



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE
MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea Triennale in ingegneria elettronica

**Ricognizione sui motori sincroni a magneti
permanenti con particolare riferimento ai
motori sperimentali a 12 fasi**

*Review of permanent magnet synchronous motors with
special reference to experimental 12-phase motors*

Relatore:
Prof. Simone Fiori

Tesi di Laurea di:
Carlo Maria Carosi

A.A. 2022/2023

Sommario

Lo scopo di questa tesi è quello di fornire un'ampia visione dei motori elettrici, trattando in modo chiaro i vari tipi di motori esistenti.

Viene fatta una prima distinzione tra i motori in corrente alternata (AC) e quelli in corrente continua (DC) per poi spostare l'attenzione sui motori sincroni a magneti permanenti (PMSM), evidenziando i principi di funzionamento di questi motori e fornendo alcune possibili applicazioni. Oggetto di discussione sarà il caso con più di tre fasi, in particolare verranno elencati gli svantaggi ed i vantaggi di un'applicazione di questo tipo e verrà fatto uno studio teorico.

La modellazione analitica, che questa tesi tratterà in modo approfondito, avverrà attraverso un algoritmo di decomposizione degli spazi vettoriali (VSD), che consente di differenziare tutte le armoniche di ordine dispari per poterle usare poi per altri scopi.

Viene inoltre impiegato l'uso delle trasformate di Clarke e Park che semplificano l'analisi dei sistemi polifase riducendo il numero di equazioni da trattare e gestendo meglio il sistema di riferimento rispetto a un tradizionale sistema di riferimento cartesiano.

Infine, verrà spostata l'attenzione sul PMSM a 12 fasi di cui verranno analizzate le equazioni costitutive e verranno applicate le varie matrici di trasformazione seguendo l'algoritmo al fine del modellamento analitico.

Indice

1.	Introduzione	1
2.	Motori elettrici	2
2.1	Tipi di motori elettrici	2
2.1.1	Motori elettrici polifase	2
2.1.2	Vantaggi dei motori elettrici con più di 3 fasi.....	3
3.	Motore sincrono a magneti permanenti (PMSM).....	9
3.1.	Settori di utilizzo.....	9
3.2.	Funzionamento del PMSM.....	10
3.3.	Realizzazione del rotore.....	12
3.4.	Vantaggi e svantaggi.....	14
4.	Metodi utilizzati per il controllo dei motori a più fasi.....	16
4.1.	Disposizione di fasori simmetrici e asimmetrici nei motori polifase.....	16
4.2.	Vector space decomposition (VSD).....	19
4.3.	Configurazione fondamentale degli avvolgimenti statorici.....	21
4.4.	Trasformata di Clarke generalizzata	24
4.5.	Trasformata di Park generalizzata	26
5.	Modello matematico del PMSM a 12-fasi.....	27
5.1.	Forza magnetomotrice.....	27
5.2.	Rappresentazione spaziale degli avvolgimenti.....	30
5.3.	Equazioni costitutive nel dominio del tempo.....	32
5.4.	Modello matematico nel dominio di Park.....	33
6.	Conclusione	43

1. Introduzione

I motori elettrici sono dispositivi che trasformano l'energia elettrica in energia meccanica, consentendo così il movimento di vari tipi di macchinari e sistemi. Questa tecnologia ha rivoluzionato diversi settori industriali, contribuendo all'efficienza energetica e alla riduzione delle emissioni nocive. L'uso dei motori elettrici è ampio e spazia da applicazioni domestiche, come gli elettrodomestici, alle industrie manifatturiere, al settore automotive e persino alle tecnologie emergenti come i veicoli elettrici e gli aerei a propulsione elettrica. Rispetto ai motori tradizionali a combustione interna, i motori elettrici offrono vantaggi significativi: innanzitutto, sono più efficienti dal punto di vista energetico poiché trasformano l'energia elettrica quasi completamente in energia meccanica, minimizzando le perdite. Inoltre, sono più ecologici in quanto non producono emissioni dirette di sostanze inquinanti come CO₂, che contribuiscono al cambiamento climatico. Un'altra caratteristica importante dei motori elettrici è la loro elevata affidabilità. Grazie alla loro struttura semplice, con un rotore e uno statore, hanno meno componenti soggette ad usura rispetto ai motori tradizionali. Ciò si traduce in minori costi di manutenzione e maggiore durata nel tempo. Negli ultimi anni, il progresso nella tecnologia dei motori elettrici ha portato a una maggiore efficienza, a dimensioni più compatte e a un costo inferiore. Questo ha contribuito a una rapida adozione dei motori elettrici in diverse applicazioni, spingendo le aziende a investire nella ricerca e nello sviluppo di tecnologie ancora più avanzate. La loro crescente popolarità e le continue innovazioni permetteranno di affrontare sfide ambientali e di migliorare le prestazioni di molteplici settori industriali. L'Agenzia Internazionale dell'Energia (IEA) riporta che i motori elettrici sono al giorno d'oggi ampiamente utilizzati in vari settori, dagli elettrodomestici alle applicazioni industriali [1]. L'IEA prevede che l'uso dei motori elettrici in questi settori continuerà a crescere in futuro, guidato dalla necessità di ridurre le emissioni di carbonio e migliorare l'efficienza energetica. Poiché esiste una grande varietà di motori elettrici, la scelta giusta dipende dal budget disponibile e dall'applicazione [2]

2. Motori elettrici

2.1 Tipi di motori elettrici

Una prima grande distinzione è quella del tipo di alimentazione: i motori elettrici possono essere alimentati in corrente continua (DC) o in corrente alternata (AC). Inizialmente, i motori DC venivano ritenuti più adatti per quelle applicazioni in cui era necessario controllare accuratamente la velocità [2]. L'IEA ha riconosciuto i benefici dei motori AC e ha stabilito standard per favorirne l'adozione [1]. Questi standard promuovono l'uso di sistemi di motori AC ad alta efficienza energetica, alimentando ulteriormente la popolarità di questi motori in vari settori industriali. In un motore elettrico in corrente alternata (AC), il campo magnetico statorico e quello rotorico, possono ruotare con la stessa frequenza angolare (caso sincrono) o meno (caso asincrono). Il motore AC asincrono ha una velocità di rotazione determinata dalla differenza di velocità tra il campo magnetico rotante rotorico e il campo magnetico statorico. Questa differenza di velocità tra i due campi è indicata da un indice chiamato scorrimento. Invece, nei motori AC sincroni il rotore può essere sede di magneti permanenti o di avvolgimenti rotorici. I magneti permanenti evitano l'utilizzo di componenti di commutazione (spazzole), le quali hanno il compito di polarizzare in successione gli avvolgimenti affinché si abbia una rotazione completa. Esse sono le principali cause di manutenzione necessaria, perdita di potenza e interferenze elettromagnetiche. I magneti permanenti, infatti, sono in grado di generare un campo magnetico naturalmente. L'utilizzo di motori a magneti permanenti può essere scelto sia con un'alimentazione AC che DC ma un motore DC può essere solamente sincrono.

2.1.1 Motori elettrici polifase

Negli ultimi 20 anni, l'uso di macchine elettriche a corrente alternata con più di tre fasi è aumentato notevolmente e si è rivelato una soluzione promettente per diversi settori industriali. Sebbene le macchine elettriche trifase siano ancora la scelta principale, c'è una crescente tendenza ad adottare i sistemi con un numero

più elevato di fasi in determinate situazioni, specialmente quando si costruisce un sistema da zero o quando c'è un rischio elevato di guasto degli avvolgimenti dello statore. Infatti, una delle caratteristiche più notevoli dei motori con più fasi è la loro capacità di continuare a funzionare anche in caso di rottura di uno o più avvolgimenti [3]. Come si vedrà più in dettaglio nel prossimo paragrafo, a differenza di un motore a tre fasi, la perdita di una fase dello statore non impedisce alla macchina di avviarsi e operare. Ci sono anche altri vantaggi nell'utilizzo dei sistemi con un maggior numero di fasi, come un aumento della coppia per ampere, una riduzione delle perdite di rame nello statore e delle armoniche delle correnti nel rotore [4]. Tuttavia, bisogna considerare che l'aumento del numero di fasi comporta un controllo più complesso e costi più elevati [5]. I principali settori in cui gli azionamenti a motore asincrono polifase vengono utilizzati includono la propulsione navale, la trazione (compresi veicoli elettrici ed ibridi e la trazione ferroviaria), il settore aerospaziale e altre applicazioni ad alta potenza [4].

2.1.2 Vantaggi dei motori elettrici con più di 3 fasi

Faremo riferimento a “motore polifase” se il numero di fasi n dello statore è maggiore di tre. Un motore di questo tipo di solito si ottiene ridisegnando il telaio dello statore o semplicemente ripassando gli avvolgimenti dello statore di una macchina trifase per ottenere n avvolgimenti indipendenti accessibili da $2n$ terminali. In un azionamento elettrico polifase, la conversione di energia elettromeccanica si ottiene utilizzando una macchina polifase che è alimentata da un convertitore polifase attraverso una particolare strategia di controllo. L'azione di controllo impiegata deve tenere in particolare conto dei gradi di libertà aggiuntivi (unici dei sistemi polifase) consentendo modalità di funzionamento aggiuntive. Di seguito sono elencati alcuni potenziali vantaggi delle macchine elettriche polifase (MPM) che possono giustificare la loro maggiore complessità.

- ***Riduzione delle correnti di fase a potenza costante [6]:***

Il primo vantaggio di un MPM è la capacità di abbassare la corrente nominale per fase mantenendo la stessa tensione e potenza nominale

rispetto a una macchina trifase convenzionale. La potenza attiva P in un sistema equilibrato a n -fasi è espressa come:

$$P = \frac{n}{2} UI \cos(\Phi) \quad (2.1)$$

Dove U indica la tensione di picco, I indica la corrente di picco e $\cos(\Phi)$ indica il fattore di potenza. Mantenendo gli stessi valori di alimentazione P e tensione di alimentazione U e approssimativamente un fattore di potenza $\cos(\Phi)$ costante, è immediato vedere che è possibile ottenere valori più bassi di corrente I aumentando il numero di fasi n . Questo fenomeno può essere vantaggioso nelle applicazioni ad alta potenza in cui la tensione U viene mantenuta costante e possono essere utilizzati convertitori meno prestanti in termini di corrente di uscita massima, riducendo così il costo complessivo del sistema.

- ***Riduzione delle perdite statoriche [6]:*** La distribuzione della forza magnetomotrice (MMF) lungo il traferro, interagendo con le armoniche temporali introdotte dalle tensioni di ingresso ai terminali della macchina, sinusoidali o non sinusoidali, genera armoniche spaziali che influenzano la distribuzione geometrica del flusso magnetico, il quale a sua volta influenza la coppia meccanica. Uno studio riassunto nel [6] mostra come un aumento del numero di fasi causa uno spostamento delle armoniche spaziali (oltre quella fondamentale), indotte dalla frequenza fondamentale verso frequenze più alte, conferendo una MMF più uniforme e priva di ondulazioni. Tuttavia, lo stesso studio ha mostrato che per altre armoniche temporali nell'eccitazione, possono essere generate armoniche spaziali di basso ordine a seconda del valore di n . Dal punto di vista delle perdite di energia dello statore, una macchina a cinque fasi potrebbe teoricamente ottenere una riduzione delle perdite di potenza del 5,75% rispetto a quella a tre fasi. Tuttavia, questa riduzione non migliora in maniera significativa, poiché una macchina ipotetica con un numero infinito di fasi porterebbe ad una riduzione delle perdite dell'8,81%. In generale, è presente un certo

potenziale di riduzione delle perdite, ma l'efficienza complessiva dipende fortemente dal design geometrico (non considerato in questa discussione) e dalla strategia di controllo.

- ***Pulsazioni di coppia [6]:*** In termini generali, le pulsazioni di coppia derivano dall'interazione tra componenti di campo aventi lo stesso numero di poli p , ma che ruotano a velocità diverse. La frequenza di pulsazione dipende dalla differenza tra queste velocità. Le pulsazioni di coppia di maggiore ampiezza sono quelle che si verificano quando il campo principale a $2p$ -poli è coinvolto. Le componenti armoniche temporali dell'eccitazione che possono generare un campo a $2p$ -poli sono di ordine q , dato da:

$$q = 2kn \pm 1, \text{ dove } k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2)$$

In particolare, l'armonica temporale di ordine $2kn + 1$ genera un campo di $2p$ -poli che ruota nella stessa direzione del campo principale, con una velocità $2kn + 1$ volte superiore, mentre l'armonica temporale di ordine $2kn - 1$ genera un campo magnetico rotazionale con un numero di poli di $2p$, che ruota nella direzione opposta rispetto al campo magnetico principale a una velocità che è $2kn - 1$ volte più veloce rispetto al campo principale.

In entrambi i casi, la frequenza della coppia risultante è determinata dalla frequenza di pulsazione descritta nel [6] e data da:

$$\omega = 2kn\omega_f \quad (2.3)$$

Dove ω_f indica la frequenza di pulsazione dell'eccitazione fondamentale (del campo magnetico principale). Un numero maggiore di fasi aumenta la frequenza della pulsazione di coppia. L'equazione (2.2) può essere utilizzata per determinare quali armoniche sono potenzialmente

problematiche e dovrebbero quindi essere evitate. Ad esempio, per una macchina a nove fasi, le armoniche di eccitazione da evitare sono dell'ordine di $18k \pm 1$ (17a, 19a, 35a, 37a e così via). Infatti, la relazione (2.3) mostra che in presenza di tale eccitazione, si verificherebbero pulsazioni di coppia 18 e 36 volte più veloci della frequenza di eccitazione principale. Questi risultati sono stati ottenuti assumendo una superficie liscia nel traferro inferiore sia sullo statore che sul rotore [6]. L'effetto delle scanalature sullo statore e sul rotore è quello di perturbare i campi armonici; quindi, è molto difficile fare affermazioni generali sui meriti relativi delle macchine polifase. La relazione (2.3) indica che le pulsazioni di coppia compaiono a frequenze più alte se si scelgono modelli polifase. In ogni caso, le armoniche di eccitazione degli ordini in esame dovrebbero essere evitate.

- ***Gestione dei guasti [3]:*** una macchina a n -fasi con $n > 3$, può continuare a funzionare finché non sono più di $n-3$ fasi a guastarsi. In altre parole, necessitano almeno tre fasi per produrre un campo magnetico rotante, sebbene con potenza/coppia meccanica ridotte. La quantità di potenza e coppia che può essere prodotta dipende dal tipo di guasto, ma anche dalla progettazione geometrica e meccanica della macchina: ad esempio, una macchina elettrica a sei fasi costruita con una configurazione a fase divisa (due serie di avvolgimenti a tre fasi spazialmente sfalsati di 30° elettrici) avrà diverse possibilità di gestione del guasto a seconda che il centro stella sia isolato tra le due serie di avvolgimenti o meno [3]. Nel caso di centro stella isolato, la strategia in caso di perdita di fase è quella di rimuovere un intero set di avvolgimenti a tre fasi (compreso quello che contiene la fase guasta), riducendo così la potenza della macchina del 50%. Sono disponibili diverse possibilità con una connessione centro-stella comune, dove la forma della corrente può essere modificata per mantenere un campo magnetico rotante.

Le strategie di mitigazione degli errori evidenziati in [3], sono:

- ❖ *Mantenere la stessa intensità di corrente nelle fasi rimanenti:* approssimativamente questa corrente riduce le perdite in Joule dello statore di un fattore $(n - 1)/n$, in caso di guasto di una fase.
 - ❖ *Aumentare l'intensità della corrente nelle fasi sane* di un fattore $\sqrt{\frac{n}{n-1}}$, mantenendo circa le stesse perdite in Joule dello statore ma mantenendo lo stesso livello di coppia [7].
- ***Aumento dei gradi di libertà:*** Poiché sono necessarie solo due correnti per controllare il flusso medio o della coppia media, indipendentemente dal numero di fasi, i restanti gradi di libertà possono essere sfruttati per altri scopi, come ad esempio:
 - ❖ ***Maggiore densità di coppia:*** Nelle macchine trifase convenzionali, la presenza di armoniche spaziali di solito provoca solo correnti indesiderate e fluttuazioni di coppia. Nelle macchine polifase, le armoniche spaziali possono essere utilizzate per generare una coppia media e aumentare così la densità di coppia di alcune specifiche configurazioni [7]. Ciò viene di solito ottenuto iniettando alcune precise armoniche temporali nella corrente nelle macchine con avvolgimenti concentrati. Questo fenomeno è più evidente nelle macchine simmetriche con numero dispari di fasi. Il guadagno minimo, di almeno il 10% rispetto ai motori trifase convenzionali, sembra essere raggiunto con le macchine a cinque fasi e l'iniezione della terza armonica nelle correnti dello statore [7]. Tuttavia, ciò provoca la presenza di armoniche nel flusso nel traferro, aumentando così la densità di flusso e di conseguenza le perdite del ferro.
 - ❖ ***Azionamento multimotore:*** Macchine polifase multiple con distribuzione di MMF sinusoidale, possono essere controllate indipendentemente in serie con un singolo alimentatore elettronico [7]. Questo risultato viene raggiunto tramite la corretta trasposizione nella connessione delle fasi della macchina, in modo che i componenti che generano flusso/coppia in una macchina appaiano come correnti che non producono flusso/coppia in tutte le altre macchine.

- ***Vantaggi per gli sviluppatori [6]:*** L'utilizzo di un numero di fasi superiore offre al progettista dell' inverter l'opportunità di utilizzare moduli di potenza standardizzati con una potenza nominale fissa, senza necessariamente dover ricorrere all'impilamento in serie o in parallelo. La potenza può essere fornita al motore attraverso quanti moduli standard sono necessari per raggiungere la potenza totale richiesta. Per il progettista del motore, i vantaggi di fasi multiple consistono in una la forma d'onda della forza magnetomotrice (FMM) migliorata, la tensione di linea ridotta e l'efficienza aumentata [6]

3. Motore sincrono a magneti permanenti (PMSM)

3.1. Settori di utilizzo

Nel passato, i motori sincroni venivano considerati motori a velocità costante, la cui velocità di rotazione assiale (la velocità sincrona) dipendeva dalla frequenza di alimentazione e dal numero di coppie polari. Per questa ragione, i motori sincroni venivano considerati inadatti per i sistemi elettrici a velocità variabile e la loro applicazione era limitata alle aree in cui la velocità e/o il controllo di posizione non erano di interesse principale [7].

Le macchine elettriche sincrone hanno trovato ampio uso come generatori di energia piuttosto che come motori. Ancora oggi, quasi tutti i generatori di corrente alternata sono sincroni e la grande maggioranza dell'energia elettrica impegnata nelle centrali elettriche è generata da macchine sincrone [8]. Negli ultimi anni l'interesse per il motore sincrono a magnete permanente è cresciuto costantemente grazie ai suoi numerosi vantaggi rispetto alle altre macchine, sia di tipo DC che AC, convenzionalmente utilizzate nei sistemi di azionamento [7]. Un tipico PMSM è mostrato in Figura 3.1.

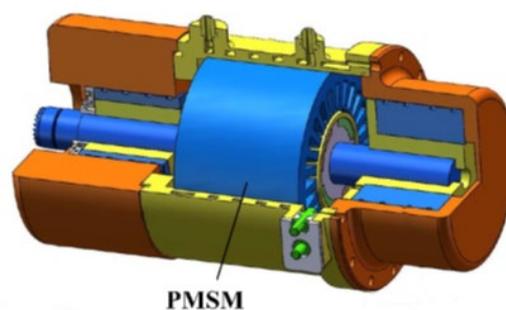


Figura 3.1: Un tipico motore sincrono a magneti permanenti

3.2. Funzionamento del PMSM

Come già anticipato, le macchine sincrone convenzionali richiedono un'alimentazione continua per l'avvolgimento del campo rotorico, fornita da un sistema di spazzole e anelli. Tali strutture di contatto rotanti sono la principale causa di dispersione di energia e richiedono una manutenzione continua. L'uso di magneti permanenti al posto di avvolgimenti (sia dell'alimentazione in corrente continua che degli elementi collettore) elimina tutti questi svantaggi. Da questa osservazione è nato il motore sincro a magneti permanenti (PMSM), anche chiamato "Sinusoidal brushless". Il PMSM è un tipo di motore sincro AC che presenta caratteristiche costruttive e operative molto simili a quelle dei motori sincroni classici, ad eccezione del fatto che il rotore non è costituito da avvolgimenti. Infatti, il rotore è sede dei magneti permanenti che vengono utilizzati per creare i poli del campo e generare il campo magnetico statico del rotore. Poiché non c'è bisogno di un'alimentazione in corrente continua, questi tipi di motori sono più semplici da costruire e risultano economici. La struttura di un motore sincro a magneti permanenti è composta da un rotore in cui vengono inseriti i magneti e uno statore che ospita un certo numero di avvolgimenti, il cui compito è quello di generare il campo magnetico rotante. Questi avvolgimenti sono alimentati da correnti sinusoidali sincronizzate con i rispettivi flussi concatenati generati dai magneti. Alla velocità sincrona, i poli magnetici del rotore si concatenano con il campo magnetico rotante generato dallo statore.

La conversione elettromeccanica che il motore implementa segue il principio di funzionamento dei sistemi elettrodinamici, che si basa sull'interazione tra i conduttori nello statore e i campi magnetici generati dai magneti permanenti nel rotore.

Il principio di funzionamento di un motore sincro a magnete permanente è simile a quello del motore sincro classico. Dipende dal campo magnetico rotante dello statore che genera una forza elettromotrice alla velocità sincrona e dal campo magnetico costante del rotore, generato dai magneti permanenti al suo interno che creano un flusso magnetico costante. Quando gli avvolgimenti dello statore vengono alimentati da una sorgente sinusoidale, si induce un campo magnetico rotante nel traferro.

Si genera quindi una coppia meccanica e quando il campo del rotore si concatena con il campo magnetico rotante dello statore, il rotore inizierà a ruotare ad una velocità costante (sincrona) ω_m . L'operazione di avviamento di un motore sincrono è complessa perché presenta una curva di coppia impulsiva centrata sulla velocità ω_m . In altre parole, il rotore genera una coppia motrice solo ed esclusivamente se sta ruotando alla velocità ω_m . Quando il rotore è fermo, l'applicazione della tensione di alimentazione dello statore non può innescare il movimento perché il rotore non riceve alcuna coppia, come mostrato nella Figura 3.2.

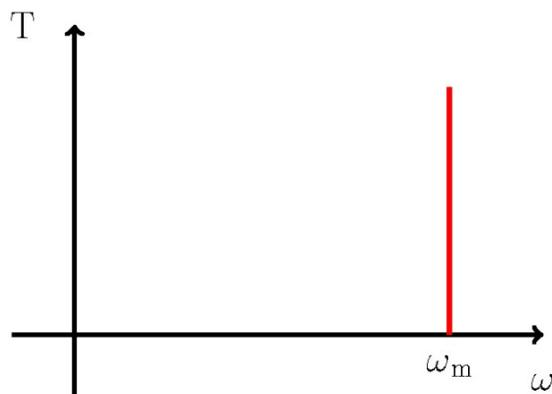


Figura 3.2: Coppia meccanica T in funzione della velocità di rotazione dell'asse ω in un motore sincrono a magneti permanenti. La coppia in questo tipo di motore presenta un singolo picco alla una velocità ω_m .

Poiché i motori sincroni a magneti permanenti non sono motori ad avviamento automatico, alcuni PMSM incorporano un rotore a gabbia di scoiattolo aggiuntivo che incorpora un comportamento asincrono, per poi passare alla modalità sincrona una volta avvenuta la partenza. Questi motori, comunemente chiamati "PMSM autostart" vengono utilizzati come sostituti più efficienti dei motori asincroni (grazie all' assenza di scorrimento), ma devono essere progettati per garantire che si raggiunga la velocità sincrona.

L'assenza di avviamento automatico nei motori sincroni rende necessaria la dotazione dello statore di un'alimentazione a frequenza variabile, controllata

elettronicamente (ad esempio tramite un inverter). Variare la frequenza dell'alimentazione fornita agli avvolgimenti dello statore in modo controllato provoca la generazione di un campo magnetico rotante che inizialmente gira a bassa velocità consentendo al campo magnetico costante, generato dai magneti permanenti nel rotore, di concatenarsi con il primo. In questo modo il rotore inizia a ruotare alla stessa velocità del campo rotante. Aumentando la frequenza dell'alimentazione, la velocità del campo magnetico rotante aumenta e di conseguenza il rotore aumenta anche la sua velocità di rotazione per mantenere la sincronizzazione.

3.3. Realizzazione del rotore

Il rotore, sede dei magneti permanenti, può essere realizzato in diverse configurazioni. La forma d'onda dell'induzione nel traferro è strettamente legata alla forma dei magneti. La disposizione e il tipo di materiale con cui vengono realizzati i magneti, inoltre, influenzano il livello di potenza meccanica e di coppia che può essere sviluppato, oltre a influenzare fortemente il costo complessivo. Materiali magnetici economici come ferriti, leghe di AlNiCo o materiali che incorporano elementi delle terre rare, come Samario Cobalto (SmCo) e Neodimio Ferro Boro (NdFeB), possono essere utilizzati come magneti permanenti [9].

In particolare, i magneti al neodimio (NdFeB) sono i magneti più comunemente utilizzati nei PMSM grazie al loro alto valore di campo e induzione residua e, di conseguenza, difficili da smagnetizzare. Tuttavia, a causa delle fluttuazioni dei prezzi, l'uso dei magneti in ferrite è attualmente preferito, anche se le nuove macchine che utilizzano questi tipi di magneti hanno una densità di potenza e una densità di coppia inferiori rispetto alle macchine basate su magneti al neodimio [9]. I magneti permanenti in generale (ad eccezione delle leghe di AlNiCo) presentano il problema della fragilità e della scarsa lavorabilità, il che limita i produttori nella realizzazione di forme complesse e li spinge a giocare sulla disposizione dei magneti piuttosto che sulla loro forma.

Nelle configurazioni a flusso radiale, la disposizione più semplice è quella con i magneti esterni alla superficie del rotore. L'attacco dei magneti al rotore viene solitamente effettuato tramite incollaggio attraverso resine speciali e, per

migliorare la resistenza, l'unione tra due parti viene spesso completata con un anello esterno in fibra di carbonio. Il fissaggio è più facile nel caso in cui i magneti siano interni al rotore, se i magneti sono posizionati internamente, la struttura meccanica del rotore diventa più robusta, il che rende tale tipo di progettazione particolarmente adatta per applicazioni ad alta velocità. D'altra parte, in questa configurazione c'è una maggiore dispersione di flusso, che produce induzione magnetica nel traferro inferiore e conseguente aumento delle perdite. Per mitigare tale problema, si può ricorrere all'interposizione di separatori non magnetici, che però complicano la realizzazione del rotore. Le laminazioni, infatti, non sono più un unico pezzo con le scanalature per i magneti, ma risultano costituite da più pezzi che devono essere assemblati. In alternativa, si può ricorrere a una magnetizzazione tangenziale dei magneti in modo da conservare il flusso radiale, riuscendo a rafforzare l'induzione al traferro.

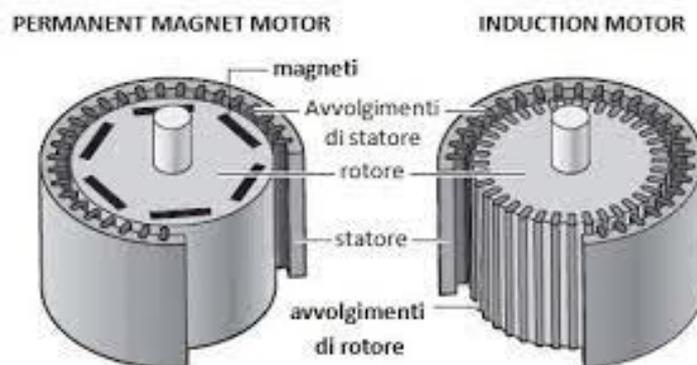


Figura 3.3: Struttura di un PMSM e di un motore a induzione a confronto

3.4. Vantaggi e svantaggi

I motori sincroni a magneti permanenti sono caratterizzati da un rapporto coppia/inerzia più elevato e da una migliore risposta dinamica, grazie alla presenza del magnete permanente al posto dell'avvolgimento nel rotore che aumenta la densità del flusso magnetico nel traferro. I **PMSM**_s sono anche più efficienti e più facili da raffreddare, poiché le perdite legate alle correnti del rotore sono estremamente ridotte. Inoltre, il loro rapporto potenza/peso è superiore a quello dei motori a induzione e nella strategia di controllo non è necessario calcolare il tasso di scorrimento poiché in due campi ruotano con stessa velocità [7].

Lo svantaggio di questi materiali è la variazione delle loro proprietà nel tempo e con l'aumentare della temperatura. Inoltre, per funzionare correttamente, i **PMSM**_s necessitano di sensori di posizione ad alta risoluzione (sensori ad effetto Hall), di un inverter di potenza e di un microprocessore per la gestione di tutti i componenti [6]. Un'altra limitazione di questo tipo di motori è il costo eccessivo per le applicazioni ad alta potenza: se la potenza del motore è relativamente elevata, la quantità di magneti permanenti è relativamente grande e il costo aumenta in modo significativo (i materiali per i magneti permanenti, come il samario-cobalto, sono piuttosto rari e molto costosi) [9]. Tuttavia, il costo è un fattore da considerare, ma non limita l'opportunità di utilizzare questi motori. Attualmente, la macchina a induzione ad alta velocità di maggiore potenza è una macchina da 15 MW e 20000 giri/min sviluppata da ABB [10].

Le caratteristiche precedentemente evidenziate rendono questi motori adatti a diverse applicazioni, come la robotica e gli attuatori aerospaziali, i veicoli elettrici, la produzione di carta, l'imballaggio, il tessile, la ceramica, la lavorazione del vetro e del legno.

Le caratteristiche principali dei **PMSM** possono essere riassunte:

- ❖ elevata densità di flusso al traferro,
- ❖ elevato rapporto potenza/peso
- ❖ ampio rapporto coppia/inerzia, che garantisce elevate accelerazioni,
- ❖ oscillazioni di coppia ridotte anche a velocità molto basse, che consentono una notevole precisione nel posizionamento
- ❖ ampio campo di variazione della velocità
- ❖ possibilità di funzionamento a coppie elevate, che consente di ottenere rapide accelerazioni e decelerazioni
- ❖ alta efficienza e alto fattore di potenza

Inoltre, lo sviluppo di nuove tecnologie e materiali per la produzione di magneti permanenti con caratteristiche magnetiche eccellenti ha contribuito notevolmente al successo dei **PMSM_s** nel campo degli azionamenti elettrici a velocità variabile.

4. Metodi utilizzati per il controllo dei motori a più fasi

In questa sezione seguiremo i passi più importanti descritti in [11], dove viene proposta una metodologia generale per la modellazione di questi motori, e ci concentreremo sul motore sincrono a magneti permanenti. Esistono due tipi principali di macchine polifase: quelle simmetriche e quelle asimmetriche.

Per affrontare la modellazione analitica e il controllo della maggior parte delle macchine polifase, uno dei passaggi più importanti è la trasformazione tra i sistemi di riferimento stazionario e rotante. Faremo uso di una tecnica chiamata Vector Space Decomposition (*VSD*) che è applicabile alle macchine simmetriche e asimmetriche dotate di un numero arbitrario di fasi e prevede l'utilizzo delle trasformate di Clarke e Park.

4.1. Disposizione di fasori simmetrici e asimmetrici nei motori polifase

Per rappresentare grandezze elettriche, uno strumento fondamentale di cui faremo uso è il metodo dei fasori. I fasori sono rappresentazioni vettoriali di forme d'onda sinusoidali e forniscono un modo semplice ed efficiente per analizzare e manipolare i segnali sinusoidali. I fasori sono tipicamente rappresentati come numeri complessi, dove la grandezza del numero complesso rappresenta l'ampiezza della forma d'onda e l'argomento quantifica lo spostamento di fase della forma d'onda. Nelle macchine MPM simmetriche, le fasi (rappresentate dai rispettivi fasori) sono equamente distribuite sulla circonferenza dello statore con un angolo di sfasamento pari a $360/n$ gradi elettrici. Questo tipo di macchina è un'estensione della macchina trifase simmetrica convenzionale, come illustrato nelle Figura 4.1(a) e 4.1(b). Le frecce rappresentano la direzione della corrente di fase. Le frecce rappresentano la direzione positiva della forza magnetomotrice prodotta da una singola fase della macchina, mentre le linee tratteggiate indicano la direzione negativa.

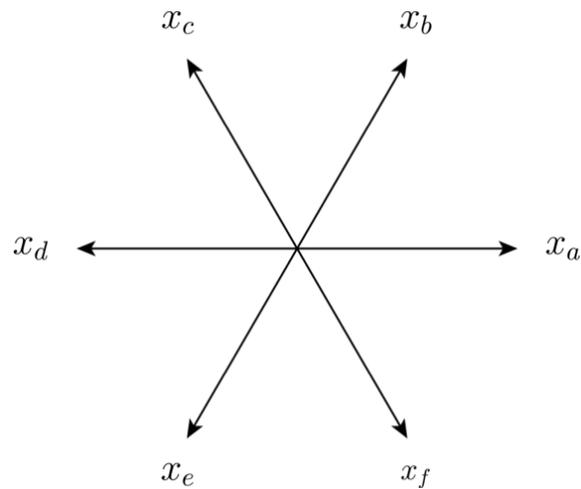


Fig. 4.2: Fasori per un sistema simmetrico a sei fasi

Assumiamo: ' N ' numero di insiemi di fasi, ' m ' il numero di fasi di cui è composto un insieme e ' n ' il numero totale di fasi ($n=Nm$). Nelle macchine polifase asincrone asimmetriche (note anche come macchine "a fasi divise" o "a stelle multiple"), un numero N di insiemi identici di fasi m sono geometricamente distribuiti lungo lo statore con uno spostamento relativo di $180/(mN)$ gradi elettrici tra gli insiemi. Il caso più comune di macchina polifase asincrona è quello in cui vengono combinati N gruppi trifase identici ($m = 3$).

La Figura 4.3 mostra un esempio di MPM a sei fasi composto da due terne trifase sfasate di 30° elettrici (anche dette "YY30") l'una dall'altra. Solo gli MPMs asimmetrici con $m = 3$ hanno il vantaggio di poter essere alimentati da convertitori trifase, a differenza di quelli simmetrici.

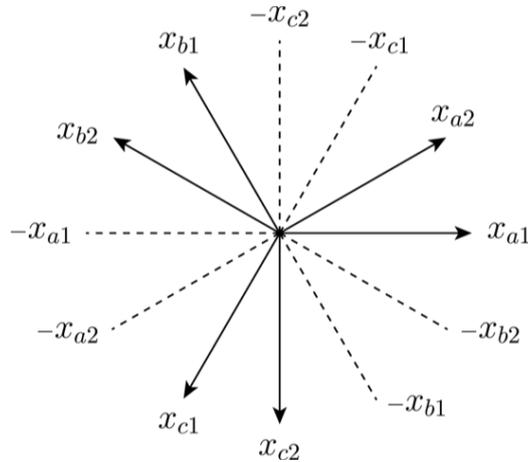


Fig. 4.3: Fasori per un sistema asimmetrico a sei fasi “split-phase MPM”
($N = 2, m = 3$)

4.2. Vector space decomposition (VSD)

La decomposizione dello spazio vettoriale è un algoritmo che utilizza le trasformate di Clarke-Park per la rappresentazione di macchine elettriche rotanti. Un motore trifase può essere rappresentato da un piano descritto dagli assi α , β nella rappresentazione di Clarke e dagli assi rotanti d , q nella rappresentazione di Park, più un asse che rappresenta la componente omopolare. La *VSD*, mediante le trasformazioni di Clarke e Park generalizzate (attuate tramite una matrice il cui rango è uguale al numero n di fasi), permette la gestione di un maggior numero di piani,

In base alla teoria della *VSD*, tali piani sono ortogonali tra loro. Gli spazi vettoriali corrispondenti sono indicati con le armoniche di ordine dispari fino al numero di fasi n . Ad esempio, in una macchina con sei fasi, il primo spazio vettoriale corrisponde alle armoniche fondamentali, il terzo alle terze armoniche, il quinto alle quinte armoniche. Le armoniche di ordine superiore sono disposte nei

sottospazi secondo una logica che dipende dall'organizzazione degli avvolgimenti all'interno della macchina.

La conversione elettromeccanica avviene nello spazio vettoriale delle armoniche fondamentali, che può poi essere controllato come in una macchina trifase. Per quanto riguarda gli spazi vettoriali di ordine superiore, può essere utile controllarli in un circuito chiuso senza riferimenti nulli per limitare l'ampiezza delle armoniche non fondamentali o utilizzare tali spazi di ordine superiore come gradi di libertà aggiuntivi per fare uso delle caratteristiche uniche di una macchina polifase, come la gestione dei guasti in una terna trifase [3], la soppressione di specifiche armoniche [12] o l'incremento della coppia media prodotta dalla macchina [7].

A differenza dei sistemi di riferimento convenzionali " $\alpha\beta 0$ " e " $dq0$ " utilizzati nelle macchine trifase, l'algoritmo della *VSD* richiede un sistema di riferimento intermedio denominato "sistema di riferimento dell'avvolgimento fondamentale". La sequenza di trasformazioni previste dalla *VSD* è:

$$x_{abc} \xrightarrow{T_{abc \rightarrow 123}} x_{123} \xrightarrow{T_{123 \rightarrow \alpha\beta 0}} x_{\alpha\beta 0} \xrightarrow{T_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0}} x_{dq0} \quad (4.1)$$

dove x indica un vettore di variabili generiche della macchina e " abc ", " 123 ", " $\alpha\beta 0$ " " $dq0$ " indicano rispettivamente i sistemi di riferimento Pratico, Fondamentale, Statorico e Rotorico. Nelle sezioni successive esamineremo in dettaglio queste trasformazioni intermedie.

4.3. Configurazione fondamentale degli avvolgimenti statorici

Il sistema di riferimento fondamentale degli avvolgimenti dello statore (o configurazione fondamentale dell'avvolgimento) è stato introdotto in modo da poter applicare la trasformazione generalizzata di Clarke senza preoccuparsi della topologia delle fasi della macchina [13]. Tale trasformazione si applica alla "configurazione pratica" (detta anche configurazione reale o naturale), che denota la rappresentazione schematica delle fasi. La configurazione fondamentale degli avvolgimenti denota un sistema di riferimento in cui le fasi sono distanziate di $180/n$ gradi elettrici.

Indipendentemente dal fatto che la macchina sia simmetrica o asimmetrica, essa è sempre costituita da una sequenza di n fasi con lo stesso sfasamento tra di esse, come illustrato nelle figure 4.4 e 4.5, dove sono riportate le configurazioni pratiche (a) e fondamentali (b) degli avvolgimenti sia nel caso di cinque sia di sei fasi.

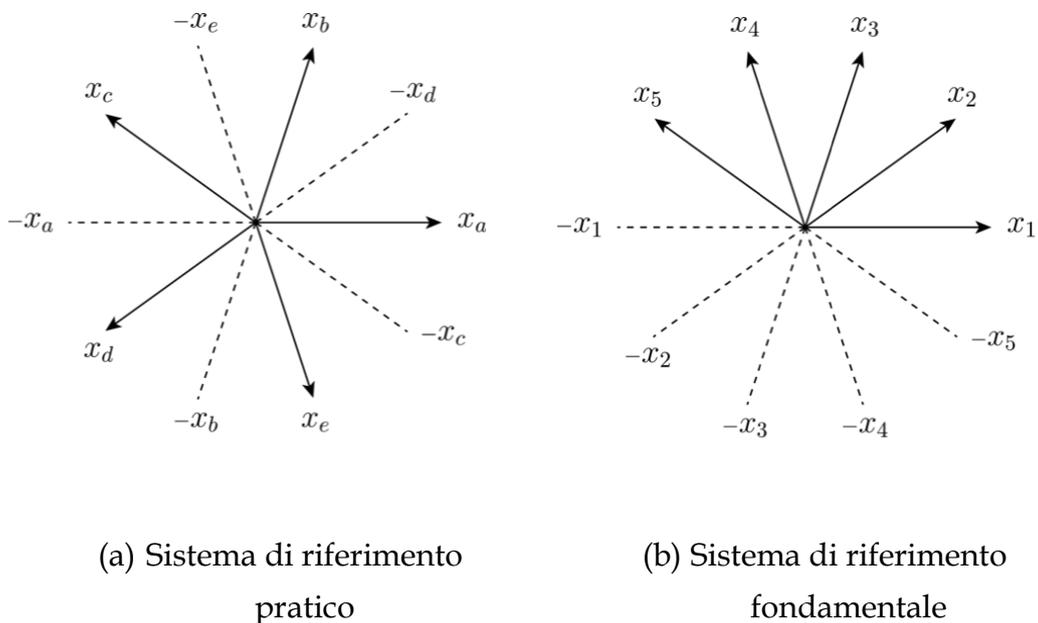


Fig. 4.4: Fasori nei sistemi di riferimento di una macchina a cinque fasi simmetrica, essi possono rappresentare ad esempio le tensioni o le correnti.

Con x_{abc} ci si riferisce al vettore generico che descrive la variabile della macchina nel sistema di riferimento pratico, indipendentemente dal numero di fasi. Per un MPM simmetrico a cinque fasi, esso assume la forma $x_{abc} = [x_a \ x_b \ x_c \ x_d \ x_e]^T$, mentre per un MPM asimmetrico a sei fasi $x_{abc} = [x_{a1} \ x_{b1} \ x_{c1} \ x_{a2} \ x_{b2} \ x_{c2}]^T$, con l'uso convenzionale della prima terna trifase seguita dalla seconda. Analogamente, con x_{123} ci si riferisce al sistema di riferimento fondamentale, indipendentemente dal numero di fasi. La trasformazione $T_{abc \rightarrow 123}$ dalla configurazione pratica a quella fondamentale avviene tramite la matrice di configurazione $[P]$, la cui dimensione è $n \times n$.

Ad esempio, per una macchina asimmetrica a sei fasi, si ottiene:

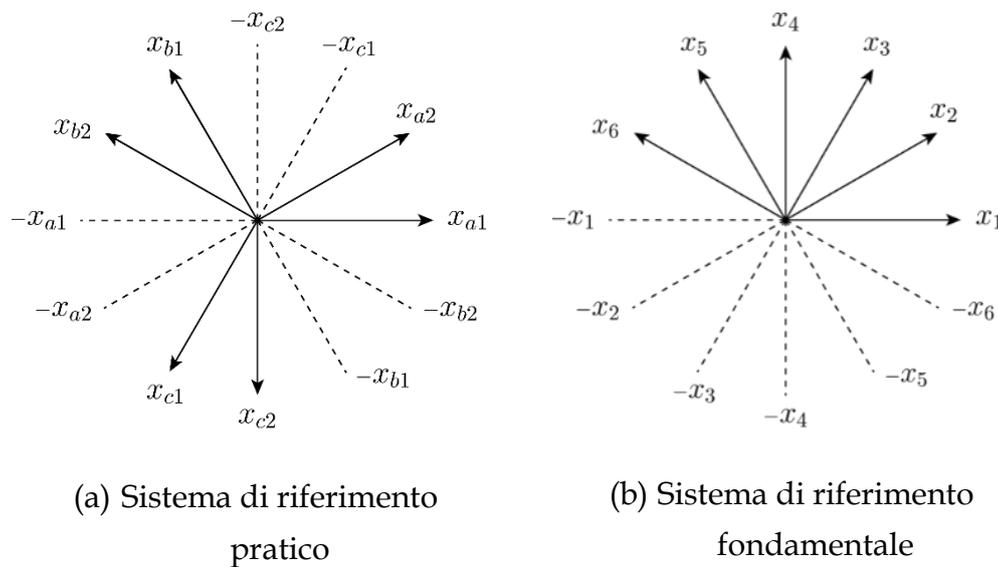


Fig. 4.5: Fasori nei sistemi di riferimento di una macchina a sei fasi asimmetrica.

Per un MPM simmetrico a cinque fasi, si ottiene:

$$x_{123} = T_{abc \rightarrow 123} x_{abc} , \quad (4.2)$$

vale a dire:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \\ x_e \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Analogamente, per un MPM asimmetrico a sei fasi, otteniamo:

$$x_{123} = T_{abc \rightarrow 123} x_{abc}, \quad (4.4)$$

vale a dire:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{a1} \\ x_{b1} \\ x_{c1} \\ x_{a2} \\ x_{b2} \\ x_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

I risultati che si ottengono sono quelli mostrati tra le figure 4.4(a) e 4.4(b) e tra 4.5(a) e 4.5(b).

Per ogni tipo di macchina polifase, indipendentemente dal valore dei parametri specifici della macchina n , N o m , la matrice di configurazione $[\mathbf{P}]$ è ortogonale, il che significa che vale la seguente proprietà come discusso in [13]:

$$[\mathbf{P}]^T = [\mathbf{P}]^{-1}, \text{ quindi:}$$

$$\mathbf{T}_{123 \rightarrow abc} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow 123}^{-1} \quad (4.6)$$

con \mathbf{T}^{-1} che opera la trasformazione tramite la matrice $[\mathbf{P}]^{-1}$.

4.4. Trasformata di Clarke generalizzata

Lo sviluppo della trasformata di Clarke generalizzata segue i passi principali della trasformata di Clarke ma tiene conto del metodo delle componenti simmetriche trattato in [14], nel quale è compiuto il passo fondamentale.

Dopo vari calcoli e considerazioni descritti in [13], Edith Clarke ha derivato la trasformata generalizzata (detta appunto “di Clarke”), grazie alla quale è possibile la trasformazione $\mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0}$.

La trasformazione $\mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0}$ avviene tramite la matrice $[\mathbf{C}]^{-1}$ mentre la trasformazione inversa $\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123}$ tramite la matrice $[\mathbf{C}]$, per il ragionamento fatto in precedenza.

Inoltre:

$$\mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0} = \frac{2}{n} \mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123}. \quad (4.7)$$

La matrice $[\mathbf{C}]$, che opera la trasformazione $\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123}$, è:

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & \frac{1}{2} \\ \cos\delta & \sin\delta & \cos 3\delta & \sin 3\delta & \cos 5\delta & \dots & -\frac{1}{2} \\ \cos 2\delta & \sin 2\delta & \cos 6\delta & \sin 6\delta & \cos 10\delta & \dots & \frac{1}{2} \\ \cos 3\delta & \sin 3\delta & \cos 9\delta & \sin 9\delta & \cos 15\delta & \dots & -\frac{1}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \frac{1}{2} \\ \cos(n-2)\delta & \sin(n-2)\delta & \cos(n-6)\delta & \sin(n-6)\delta & \cos(n-10)\delta & \dots & \vdots \\ \cos(n-1)\delta & \sin(n-1)\delta & \cos(n-3)\delta & \sin(n-3)\delta & \cos(n-5)\delta & \dots & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Dove $\delta = 180/n$ e l'ultima colonna è presente solo quando il numero di fasi n è dispari.

Le matrici di trasformazione che portano direttamente dal sistema di riferimento pratico al sistema di riferimento statorico ' $\alpha\beta 0$ ', e viceversa, sono quindi:

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0} \mathbf{T}_{abc \rightarrow 123}, \\ \mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow abc} = \mathbf{T}_{123 \rightarrow abc} \mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123}, \end{cases} \quad (4.9)$$

In conclusione, per convertire un vettore espresso nel sistema di riferimento stazionario " abc " nel sistema di riferimento statorico " $\alpha\beta 0$ ", è necessario attuare la trasformazione:

$$x_{\alpha\beta 0} = T_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} x_{abc}. \quad (4.10)$$

Notare che, la relazione (..) nel caso trifase diventa:

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

che coincide con la trasformata convenzionale di Clarke mappata sull'unico piano $\alpha\beta$ disponibile. Come le armoniche di ordine superiore sono mappate nei piani, dipende da molti fattori come la configurazione dell'avvolgimento (simmetrico o asimmetrico) e la configurazione del punto neutro (un singolo punto neutro o diversi punti neutri isolati). Inoltre, alcune sono mappate come una sequenza diretta e altre come una sequenza indiretta. Nei riferimenti [12, 15] viene presentato un metodo grafico per determinare la mappatura delle armoniche di ordine superiore per diverse disposizioni degli avvolgimenti (simmetrico e asimmetrico).

4.5. Trasformata di Park generalizzata

La trasformata di Park generalizzata per macchine polifase è un'estensione naturale della sua versione standard trifase, in cui le componenti del fasore della macchina espresse nel sistema di riferimento stazionario "abc" sono trasformate ed espresse nel sistema di riferimento rotante "dq0". Per determinare la matrice di trasformazione di Park generalizzata, è conveniente introdurre la matrice di trasformazione da Clarke a Park:

$$T_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & I_{n-2} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

dove θ indica l'angolo tra le ascisse dei due sistemi di riferimento α e d e I_{n-2} indica una matrice d'identità di dimensione $n-2$.

Le matrici di trasformazione per mappare il sistema di riferimento pratico "abc" nel sistema di riferimento "dq0" e viceversa, sono date da:

$$\begin{cases} T_{abc \rightarrow dq0} = T_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0} T_{abc \rightarrow \alpha\beta 0}, \\ T_{dq0 \rightarrow abc} = T_{\alpha\beta 0 \rightarrow abc} T_{dq0 \rightarrow \alpha\beta 0}, \end{cases} \quad (4.13)$$

dove la matrice $T_{dq0 \rightarrow \alpha\beta 0}$ è l'inversa di $T_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0}$.

In conclusione, per trasformare un fasore dal sistema di riferimento stazionario "abc" al sistema di riferimento rotante "dq0", si applica la seguente trasformazione:

$$x_{dq0} = T_{abc \rightarrow dq0} x_{abc}. \quad (4.14)$$

5. Modello matematico del PMSM a 12-fasi

L'obiettivo di questa sezione è quello di analizzare due tipi di modelli matematici di MPM a 12 fasi: un modello è scritto nel dominio del tempo e l'altro è espresso nel dominio della trasformata di Park.

5.1. Forza magnetomotrice

Come è possibile osservare in [3], la forza magnetomotrice generata da un avvolgimento elettrico è data da:

$$\mathcal{F} = N_w I, \quad (5.1)$$

Dove N_w indica il numero di spire nell'avvolgimento e I indica l'intensità della corrente elettrica nell'avvolgimento.

La coppia meccanica generata dal motore espressa dalla (2.8) è generata dall'interazione tra la forza magnetomotrice prodotta dalle correnti dell'avvolgimento statorico e il campo magnetico statico che circonda il magnete nel rotore.

Data la disposizione geometrica dell'avvolgimento dello statore, nel caso di quattro gruppi ($N=4$) di tre fasi ($m=3$) separati di 15° elettrici e per $p=1$ di coppie polari, otteniamo i seguenti numeri di spire effettive:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{a1} = 0.5N_w \cos \varphi \\ N_{a2} = 0.5N_w \cos(\varphi - 15^\circ) \\ N_{a3} = 0.5N_w \cos(\varphi - 30^\circ) \\ N_{a4} = 0.5N_w \cos(\varphi - 45^\circ) \\ N_{b1} = 0.5N_w \cos(\varphi - 120^\circ) \\ N_{b2} = 0.5N_w \cos(\varphi - 135^\circ) \\ N_{b3} = 0.5N_w \cos(\varphi - 150^\circ) \\ N_{b4} = 0.5N_w \cos(\varphi - 165^\circ) \\ N_{c1} = 0.5N_w \cos(\varphi + 120^\circ) \\ N_{c2} = 0.5N_w \cos(\varphi + 105^\circ) \\ N_{c3} = 0.5N_w \cos(\varphi + 90^\circ) \\ N_{c4} = 0.5N_w \cos(\varphi + 75^\circ) \end{array} \right. \quad (5.2)$$

dove φ indica l'angolo di sfasamento dell'avvolgimento nello spazio, ovvero $\varphi = \omega_m t$, mentre le correnti che scorrono su di essi assumono le seguenti espressioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{a1} = I \cos \theta \\ i_{a2} = I \cos(\theta - 15^\circ) \\ i_{a3} = I \cos(\theta - 30^\circ) \\ i_{a4} = I \cos(\theta - 45^\circ) \\ i_{b1} = I \cos(\theta - 120^\circ) \\ i_{b2} = I \cos(\theta - 135^\circ) \\ i_{b3} = I \cos(\theta - 150^\circ) \\ i_{b4} = I \cos(\theta - 165^\circ) \\ i_{c1} = I \cos(\theta + 120^\circ) \\ i_{c2} = I \cos(\theta + 105^\circ) \\ i_{c3} = I \cos(\theta + 90^\circ) \\ i_{c4} = I \cos(\theta + 75^\circ) \end{array} \right. \quad (5.3)$$

dove θ indica l'angolo di sfasamento delle correnti e I la loro ampiezza.

Inoltre, l'angolo $\theta = \omega_e t$ dove ω_e indica la frequenza angolare. Attraverso l'identità trigonometrica:

$$\cos(x) \cos(y) = \frac{1}{2} \cos(x - y) - \cos(x + y) \quad (5.4)$$

È possibile calcolare la forza magnetomotrice totale dello statore del PMSM a 12 fasi:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= N_{a1}i_{a1} + N_{b1}i_{b1} + N_{c1}i_{c1} + N_{a2}i_{a2} + N_{b2}i_{b2} + \\ &N_{c2}i_{c2} + N_{a3}i_{a3} + N_{b3}i_{b3} + N_{c3}i_{c3} + N_{a4}i_{a4} + N_{b4}i_{b4} + N_{c4}i_{c4} \\ &= \frac{1}{2} N_w [i_{a1} \cos \varphi + i_{b1} \cos(\varphi - 120^\circ) + i_{c1} \cos(\varphi + 120^\circ) + \\ &+ i_{a2} \cos(\varphi - 15^\circ) + i_{b2} \cos(\varphi - 135^\circ) + i_{c2} \cos(\varphi + 105^\circ) + \\ &+ i_{a3} \cos(\varphi - 30^\circ) + i_{b3} \cos(\varphi - 150^\circ) + i_{c3} \cos(\varphi + 90^\circ) + \\ &+ i_{a4} \cos(\varphi - 45^\circ) + i_{b4} \cos(\varphi - 165^\circ) + i_{c4} \cos(\varphi + 75^\circ)] \\ &= \frac{1}{4} N_w (i_{a1} + i_{b1} e^{j120^\circ} + i_{c1} e^{-j120^\circ} + i_{a2} e^{j15^\circ} + i_{b2} e^{j135^\circ} + i_{c2} e^{-j105^\circ} + i_{a3} e^{j30^\circ} \\ &+ i_{b3} e^{j150^\circ} + i_{c3} e^{-j90^\circ} + i_{a4} e^{-j45^\circ} + i_{b4} e^{-j165^\circ} + i_{c4} e^{j75^\circ}) e^{j\varphi} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Mettendo la relazione (3.1) nella (5.5) si ottiene:

$$F = 6N_w I \cos(\theta - \varphi) = 3N_w I (e^{i\theta} e^{-i\varphi} + e^{-i\theta} e^{i\varphi}). \quad (5.6)$$

Indicando la larghezza del traferro con L_a (aria tra la struttura dello statore e il rotore), è possibile esprimere l'intensità del campo magnetico generato dagli avvolgimenti dello statore come:

$$H = \frac{F}{L_a} = \frac{6N_w I}{L_a} \cos(\theta - \varphi). \quad (5.7)$$

Dalla relazione precedente, è immediato vedere che il massimo valore del campo magnetico H , è raggiunto quando $\theta = \varphi$ cioè quando:

$$\omega_m = \omega_e. \quad (5.8)$$

Questo implica che la frequenza angolare del campo magnetico sia uguale a quella del campo elettrico generato dalle correnti degli avvolgimenti.

La relazione (5.8) è vera quando il numero delle coppie polari dello statore è uguale a 1, com'è mostrato in [11]:

$$\omega_m = \frac{2}{p} \omega_e \quad (5.9)$$

In un **PMSM**, il numero poli dello statore del rotore deve essere lo stesso. La velocità angolare del rotore in condizioni stazionarie è uguale alla velocità angolare del campo magnetico prodotto dalle correnti statoriche come in qualsiasi motore sincrono.

5.2. Rappresentazione spaziale degli avvolgimenti

La Figura 5.1 (a) illustra la distribuzione spaziale degli avvolgimenti dello statore in un motore sincrono a magneti permanenti a 12 fasi composto da tre set di quattro fasi separate di 15° l'uno dall'altro. Poiché la distribuzione degli avvolgimenti dello statore è sinusoidale, è possibile rappresentare le fasi nello spazio sotto forma di fasori equi spaziatati di 120° elettrici, disponendoli come mostrato in figura 5.2 (b).

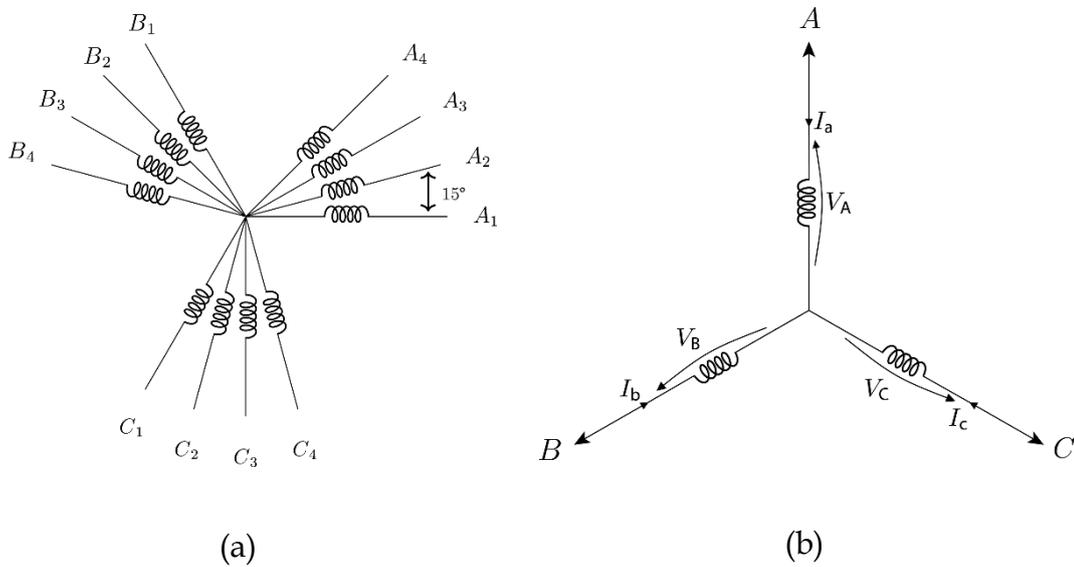


Fig. 5.1: (a) Distribuzione degli avvolgimenti statorici di un PMSM a 12 fasi, (b) distribuzione avvolgimenti di una terna trifase

È possibile considerare il modulo di ciascun vettore che cambia nel tempo con la frequenza elettrica ω_e . Prendiamo ad esempio la (5.6) e valutiamo la forza magnetomotrice totale in corrispondenza di $t = 0$ e $\varphi = 0$:

$$\mathcal{F}_{\varphi=0, t=0} = 6N_w I \quad (5.10)$$

Il medesimo risultato può essere ottenuto partendo dall'espressione (5.3) e imponendo $t=0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{i}_{a1} = I \cos 0 = I \\ \dot{i}_{a2} = I \cos(-15^\circ) = 0.9659I \\ \dot{i}_{a3} = I \cos(-30^\circ) = 0.8660I \\ \dot{i}_{a4} = I \cos(-45^\circ) = 0.7071I \\ \dot{i}_{b1} = I \cos(-120^\circ) = -0.5I \\ \dot{i}_{b2} = I \cos(-135^\circ) = -0.7071I \\ \dot{i}_{b3} = I \cos(-150^\circ) = -0.8660I \\ \dot{i}_{b4} = I \cos(-165^\circ) = -0.9659I \\ \dot{i}_{c1} = I \cos(120^\circ) = -0.5I \\ \dot{i}_{c2} = I \cos(105^\circ) = -0.2588I \\ \dot{i}_{c3} = I \cos(90^\circ) = 0 \\ \dot{i}_{c4} = I \cos(75^\circ) = 0.2588I \end{array} \right. \quad (5.11)$$

Considerando i fasori:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{I}_{a1} = i_{a1}, \bar{I}_{b1} = i_{b1}e^{-j120^\circ}, \bar{I}_{c1} = i_{c1}e^{j120^\circ} \\ \bar{I}_{a2} = i_{a2}e^{-j15^\circ}, \bar{I}_{b2} = i_{b2}e^{-j135^\circ}, \bar{I}_{c2} = i_{c2}e^{j105^\circ} \\ \bar{I}_{a3} = i_{a3}e^{-j30^\circ}, \bar{I}_{b3} = i_{b3}e^{-j150^\circ}, \bar{I}_{c3} = i_{c3}e^{j90^\circ} \\ \bar{I}_{a4} = i_{a4}e^{-j45^\circ}, \bar{I}_{b4} = i_{b4}e^{-j165^\circ}, \bar{I}_{c4} = i_{c4}e^{j75^\circ} \end{array} \right. , \quad (5.12)$$

sommando le rispettive proiezioni lungo un asse sfasato dall'asse A di un angolo φ , otteniamo:

$$\begin{aligned} I_\varphi = & \bar{I}_{a1} - 0.5\bar{I}_{b1} - 0.5\bar{I}_{c1} + 0.9659\bar{I}_{a2} - 0.7071\bar{I}_{b2} - 0.2588\bar{I}_{c2} + \\ & 0.8660\bar{I}_{a3} - 0.8660\bar{I}_{b3} + \\ & 0\bar{I}_{c3} + 0.7071\bar{I}_{a4} - 0.9659\bar{I}_{b4} + 0.2588\bar{I}_{c4} = 6I \end{aligned} \quad (5.13)$$

Quindi:

$$F_{\varphi=0,t=0} = N_w I_\varphi = 6N_w I, \quad (5.14)$$

che è lo stesso risultato ottenuto nella (3.8).

In questo modo il modulo di ogni fasore cambia contemporaneamente alla pulsazione ω_e .

5.3. Equazioni costitutive nel dominio del tempo

L'equazione del vettore delle tensioni degli avvolgimenti statorici u_s nel dominio del tempo è:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_s + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Phi}_s, \quad (5.15)$$

Dove \mathbf{R}_s è la matrice delle resistenze e $\boldsymbol{\Psi}_s$ il vettore dei flussi magnetici degli avvolgimenti statorici.

Il flusso magnetico è:

$$\boldsymbol{\Psi}_s = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_s + \boldsymbol{\Phi}_m, \quad (5.16)$$

Dove \mathbf{L}_s è la matrice delle induttanze relative agli avvolgimenti statorici, mentre $\boldsymbol{\Phi}_m$ rappresenta il vettore dei flussi concatenati generati dai magneti permanenti.

L'intensità della coppia generata (strettamente legata alla forza magnetomotrice generata) è:

$$C_e = N_w \frac{\partial}{\partial \theta_m} (\mathbf{i}_s^T \boldsymbol{\Phi}_s), \quad (5.17)$$

dove la variabile θ_m rappresenta lo sfasamento del rotore.

Il flusso magnetico rotorico è espresso come:

$$\boldsymbol{\Phi}_m = \psi_m \boldsymbol{\gamma}_s \quad (5.18)$$

Dove lo scalare ψ_m rappresenta l'ampiezza del flusso concatenato, mentre $\boldsymbol{\gamma}_s$ denota il vettore dei coefficienti del flusso concatenato.

Le matrici dei parametri assumono le espressioni seguenti:

$$\begin{aligned} L_s &= \text{diag}(L_{a1}, L_{b1}, L_{c1}, L_{a2}, L_{b2}, L_{c2}, L_{a3}, L_{b3}, L_{c3}, L_{a4}, L_{b4}, L_{c4}), \\ R_s &= \text{diag}(R_{a1}, R_{b1}, R_{c1}, R_{a2}, R_{b2}, R_{c2}, R_{a3}, R_{b3}, R_{c3}, R_{a4}, R_{b4}, R_{c4}), \end{aligned} \quad (5.19)$$

I vettori delle correnti negli avvolgimenti statorici \mathbf{i}_s , dei coefficienti del flusso concatenato $\boldsymbol{\gamma}_s$ e $\boldsymbol{\Psi}_s$ del flusso magnetico statorico sono:

$$\boldsymbol{\gamma}_s = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos(\theta - 120^\circ) \\ \cos(\theta + 120^\circ) \\ \cos(\theta - 15^\circ) \\ \cos(\theta - 135^\circ) \\ \cos(\theta + 105^\circ) \\ \cos(\theta - 30^\circ) \\ \cos(\theta - 150^\circ) \\ \cos(\theta + 90^\circ) \\ \cos(\theta - 45^\circ) \\ \cos(\theta - 165^\circ) \\ \cos(\theta + 75^\circ) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_s = \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_{c1} \\ i_{a2} \\ i_{b2} \\ i_{c2} \\ i_{a3} \\ i_{b3} \\ i_{c3} \\ i_{a4} \\ i_{b4} \\ i_{c4} \end{bmatrix} = I_s \boldsymbol{\gamma}_s, \quad \boldsymbol{\Psi}_s = \begin{bmatrix} \psi_{a1} \\ \psi_{b1} \\ \psi_{c1} \\ \psi_{a2} \\ \psi_{b2} \\ \psi_{c2} \\ \psi_{a3} \\ \psi_{b3} \\ \psi_{c3} \\ \psi_{a4} \\ \psi_{b4} \\ \psi_{c4} \end{bmatrix} = \psi_s \boldsymbol{\gamma}_s \quad (5.20)$$

dove θ rappresenta l'angolo elettrico rotorico e I_s l'intensità delle correnti negli avvolgimenti statorici.

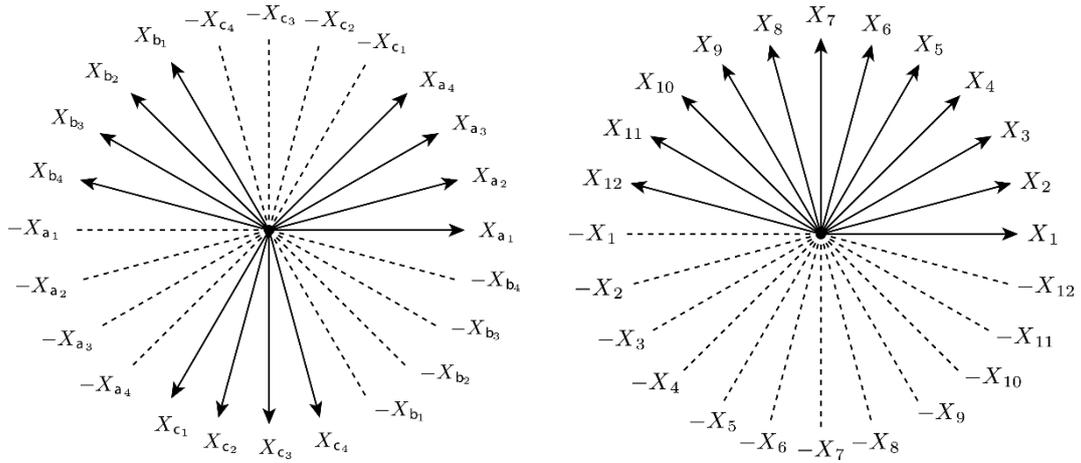
5.4. Modello matematico nel dominio di Park

Come primo passo nel fornire un modello matematico, è necessario definire il sistema di riferimento pratico e il sistema di riferimento fondamentale. La trasformazione $T_{abc \rightarrow 123}$ per convertire il sistema di riferimento pratico in quello fondamentale viene ottenuta mediante l'applicazione della matrice $[\mathbf{P}]$ come discusso precedentemente. I risultati ottenuti si possono vedere nella figura 5.2(a) e 5.2(b).

La trasformazione è la seguente:

$$x_{123} = [\mathbf{P}] x_{abc}, \quad (5.21)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{a1} \\ x_{b1} \\ x_{c1} \\ x_{a2} \\ x_{b2} \\ x_{c2} \\ x_{a3} \\ x_{b3} \\ x_{c3} \\ x_{a4} \\ x_{b4} \\ x_{c4} \end{bmatrix}$$



(a) Sistema di riferimento pratico

(b) Sistema di riferimento fondamentale

Fig. 5.2: Fasori nei sistemi di riferimento di un PMSM a 12 fasi

La trasformazione $T_{123 \rightarrow \alpha\beta 0}$ ovvero dal sistema di riferimento fondamentale a quello statorico, avviene tramite la trasformazione generalizzata di Clark con l'applicazione della matrice $[\mathbf{C}]^{-1}$:

$$\mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0} = \frac{2}{n} \mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123}. \quad (5.22)$$

La matrice $[C]$ di cui dovrà essere fatta l'inversa (uguale alla trasposta per le proprietà evidenziate in precedenza), verrà scomposta in due sottomatrici $[C]'$ e $[C]''$:

$$[C] = [C'C''] \quad (5.23)$$

$$[C]' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos\delta & \sin\delta & \cos3\delta & \sin3\delta & \cos5\delta & \sin5\delta \\ \cos2\delta & \sin2\delta & \cos6\delta & \sin6\delta & \cos10\delta & \sin10\delta \\ \cos3\delta & \sin3\delta & \cos9\delta & \sin9\delta & \cos15\delta & \sin15\delta \\ \cos4\delta & \sin4\delta & \cos12\delta & \sin12\delta & \cos20\delta & \sin20\delta \\ \cos5\delta & \sin5\delta & \cos15\delta & \sin15\delta & \cos25\delta & \sin25\delta \\ \cos6\delta & \sin6\delta & \cos18\delta & \sin18\delta & \cos30\delta & \sin30\delta \\ \cos(n-5)\delta & \sin(n-5)\delta & \cos(n-15)\delta & \sin(n-15)\delta & \cos(n-25)\delta & \sin(n-25)\delta \\ \cos(n-4)\delta & \sin(n-4)\delta & \cos(n-12)\delta & \sin(n-12)\delta & \cos(n-20)\delta & \sin(n-20)\delta \\ \cos(n-3)\delta & \sin(n-3)\delta & \cos(n-9)\delta & \sin(n-9)\delta & \cos(n-15)\delta & \sin(n-15)\delta \\ \cos(n-2)\delta & \sin(n-2)\delta & \cos(n-6)\delta & \sin(n-6)\delta & \cos(n-10)\delta & \sin(n-10)\delta \\ \cos(n-1)\delta & \sin(n-1)\delta & \cos(n-3)\delta & \sin(n-3)\delta & \cos(n-5)\delta & \sin(n-5)\delta \end{bmatrix}$$

$$[C]'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos7\delta & \sin7\delta & \cos9\delta & \sin9\delta & \cos11\delta & \sin11\delta \\ \cos14\delta & \sin14\delta & \cos18\delta & \sin18\delta & \cos22\delta & \sin22\delta \\ \cos21\delta & \sin21\delta & \cos27\delta & \sin27\delta & \cos33\delta & \sin33\delta \\ \cos28\delta & \sin28\delta & \cos36\delta & \sin36\delta & \cos44\delta & \sin44\delta \\ \cos35\delta & \sin35\delta & \cos45\delta & \sin45\delta & \cos55\delta & \sin55\delta \\ \cos42\delta & \sin42\delta & \cos54\delta & \sin54\delta & \cos66\delta & \sin66\delta \\ \cos(n-35)\delta & \sin(n-35)\delta & \cos(n-45)\delta & \sin(n-45)\delta & \cos(n-55)\delta & \sin(n-55)\delta \\ \cos(n-28)\delta & \sin(n-28)\delta & \cos(n-36)\delta & \sin(n-36)\delta & \cos(n-44)\delta & \sin(n-44)\delta \\ \cos(n-21)\delta & \sin(n-21)\delta & \cos(n-27)\delta & \sin(n-27)\delta & \cos(n-33)\delta & \sin(n-33)\delta \\ \cos(n-14)\delta & \sin(n-14)\delta & \cos(n-18)\delta & \sin(n-18)\delta & \cos(n-22)\delta & \sin(n-22)\delta \\ \cos(n-7)\delta & \sin(n-7)\delta & \cos(n-9)\delta & \sin(n-9)\delta & \cos(n-11)\delta & \sin(n-11)\delta \end{bmatrix}$$

in cui $\delta = \frac{180^\circ}{n}$ con $n = 12$.

Calcolando e invertendo la matrice, otteniamo $[C]^{-1}$:

$$[C]^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 0.966 & 0.866 & 0.707 & 0.5 & 0.259 & 0 & -0.259 & -0.5 & -0.707 & -0.866 & -0.966 \\ 0 & 0.259 & 0.5 & 0.707 & 0.866 & 0.966 & 1 & 0.966 & 0.866 & 0.707 & 0.5 & 0.259 \\ 1 & 0.707 & 0 & -0.707 & -1 & -0.707 & 0 & 0.707 & 1 & 0.707 & 0 & -0.707 \\ 0 & 0.707 & 1 & 0.707 & 0 & -0.707 & -1 & -0.707 & 0 & 0.707 & 1 & 0.707 \\ 1 & 0.259 & -0.866 & -0.707 & 0.5 & 0.966 & 0 & -0.966 & -0.5 & 0.707 & 0.866 & -0.259 \\ 0 & 0.966 & 0.5 & -0.707 & -0.866 & 0.259 & 1 & 0.259 & -0.866 & -0.707 & 0.5 & 0.966 \\ 1 & -0.259 & -0.866 & 0.707 & 0.5 & -0.966 & 0 & 0.966 & -0.5 & -0.707 & 0.866 & 0.259 \\ 0 & 0.966 & -0.5 & -0.707 & 0.866 & 0.259 & -1 & 0.259 & 0.866 & -0.707 & -0.5 & 0.966 \\ 1 & -0.707 & 0 & 0.707 & -1 & 0.707 & 0 & -0.707 & 1 & -0.707 & 0 & 0.707 \\ 0 & 0.707 & -1 & 0.707 & 0 & -0.707 & 1 & -0.707 & 0 & 0.707 & -1 & 0.707 \\ 1 & -0.966 & 0.866 & -0.707 & 0.5 & -0.259 & 0 & 0.259 & -0.5 & 0.707 & -0.866 & 0.966 \\ 0 & 0.259 & -0.5 & 0.707 & -0.866 & 0.966 & -1 & 0.966 & -0.866 & 0.707 & -0.5 & 0.259 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Ora è possibile calcolare la matrice che opera la trasformazione $T_{abc \rightarrow \alpha\beta 0}$:

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & 0.866 & -0.866 & 0 & 0.707 & -0.966 & 0.259 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & 0.5 & 0.5 & -1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & 0 & 0 & 0 & -0.707 & -0.707 & -0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & -0.866 & 0.866 & 0 & -0.707 & -0.259 & 0.966 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & 0.5 & 0.5 & -1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.259 & -0.707 & 0.966 & -0.866 & 0.866 & 0 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & -0.5 & -0.5 & 1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 1 & 1 & 1 & -0.707 & -0.707 & -0.707 & 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & -1 & -1 & -1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.966 & 0.707 & 0.259 & 0.866 & -0.866 & 0 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & -0.5 & -0.5 & 1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

È conveniente riscrivere la matrice che opera la trasformazione $T_{abc \rightarrow \alpha\beta 0}$ in modo che questa corrisponda a un diverso ordine delle componenti trasformate, ossia:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ 0_1 \\ 0_2 \\ 0_3 \\ 0_4 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Queste componenti vengono chiamate pseudo fasi. Le pseudo fasi sono componenti complesse introdotte nella transizione dalla trasformazione di Clarke alla trasformazione di Park ($T_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0}$) che semplificano notevolmente il calcolo delle grandezze trasformate mantenendo le stesse informazioni delle componenti di partenza come spiegato in [16].

La nuova rappresentazione della matrice è:

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & 0.866 & -0.866 & 0 & 0.707 & -0.966 & 0.259 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & 0.5 & 0.5 & -1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & -0.866 & 0.866 & 0 & -0.707 & -0.259 & 0.966 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.966 & 0.707 & -0.259 & 0.5 & 0.5 & -1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.259 & 0.707 & 0.966 & -0.866 & 0.866 & 0 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & -0.5 & -0.5 & 1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.966 & -0.707 & 0.259 & 0.866 & -0.866 & 0 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.259 & -0.707 & -0.966 & -0.5 & -0.5 & 1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 1 & 1 & 1 & 0.707 & -0.707 & 0.707 & 0 & 0 & 0 & -0.707 & -0.707 & -0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & 1 & 1 & -0.707 & 0.707 & -0.707 & 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & -1 & -1 & -1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

In generale, la matrice che opera la transizione dal dominio di Clarke a quello di Park, ovvero la trasformazione $T_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0}$, è:

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_{10} \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

dove θ indica l'angolo elettrico rotorico.

Applicando la matrice generalizzata di Park al caso a 12 fasi, otteniamo:

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0} = \mathbf{T}_{\alpha\beta0 \rightarrow dq0} \mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta0} = \frac{1}{6} [\mathbf{C}' \mathbf{C}''], \quad (5.29)$$

con

$$[\mathbf{C}'] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) & \cos(\theta - 15^\circ) & \cos(\theta - 135^\circ) & \cos(\theta + 105^\circ) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta - 15^\circ) & -\sin(\theta - 135^\circ) & -\sin(\theta + 105^\circ) \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 0.259 & 0.707 & -0.966 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.259 & -0.707 & 0.966 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.966 & 0.707 & 0.259 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 \\ 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & 1 & 1 & -0.707 & -0.707 & -0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{C}'] = \begin{bmatrix} \cos(\theta - 30^\circ) & \cos(\theta - 150^\circ) & \cos(\theta + 90^\circ) & \cos(\theta - 45^\circ) & \cos(\theta - 165^\circ) & \cos(\theta + 75^\circ) \\ -\sin(\theta - 30^\circ) & -\sin(\theta - 150^\circ) & -\sin(\theta + 90^\circ) & -\sin(\theta - 45^\circ) & -\sin(\theta - 165^\circ) & -\sin(\theta + 75^\circ) \\ -0.866 & 0.866 & 0 & -0.707 & -0.259 & 0.966 \\ 0.5 & 0.5 & -1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ -0.866 & 0.866 & 0 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ -0.5 & -0.5 & 1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 0.866 & -0.866 & 0 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ -0.5 & -0.5 & 1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 0 & 0 & 0 & -0.707 & -0.707 & -0.707 \\ 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ -1 & -1 & -1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \end{bmatrix}$$

Applicando la trasformazione generalizzata di Park, per trasformare un fasore dal sistema di riferimento stazionario "abc" al sistema di riferimento rotante "dq0" nel caso di un PMSM a 12 fasi, si applica la seguente trasformazione:

$$x_{dq0} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0} x_{abc}. \quad (5.30)$$

Tenendo presenti i vettori di corrente e flusso, l'equazione delle tensioni degli avvolgimenti statorici nel dominio di Park $dq0'$, sarà:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_{z1} \\ v_{z2} \\ v_{z3} \\ v_{z4} \\ v_{z5} \\ v_{z6} \\ v_{01} \\ v_{02} \\ v_{03} \\ v_{04} \end{bmatrix} = \text{diag} \left(\underbrace{R_s, R_s, \dots, R_s}_{12 \text{ volte}} \right) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{z1} \\ i_{z2} \\ i_{z3} \\ i_{z4} \\ i_{z5} \\ i_{z6} \\ i_{01} \\ i_{02} \\ i_{03} \\ i_{04} \end{bmatrix} + \frac{p}{2} \begin{bmatrix} -\psi_q \\ \psi_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_m + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_{z1} \\ \psi_{z2} \\ \psi_{z3} \\ \psi_{z4} \\ \psi_{z5} \\ \psi_{z6} \\ \psi_{01} \\ \psi_{02} \\ \psi_{03} \\ \psi_{04} \end{bmatrix}, \quad (5.31)$$

dove R_s rappresenta la resistenza degli avvolgimenti statorici (considerata la stessa per ogni avvolgimento) e ω_m indica la velocità di rotazione del rotore. Ricordiamo che l'uguaglianza (5.9) mostra che la velocità angolare con cui ruota il campo magnetico statorico è legata alle tensioni degli avvolgimenti di statore.

Analogamente, l'equazione del flusso magnetico indotto nel dominio di Park è:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_{z1} \\ \psi_{z2} \\ \psi_{z3} \\ \psi_{z4} \\ \psi_{z5} \\ \psi_{z6} \\ \psi_{01} \\ \psi_{02} \\ \psi_{03} \\ \psi_{04} \end{bmatrix} = \text{diag}(L_d, L_q, \underbrace{L_0, L_0, \dots, L_0}_{10 \text{ volte}}) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{z1} \\ i_{z2} \\ i_{z3} \\ i_{z4} \\ i_{z5} \\ i_{z6} \\ i_{01} \\ i_{02} \\ i_{03} \\ i_{04} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.32)$$

dove L_d indica l'induttanza degli avvolgimenti statorici lungo l'asse d , L_q quella lungo l'asse q e L_0 lungo l'asse 0 .

Come mostrato in [3], la coppia meccanica generata dal PMSM a 12 fasi assume l'espressione seguente:

$$C_e = 6 \left(\frac{p}{2} \right) (i_q L_d + \psi_m) - i_d i_q L_q. \quad (5.33)$$

Notiamo che l'ampiezza della coppia generata dipende esclusivamente dalle grandezze presenti nel primo spazio vettoriale del sistema "dq0", cioè quello fondamentale.

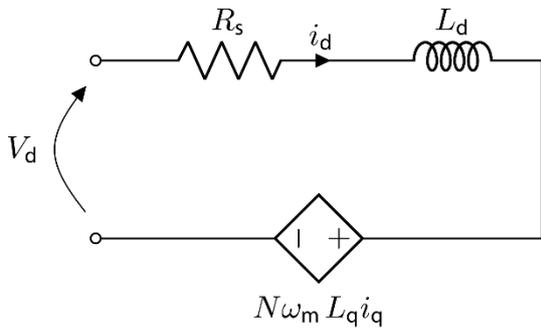
La potenza attiva di un PMSM a 12 fasi può essere valutata attraverso la relazione:

$$P_a = C_e \omega_e. \quad (5.34)$$

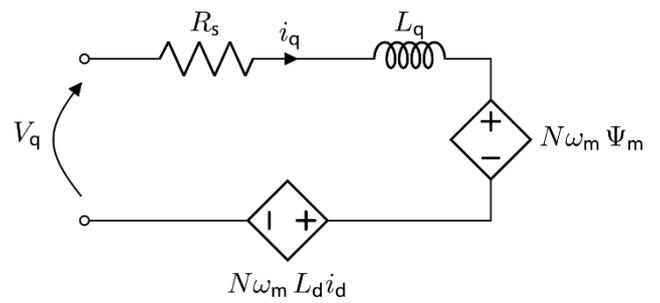
Dai circuiti equivalenti delle fasi dello statore sull'asse d e sull'asse q mostrati rispettivamente nella Figura (a) e (b), è possibile ricavare le equazioni delle tensioni v_d e v_q :

$$v_d = R_s i_d - \frac{p}{2} \omega_m L_q i_q + L_d \frac{d}{dt} i_d, \quad (5.35)$$

$$v_q = R_s i_q + \frac{p}{2} \omega_m (L_d i_d + \psi_m) + L_q \frac{d}{dt} i_q. \quad (5.36)$$



(a) Circuito equivalente di una fase dello statore nell'asse d .



(b) Circuito equivalente di una fase dello statore nell'asse q' .

Fig. 5.3: Circuiti equivalenti del PMSM nel dominio ' $dq0'$ '.

Si noti che i termini " $\frac{p}{2} \omega_m L_q i_q$ " e " $\frac{p}{2} \omega_m (L_d i_d + \psi_m)$ ",

rappresentano il contributo della forza elettromotrice contraria (back **EMF**) proporzionale al numero di giri del motore.

Aumentando il numero di giri del motore ω_m , anche la back **EMF** aumenta.

Di conseguenza, per generare la stessa coppia a una velocità più elevata, anche la tensione applicata v_q deve aumentare per mantenere costante la corrente i_q .

Per quanto riguarda il dominio meccanico, la seguente equazione lega la coppia attiva C_e al carico C_{load} e alla velocità di rotazione dell'asse del motore ω_m :

$$C_e - C_{load} - B\omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (5.37)$$

dove:

- C_{load} = coppia meccanica generata dal carico
- B = coefficiente di attrito viscoso che si oppone alla rotazione del motore
- J = coefficiente d'inerzia del rotore

6. Conclusione

Lo scopo di questa tesi è stato quello di presentare un modello matematico per un motore elettrico polifase, in particolare un motore sincrono a magneti permanenti con 12 fasi (PMSM). L'obiettivo è stato duplice: fornire un'ampia panoramica sui vari tipi di motori elettrici, evidenziandone i rispettivi vantaggi e svantaggi e presentare in modo coerente ad articoli scientifici le basi teoriche necessarie per sviluppare un modello matematico del motore in questione, utilizzando la tecnica di decomposizione dello spazio vettoriale (*VSD*) e le trasformate generalizzate di Clarke e Park. Attraverso l'algoritmo della *VSD* è stato possibile rappresentare spazialmente i fasori relativi alle variabili di un motore elettrico. Questa rappresentazione è fondamentale per sviluppare eventuali tecniche di controllo. Il modello matematico sviluppato in questa tesi apre la strada all'applicazione di tecniche di controllo per questo tipo di macchine, ad esempio utilizzando il software *MATLAB*. Utilizzando il modello matematico, sarà possibile simulare il comportamento del motore elettrico, studiare l'effetto di diversi parametri e ottimizzare le performance del sistema di controllo.

In conclusione, attraverso questo articolo si è fornito un quadro completo dei motori elettrici e si è presentato un modello matematico specifico per il motore sincrono a magneti permanenti con 12 fasi. Questo modello offre un solido punto di partenza per lo studio e lo sviluppo di tecniche di controllo per tali motori elettrici.

Bibliografia

- [1] International energy agency, *Data and statistics*, <https://www.iea.org/>, 2023.
- [2] A. Hughes, and B. Drury, *Electric motors and drives*, Fourth ed.: Elsevier Ltd, 2013.
- [3] H. Gao, W. Zhang, Y. Wang, and Z. Chen, "Fault-Tolerant Control Strategy for 12-Phase Permanent Magnet Synchronous Motor," *Energies*, vol. 12, no. 18, 2019.
- [4] B. Kundrotas, S. Lisauskas, and R. Rinkeviciene, "Model of Multiphase Induction Motor," *Elektronika*, 2011.
- [5] M. G. Simoes, N. N. Franceschetti, and P. Vieira, "Design and evaluation of a polyphase brushless DC-machine direct drive system.," *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting*, 2001.
- [6] S. Williamson, and S. Smith, "Pulsating torque and losses in multiphase induction machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 39, no. 4, pp. 986-993, 2003.
- [7] E. Levi, "Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 5, pp. 1893-1909, 2008.
- [8] H. Lahne, D. Gerling, D. Staton, and Y. Chong, "Design of a 50000 rpm high-speed high-power six-phase PMSM for use in aircraft applications," *Eleventh International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*, 2016.
- [9] A. Łebkowski, "Design, Analysis of the Location and Materials of Neodymium Magnets on the Torque and Power of In-Wheel External Rotor PMSM for Electric Vehicles," *Energies*, vol. 11, no. 9, 2018.
- [10] M. Ahrens, U. Bikle, R. Gottkehasch, and H. Prenner, "Electrical design of high-speed induction motors of up to 15 MW and 20000 RPM," *Proceedings of International Conference on Power Electronics Machines and Drives*, 2002.
- [11] Y. P. Frei, "Analysis of Different Switching Patterns to Minimize Losses in a six-phase drive for marine application," KTH, School of Electrical Engineering and Computer Science (EECS), 2021.
- [12] A. G. Yepes, J. Doval-Gandoy, F. Baneira, D. Perez-Estevez, and O. Lopez, "Current Harmonic Compensation for n Phase Machines With Asymmetrical Winding Arrangement and Different Neutral Configurations," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 53, no. 6, pp. 5426-5439, 2017.
- [13] A. A. Rockhill, and T. A. Lipo, "A generalized transformation methodology for polyphase electric machines and networks," *IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, 2015.

- [14] C. L. Fortescue, "Method of Symmetrical Co-Ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 1918.
- [15] J. Malvar, O. Lopez, A. G. Yepes, A. Vidal, F. D. Freijedo, P. Fernandez-Comesana, and J. Doval-Gandoy, "Graphical Diagram for Subspace and Sequence Identification of Time Harmonics in Symmetrical Multiphase Machines," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 1, pp. 29-42, 2014.
- [16] P. C. Krause, O. Wasynczuk, and S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, p.^pp. 632, 2002.