniziali (x_0, y_0)

In questa sezione abbiamo studiato la funzione $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei punti iniziali (x_0, y_0) . Innanzitutto i valori che x_0, y_0 assumeranno sono:

- (0.7;0.8)
- (-1.1;-1.2)
- (-0.5; 0.4)

Per effettuare questo studio abbiamo eseguito gli stessi calcoli fatti nei precedenti script, per i tre diversi casi,effettuando per tre volte la simulazione numerica, calcolando tre diverse $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$, per poi rappresentarle tramite i comandi **plot** e **hold on** nello stesso grafico come mostrato in figura 4.7

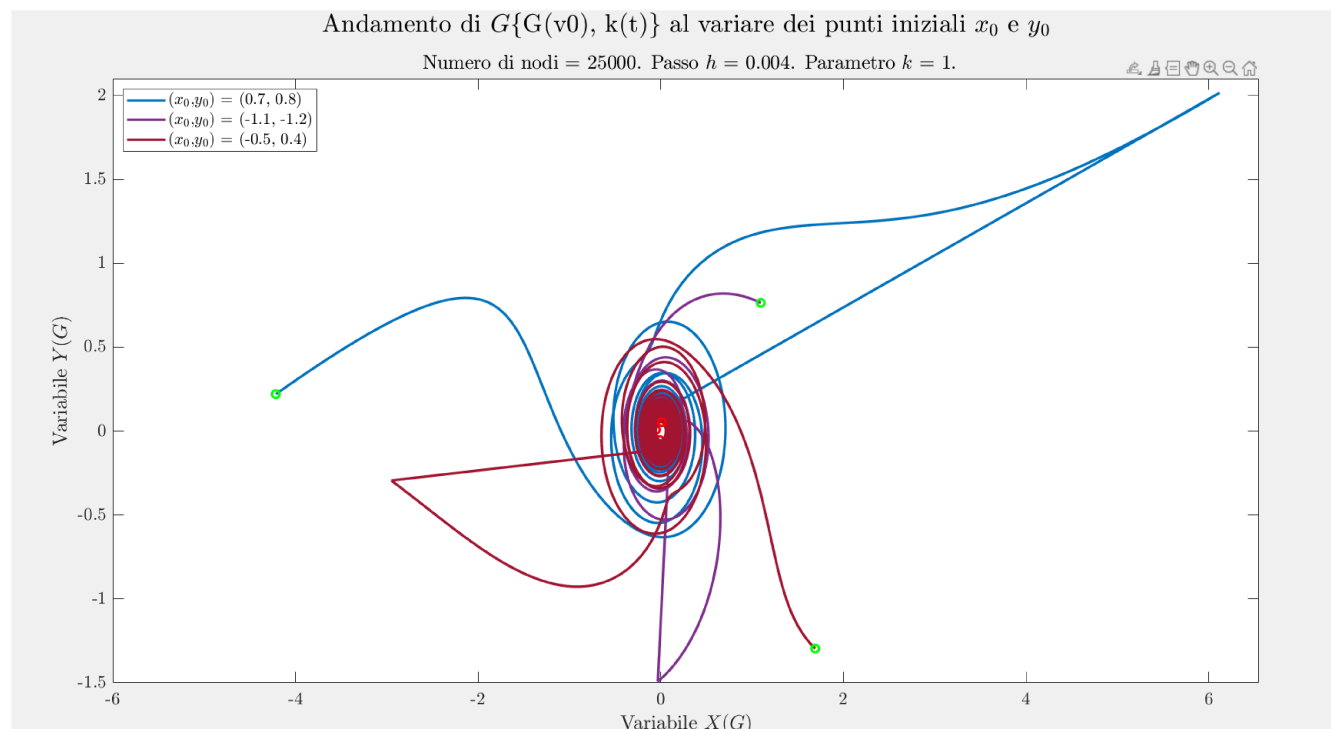


Figura 4.7: Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei punti iniziali

4.4.3 $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei fattori di fase

In questo caso il parametro che varia è ψ , cioè i fattori di fase. Pertanto gli sfasamenti tra gli oscillatori non saranno più quelli usati in precedenza ma cambieranno.

Se il parametro ψ varia, grazie alla relazione $\psi_i = \Phi_i/2\pi$ riusciamo ad ottenere il vettore che contiene i nuovi valori degli sfasamenti e quindi otteniamo nuovi valori della matrice $\mathbf{R}(\Delta\Phi)$.

Una volta ottenuta la nuova matrice eseguiamo gli stessi passaggi eseguiti negli altri studi in modo da ottenere tre andamenti della funzione $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ come si può vedere nella figura 4.8.

4.4.4 $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di ρ

In questo caso il parametro che varia è ρ . Da come si legge nella teoria dell'articolo, inizialmente questo parametro viene settato a 0.5.

Nel momento in cui ρ varia, si possono eseguire di nuovo tutti gli studi fatti in precedenza sulla $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$.

Nella figura sottostante si può osservare come varia la funzione quando ρ assume valori diversi da 0,5 ([2/3; 3/4; 5/6]). Per ottenere questo risultato abbiamo inserito un ciclo **for**, cosicchè ρ assuma i vari valori in modo iterativo, prima di andare ad implementare tutte le formule.

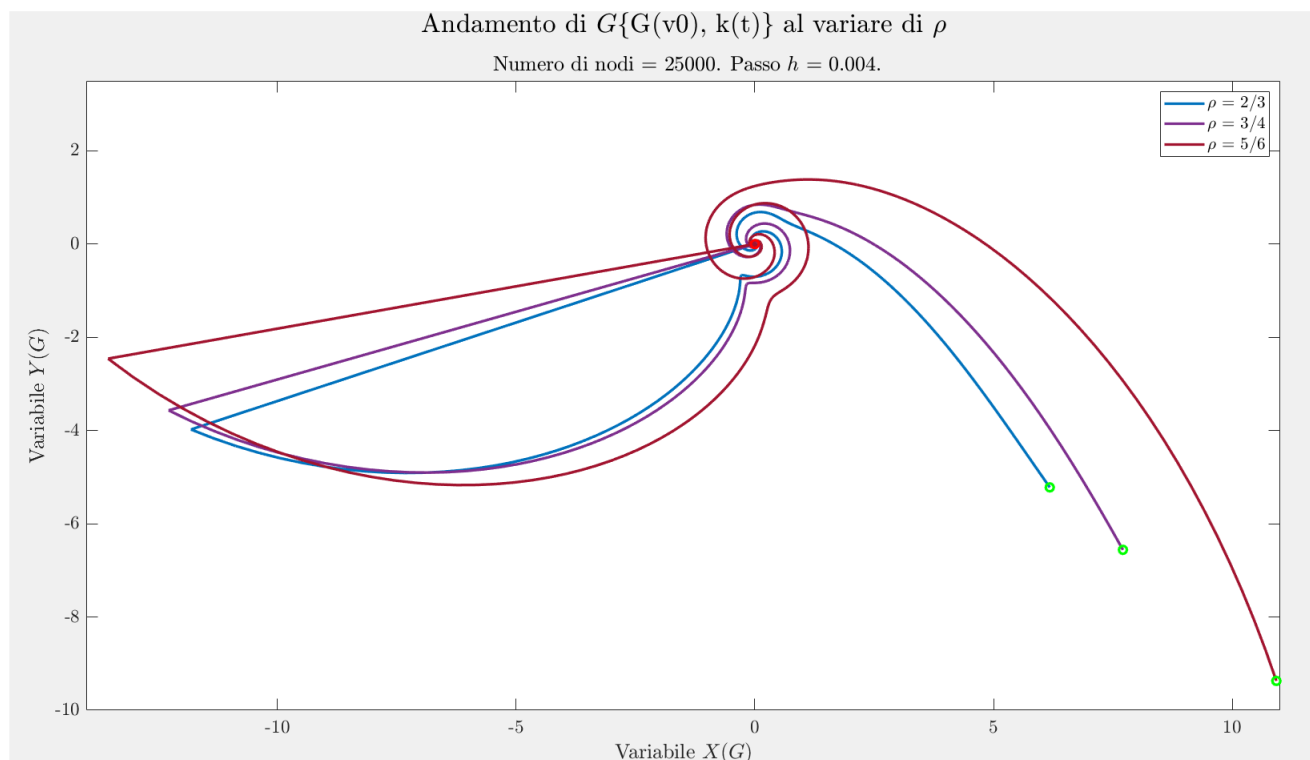


Figura 4.8: Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di ρ

Come detto in precedenza si possono eseguire di nuovo gli stessi studi fatti precedentemente ma con $\rho = 0.75$. In primo luogo andiamo ad analizzare ciò che accade quando varia il parametro K.

Si osserva che la rappresentazione grafica (figura 4.9) è molto simile a quella ottenuta precedentemente, l'unica differenza infatti è data dalla presenza di più spirali, ciò significa che la funzione $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ assume un andamento che impiega più tempo per convergere a zero.

In Matlab abbiamo implementato le due analisi nello stesso script, inserendo un menù, in modo che al momento dell'esecuzione del programma, l'utente possa scegliere il valore di ρ così da selezionare quale dei due casi si voglia analizzare.

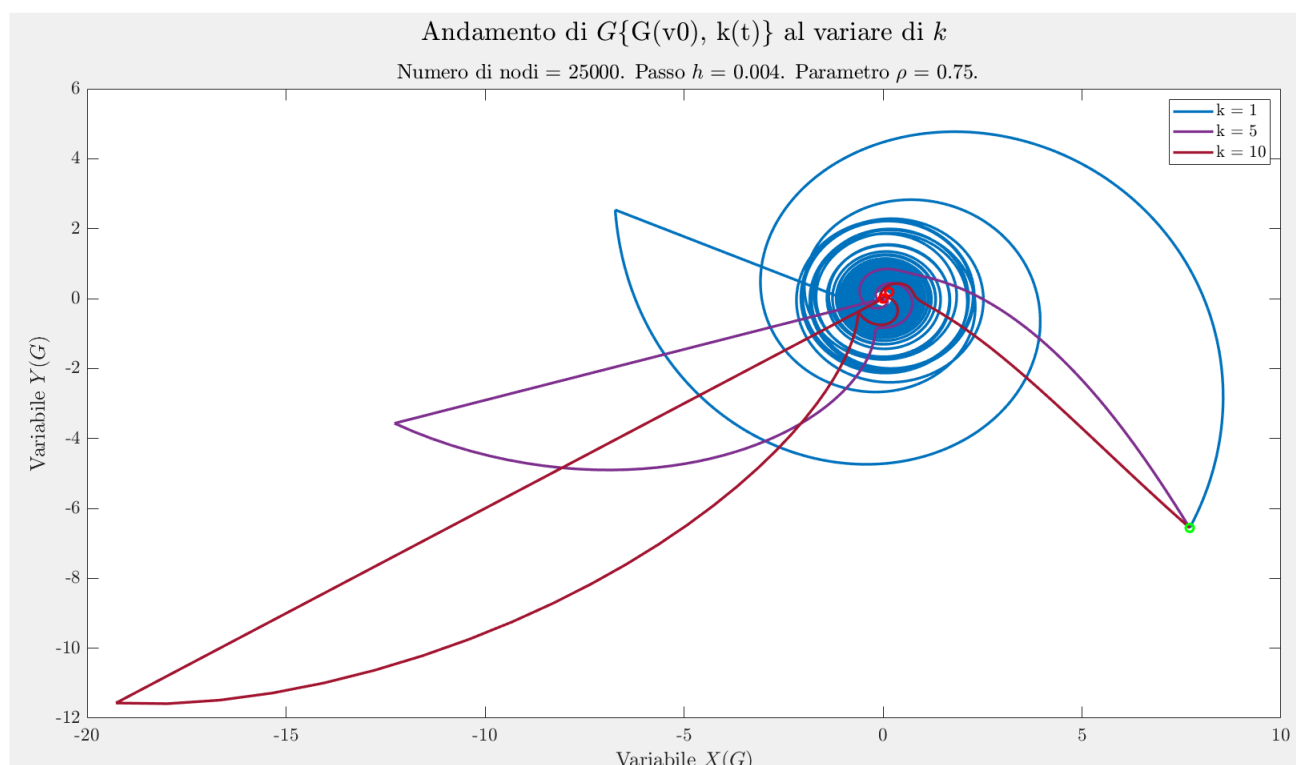


Figura 4.9: Andamento della $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare di K con $\rho = 0.75$

L'ultima analisi che abbiamo effettuato riguarda i fattori di fase, si eseguiranno gli stessi passaggi fatti in precedenza per l'analisi riguardo alla variazione del parametro ψ . Gli andamenti delle variabili $X(G)$ e $Y(G)$ vengono mostrati nelle figure (4.10) e (4.11). La prima rappresenta la funzione $\mathcal{G}\{\mathbf{G}(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei fattori di fase con $\rho=0.5$ e $K=1$ mentre nella seconda $\rho=0.75$ e $K=5$.

Anche in questo studio abbiamo implementato nell'ambiente Matlab, le due analisi nello stesso script, inserendo un menù, in modo che l'utente possa scegliere il valore di ψ e K desiderati nel momento in cui il programma va in run.

Osservando le rappresentazioni sottostanti si ripresenta il fatto che quando K assume il valore più elevato (in questo caso $K=5$), la convergenza è più veloce.

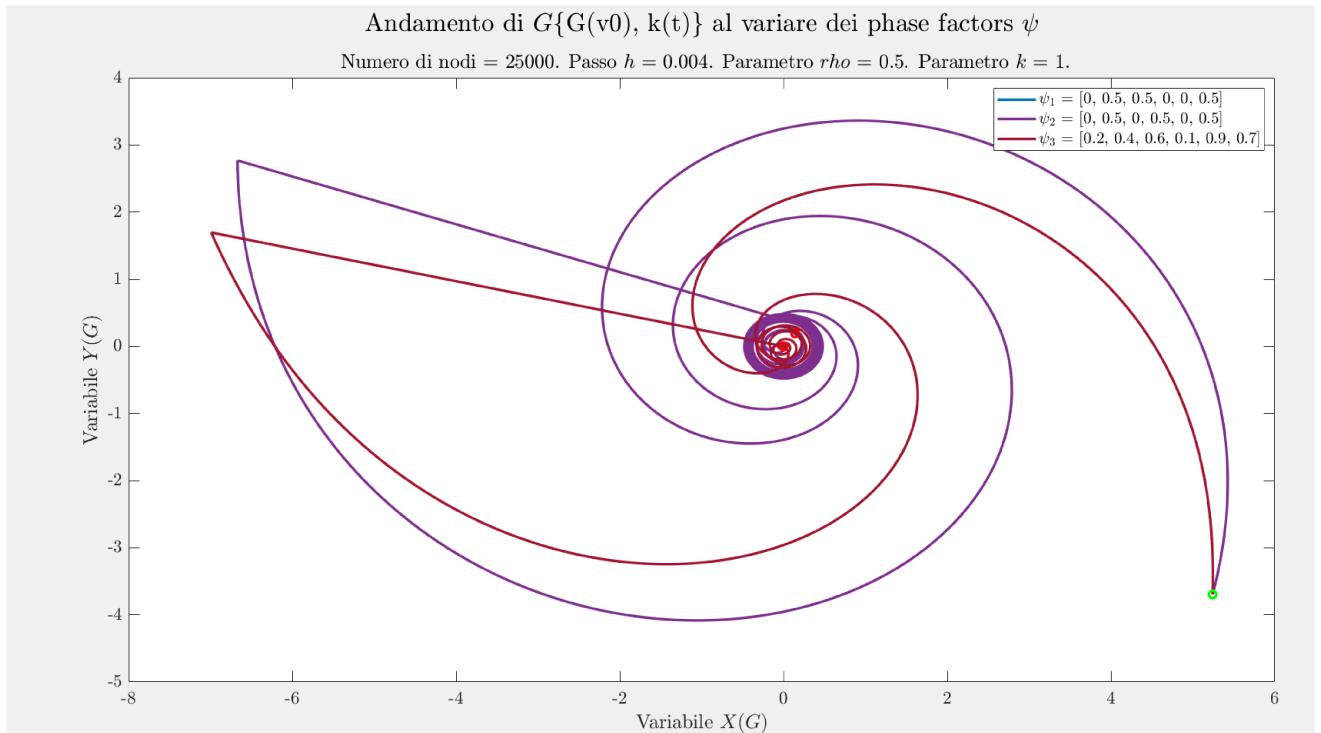


Figura 4.10: $\mathcal{G}\{G(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei fattori di fase con $\rho=0.5$ e $K=1$

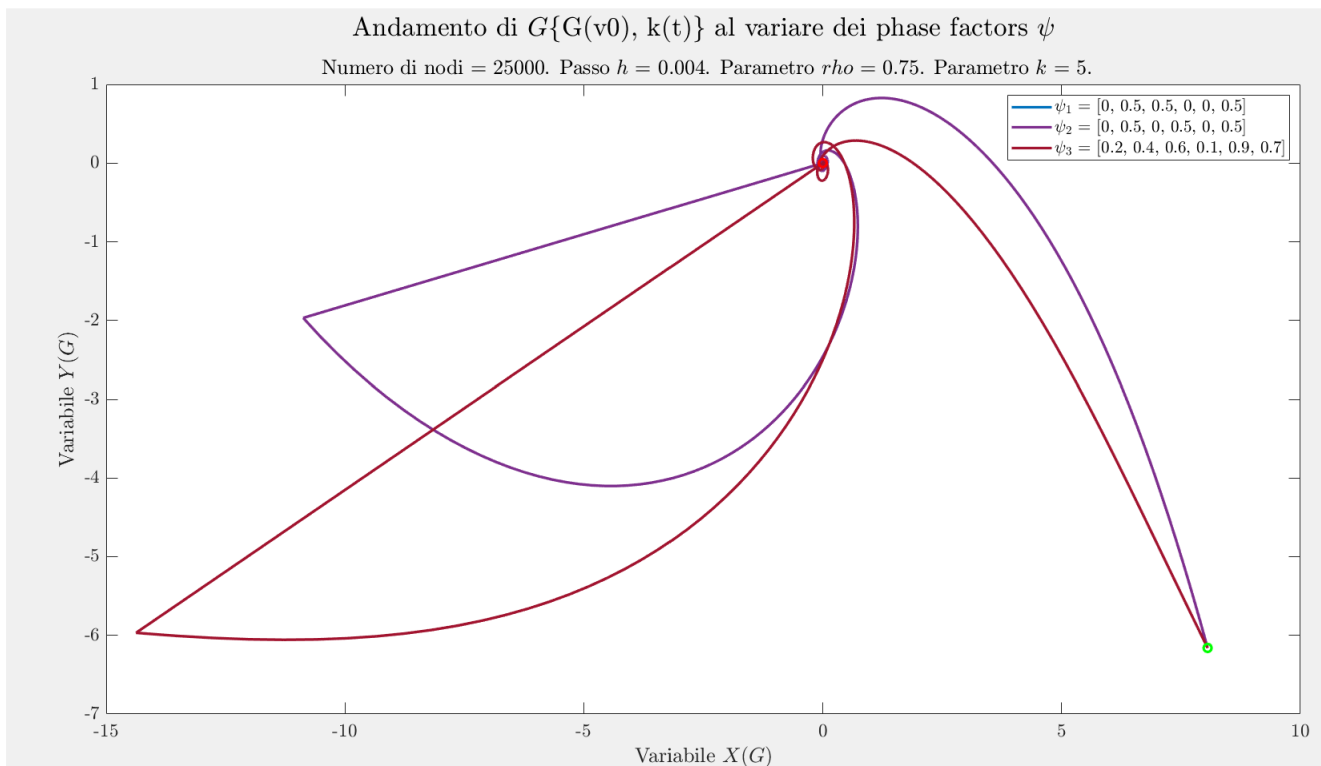


Figura 4.11: Andamento della $\mathcal{G}\{G(\bar{v}_0), k(t)\}$ al variare dei fattori di fase con $\rho = 0.75$ e $K=5$

Capitolo 5

Studio della Norma

Lo studio della norma viene eseguito per verificare il processo di sincronizzazione dei sei oscillatori, il fattore che descrive la sincronizzazione è la sommatoria dell'equazione (2.6). Perciò andremo a studiare la norma di questo termine per ogni oscillatore e per i quattro Motion Pattern.

Preso in considerazione solamente l'oscillatore 1 e il pattern C tramite i valori delle variabili ottenuti con la simulazione numerica ed il comando matlab **vecnorm** calcoliamo la norma della sommatoria nel seguente modo:

```
Normal1 = vecnorm((xi1(1:2,:)-(mu1/mu2)*R12*xi2(1:2,:))+(xi1(1:2,:)-(mu1/mu6)*R16*xi6(1:2,:)));
```

Nella figura (7.1) sono rappresentati tutti e sei gli oscillatori con i loro andamenti. Si può notare che ogni oscillatore inizialmente ha un andamento ondulatorio ma al variare del tempo si osserva che essi si assottigliano sempre di più fino ad arrivare ad annullarsi.

Perciò possiamo analizzare questo comportamento dicendo che inizialmente gli oscillatori non sono sincronizzati ma con lo scorrere del tempo ($t=200$ circa) la sommatoria interviene e permette di eseguire la sincronizzazione.

Quindi possiamo concludere dicendo che lo studio della norma eseguita con lo scopo di verificare la sincronizzazione degli oscillatori ha un riscontro positivo.

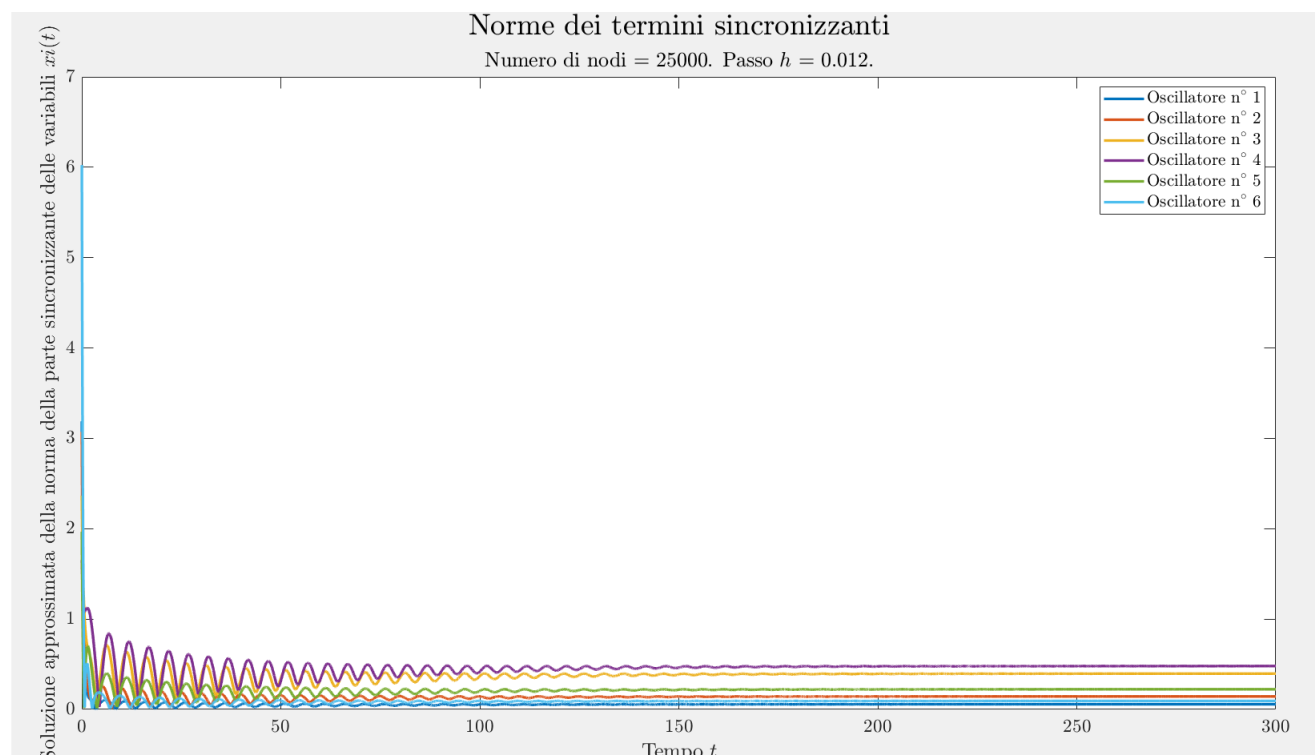


Figura 5.1: Andamento della Norma della sommatoria

Capitolo 6

Conclusione e Analisi dei Risultati

In questo studio viene, dunque, proposta una **strategia di sincronizzazione e controllo per un girovita bionico parallelo basata sull'utilizzo di oscillatori σ -Hopf**.

Più precisamente, si analizza lo stato di transizione, con il fine di identificare e valutare la distorsione della forma d'onda dovuta all'asimmetria dell'oscillazione nella sincronizzazione. Inoltre, la forza di accoppiamento (*coupling strength*) variabile aumenta, con lo scopo di eliminare la distorsione e garantire contemporaneamente una sincronizzazione efficace e stabile. Su questa base, viene, costruita la rete di controllo bionico per il girovita parallelo così da realizzare il comportamento desiderato.

Un risultato importante ottenuto è che l'oscillatore σ -Hopf ha un ciclo limite circolare e simmetrico e la forma d'onda è regolare e stabile. Le caratteristiche di quest'ultima rendono il processo di sincronizzazione più complicato rispetto a quello dell'oscillatore simmetrico.

Le analisi e i metodi che abbiamo sviluppato mostrano un modo per eliminare la deformazione e garantire una convergenza rapida. Pertanto, senza andare a modificare le caratteristiche dell'oscillatore σ -Hopf, si può comunque realizzare il processo di sincronizzazione e ciò può essere utilizzato per ottenere un comportamento sincronizzato e una locomozione accoppiata da parte del robot bionico multi-giunto.

Analizzando i risultati ottenuti si osserva che gli andamenti degli oscillatori sincronizzati sono convergenti allo zero, come veniva descritto nell'articolo.

Le uniche difficoltà trovate sono state nell'inizializzazione dei parametri presenti nelle diverse funzioni implementate. Infatti, i valori dei parametri non sono presenti nell'articolo, perciò abbiamo assegnato loro dei valori arbitrari. Questo fatto si riscontra poi nelle rappresentazioni grafiche che risultano non essere molto precise, presentando delle differenze rispetto i grafici mostrati nella ricerca.

Nonostante queste imprecisioni, lo studio della norma ci permette di dire che gli oscillatori si sincronizzano in modo corretto poichè inizialmente il loro andamento presenta un transitorio che nel tempo si stabilizza per poi tendere ad un valore costante.

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare tutti coloro che mi sono stati vicino durante questo percorso di studio, in particolare la mia famiglia e i miei amici di sempre che mi hanno sostenuto nei momenti difficili che si sono presentati. Ringrazio anche tutti coloro che ho conosciuto in questa esperienza che sono diventati amici e compagni di studio eccezionali. Ringrazio anche il Prof. Simone Fiori, relatore di questo progetto, per la sua professionalità e soprattutto per la disponibilità mostrata nel chiarirci ogni dubbio sorto.

Bibliografia

- De Marco, A. (2017). *Scrivere la tesi di laurea in Latex*.
- Fiori, S. (2021). Metodo esplicito di Runge-Kutta del IV ordine (eRK4). In *Dispense del corso di Analisi Numerica 2020-2021 - Università Politecnica delle Marche*.
- Pantieri, L., & Gordini, T. (2008). *L'arte di scrivere con Latex*. Aracne.
- Zhu, Y., Chen, L., Liu, Q., Qin, R., & Jin, B. (2018). Omnidirectional jump of a legged robot based on the behavior mechanism of a jumping spider. *Applied Sciences*, 8(1). Retrieved from <https://www.mdpi.com/2076-3417/8/1/51> doi: 10.3390/app8010051
- Zhu, Y., & Guo, T. (2016). Galloping Trajectory Generation of a Legged Transport Robot Based on Energy Consumption Optimization. *Journal of Robotics*. Retrieved from <https://doi.org/10.1155/2016/9645730>
- Zhu, Y., Guo, T., Liu, Q., Zhu, Q., Jin, B., & Zhao, X. (2017). Turning and radius deviation correction for a hexapod walking robot based on an ant-inspired sensory strategy. *Sensors*, 17(12). Retrieved from <https://www.mdpi.com/1424-8220/17/12/2710> doi: 10.3390/s17122710
- Zhu, Y., & Jin, B. (2016). Compliance control of a legged robot based on improved adaptive control: method and experiments. *International Journal of Robotics and Automation*. Retrieved from <https://doi.org/10.2316/Journal.206.2016.5.206-4536>
- Zhu, Y., Jin, B., & Li, W. (2015). Leg compliance control of a hexapod robot based on improved adaptive control in different environments. *Journal of Central South University*. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s11771-015-2600-0>
- Zhu, Y., Jin, B., Wu, Y., Guo, T., & Zhao, X. (2016). Trajectory correction and locomotion analysis of a hexapod walking robot with semi-round rigid feet. *Sensors*, 16(9). Retrieved from <https://www.mdpi.com/1424-8220/16/9/1392> doi: 10.3390/s16091392
- Zhu, Y., Shuangjie, Z., Dongxiao, G., & Qiong, L. (2019, August). Synchronization of Non-linear Oscillators for Neurobiologically Inspired Control on a Bionic Parallel Waist of Legged Robot. *Frontiers in Neurorobotics*.
- Zhu, Y., Wu, Y., Liu, Q., Guo, T., Qin, R., & Hui, J. (2018). A backward control based on σ -hopf oscillator with decoupled parameters for smooth locomotion of bio-inspired legged robot. *Robotics and Autonomous Systems*, 106, 165-178. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889018300241> doi: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2018.05.009>
- Zhu, Y.-g., Jin, B., Li, W., & Li, S.-t. (2014). Optimal design of hexapod walking robot leg structure based on energy consumption and workspace. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 38(3), 305-317. Retrieved from <https://doi.org/10.1139/tcsme-2014-0022> doi: 10.1139/tcsme-2014-0022