



**UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE**

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

---

Corso di Laurea triennale in INGEGNERIA MECCANICA

**Acquisizione di dati sperimentali ed elaborazione di immagini digitali  
in prove di trazione biassiali su tele in materiale composito**

**Acquisition of experimental data and processing of digital images  
in biaxial tensile tests on textile composite materials**

Relatore:

Prof. **Marco Sasso**

Tesi di Laurea di:

**Roberto Tolve**

**A.A. 2020 / 2021**

## Ringraziamenti

A mia madre e mio padre che mi hanno sempre sostenuto ed incoraggiato  
dandomi la possibilità di intraprendere questo percorso.

A mio fratello e mia sorella che con i loro consigli ed il loro sostegno hanno  
sempre creduto in me.

Alle mie carissime nonne, carissimi nonni ed a mio zio Gaetano che di lassù  
in cielo saranno lieti.

Infine, a tutti i miei parenti ed amici che mi sono stati vicini.

# Sommario

Ringraziamenti .....	i
Introduzione.....	1
Capitolo 1 Stato dell'arte .....	2
1.1 Digital Image Correlation: presentazione .....	2
1.2 Concetti fondanti della DIC .....	2
1.3 Pattern e subset ottimali.....	5
1.4 Corrispondenza dei subset in immagini differenti .....	7
1.4.1 Funzioni di forma .....	7
1.4.2 Interpolazione sub-pixel.....	8
1.4.3 Criteri di corrispondenza.....	9
1.5 Stima delle deformazioni .....	11
1.6 3D-DIC .....	12
1.6.1 Calibrazione.....	14
1.6.2 Stereo Matching.....	15
Capitolo 2 Prove biassiali .....	16
2.1 introduzione .....	17
2.2 Generalità: anisotropia, influenza delle fibre .....	18
Capitolo 3 Attività e strumenti necessari.....	22
3.1 Preparazione provini .....	22
3.2 setup per acquisizione immagini.....	24
Capitolo 4 Risultati ottenuti .....	26
Conclusioni .....	59
Bibliografia .....	60
Indice figure .....	63

## Introduzione

Lo studio del comportamento meccanico dei materiali è di primaria importanza per la conoscenza delle caratteristiche degli stessi e per l'individuazione dei campi di applicazione. A tal fine, vengono impiegati strumenti specifici grazie ai quali è possibile osservare come variano le grandezze in relazione all'applicazione di un carico la cui risposta è di interesse ingegneristico. Questo lavoro di tesi è improntato nell'ottenere la caratterizzazione meccanica di un elemento composito in prove di trazione biassiali in cui sono stati effettuati i test in laboratorio adoperando la tecnica nota per lo più con il nome di Digital Image Correlation (DIC). Questa è una tecnica di misura senza contatto utile alla stima degli spostamenti e delle deformazioni che basa il suo funzionamento sull'elaborazione di immagini digitali acquisite ritraendo l'oggetto da esaminare nelle diverse condizioni di sollecitazione interessate. I punti di forza principali della DIC risiedono, oltre che nella relativa semplicità dell'acquisizione dei dati, nella sua capacità di fornire una misurazione particolarmente densa e nella possibilità di analizzare campi di spostamenti/deformazioni anche ingenti se comparati con i tradizionali metodi di misura. In questo contesto i metodi ottici di analisi risultano particolarmente utili, se non necessari in quanto non prevedono la necessità di utilizzare strumenti tradizionali come l'impiego degli estensimetri, ma riescono a studiare i fenomeni attraverso fotocamere ad alta risoluzione e software per l'elaborazione dei dati, senza contatto. Il corpo della tesi presenta, dunque, la procedura seguita per l'applicazione della DIC sui provini e l'illustrazione di come i risultati possano modificarsi al variare dei parametri in gioco ed in quali modalità. Inoltre vengono evidenziate tutte le problematiche incontrate durante l'attività di laboratorio e le soluzioni adottate. Pertanto risulta doveroso introdurre in maniera sufficientemente approfondita la tecnica DIC. A tal proposito il primo capitolo viene dedicato allo stato dell'arte di questo strumento di misura spiegando nel dettaglio il suo funzionamento. Dopo una breve introduzione, vengono quindi illustrati gli elementi di subset e pattern con suggerimenti volti alla loro designazione ottimale. Si mostra dunque come prima di giungere alla ricerca della corrispondenza fra porzioni di immagini diverse sia necessario prevedere due passaggi intermedi: il primo volto alla deformazione delle aree da ritrovare per mezzo di funzioni di forma, il secondo per l'ottenimento di un'accuratezza maggiore attraverso un'interpolazione sub-pixel. Sono quindi enunciati i criteri di corrispondenza sottolineando le loro differenti prestazioni e l'indispensabile operazione di smoothing per la determinazione di campi di deformazioni consistenti a partire dagli spostamenti stimati. Svoltata la discussione in modo sufficientemente dettagliato riguardo la tecnica DIC, propedeutica alla comprensione del proseguo, sono presentati i capitoli

fondamentali che descrivono gli studi compiuti durante il progetto di tesi. È importante introdurre sin da subito come l'effettuazione di misurazioni con questa tecnica possa portare a risultati qualitativamente molto vari, a causa dei numerosi aspetti che concorrono alla formazione della misura, siano essi legati alla strumentazione adottata o all'analisi finale dei dati acquisiti.

## Capitolo 1 Stato dell'arte

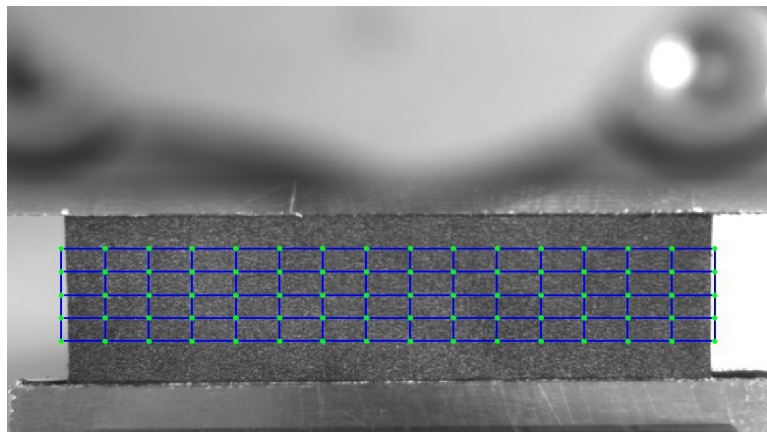
### 1.1 Digital Image Correlation: presentazione

La Digital Image Correlation (DIC) è una tecnica di misura senza contatto, basata sull'elaborazione numerica di immagini digitali, per l'analisi di campi di spostamento e deformazione. La DIC è oggi ampiamente accettata ed utilizzata come tecnica flessibile per la stima di spostamenti e deformazioni ove risulti necessaria una misura particolarmente densa dei campi citati. Successivamente, per le spiegazioni riguardanti questa tecnica, si farà riferimento alla versione originaria della digital image correlation, ovvero quella "bidimensionale" (2D DIC), che a fronte dell'impiego di una singola fotocamera permette lo studio delle deformazioni nel piano su oggetti che presentano una superficie piana. Per consentire l'analisi di deformazioni tridimensionali e l'utilizzo su oggetti non piani è stata sviluppata la tecnica 3D DIC che prevedendo l'utilizzo di due camere affianca il principio della stereoscopia a quelli tradizionali della DIC (2D) che ci si appresta ad introdurre.

### 1.2 Concetti fondanti della DIC

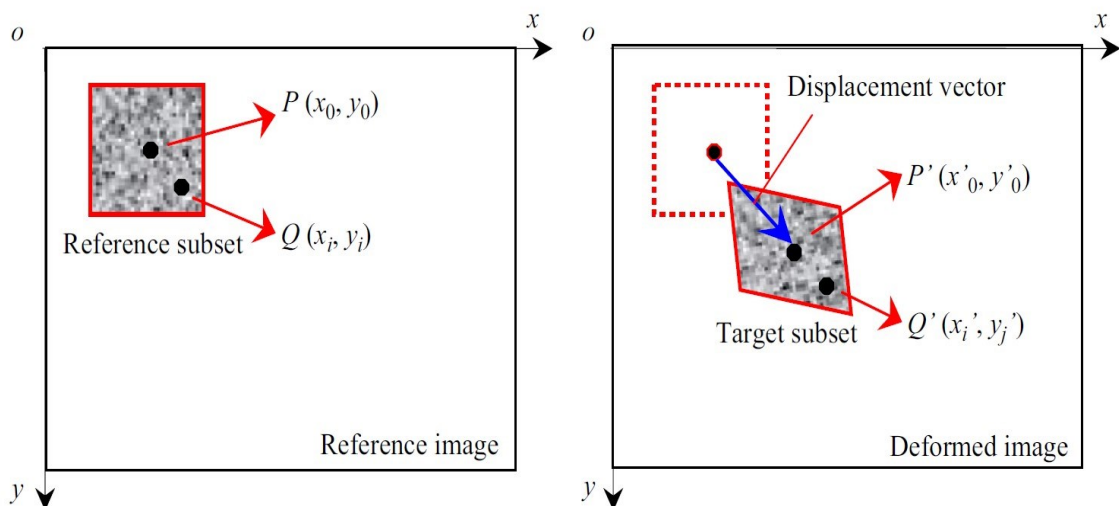
Per garantire la complanarità, anche apparente, del campo di spostamenti e deformazioni con la superficie piana oggetto della misura mediante tecnica 2D DIC (chiamata d'ora in poi semplicemente DIC per brevità) è necessario disporre la fotocamera in modo che presenti il sensore parallelo alla stessa superficie. È fondamentale che questa condizione di primaria importanza resti verificata per l'intera durata dell'acquisizione in modo che i movimenti fuori piano siano sufficientemente piccoli da poter essere trascurati poiché moti di questo genere produrrebbero deformazioni apparenti che si andrebbero a sommare a quelle realmente presenti e difficilmente compensabili, con l'effetto di produrre una misurazione affetta da un errore dipendente da questi movimenti di entità

potenzialmente non trascurabile [1]. Al contrario, ciò che per il caso bidimensionale è un problema nel caso della 3D DIC viene sfruttato per permettere l'analisi del campo di spostamenti-deformazioni nello spazio. Attraverso la fotocamera si acquisiscono diverse immagini, almeno una per ogni condizione di deformazione che deve essere indagata, oltre ad una iniziale che ritrae il corpo in esame nella condizione di riferimento (detta immagine di riferimento), che tipicamente è rappresentata dalla configurazione indeformata. La funzione della fotocamera è quella di acquisire delle immagini (frames) ad una frequenza prestabilita, tali da poter ripercorrere in un secondo momento la storia del provino durante la prova di trazione. Quindi la prima immagine acquisita è quella relativa alla condizione iniziale di provino indeformato, che funge da frame di riferimento rispetto al quale calcolare il campo di spostamenti-deformazioni: il software, infatti, opera un confronto tra le varie immagini acquisite, relative ai vari stadi di deformazione del campione, e la suddetta immagine di riferimento, calcolando gli spostamenti relativi e derivandone le deformazioni. Spiegando più in dettaglio la tecnica, una volta selezionata l'area da analizzare (ROI, region of interest), all'interno dell'immagine di riferimento, questa viene suddivisa in sottoregioni mediante una griglia virtuale (Figura 1) con celle di grandezza definibile di volta in volta, gli spostamenti-deformazioni vengono calcolati per ogni punto di intersezione della griglia [2].



**Figura 1** griglia virtuale

Quindi Alla base della DIC vi è la necessità di far corrispondere stessi punti fra le immagini di riferimento e quelle acquisite a seguito della deformazione dell'oggetto in esame. È quindi di primaria importanza garantire una buona corrispondenza fra i punti delle diverse immagini. Appare subito evidente che l'utilizzo di un solo pixel non può assicurare questa condizione; infatti lo stesso livello di grigio da cui è descritto nell'immagine di riferimento può essere ritrovato più volte all'interno delle successive immagini per cui l'univocità non è garantita, inoltre anche solo a seguito del processo di acquisizione tale livello di grigio subisce delle variazioni che non permettono il ripetersi dello stesso in modo identico nelle altre immagini. Per questi motivi si introduce la suddivisione virtuale dell'immagine di riferimento in piccole aree dette "subset", contenenti svariati pixel e per questo caratterizzate da un maggior numero di informazioni, per ciascuna di queste viene calcolato lo spostamento riferito al punto centrale dello stesso subset una volta ritrovata la corrispondenza dell'area nelle diverse immagini (Figura 2).



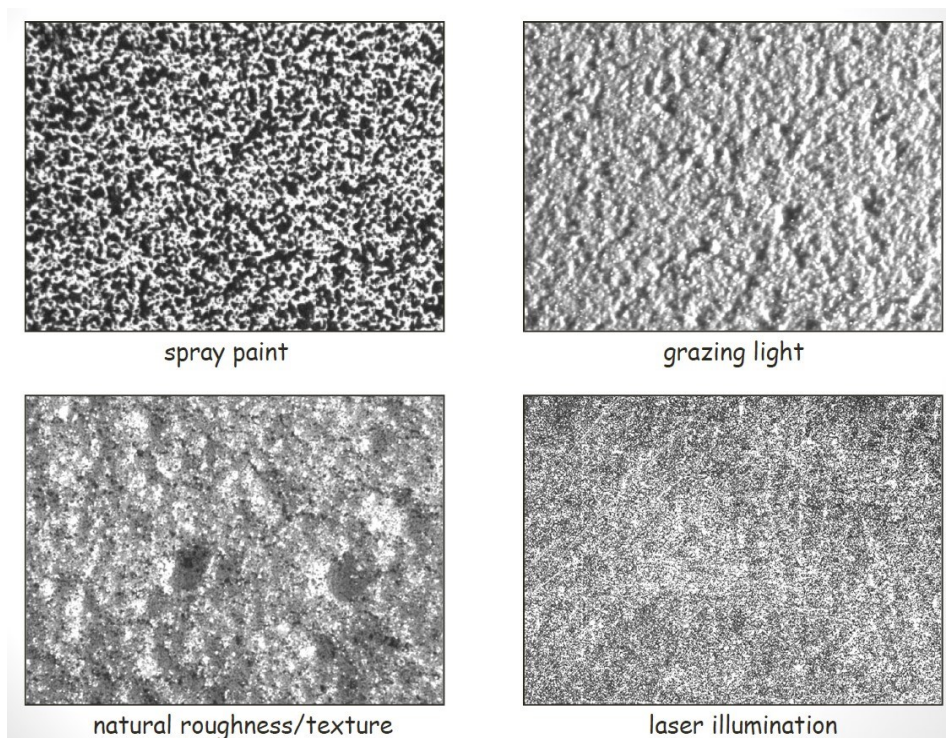
**Figura 2** . Un subset generato sull'immagine di riferimento viene rintracciato a seguito della deformazione, fornendo così il vettore di spostamento del suo punto centrale [2]

Resta ad ogni modo da risolvere la mancata univocità della corrispondenza con il relativo "problema dell'apertura" al quale ci si riferisce in letteratura [3]. Questo consiste nel fatto che la presenza di subset analoghi ripetuti genera indeterminatezza nella corrispondenza fra le immagini, ovvero non sia possibile determinare con certezza per ogni subset la collocazione finale in quanto molteplici sono le possibili corrispondenze. La soluzione a questo problema può essere ritrovata nell'impiego di

un pattern non periodico e con trama sufficientemente varia da presentare subset con caratteristiche uniche all'interno della ROI.

### 1.3 Pattern e subset ottimali

Dato che il calcolo degli spostamenti si traduce nella ricerca della corrispondenza dei subset all'interno delle immagini acquisite, risulta evidente l'importanza rivestita dall'impiego di un pattern adeguato con il quale marcare la superficie oggetto della misurazione oppure sfruttare ove possibile l'eventuale superficie stessa se possa presentare un pattern naturale adeguato. Lo speciale pattern utilizzato per analisi DIC prende il nome di "speckle pattern", traducibile letteralmente come pattern a macchioline o a puntini, per via del suo caratteristico aspetto (Figura 3). Questo si presenta tipicamente composto da macchioline scure di grandezza uniforme disposte su sfondo bianco per massimizzare il contrasto.



**Figura 3** speckle pattern



Per massimizzare il contrasto solitamente lo sfondo viene realizzato applicando uno strato di vernice bianca opaca, mentre i puntini sono ottenuti spruzzando da opportuna distanza una vernice spray nera, facendo attenzione che questa non impatti direttamente la superficie, ma che si depositi su di essa una volta spruzzata in aria: in questo modo i puntini appaiono ben distinti gli uni dagli altri e le loro dimensioni risultano contenute e non uniformi. Ai fini dell'analisi DIC, tuttavia, è preferibile che la transizione tra le macchie e lo sfondo non sia netta, bensì graduale con il coinvolgimento di molteplici valori di grigio. Sebbene una formulazione matematica per la designazione del pattern non sia stata ancora formalizzata, i parametri importanti per la costruzione di un buon pattern sono comunque già stati analizzati, come è pure stato dimostrato che le caratteristiche del pattern influenzino direttamente la grandezza ottimale del subset da scegliersi per l'analisi DIC [4]. Uno dei primi parametri da considerare è indubbiamente la grandezza media dei puntini scuri che formano il pattern, intesa come diametro medio degli stessi in pixel sulle immagini acquisite dalla fotocamera. In letteratura sono consigliati valori che vanno da un massimo ottimale di 5 px [5] [6] ad un minimo di 3 px [7]. In [5] si considera anche un secondo parametro detto "coverage factor" (fattore di riempimento) che fornisce in percentuale il valore dei pixel scuri rispetto alla totalità dei punti acquisiti, e che assicura misure ottimali se compreso fra il 40% e il 70%. A fianco a questi indicatori più immediati ne sono stati proposti altri come la "subset entropy" [8], per la valutazione della differenziazione dell'intensità dei livelli di grigio all'interno dello stesso subset, dimostrando come valori più alti di questa conducano ad una minore deviazione standard della misura, similmente all'alternativo "sum of square of subset intensity gradients" [9]. Gli ultimi due indicatori esposti vengono principalmente consigliati per una scelta mirata della dimensione del subset. Infatti, nelle diverse implementazioni del metodo DIC l'utilizzatore si trova a dover scegliere autonomamente questa grandezza che, determinando l'area utilizzata per il matching fra l'immagine di riferimento e le successive, è di primaria importanza per l'accuratezza della misura. Per una corrispondenza univoca è necessario che il subset sia sufficientemente grande da risultare diverso da tutti gli altri (si noti già in questa affermazione lo stretto legame che intercorre fra il pattern e le dimensioni del subset), inoltre è dimostrato in [8] come subset più grandi, caratterizzati da una subset entropy maggiore, allevino i problemi dovuti alla presenza di errori random, quali rumore e quantizzazione dell'intensità di grigio durante l'acquisizione fotografica, contribuendo notevolmente alla diminuzione della deviazione standard di spostamenti e deformazioni. Del resto, come ricordato espressamente anche in [9], i campi di deformazione di subset di dimensioni esigue possono essere approssimati accuratamente mediante funzioni di forma del primo o del secondo ordine, mentre subset di grandi dimensioni generalmente conducono ad errori sistematici di approssimazione ingenti. Per quanto detto si evince come ci siano due

esigenze contrastanti che portano a ricercare una soluzione di compromesso tra l'utilizzo di subset di grandi e piccole dimensioni. Sostanzialmente la soluzione di trade-off è volta a minimizzare congiuntamente errori random e sistematici, non privilegiando l'abbattimento di uno solo dei due a scapito dell'altro. Volendo fornire in conclusione un'informazione di massima sulle dimensioni da scegliersi per il subset di un pattern con caratteristiche ottimali, come precedentemente definite, si possono consigliare valori compresi fra  $21 px$  e  $29 px$  (ovvero delle aree di  $21 \times 21 px^2$  e  $29 \times 29 px^2$ ).

#### 1.4 Corrispondenza dei subset in immagini differenti

Per ritrovare la corrispondenza fra ogni singolo subset delineato nell'immagine di riferimento (subset di riferimento) e la corrispondente porzione dell'immagine acquisita durante uno stato deformato del corpo in esame (target subset) è prevista un'operazione di cross-correlazione con ricerca del massimo o in alternativa la minimizzazione di una funzione di errore come una sum-squared difference. Una volta stabilita la corrispondenza allora il target subset, ovvero quello deformato, risulta determinato come anche il suo centro che, confrontato con la posizione del centro del subset di riferimento, conduce all'identificazione del vettore di spostamento. Va però considerato che, a seguito delle deformazioni subite dal corpo in analisi (poiché la DIC non è uno strumento ideato per il semplice calcolo di spostamenti rigidi, ma per casi più generici in cui sono presenti campi di deformazione di complessità arbitraria), il subset di riferimento non può più essere ritrovato come indeformato all'interno delle immagini acquisite. Risulta quindi necessario un passaggio in cui il subset di riferimento viene via via virtualmente deformato per la ricerca della miglior corrispondenza con il target subset ricercato. Quest'operazione di deformazione indotta avviene mediante "funzioni di forma".

##### 1.4.1 Funzioni di forma

Nell'intento di rendere possibile e migliorare l'operazione di corrispondenza per ritrovare il target subset vengono introdotte delle funzioni di forma  $\xi(x, p)$  in grado di deformare in modo appropriato il subset di riferimento. In altre parole, una funzione di questo genere trasforma le coordinate dei pixel appartenenti al subset di riferimento in modo da deformare in un dato modo il subset. L'esempio più

immediato che può essere fatto è quello di una funzione di forma che interpreti il caso di traslazione rigida [3] :

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \mathbf{x} + \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \end{bmatrix}$$

Dove  $x$  è il vettore contenente le coordinate  $x$  e  $y$ , mentre  $p_0$  e  $p_1$  rappresentano gli spostamenti medi del subset nelle due direzioni coordinate. Una funzione di forma di questo tipo, di ordine zero, non è in grado di rappresentare alcun tipo di deformazione e perciò non è sufficiente allo scopo prefissato.

È possibile scrivere dunque funzioni di forma di ordine superiore, come ad esempio quella del prim'ordine per una trasformazione affine [3]:

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 + p_2 & p_3 \\ p_4 & 1 + p_5 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Funzioni di forma di ordine elevato [10] portano al ritrovamento di una corrispondenza più elevata, in virtù della loro capacità di riprodurre nel subset di riferimento deformazioni virtuali più varie e quindi meglio adattabili alla configurazione acquisita dal target subset per via del campo di deformazione realmente presente nel corpo esaminato. Questa migliore corrispondenza va però a discapito della complessità del problema, come evidenziato dal crescente numero di parametri che descrivono le funzioni al crescere dell'ordine. Sebbene funzioni di ordine basso siano affette da maggiori problemi di decorrelazione per campi di deformazione più complessi, è dimostrato che funzioni di forma del primo o meglio del secondo ordine [11] siano approssimazioni sufficienti adottando dimensioni del subset di riferimento adeguatamente piccole.

#### 1.4.2 Interpolazione sub-pixel

Dato che, come ovvio, nella realtà il subset di riferimento non è vincolato a deformarsi rispettando l'interezza dei pixel, si ha che i punti appartenenti a questo subset possano trovarsi in posizioni che sono frazioni di pixel, "sub-pixel", nelle immagini acquisite con il corpo in esame deformato. Per questo motivo per l'ottenimento di un'accuratezza al di sotto del pixel è necessario che l'operazione di cross-correlazione, o di minimizzazione dell'errore usata, sia valutata in posizioni non intere, rendendo quindi indispensabile un'antecedente operazione di interpolazione dei valori di grigio a disposizione dall'acquisizione, al fine di ottenere analoghi valori anche in posizioni sub-pixel. In letteratura vengono presentati diversi approcci volti

alla soluzione del problema che è di primaria importanza per l'accuratezza della misura [3] [12] [13]. Le funzioni di interpolazione usate sono tipicamente polinomiali o B-spline, quello che però è fondamentale non trascurare è l'ordine di queste funzioni. Si osserva che a seguito della cross-correlazione viene introdotto un errore sistematico nella misura dipendente dalla posizione sub-pixel dello spostamento del subset, dovuta proprio al metodo di interpolazione utilizzato. L'errore si presenta come una sinusoidale all'interno della posizione sub-pixel indipendentemente dalla funzione interpolante utilizzata, che però ne influenza l'ampiezza. In [11] viene mostrato come l'errore di fase introdotto dall'interpolazione conduca ad un errore di matching nella DIC e dunque ad un errore sui valori di spostamento misurati. Si può dimostrare altresì come l'utilizzo di funzioni di interpolazione cubiche riducano efficacemente l'errore sistematico e si consiglia l'impiego di un filtro passa basso sulle immagini per ridurre il contenuto in alta frequenza delle stesse ottenendo maggiori benefici sull'errore.

#### 1.4.3 Criteri di corrispondenza

Dopo aver compreso quali problemi possono affliggere la ricerca della corrispondenza fra il subset di riferimento e quello di target, nonché aver introdotto gli approcci per la soluzione degli stessi, è finalmente possibile discutere i principali "criteri di correlazione" alla base dell'analisi di image matching. Come già brevemente accennato esistono due famiglie principali per i criteri di correlazione: questi possono essere suddivisi in criteri di cross-correlazione e criteri basati sulla somma dei quadrati delle differenze (sum-squared differences). Per brevità non si riportano altri diversi criteri esistenti di minor importanza che possono comunque essere facilmente ritrovati in letteratura [14] [15] [16]. Quello su cui è importante soffermarsi è la differenza di prestazioni in termini di robustezza data dai diversi tipi di criteri di correlazione. Durante le campagne di acquisizione delle immagini volte alla conseguente analisi DIC è possibile che si verifichino cambiamenti in termini di illuminazione della superficie in misura. Questo problema anche assicurando una buona illuminazione artificiale, utile per altro a garantire la massima separazione in termini di livello di grigi dello speckle scuro dallo sfondo chiaro pur senza giungere a saturazione, non può essere del tutto negato. È da notare inoltre come variazioni luminose possano avvenire come semplice alterazione della scala luminosa (ad esempio il target subset è più luminoso del 10% rispetto al subset di riferimento) o come offset d'illuminazione (oltre alla variazione percentuale sono aggiunti un certo numero di livelli di grigio). Questo problema che a prima vista potrebbe sembrare trascurabile si verifica non esserlo in sede di misura. Innanzi tutto, va ricordato che la

DIC è una tecnica che si presta allo studio anche di grandi deformazioni e che l'illuminazione fornita difficilmente potrà essere uniforme, facilitando la comparsa del problema, poi va considerato che le variazioni indotte alla riflessività del corpo possono essere accentuate dal pattern per come realizzato (esempio vernici, toner). Queste considerazioni valgono a maggior ragione durante l'acquisizione delle immagini per analisi 3D DIC per via delle fotocamere poste non frontalmente al pattern. Si introducono ora tre dei principali metodi di correlazione facenti parte del gruppo dei criteri della somma dei quadrati delle differenze che evidenziano un grado di robustezza molto vario fra loro. Il primo, più semplice, è richiamato col nome di "sum of squared differences criterion":

$$C_{SSD} = \sum_i^N \sum_j^N [f(x_i, y_j) - g(x'_i, y'_j)]^2$$

dove  $N$  è la dimensione del subset in pixel, mentre  $f$  e  $g$  sono i valori di grigio del pixel rispettivamente nel subset di riferimento e in quello di target. Come intuibile una formulazione del genere non permette di tener conto di alcun cambiamento di luminosità ed è pertanto sensibile a qualsiasi sua variazione. Va da sé che è un criterio particolarmente veloce ma non robusto e per questo generalmente se ne sconsiglia l'utilizzo. Il secondo è invece detto "normalized sum of squared differences criterion":

$$C_{NSSD} = \sum_i^N \sum_j^N \left[ \frac{f(x_i, y_j)}{\bar{f}} - \frac{g(x'_i, y'_j)}{\bar{g}} \right]^2$$

Con  $\bar{f} = \sqrt{\sum_i^N \sum_j^N [f(x_i, y_j)]^2}$  e  $\bar{g} = \sqrt{\sum_i^N \sum_j^N [g(x'_i, y'_j)]^2}$

In questo caso i benefici della normalizzazione conducono ad un'insensibilità della formulazione da variazioni di scala della luminosità. Il criterio risulta essere più robusto del precedente e viene consigliato per la gran parte delle analisi. L'ultimo criterio ad essere presentato è lo "Zero-normalized sum of squared differences criterion" e risulta essere il più sofisticato dei tre:

$$C_{ZNSSD} = \sum_i^N \sum_j^N \left[ \frac{f(x_i, y_j) - f_m}{\Delta f} - \frac{g(x'_i, y'_j) - g_m}{\Delta g} \right]^2$$

$$\text{con } \Delta f = \sqrt{\sum_i^N \sum_j^N [f(x_i, y_j) - f_m]^2}, \Delta g = \sqrt{\sum_i^N \sum_j^N [g(x'_i, y'_j) - g_m]^2}$$

dove  $f_m$  e  $g_m$  sono i valori di grigio medi dei rispettivi subset di riferimento e di target

La particolare formulazione consente al criterio un'insensibilità sia ai cambiamenti della scala sia di offset della luminosità. Per questa ragione è in assoluto il criterio più robusto e dal quale quindi ci si attendono i migliori risultati.

### 1.5 Stima delle deformazioni

Grazie a quanto precedentemente illustrato il procedimento di image matching è in grado di restituire il campo di spostamenti della superficie analizzata con accuratezza sub-pixel. Del resto nella pratica ingegneristica spesso più che degli spostamenti è richiesta la conoscenza delle deformazioni e per questo appare di estrema utilità anche la stima di questi ultimi. Si prevede dunque la differenziazione numerica degli spostamenti, notando come tale operazione sia delicata amplificando notevolmente il rumore di misura incluso negli stessi dati di spostamento ritrovati [17] [18] diviene indispensabile un'operazione di "smoothing". Negli anni diverse soluzioni di smoothing sono state proposte per abbattere il rumore presente nel campo di spostamento: in [19] si presenta il metodo detto "penalty finite element", e mentre in [20] vengono usati tre metodi alternativi idonei anche per campi di deformazione plastici, in [21] si ricorre una tecnica chiamata "thin-platespline smoothing". Le soluzioni che sembrano ad oggi maggiormente efficaci si basano sul fitting locale ai minimi quadrati introdotte in [22] e innovate recentemente in [23] con la tecnica "pointwise local least-squared fitting". Il suo funzionamento prevede l'impiego di una finestra di calcolo attorno ai punti in cui calcolare le deformazioni sufficientemente piccola da poter considerare gli spostamenti come lineari nel piano ed esprimibili così:

$$u(i, j) = a_0 + a_1x + a_2y$$

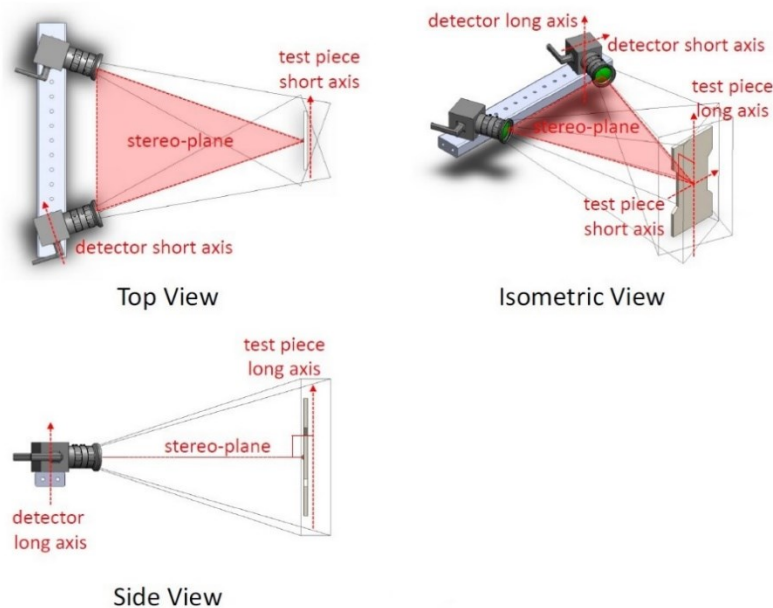
$$v(i, j) = b_0 + b_1x + b_2y$$

dove  $u(i, j)$  e  $v(i, j)$  sono i valori di spostamento noti dall'analisi DIC per i diversi punti della finestra, mentre i sei coefficienti "a" e "b" sono quelli da determinarsi con il metodo dei minimi quadrati. Una volta noti differenziando è possibile trovare i

valori di deformazione del punto centrale della finestra. È evidente che le dimensioni della finestra influenzano significativamente i risultati: una finestra piccola non è efficace nell'abbattimento del rumore degli spostamenti, mentre una finestra grande porta ad un'erronea approssimazione lineare delle deformazioni calcolate.

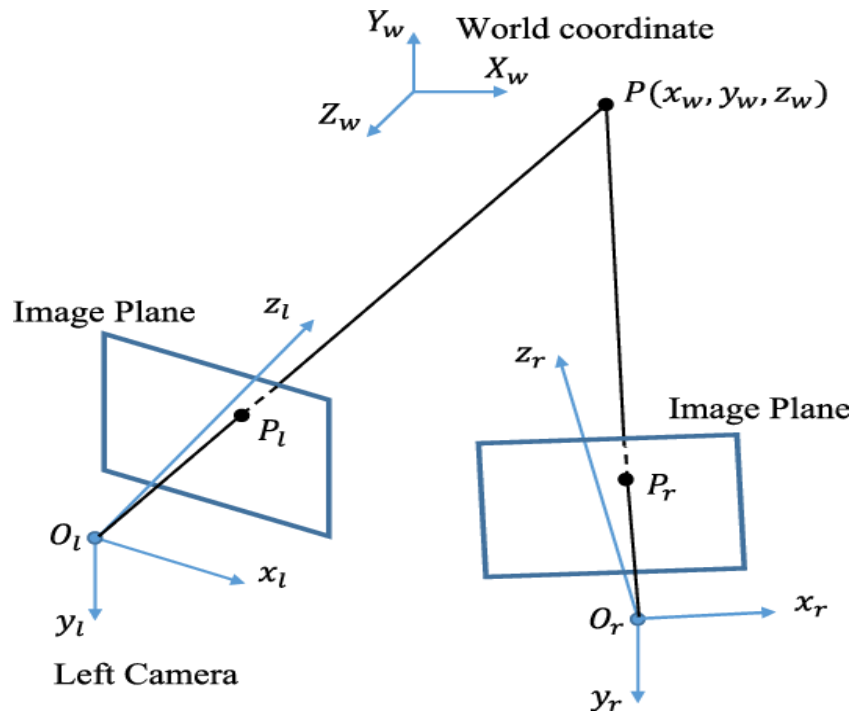
### 1.6 3D-DIC

Per superare le limitazioni imposte dalla 2D-DIC, è stata sviluppata la tecnica più pratica di 3D-DIC che richiede l'utilizzo di due camere: essa permette lo studio del campo di spostamenti-deformazioni su geometrie sia planari che curve. Anche se l'algoritmo di matching basato sull'osservazione dei subset può essere applicato direttamente al caso tridimensionale, sono necessarie delle tecniche di calibrazione fondate sui concetti di stereoscopia per stimare i parametri intrinseci ed estrinseci delle due camere, critici per le misurazioni finali. Dunque la 3D-DIC si basa sulla combinazione delle tecniche di correlazione digitale delle immagini e della stereoscopia. Essa mantiene i vantaggi della 2D-DIC, legati all'assenza di contatto con il provino e alla capacità di analizzare le deformazioni con un approccio full-field, e ne aggira i principali svantaggi: può essere applicata su geometria sia piane che curve ed è in grado di misurare tutte e tre le componenti dello spostamento. In questo modo, conseguentemente all'applicazione di un carico, piccoli movimenti fuori piano dell'oggetto di misura possono essere rilevati con precisione, senza compromettere l'esattezza dei risultati lungo le due restanti direzioni planari.



**Figura 4** stereo angle [24]

Come mostrato nell'immagine precedente (figura 4), l'aspetto importante riguarda l'utilizzo di una coppia di camere fuori asse l'una rispetto all'altra: non importa la loro disposizione, che può essere orizzontale o verticale ma il loro diverso orientamento. La figura seguente (figura 5) permette di illustrare i principi base del metodo 3D-DIC



**Figura 5** Principio di funzionamento della stereografia binoculare utilizzata nei sistemi per la 3D-DIC

$O_l$  e  $O_r$  sono i centri ottici rispettivamente della camera sinistra e destra. Si osserva che un punto fisico  $P$  viene visto come punto  $P_l$  nel piano dell'immagine nella camera sinistra e come punto  $P_r$  nel piano dell'immagine della camera a destra. La 3D DIC mira ad individuare accuratamente le coordinate del punto  $P$  rispetto ad un sistema di riferimento fisso, partendo da quelle di  $P_l$  e  $P_r$ ; tale sistema di riferimento viene stabilito e fissato conseguentemente all'esecuzione di tecniche di calibrazione, che adottano in genere delle texture piane, circolari o quadrate (calibration target). Le due camere catturano simultaneamente le immagini del calibration target con prospettive differenti, successivamente le texture vengono individuate utilizzando una tecnica di processamento delle immagini e immesse nel modello di calibrazione: ciò permette di ottimizzare i parametri intrinseci (lunghezza focale effettiva, le coordinate dei punti  $P_l$  e  $P_r$ , il coefficiente di distorsione della lente) e quelli estrinseci



(posizionamento 3D della camera ed orientazione della stessa, relativamente al sistema di coordinate fisso) di entrambe le camere.

I parametri di calibrazione, assieme ai dati rilevati dalle due camere, vengono utilizzati per calcolare la posizione nello spazio dei punti target, in coerenza con il principio di triangolazione, valutando il vettore spostamento che descrive come il provino si deforma conseguentemente all'applicazione del carico. Concludendo, è possibile annotare due importanti step nell'implementazione della 3D-DIC: la calibrazione delle camere e lo stereo matching.

### 1.6.1 Calibrazione

Come spiegato in precedenza, la calibrazione delle due camere permette di determinare i parametri intrinseci ed estrinseci di entrambe. Così come mostrato in Figura 5, la proiezione di un punto  $p(x_w, y_w, z_w)$  le cui coordinate sono espresse in millimetri, sul piano dell'immagine  $(u, v)$  in unità di pixel può essere effettuata attraverso un "pinhole camera model" ideale (modello di fotocamera a foro stenopeico). La relazione tra il punto 3D  $\mathbf{P}$  e le sue immagini  $\mathbf{P}_l$  e  $\mathbf{P}_r$  è

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 & 0 \\ 0 & \beta & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

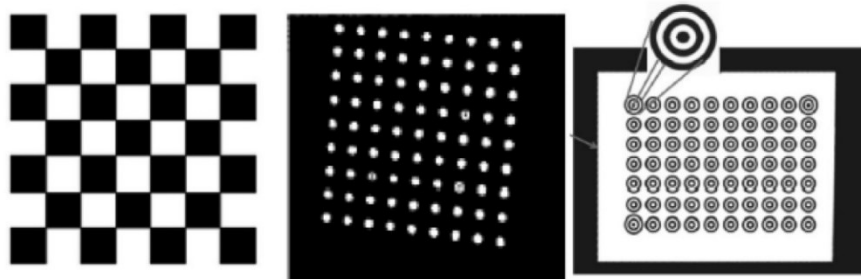
dove  $s$  è un fattore di scala arbitrario, la matrice  $\mathbf{A}$  rappresenta i parametri intrinseci, mentre  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{t}$  sono i parametri estrinseci (tre per la rotazione e tre per la traslazione per ogni camera);  $u_0$  e  $v_0$  sono le coordinate del punto principale,  $\alpha$  e  $\beta$  sono i fattori di scala nell'immagine degli assi  $u$  e  $v$ , mentre  $\gamma$  descrive l'asimmetria dell'immagine dei due assi.

A causa della natura non lineare della distorsione ottica, questa equazione non è sufficiente per una calibrazione accurata. Consultando la letteratura, è possibile osservare come la funzione di distorsione sia completamente governata dalle componenti radiali, in particolare dal primo termine; ogni modello più accurato non solo non aiuta a migliorare l'accuratezza, ma causa anche instabilità nel calcolo. Per questa ragione, in genere viene utilizzata una distorsione radiale in cui compaiono solo i primi due termini.

Siano  $(u, v)$  le immagini delle coordinate senza distorsione e  $(\tilde{u}, \tilde{v})$  le corrispondenti immagini realmente osservate. Se si considera la distorsione radiale, abbiamo:

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (u - u_0)(k_1 r^2 + k_2 r^4) \\ (v - v_0)(k_1 r^2 + k_2 r^4) \end{bmatrix}$$

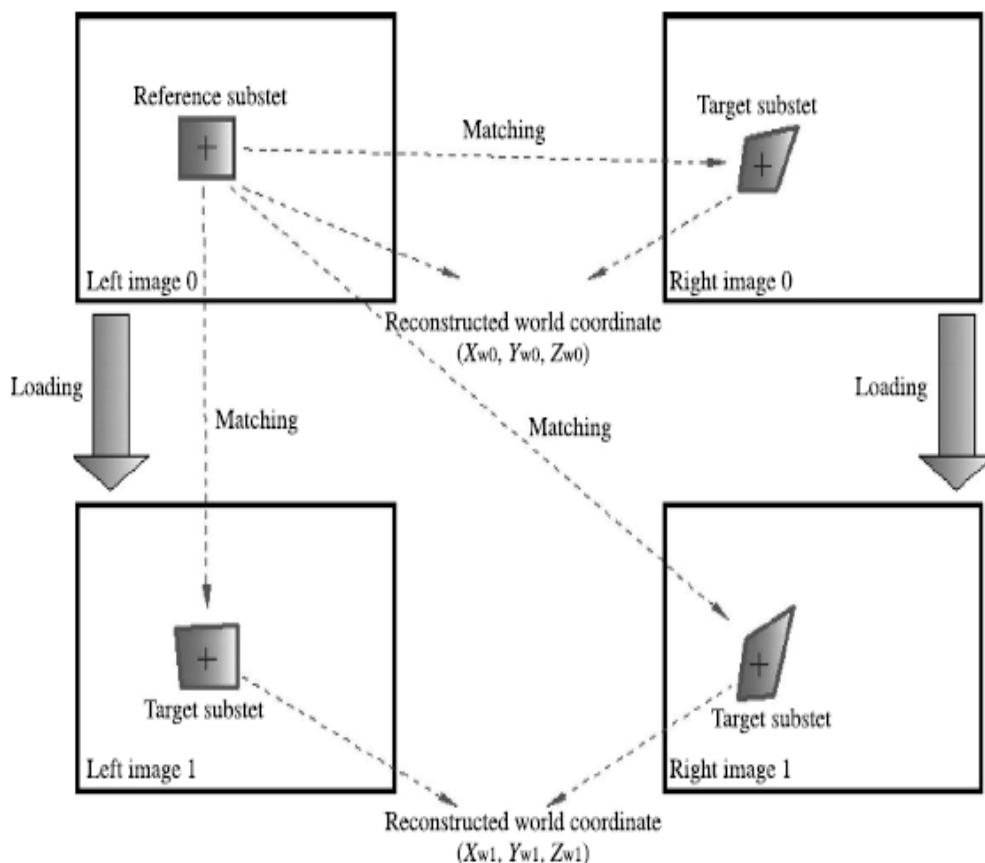
Vengono mostrati, di seguito, esempi di texture utilizzate per la calibrazione:



**Figura 6** (da sx a dx) Un calibration target a scacchiera, un calibration target a punti e un ring template

### 1.6.2 Stereo Matching

L'obiettivo dello stereo matching è di far corrispondere in maniera precisa lo stesso punto fisico nelle due immagini catturate dalle camere. Questo compito, considerato comunemente il più difficoltoso nelle misurazioni stereoscopiche, può essere svolto grazie al metodo già descritto per la 2D-DIC basato sui subset. Avendo prima indicato la ROI (region of interest) nell'immagine di sinistra, all'interno della quale sono definiti tutti i punti di calcolo, questi ultimi vengono ricercati nell'immagine di destra utilizzando un algoritmo basato sui subset; la ROI viene, poi, ricercata anche nelle due immagini relative alla configurazione deformata, sia per la camera sinistra che per quella destra. Grazie a queste operazioni, le coordinate del punto  $\mathbf{P}$  possono essere definite per lo stato iniziale  $(x_{w0}, y_{w0}, z_{w0})$  ed a deformazione avvenuta  $(x_{w1}, y_{w1}, z_{w1})$ . Di seguito viene illustrato tra quali immagini avviene il matching e la conseguente determinazione delle coordinate del punto  $\mathbf{P}$  nelle due configurazioni.



**Figura 7** Il metodo basato sui subset nella 2D-DIC viene utilizzato per tracciare la posizione di ogni punto target definito nell'immagine iniziale (a sx) nel resto delle immagini (a dx)

## Capitolo 2 Prove biassiali

In questo capitolo vengono illustrate le prove biassiali che possono essere condotte su materiali in fogli piani liberi quali ad esempio la carta e i tessuti tecnici. Lo studio di vari articoli scientifici sull'argomento reperiti in letteratura consente di comprendere quali siano gli aspetti critici che occorre affrontare, sia sul piano operativo sia sul piano concettuale, per poter condurre e interpretare correttamente delle prove biassiali. Vi sono infatti questioni non banali legate al modo in cui possono essere concepite e realizzate le macchine di prova stesse e alla geometria del campione da sottoporre a prova, di solito di forma cruciforme. Inoltre vi sono delle alternative nella strumentazione da utilizzare per rilevare la "risposta" del provino ai carichi imposti. A proposito di prove che inducono stati piani di sforzo, ricordiamo che anche una prova di trazione/torsione su un tubo in parete sottile genera in ogni punto uno stato piano di sforzo. Ma è ovvio che il materiale dei provini di cui ci si è occupati in questa tesi non si prestano ad essere testati secondo questa modalità.

## 2.1 introduzione

La letteratura tecnica degli ultimi anni mostra come le prove biassiali piane su provini cruciformi vengano sempre più frequentemente considerate essenziali per la caratterizzazione meccanica di materiali quali laminati, fogli liberi o membrane, che spesso manifestano un comportamento ortotropo sia in campo elastico sia in campo elastoplastico. Con il termine “caratterizzazione meccanica” s’intende la determinazione di parametri di rigidità in campo elastico lineare, di leggi sforzo-deformazioni in regime non lineare o di criteri di rottura. Le macchine per l’esecuzione di prove biassiali sono naturalmente notevolmente più complesse e costose di quelle per prove monoassiali. Anche le prove stesse sono più complesse da eseguire e da interpretare. Questa è la ragione per cui non per tutti i materiali risultano reperibili in letteratura dati sperimentali relativi a prove biassiali. È questo un campo della meccanica sperimentale che risulta attualmente in forte crescita, anche grazie ai continui progressi nelle tecnologie di misura delle quantità in gioco. Tradizionalmente le prove biassiali su provino cruciforme vengono progettate e svolte in modo che nella parte centrale del provino si generi uno stato di sforzo/deformazione costante. In tale zona gli sforzi normali nella direzione dei due bracci vengono considerati noti (pari allo sforzo applicato alle estremità dei bracci moltiplicato per un eventuale coefficiente riduttivo) mentre le corrispondenti deformazioni vengono misurate tramite estensimetri. Analisi condotte da vari autori, hanno dimostrato che affinché si instaurino sforzi e deformazioni pressoché costanti in una zona centrale sufficientemente ampia, è importante fare ricorso a provvedimenti quali ad esempio l’introduzione di opportuni tagli longitudinali lungo i bracci del provino. Le prove vengono condotte imponendo gli sforzi secondo percorsi radiali, cioè mantenendo costante il rapporto tra lo sforzo normale in una direzione (allineata con uno dei due bracci del provino) e lo sforzo normale in direzione ortogonale. Come già accennato un utilizzo innovativo delle prove biassiali è oggi reso possibile grazie all’avvento di tecniche di misura di spostamenti e deformazioni basate su metodi fotografici e algoritmi di “Digital Image Correlation” (DIC). Queste tecniche consentono di rilevare campi di deformazione (sulla superficie del campione) aventi anche notevoli gradienti spaziali. Vi è quindi la possibilità di sfruttare campi di sforzo e deformazione non-omogenei indotti nel provino cruciforme per calibrare legami costitutivi facendo uso di metodi di analisi inversa. Seguendo questa filosofia, la variabilità del campo di sforzo/deformazione indotto nel provino può costituire un vantaggio nei procedimenti di identificazione con cui si vanno a stimare i parametri che intervengono nel modello costitutivo prescelto. Questo ha portato allo sviluppo di un provino cruciforme. All’interno delle braccia della croce, tuttavia, si sviluppano sforzi diretti ortogonalmente rispetto alla direzione con cui viene applicato il carico sul braccio; tali sforzi vanno a modificare le condizioni al contorno note che si vogliono imporre mediante il sistema di afferraggio [25] [26]. Ulteriori sviluppi nella progettazione del provino cruciforme prevedono la risoluzione di tale problema mediante le aggiunte di incisioni longitudinali lungo le braccia dette “slits”. Esistono infine due principali filosofie che determinano la scelta

della forma da adottare ad un provino cruciforme di un materiale qualunque. Realizzare dei tagli nei bracci del provino con l'intento di creare uno stato di sforzo uniforme nella zona centrale [25]. Realizzare un foro circolare nella zona centrale del provino con l'intento opposto rispetto al precedente, vale a dire creare una situazione di sforzo il più possibile eterogenea [27]. In particolare risultano rilevanti tre aspetti: le caratteristiche della trama ("texture"), la stima dell'errore sullo spostamento calcolato e la sensibilità al disturbo. La qualità della misura dello spostamento è principalmente influenzata dalle caratteristiche della "texture". La rapida diffusione avuta del DIC è legata alle seguenti ragioni: permette di eseguire misure a distanza e quindi non comporta alcun disturbo sull'oggetto interessato dal processo deformativo che si vuole misurare. Per questo motivo è una tecnica che si presta ad essere utilizzata anche su materiali "soft", quali i biomateriali. Fornisce l'intero campo di spostamento e di deformazione associati alla fotografia realizzata. Si tratta di un notevole vantaggio rispetto a tecniche tradizionali, quali l'impiego di estensimetri o di trasduttori di spostamento, poiché fornisce informazioni in un numero di punti maggiore. Manifesta grande versatilità per quanto riguarda la scala di osservazione a cui può essere applicata; la tecnica DIC può essere efficacemente utilizzata sia per lo studio delle deformazioni in componenti tradizionali di strutture o di macchine, che in contesti di micro e nano tecnologia. La strumentazione ottica necessaria per l'applicazione della metodologia è semplice (come già discusso precedentemente).

Si menziona infine che la tecnica si presta anche a misure di spostamenti e deformazioni in campo dinamico, combinando quindi un'alta risoluzione spaziale ad un'altrettanta alta risoluzione temporale.

## 2.2 Generalità: anisotropia, influenza delle fibre

Un materiale isotropo non presenta direzioni principali di comportamento e il suo legame costitutivo dovrà risultare indipendente dal sistema di riferimento in cui le componenti di sforzo e deformazione sono rappresentate. L'isotropia rappresenta la più completa simmetria di comportamento e riconduce il legame elastico lineare a due sole costanti indipendenti. È questo un caso importante ma non esaustivo, esistendo materiali di interesse la cui risposta non presenta queste caratteristiche. I materiali presenti in natura non sono mai perfettamente omogenei ed isotropi, ovvero, denotano proprietà che sono funzione della posizione e della direzione [28]. A maggior ragione, la presenza di fibre disposte prevalentemente in particolari direzioni conferisce ai materiali compositi un comportamento fortemente anisotropo. Per alcuni materiali anisotropi, tra cui i provini oggetto del nostro studio, si può fare ricorso a una semplificazione resa possibile dall'assunzione dell'ortotropia che, tuttavia, non fa venir meno la precisione dello studio del materiale. Un materiale è detto ortotropo se il suo comportamento è simmetrico rispetto a tre assi ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) mutuamente ortogonali, noti come direzioni principali del materiale. Nei materiali

isotropi lo sforzo normale provoca un allungamento nella direzione di applicazione del carico e una contrazione nella direzione ortogonale; lo sforzo di taglio causa, invece, solo deformazioni trasversali. Per i materiali ortotropi, lo sforzo normale in una direzione principale produce un allungamento nella direzione di applicazione del carico ed una contrazione in quella normale ad essa; lo sforzo di taglio provoca deformazioni trasversali, ma a differenza dei materiali isotropi, il modulo di taglio è indipendente dalle altre proprietà del materiale (modulo di Young e coefficiente di Poisson) [29]. Nei materiali anisotropi, infine, l'applicazione di un carico normale induce non solo l'estensione nella direzione di applicazione dello stesso, ma anche deformazione trasversale; uno sforzo di taglio provoca, invece, estensione e contrazione in aggiunta alla distorsione dovuta alla deformazione trasversale. Analogo comportamento è presente anche nei materiali ortotropi, qualora siano soggetti a sforzo normale in una direzione che non sia principale [29]. Il comportamento meccanico, indipendentemente dalla situazione di carico, è legato in particolar modo alla forma delle fibre e alla densità del legame. Un legame costitutivo si dice elastico se può essere definito un potenziale della deformazione, detto energia di deformazione [28]. Si assume, perciò, che il processo deformativo comporti l'immagazzinamento di energia meccanica a spese della quale le deformazioni vengono recuperate una volta rimossa la causa deformante. L'energia di deformazione è definita come segue:

$$\omega(\varepsilon_{ij}) = \int_0^{\varepsilon_{hk}} \sigma_{hk} \cdot d\varepsilon_{hk}$$

Da cui è possibile ricavare l'espressione dello sforzo in funzione di  $\omega$ :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon_{ij}}$$

Un legame elastico è lineare se valgono:

$$\frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}} = D_{klij} = cost$$

$$\sigma_{ij} = D_{klij} \varepsilon_{kl}$$

Il termine  $\sigma_{ij} \cdot \partial \varepsilon_{ij}$  deve essere un differenziale esatto, per cui vale la seguente uguaglianza tratta dal teorema di Schwartz:

$$\frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} \Rightarrow D_{ijkl} = D_{klij}$$

La linearità del legame comporta, come ulteriore conseguenza, che i tensori di sforzo e deformazione siano simmetrici, poiché l'energia di deformazione è definita positiva. Allora vale:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \Rightarrow D_{ijkl} = D_{jikl}$$

$$\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk} \Rightarrow D_{ijkl} = D_{jilk}$$

Introducendo nel legame costitutivo tutte le semplificazioni derivate come conseguenze della linearità del legame, si passa da 81 parametri originari a 21 coefficienti indipendenti. Il legame elastico lineare generale, scritto in forma matriciale è il seguente:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{xxxx} & D_{xxyy} & D_{xxzz} & D_{xxxy} & D_{xxyz} & D_{xxzx} \\ \cdots & D_{yyyy} & D_{yyzz} & D_{yyxy} & D_{yyyz} & D_{yyzx} \\ \cdots & \cdots & D_{zzzz} & D_{zzxy} & D_{zzyz} & D_{zzzx} \\ \cdots & \cdots & \cdots & D_{xyxy} & D_{xyyz} & D_{xyzx} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & D_{yzyz} & D_{yzzx} \\ sim & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & D_{zxzx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

Come già detto in precedenza, quella che è appena stata trattata è la definizione più generale di un legame elastico lineare anisotropo. Una prima semplificazione del legame considerato è l'introduzione dell'ortotropia: il legame risulta invariante rispetto rotazioni di 180° attorno gli assi di ortotropia; ne consegue che le costanti

indipendenti si riducono a 9. Il legame ortotropo viene espresso in forma ingegneristica e inversa come segue:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{-\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}$$

L'interesse particolare di questa tesi si rivolge a un legame elastico riferito a stati piani di tensione [27]. Il modello tridimensionale di riferimento è quello ortotropo applicato al caso d'interesse. Il legame costitutivo risultante viene espresso dalla seguente forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

bastano dunque **4** costanti elastiche per caratterizzarlo compiutamente.

Nel legame costitutivo che descrive lo stato di sforzo piano, non compare il termine  $\varepsilon_z$ , componente di deformazione fuori dal piano, il cui valore non è nullo ma dipende dalle componenti di deformazione nel piano  $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_y$ .



$$\varepsilon_z = \frac{\nu_{xz} + \nu_{xy} \cdot \nu_{yz}}{\nu_{xy} \cdot \nu_{yx} - 1} \varepsilon_x + \frac{\nu_{yz} + \nu_{xz} \cdot \nu_{yx}}{\nu_{xy} \cdot \nu_{yx} - 1} \varepsilon_y$$

Le espressioni precedenti fanno naturalmente riferimento alle tre direzioni principali del materiale. Se il sistema di riferimento fosse diversamente orientato rispetto a dette direzioni le matrici assumerebbero aspetto pieno, pur conservando la simmetria. Sarebbe comunque possibile individuare una matrice di rotazione tale da restituire alla matrice del legame elastico l'aspetto canonico, secondo la trasformazione seguente:

$$D' = R^T D R$$

In tale scrittura le matrici  $D$  e  $D'$  sono due matrici elastiche riferite a due sistemi di riferimento diversi e  $R$  è la matrice di rotazione. Nonostante la trasformazione applicata, il legame continuerebbe a conservare le proprie caratteristiche, fosse esso ortotropo, trasversalmente isotropo o isotropo; infatti, queste definizioni non fanno riferimento all'aspetto della matrice, bensì al numero minimo di parametri indipendenti sufficienti per la descrizione del comportamento del materiale.

### Capitolo3 Attività e strumenti necessari

In questo capitolo verranno affrontati gli aspetti inerenti a tutte le attività che sono state eseguite al fine di disporre dei mezzi e degli strumenti necessari per effettuare e comprendere l'analisi DIC.

#### 3.1 Preparazione provini

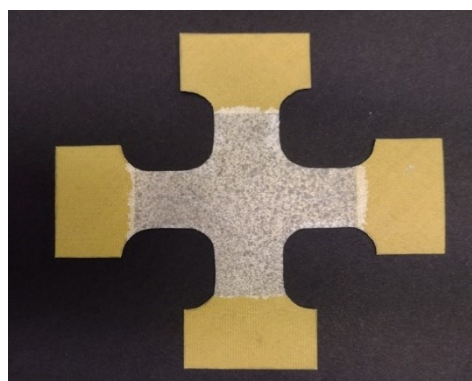
Il materiale oggetto della tesi si presenta con fogli rettangolari e questi vanno tramite una dima sagomati, ritagliandoli, per realizzare provini di forma cruciforme. A questo punto è possibile realizzare lo speckle sul tratto utile dei provini precedentemente lavorati. Come descritto nel primo capitolo, si tratta di una fase estremamente importante per condurre un'analisi DIC che permette al software di osservare e

studiare il campo di spostamenti-deformazioni. Vengono utilizzate due tipologie di vernice spray, una bianca opaca (per lo sfondo) e una nera (per le macchie). La prima viene spruzzata diffusamente ed in maniera omogenea sulla superficie del provino, mentre la seconda da debita distanza, in modo che si depositino delle macchioline nere separate le une delle altre: quello che si deve evitare, infatti, è l'agglomeramento di queste ultime, che inficerebbe sull'analisi DIC.



**Figura 8** Vernice spray

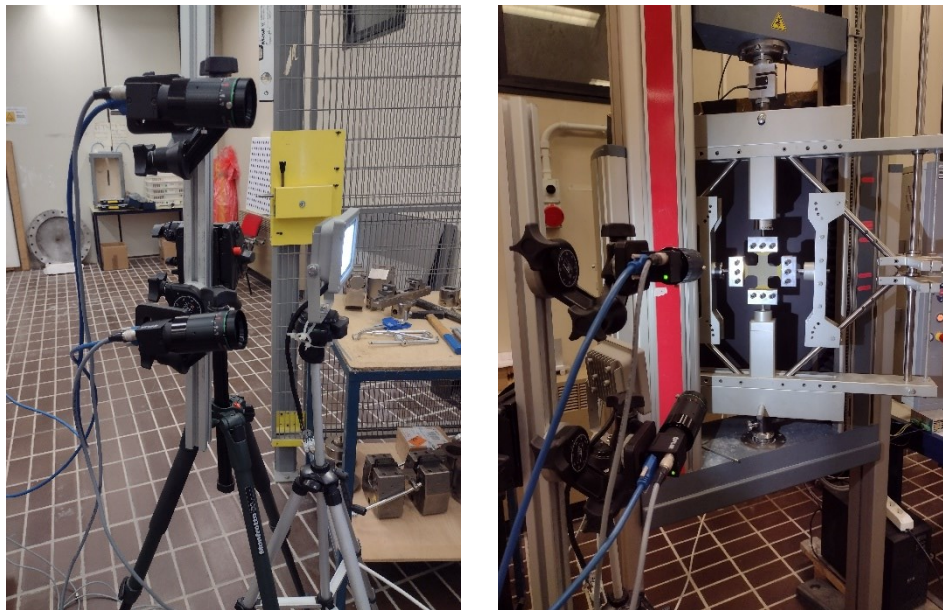
una volta realizzato il risultato è il seguente:



**Figura 9** provino cruciforme con lo speckle pattern realizzato

### 3.2 setup per acquisizione immagini

Il sistema è composto da un dispositivo di illuminazione e da due camere digitali equipaggiate con lenti idonee al fine di osservare la superficie del provino con un ingrandimento relativamente elevato. Le due camere vengono installate su un treppiede fotografico, che ne permette il corretto posizionamento visibile in figura10.



**Figura 10** setup analisi DIC

L'illuminazione è molto importante e spesso possono essere utilizzate lampade led o alogene standard; tuttavia l'uso di una illuminazione monocromatica e concentrata è suggerito per una migliore osservazione dei fenomeni. Il sensore della camera e la lunghezza focale dell'obiettivo devono poter acquisire un piccolo oggetto da una distanza ridotta e con una risoluzione tale da permettere l'analisi DIC. Poiché la profondità di messa a fuoco risulta molto limitata, c'è il rischio che la superficie del provino vada fuori fuoco quando si verifica un movimento fuori piano, anche di piccola entità, o in presenza di movimenti rigidi troppo ampi.

Possono essere adottate le seguenti contromisure:

- l'utilizzo di una luce monocromatica e di un filtro riduce le aberrazioni cromatiche e migliora la profondità di messa a fuoco
- il provino deve essere afferrato rigidamente, al fine di mantenere la zona di interesse all'interno del campo di osservazione del sensore della camera

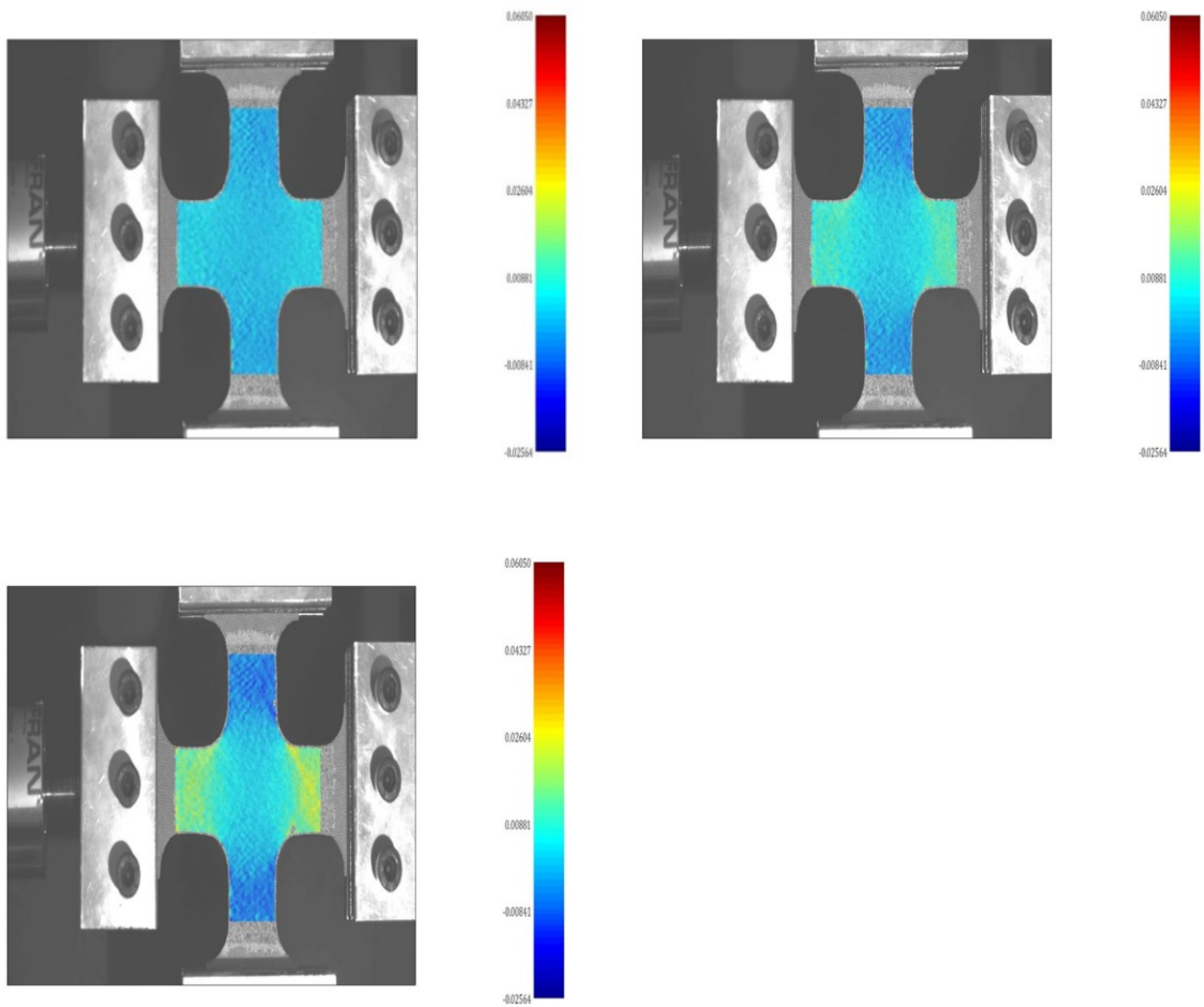
Una volta prese le precedenti accortezze, vengono scelte le camere, le lenti e la fonte d'illuminazione. Tutti i componenti sono stati selezionati tra quelli disponibili.

Il tutto viene collegato ad una postazione computer per registrare ed elaborare dati che poi vengono implementati e manipolati in matlab per ottenere le informazioni necessarie al fine della comprensione della risposta del materiale oggetto dello studio di questa tesi.

Le problematiche alle quali si è dovuto far fronte durante l'esperienza che hanno reso necessario il loro studio in un primo momento e la loro risoluzione, quando possibile, in un secondo e problemi in cui non è stato possibile correggere durante il periodo di tirocinio sono stati, perlomeno, individuati con esattezza e discussi, in modo tale da permettere la loro definizione e la loro futura risoluzione. La descrizione delle problematiche è utile, inoltre, a far comprendere la modalità in cui le attività sperimentali vengono svolte in laboratorio e in particolare a sottolineare come il risultato finale sia solo il termine di una intensa attività di ricerca e di miglioramento.

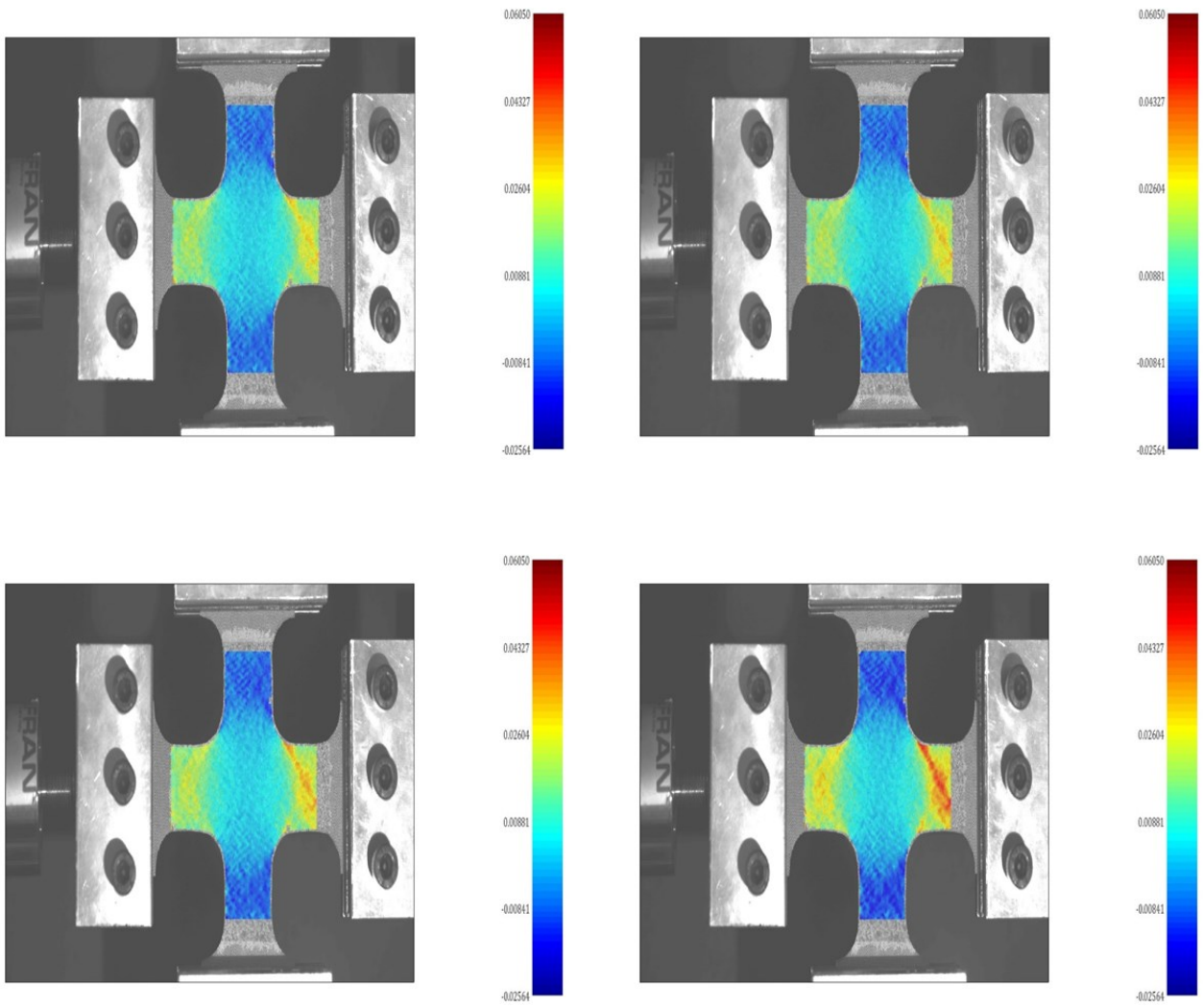
## Capitolo 4 Risultati ottenuti

In questo capitolo si analizza il nucleo dell'intera esperienza, ovvero lo studio del comportamento meccanico dei provini, sottoposti a prova di trazione equibiassiale e analizzati attraverso la 3D-DIC. Dall'analisi 3D-DIC si sono ottenuti i risultati desiderati in termini di deformazione e di spostamento lungo le direzioni di prova e vengono indicati nelle diverse colorazioni: a colori diversi corrispondono valori di spostamento-deformazione diversi. La presenza di una scala cromatica facilita la comprensione dei fenomeni in virtù del suo impatto visivo, ad essa viene associata una scala di valori, che permette di quantificare immediatamente la loro entità. Vengono riportate di seguito le immagini relative. Queste forniscono una testimonianza concreta del comportamento del materiale durante la prova di trazione equibiassiale a cui sono stati sottoposti i provini, evidenziando le zone maggiormente deformate a scapito di quelle che lo sono in misura inferiore, istante per istante. Per cogliere il comportamento della 3D-DIC, si è fatto uso dei risultati corrispondenti a sette diversi momenti dell'analisi, scelti in maniera non ravvicinata in modo tale da poter apprezzare le differenze in termini di deformazione e spostamento: il frame #50, il frame# 100, il frame #150, il frame #200, il frame #250, il frame #300 ed il frame #340 per quanto riguarda il provino con orientamento delle fibre a  $-45^{\circ}/+45^{\circ}$  gradi, analogamente si è fatto lo stesso ragionamento per il provino con orientamento  $0^{\circ}/90^{\circ}$ ; nello specifico: il frame #83, il frame #166, il frame #249, il frame #332, il frame #415, il frame #498 ed infine il frame #540.



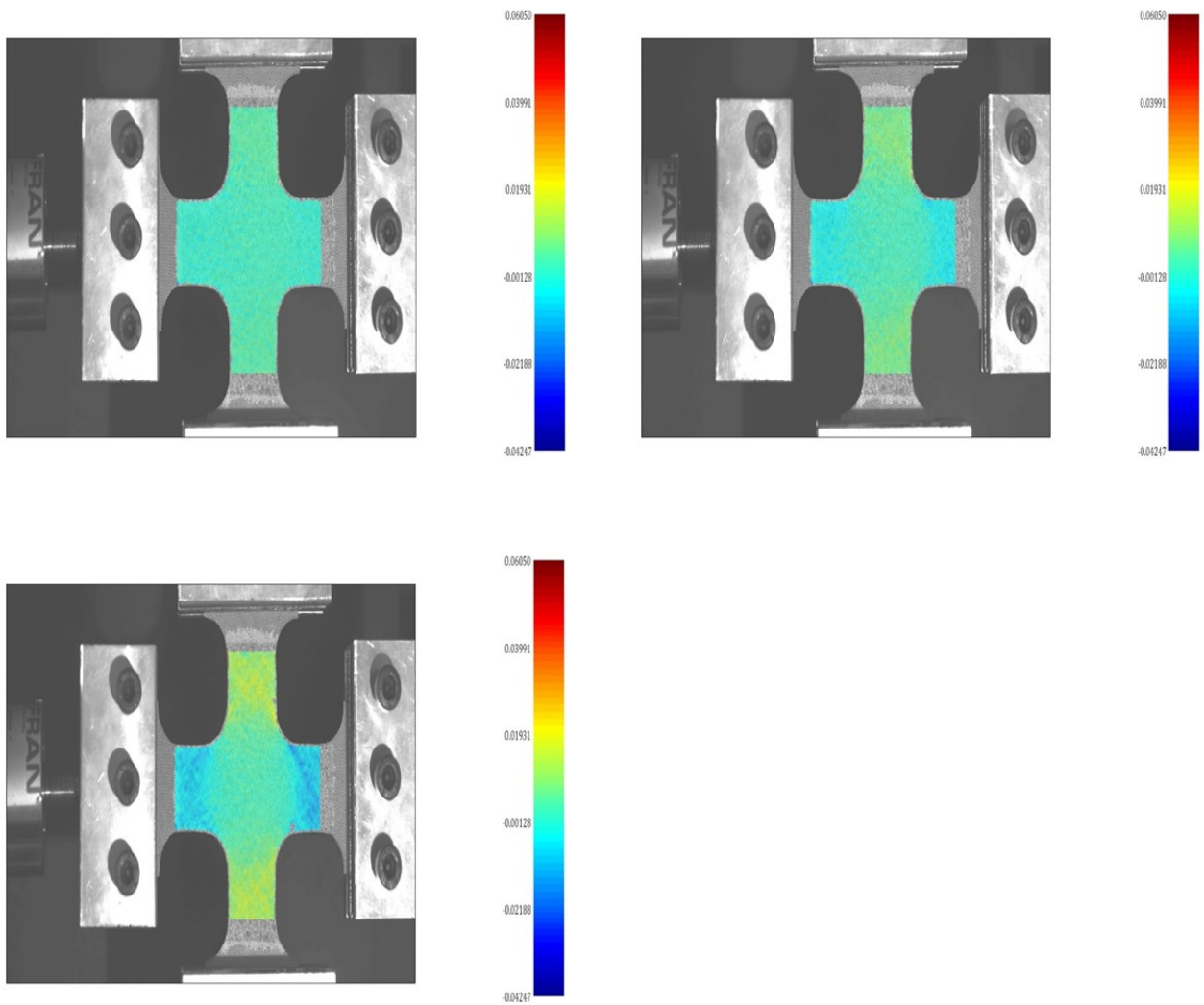
**Figura 11**  $\epsilon_x$  andando in senso orario frame #50, frame# 100, frame #150 (fibre 45°)

Osservando le immagini relative alla deformazione lungo x si osserva chiaramente una deformazione positiva più importante lungo tale asse ed in maniera simmetrica per effetto poisson una contrazione nell'asse in direzione y; invece la parte centrale del provino assume una deformazione più omogenea.



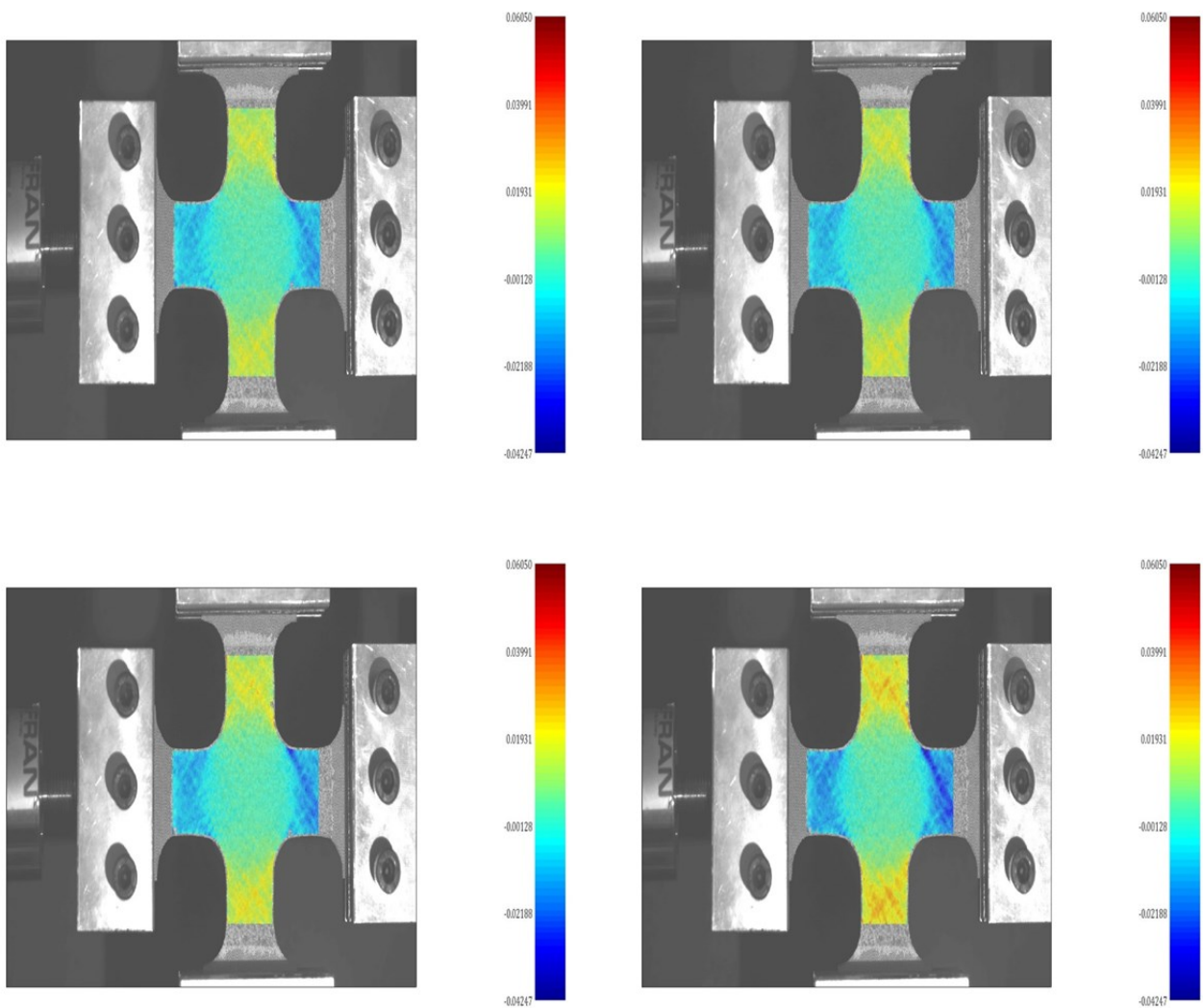
**Figura 12**  $\epsilon_x$  sopra da sx a dx frame# 200, frame #250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340  
(fibre 45°)

Anche nel valutare le immagini relative invece alla deformazione lungo y si può fare una simile riflessione.



**Figura 13**  $\epsilon_y$  andando in senso orario frame#50, frame#100, frame#150 (fibre 45°)





**Figura 14**  $\epsilon_y$  sopra da sx a dx frame#200, frame #250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340  
(fibre 45°)

Mentre nella deformazione angolare rappresentata dalla  $\epsilon_{xy}$  si osserva una certa uniformità di deformazione sull'intero corpo tranne che negli angoli ossia i raccordi delle "ali" del provino cruciforme. L'angolo in alto a sinistra ed il suo opposto tendono ad "aprirsi" viceversa per gli altri due angoli che tendono a "chiudersi".

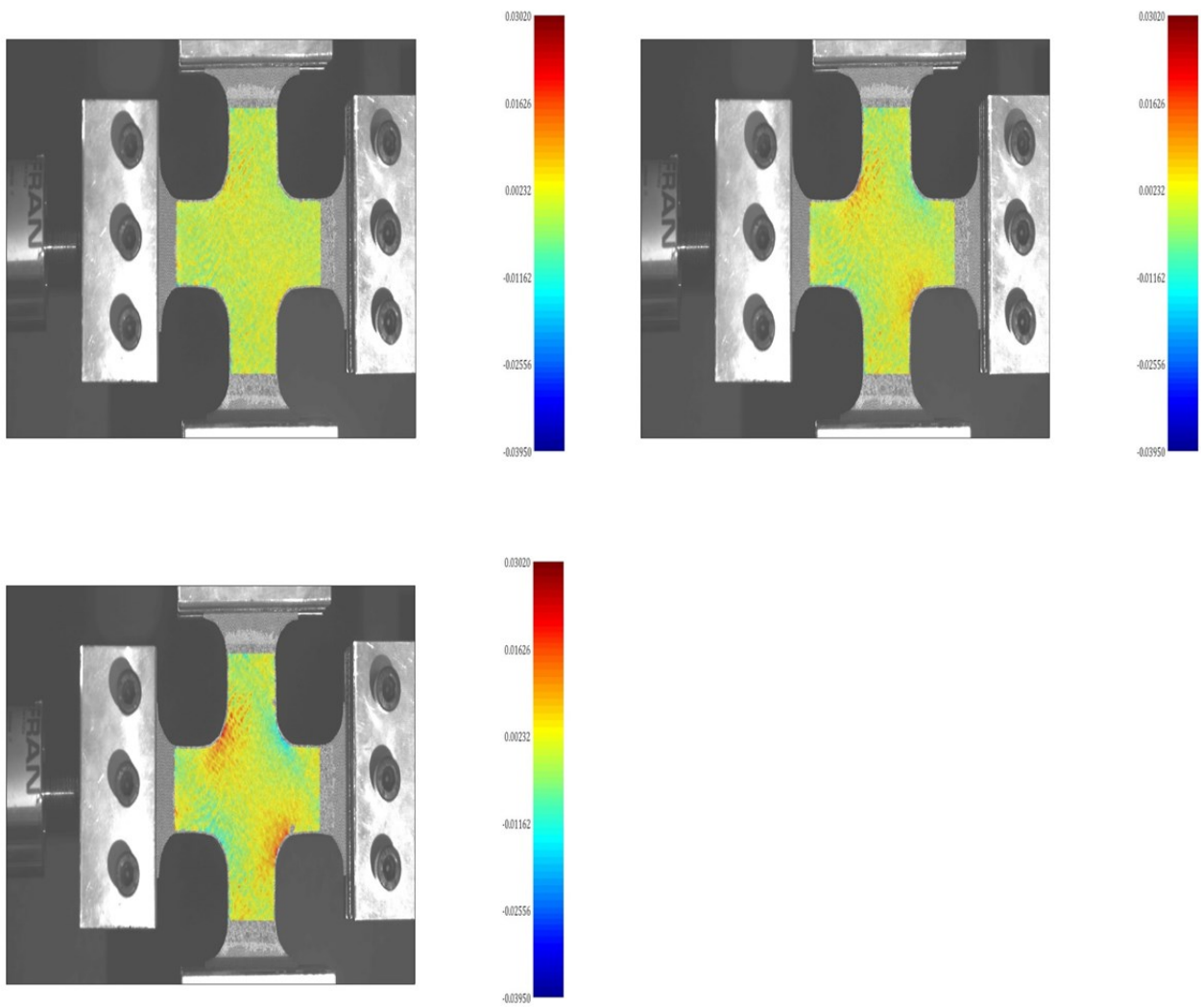


Figura 15  $\epsilon_{xy}$  andando in senso orario frame#50, frame#100, frame#150 (fibre 45°)

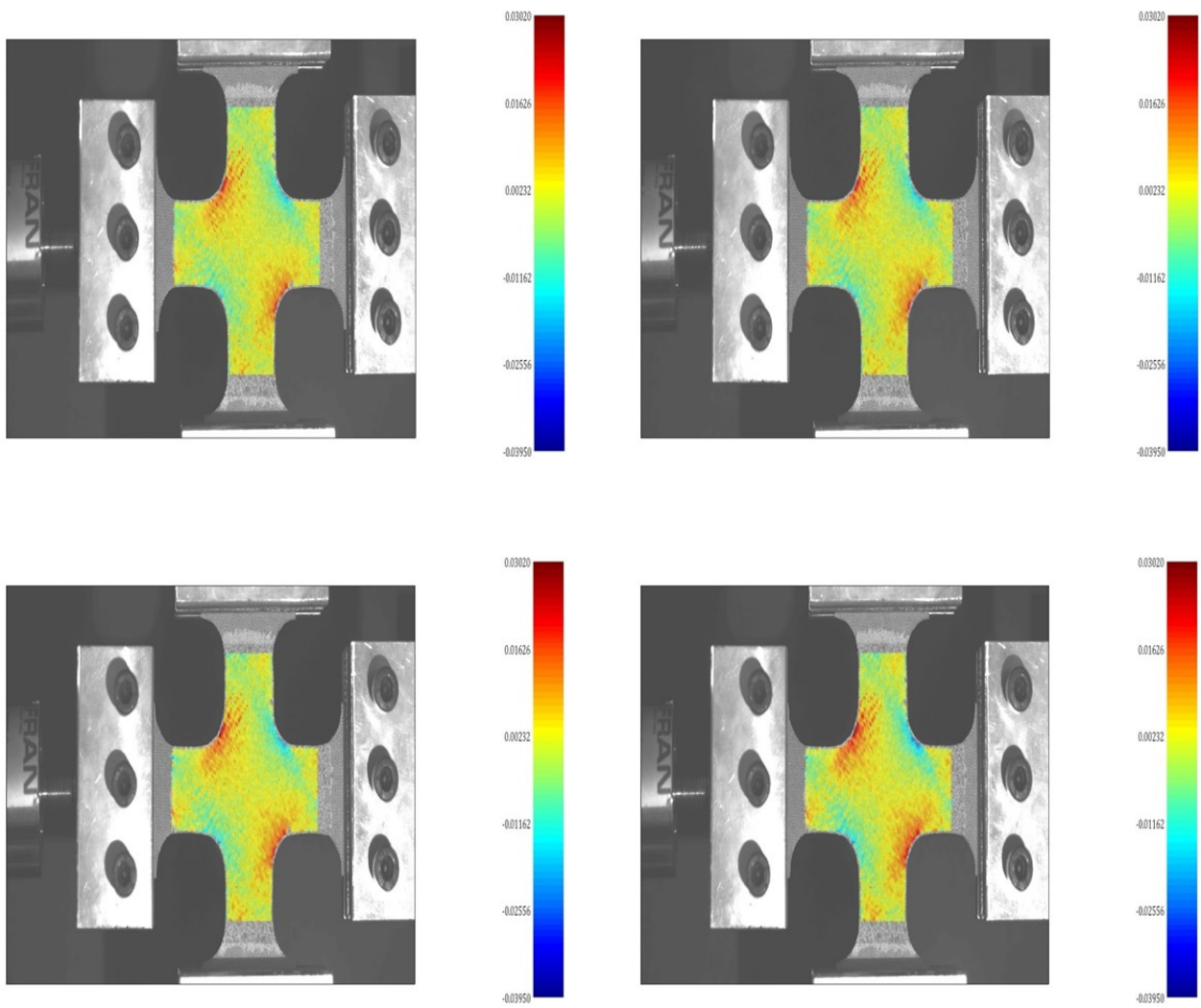


Figura 16  $\epsilon_{xy}$  sopra da sx a dx frame# 200, frame #250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340  
(fibre 45°)

Si riportano anche le deformazioni principali in cui le deformazioni associate sono tipiche di un materiale composito con orientamento di 45° rispetto al carico.

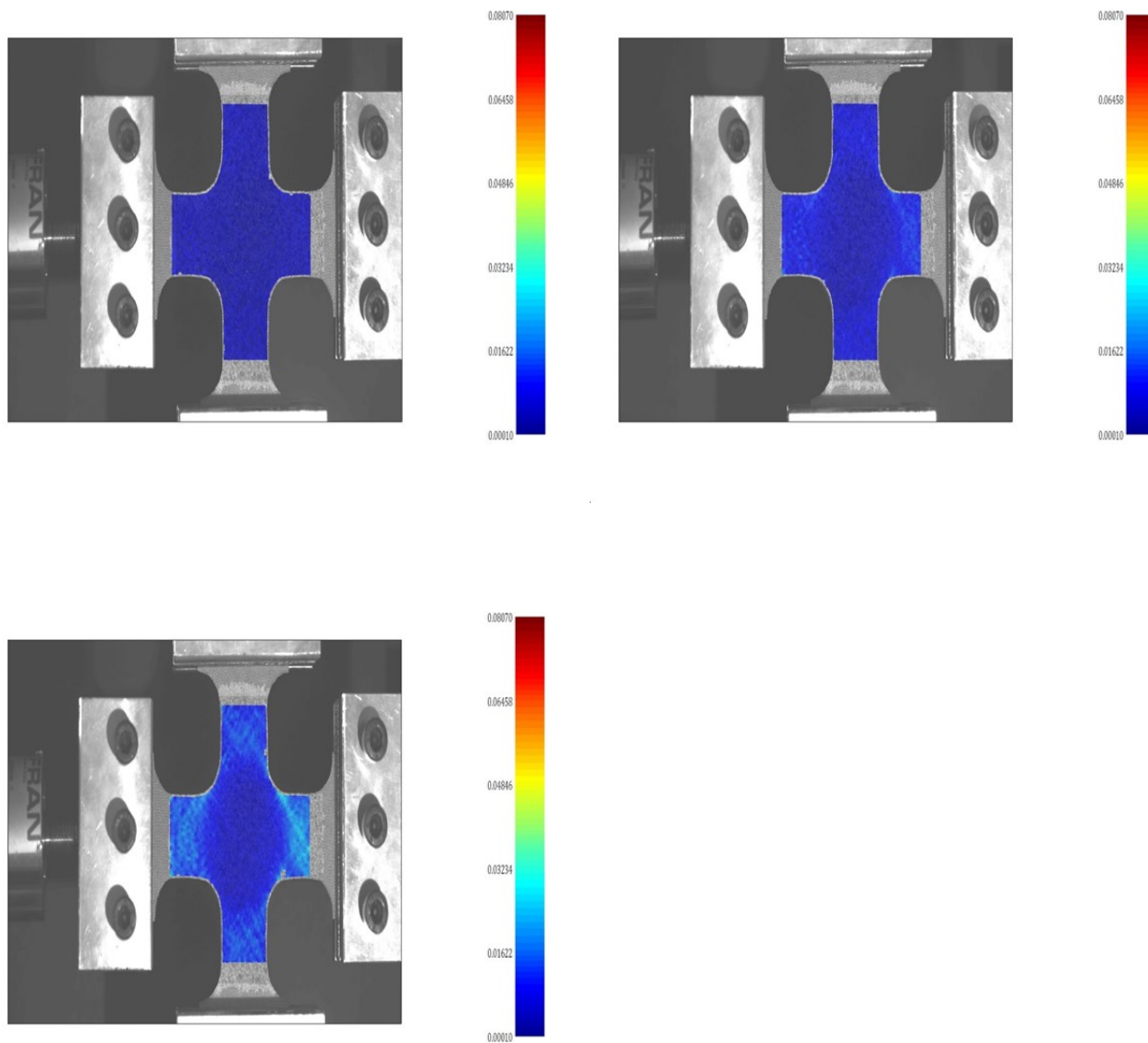
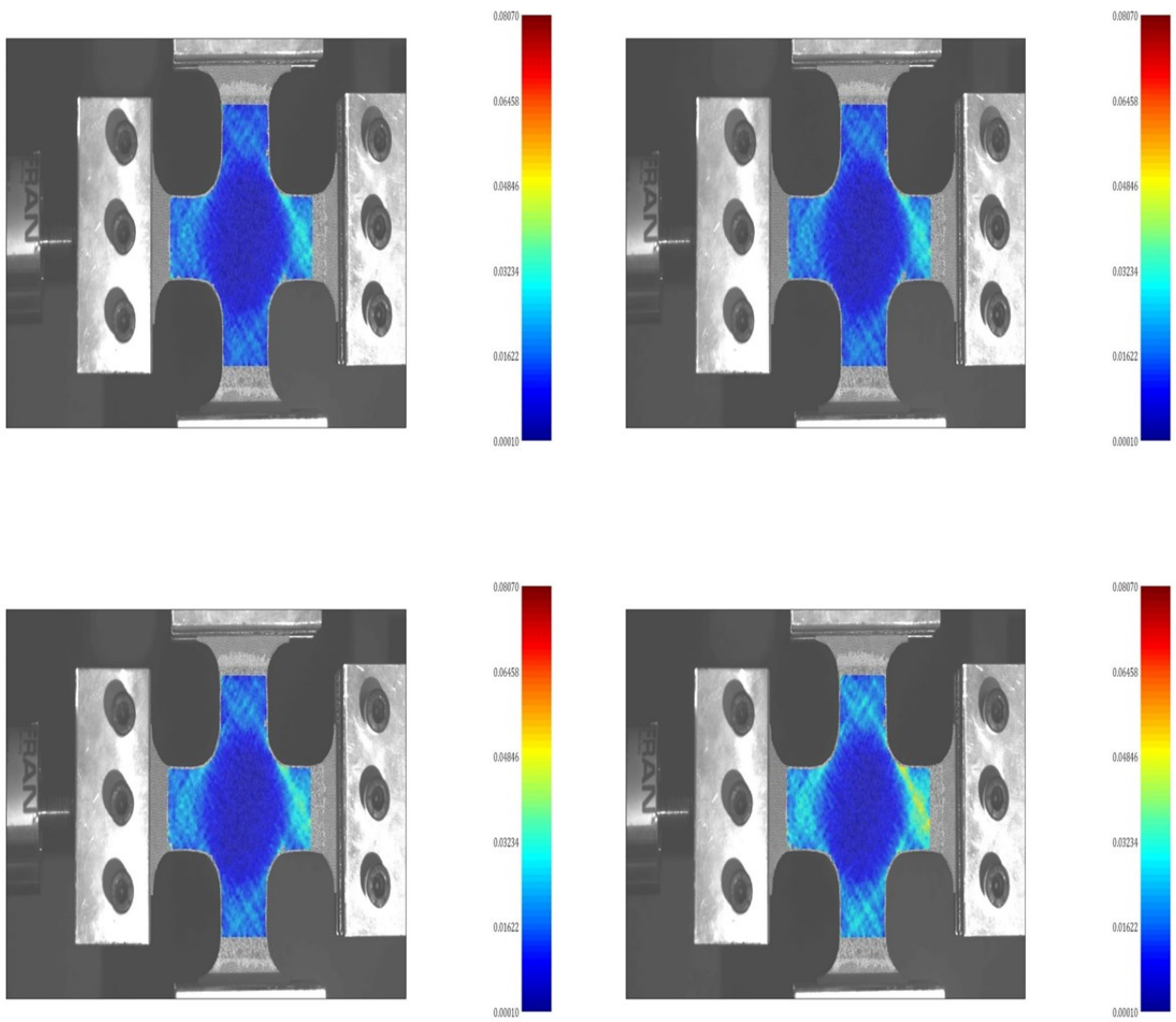
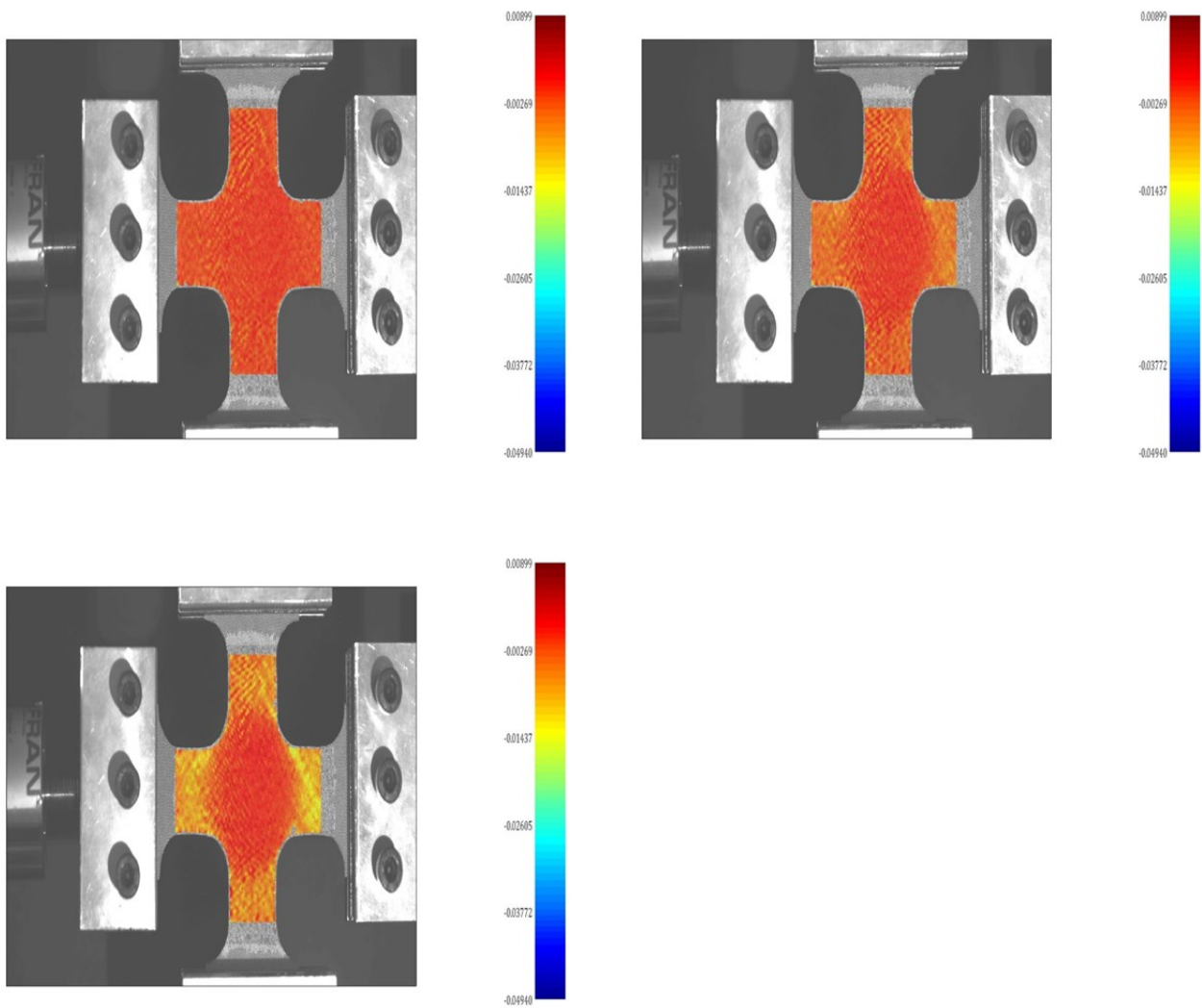


Figura 17  $\epsilon_1$  andando in senso orario frame#50, frame#100, frame#150 (fibre 45°)

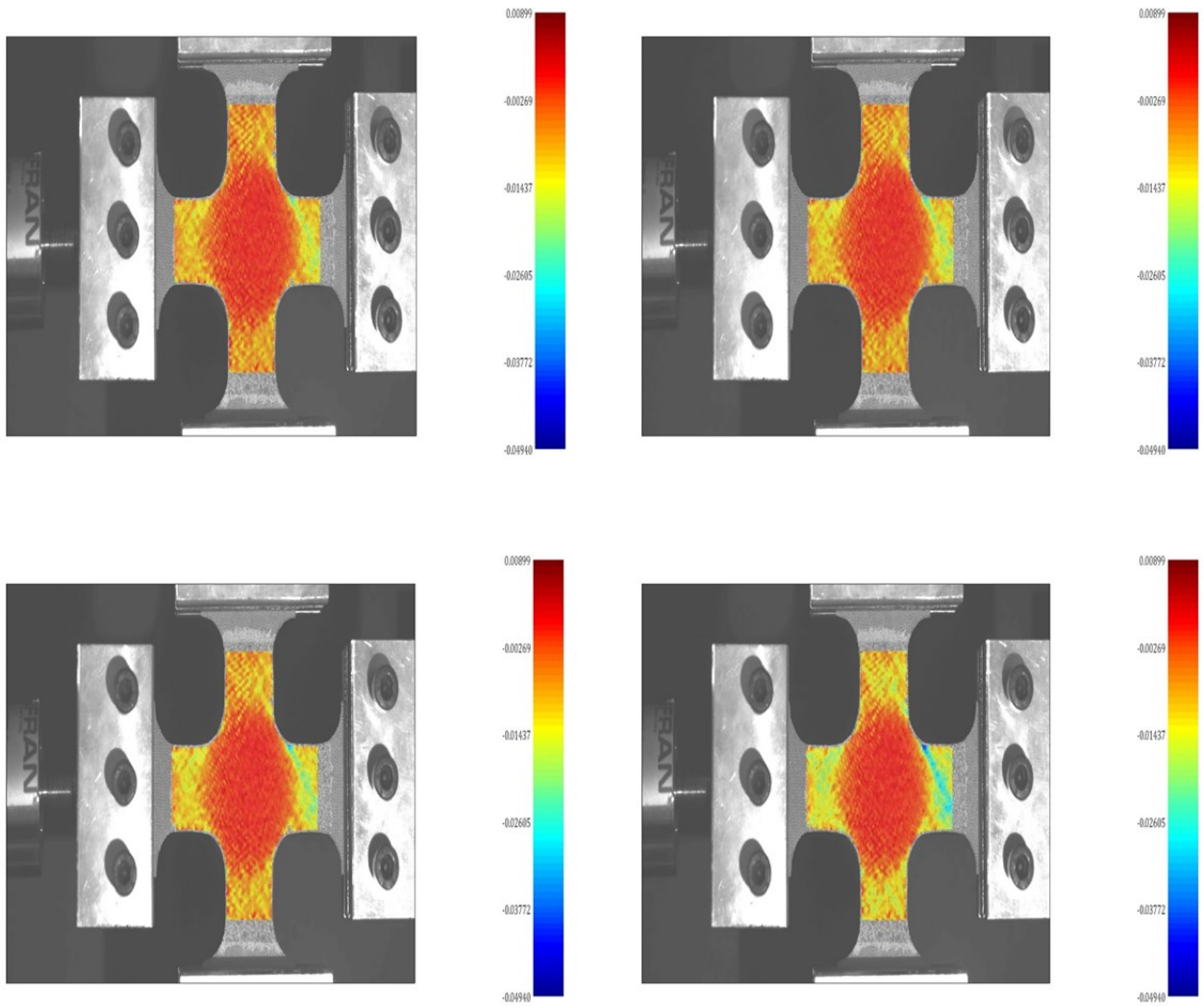


**Figura 18  $\epsilon_1$**  sopra da sx a dx frame#200, frame#250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340  
(fibre 45°)



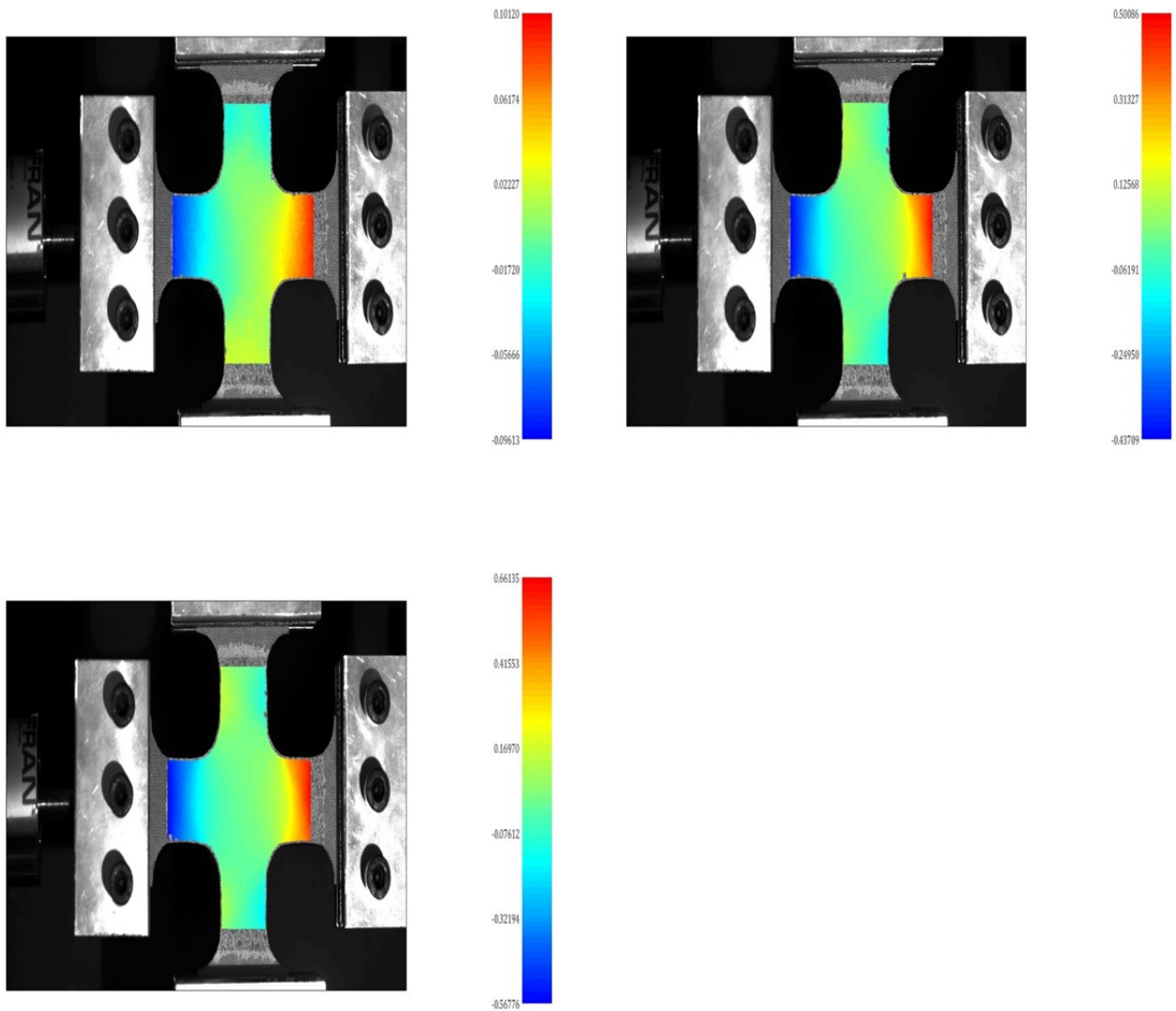
**Figura 19**  $\epsilon_2$  andando in senso orario frame#50, frame#100, frame#150 (fibre 45°)





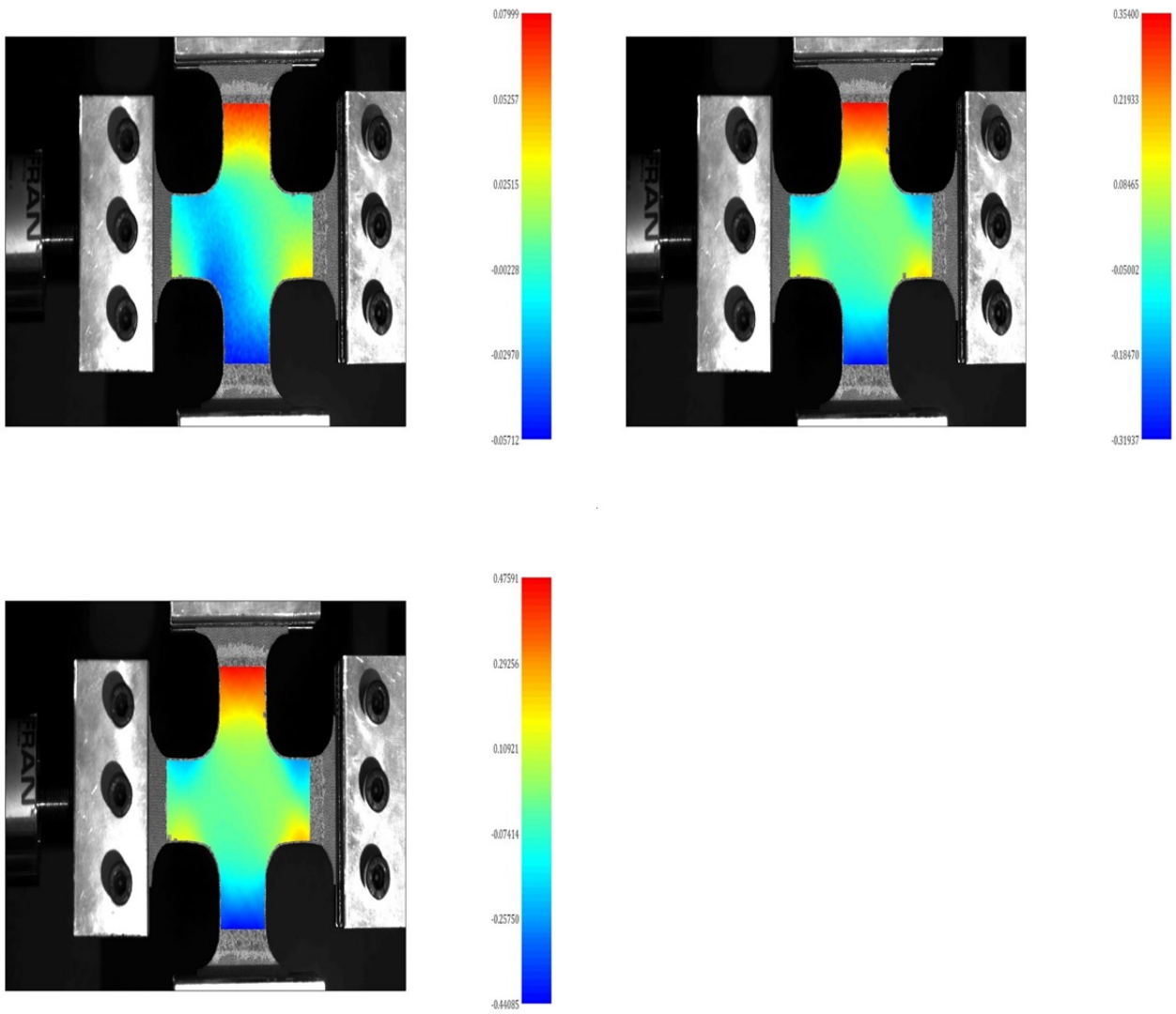
**Figura 20**  $\epsilon_2$  sopra da sx a dx frame# 200, frame #250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340 (fibre45°)

Per completezza si aggiungono anche le mappe degli spostamenti nelle tre direzioni, le immagini relative alla griglia virtuale sul corpo indeformato ed il suo corrispondente deformato ed anche la ricostruzione dimensionale del corpo che meglio fa comprendere lo spostamento da una situazione iniziale ad una finale ma questa volta riferite solo al frame #50, al frame #200 ed al frame #340 per il provino orientato con le fibre a 45° mentre per quello orientato a 90° si fa riferimento al frame#83, al frame#332 ed al frame#580.

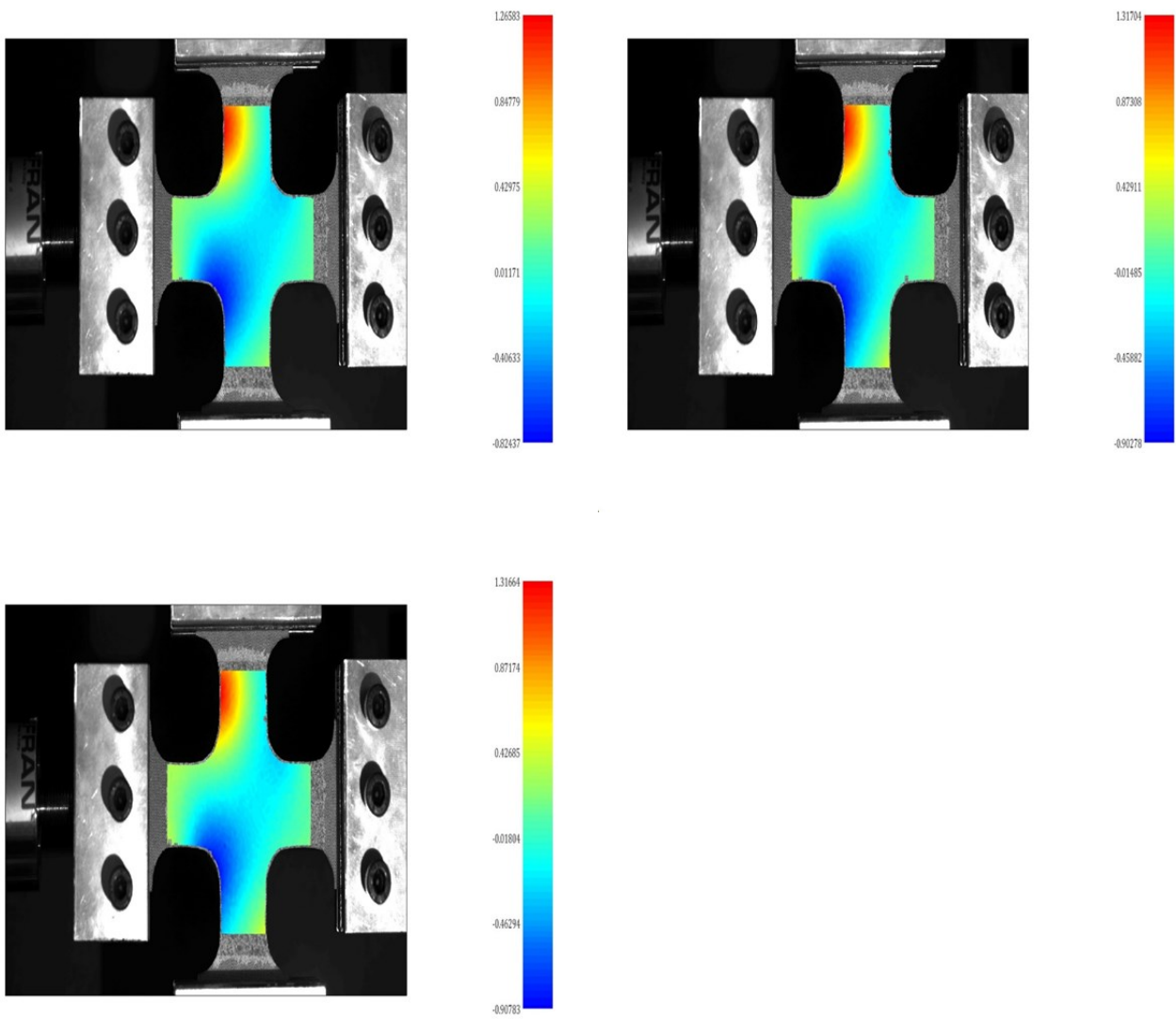


**Figura 21** Spostamento in direzione x andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 45°)

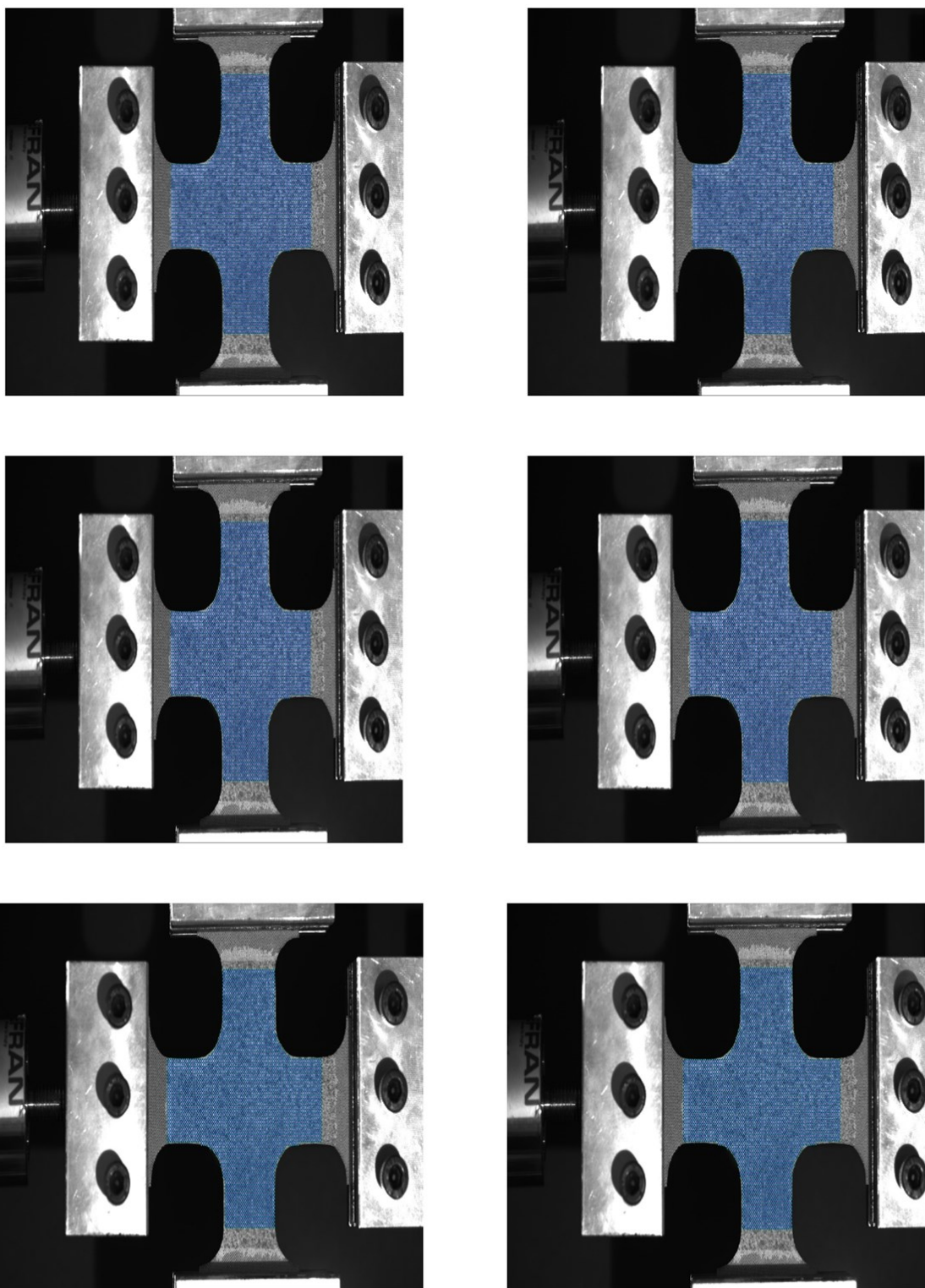




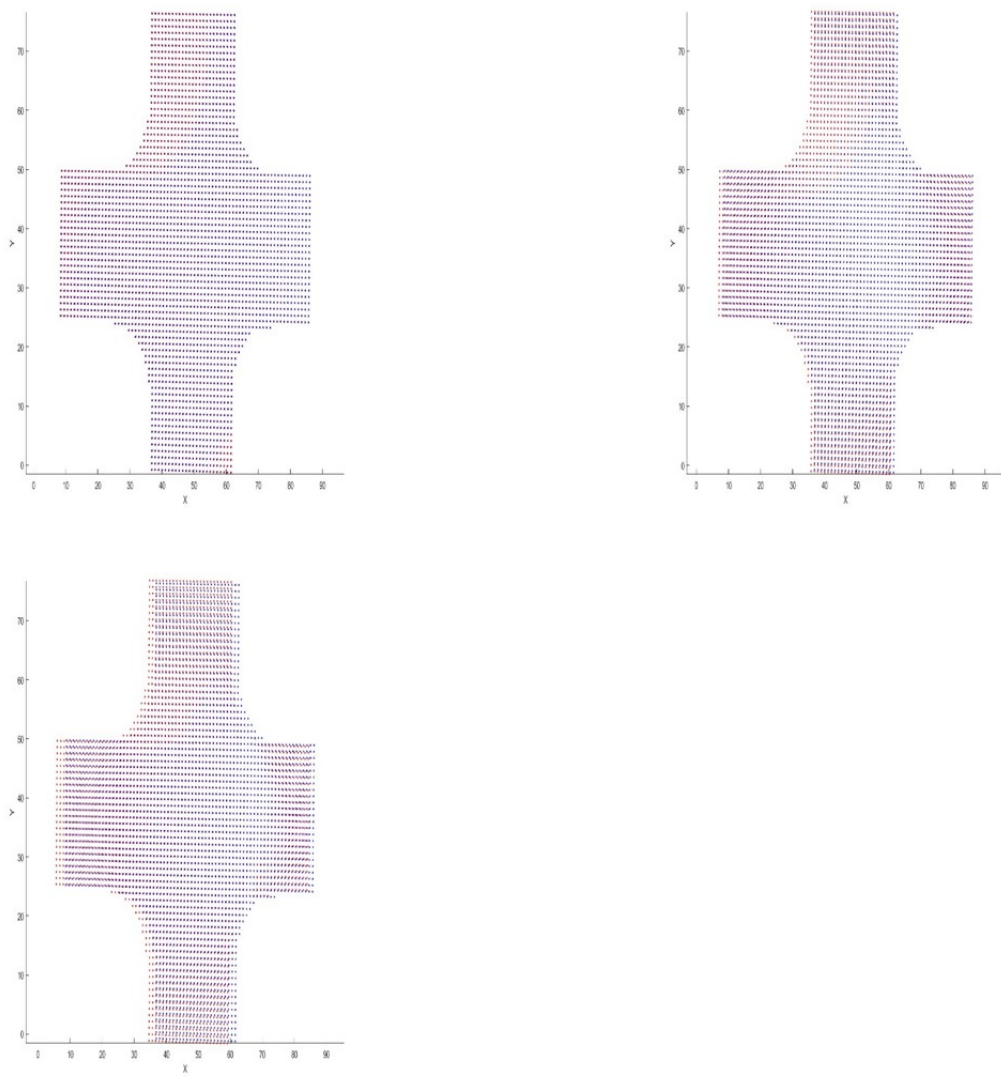
**Figura 22** Spostamento in direzione y andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 45°)



**Figura 23** Spostamento in direzione z andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 45°)



**Figura 24** Griglia virtuale; in senso orario da sx a dx frame#50i, frame#50d; frame#200i, frame#200d; frame#340i, frame#340d (fibre 45°)



**Figura 25** Dimensione in [mm] andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 45°)

Visualizzando le diverse immagini è facile intuire come procede lo spostamento con prevalenza in una direzione ben precisa ovvero uno shift verso sinistra questo per il fatto che il provino cruciforme è stato montato su un dispositivo dove vi è un afferaggio fisso mentre gli altri sono liberi di muoversi sotto l'azione dei carichi imposti come intuibile in figura 26

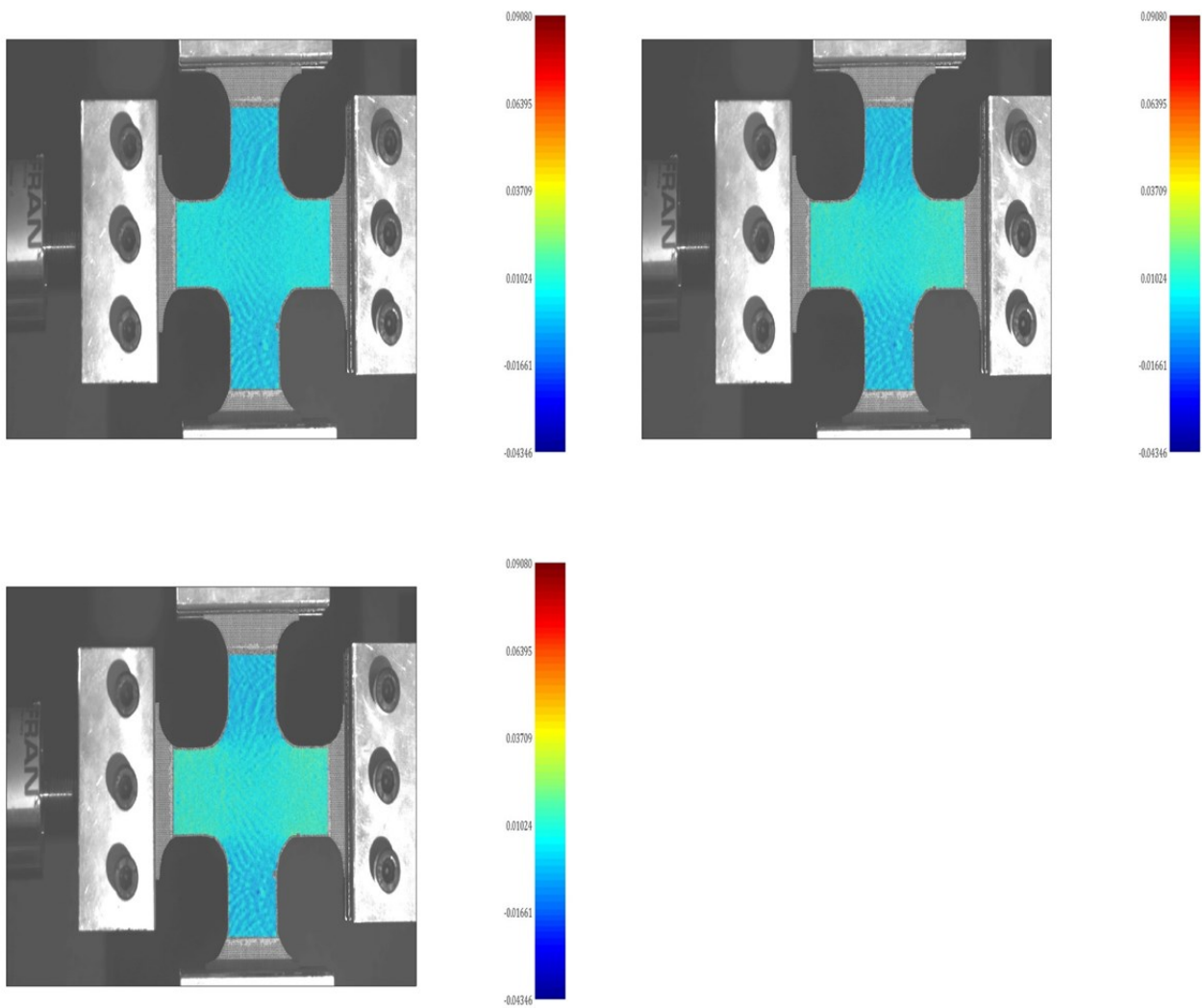


**Figura 26** macchina per la prova di trazione

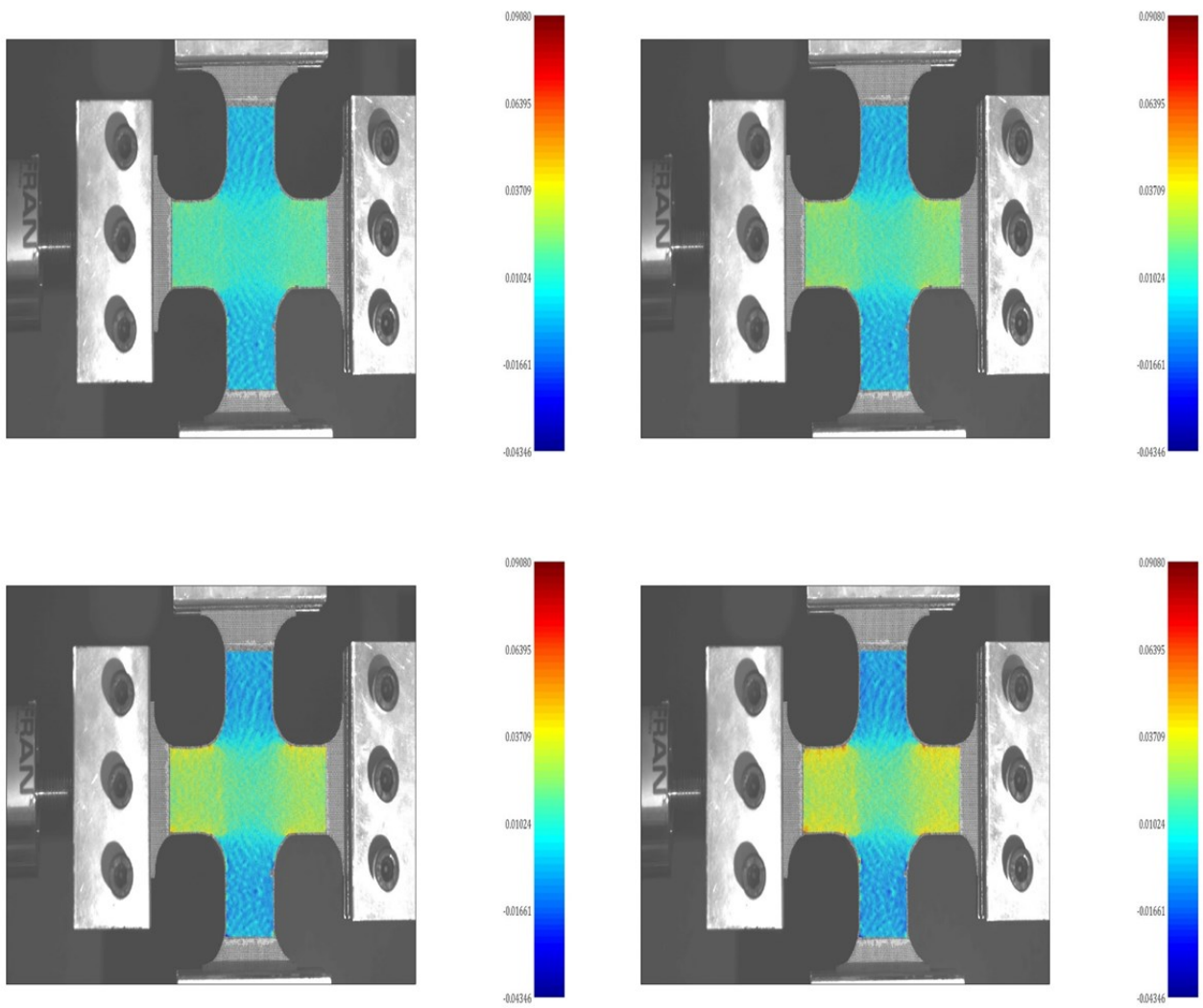
Si riportano anche le immagini relative al provino con orientamento  $0^\circ/90^\circ$  potendo fare analogamente delle stesse osservazioni fatte in precedenza ma osservando una distribuzione di deformazione al centro del provino meno uniforme e più netta.

Certamente un diverso orientamento delle fibre comporta un differente comportamento e quindi una diversa risposta all'azione delle forze visibile nelle immagini relative che seguono.





**Figura 27**  $\mathcal{E}_x$  andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°)



**Figura 28**  $\epsilon_x$  sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580  
(fibre 90°)

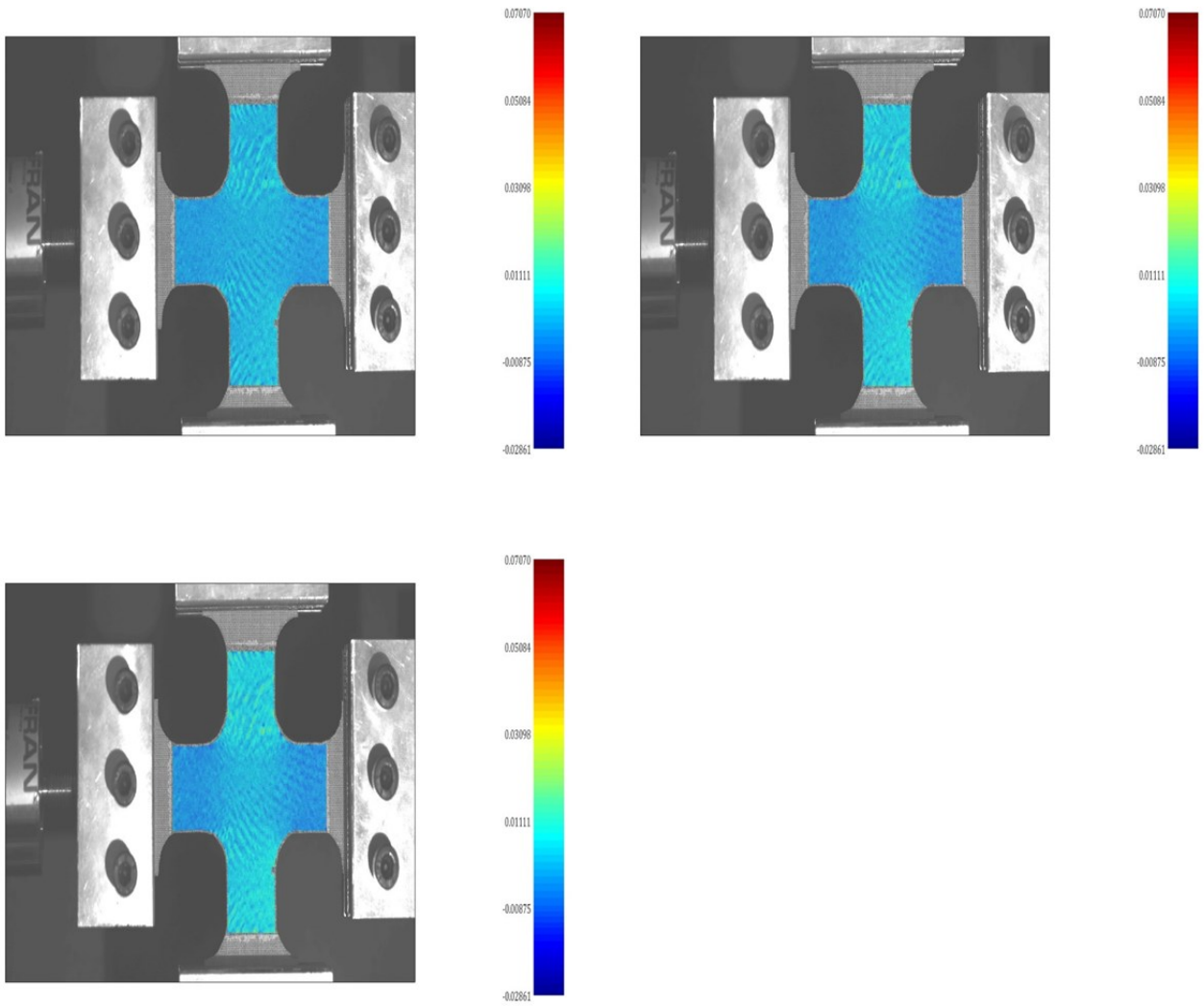
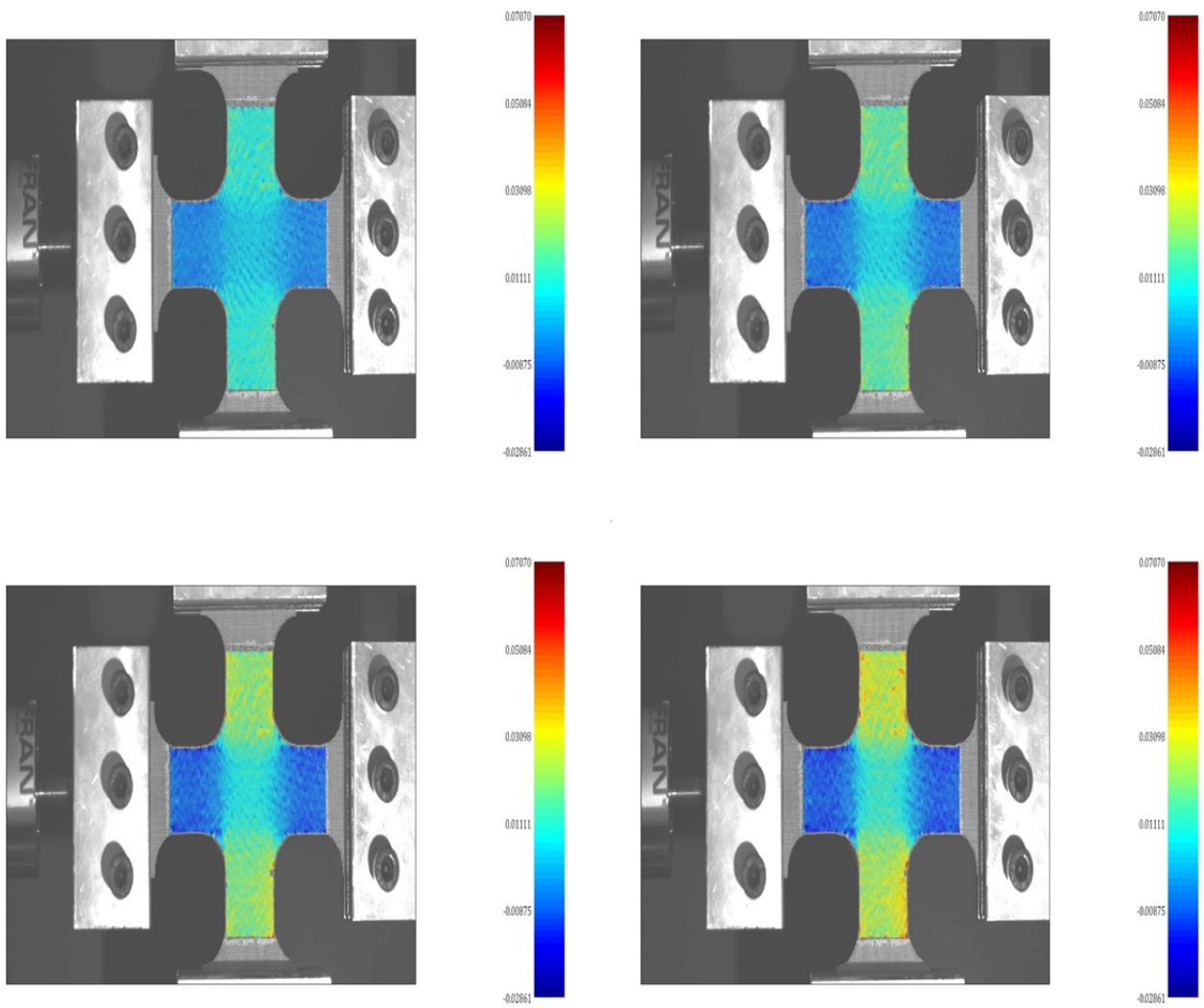


Figura 29  $\epsilon_y$  andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°)





**Figura 30**  $\epsilon_y$  sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580  
(fibre 90°)

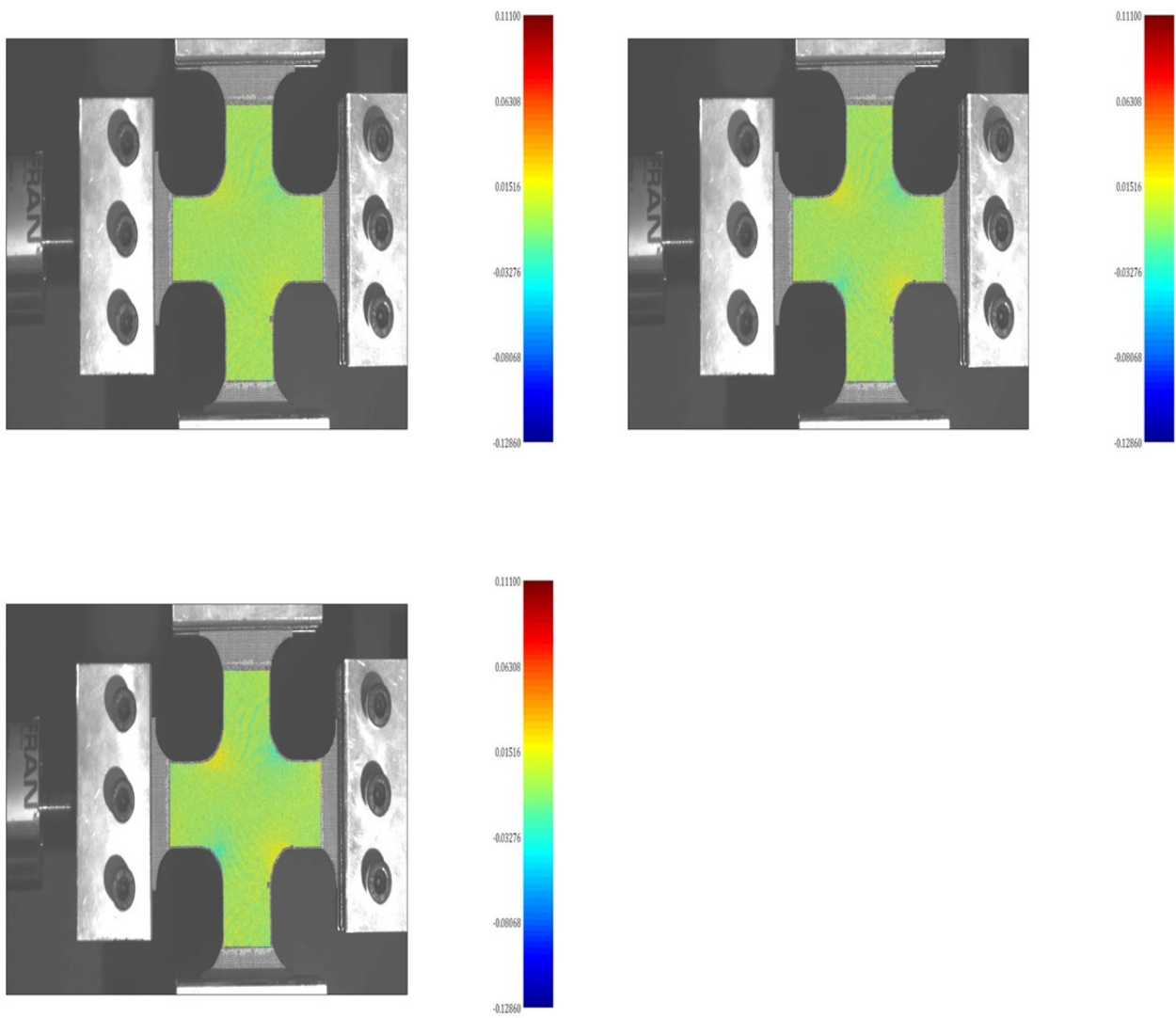


Figura 31  $\epsilon_{xy}$  andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°)

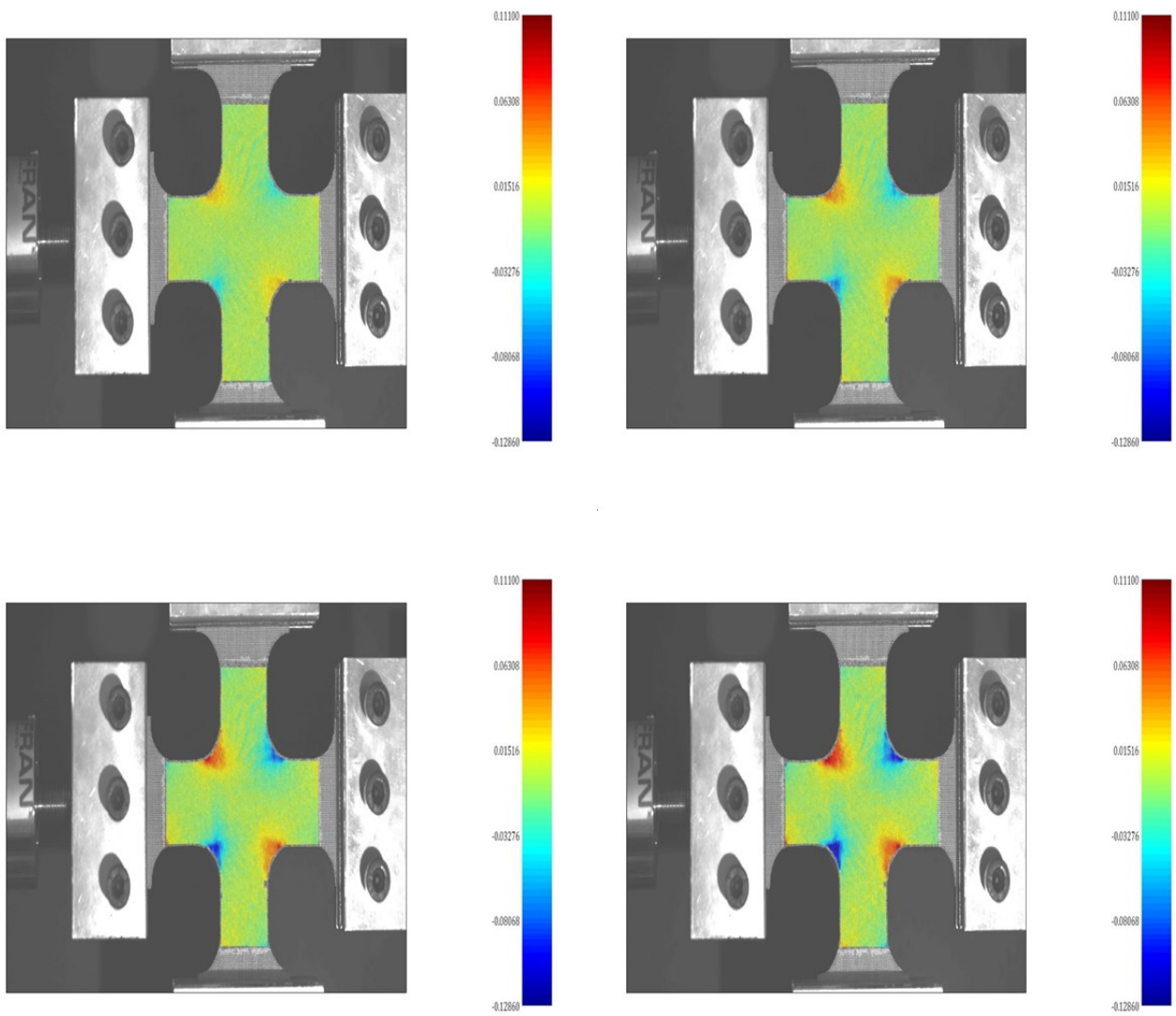
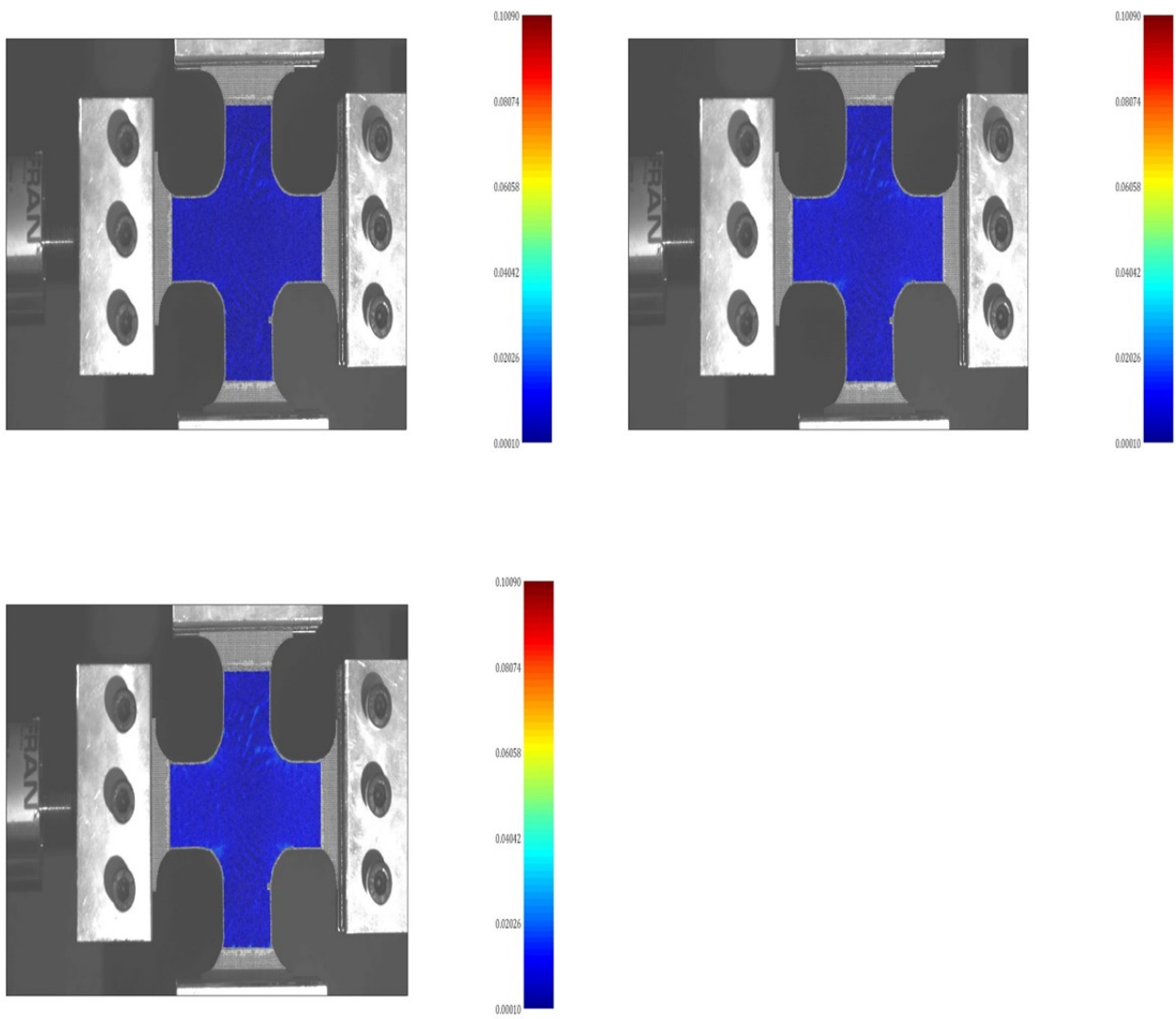
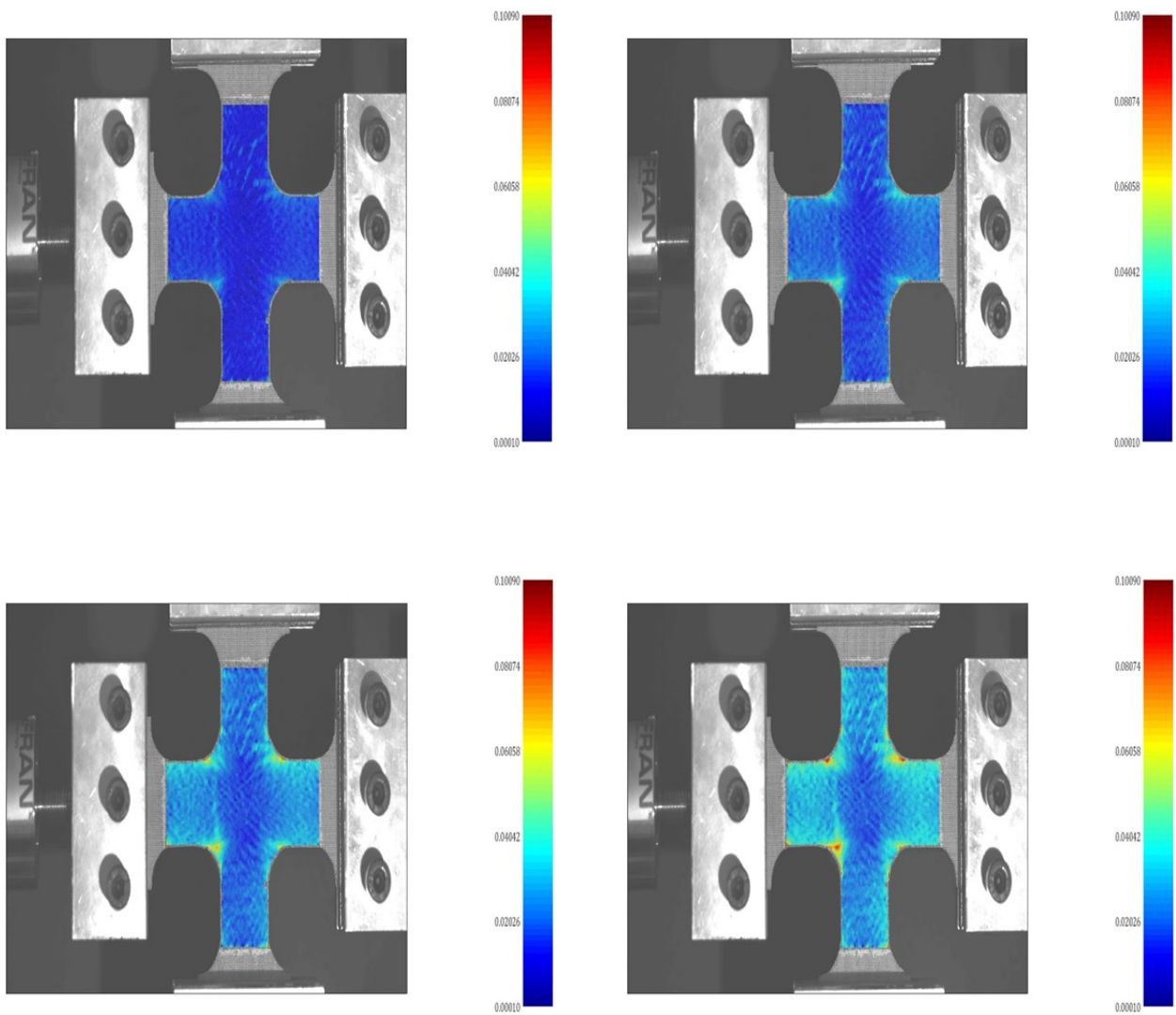


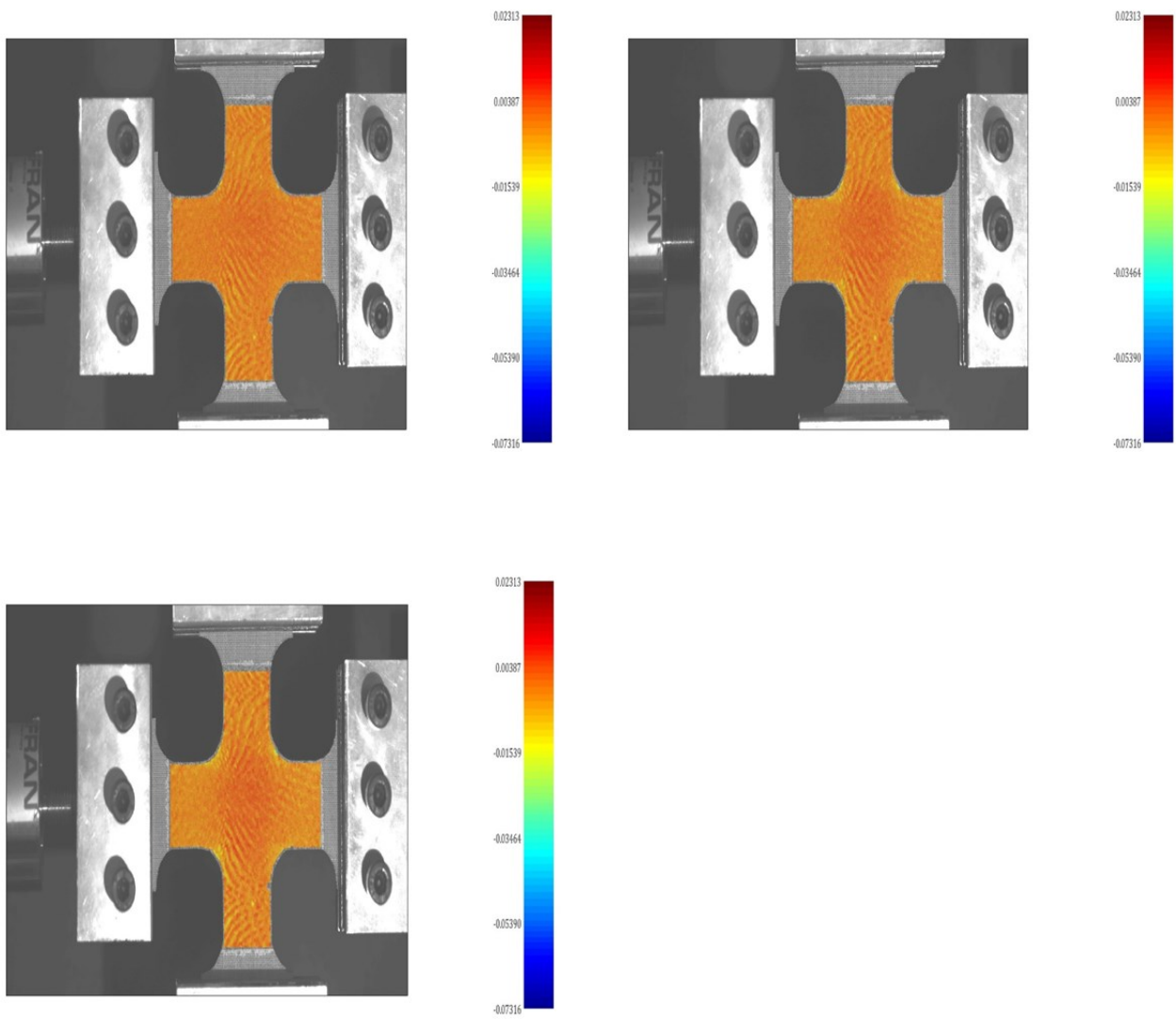
Figura 32  $\epsilon_{xy}$  sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580  
(fibre 90°)



**Figura 33**  $\epsilon_1$  andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°)



**Figura 34**  $\mathcal{E}_1$  sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580  
(fibre 90°)



**Figura 35**  $\epsilon_2$  andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°)



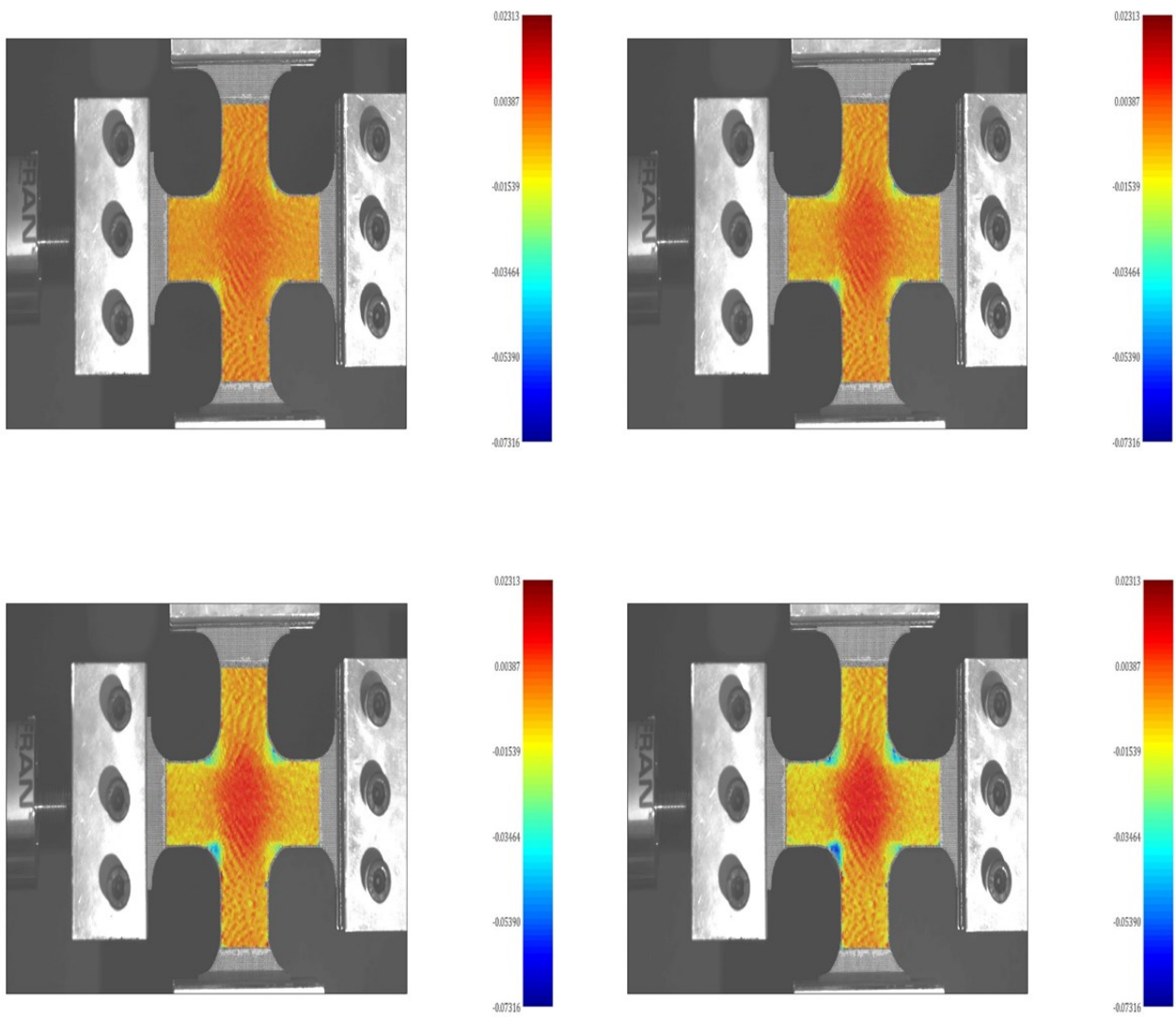
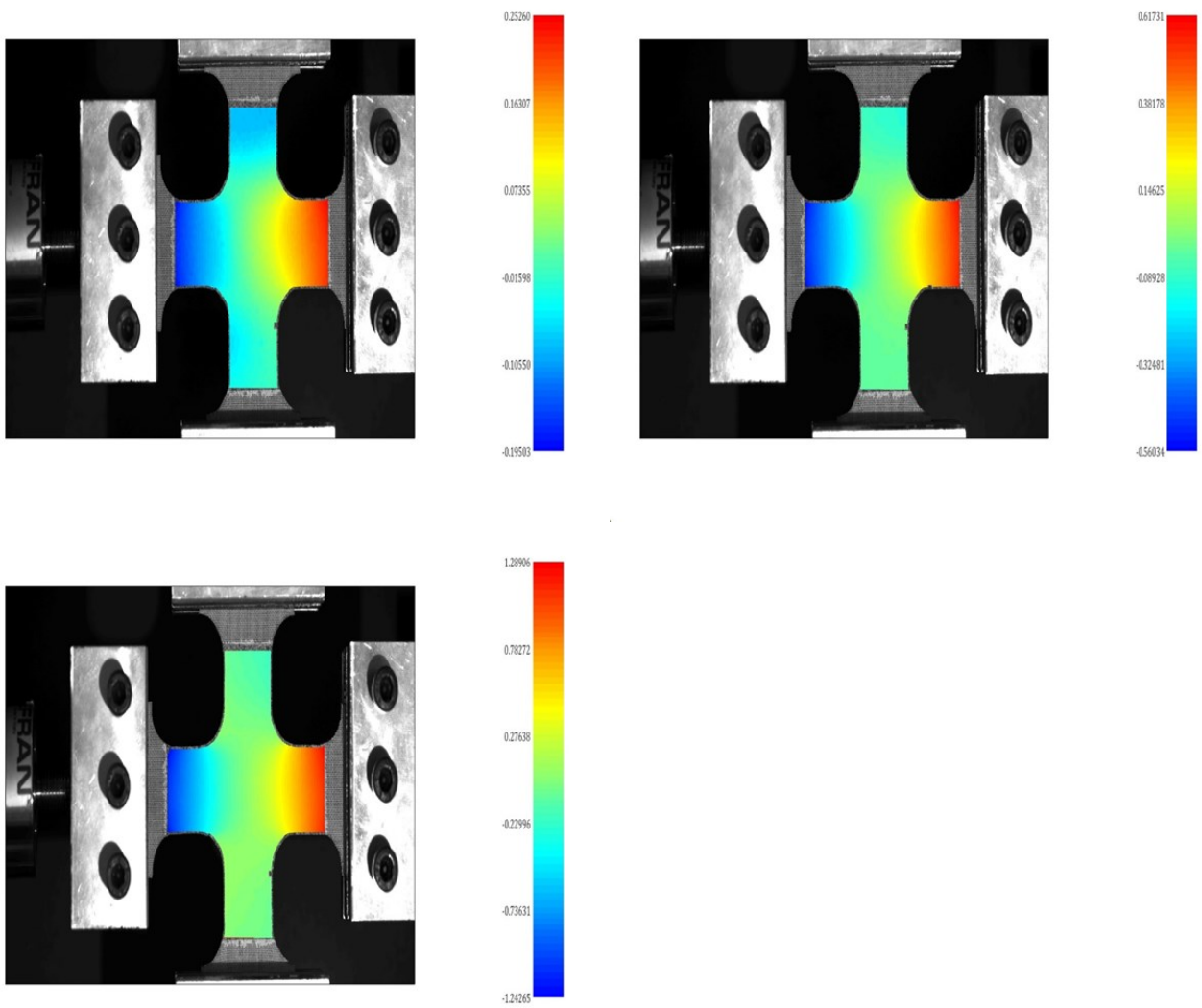
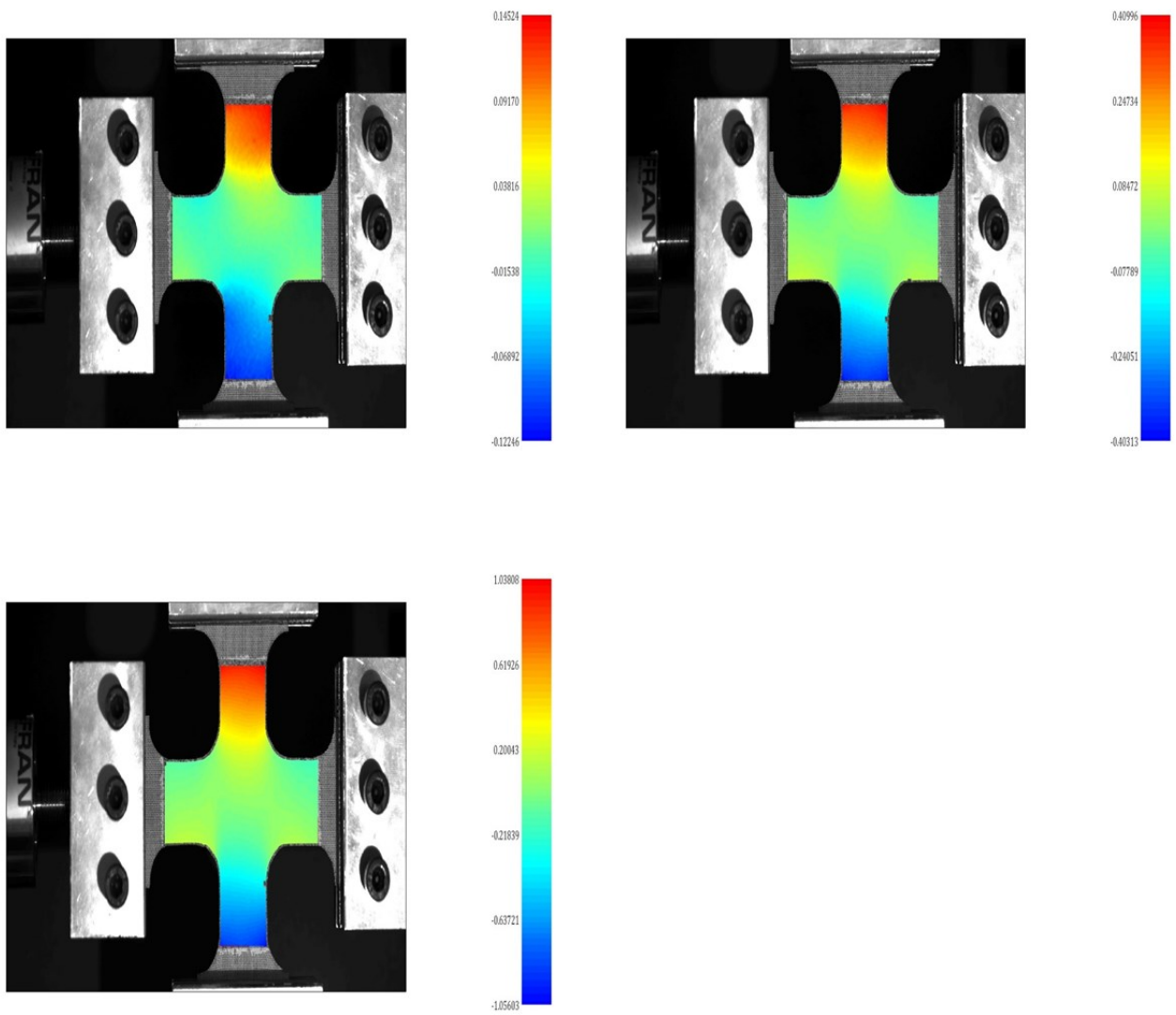


Figura 36  $\mathcal{E}_2$  sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580  
(fibre 90°)

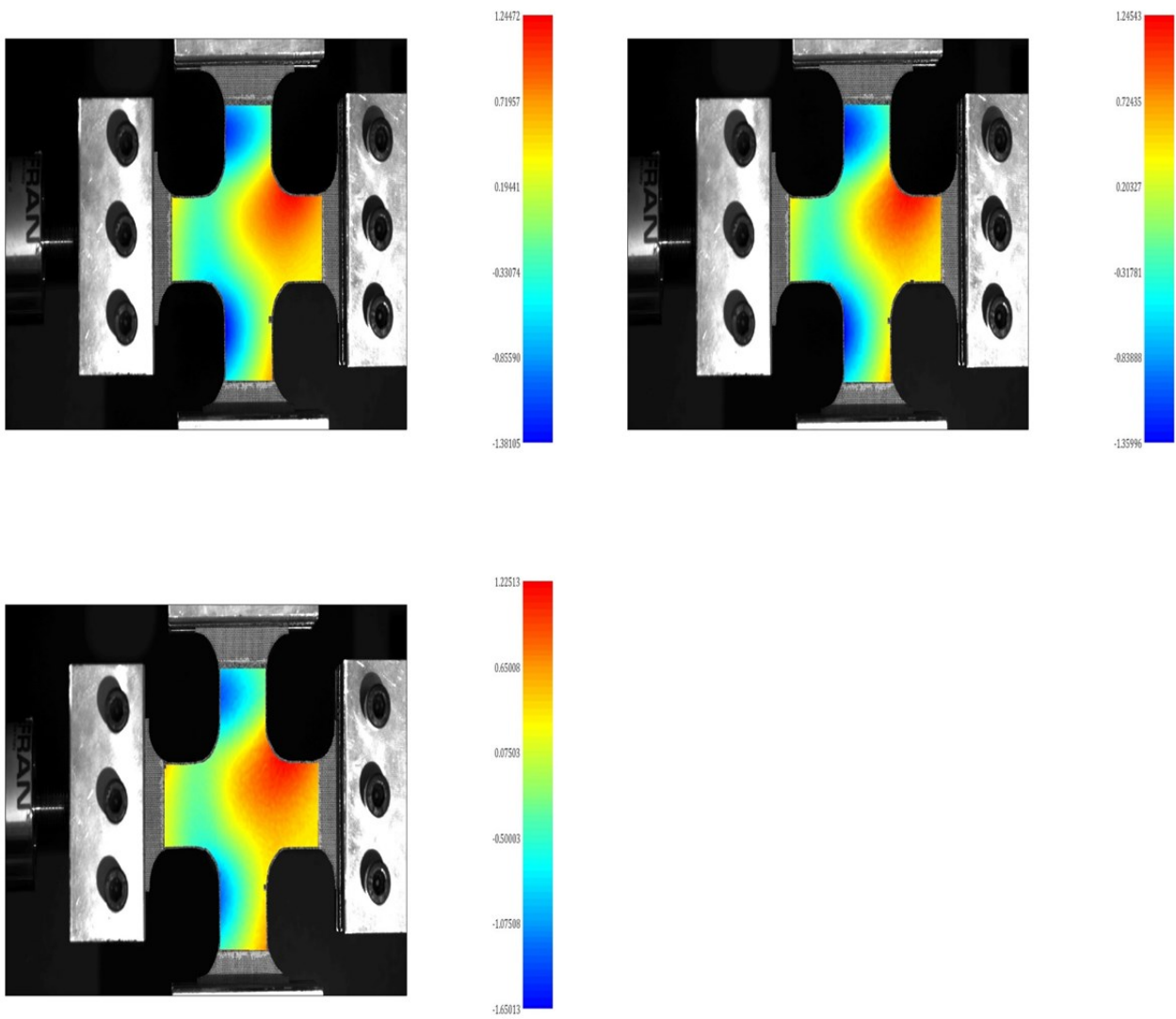


**Figura 37** Spostamento in direzione x andando in senso orario frame#83, frame#332, frame#580 (fibre 90°)

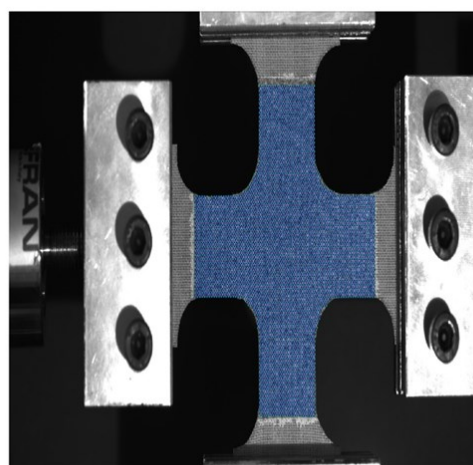
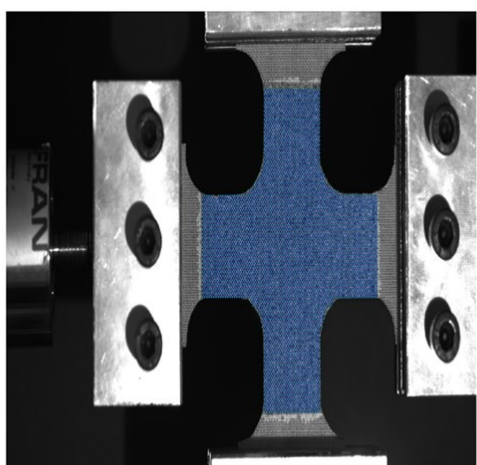
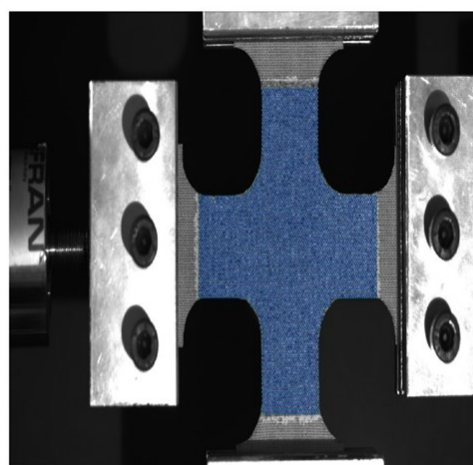
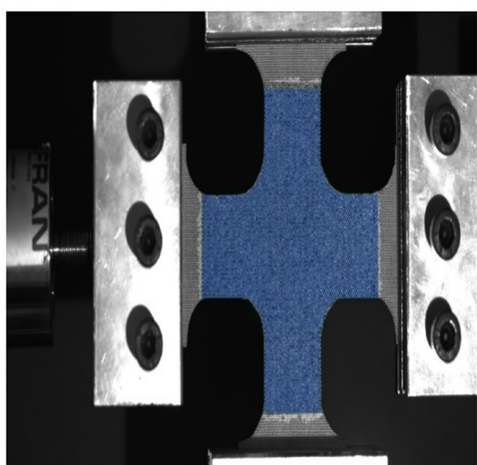
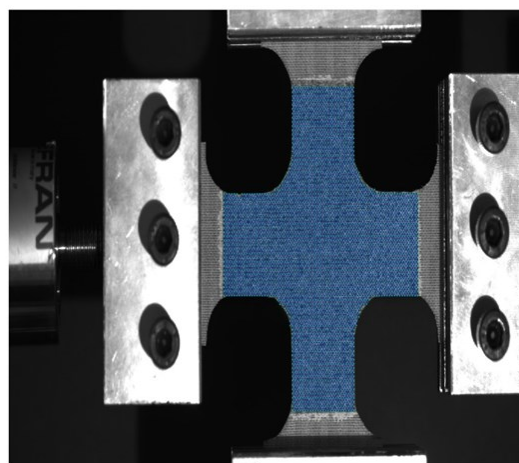
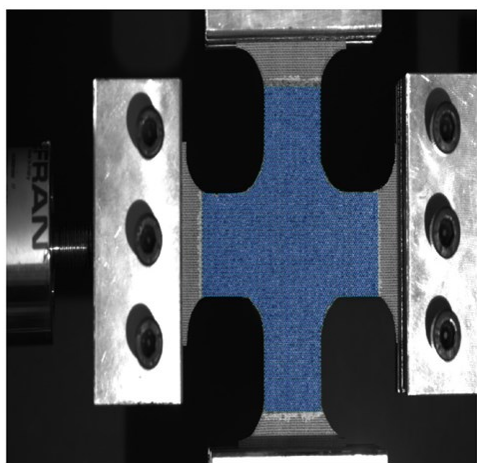




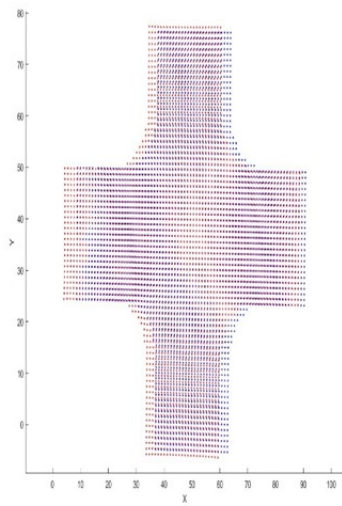
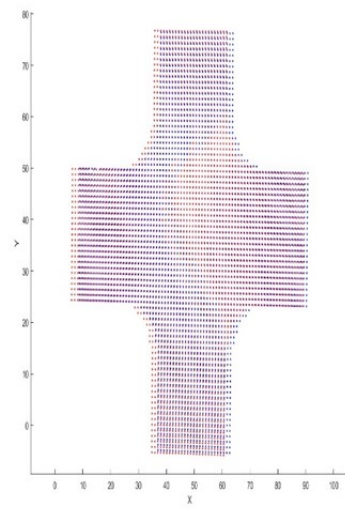
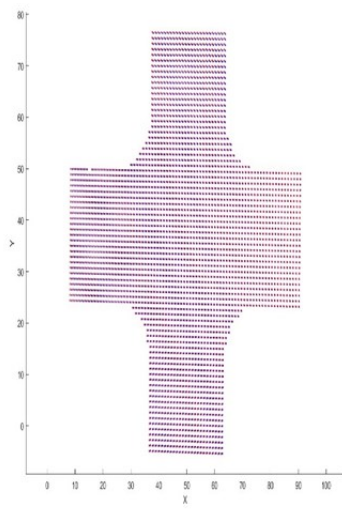
**Figura 38** Spostamento in direzione y andando in senso orario frame#83, frame#332, frame#580 (fibre 90°)



**Figura 39** Spostamento in direzione z andando in senso orario frame#83, frame#332, frame#580 (fibre 90°)



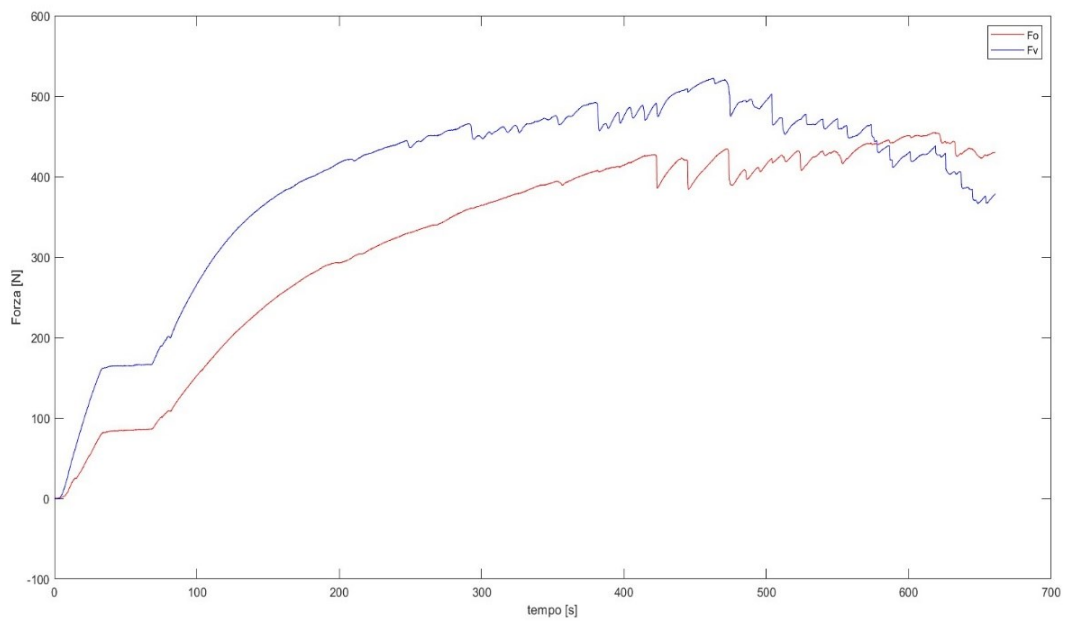
**Figura 40** Griglia virtuale; in senso orario da sx a dx frame#83i, frame#83d; frame#332i, frame#332d; frame#580i, frame#580d (fibre 90°)



**Figura 41** Dimensione in [mm] andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 90°)

Se si osservano gli spostamenti del provino con le fibre orientate a  $90^\circ$  così come anche in figura 41 si scorge, considerando che la parte che si sposta è evidenziata dai pallini di colore rosso mentre quella di riferimento con i pallini blu, una certa curvatura ossia il provino non rimane piano. Tale anomalia si giustifica dal non perfetto serraggio di uno dei quattro afferraggi.

Pertanto, vi è stato uno scorrimento inducendo ad un non adeguato allineamento, questo aspetto può essere meglio messo in evidenza dal grafico della forza/tempo registrato dalle celle di carico.



**Figura 42** Diagramma Forza/Tempo

In conclusione, possiamo dire confrontando quanto ottenuto dai test su questi provini uno orientato con le fibre a  $-45^{\circ}/+45^{\circ}$  l'altro a  $0^{\circ}/90^{\circ}$  che il materiale certamente non isotropo si può modellare come un materiale ortotropo.

I confronti effettuati all'interno dei test hanno confermato la tendenza già nota di resistenza maggiore in riferimento del materiale con le fibre lungo la direzione del carico.

## Conclusioni

Il lavoro di tesi è stato finalizzato all'approfondimento delle metodologie di analisi ottica delle deformazioni, con interesse per la Digital Image Correlation.

In questo contesto, la tecnica è stata utilizzata per osservare il comportamento meccanico di provini di materiale composito sottoposti ad una prova di trazione equibiaxiale.

Particolare importanza è stata riservata alla spiegazione della procedura seguita per applicare la stereo 3D-DIC e le accortezze adottate per il suo corretto funzionamento. Non si è esitato, infine, di illustrare il sistema utilizzato (camera, obiettivo, luci) e di ripercorrere le fasi inerenti alla preparazione dei provini, l'esecuzione delle prove e le problematiche via via riscontrate, delineando, ove possibile, le soluzioni adottate.

L'utilizzo della DIC ha permesso il superamento di condizioni per le quali lo studio meccanico del materiale risultava assai complesso, dovuto principalmente alla tipologia dei campioni.

Essendo la DIC una tecnica con assenza di contatto che prevede l'utilizzo di un apposito software, è stato possibile valutare i parametri influenti sulle caratteristiche della prova e modulare gli stessi al fine di comprenderne il setting ottimale.

Nelle prove elaborate il metodo ha consentito di valutare l'effettiva distribuzione e disomogeneità delle mappe di spostamento (anche fuori dal piano) e deformazione consentendo un notevole vantaggio anche in termini qualitativi.

## Bibliografia

- [1] M. A. Sutton, J. H. Yan, V. Tiwari, H. W. Schreier e J. J. Orteu, «The effect of out-of-plane motion on 2D and 3D digital image correlation measurements,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 46, pp. 746-757, 2008.
- [2] B. Pan, K. Qian, H. Xie e A. Asundi, «Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review,» *Measurement Science and Technology*, vol. 20, 2009.
- [3] M. A. Sutton, J. J. Orteu e H. W. Schreier, *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. Basic Concepts, Theory and Applications*, Springer, 2009.
- [4] D. Lecompte, A. Smits, S. Bossuyt, H. Sol, J. Vantomme, D. V. Hemelrijck e A. Habrakenc, «Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 44, pp. 1132-1145, 2006.
- [5] D. Lecompte, H. Sol, J. Vantomme e A. Habraken, «Analysis of speckle patterns for deformation measurements by digital image correlation,» *Proceedings of SPIE*, vol. 6341, 2006.
- [6] C. Niezrecki, P. Avitabile, C. Warren, P. Pingle e M. Helfrick, «A Review of Digital Image Correlation Applied to Structural Dynamics,» *The 9th International Conference on Vibration Measurements by Laser and Noncontact Techniques and Short Course, AIP Conference Proceedings*, vol. 1253, pp. 219-232, 2010.
- [7] J. Chen, G. Jin e L. Meng, «Applications of Digital Correlation Method to Structure Inspection,» *Tsinghua Science and Technology*, vol. 12, pp. 237-243, 2007.
- [8] S. Yaofeng e J. H. L. Pang, «Study of optimal subset size in digital image correlation of speckle pattern images,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 45, pp. 967-974, 2007.
- [9] B. Pan, H. Xie, Z. Wang, K. Qian e Z. Wang, «Study on subset size selection in digital image correlation for speckle patterns,» *Optics Express*, vol. 16, pp. 7037-7048, 2008.
- [10] H. Lu e P. D. Cary, «Deformation measurement by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient,» *Experimental Mechanics*, vol. 40, p. 393-400, 2000.

- [11] H. W. Schreier e M. A. Sutton, «Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions,» *Experimental Mechanics*, vol. 42, pp. 303-310, 2002.
- [12] P. Zhou e K. E. Goodson, «Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation (DISC),» *Optical Engineering*, vol. 40, pp. 1613-1620, 2001.
- [13] Y. Lin e Z. Lan, «Sub-pixel displacement measurement in digital image correlation using particle swarm optimization,» *International Conference on Information, Networking and Automation*, pp. 497-501, 2010.
- [14] B. Pan, «Recent progress in digital image correlation,» *Experimental Mechanics*, vol. 51, pp. 1223-1235, 2011.
- [15] A. Giachetti, «Matching techniques to compute image motion,» *Image and Vision Computing*, vol. 18, pp. 247-260, 2000.
- [16] W. Tong, «An evaluation of digital image correlation criteria for strain mapping applications,» *Strain*, vol. 41, pp. 167-175, 2005.
- [17] J. Luo, K. Ying, P. He e J. Bai, «Properties of Savitzky-Golay digital differentiators,» *Digital signal processing*, vol. 15, pp. 122-136, 2005.
- [18] J. Luo, J. Bai, P. He e K. Ying, «Axial strain calculation using a low-pass digital differentiator in ultrasound elastography,» *IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 2004, pp. 1119-1127, 2004.
- [19] M. A. Sutton, J. L. Turner, H. A. Bruck e T. A. Chae, «Full-field representation of discretely sampled surface deformation for displacement and strain analysis,» *Experimental Mechanics*, vol. 31, pp. 168-177, 1991.
- [20] W. Tong, «Detection of plastic deformation patterns in a binary aluminum alloy,» *Experimental Mechanics*, vol. 37, pp. 452-459, 1997.
- [21] C. C. B. Wang, J. M. Deng, G. A. Ateshian e C. T. Hung, «An automated approach for direct measurements of two-dimensional strain distributions within articular cartilage under unconfined compression,» *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 124, pp. 557-567, 2002.
- [22] C. Watrisse, A. Chrysochoos, J. M. Muracciole e M. Nemoz-Gaillard, «Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation,» *Experimental Mechanics*, vol. 41, pp. 29-39, 2001.



- [23] B. Pan, A. Asundi, H. Xie e J. Gao, «Digital image correlation using iterative least square and pointwise least squares for displacement field and strain field measurements,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 47, pp. 865-874, 2009.
- [24] A Good Practices Guide for Digital Image Correlation, <https://doi.org/10.32720/idics/gpg.ed1>, 2018.
- [25] Bridgens, B. N., Gosling, P. D., & Birchall e M. S., «Tensile fabric structure: concepts, practice & developments,» *The structural engineer*, pp. 21-27, 2004.
- [26] C. S., D. X., F. R., Y. H. e N. J., «Tensile behavior of PVC-coated woven membrane materials under uni- and bi-axial loads,» *Wiley Periodicals InterScience*, pp. 2038-2044, 2007.
- [27] T. Garbowski, «Material Model Calibration Based on Full-Field Measurements and Inverse Analysis with Applications to Concrete Dams and Anisotropic Free-Foils,» *Politecnico di Milano (Doctoral Thesis)*, 2009.
- [28] Corradi dell'Acqua, *Meccanica delle Strutture (Il comportamento dei mezzi continui)*, McGraw-Hill, 1992.
- [29] A. Gloria, «Polimeri e Composti Funzionali per la Ricostruzione dei Tessuti,» *Università Degli Studi di Napoli Federico II (Tesi di Dottorato)*, 2009.

## Indice figure

<b>Figura 1</b> griglia virtuale .....	3
Figura 2 . Un subset generato sull'immagine di riferimento viene rintracciato a seguito della deformazione, fornendo così il vettore di spostamento del suo punto centrale [2].....	4
Figura 3 speckle pattern.....	5
Figura 4 stereo angle [24] .....	12
Figura 5 Principio di funzionamento della stereografia binoculare utilizzata nei sistemi per la 3D-DIC .....	13
Figura 6 (da sx a dx) Un calibration target a scacchiera, un calibration target a punti e un ring template.....	15
Figura 7 Il metodo basato sui subset nella 2D-DIC viene utilizzato per tracciare la posizione di ogni punto target definito nell'immagine iniziale (a sx) nel resto delle immagini (a dx)...	16
Figura 8 Vernice spray.....	23
Figura 9 provino cruciforme con lo speckle pattern realizzato.....	23
Figura 10 setup analisi DIC .....	24
Figura 11 $\epsilon_x$ andando in senso orario frame #50, frame# 100, frame #150 (fibre 45°).....	27
Figura 12 $\epsilon_x$ sopra da sx a dx frame# 200, frame #250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340 (fibre 45°).....	28
Figura 13 $\epsilon_y$ andando in senso orario frame#50, frame#100, frame#150 (fibre 45°) .....	29
Figura 14 $\epsilon_y$ sopra da sx a dx frame#200, frame #250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340 (fibre 45°).....	30
Figura 15 $\epsilon_{xy}$ andando in senso orario frame#50, frame#100, frame#150 (fibre 45°).....	31
Figura 16 $\epsilon_{xy}$ sopra da sx a dx frame# 200, frame #250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340 (fibre 45°).....	32
Figura 17 $\epsilon_1$ andando in senso orario frame#50, frame#100, frame#150 (fibre 45°) .....	33
Figura 18 $\epsilon_1$ sopra da sx a dx frame#200, frame#250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340 (fibre 45°).....	34
Figura 19 $\epsilon_2$ andando in senso orario frame#50, frame#100, frame#150 (fibre 45°) .....	35
Figura 20 $\epsilon_2$ sopra da sx a dx frame# 200, frame #250; sotto da sx a dx frame#300, frame#340 (fibre45°).....	36
Figura 21 Spostamento in direzione x andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 45°).....	37
Figura 22 Spostamento in direzione y andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 45°).....	38
Figura 23 Spostamento in direzione z andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 45°).....	39
Figura 24 Griglia virtuale; in senso orario da sx a dx frame#50i, frame#50d; frame#200i, frame#200d; frame#340i, frame#340d (fibre 45°) .....	40
Figura 25 Dimensione in [mm] andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 45°) .....	41
Figura 26 macchina per la prova di trazione.....	42

Figura 27 $\epsilon_x$ andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°) .....	43
Figura 28 $\epsilon_x$ sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580 (fibre 90°).....	44
Figura 29 $\epsilon_y$ andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°) .....	45
Figura 30 $\epsilon_y$ sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580 (fibre 90°).....	46
Figura 31 $\epsilon_{xy}$ andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°).....	47
Figura 32 $\epsilon_{xy}$ sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580 (fibre 90°).....	48
Figura 33 $\epsilon_1$ andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°) .....	49
Figura 34 $\epsilon_1$ sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580 (fibre 90°).....	50
Figura 35 $\epsilon_2$ andando in senso orario frame#83, frame#166, frame#249 (fibre 90°) .....	51
Figura 36 $\epsilon_2$ sopra da sx a dx frame# 332, frame #415; sotto da sx a dx frame#498, frame#580 (fibre 90°).....	52
Figura 37 Spostamento in direzione x andando in senso orario frame#83, frame#332, frame#580 (fibre 90°).....	53
Figura 38 Spostamento in direzione y andando in senso orario frame#83, frame#332, frame#580 (fibre 90°).....	54
Figura 39 Spostamento in direzione z andando in senso orario frame#83, frame#332, frame#580 (fibre 90°).....	55
Figura 40 Griglia virtuale; in senso orario da sx a dx frame#83i, frame#83d; frame#332i, frame#332d; frame#580i, frame#580d (fibre 90°) .....	56
Figura 41 Dimensione in [mm] andando in senso orario frame#50, frame#200, frame#340 (fibre 90°) .....	57
Figura 42 Diagramma Forza/Tempo .....	58