



UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE
FACOLTA' DI INGEGNERIA
Corso di Laurea Triennale di
Ingegneria Informatica e dell'Automazione

Tecniche di Controllo adattivo "data driven" per sistemi non lineari

"Data driven" adaptive control techniques for non-linear systems

Relatore:
Ing. Giuseppe ORLANDO
Correlatore:
Ing. Gianluca IPPOLITI

Studente:
Davide BOINEGA

Anno Accademico 2020/2021

Indice

1	Introduzione	5
2	Prime soluzioni	7
3	I metodi DDC	9
4	Linearizzazione dinamica	11
5	Progettazione del sistema di controllo di MFAC	15
6	Analisi della stabilità della FFDL-MFAC	19
7	Simulazioni	23
7.0.1	Esempio 1 - MATLAB	23
7.0.2	Esempio 1 - MATLAB Simulink	27
7.0.3	Esempio 2 - Motore a cc	28
A	Algoritmi	33
A.0.1	Esempio 1 MATLAB	33
A.0.2	Esempio 1 - MATLAB Simulink	37
A.0.3	Esempio 2 - Motore a cc	39
B	Dimostrazione Teorema 2	43

Capitolo 1

Introduzione

La moderna teoria di Controllo, con la quale includiamo sia quella per il controllo di sistemi Lineari che non, è una materia teoretica matura con una grande varietà di potenti rami e metodi, con un passato di successo in applicazioni industriali.

La procedura comune degli studi teoretici e delle applicazioni della moderna teoria di controllo si compone di quattro parti:

1. modellamento dell'impianto;
2. progettare un controllore basato sul modello;
3. analizzare le proprietà del sistema di controllo sotto alcune ipotesi basate sul modello;
4. applicare il sistema ideato;

I tipici metodi di controllo moderni includono il *controllo ottimale*[1], *controllo adattivo*[2], *controllo predittivo del modello*[3],[4], *controllo sliding-mode*[5] e così via.

Dal momento in cui il design del controllore, l'analisi della stabilità, la valutazione di performance, ect. , sono tutte dipendenti dalla struttura, dalla dinamica, e dalle varie assunzioni imposte al modello del sistema, le tecniche sopra citate rientrano nella **teoria di controllo basata sul modello (MBC theory)**. La teoria di MBC ha fiducia che il modello stabilito possa rappresentare esattamente la vera dinamica dell'impianto e il modello dei principi primi, o che il modello individuato sia assolutamente affidabile.

Tuttavia, i processi pratici come l'industria chimica, la metallurgia, i macchinari, l'elettronica di potenza, i trasporti e così via, al giorno d'oggi sono diventati più complessi.

Modellare quindi quest'ultimi usando principi primi o l'identificazione del modello è diventata più difficile.

Dunque, la teoria MBC affronta molte sfide quando viene applicata nella pratica per processi complessi.

In primo luogo, modellare un impianto pratico, sia tramite i principi primi o per identificazione dai dati, portano ad una approssimazione dell'impianto originale; quindi, la dinamica non modellata è inevitabile [6].

In secondo luogo, risulterebbe difficile utilizzare l'analisi matematica per determinare il modello dell'impianto, nonché per progettare ed analizzare il sistema di controllo se l'impianto dinamico è una struttura variabile nel tempo o parametri a variazione rapida, o non linearità non affini.

Terzo, anche se è disponibile un modello accurato dell'impianto, potrebbe essere molto complesso includendo una forte non linearità, parametri variabili nel tempo e ordini superiori perché molti impianti pratici sono complicati per natura. Pertanto, come risultato diretto viene sicuramente prodotto un controller complesso e come sappiamo un controllore complesso o un sistema di controllo complesso è difficile da progettare, utilizzare, mantenere e diagnosticare.

Infine, il metodo MBC non può fare nulla se il modello dell'impianto non è disponibile. In effetti, ci sono molti impianti pratici la cui affidabilità del modello non può essere stabilita utilizzando equazioni differenziali o alle differenze, ad esempio un gassificatore UGI, un biosistema e così via.

Teoricamente, queste principali sfide affrontate nell'applicazione dei metodi MBC ai processi pratici possono essere brevemente riassunte nei seguenti punti:

1. la dinamica non modellata contro la robustezza;
2. la descrizione accurata della dinamica dell'impianto utilizzando il modello rispetto al facile utilizzo del semplice controller da parte dell'ingegnere in campi pratici.

Entrambi sono inevitabili conflitti tra gemelli e non possono essere risolti contemporaneamente nel tradizionale quadro MBC.

Capitolo 2

Prime soluzioni

Con lo sviluppo della scienza e della tecnologia di informazione, molti processi industriali, citati anche nell'introduzione, stanno diventando sempre più complessi con apparecchiature su larga scala, processi operativi complicati, alta qualità del prodotto e così via. Pertanto, modellare questi processi utilizzando i principi primi o l'identificazione del modello diventa più difficile o impossibile. Anche un esatto modello matematico che è stato ottenuto spendendo un qualsiasi costo; potrebbe non essere applicabile per il design del controllore a causa dei suoi ordini superiori, forti non linearità o strutture complicate, poiché porterà sicuramente a un controller molto complesso, che non è adatto per l'applicazione pratica.

D'altra parte, molti settori generano e archiviano un'enorme quantità di dati sia online che offline. I dati di processo contengono tutte le varie informazioni sullo stato delle operazioni e delle apparecchiature. Tuttavia, nell'ambito degli approcci MBC, i dati di processo vengono utilizzati solo per calibrare i parametri del modello con una struttura del modello presunta. L'eventuale mancanza di corrispondenza del modello o la mancata corrispondenza del controllore risultante non potrà più essere modificata nemmeno con molti dati a circuito chiuso a portata di mano.

Quindi, è possibile progettare un controllore progettando un controller direttamente dai dati di input-output (I/O), sia online che offline, ignorando la fase di modellazione? Ciò motiva lo sviluppo di metodi di controllo guidato dai dati (DDC) [7].

La società umana è ora entrata nell'era dei Big Data. L'acquisizione, l'archiviazione, l'elaborazione e la comunicazione dei dati sono diventati molto più semplice e una grande quantità di dati potrebbe essere analizzata ed esplorata online grazie alle tecnologie hardware e software avanzate. Tutto ciò rende il DDC necessario e tecnologicamente possibile. DDC indica la teoria e il metodo di controllo, in cui il controllore è progettato utilizzando direttamente i dati di I/O online oppure offline ottenuti dal sistema controllato o dalla conoscenza derivante dall'elaborazione dei dati, invece che

dalle informazioni esplicite del modello matematico del processo controllato [7]. Nel frattempo, la stabilità, la convergenza e la robustezza potrebbero essere garantite da una rigorosa analisi matematica sotto determinate ipotesi ragionevoli.

In altre parole, DDC è la teoria e il metodo di controllo per i sistemi i cui modelli non sono disponibili. Il metodo DDC mira a risolvere i problemi di controllo del sistema utilizzando solo i dati di processo o la conoscenza che apprende da questi e a sbarazzarsi delle impegnative questioni della teoria MBC. Quando il modello dell'impianto non è disponibile ad eccezione dei dati online e offline, la progettazione e l'analisi del controller sarebbero completamente diverse da MBC e molti lavori sono fondamentali e impegnativi poiché finora esistono pochissimi studi sistematici per DDC [8].

Vale la pena sottolineare che l'approccio DDC è una controparte complementare di MBC. Entrambi sono le due parti inevitabili di una teoria di controllo completa e non possono essere sostituiti l'uno con l'altro. In [7]-[9], i requisiti della teoria e dei metodi DDC sono stati discussi completamente da tre aspetti: studi teorici, applicazioni e sviluppo storico della teoria del controllo. Vedere [7]-[9] per i dettagli.

Capitolo 3

I metodi DDC

Fino ad ora, ci sono diversi metodi DDC nel dominio del tempo. Il controllo PID [10] può essere considerato il primo metodo DDC con gran numero di metodi di regolazione dei parametri. Anche l'ottimizzazione del feedback iterativo (Iterative Feedback Tuning (IFT)) [11]-[13] è un approccio basato sui dati. Ottimizza iterativamente il parametro di un controllore di retroazione prespecificato stimando il gradiente di un criterio di prestazione di controllo rispetto all'ingresso di controllo.

Il metodo di regolazione del feedback del riferimento virtuale (Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)) [14]-[16] è un metodo diretto basato sui dati per ottimizzare i parametri del controllore con una struttura prespecificata per un sistema a tempo invariante(LTI). VRFT e IFT appartengono alla stessa classe di metodi di progettazione del controllore. Entrambi convertono il problema di progettazione del sistema di controllo in un problema di identificazione dei parametri di un controllore. Tuttavia, IFT è un algoritmo iterativo basato sulla discesa del gradiente, mentre VRFT è un metodo batch "one-shot" che cerca il minimo globale dell'indice di prestazione senza la necessità di iterazione o inizializzazione.

Il controllo non falsificato (Unfalsified Control (UC)) [17] è un metodo DDC che falsifica in modo ricorsivo i set di parametri di controllo che non soddisfano le specifiche delle prestazioni per derivare il parametro corretto e il controllore corrispondente. L'intero processo viene gestito solo utilizzando i dati di I/O piuttosto che il modello matematico dell'impianto controllato. L'UC consiste in un insieme di candidati controller invertibili, una specifica di prestazioni rilevabile in base ai costi e un meccanismo di commutazione del controllore [18][19].

Il controllo iterativo dell'apprendimento (Iterative Learning Control (ILC)) è stato proposto per la prima volta da Uchiyama nel 1978 [20] per un sistema che ripete lo stesso compito su un intervallo finito. Può migliorare le prestazioni di controllo imparando dalle operazioni ripetitive. L'ILC di tipo PID è molto semplice nella struttura del controllore ed è un approccio basato

sui dati che richiede poca conoscenza preliminare del sistema [21],[22].

Il controllo Adattivo senza modello (Model-Free Adaptive Control (MFAC)) è stato proposto per la prima volta da Hou [23] per una classe di sistemi non lineari a tempo discreto. È un metodo DDC perché nella progettazione e nell'analisi del controllore non viene utilizzato né il modello fisico esplicito né quello implicito, ad eccezione delle sole misurazioni di I/O. La base di MFAC è il nuovo metodo di linearizzazione dinamica (DL), che costruisce un nuovo modello di dati di linearizzazione equivalente dei sistemi non lineari originali in ogni punto operativo del sistema a circuito chiuso introducendo un nuovo concetto chiamato derivata pseudo-parziale (PPD). In una sequenza, viene sviluppato un controllo adattivo del sistema non lineare generale con l'aiuto del modello di dati di linearizzazione equivalente virtuale, in cui la PPD variabile nel tempo può essere stimata semplicemente utilizzando le misurazioni di I/O di un impianto controllato.

Risulta interessante sottolineare che il prototipo MFAC e la sua estensione all' MFAC basato sulla linearizzazione del controller e all'ILC adattivo senza modello basato su DL iterativo (IDL)(MFAILC) hanno i loro vantaggi.

1. Sono sviluppati direttamente solo per sistemi non lineari utilizzando i dati di I/O degli impianti controllati.
2. Hanno caratteristiche adattive e sono più appropriate per affrontare sistemi con incertezze.
3. I controllori hanno strutture iterative, piuttosto che la forma analitica come quella nella teoria MBC, che rende i sistemi di controllo facilmente utilizzabili con meno calcolo;
4. I metodi di controllo basati su DL hanno anche un sistematico quadro teorico per la progettazione e analisi del controllore.

Vediamo ora qualche differenza tra il metodo MFAC e gli altri metodi DDC visti in precedenza. Le performance di controllo di MFAC, IFT, e VRFT sono stati testati in dettaglio su ampie simulazioni numeriche, esperimenti di un sistema idrico a tre serbatoio e applicazioni sul campo [24]-[26]. È dimostrato che l'approccio MFAC risulta essere più facile da implementare e le sue prestazioni di controllo sono migliori di quelle degli altri due approcci. Inoltre, i risultati comparativi tra i controllori basati su PID e MFAC, che sono stati ottenuti in [27], ci mostrano che il PID oltre a richiedere più tempo per la regolazione dei parametri non è in grado di compensare le iterazioni con la stessa efficacia del controller DL MFAC in forma parziale (PFDL-MFAC) negli istanti in cui uno degli ingressi di riferimento viene modificato bruscamente.

Capitolo 4

Modelli di dati di linearizzazione dinamica per sistemi non lineari a tempo discreto

In questo capitolo, introdurremo il nuovo strumento fondamentale per la progettazione del sistema MFAC, il metodo di modellazione dei dati di linearizzazione dinamica, quindi verranno riportati gli assunti di base, i concetti e teorema su questo metodo di linearizzazione dinamica.

Si consideri una classe di sistemi non lineari non affini a tempo discreto single-input single-output (SISO)

$$y(k+1) = f(y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_u))$$

dove $u(k) \in R$ e $y(k) \in R$ sono rispettivamente l'input di controllo e l'uscita del sistema all'istante k , $n_y, n_u \in Z_+$ sono i due ordini non conosciuti di input e output, e $f(\cdot) : R^{n_u+n_y+2} \mapsto R$ è una funzione non lineare sconosciuta.

Il sistema (1) è una descrizione generale di grandi classi di sistemi non lineari e molti modelli di sistema possono essere mostrati come un caso speciale di questo modello. Alcuni esempi sono i sistemi bilineari [28], il modello di Hammerstein [29], il modello DARMA [30], e così via.

Ipotesi 1: Le derivate parziali di $f(\cdot)$ rispetto a tutte le variabili sono continue.

Ipotesi 2: Il sistema (1) soddisfa la seguente condizione generalizzata di Lipschitz:

$$|y(k_1+1) - y(k_2+1)| \leq b \|H_{Ly,Lu}(k_1) - H_{Ly,Lu}(k_2)\|$$

dove $H_{Ly,Lu}(k) = [y(k), \dots, y(k-L_y+1), u(k), \dots, u(k-L_u+1)]^T \in R^{L_u+L_y}$

è un vettore costituito da tutti i segnali di ingresso di controllo all'interno di una finestra temporale mobile relativa all'ingresso $[k - L_u + 1, k]$ e tutti i segnali di uscita del sistema all'interno di una finestra temporale mobile relativa all'uscita $[k - L_y + 1, k]$, $H_{L_y, L_u}(0)$ è il valore iniziale di $H_{L_y, L_u}(k)$, e b è una costante positiva. I valori $L_y (1 \leq L_y \leq n_y)$, $L_u (1 \leq L_u \leq n_u)$ sono due valori interi e sono chiamati *pseudo ordini del sistema* o rispettivamente *costante di lunghezza di linearizzazione dell'uscita di controllo* e *costante di lunghezza di linearizzazione di ingresso di controllo*.

Queste due ipotesi sono abbastanza ragionevoli nel campo del controllo di sistemi non lineari. L'ipotesi 1 è comune. La seconda ipotesi è una condizione di tipo lineare, vale a dire, la variazione dell'uscita del sistema è vincolata dalle variazioni di tutte le possibili variabili che la influenzano, inclusi l'ingresso di controllo e l'uscita del sistema all'istante k , e quelli precedenti. Ovviamente, il sistema lineare tempo-invariante (LTI) e alcuni sistemi non lineari, i cui modelli si presume abbiano derivate parziali continuamente limitate rispetto alle sue variabili, soddisfano questa condizione.

Questa condizione significa anche che la variazione dell'uscita non può essere infinita se le variazioni di tutte le possibili variabili influenti sono finite compreso l'ingresso di controllo. Molti impianti pratici possono soddisfare questa ipotesi come già convalidato da applicazioni pratiche, come il sistema di pressione delle cokerie in [31], il controllo dello smorzamento dei sistemi di alimentazione in [32], il processo di distillazione dello stirene grezzo in [33] e persino per il processo di immagine nella videosorveglianza [34].

Indicando con $\Delta H_{L_y, L_u}(k) = H_{L_y, L_u}(k) - H_{L_y, L_u}(k - 1)$, presentiamo il modello dati FFDL del sistema (1).

Teorema 1: ([35]) Consideriamo il sistema non lineare (1) che soddisfa le ipotesi 1 e 2, per ogni valore fissato $1 \leq L_y \leq n_y$ e $1 \leq L_u \leq n_u$, $\|\Delta H_{L_y, L_u}(k)\| \neq 0$. Allora esiste un vettore variabile nel tempo $\phi_{f, L_y, L_u}(k) \in R^{L_u + L_y}$, chiamato Pseudo Gradiente (PG), tale che il sistema (1) può essere trasformato nel seguente modello di dati FFDL:

$$\Delta y(k + 1) = \phi_{f, L_y, L_u}^T(k) \Delta H_{L_y, L_u}(k) \quad (2)$$

con $\|\phi_{f, L_y, L_u}(k)\| \leq b$ per qualunque valore del tempo k , dove $\phi_{f, L_y, L_u}(k) = [\phi_1(k), \dots, \phi_{L_y}(k), \phi_{L_y+1}(k), \dots, \phi_{L_y+L_u}(k)]^T$.

Dimostrazione: fare riferimento a [35] per i dettagli.

Alcune osservazioni:

1) Dalla dimostrazione [35] del Teorema 1, possiamo vedere che il modello dati di linearizzazione dinamica (2) non omette matematicamente alcuna informazione del sistema non lineare originale sconosciuto. Pertanto, è completamente equivalente al sistema non lineare (1) per quanto riguarda l'I/O e non sono coinvolte dinamiche non modellate, il che implica che la riduzione del modello non è più necessaria. Sulla base di questa osser-

vazione, possiamo concludere che il modello di dati FFDL (2) è il miglior modello di progettazione del controller; attraverso quest'ultima si può progettare il semplice controller. Nell'ambito del framework di progettazione del sistema di controllo basato su modello, il modello di progettazione del controller è solitamente ottenuto dalla procedura di riduzione del modello sul modello accurato dell'impianto controllato, quindi la dinamica non modellata e i problemi di robustezza sorgeranno naturalmente. A causa di questo merito, si può vedere nelle sezioni seguenti che lo schema MFAC progettato utilizzando questo modello di dati di linearizzazione dinamica erediterà molte potenti funzionalità, come la funzionalità senza modello, la forte robustezza, ecc. Tuttavia, gli altri metodi di linearizzazione, ad esempio, la linearizzazione di Taylor, la linearizzazione del feedback I/O, sono un'approssimazione dei sistemi non lineari originali o richiedono un modello di sistema accurato.

2) Dalla dimostrazione del Teorema 1 [35], possiamo anche vedere che il vettore PG $\phi_{f,L_y,L_u}(k)$ è limitato. Sebbene il limite superiore del vettore PG sia una nuova costante b piuttosto che la costante di Lipschitz generalizzata, è ancora rappresentato da quest'ultimo per la riduzione della notazione. Inoltre, il PG in questo modello di dati non è né esplicito né sensibile ai caratteri variabili nel tempo del parametro di sistema, della struttura, del ritardo e degli ordini dell'impianto pratico controllato, ed è in una certa misura un segnale di tipo derivativo. Pertanto, questa caratteristica consentirà di realizzare gli approcci di controllo MFAC progettati utilizzando questo modello di dati di linearizzazione dinamica i quali avranno la capacità di affrontare i problemi di controllo del sistema dei parametri, la struttura dei sistemi variabili nel tempo; ciò è stato dimostrato nella sezione di simulazione e anche nelle applicazioni sul campo [31]-[34],[36]-[46].

3) Il modello di dati FFDL (2) include i seguenti due casi speciali se impostiamo lo pseudo-ordine dell'output correlato $L_y = 0$. In questo caso, le componenti relative alle uscite del sistema passato nel vettore PG $H_{L_y,L_u}(k)$ del modello dati (2) scompariranno, e

- a) Se $L_y = 0, L_u = L$, il modello di dati FFDL diventa la seguente modello PFDL[52]:

$$y(k+1) = y(k) + \phi_{p,L}^T(k)\Delta u(k)$$

dove $\phi_{p,L}(k) = [\phi_1(k), \dots, \phi_L(k)]^T \in R^L$ è un vettore PG limitato e L è una costante chiamata *costante del livello di linearizzazione dell'ingresso di controllo*. $\Delta u(k) = [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k-L+1)]^T$.

- b) Se $L_y = 0, L_u = 1$, il modello di dati FFDL diventa la seguente modello CFDL[47][48]:

$$y(k+1) = y(k) + \phi_c(k)\Delta u(k)$$

dove $\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1)$ e $\phi_c(k) \in R$ è detto PPD del sistema controllato all'istante k .

Diversi modelli di dati, con diverse impostazioni degli elementi relativi all'ingresso e all'uscita da diverse lunghezze di memoria, hanno capacità diverse per le descrizioni dinamiche sugli impianti controllati, che possono riflettere la diversa capacità del modello di dati FFDL di catturare il comportamento dinamico causato dalle memorie degli ingressi passati e delle uscite passate dell'impianto controllato.

4) Questi tre modelli di dati di linearizzazione dinamica sono i modelli di dati variabili nel tempo incrementali dinamici. Piuttosto che i principi primi o i modelli identificati di I/O con il significato fisico ben definito di ordini, poli, zeri ecc., i modelli di dati CFDL, PFDL, FFDL non hanno alcun background fisico speciale e descrivono solo le relazioni tra i dati ed esistono virtualmente nel computer. Inoltre, non richiedono alcuna conoscenza preliminare del modello matematico, degli ordini di sistema o del ritardo dell'impianto non lineare controllato.

5) Tuttavia, questi modelli di dati di linearizzazione dinamica presentano anche alcune limitazioni. Sono solo dei modelli di dati orientati alla progettazione del controllore e possono essere visti solo la descrizione virtuale della relazione dei dati I/O dell'anello chiuso per l'impianto controllato. Potrebbero non essere utilizzati per altri scopi se non per la progettazione del controllore.

Capitolo 5

Progettazione del sistema di controllo di MFAC

In questa sezione, presenteremo prima la progettazione del sistema MFAC, alcune relazioni tra l'MFAC e il controllo adattativo tradizionale, il noto PID, alcuni suggerimenti per la scelta dei parametri del controller, e poi, la prova di stabilità con alcuni punti salienti sulle tecniche chiave che abbiamo usato nella prova di stabilità.

Consideriamo la seguente funzione di costo one-step-ahead dell'input di controllo:

$$J(u(k)) = |y_d(k+1) - y(k+1)|^2 + \lambda |u(k) - u(k-1)|^2 \quad (3)$$

dove $\lambda > 0$ è il fattore peso e $y_d(k+1)$ è l'output desiderato.

Sostituendo la (2) nella (3), minimizzando (3) rispetto al segnale di ingresso di controllo $u(k)$ si ottiene il seguente controllore [35]:

$$\Delta u(k) = \begin{cases} \frac{\phi_{L_y+1}(k) \left[\rho_{L_y+1} (y_d(k+1) - y(k)) - \sum_{i=1}^{L_y} \rho_i \phi_i(k) \Delta y(k-i+1) \right]}{\lambda + |\phi_{L_y+1}(k)|^2}, & L_u \geq 2 \\ - \frac{\phi_{L_y+1}(k) \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \rho_i \phi_i(k) \Delta u(k+L_y-i+1)}{\lambda + |\phi_{L_y+1}(k)|^2}, & \\ \frac{\phi_{L_y+1}(k) \left[\rho_{L_y+1} (y_d(k+1) - y(k)) - \sum_{i=1}^{L_y} \rho_i \phi_i(k) \Delta y(k-i+1) \right]}{\lambda + |\phi_{L_y+1}(k)|^2}, & L_u = 1 \end{cases} \quad (4)$$

dove i fattori di passo $\rho_i \in (0, 1]$, $i = 1, \dots, L_y + L_u$, vengono aggiunti extra per rendere l'algoritmo del controller più flessibile.

Per implementare in pratica questo controller, dovrebbe essere progettato un algoritmo di stima dei parametri appropriato in grado di catturare le caratteristiche variabili nel tempo dei parametri PG. Viene considerata la

seguinte nuova funzione di costo che utilizza i dati di I/O ad anello chiuso dell'impianto controllato:

$$J(\phi_{f,L_y,L_u}(k)) = \left| y(k) - y(k-1) - \phi_{f,L_y,L_u}^T(k) \Delta H_{L_y,L_u}(k-1) \right|^2 + \mu \|\phi_{f,L_y,L_u}(k) - \hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k)\|^2 \quad (5)$$

dove $\mu > 0$ è un fattore peso. $\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(\cdot) \in R^{L_y+L_u}$ è il valore stimato di $\phi_{f,L_y,L_u}(\cdot)$. Riducendo al minimo la funzione di costo (5) rispetto a $\phi_{f,L_y,L_u}(k)$, e utilizzando il lemma di inversione di matrice [30], si otterrà il seguente algoritmo di stima PG dopo alcune considerazioni applicative:

$$\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k) = \hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k-1) + \frac{\eta \Delta H_{L_y,L_u}(k-1)(y(k)-y(k-1))}{\mu + \|\Delta H_{L_y,L_u}(k-1)\|^2} - \frac{\eta \Delta H_{L_y,L_u}(k-1) \hat{\phi}_{f,L_y,L_u}^T(k-1) \Delta H_{L_y,L_u}(k-1)}{\mu + \|\Delta H_{L_y,L_u}(k-1)\|^2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k) &= \hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(1) \text{ se } \|\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k)\| \leq \varepsilon \\ \text{oppure } \|\Delta H_{L_y,L_u}(k-1)\| &\leq \varepsilon \\ \text{oppure } \text{sign}(\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k)) &\neq \text{sign}(\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(1)) \end{aligned} \quad (7)$$

dove $\eta \in (0, 2]$, ε è una costante arbitraria piccola, $\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k) := [\hat{\phi}_1(k), \dots, \hat{\phi}_{L_y}(k), \hat{\phi}_{L_y+1}(k), \dots, \hat{\phi}_{L_y+L_u}(k)]^T$, e $\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(1)$ è il valore iniziale stimato di $\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k)$. Una volta ottenuto il valore stimato del vettore PG, il controllore (4) può essere riscritto come

$$\Delta u(k) = \begin{cases} \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \left[\rho_{L_y+1}(y_d(k+1) - y(k)) - \sum_{i=1}^{L_y} \rho_i \hat{\phi}_i(k) \Delta y(k-i+1) - \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \rho_i \hat{\phi}_i(k) \Delta u(k+L_y-i+1) \right], & L_u \geq 2 \\ \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \left[\rho_{L_y+1}(y_d(k+1) - y(k)) - \sum_{i=1}^{L_y} \rho_i \hat{\phi}_i(k) \Delta y(k-i+1) \right], & L_u = 1 \end{cases} \quad (8)$$

dove $\hat{\xi}_{L_y+1}(k) = \hat{\phi}_{L_y+1}(k) / (\lambda + |\hat{\phi}_{L_y+1}(k)|^2) \in R$ per la semplificazione della presentazione e la riduzione dello spazio.

Gli algoritmi di stima del PG (6), (7) e il controllore (8) insieme costituiscono lo schema MFAC basato su modello di dati FFDL (FFDL-MFAC).

Osservazioni e suggerimenti per la scelta dei parametri del controllore:

1) pseudo-ordini più piccoli del modello dati L_y, L_u ridurranno il carico di calcolo, ma aumenteranno la complessità dei comportamenti dinamici dei componenti del PG e, in seguito, porteranno a difficoltà nella progettazione dell'algoritmo di stima per quest'ultimi. Al contrario, pseudo-ordini più

grandi doteranno il sistema di controllo della capacità di trattare con l'impianto controllato, che ha una lunga memoria della variazione dell'uscita controllata causata dai suoi passati cambiamenti di ingresso e di uscita. In generale, si possono scegliere valori più piccoli degli pseudo-ordini L_y, L_u prima, e in questa situazione regolare altri parametri correlati. Se non funziona bene per la convergenza, aumentare i valori di L_y, L_u . Tra gli altri parametri nell'algoritmo del controller, il fattore di penalità λ svolge un ruolo importante nell'analisi di stabilità e nelle applicazioni. Per le applicazioni, viene girato prima per garantire la stabilità dell'uscita, e poi gli altri parametri $\eta, \mu, \rho_i, i = 1, \dots, L_y + L_u$ e i valori iniziali del sistema per migliorare ulteriormente le prestazioni.

2) Se $L_y = 2, L_u = 1$, e l'uscita desiderata $y_d(k+1) = y_d = cost$, allora il controller (8) diventa un controllore PID

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \rho_3 \hat{\xi}_3(k) e(k) - \rho_1 \hat{\phi}_1(k) \hat{\xi}_3(k) [y(k) - y(k-1)] \\ &\quad - \rho_2 \hat{\phi}_2(k) \hat{\xi}_3(k) [y(k-1) - y(k-2)] \\ &:= K_p \Delta e(k) + K_i e(k) + K_d [\Delta e(k) - \Delta e(k-1)] \end{aligned} \quad (9)$$

dove $K_p = \hat{\xi}_3(k) [\rho_1 \hat{\phi}_1(k) + \rho_2 \hat{\phi}_2(k)]$, $K_i = \rho_3 \hat{\xi}_3(k)$, $K_d = -\rho_2 \hat{\phi}_2(k) \hat{\xi}_3(k)$ e $e(k) = y_d - y(k)$.

Quindi possiamo vedere il controllore PID come un caso particolare del controllore MFAC.

Capitolo 6

Analisi della stabilità della FFDL-MFAC

Prima di presentare il lavoro principale di questo lavoro, elenchiamo alcuni risultati e alcune ipotesi fatte sull'impianto controllato, che verranno utilizzati nella seguente prova di stabilità dello schema MFAC.

Lemma 1: ([49]) Sia

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & 1 & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} .$$

Se $\sum_{i=1}^n |a_i| < 1$, allora $s(\mathbf{A}) < 1$, dove $s(A)$ è il raggio spettrale di A .

Lemma 2: ([50]) Sia $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ una matrice complessa e R_i la somma dei moduli degli elementi fuori diagonale nella i -esima riga. Allora, ogni autovalore di A giace nelle unioni del cerchio

$$|z - a_{ii}| \leq R_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|, i \in 1, \dots, n .$$

Lemma 3: ([51]) Sia $A \in R^{n \times n}$, per ogni $\varepsilon > 0$ esiste una norma matrice coerente indotta tale che

$$\|A\|_v \leq s(A) + \varepsilon$$

dove $s(A)$ è lo raggio spettrale di A .

Ipotesi 3: Supponiamo che il sistema (1) sia controllabile, ovvero che esista un segnale di ingresso di controllo vincolato $u^*(k) \in R$, tale che l'uscita del sistema (1) controllata da $u^*(k)$ converge a un segnale di uscita limitato desiderato $y_d(k)$.

Ipotesi 4: Il segno di $\phi_{L_y+1}(k)$ si presume che sia noto e invariato, cioè, $\phi_{L_y+1}(k) > \varepsilon > 0$ (oppure $\phi_{L_y+1}(k) < -\varepsilon < 0$), dove ε è un piccolo valore

costante positivo.

L'ipotesi 4 è simile all'ipotesi sulla direzione del controllo nel metodo di controllo tradizionale basato su modelli [30] e il suo background fisico è molto semplice. L'output dell'impianto non diminuirà se l'input di controllo $\Delta u(k)$ aumenta, o viceversa. Molti impianti pratici soddisfano questo vincolo energetico, come le apparecchiature di controllo della temperatura, il sistema di controllo della pressione, il sistema di controllo elettrico, ecc.

Teorema 2: Se il sistema (1) che soddisfa i presupposti 1-4 è controllato dagli schemi FFDL-MFAC (6), (7) e (8) con segnale desiderato $y_d(k) = y_d = \text{cost}$, allora esiste un λ_{min} tale che, quando $\lambda > \lambda_{min}$, il sistema di controllo a ciclo chiuso garantisce:

1. L'errore di tracciamento dell'output del sistema converge a zero asintoticamente, vale a dire, $\lim_{k \rightarrow \infty} |y_d - y(k+1)| = 0$;
2. il sistema ad anello chiuso è bounded-input bounded-output (BIBO) stabile, vale a dire che $y(k)$ e $u(k)$ sono limitati per ogni k ;
3. Il sistema a circuito chiuso è internamente stabile.

La dimostrazione matematica viene proposta all'interno dell'*Appendice B* mentre di seguito viene riportata una spiegazione per il lettore. Per prima cosa viene stabilita l'equazione della dinamica dell'errore non omogenea tra $e(k+1)$ ed $e(k)$, quindi dimostreremo che soddisfa la condizione di contrazione. In secondo luogo, utilizzando questa relazione dinamica, viene costruita una sequenza limite superiore dell'errore $e(k+1)$. Quindi, dimostreremo che la successione del limite superiore converge a zero. Tuttavia, confrontando le prove di stabilità esistenti per i risultati MFAC basati su PFDL [24], [35], ci sono una serie di difficoltà nella prova di stabilità di MFAC basati su FFDL. La parte cruciale e complessa è come trattare $\Delta y(k), \Delta y(k-1), \dots, \Delta y(k-L_y+1)$ contenuti all'interno del vettore delle informazioni $\Delta H_{L_y, L_u}(k)$, valori che non compaiono nelle tecniche già esistenti in [24], [35]. Le altre difficoltà da affrontare sono che la disuguaglianza della dinamica dell'errore non omogenea tra $e(k+1)$ ed $e(k)$ è dominata dalla relazione di contrazione del vettore di informazione $\Delta H_{L_y, L_u}(k)$ e $\Delta H_{L_y, L_u}(k-1)$; tuttavia, quelle caratteristiche di contrazioni non possono essere ottenute direttamente utilizzando le tecniche esistenti in [24] o [35], poiché la norma della matrice dei coefficienti di trasferimento è maggiore di 1. Inoltre, vengono utilizzate molte disuguaglianze per gestire la relazione contrazione poiché per la prova di stabilità viene adottato il principio delle contrazioni. Questo è estremamente difficile da gestire quando i componenti $\Delta y(k), \Delta y(k-1), \dots, \Delta y(k-L_y+1)$ sono coinvolti nel vettore di informazione $\Delta H_{L_y, L_u}(k)$ e nell'accumulo ricorsivo del termine di coda nella dinamica dell'errore non omogeneo.

Le soluzioni per superare le sopra citate difficoltà sono le seguenti: In primo luogo, viene selezionato un minimo λ per garantire l'esistenza di costanti, $M_1, M_2, M_3, d_1, d_2, d_3, d_4$ che rendono le disuguaglianze utilizzate nelle seguenti derivazioni per l'instaurazione delle relazioni di contrazione. In secondo luogo, poiché la relazione di contrazione non omogenea (B.16) tra $e(k+1)$ ed $e(k)$ è dominata dalla relazione di contrazione del vettore di informazione $\Delta H_{L_y, L_u}(k)$ e $\Delta H_{L_y, L_u}(k-1)$, e la cui caratteristica di contrazione non può essere garantita utilizzando direttamente i risultati esistenti di [24] o [35], viene definito un nuovo vettore $\Delta G_{L_y, L_u}(k)$, e quindi la relazione tra $\Delta G_{L_y, L_u}(k)$ e $\Delta G_{L_y, L_u}(k-1)$ è usato per dimostrare la relazione di contrazione desiderata.

Terzo, tecnicamente, per ottenere la relazione tra $\Delta G_{L_y, L_u}(k)$ e $\Delta G_{L_y, L_u}(k-1)$, vengono introdotti due nuovi vettori K_1 e K_2 e altre tre matrici B, C, D , quindi si trova una relazione ricorsiva dinamica tra loro, (B.15). Prendendo il calcolo della norma su entrambi i lati di (B.15), usando alcune abilità di disuguaglianza e la proprietà del raggio spettrale, otteniamo la relazione dinamica (B.27) tra $\Delta G_{L_y, L_u}(k)$ ed $e(k)$. Nello sviluppo, il Lemma 3 (la proprietà del raggio spettrale) è lo strumento chiave per stabilire la relazione delle contrazioni.

L'altra abilità evidenziata che abbiamo usato in questa dimostrazione è che dimostriamo indirettamente che il membro destro di (B.16) converge a zero definendo una nuova sequenza di limite superiore $g(k+1)$ e dimostrando che va a zero invece di dimostrare direttamente che il termine di coda non omogeneo converge esponenzialmente, che è la prova comune delle contrazioni per la dinamica dell'errore non omogeneo.

Capitolo 7

Simulazioni

Il seguente capitolo verranno forniti due esempi di simulazione numerica per illustrare l'efficacia dello schema MFAC. Il primo esempio del quale verranno illustrati due versioni, in MATLAB e MATLAB Simulink, è un sistema lineare a struttura variabile connesso da due modelli LTI DARMA. Nel secondo esempio, utilizzando MATLAB Simulink, andremo ad effettuare l'azione di controllo su di un motore CC con campo costante o con eccitazione a magneti permanenti (PM) avente le seguenti caratteristiche (5 hp 240V 1200 rpm) (coppia nominale $Tr = 30$ N.m). Il motore inizialmente gira a regime quando la coppia di carico cambia improvvisamente; poco dopo viene modificata anche la tensione applicata. Per quanto riguarda gli algoritmi in MATLAB e MATLAB Simulink questi verranno mostrati e spiegati nella sezione Appendice A.

7.0.1 Esempio 1 - MATLAB

Considerare un sistema lineare variabile della struttura collegato da due modelli LTI DARMA come segue:

$$y(k+1) = \begin{cases} 2y(k) + u(k) + 3u(k-1), & 0 \leq k < 400 \\ 1.67y(k) - 0.67y(k-1) + 0.2u(k) + 0.18u(k-1), & 400 \leq k < 800 \end{cases}$$

L'uscita desiderata $y_d(k+1)$ è la seguente

$$y_d(k+1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq k < 400 \\ 3, & 400 \leq k < 800 \end{cases}$$

Nelle pagine successive vengono riportati i risultati ottenuti dall'impiego dell'algoritmo MFAC. La tabella 7.1 mostra i parametri utilizzati per l'algoritmo di controllo mentre la tabella 7.2 mostra gli indici di performance. Successivamente vengono riportati i grafici relativi a uscita del sistema, ingresso di controllo, i valori assunti da PG e l'andamento dell'errore.

Simbolo	MFAC
L_y	2
L_u	2
λ	1.3
μ	1
η	0.1
ρ	0.82
$\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(1)$	[3.7,-0.5,2,5]
$u(0), u(1), u(2)$	[0,0,0]
$y(0), y(1), y(2)$	[1,1,1]

Tabella 7.1: Parametri utilizzati

Indice	MFAC
IAE: $\sum_{k=1}^{800} e(k) $	2
ITAE: $\sum_{k=1}^{800} k e(k) $	2

Tabella 7.2: Indici di Performance

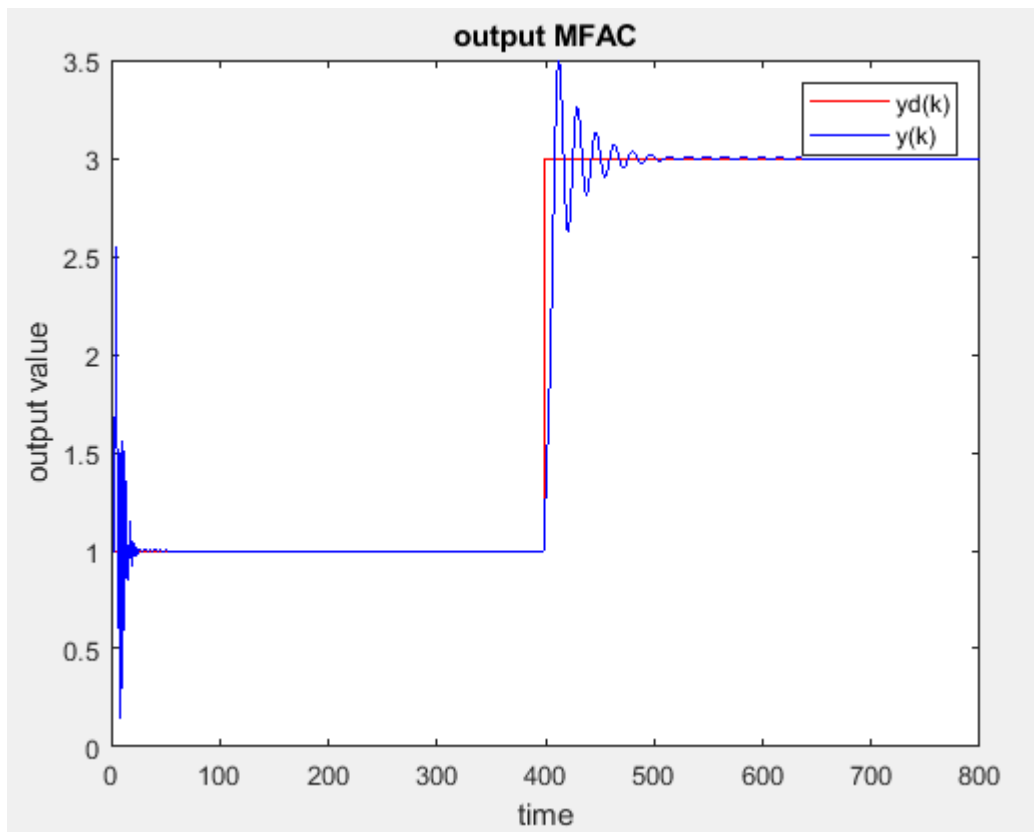


Figura 7.1: Output del sistema

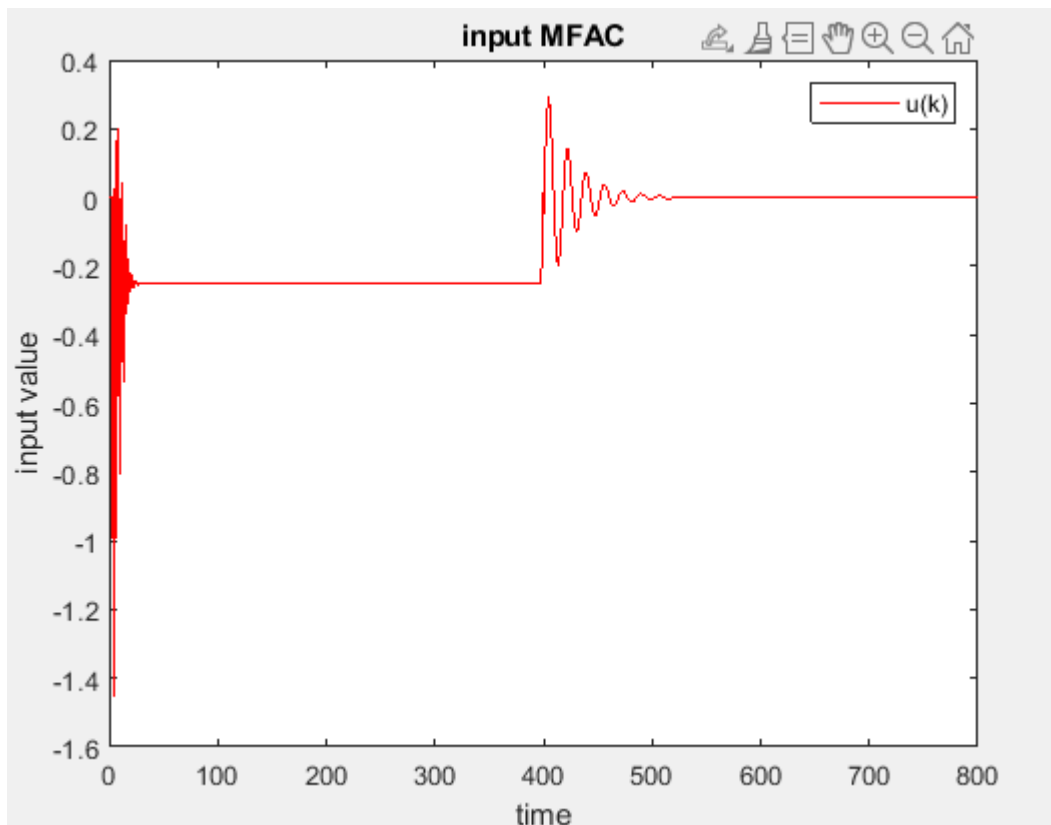


Figura 7.2: Input di controllo

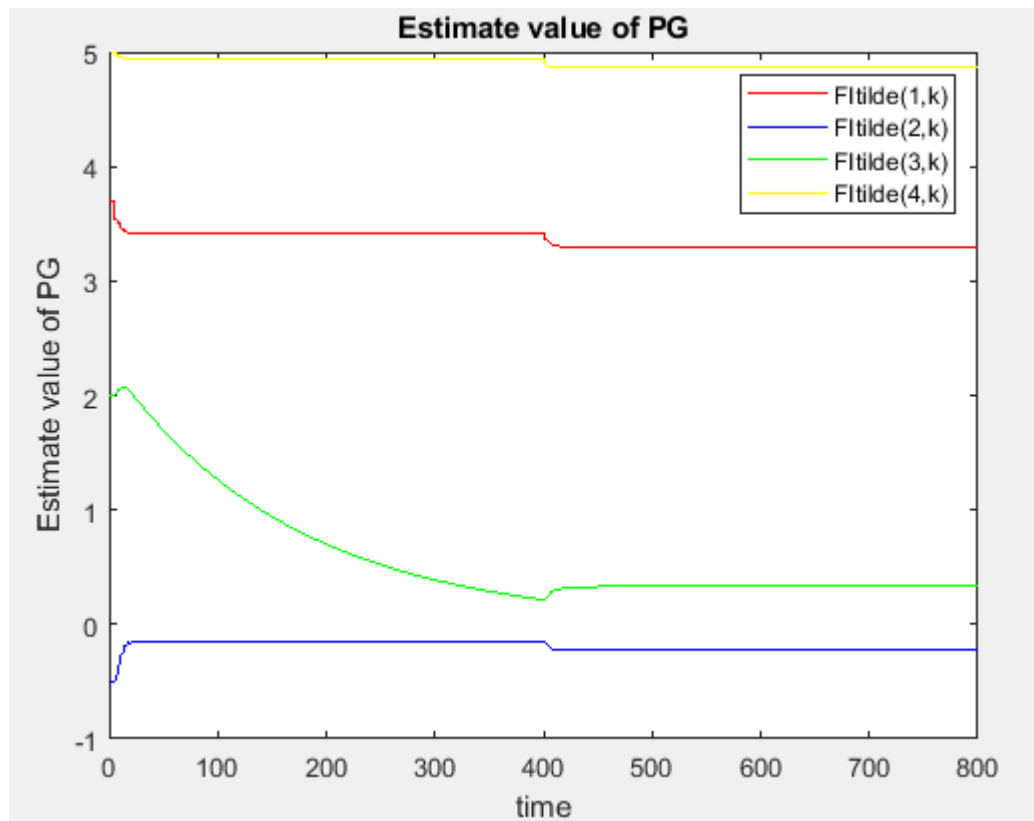


Figura 7.3: valori stimati del pseudo-gradiente (PG)

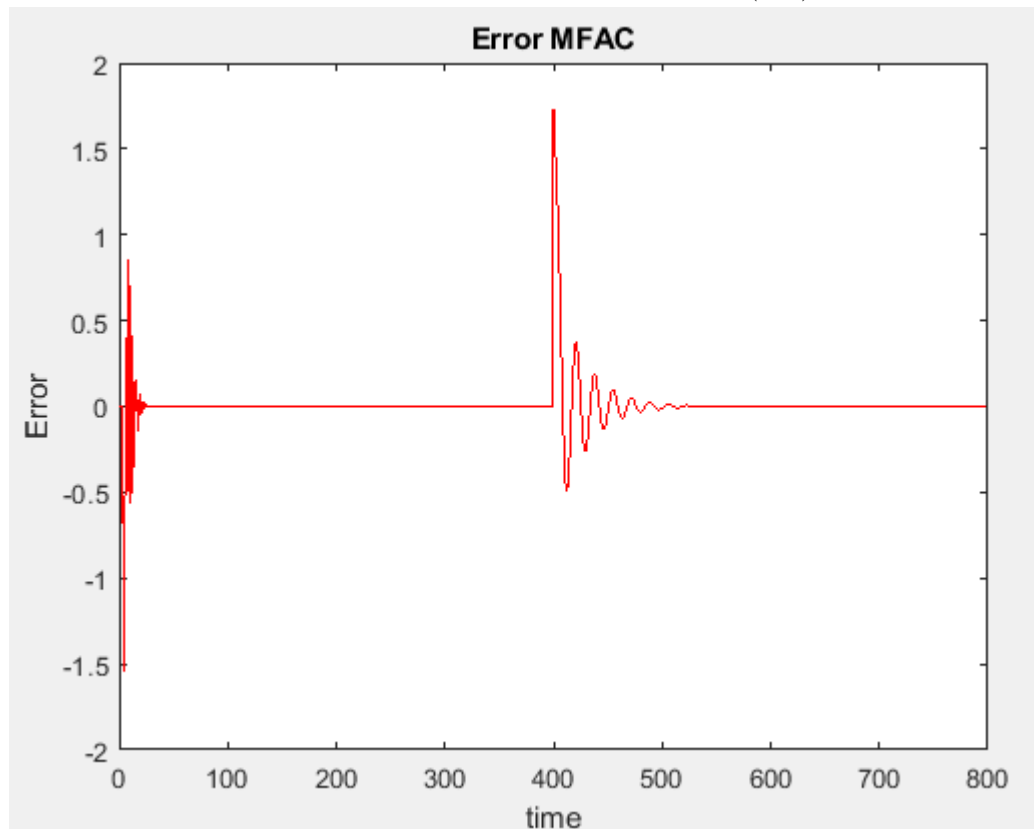


Figura 7.4: Andamento dell'errore

7.0.2 Esempio 1 - MATLAB Simulink

Riutilizzando il sistema LTI DARMA dell'esempio precedente andiamo a sfruttare l'applicativo del Simulink. Come vedremo nell'Appendice A.0.2 avremo bisogno di effettuare alcune modifiche all'interno dell'algoritmo di controllo portandoci però allo stesso risultato.

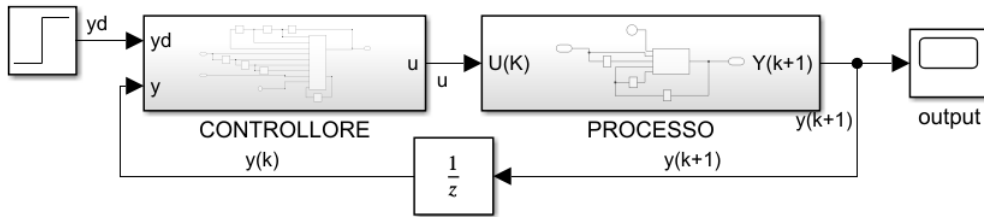


Figura 7.5: Sistema a catena chiusa in Simulink

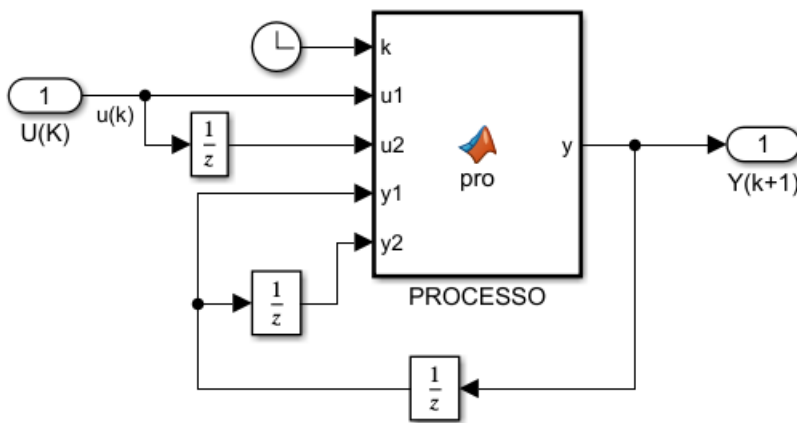


Figura 7.6: Processo Simulink

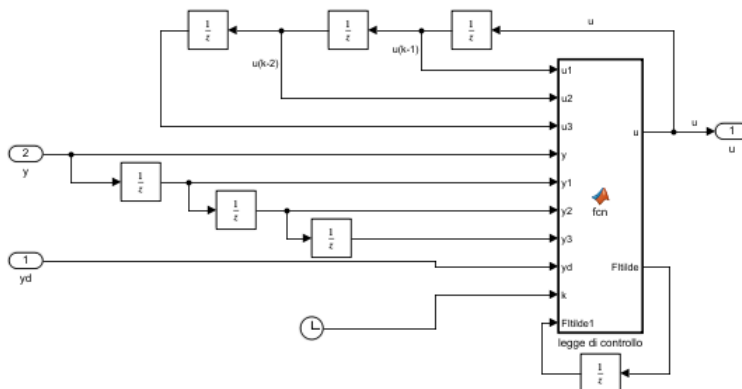


Figura 7.7: Controllore Simulink

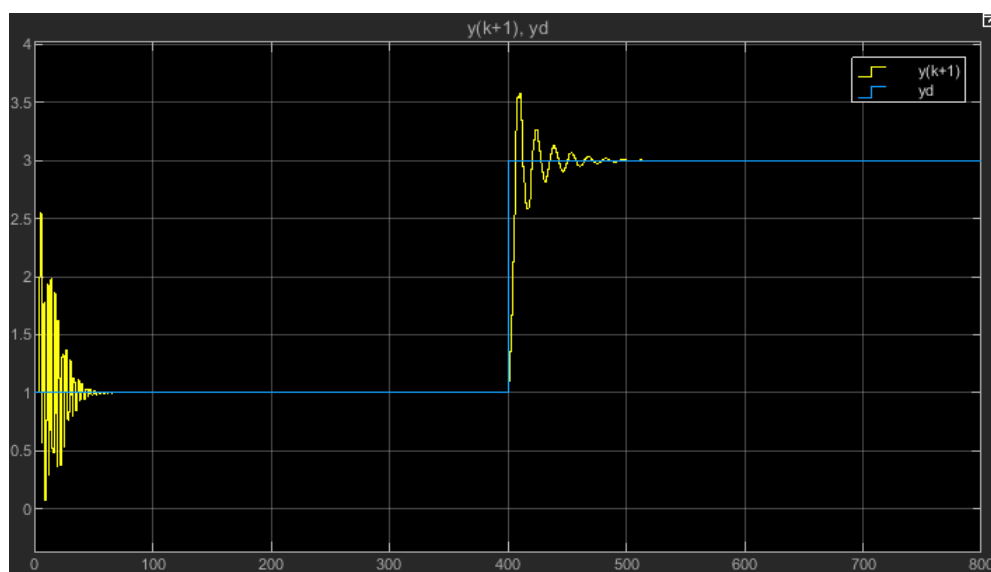


Figura 7.8: Uscita del sistema - SIMulink

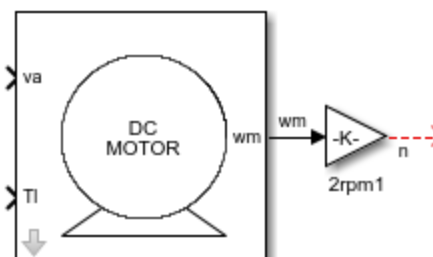


Figura 7.9: Motore a cc di Riaz

7.0.3 Esempio 2 - Motore a cc

Come riportato nell'introduzione al capitolo in questa sezione lavoreremo con un motore CC con campo costante o con eccitazione a magneti permanenti (PM) avente le seguenti caratteristiche (5 hp 240V 1200 rpm) (coppia nominale $T_r = 30$ N.m). Il motore inizialmente girerà a regime quando la coppia di carico cambia improvvisamente; poco dopo viene modificata anche la tensione applicata.

Il motore utilizzato viene preso da "SIMULATION OF ELECTRIC MACHINES AND DRIVE SYSTEMS" del professore Riaz [52] (fig. 7.9).

Parametri	valori
Induttanza di armatura [H]	0.03
Momento di inerzia [kg · m ²]	0.6
coefficiente di coppia di attrito [$\frac{N \cdot m}{rad/s}$]	0.1
coefficiente di accoppiamento elettromeccanico [$\frac{N \cdot m}{A}$]	1.85
resistenza dell'armatura [Ω]	0.60
tensione nominale[V]	240
coppia nominale[N · m]	30
tensione iniziale va [pu]	1.0
coppia di carico iniziale TI [pu]	1.0

Figura 7.10: Parametri del motore

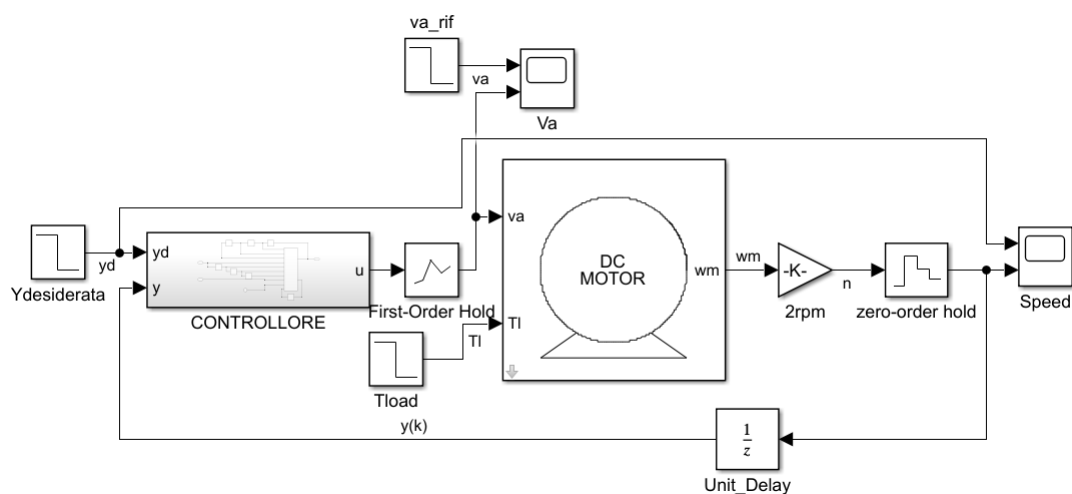


Figura 7.11: Sistema di controllo di un motore a cc Simulink

Come si vede nella figura 7.11 è stato sostituito il blocco "Processo" dell'esempio precedente (vedi 7.0.2 Esempio 1 - MATLAB Simulink) con il blocco "DC MOTOR" del professor Riaz. Lo scopo in questo caso è quello di effettuare un'azione di controllo su quest'ultimo, in particolare un controllo in tensione. Infatti preso in considerazione i risultati della simulazione di riferimento della quale riportiamo uno screenshot (fig 7.12) sfruttando la velocità in uscita del motore (output) il nostro controllore deve assicurarci che questa segua il riferimento mandando in ingresso al motore una tensione adatta.

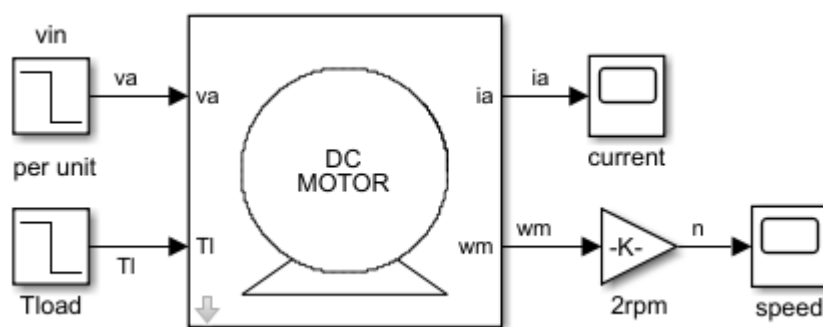


Figura 7.12: Sistema del motore di riferimento Simulink

Per comodità di analisi andiamo ad approssimare l'uscita desiderata con una funzione gradino come si vede in figura 7.13 . L'output del sistema controllato in seguito alla simulazione viene riportato in figura 7.14 mentre in figura 7.15 possiamo vedere anche il comportamento della tensione di armatura in ingresso al motore e farne un confronto tra lo sforzo di controllo e la tensione di riferimento, la quale è una funzione scalino di ampiezza 1 a 0.5 con step time 0.8 .

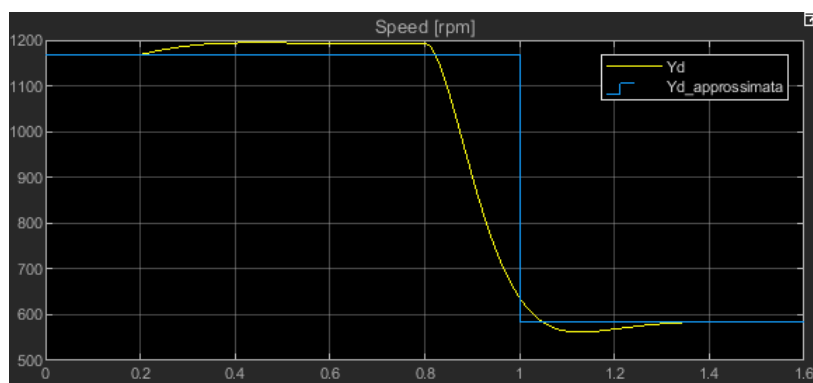


Figura 7.13: Approssimazione dell'uscita desiderata

Vedi Appendice A.0.3 per i dettagli sull'algoritmo.

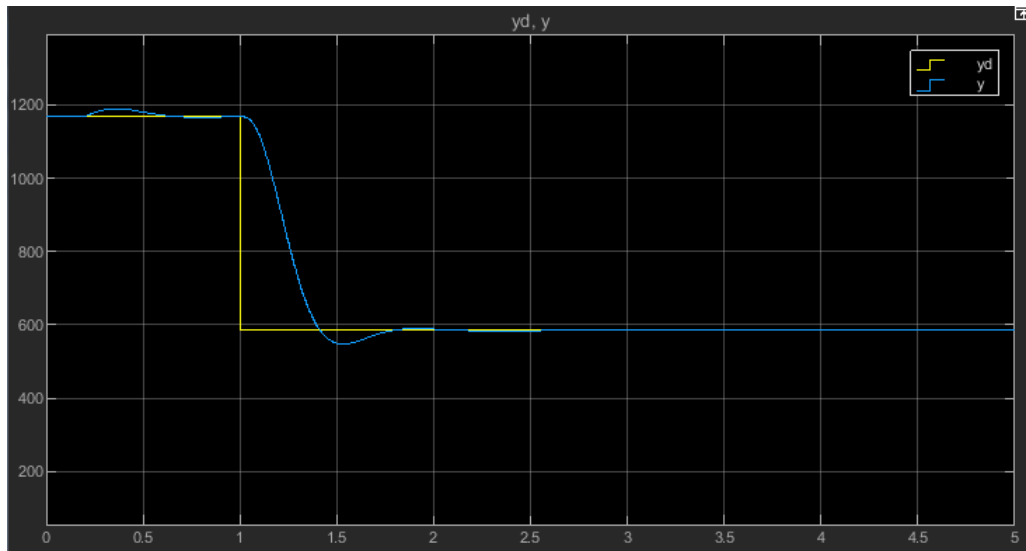


Figura 7.14: Uscita del sistema

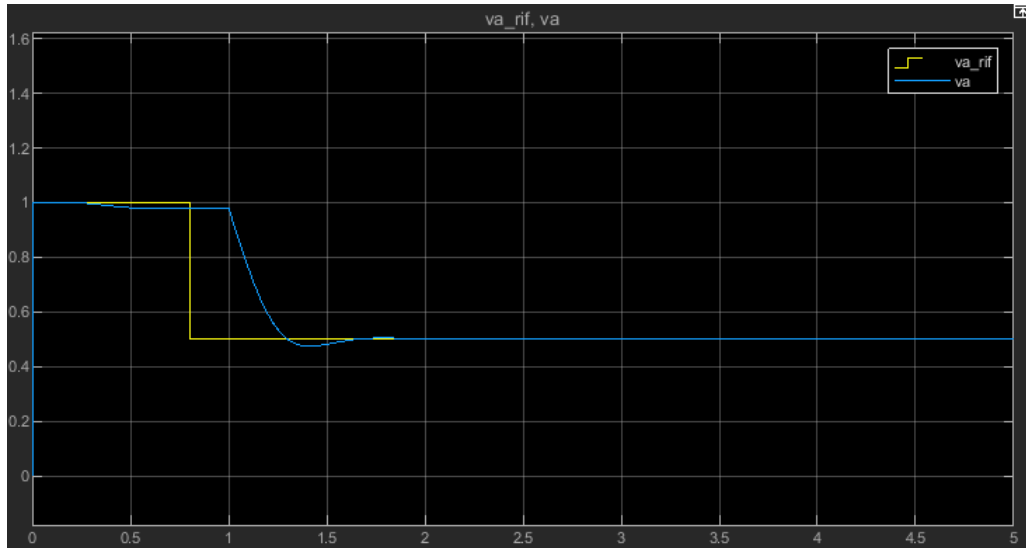


Figura 7.15: Andamento della tensione di armatura

Appendice A

Algoritmi

A.0.1 Esempio 1 MATLAB

Di seguito viene riportato il codice commentato utilizzato durante la simulazione del primo esempio.

```
1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
  clc
3 close all
  clear all
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
  N=800;
7 %%tabella dei parametri mfca
  Ly=2;
9 Lu=2;
  lambda=1.3;
11 mu=1;
  eta=0.1;
13 ro=0.82;
  u=zeros(N,1);
15 y=zeros(N,1);
  u(1,1)=0; u(2,1)=0; u(3,1)=0;
17 y(1,1)=1; y(2,1)=1; y(3,1)=1;

19 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

21 %uscita desiderata
  yd=zeros(N+1,1);
23 for k=1:N+1
    if k<400
25       yd(k,1)=1;
    else
27       yd(k,1)=3;
    end
29 end
```

```

31 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
32
33 %algoritmo
34 FITilde=zeros(4,N);
35 FITilde(:,1)=[3.7, -0.5, 2, 5];
36 FITilde(:,2)=[3.7, -0.5, 2, 5];
37
38 dH=zeros(4,N);
39 somy=zeros(1,N);
40 somu=zeros(1,N);
41 E=zeros(1,N);
42
43 % ciclo del programma
44 for k=3:N
45
46     %costruzione dH
47
48     for i=1:Ly % Ly=2 riempo dH(y,k)
49         if i==1
50             dH(i,k)=y(k,1)-y(k-1,1); %dH(1,k)
51         else
52             dH(i,k)=y(k-Ly+1,1)-y(k-Ly,1); %dH(2,k)
53         end
54     end
55
56     for i=1:Lu %Lu=2 riempo dH(u,k)
57         if i==1
58             dH(i+2,k)=u(k,1)-u(k-1,1); %dH(3,k)
59         else
60             dH(i+2,k)=u(k-Lu+1,1)-u(k-Lu,1); %dH(4,k)
61         end
62     end
63
64
65 % formula della stima
66 FITilde(:,k)=FITilde(:,k-1)+
67 ((eta*dH(:,k-1).*(y(k,1)-y(k-1,1)))/(mu+(norm(dH(:,k-1)))^2))
68 -((eta*dH(:,k-1)*FITilde(:,k-1)'+dH(:,k-1))/(mu+(norm(dH(:,k-1)))^2));
69
70
71 %costruzione sommatorie
72 for i=1:Ly %Ly=2
73     if i==1
74         somy(1,k)=FITilde(i,k)*(y(k-i+1,1)-y(k-i,1));
75     else
76         somy(1,k)=somy(1,k)+(FITilde(i,k)*(y(k-i+1,1)-y(k-i,1)));
77     end
78 end
79

```

```

for i=Ly+2:Lu+Ly    %Lu=2
81     somu(1,k)=FITilde(i,k)*(u(k+Ly-i+1,1)-u(k+Ly-i,1));
end
83

85 %legge di controllo
E(1,k)=FITilde(Ly+1,k)/(lambda+(abs(FITilde(Ly+1,k)))^2);
87
u(k,1)=u(k-1,1) + E(1,k)*(ro*(yd(k+1,1)-y(k,1))
89     -ro*somy(1,k)-ro*somu(1,k));

91 %modello del processo da controllare
if (k>0) && (k<400)
93     y(k+1,1) = 2*y(k,1)+u(k,1)+3*u(k-1,1);
else
95     y(k+1,1) = 1.67*y(k,1)-0.67*y(k-1,1)+ 0.2*u(k,1)+0.18*u(k-1,1);
end
97

% errore totale
99 E=zeros(N,1);
for i=1:N
101     E(i,1)=yd(i,1)-y(i,1);
end
103

%Indice di performance IAE
105 IAE=0;
for i=1:N
107     IAE=abs(E(i,1))+IAE;
end
109

%Indice di performance ITAE
111 ITAE=0;
for i=1:N
113     ITAE=i(abs(E(i,1)))+ITAE;
end
115

end
117

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
119 %rappresentazione grafica
figure(1);      %uscita del sistema
121 k=1:N;
plot(k,yd(k,1),'r');hold on;
123 plot(k,y(k,1),'b'); hold on;
xlabel('time');
125 ylabel('output value');
title('output_MFAC');
127 legend('yd(k)', 'y(k)');

```

```
129 figure(2);          %ingresso al processo
131 k=1:N;
    plot(k,u(k,1),'r');
133 xlabel('time');
    ylabel('input_value');
135 title('input_MFAC');
    legend('u(k)');
137

139 figure(3);          %valori stimati di PG
    k=1:N;
141 plot(k,Ftilde(1,k),'r'); hold on;
    plot(k,Ftilde(2,k),'b'); hold on;
143 plot(k,Ftilde(3,k),'g'); hold on;
    plot(k,Ftilde(4,k),'y'); hold on;
145 xlabel('time');
    ylabel('Estimate_value_of_PG');
147 title('Estimate_value_of_PG');
    legend('Ftilde(1,k)',
149           'Ftilde(2,k)',
           'Ftilde(3,k)',
151           'Ftilde(4,k)');

153
155 figure(4);          %Andamento dell'errore
    k=1:N;
    plot(k,E(k,1),'r');
157 xlabel('time');
    ylabel('Error');
159 title('Error_MFAC');
```

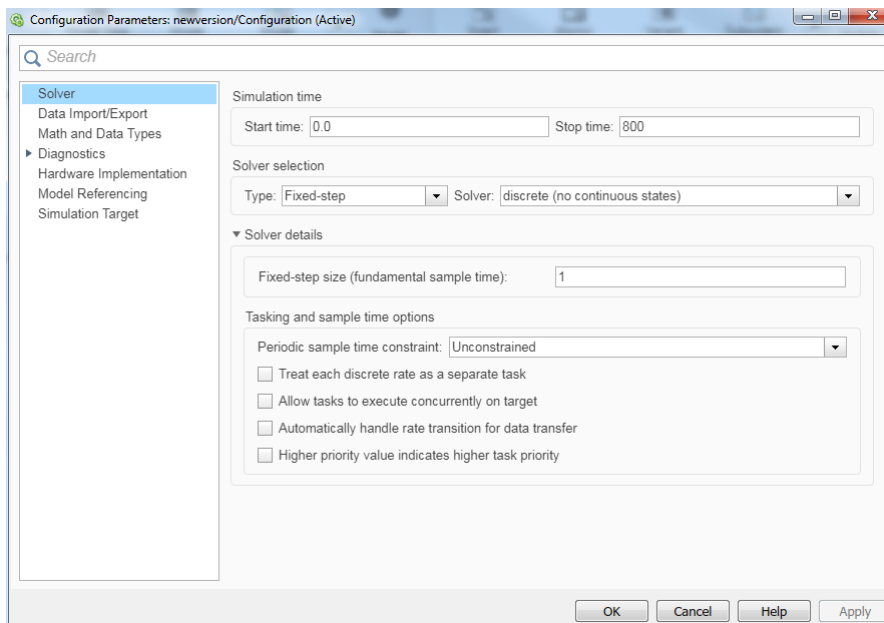


Figura A.1: Configurazioni parametri del modello

A.0.2 Esempio 1 - MATLAB Simulink

Come detto nel capitolo 7 per poter effettuare la simulazione da MATLAB a MATLAB Simulink abbiamo la necessità di effettuare alcune modifiche al processo e al controllore.

Per prima cosa una volta aperto Simulink sarà necessario andare a modificare l'ambiente di lavoro visto che opereremo in tempo discreto.

1. Cliccare su **MODELING > Model Settings > Solver** ;
2. inserire i tempi della simulazione, nel nostro caso 0.0 - 800
3. nella sezione **Solver selection** inserire nella voce **Type** la scelta **Fixed-step** e in **Solver** : **discrete (no continuous states)**
4. infine in **Solver details** in corrispondenza di **Fixed-step size** inseriamo 1, come riportato in figura A.1.

Altro accorgimento per l'utilizzo di questo programma sarà l'impiego di diversi blocchi mostrati in figura 7.5, figura 7.6, figura 7.7:

- a) il blocco **Step** per l'uscita desiderata,
- b) il blocco **Subsystem** per una questione di ordine (CONTROLLORE e PROCESSO),

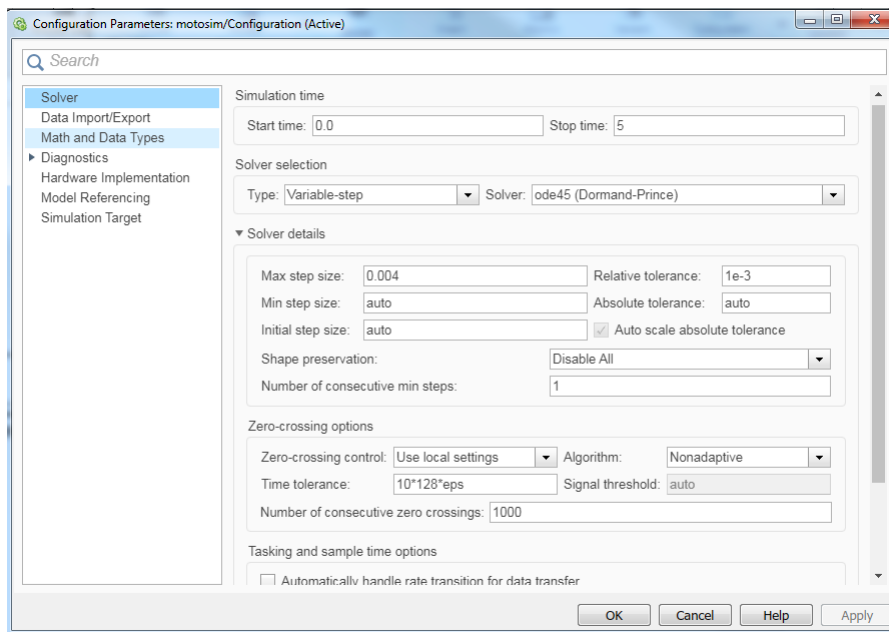


Figura A.2: Configurazione parametri del modello

A.0.3 Esempio 2 - Motore a cc

In questa sezione lavoreremo con il motore a cc. Per la simulazione abbiamo utilizzato come visto nel capitolo dedicato la struttura dell'esempio precedente. A differenza di quest'ultimo però, il motore non lavora a tempo discreto ma a tempo continuo e quindi abbiamo la necessità di cambiare alcune impostazioni del modello e introdurre nuovi blocchi con i quali lavorare.

Come prima, vediamo i passaggi da fare per modificare le impostazioni di modello (vedi fig. A.2):

1. Cliccare su **MODELING > Model Settings > Solver** ;
2. inserire i tempi della simulazione, nel nostro caso 0.0 - 5.0
3. nella sezione **Solver selection** inserire nella voce **Type** la scelta **Variable-step** e in **Solver:ode45 (Dormand-Prince)**.

A questo punto introduciamo il blocco **Zero-Order Hold** e il blocco **First-Order Hold** (fig. 6.11). Il blocco Zero-Order Hold mantiene l'input per il periodo di campionamento specificato mentre il blocco First Order Hold emette un'approssimazione lineare continua a tratti del suo segnale di ingresso, ovvero convertire un segnale discreto campionato in un segnale continuo senza attivare un ripristino del risolutore. Il passo di campionamento

Simbolo	MFAC
L_y	2
L_u	2
λ	1100000
μ	90
η	2.4
ρ	2.1
$\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(1)$	[3.7,-0.5,2,5]
$u(0), u(1), u(2)$	[1,1,1]

Tabella A.1: Parametri utilizzati

scelto per il blocco Zero-order Hold è 0.001 mentre per l'altro blocco abbiamo inserito come output iniziale 0 e in "output algorithm" abbiamo scelto "fast(minimize error)".

Di seguito riportiamo il codice inserito all'interno del MATLAB-Function Block, il quale risulterà essere identico al precedente ma con parametri modificati come mostrati nella tabella A.1 .

```

1  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [u, FItilde]=fcn(u1,u2,u3,y,y1,y2,y3,yd,k,FItilde1)
3  %parametri
   lambda=1100000;
5  mu=90;
   eta=2.4;
7  ro=2.1;
   FItilde=zeros(4,1);
9
   if k<=0.003
11     FItilde(:,1)=[3.5, -0.5, 2, 5];
       u=1;
13  else

15  %costruzione dH
       dH=zeros(4,1);
17  dH(1,1)=y1-y2;
       dH(2,1)=y2-y3;
19  dH(3,1)=u1-u2;
       dH(4,1)=u2-u3;
21
       %costruzione FItilde
23  FItilde(:,1)=FItilde1(:,1)
       + ((eta*dH(:,1).*(y-y1))/((mu+(norm(dH(:,1)))^2)))

```


Appendice B

Dimostrazione Teorema 2

La dimostrazione consiste delle seguenti quattro parti. Il primo è dimostrare la limitatezza del vettore PG stimato. La seconda parte è presentare la convergenza dell'errore di inseguimento. La terza parte è dimostrare la stabilità BIBO delle serie di input e output del sistema di controllo ad anello chiuso e l'ultima è fornire l'analisi di stabilità interna. Senza perdere in generalità, lo dimostreremo per il caso $L_u \leq 2$.

Il caso per $L_1 = 1$ può essere ottenuto anche utilizzando un procedimento simile.

PARTE 1: Dallo schema del FFDL-MFAC (6),(7),(8), e dal risultato del Teorema 1, cioè che $\|\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}^T(k)\| \leq b$, la limitatezza di $\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k)$ può essere dimostrata, vedere [48].

PARTE 2: Prima che inizi il processo di dimostrazione principale della convergenza dell'errore di inseguimento, vengono presentate prima alcune disuguaglianze e l'esistenza delle costanti M_1, M_2 e M_3 , che giocheranno un ruolo importante nella dimostrazione successiva.

Dato $\|\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}(k)\| \leq \bar{b}$, $\|\phi_{f,L_y,L_u}(k)\| \leq b$, $p_i \in (0, 1]$, $i = 1, \dots, L_y + L_u$, e $L_y(1 \leq L_y \leq n_y), L_u(1 < L_u \leq n_u)$, abbiamo che esistono costanti limitate $M_i, i = 1, 2, 3$ e

$$\lambda_{min} = \max\left\{b^2, \frac{\bar{b}^2(L_y+L_u-1)^2 \max\{1, b^{2L_y+2L_u-2}\}}{4\rho_{L_y+1}^{2L_y+2L_u-2} M_2^{2L_y+2L_u-2}}\right\}$$

tale che le seguenti disuguaglianze (B.1)–(B.4) valgono quando $\lambda > \lambda_{min}$.

Usando la disuguaglianza $x^2 + y^2 \geq 2xy$ e $\lambda > \lambda_{min} \geq b^2$, si ha

$$\left|\hat{\xi}_{L_y+1}(k)\right| \leq \frac{|\hat{\phi}_{L_y+1}(k)|}{2\sqrt{\lambda}|\hat{\phi}_{L_y+1}(k)|} = \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} < \frac{1}{2\sqrt{\lambda_{min}}} := M_1 \leq \frac{1}{2b}. \quad (\text{B.1})$$

Usando (7) e l'ipotesi 4, $|\phi_i(k)| \leq \|\phi_{f,L_y,L_u}\| \leq b$, (B.1), $\lambda > \lambda_{min} \geq b^2$ e la densità dei numeri reali abbiamo le seguenti disuguaglianze:

$$0 < M_2 \leq \left|\phi_i(k)\hat{\xi}_{L_y+1}(k)\right| \leq \frac{b|\hat{\phi}_{L_y+1}(k)|}{2\sqrt{\lambda}|\hat{\phi}_{L_y+1}(k)|} < \frac{b}{2\sqrt{\lambda_{min}}} \leq 0.5 \quad (\text{B.2})$$

$$M_1 \|\phi_{f,L_y,L_u}\|_v \leq M_1 b := M_3 \leq 0.5 \quad (\text{B.3})$$

Poiché le disuguaglianze $\lambda > \lambda_{\min} \geq \frac{\bar{b}^2(L_y+L_u-1)^2 \max\{1, b^{2L_y+2L_u-2}\}}{4\rho_{L_y+1} M_2^{2L_y+2L_u-2}}$,

$|\hat{\phi}_i(k)| \leq \|\hat{\phi}_{f,L_y,L_u}\| \leq \bar{b}$, $x^2 + y^2 \geq 2xy$ e (B.2) otteniamo

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^{L_y} \left| \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \right| + \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \left| \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \right| \right)^{\frac{1}{L_y+L_u-1}} \\ & < \left(\bar{b}(L_y+L_u-1) \frac{1}{2\sqrt{\lambda_{\min}}} \right)^{\frac{1}{L_y+L_u-1}} \\ & \leq \left[\bar{b}(L_y+L_u-1) \frac{\rho_{L_y+1}^{L_y+L_u-1} M_2^{L_y+L_u-1}}{\bar{b}(L_y+L_u-1) \max\{1, b^{L_y+L_u-1}\}} \right]^{\frac{1}{L_y+L_u-1}} \\ & \leq \rho_{L_y+1} M_2 \min\{1, \frac{1}{b}\} < \min\{\frac{1}{b}\} < 1. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

L'errore di inseguimento $e(k) = y_d - y(k)$ e utilizzando le disequazioni (B.1)–(B.4), la convergenza di $|e(k+1)|$ sarà garantito dalla sua funzione di limite superiore $g(k+1)$ in (B.31), che si dimostrerà asintoticamente convergente a zero. In dettaglio

$$e(k+1) = y_d - y(k+1) = e(k) - \Delta y(k+1). \quad (\text{B.5})$$

Sostituendo (2) nella (B.5) otteniamo

$$e(k+1) = e(k) - \phi_{f,L_y,L_u}^T(k) \Delta H_{L_y,L_u}(k). \quad (\text{B.6})$$

Scambiare le posizioni di alcuni componenti in $\phi_{f,L_y,L_u}(k)$ e $\Delta H_{L_y,L_u}(k)$ in modo corrispondente porterà una grande comodità al nostro prossimo passo per affrontare la relazione tra $e(k+1)$ ed $e(k)$.

Definiamo

$$G_{L_y,L_u}(k) := [u(k), \dots, u(k-L_u+1), y(k), \dots, y(k-L_y+1)]^T \in R^{L_y+L_u}$$

$$\psi_{f,L_y,L_u}(k) := [\phi_{L_y+1}(k), \dots, \phi_{L_y+L_u}(k), \phi_1(k), \dots, \phi_{L_y}(k)]^T \in R^{L_y+L_u}$$

Allora, (B.6) può essere riscritta come

$$e(k+1) = e(k) - \psi_{f,L_y,L_u}^T(k) \Delta G_{L_y,L_u}(k). \quad (\text{B.7})$$

Successivamente scopriremo la relazione tra $\Delta G_{L_y,L_u}(k)$ e $\Delta G_{L_y,L_u}(k-1)$, che è un passaggio essenziale per stabilire l'equazione di relazione non omogenea tra $e(k+1)$ ed $e(k)$ in (B.16). Sostituendo (8) in $\Delta G_{L_y,L_u}(k)$, si ha

$$\Delta G_{L_y,L_u}(k) = \mathbf{A}(k) \mathbf{K}_1 + \rho_{L_y+1} \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \mathbf{B} e(k) \quad (\text{B.8})$$

dove

$$\mathbf{K}_1 = [\Delta u(k-1), \dots, \Delta u(k-L_u+1), \Delta y(k), \dots, \Delta y(k-L_y+1), \Delta u(k-L_u)]^T \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{A}(k) = \begin{bmatrix} p_{L_y+2} & \cdots & p_{L_y+L_u} & p_1 & \cdots & p_{L_y} & 0 \\ 1 & 0 & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & & & \\ & & & 1 & 0 & & \\ & & & \ddots & & \ddots & \\ & & & & & 1 & 0 \end{bmatrix}_{(L_y+L_u) \times (L_y+L_u)} \quad (\text{B.10})$$

e gli elementi omissi nella matrice $\mathbf{A}(k)$ sono 0, $p_i = -\rho_i \hat{\phi}_i \hat{\xi}_{L_y+1}$, $i = 1, \dots, L_y, L_y+2, \dots, L_y+L_u$, e $\mathbf{B} = [1, 0, \dots, 0, \dots, 0]^T$.

Per semplificare il calcolo della norma della matrice, cambiando le posizioni delle componenti $\Delta u(k-L_u)$ con $\Delta y(k)$ in (B.9), si ottiene

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{C}\mathbf{K}_2 \quad (\text{B.11})$$

dove

$$\mathbf{K}_2 = [\Delta u(k-1), \dots, \Delta u(k-L_u), \Delta y(k-1), \dots, \Delta y(k-L_y+1), \Delta y(k)]^T \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ & \ddots & \ddots & & & \\ & & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ & & & & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(L_y+L_u) \times (L_y+L_u)} \quad (\text{B.13})$$

e l'elemento 1 nell'ultima riga si trova nella colonna L_u della matrice \mathbf{C} e gli elementi omissi sono 0.

Sostituendo $\Delta y(k)$ nella (2) in (B.12) otteniamo

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{D}(k-1)\Delta G_{L_y, L_u}(k-1) \quad (\text{B.14})$$

dove

$$\mathbf{D}(k-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ & \ddots & \ddots & & & \\ & & & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & & & 1 & \cdots & 0 \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & 1 & 0 \\ \phi_{L_y+1} & \cdots & \phi_{L_y+L_u} & \phi_1 & \cdots & & & \phi_{L_y} \end{bmatrix}_{(L_y+L_u) \times (L_y+L_u)}$$

e gli elementi omessi nella matrice $\mathbf{D}(k-1)$ sono 0. Qui ϕ_i denota $\phi_i(k-1)$, $i = 1, \dots, L_y + L_u$ in breve. Combinando (B.8)–(B.14), si ottiene

$$\Delta G_{L_y, L_u}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{C}\mathbf{D}(k-1)\Delta G_{L_y, L_u}(k-1) + \rho_{L_y+1}\hat{\xi}_{L_y+1}(k)\mathbf{B}e(k) \quad (\text{B.15})$$

che è la relazione tra $\Delta G_{L_y, L_u}(k)$ e $\Delta G_{L_y, L_u}(k-1)$ che vorremmo ottenere. Sostituendo (B.15) in (B.7) si ottiene

$$e(k+1) = (1 - \rho_{L_y+1}\hat{\phi}_{L_y+1}(k)\hat{\xi}_{L_y+1}(k))e(k) - \psi_{f, L_y, L_u}^T(k)\mathbf{A}(k)\mathbf{C}\mathbf{D}(k-1)\Delta G_{L_y, L_u}(k-1) \quad (\text{B.16})$$

Successivamente, per calcolare $|e(k+1)|$, calcoleremo prima la norma matrice coerente per $\mathbf{A}(k), \mathbf{C}, \mathbf{D}(k-1)$, rispettivamente, e poi per la matrice $\mathbf{A}(k)\mathbf{C}\mathbf{D}(k-1)$.

Per la matrice $\mathbf{A}(k)$, vale la seguente disuguaglianza (B.17) per $p_i \in (0, 1]$, $i = 1, \dots, L_y + L_u$ usando (B.4)

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{L_y} \left| \rho_i \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \right| + \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \left| \rho_i \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \right| \\ & \leq \left(\sum_{i=1}^{L_y} \left| \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \right| + \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \left| \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \right| \right) < 1 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

ciò significa che la somma dei valori assoluti di ogni elemento della prima riga della matrice $\mathbf{A}(k)$ è minore di 1, quindi si può avere che tutti gli autovalori di $\mathbf{A}(k)$ soddisfano $|z| < 1$ secondo il Lemma 1. Inoltre, in base a $|z| < 1$, l'esatto limite superiore degli autovalori di $\mathbf{A}(k)$ può essere ottenuto come segue.

Considera l'equazione caratteristica di $\mathbf{A}(k)$

$$\begin{aligned} & z^{L_y+L_u} + \rho_{L_y+2}\hat{\phi}_{L_y+2}(k)\hat{\xi}_{L_y+1}z^{L_y+L_u-1} + \dots \\ & \quad + \rho_{L_y+L_u}\hat{\phi}_{L_y+L_u}(k)\hat{\xi}_{L_y+1}z^{L_y+1} + \rho_1\hat{\phi}_1(k)\hat{\xi}_{L_y+1}z^{L_y} \\ & \quad + \dots + \rho_{L_y}\hat{\phi}_{L_y}(k)\hat{\xi}_{L_y+1}z = 0. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Usando $|z| < 1$ e (B.18), abbiamo

$$|z|^{L_y+L_u-1} \leq \sum_{i=1}^{L_y} \left| \rho_i \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1} \right| + \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \left| \rho_i \hat{\phi}_i \hat{\xi}_{L_y+1} \right| \quad (\text{B.19})$$

il che implica

$$|z| \leq \left(\sum_{i=1}^{L_y} \left| \rho_i \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1} \right| + \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \left| \rho_i \hat{\phi}_i \hat{\xi}_{L_y+1} \right| \right)^{\frac{1}{L_y+L_u-1}} := d_1. \quad (\text{B.20})$$

Secondo il Lemma 3 e (B.20), deve esistere una costante positiva arbitrariamente piccola tale che (B.21) valga

$$\|\mathbf{A}\|_v \leq d_1 + \varepsilon < 1 \quad (\text{B.21})$$

Per la matrice \mathbf{c} , possiamo affermare che gli autovalori della matrice \mathbf{c} soddisfano (B.22) usando direttamente il Lemma 2

$$|z| \leq 1. \quad (\text{B.22})$$

Allora secondo la definizione di raggio spettrale e Lemma 3, abbiamo

$$\|\mathbf{C}\|_v \leq s(\mathbf{C}) + \varepsilon = 1 + \varepsilon \quad (\text{B.23})$$

Per la matrice $\mathbf{D}(k-1)$, calcolando direttamente l'equazione caratteristica di $\mathbf{D}(k-1)$ si ottiene

$$|zE - \mathbf{D}(k-1)| = (z-1)^{L_y+L_u-1}(z - \phi_{L_y}(k-1))$$

usando il Lemma 3, e $|\phi_{L_y}(k-1)| < b$ dal Teorema 1, si ha

$$\|\mathbf{D}(k-1)\|_v \leq s(\mathbf{D}(k-1)) + \varepsilon \leq \max\{1, b\} + \varepsilon. \quad (\text{B.24})$$

Infine, la norma matrice coerente di $\mathbf{A}(k)\mathbf{C}\mathbf{D}(k-1)$ è

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{A}(k)\|_v \|\mathbf{C}\|_v \|\mathbf{D}(k-1)\|_v \\ & \leq (d_1 + \varepsilon)(1 + \varepsilon)\{\max\{1, b\} + \varepsilon\} \\ & = d_1 \max\{1, b\} + \{d_1 + (d_1 + 1)\max\{1, b\}\}\varepsilon \\ & \quad + \{d_1 + 1 + \max\{1, b\}\}\varepsilon^2 + \varepsilon^2 \\ & := d_2 \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Inoltre, mostreremo la costante $d_2 < 1$.

Se $b > 1$, usando (B.20), (B.17) e (B.4), possiamo ottenere $d_1 < \frac{1}{b}$, allora si ha $d_1 \max\{1, b\} < \frac{1}{b} \cdot b = 1$.

Se $b \leq 1$, allora possiamo anche ottenere $d_1 \max\{1, b\} < 1$ usando (B.20), (B.17) e (B.4).

Poiché $d_1 \max\{1, b\} < 1$ e gli ultimi tre termini in (B.25) sono valori arbitrariamente piccoli per la definizione del infinito piccolo valore ε , allora si ha

$$d_2 < 1. \quad (\text{B.26})$$

Prendendo la norma su entrambi i lati di (B.15) e usando (B.1), (B.25) si ottiene

$$\begin{aligned} \|\Delta G_{L_y, L_u}(k)\|_v & \leq d_2 \|\Delta G_{L_y, L_u}(k-1)\|_v \\ & + \left| \rho_{L_y+1} \hat{\xi}_{L_y+1}(k) e(k) \right| \leq \dots \leq d_2^{k-1} \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^k d_2^{k-i} \left| \rho_{L_y+1} \hat{\xi}_{L_y+1}(k) e(i) \right| \leq d_2^{k-1} \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \\
& + \rho_{L_y+1} M_1 \sum_{i=1}^k d_2^{k-i} |e(i)| \quad (\text{B.27})
\end{aligned}$$

Nel seguito, dimostreremo che il membro destro di (B.16) converge a zero, invece di dimostrare che il termine di coda non omogeneo converge esponenzialmente a zero nell'ambito delle contrazioni per la dinamica dell'errore non omogeneo.

Usando l'ipotesi 4, (7) e (B.2), abbiamo la seguente disuguaglianza per ogni $\rho_{L_y+1} \in (0, 1]$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} & < \left| 1 - \rho_{L_y+1} \hat{\phi}_{L_y+1}(k) \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \right| \\
& = \left| 1 - \left| \rho_{L_y+1} \hat{\phi}_{L_y+1}(k) \hat{\xi}_{L_y+1}(k) \right| \right| \\
& \leq 1 - \rho_{L_y+1} M_2 := d_3 < 1. \quad (\text{B.28})
\end{aligned}$$

Utilizzando (B.25), (B.27) e (B.28), e quindi, calcolando la norma su entrambi i lati di (B.16) si ottiene

$$\begin{aligned}
|e(k+1)| & \leq d_3 |e(k)| + d_2 \|\psi_{f, L_y, L_u}^T(k)\|_v \|\Delta G_{L_y, L_u}(k-1)\|_v \\
& \leq d_3^{k-1} |e(2)| + d_2 \sum_{i=1}^{k-1} d_3^{k-1-i} \|\psi_{f, L_y, L_u}^T(i+1)\|_v \\
& \quad \times \|\Delta G_{L_y, L_u}(i)\|_v \\
& \leq d_3^{k-1} |e(2)| + d_2 \sum_{i=1}^{k-1} d_3^{k-1-i} \|\psi_{f, L_y, L_u}^T(i+1)\|_v \\
& \left[\rho_{L_y+1} M_1 \sum_{j=1}^i d_2^{i-j} |e(j)| + d_2^{i-1} \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \right]. \quad (\text{B.29})
\end{aligned}$$

Definito $d_4 := \rho_{L_y+1} M_3$, notando che $\|\phi_{f, L_y, L_u}^T(k)\|_v = \|\psi_{f, L_y, L_u}^T(k)\|_v$ e (B.3), si ottiene $\|\psi_{f, L_y, L_u}^T(k)\|_v \rho_{L_y+1} M_1 \leq d_4$.

Così (B.29) diventa

$$\begin{aligned}
|e(k+1)| & \leq d_3^{k-1} |e(2)| + d_2 d_4 \sum_{i=1}^{k-1} d_3^{k-1-i} \sum_{j=1}^i d_2^{i-j} |e(j)| \\
& + (d_3^{k-2} + d_3^{k-3} d_2 + \dots + d_2^{k-2}) d_2 b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \quad (\text{B.30})
\end{aligned}$$

Sia

$$\begin{aligned}
g(k+1) & := d_3^{k-1} |e(2)| + d_2 d_4 \sum_{i=1}^{k-1} d_3^{k-1-i} \sum_{j=1}^i d_2^{i-j} |e(j)| \\
& + (d_3^{k-2} + d_3^{k-3} d_2 + \dots + d_2^{k-2}) d_2 b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \quad (\text{B.31})
\end{aligned}$$

Allora (B.30) può essere riscritto come

$$|e(k+1)| \leq g(k+1), \forall k = 1, 2, \dots \quad (\text{B.32})$$

dove $g(2) = |e(2)|$. Per ottenere la convergenza dell'errore di inseguimento in uscita, basta dimostrare la convergenza asintotica di $g(k+1)$. Quella che segue è la prova.

Da (B.31) e (B.32), si ottiene

$$\begin{aligned}
g(k+2) &= d_3^k |e(2)| + d_2 d_4 \sum_{i=1}^k d_3^{k-i} \sum_{j=1}^i d_2^{i-j} |e(j)| \\
&+ (d_3^{k-1} + d_3^{k-2} d_2 + \dots + d_3 d_2^{k-2} + d_2^{k-1}) d_2 b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \\
&= d_3 g(k+1) + d_2 d_4 \sum_{j=1}^{k-1} d_2^{k-j} |e(j)| + d_2 d_4 |e(k)| \\
&+ d_2^k b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \\
&\leq d_3 g(k+1) + d_2 d_4 \sum_{j=1}^{k-1} d_2^{k-j} |e(j)| + d_2 d_4 g(k) \\
&+ d_2^k b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \\
&= d_3 g(k+1) + h(k) \tag{B.33}
\end{aligned}$$

dove

$$h(k) := d_2 d_4 \sum_{j=1}^{k-1} d_2^{k-j} |e(j)| + d_2 d_4 g(k) + d_2^k b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v$$

Se $d_3 g(k+1) + h(k) < g(k+1)$ vale, allora la convergenza asintotica di $g(k+1)$ sarà assicurata. Infatti, da (B.3) e (B.28), si ha

$$d_4 = \rho_{L_y+1} M_3 \leq 0.5 < d_3 < 1. \tag{B.34}$$

Quindi, combinando (B.31) e (B.34), si ottiene

$$\begin{aligned}
h(k) &< d_2 d_4 \sum_{j=1}^{k-1} d_2^{k-j} |e(j)| + d_3 d_2 g(k) + d_2^k b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \\
&= d_2 d_4 \sum_{j=1}^{k-1} d_2^{k-j} |e(j)| + d_2^k b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \\
&\quad + d_2 d_3 [d_3^{k-1} |e(1)| + d_2 d_4 \sum_{i=1}^{k-2} d_3^{k-2-i} \sum_{j=1}^i d_2^{i-j} |e(j)|] \\
&\quad + (d_3^{k-3} + d_3^{k-4} d_2 + \dots + d_2^{k-3}) d_2 b \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v \\
&\leq d_2 g(k+1). \tag{B.35}
\end{aligned}$$

Sostituendo (B.35) in (B.33) si ottiene

$$g(k+2) < (d_3 + d_2) g(k+1) \tag{B.36}$$

Successivamente viene analizzata la conclusione di $d_3 + d_2 < 1$. Per la definizione di d_3 in (B.28), basta provare $d_2 < \rho_{L_y+1} M_2$. Infatti, utilizzando la definizione di d_1 di (B.20), e (B.4), il primo termine di d_2 in (B.25) soddisfa

$$\begin{aligned}
&d_1 \max\{1, b\} \\
&\leq \left(\sum_{i=1}^{L_y} \left| \rho_i \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1} \right| + \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \left| \rho_i \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1} \right| \right)^{\frac{1}{L_y+L_u-1}} \times \max\{1, b\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \left(\sum_{i=1}^{L_y} \left| \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1} \right| + \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \left| \hat{\phi}_i(k) \hat{\xi}_{L_y+1} \right| \right)^{\frac{1}{L_y+L_u-1}} \times \max\{1, b\} \\ &< \rho_{L_y+1} M_2 \min\{1, \frac{1}{b}\} \max\{1, b\} = \rho_{L_y+1} M_2. \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

Poiché ε è un piccolo numero positivo arbitrario in (B.25), allora combinando (B.25) e (B.37), si ha

$$d_3 + d_2 < 1 - \rho_{L_y+1} M_2 + \rho_{L_y+1} M_2 = 1. \quad (\text{B.38})$$

Usando (B.36) e (B.38), si ottiene

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} g(k+2) &\leq \lim_{k \rightarrow \infty} (d_3 + d_2) g(k+1) \\ &\leq \dots \leq \lim_{k \rightarrow \infty} (d_3 + d_2)^k g(2) = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

Quindi, la conclusione (1) del Teorema 2 è un risultato diretto di (B.32) e (B.39).

PARTI 3: Per ottenere la stabilità BIBO del sistema a ciclo chiuso, è sufficiente dimostrare la limitatezza di $G_{L_y L}(k)$, poiché è il vettore di informazione costituito dagli ingressi e dalle uscite.

Combinando (B.27), (B.31), (B.32) e (B.36), abbiamo

$$\begin{aligned} \|G_{L_y, L_u}(k)\|_v &\leq \sum_{i=1}^k \|\Delta G_{L_y, L_u}(i)\|_v + \|G_{L_y, L_u}(0)\|_v \\ &\leq \sum_{i=1}^k \left(\rho_{L_y+1} M_1 \sum_{j=2}^i d_2^{i-j} |g(j)| + \rho_{L_y+1} M_1 d_2^{i-1} |e(1)| \right) \\ &\quad + \frac{1-d_2^{k-1}}{1-d_2} \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v + \|G_{L_y, L_u}(0)\|_v \\ &< \sum_{i=1}^k \left(\rho_{L_y+1} M_1 \sum_{j=2}^i d_2^{i-j} (d_3 + d_2)^{j-2} |g(2)| + \rho_{L_y+1} M_1 d_2^{i-1} |e(1)| \right) \\ &\quad + \frac{1-d_2^{k-1}}{1-d_2} \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v + \|G_{L_y, L_u}(0)\|_v \\ &= \sum_{i=1}^k \left(\rho_{L_y+1} M_1 |g(2)| \frac{1}{d_3} ((d_3 + d_2)^{i-1} - d_2^{i-1}) + \rho_{L_y+1} M_1 d_2^{i-1} |e(1)| \right) \\ &\quad + \frac{1-d_2^{k-1}}{1-d_2} \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v + \|G_{L_y, L_u}(0)\|_v \\ &= \rho_{L_y+1} M_1 |e(2)| \frac{1}{d_3} \left[\frac{1-(d_2+d_3)^{k-1}}{1-(d_2+d_3)} - \frac{1-d_2^{k-1}}{1-d_2} \right] + \rho_{L_y+1} M_1 |e(1)| \frac{1-d_2^{k-1}}{1-d_2} \\ &\quad + \frac{1-d_2^{k-1}}{1-d_2} \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v + \|G_{L_y, L_u}(0)\|_v \\ &\leq \frac{\rho_{L_y+1} M_1 |e(2)|}{d_3(1-(d_2+d_3))} + \frac{1}{1-d_2} (\rho_{L_y+1} M_1 |e(1)| + \|\Delta G_{L_y, L_u}(1)\|_v) + \|G_{L_y, L_u}(0)\|_v \end{aligned}$$

Questo porta alla limitatezza di $G_{L_y, L_u}(k)$. Pertanto, il sistema a circuito chiuso è BIBO stabile.

PARTI 4: A causa dei segnali interni $\phi_{f, L_y, L_u}(k)$ e $\hat{\phi}_{f, L_y, L_u}(k)$, e dei segnali I/O esterni, $y(k)$ e $u(k)$ si sono dimostrati limitati segnali nella di-

mostrazione precedente, quindi il sistema ad anello chiuso è internamente stabile.

La dimostrazione del Teorema 2 è completata.

Bibliografía

- [1] J. B. Douglas and J. L. Alan, “The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems: Discrete-time case,” *Automatica*, vol. 23, no. 1, pp. 71–85, Jan. 1987.
- [2] G. C. Goodwin and K. S. Sin, *Adaptive Filtering Prediction and Control*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1984.
- [3] S. Vazquez et al., “Model predictive control: A review of its applications in power electronics,” *IEEE Ind. Electron. Mag.*, vol. 8, no. 1, pp. 16–31, Mar. 2014.
- [4] S. Vazquez, A. Marquez, R. Aguilera, D. Quevedo, J. I. Leon, and L. G. Franquelo, “Predictive optimal switching sequence direct power control for grid-connected power converters,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, no. 4, pp. 2010–2020, Apr. 2015.
- [5] J. Liu, S. Vazquez, L. Wu, A. Marquez, H. J. Gao, and L. G. Franquelo, “Extended state observer based sliding mode control for three-phase power converters,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 64, no. 1, pp. 22–31, Jan. 2017.
- [6] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1987.
- [7] Z. S. Hou and S. T. Jin, *Model Free Adaptive Control: Theory and Applications*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2013.
- [8] Z. S. Hou and Z. Wang, “From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective,” *Inf. Sci.*, vol. 235, pp. 3–35, Jun. 2013.
- [9] Z. S. Hou and J. X. Xu, “On data-driven control theory: The state of the art and perspective,” *Acta Autom. Sinica*, vol. 35, no. 6, pp. 650–667, Jun. 2009.
- [10] J.-C. Jeng and G.-P. Ge, “Disturbance-rejection-based tuning of proportional-integral-derivative controllers by exploiting closed-loop plant data,” *ISA Trans.*, vol. 62, pp. 312–324, May 2016.

- [11] H. Hjalmarsson, M. Gevers, and S. Gunnarsson, "Iterative feedback tuning—Theory and applications," *IEEE Control Syst. Mag.*, vol. 18, no. 4, pp. 26–41, Aug. 1998.
- [12] M. F. Heertjes, B. Van der Velden, and T. Oomen, "Constrained iterative feedback tuning for robust control of a wafer stage system," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 24, no. 1, pp. 56–66, Jan. 2016.
- [13] H. Hjalmarsson, S. Gunnarsson, and M. Gevers, "A convergent iterative restricted complexity control design scheme," in *Proc. 33rd IEEE Conf. Decision Control*, Orlando, FL, USA, 1994, pp. 1735–1740.
- [14] G. O. Guardabassi and S. M. Savaresi, "Virtual reference direct design method: An off-line approach to data-based control system design," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 45, no. 5, pp. 954–959, May 2000.
- [15] M. C. Campi, A. Lecchini, and S. M. Savaresi, "Virtual reference feedback tuning: A direct method for the design of feedback controllers," *Automatica*, vol. 38, no. 8, pp. 1337–1346, Aug. 2002.
- [16] P. Yan, D. Liu, D. Wang, and H. Ma, "Data-driven controller design for general MIMO nonlinear systems via virtual reference feedback tuning and neural networks," *Neurocomputing*, vol. 171, pp. 815–825, Jan. 2016.
- [17] M. G. Safonov and T. C. Tsao, "The unfalsified control concept: A direct path from experiment to controller," in *Feedback Control, Nonlinear Systems and Complexity*, B. A. Francis and A. R. Tannenbaum, Eds. Berlin, Germany: Springer, 1995, pp. 196–214.
- [18] M. G. Safonov and T. C. Tsao, "The unfalsified control concept and learning," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 42, no. 6, pp. 843–847, Jun. 1997.
- [19] W. G. Tanet and E. Sebastian, "Automatic controller tuning via unfalsified control," *J. Process Control*, vol. 22, no. 10, pp. 2008–2025, Dec. 2012.
- [20] M. Uchiyama, "Formulation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial," *Trans. Soc. Instrum. Control Eng.*, vol. 14, no. 6, pp. 706–712, Jun. 1978.
- [21] M. X. Sun and B. J. Huang, *Iterative Learning Control*. Beijing, China: Nat. Defense Ind. Press, 1998.

- [22] D. Shen, W. Zhang, Y. Q. Wang, and C.-J. Chien, "On almost sure and mean square convergence of P-type ILC under randomly varying iteration lengths," *Automatica*, vol. 63, no. 1, pp. 359–365, Jan. 2016.
- [23] Z. S. Hou, "The parameter identification, adaptive control and model free learning adaptive control for nonlinear systems," Ph.D. dissertation, Northeastern Univ., Shenyang, China, 1994.
- [24] Z. S. Hou and S. T. Jin, "A novel data-driven control approach for a class of discrete-time nonlinear systems," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 19, no. 6, pp. 1549–1558, Nov. 2011.
- [25] Z. S. Hou and Y. M. Zhu, "Controller-dynamic-linearization based model free adaptive control for discrete-time nonlinear systems," *IEEE Trans. Ind. Informat.*, vol. 9, no. 4, pp. 2301–2309, Nov. 2013.
- [26] Y. M. Zhu and Z. S. Hou, "Data driven MFAC for a class of discrete time nonlinear systems with RBFNN," *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.*, vol. 25, no. 5, pp. 1013–1020, May 2014.
- [27] D. Kovic, "Fast clustered radial basis function network as an adaptive predictive controller," *Neural Netw.*, vol. 63, pp. 79–86, Mar. 2015.
- [28] S. A. Billings, *Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2013.
- [29] K. S. Narendra and P. Gallman, "An iterative method for the identification of nonlinear systems using a Hammerstein model," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 11, no. 3, pp. 546–550, Jul. 1966.
- [30] G. C. Goodwin and K. S. Sin, *Adaptive Filtering Prediction and Control*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1984.
- [31] Y. P. Weng and X. W. Gao, "Data-driven robust output tracking control for gas collector pressure system of coke ovens," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 64, no. 5, pp. 4187–4198, May 2017.
- [32] Y. Zhao, Z. C. Yuan, C. Lu, G. L. Zhang, X. Li, and Y. Chen, "Improved model-free adaptive wide-area coordination damping controller for multiple-input–multiple-output power systems," *IET Gener., Transmiss. Distrib.*, vol. 10, no. 3, pp. 3264–3275, 2016.

- [33] Y. M. Zhu, Z. S. Hou, F. Qian, and W. L. Du, "Dual RBFNNs based model-free adaptive control with Aspen HYSYS simulation," *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 759–765, Mar. 2017.
- [34] Z. H. Li, Y. J. Xia, and Z. W. Qu, "Data-driven background representation method to video surveillance," *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 34, no. 2, pp. 193–202, 2017.
- [35] Z. S. Hou and S. T. Jin, *Model Free Adaptive Control: Theory and Applications*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2013.
- [36] Z. S. Hou, S. D. Liu, and C. K. Yin, "Local learning-based model-free adaptive predictive control for adjustment of oxygen concentration in syngas manufacturing industry," *IET Control Theory Appl.*, vol. 10, no. 12, pp. 1384–1394, 2016.
- [37] Z. S. Hou, S. D. Liu, and T. T. Tian, "Lazy-learning-based data-driven model-free adaptive predictive control for a class of discrete-time nonlinear systems," *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.*, vol. 28, no. 8, pp. 1914–1928, Aug. 2017.
- [38] C. Treesatayapun, "Varying-sliding condition adaptive controller for a class of unknown discrete-time systems with data-driven model," *Int. J. Model., Identification Control*, vol. 27, no. 3, pp. 210–218, 2017.
- [39] Z. S. Wang, L. Liu, and H. G. Zhang, "Neural network-based model-free adaptive fault-tolerant control for discrete-time nonlinear systems with sensor fault," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybernet., Syst.*, vol. 47, no. 8, pp. 2351–2362, Aug. 2017.
- [40] Z. H. Pang, G. P. Liu, D. H. Zhou, and D. H. Sun, "Data-driven control with input design-based data dropout compensation for networked nonlinear systems," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 25, no. 2, pp. 628–636, Mar. 2017.
- [41] H. G. Zhang, J. G. Zhou, Q. Y. Sun, J. M. Guerrero, and D. Z. Ma, "Data-driven control for interlinked ac/dc microgrids via model-free adaptive control and dual-droop control," *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 8, no. 2, pp. 557–571, Mar. 2017.
- [42] X. F. Wang, X. Li, J. H. Wang, X. K. Fang, and X. F. Zhu, "Data-driven model-free adaptive sliding mode control for the multi-degree-of-freedom robotic exoskeleton," *Inf. Sci.*, vol. 327, pp. 246–257, 2016.

- [43] H.T. Li, S.Q.Zheng, andH.L.Ren, “Self-correction of commutation point for high-speed sensorless BLDC motor with low inductance and nonideal back EMF,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 32, no. 1, pp. 642–651, Jan. 2017.
- [44] H. T. Li, X. Ning, W. Z. Li, “Implementation of a MFAC based position sensorless drive for high speed BLDC motors with nonideal back EMF,” *ISA Trans.*, vol. 67, pp. 348–355, 2017.
- [45] X. H. Bu, Z. S. Hou, and H. W. Zhang, “Data driven multi-agent systems consensus tracking using model free adaptive control,” *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.*, vol. 29, no. 5, pp. 1514–1524, May 2018, doi: 10.1109/TNNLS.2017.2673020.
- [46] Z. H. Li, Y. J. Xia, and Z.W. Qu, “Data-driven background representation method to video surveillance,” *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 34, no. 2, pp. 193– 202, 2017.
- [47] Z. S. Hou and W. H. Huang, “Model-free learning adaptive control of a class of SISO nonlinear systems,” in *Proc. Amer. Control Conf.*, 1997, pp. 343–344.
- [48] Z. S. Hou and S. T. Jin, “A novel data-driven control approach for a class of discrete-time nonlinear systems,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 19, no. 6, pp. 1549–1558, Nov. 2011.
- [49] E. I. Jury, *Theory and Application of the Z-Transform Method*. JohnWiley and Sons, 1964.
- [50] H. E. Bell, “Gershgorin’s theorem and the zeros of polynomials,” *Amer. Math. Monthly*, vol. 72, no. 3, pp. 292–295, 1965.
- [51] J. M. Ortega andW. C. Rheinboldt, *Iterative Solution of Non-linear Equations in Several Variables*. San Diego, CA, USA: Academic, 1970.
- [52] <https://www.ece.umn.edu/users/riaz/index.htm>
- [53] *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, VOL. 64, NO. 5, MAY 2017
- [54] *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, VOL. 64, NO. 11, NOVEMBER 2019