



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E ARCHITETTURA (DICEA)

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE

L'utilizzo dell'intelligenza artificiale per la
realizzazione di sistemi di monitoraggio della salute
strutturale: il caso studio della Torre della Facoltà di
Ingegneria di Ancona

Artificial intelligence based structural health monitoring systems:
the case study of the Faculty of Engineering Tower in Ancona

RELATORE:
Prof. Ing. Fabrizio Gara

CANDIDATO:
Simone Quarchioni

CORRELATORE:
Dott. Ing. Davide Arezzo

ANNO ACCADEMICO 2020-2021

Simone Quarchioni

*L' utilizzo dell' intelligenza artificiale per
la realizzazione di sistemi di monitoraggio della salute strutturale:
il caso studio della Torre della Facoltà di Ingegneria di Ancona*

INDICE

INTRODUZIONE.....	1
PANORAMICA DELLA TESI	2
1 MONITORAGGIO DELLA SALUTE STRUTTURALE BASATO SULLA MISURA DELLE VIBRAZIONI.....	3
1.1 INTRODUZIONE	3
1.2 OPERATIONAL MODAL ANALYSIS.....	6
1.2.1 Principi fondamentali	8
1.2.2 Descrizione della tipica catena di misura	11
1.2.3 Introduzione alle tecniche di identificazione dinamica a sottospazi	15
2 LA TORRE DELLA FACOLTÀ DI INGEGNERIA AD ANCONA: DESCRIZIONE DEL CASO STUDIO	24
2.1 DESCRIZIONE GENERALE DELL'EDIFICIO	24
2.1.1 L'organismo strutturale	26
2.1.2 Gli elementi non strutturali.....	29
2.2 IDENTIFICAZIONE DINAMICA PRELIMINARE	34
2.2.1 Strumentazione e configurazione di misura	34
2.2.2 Risultati dell'identificazione dinamica.....	38
3 MODELLAZIONE STRUTTURALE E MODEL UPDATING	46
3.1 RACCOLTA DOCUMENTI DI PROGETTO.....	46
3.1.1 Tavole di progetto.....	46
3.1.2 Analisi dei carichi.....	48

3.1.3 Prove sui materiali	52
3.2 MODELLAZIONE AL SAP2000	54
3.3 MODEL UPDATING ATTRAVERSO ALGORITMI DI INTELLIGENZA ARTIFICIALE: L'UTILIZZO DEL PARTICLE SWARM OPTIMIZATION	66
3.3.1 Concetti principali del particle swarm optimization.....	67
3.3.2 Calibrazione dei parametri del modello.....	69
3.4 RISULTATI DEL PROCESSO DI MODEL UPDATING.....	71
4 IL SISTEMA DI MONITORAGGIO DINAMICO DELL'EDIFICIO.....	72
4.1 EVOLUZIONE DEL SISTEMA DI MONITORAGGIO DAL 2017 AD OGGI ..	72
4.2 AUTOOMA.....	77
5 MACHINE LEARNING E STATISTICAL PATTERN RECOGNITION	83
5.1 INTRODUZIONE	83
5.2 RIMOZIONE EFFETTI AMBIENTALI.....	85
5.2.1 Influenza dei fattori ambientali sui parametri modali	85
5.2.2 Gaussian Mixture Model (GMM)	88
5.2.3 Principal Component Analysis (PCA).....	91
5.3 APPRENDIMENTO NON SUPERVISIONATO E RISULTATI DEL MONITORAGGIO	97
CONCLUSIONI.....	101
BIBLIOGRAFIA	103

Simone Quarchioni

*L' utilizzo dell' intelligenza artificiale per
la realizzazione di sistemi di monitoraggio della salute strutturale:
il caso studio della Torre della Facoltà di Ingegneria di Ancona*

INTRODUZIONE

Con l'espressione monitoraggio della salute strutturale si intende identificare tutti quei processi atti alla valutazione della sicurezza di una struttura. Questi processi hanno trovato una loro prima applicazione nel campo aerospaziale e nell'ingegneria meccanica al fine di valutare le prestazioni e l'insorgenza di danneggiamenti nei componenti meccanici dei veicoli e nelle macchine rotanti industriali. Con il tempo la necessità di valutare lo stato di salute delle strutture ha portato all'utilizzo di tali tecniche anche nel campo dell'ingegneria civile, in particolar modo del monitoraggio basato sull'analisi modale operativa (OMA). Tale metodo si basa sull'identificazione dei parametri modali attraverso il rilievo di accelerazioni indotte da vibrazioni ambientali non misurabili. L'assioma principale del monitoraggio della salute strutturale basato sulle vibrazioni è che il danno strutturale può essere rilevato dai cambiamenti nelle caratteristiche sensibili al danno estratte dalle misurazioni delle vibrazioni. Per tale ragione l'obiettivo di un sistema di monitoraggio basato sulle vibrazioni è quello di cogliere rapidamente eventuali variazioni nel comportamento e nelle principali caratteristiche della struttura al fine di valutarne costantemente lo stato di salute. La stima delle proprietà dinamiche delle strutture, oltre al monitoraggio sullo stato di salute nel tempo (*structural health monitoring*), permette anche di calibrare modelli numerici (*model updating*) per la valutazione della sicurezza strutturale e studiare gli effetti delle condizioni ambientali sulle proprietà dinamiche delle strutture.

Il presente lavoro, che è il risultato del tirocinio svolto presso il dipartimento DICEA dell'Università Politecnica delle Marche sulla base di uno specifico progetto di ricerca, ha avuto come primo obiettivo l'implementazione di un sistema di monitoraggio della Torre della Facoltà di Ingegneria dell'Università Politecnica delle Marche. Per farlo, si è fatto uso diffuso di algoritmi di intelligenza artificiale lungo tutto il processo che va dall'acquisizione del dato grezzo alla valutazione dello stato di salute della struttura. In particolare, la procedura automatica di analisi modale operativa (autoOMA) è stata realizzata attraverso l'uso di un algoritmo di clusterizzazione gerarchico (*hierarchical*

clustering); per il model updating del modello agli elementi finiti si è fatto ricorso al particle swarm optimization (PSO). Infine, l'ultimo obiettivo della tesi è stato quello di creare un modello statistico basato sui dati che permettesse di rilevare in tempo reale eventuali cambiamenti nel comportamento della struttura; per quest'ultimo step si è fatto ricorso ai concetti di *machine learning* e *statistical pattern recognition*.

PANORAMICA DELLA TESI

Nella prima parte del lavoro è stato riportato un quadro dei concetti teorici alla base dei sistemi di monitoraggio basati sulle vibrazioni ambientali e si è illustrata la metodologia utilizzata per l'identificazione dei parametri modali. Nella seconda parte, dopo aver provveduto ad una descrizione generale dell'opera in esame, vengono mostrati i risultati dell'identificazione dinamica preliminare necessaria allo sviluppo del sistema di monitoraggio. Successivamente è stato elaborato un modello agli elementi finiti della struttura e definito un processo di *model updating* automatico attraverso l'utilizzo del *particle swarm optimization* (PSO). Quest'ultima fase è finalizzata alla predisposizione di un modello che rispecchi il reale comportamento della struttura e che sia quindi in grado di cogliere i modi di vibrare reali per consentire una più profonda comprensione della dinamica strutturale. Nel seguito della tesi è stata descritta l'evoluzione che ha subito il sistema di monitoraggio dal 2017 ad oggi partendo dal monitoraggio della sola torre attraverso l'utilizzo di tre accelerometri. Il sistema di monitoraggio è stato ampliato e il sistema attuale garantisce un monitoraggio continuo ed automatico sia della torre che del corpo scala, dei parametri ambientali e delle velocità in fondazione necessarie per la misura dell'input in caso di sisma. Infine, è stato sviluppato il modello statistico basato sui dati del monitoraggio, partendo dalla rimozione degli effetti ambientali attraverso la *principal component analysis* (PCA) fino ad arrivare alla costruzione di control chart passando per la definizione di un modello statistico di riferimento con l'ausilio del *gaussian mixture model* (GMM).

1 MONITORAGGIO DELLA SALUTE STRUTTURALE BASATO SULLA MISURA DELLE VIBRAZIONI

1.1 Introduzione

La conoscenza del comportamento delle costruzioni nel tempo è un'esigenza sempre più attuale soprattutto per le strutture strategiche e di carattere monumentale e storico. L'efficienza delle costruzioni in esercizio è infatti condizione essenziale per consentire lo svolgimento in sicurezza ed economicità delle attività umane. Questa conoscenza può essere raggiunta attraverso il monitoraggio strutturale (*SHM-Structural Health Monitoring*) con l'acquisizione di dati rappresentativi del comportamento della struttura in esame attraverso l'impiego di una rete di sensori opportunamente disposti sulla struttura. Attraverso il monitoraggio si può, infatti, giungere a una più affidabile conoscenza del comportamento della struttura rispetto al modello progettuale e ad una individuazione tempestiva di eventuali danneggiamenti che andrebbero a modificare il comportamento e la sicurezza della stessa. Nel settore delle costruzioni civili, il carattere di unicità delle singole situazioni oggetto di studio rende inoltre meno facile lo sviluppo e la messa a punto di processi di monitoraggio fortemente automatizzati e pertanto è sempre richiesto l'intervento di un operatore esperto. Infatti, il monitoraggio strutturale è il risultato di un insieme di tecnologie volte a determinare lo stato di un sistema strutturale e la sua evoluzione nel tempo; lo scopo è quello di rilevare e quantificare eventuali fenomeni di degrado o di danneggiamento e di consentire altresì l'espressione di un giudizio sull'integrità del sistema stesso ("diagnosi") e sulla sua capacità di rimanere in esercizio con adeguati livelli di sicurezza per un tempo determinato ("prognosi"). La funzione del monitoraggio strutturale è esplicitata attraverso sistemi più o meno complessi che comprendono componenti sia hardware che software e che si interfacciano con una conoscenza esperta fornita attraverso l'intervento umano. Le tecnologie coinvolte nello sviluppo e nella gestione di un sistema di monitoraggio hanno carattere fortemente

interdisciplinare. Esse infatti comprendono, oltre all'ingegneria strutturale, l'ingegneria elettronica, l'informatica e le tecniche matematiche specifiche per il processamento dei segnali. Come enunciato dalla norme UNI_TR 11634_2016 Linee guida per il monitoraggio strutturale [1], gli obiettivi generali di un sistema di monitoraggio strutturale, che ne definiscono la natura e le modalità operative e di conseguenza ne condizionano la progettazione sono riconducibili in linea di principio ai due seguenti:

- controllo delle condizioni in cui si trova la struttura rispetto a possibili stati limite, ossia della capacità di assolvere le funzioni per le quali è stata progettata. Fra questi il venir meno delle condizioni di operatività e soprattutto il rischio di collasso sono evidentemente quelli di maggior interesse per il gestore dell'opera. Il sistema è progettato in questo caso per tener sotto controllo il valore di alcuni parametri significativi (spostamenti, deformazioni, cedimenti, indici di comportamento globale come le frequenze proprie, ecc.);
- individuazione di un processo di degrado in atto: in questo caso il compito del sistema di monitoraggio è quello di individuare il verificarsi di un comportamento anomalo, segnalato dall'andamento, non in linea con le previsioni o con le misure passate, di alcune risposte caratteristiche della struttura alle azioni esterne.

La scelta se attivare un monitoraggio e quale debba essere il suo grado di sofisticazione è il risultato di una analisi personalizzata, fatta caso per caso e mirata ad ottenere il miglior impiego delle risorse economiche a disposizione e delle professionalità coinvolte. I fattori che principalmente influenzano tale scelta sono:

- l'importanza dell'opera da valutarsi in termini di valore economico e funzione svolta. A titolo di esempio, meritano una maggior attenzione, giustificando, uno sforzo economico più elevato, le grandi linee di comunicazione, gli edifici adibiti a compiti essenziali per la società quali, per esempio, ospedali, caserme, edifici pubblici o ancora gli edifici storici e i beni monumentali;
- le condizioni ambientali: il monitoraggio strutturale è da prevedersi con una priorità più alta in presenza di una forte aggressività dell'ambiente in cui la struttura si trova (zone ad alto rischio sismico, condizioni climatiche estreme, ecc.) in considerazione di una più elevata possibilità di danno.

- la complessità e il grado d'innovazione della struttura: è di tutta evidenza l'interesse ad attivare un sistema di monitoraggio per strutture che fanno ricorso a nuovi materiali o impiegano tecniche costruttive innovative, tenuto presente il significativo contributo allo sviluppo e al progresso del settore delle costruzioni che ne potrebbe derivare.

Una volta individuate le grandezze che il monitoraggio fornisce e l'accuratezza richiesta il progettista del sistema individua la strategia di misura più opportuna allo scopo. In particolare, sviluppa un layout dettagliato della rete dei sensori definendo il tipo di grandezza misurata, il numero e la posizione di ciascun sensore.

Il processo di monitoraggio può essere sintetizzato in quattro fasi [2]:

1. valutazione operativa;
2. acquisizione dei dati;
3. estrazione delle caratteristiche;
4. sviluppo modello statistico.

La prima fase ha lo scopo di porre dei limiti relativi all'oggetto e alle tecniche di monitoraggio. Nella seconda fase ci si occupa della scelta del tipo di eccitazione, della scelta della tipologia di sensori per l'acquisizione dei dati in relazione al tipo di caratteristica da misurare e della posizione e del numero di sensori. Nella terza fase si usano metodi di estrazione delle caratteristiche a partire dai segnali registrati. La quarta e ultima fase prevede lo sviluppo di modelli statistici. Una volta ricavate le caratteristiche, è necessario creare un metodo per discriminarle, ovvero verificare se la struttura sia danneggiata o meno. Infine, come menzionato in [3] il campo di studio riguardante SHM è maturato fino a far emergere diversi assiomi fondamentali, o principi generali accettati. Tuttavia, gli assiomi non sono di per sé sufficienti a generare una vera e propria metodologia e gli autori non ritengono che tali assiomi possano formare un sistema completo. Per generare una metodologia da questi assiomi, è necessario aggiungere un gruppo di algoritmi in grado di condurre l'operatore SHM dai dati a una decisione.

Assioma I. Tutti i materiali hanno difetti intrinseci.

Assioma II. La valutazione del danno richiede un confronto tra due stati del sistema.

Assioma III. Identificare l'esistenza e la posizione del danno può essere fatto in una modalità di apprendimento non supervisionato, ma identificare il tipo di danno presente e la gravità del danno può generalmente essere fatto solo in una modalità di apprendimento supervisionato. (Per un approfondimento dei concetti di apprendimento supervisionato e non supervisionato si rimanda al capitolo 5 di questo lavoro)

Assioma IVa. I sensori non possono misurare i danni. L'estrazione delle caratteristiche attraverso l'elaborazione del segnale e la classificazione statistica sono necessarie per convertire i dati dei sensori in informazioni sui danni.

Assioma IVb. Senza un'estrazione intelligente delle caratteristiche, più una misurazione è sensibile al danno più sensibile è al cambiamento delle condizioni operative e ambientali.

Assioma V. La lunghezza e le scale temporali associate all'inizio e all'evoluzione del danno dettano le proprietà richieste del sistema di rilevamento SHM.

Assioma VI. Esiste un compromesso tra la sensibilità ai danni di un algoritmo e la sua capacità di rimuovere il rumore.

Assioma VII. L'entità del danno che può essere rilevato dai cambiamenti nella dinamica del sistema è inversamente proporzionale alla gamma di frequenza di eccitazione.

Assioma VIII. Il danno aumenta la complessità di una struttura.

1.2 Operational modal analysis

L'analisi modale è un approccio di identificazione dei sistemi basato sulla determinazione dei loro parametri modali (frequenze modali, smorzamenti e forme modali).

Queste informazioni possono essere usate per diversi scopi nel campo dell'ingegneria civile, come ad esempio per la stima della risposta strutturale del sistema, come identificazione del danno o per il raffinamento dei modelli agli elementi finiti (*model updating*). L'aggiornamento del modello è, probabilmente, il più comune. Le stime dei parametri modali fornite dai modelli FE (*Finite Element*) spesso non sono completamente affidabili a causa di inesattezze relative alla discretizzazione e all'impostazione del modello. Di conseguenza, il modello numerico non è tipicamente rappresentativo del

comportamento dinamico effettivo della struttura ed è necessaria una correzione per renderlo più aderente alle osservazioni sperimentali. Tale correzione si basa sulla valutazione della correlazione tra stime sperimentali e numeriche delle proprietà modali e su un perfezionamento guidato del modello in modo che, dopo l'aggiornamento, possa predire in modo più affidabile il comportamento dinamico della struttura. La calibrazione del modello assicura una previsione più accurata della risposta strutturale a eccitazioni complesse e una valutazione più affidabile degli effetti di eventi naturali o artificiali pericolosi. Un campo rilevante di applicazione dei parametri modali identificati è il rilevamento dei danni e SHM. Il rilevamento dei danni basato sulle vibrazioni si basa sui cambiamenti delle proprietà dinamiche della struttura causate da danneggiamento. Pertanto, date stime di riferimento dei parametri modali della struttura in condizioni di salute, l'integrità della struttura può essere valutata, in linea di principio, confrontando le stime dei parametri modali successive con quelle di riferimento. La valutazione dei danni basata sulle vibrazioni delle strutture ha ricevuto una notevole attenzione negli ultimi decenni, con lo sviluppo di metodi non solo per rilevare la presenza di danni ma anche per localizzarli e quantificarli. Il principale svantaggio delle tecniche di rilevamento dei danni basate sull'analisi delle variazioni delle proprietà modali stimate è correlato all'influenza delle condizioni al contorno e dei fattori operativi e ambientali sulle stime. Tale influenza può produrre cambiamenti nelle stime dei parametri modali che sono dello stesso ordine di grandezza di quelli dovuti al danno. Tuttavia, negli ultimi anni sono state sviluppate una serie di tecniche in grado di rimuovere l'influenza dei fattori ambientali sulle stime dei parametri modali, sollevando così un rinnovato interesse verso il rilevamento dei danni basato sulle vibrazioni. Un'altra limitazione rilevante alla vasta applicazione di queste tecniche di rilevamento dei danni è stata la mancanza di procedure completamente automatizzate per la stima dei parametri modali della struttura monitorata. Questo problema ha determinato grandi sforzi della ricerca negli ultimi anni per sviluppare tecniche OMA (*Operational Modal Analysis*) automatizzate affidabili e robuste. Il principale motivo di interesse nei riguardi dell'analisi modale sperimentale, come definito in [4], è legato alla considerazione che il comportamento dinamico di una struttura è una sorta di "impronta digitale", nel senso che esso dipende solo dalle sue

caratteristiche intrinseche (masse, rigidzze, smorzamenti, grado di vincolo, ecc.) e non dall'entità e/o dal tipo di carico applicato. In tal senso, se non intervengono modificazioni interne al manufatto (come, per esempio, dei danni strutturali), il comportamento della struttura rimane inalterato, mentre, in caso contrario, si noterà una variazione delle frequenze e dei modi propri di vibrare. Inoltre, l'identificazione strutturale è di per sé una tecnica non distruttiva, e in quanto tale può essere applicata sia a strutture nuove, per esempio in fase di collaudo, sia a strutture esistenti o storiche.

1.2.1 Principi fondamentali

La teoria dell'analisi modale sperimentale è basata sulle seguenti ipotesi fondamentali:

- linearità: per piccole vibrazioni, come nel caso di vibrazioni ambientali, il comportamento dinamico della struttura è lineare, per cui la risposta a una certa combinazione di ingressi nel sistema è uguale alla medesima combinazione delle rispettive risposte. Ciò significa che è applicabile il principio di sovrapposizione degli effetti secondo il quale anche se le strutture reali hanno molti gradi di libertà (MDOF) e possono presentare un comportamento non lineare, esse possono comunque essere rappresentate dalla sovrapposizione di modelli lineari di sistemi ad un grado di libertà (SDOF);
- stazionarietà: le caratteristiche dinamiche della struttura non cambiano nel tempo, pertanto i coefficienti delle equazioni differenziali che reggono il problema sono costanti rispetto al tempo;
- osservabilità: i dati necessari a determinare le caratteristiche dinamiche di interesse devono poter essere misurati. Da ciò deriva la necessità di scegliere in maniera adeguata i punti di misura, evitando di disporre gli strumenti di misura in quei punti, detti nodi modali, in cui l'osservabilità dei modi è nulla.

Anche in caso di eccitazione ambientale può essere effettuata l'analisi modale. In questo caso l'input sulla struttura non è noto ma, nonostante questo, tecniche di analisi modale possono essere applicate per valutare i parametri dinamici della struttura.

Essa cioè si basa sulla misura della sola risposta strutturale eccitata da sorgenti ambientali, quali ad esempio il traffico veicolare ed il vento, assumendo che l'ente generatore delle vibrazioni sia un processo stocastico.

L'eccitazione di tipo ambientale, avendo energia distribuita in un ampio range di frequenze, è in grado di eccitare molti modi strutturali.

A patto di effettuare lunghe registrazioni, la forzante ambientale può essere assimilata ad un rumore bianco. Il rumore bianco è un particolare tipo di rumore caratterizzato dall'assenza di periodicità nel tempo e da ampiezza costante su tutto lo spettro di frequenze. Se l'eccitazione è un rumore di fondo gaussiano con valore medio nullo la risposta della struttura riflette direttamente le caratteristiche del sistema strutturale.

Nella pratica però il rumore bianco non esiste: si tratta di un'idealizzazione teorica, poiché nessun sistema è in grado di generare uno spettro uniforme per tutte le frequenze esteso da zero a infinito, mentre nei casi reali d'interesse il rumore bianco è al massimo riferibile ad un intervallo di frequenze (rumore bianco a banda finita o limitata).

La lunghezza delle storie temporali è un parametro molto importante affinché l'input ambientale sia effettivamente un rumore bianco. Alcune indicazioni sono riportate nella letteratura dove si propone per la durata minima dell'acquisizione un valore di 1000 – 2000 periodi. L'analisi modale condotta nel caso di input incognito (*output-only*), quale è il rumore ambientale, viene detta Analisi Modale Operativa. Le procedure OMA consentono di valutare frequenze naturali, modi naturali e rapporti di smorzamento della struttura. L'analisi modale sperimentale basata sull'applicazione di un input noto alla struttura risulta attuabile con difficoltà nel caso di grosse strutture (ad esempio, ponti). L'analisi modale operativa, invece, consente di sfruttare il rumore ambientale per l'identificazione strutturale evitando, così, il ricorso ad attrezzature particolari (vibroline, martelli strumentati, ecc.) che eccitino direttamente la struttura. Ciò si traduce in una serie di vantaggi:

- la prova è rapida ed economica, dato che non sono necessarie attrezzature per l'eccitazione della struttura;
- le misure vengono effettuate nelle effettive condizioni operative della struttura

per cui i parametri modali che si ottengono sono rappresentativi del comportamento dinamico della struttura nelle sue reali condizioni di utilizzo;

- i tempi di esecuzione sono ridotti;
- si riesce ad eccitare strutture di grandi dimensioni e massa elevata;
- la prova non interferisce con l'operatività della struttura (per cui, ad esempio, non è necessario chiudere al traffico un ponte quando esso viene analizzato).

Inoltre per edifici con pianta regolare e compatta si può ipotizzare un comportamento rigido nel piano per ogni orizzontamento, quindi un comportamento a diaframma, permettendo l'utilizzo di soli 3 punti di misura per ogni piano. Per edifici con pianta fortemente non regolare ma snella, invece, il solaio non può considerarsi infinitamente rigido nel piano e quindi ha bisogno di più di 3 punti di misura ogni piano per ottenere le forme modali corrette.

La metodologia OMA presenta, però, anche alcuni svantaggi.

È fondamentale saper distinguere il comportamento strutturale dal rumore e le altre sorgenti misurate, inoltre se il livello di eccitazione è molto basso si ha bisogno di sensori molto sensibili con livelli di disturbo molto bassi. Se, da un lato, l'eccitazione ambientale è vantaggiosa quando si testano grandi strutture civili, dall'altro l'acquisizione dei dati e, soprattutto, l'elaborazione dei dati richiedono un'attenzione supplementare per eseguire con successo i test modali di solo output. Infatti, poiché l'ingresso non è misurato, alcune caratteristiche dell'eccitazione possono essere erroneamente confuse con le proprietà dinamiche della struttura in prova. Una corretta progettazione della disposizione dei sensori e una valutazione preliminare delle fonti di eccitazione che agiscono sulla struttura nelle sue condizioni operative giocano, quindi, un ruolo primario nel garantire la possibilità di ottenere informazioni di alta qualità dai test modali. L'analisi *output-only* consiste in tre passaggi fondamentali:

- pianificazione ed esecuzione dei test: questo passaggio riguarda la definizione dell'impostazione sperimentale (disposizione dei sensori, collegamento di sensori, percorsi dei cavi, ecc.) e i parametri di acquisizione dei dati (durata delle registrazioni, frequenza di campionamento);

- elaborazione dati e identificazione dei parametri modali: questa fase riguarda la validazione e il pretrattamento (filtraggio, decimazione, ecc.) dei dati acquisiti, alcune operazioni di elaborazione del segnale e la stima dei parametri modali.
- validazione delle stime dei parametri modali.

1.2.2 Descrizione della tipica catena di misura

I componenti principali di una prova di analisi modale sono la struttura in esame, un certo numero di trasduttori, il sistema di comunicazione, un dispositivo di acquisizione dati e un sistema di elaborazione dati per l'estrazione delle informazioni modali dai dati registrati.

Riguardo ai trasduttori, la funzione di qualsiasi sensore è la conversione di una grandezza fisica in una elettrica, tipicamente in tensione. Quindi, il segnale elettrico sotto forma di tensione viene trasferito all'hardware di acquisizione dei dati per la digitalizzazione.

I sensori possono, dunque, essere interpretati come sorgenti di segnale in tensione.

Le proprietà principali dei sensori sono:

- sensibilità: descrive la relazione che intercorre tra la grandezza fisica che si vuole misurare e la grandezza elettrica acquisita (solitamente Volt) espressa come V/GF (GF: Grandezza Fisica);
- range di frequenza: è il campo di funzionamento dello strumento, il valore inferiore è limitato dall'elettronica mentre il valore superiore è funzione delle caratteristiche fisiche e meccaniche del sensore;
- valore di picco: è la grandezza massima che il sensore è in grado di apprezzare, è funzione sia dello strumento che del sistema di acquisizione del segnale;
- risoluzione minima: valore minimo che il sensore è in grado di cogliere dipende dal rumore di fondo dovuto all'elettronica dello strumento.

Il ruolo dei trasduttori è la traduzione di quantità fisiche in segnali elettrici. Ad esempio, i trasduttori di movimento convertono lo spostamento, la velocità o l'accelerazione in una quantità elettrica (tipicamente, in tensione) che è proporzionale all'entità della quantità fisica considerata. Sono disponibili diversi tipi di sensori per misurare la risposta

dinamica delle strutture civili. In questa sezione l'attenzione è principalmente focalizzata sugli accelerometri piezoelettrici.

Nei sensori piezoelettrici la conversione della quantità meccanica in una quantità elettrica si ottiene sfruttando la proprietà piezoelettrica di alcuni materiali naturali o artificiali. Negli accelerometri piezoelettrici una massa è accoppiata al cristallo e quando viene applicata un'accelerazione di ingresso alla base dell'accelerometro la forza di inerzia associata alla massa provoca una deformazione del cristallo e il materiale piezoelettrico genera una carica elettrica proporzionale alla sua deformazione. I vantaggi di questo tipo di accelerometri sono rappresentati dal fatto che sono trasduttori attivi, per cui non necessitano di alimentazione elettrica. D'altra parte, hanno però lo svantaggio di non poter misurare accelerazioni quasi statiche. Il materiale piezoelettrico, infatti, genera un segnale elettrico quando viene compresso, ma se la compressione permane il segnale generato tende a dissiparsi dopo un breve periodo. Questo fenomeno è detto *leakage*, in seguito ad una accelerazione quasi-statica il segnale si congela per poi dissiparsi, non producendo, quindi, più alcun segnale in uscita.

Quando gli accelerometri vengono utilizzati per il test di vibrazioni ambientali di strutture civili, la bassa ampiezza del movimento sotto test orientano la scelta verso accelerometri ad alta sensibilità come quelli utilizzati per le reti sismiche. Le specifiche del sensore devono essere attentamente analizzate al fine di selezionare e utilizzare correttamente i sensori per una specifica applicazione. Gli accelerometri devono misurare in maniera sincrona in quanto l'input non è misurabile e le accelerazioni non sono scalabili a posteriori a meno di non lasciare uno o più accelerometri di riferimento. Il segnale captato dai sensori arriva al sistema di acquisizione mediante cavi o mediante connessione wireless. Nel caso venga utilizzata una connessione cablata bisogna usare cavi a basso rumore per evitare che la misura venga corrotta da un eccessivo livello di rumore. I sistemi di acquisizione dati eseguono la conversione dei segnali analogici provenienti dai sensori in segnali digitali, che possono essere memorizzati in un supporto digitale e analizzati dal software. Sul mercato sono disponibili una grande varietà di sistemi per l'acquisizione dei dati. L'analisi delle principali caratteristiche dei convertitori analogico-digitali (ADC) è utile per selezionare correttamente, tra diverse soluzioni, il sistema che

meglio si adatta alle esigenze dell'utente. Un ADC è un dispositivo che converte il segnale continuo proveniente dai sensori in una sequenza di numeri digitali che rappresentano l'ampiezza del segnale. La conversione è basata sulla discretizzazione del tempo (campionamento) del segnale. La definizione del valore della frequenza di campionamento rappresenta una delle impostazioni più importanti nei test dinamici. Si tratta di un compromesso tra la necessità di una rappresentazione accurata del segnale in forma digitale, la memoria disponibile e lo spazio su disco per la memorizzazione e l'analisi dei dati. Pertanto, periodi di osservazione molto lunghi possono richiedere valori più bassi della frequenza di campionamento per evitare di sovraccaricare. Tuttavia, la frequenza di campionamento non può essere impostata su un valore troppo basso in quanto determina l'intervallo di frequenza che può essere esaminato. Di conseguenza, deve essere impostato in base alla frequenza massima della struttura in prova. Un tipico problema dell'analisi del segnale digitale causato dal campionamento discreto di segnali continui è il cosiddetto *aliasing*. L'*aliasing* ha origine dalla discretizzazione del segnale continuo quando il segnale viene campionato troppo lentamente e, come conseguenza di questo sottocampionamento, frequenze più alte della frequenza di Nyquist, pari a 2 volte la frequenza dell'evento che si vuole rilevare, si riflettono nel range di frequenza osservato causando errori di ampiezza e frequenza nello spettro del segnale. L'unico metodo per evitare l'*aliasing* è la rimozione di tutte le componenti di frequenza nel segnale analogico che si trovano al di sopra della frequenza di Nyquist prima della conversione da analogico a digitale. Un filtro passa-basso analogico applicato prima di questa conversione consente di limitare l'intervallo di frequenza del segnale analogico originale. Un tale filtro analogico con frequenza di *cut-off* impostata al valore della frequenza di Nyquist viene definito filtro anti-*aliasing*. La presenza di un filtro anti-*aliasing* analogico prima dell'ADC è un requisito fondamentale nella selezione del sistema di acquisizione dati, in quanto può ridurre al minimo l'*aliasing*. Appare di un certo interesse sottolineare che un filtro anti-alias ideale passa tutte le frequenze sottostanti e rimuove tutte le frequenze al di sopra della frequenza di taglio del filtro, ma non è fisicamente realizzabile. Pertanto, i veri filtri anti-*aliasing* hanno sempre una banda di transizione, che provoca un'attenuazione graduale delle frequenze di ingresso. Pertanto,

le frequenze nella banda di transizione possono ancora causare *aliasing*. I segnali acquisiti sono spesso campionati ad una frequenza superiore a quella necessaria per l'analisi, la decimazione viene quindi utilizzata per ricampionare i segnali acquisiti a una frequenza di campionamento inferiore. Questo compito non può essere eseguito semplicemente rimuovendo un certo numero di campioni a seconda del fattore di decimazione adottato (ad esempio, uno su due campioni se il fattore di decimazione è uguale a 2). In effetti, l'*aliasing* può verificarsi a causa della presenza di componenti di frequenza tra la frequenza di Nyquist originale e il nuovo valore dopo la decimazione. Queste componenti di frequenza al di sopra della nuova frequenza di Nyquist devono essere rimosse prima della decimazione applicando un filtro passa-basso. Il filtraggio passa-basso garantisce che i dati decimati non siano influenzati dall'*aliasing*. A volte i picchi di rumore possono comparire nelle time history misurate e possono essere il risultato di effettivi eventi fisici, ma potrebbero anche essere state causate dal malfunzionamento della catena di misura (ad esempio un connettore difettoso). Supponendo che il valore medio dei dati sia noto come zero, il segnale può essere facilmente pulito sottraendo il valore medio alla serie temporale corrispondente. Misure di alta qualità rappresentano il primo passo fondamentale per un'identificazione modale di successo. Qualsiasi tecnica della classe OMA è inefficace se le misure sono totalmente corrotte dal rumore. Misurazioni scadenti possono essere il risultato di una scelta errata dei sensori o dell'hardware di misurazione, ma possono anche essere dovute a un cablaggio errato. Infatti, per una data scelta dell'hardware di misurazione e dei sensori, si possono spesso adottare diversi schemi di misurazione. Il numero e la posizione dei punti di misura dipendono dalla tipologia della struttura, dagli obiettivi del monitoraggio, dall' accuratezza richiesta e dalla tipologia di strumentazione di cui si prevede l'impiego. In molti casi il monitoraggio strutturale richiede l'identificazione della forma modale. In questo caso, la scelta del numero e della posizione dei punti di misura è sempre un compromesso tra la necessità di osservare in modo esaustivo i modi di vibrare, limitando le incertezze dovute all'incompletezza del modo osservato, e il costo dei sensori.

1.2.3 Introduzione alle tecniche di identificazione dinamica a sottospazi

L'identificazione dei sistemi può essere definita come la scienza in grado di creare modelli matematici di sistemi dinamici da una serie di dati sperimentali. L'identificazione dei sistemi agisce come interfaccia tra la fisica dei sistemi dinamici e la loro idealizzazione mediante modelli matematici. Le prime applicazioni dell'OMA si basavano principalmente sull'analisi nel dominio delle frequenze del segnale misurato. Ciononostante, nel tempo si sono rese disponibili nuove tecniche efficaci di identificazione modale *output-only* che lavorano nel dominio del tempo, come l'Identificazione Stocastica del sottospazio (SSI), superando le limitazioni delle tecniche precedenti che richiedono molta esperienza nell'identificare un sistema trattando il segnale nel dominio delle frequenze. Questo capitolo si occupa dei metodi di identificazione stocastica del sistema. La stima dei parametri modali con un'identificazione di tipo stocastico significa che la struttura è eccitata da una forza d'ingresso non misurabile e che sono disponibili solo misure di uscita (ad es. accelerazioni). In questi metodi la conoscenza deterministica dell'input è sostituita dall'assunzione che l'ingresso sia un ingresso stocastico (rumore bianco). Lo *Stochastic Subspace Identification* (SSI) tramite la soluzione del problema dinamico in termini di matrici di stato, porta ad una stima diretta della stessa e quindi permette di risalire ai modi di vibrare in maniera analitica. La svolta degli algoritmi SSI avvenne nel 1996 con la pubblicazione del libro di van Overschee e De Moor [5] con una breve sintesi sviluppata in [6] e successivamente anche grazie al lavoro di Barth Peterson [7]. Insieme a questo libro è stata distribuita una serie di file Matlab e i lettori hanno potuto facilmente convincersi che gli algoritmi SSI erano davvero uno strumento efficace ed efficiente per l'analisi modale delle registrazioni di vibrazione ambientale. La procedura si basa sull'estrazione e l'identificazione di una matrice di sistema A definita in un tempo discreto nello spazio di stato rappresentato dall'equazione del moto.

Considerando l'equazione differenziale al secondo ordine del moto di un sistema ad n_2 gradi di libertà (MDOF) espressa come:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_2\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t) \quad (1.1)$$

Dove M , C_2 e K sono le $n_2 \times n_2$ matrici di massa, smorzamento e rigidezza con n_2 gradi di libertà, la matrice B_2 ($n_2 \times m$) specifica la posizione dell'input, $u(t)$ è il vettore che descrive gli m input nel tempo e $q(t)$ è il vettore spostamento al tempo t .

L'equazione (1.1) può essere riscritta nella forma:

$$M\ddot{q}(t) + C_2\dot{q}(t) + Kq(t) + M\dot{q}(t) - M\dot{q}(t) = B_2u(t) \quad (1.2)$$

introduciamo ora la formulazione di vettore di stato:

$$x(t) = \begin{pmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

scriviamo l'equazione (1.2) nella forma:

$$\begin{pmatrix} C_2 & M \\ M & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}(t) \\ \ddot{q}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_2 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} u(t) \quad (1.4)$$

sostituendo (1.3) in (1.4) otteniamo:

$$P\dot{x}(t) + Qx(t) = \begin{pmatrix} B_2 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} u(t) \quad (1.5)$$

che rappresenta l'equazione differenziale del moto trasformata al primo ordine utilizzando il vettore di stato. Se a questo punto normalizzo la (1.5) moltiplicandola per P^{-1} ottengo l'equazione di stato del sistema:

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (1.6)$$

in cui c sta per continuo essendo questo un modello descritto nel continuo e

$$A_c = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C_2 \end{pmatrix} \quad B_c = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ M^{-1}B_2 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

A_c è definita matrice di stato del sistema nella forma a tempo continuo.

Considerando che nelle prove vibrazionali non vengono misurati tutti i gradi di libertà della struttura ma solo un loro sottoinsieme, possiamo assumere che le misurazioni vengano effettuate alla posizione l definendo l'equazione di osservazione nel modo seguente:

$$y(t) = C_a \ddot{q}(t) + C_v \dot{q}(t) + C_d q(t) \quad (1.8)$$

dove $y(t)$ è l'output e C_a , C_v , C_d sono le matrici delle posizioni degli output per accelerazioni, velocità e spostamenti, cioè rappresentano le matrici che selezionano i gradi di libertà misurati tra tutti i gradi di libertà della struttura. Ricavando $\ddot{q}(t)$ dalla (1.1) e sostituendolo alla (1.8) si ottiene l'equazione di osservabilità nel continuo scritta nella sua forma finale:

$$y(t) = C_c x(t) + D_c u(t) \quad (1.9)$$

in cui:

$$\begin{aligned} C_c &= (C_d - C_a M^{-1} K \quad C_v - C_a M^{-1} C_2) \\ D_c &= C_a M^{-1} B_2 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Quindi mettendo insieme l'equazione di stato e l'equazione di osservabilità si ottiene l'equazione del moto scritta nello spazio di stato che può essere usata per calcolare la risposta $y(t)$ del sistema ad un dato input $u(t)$:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) = C_c x(t) + D_c u(t) \end{cases} \quad (1.11)$$

dove A è la matrice di stato, B è la matrice di input, C è la matrice di output e D è la matrice di trasmissione diretta. Per adattare i modelli alle misure essi devono essere convertiti in tempo discreto perché le misure vengono effettuate in istanti di tempo discreti. Scelto un periodo ΔT le equazioni vengono discretizzate e risolte a tutti i tempi $t = k \Delta T$ con k numero naturale, ottenendo:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A x_k + B u_k \\ y_k = C x_k + D u_k \end{cases} \quad (1.12)$$

dove:

$$\begin{aligned} A &= e^{A_c \Delta T} \\ B &= \int_0^{\Delta T} e^{A_c \tau} \delta \tau B_c = (A - I) A_c^{-1} B_c \quad (\text{valida solo se } A_c \text{ è invertibile}) \\ C &= C_c \\ D &= D_c \end{aligned}$$

Quello che fa un algoritmo SSI è di ricavare la matrice di stato del sistema, essendo essa l'incognita del problema nel caso di misure vibrazionali, conoscendo solo la risposta misurata del sistema.

In un contesto di ingegneria civile, l'unica informazione sulle vibrazioni è la risposta di una struttura eccitata da alcuni input non misurabili. A causa della mancanza di informazioni di input, non è possibile (dal punto di vista dell'identificazione del sistema) distinguere tra i termini in u e l'input dovuto al rumore. Quindi a tempo discreto lo spazio di stato stocastico si scrive:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + w_k \\ y_k = Cx_k + v_k \end{cases} \quad (1.13)$$

dove w_k e v_k sono entrambi vettori non misurabili assunti come segnali a media zero (rumore bianco). L'ingresso è ora modellato implicitamente dai termini di rumore. La conseguenza è che se questa assunzione di rumore bianco è violata, per esempio se l'ingresso contiene, oltre al rumore bianco, anche alcune componenti di frequenza dominanti, queste componenti di frequenza non possono essere separate dalle frequenze proprie del sistema e appariranno come poli (spuri) della matrice di stato A .

Il vantaggio della formulazione del problema nello spazio di stato è che la soluzione generale è direttamente ricavabile:

$$\begin{aligned} x_k &= A^k x_0 \\ y_k &= CA^k x_0 \end{aligned} \quad (1.14)$$

dove x_0 è lo stato iniziale.

Nel discreto, la risposta del sistema è rappresentata dalla matrice dei dati

$$Y = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_N] \quad (1.15)$$

dove N è il numero dei dati. La matrice di Block Hankel Y_h definita nel SSI è semplicemente una raccolta di una famiglia di matrici dei dati:

$$Y_h = \begin{bmatrix} Y_{(1:N-2s)} \\ Y_{(2:N-2s+1)} \\ \vdots \\ Y_{(s:N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{hp} \\ Y_{hf} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

La metà superiore di questa matrice è chiamato “passato” ed è indicata con \mathbf{Y}_{hp} e la metà inferiore della matrice si chiama “futuro” ed è indicata con \mathbf{Y}_{hf} . Lo spostamento dati totale è $2s$ ed indica “il numero di righe” (della parte superiore o inferiore della matrice Block Hankel). Il numero di righe della matrice Block Hankel è $2sM$, il numero di colonne è $N - 2s$.

Nel lavoro di van Overschee e De Moor la proiezione viene introdotta come strumento geometrico. Specificamente, nel SSI è definita come la proiezione del futuro verso il passato:

$$\mathbf{O} = \mathbf{E}(\mathbf{Y}_{hf} | \mathbf{Y}_{hp}) \quad (1.17)$$

Poiché le matrici dei dati definiscono anche le covarianze, non stupisce che la proiezione possa essere calcolata direttamente come definito anche da van Overschee e De Moor:

$$\mathbf{O} = \mathbf{Y}_{hf} \mathbf{Y}_{hp}^T (\mathbf{Y}_{hp} \mathbf{Y}_{hp}^T)^{-1} \mathbf{Y}_{hp} \quad (1.18)$$

L'ultima matrice in questo prodotto definisce le condizioni, le prime quattro matrici del prodotto introducono la covarianza tra i canali in tempi diversi. Utilizzando l'equazione (1.14) ogni colonna di \mathbf{O} può essere espressa come:

$$\begin{aligned} o_{col} &= \mathbf{F}_s \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{F}_s &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{s-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Non conoscendo lo stato iniziale non possiamo calcolare la matrice di osservabilità \mathbf{F} , l'espedito è quello di utilizzare il SVD (Singular Value Decomposition) sulla matrice \mathbf{O}

$$\mathbf{O} = \mathbf{USV}^T \quad (1.20)$$

Esso non è altro che una fattorizzazione della matrice che permette di sintetizzare le informazioni contenute al suo interno.

E quindi calcolare la matrice \mathbf{F}_s la matrice di stato iniziale \mathbf{x}_0 (formata dalle condizioni iniziali per tutte le colonne della matrice di proiezione) da:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{F}} &= \mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2} \\ \hat{\mathbf{X}}_0 &= \mathbf{S}^{1/2}\mathbf{V}^T\end{aligned}\quad (1.21)$$

Ci sono altri metodi per calcolare la matrice di osservabilità, quello qui descritto è il metodo SSI-PC (*Stochastic Subspace Identification- Principal Component*), il quale determina la matrice di stato partendo dai valori singolari e dai vettori singolari sinistri della matrice di proiezione.

La matrice di stato \mathbf{A} può essere trovata della matrice \mathbf{F} rimuovendo un blocco dalla parte superiore e uno dalla parte inferiore:

$$\hat{\mathbf{F}}_{(2:s)}\mathbf{A} = \hat{\mathbf{F}}_{(1:s-1)}\quad (1.22)$$

Così facendo la matrice \mathbf{A} può essere trovata mediante regressione. La matrice di output \mathbf{C} può essere trovata semplicemente prendendo il primo blocco della matrice di osservabilità:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}_{(1:1)}\quad (1.23)$$

Infine per ricavare i parametri modali si esegue una decomposizione spettrale della matrice di sistema:

$$\mathbf{A} = \boldsymbol{\psi}[\boldsymbol{\mu}_i]\boldsymbol{\psi}^{-1}\quad (1.24)$$

in cui μ_i sono gli autovalori, $\boldsymbol{\psi}$ sono gli autovettori e i è il numero dei modi di vibrare. Si possono calcolare gli autovalori della matrice di sistema in tempo continuo da quelli calcolati nel discreto con la relazione:

$$\lambda_i = \frac{\ln(\mu_i)}{dt}\quad (1.25)$$

dove dt rappresenta il periodo di campionamento discreto calcolato come l'inverso della frequenza di campionamento. A questo punto si possono determinare facilmente i parametri modali del sistema dalle seguenti formule:

$$\begin{aligned}\omega_i &= |\lambda_i| \\ f_i &= \frac{\omega_i}{2\pi} \\ \xi_i &= \frac{\text{Re}(\lambda_i)}{|\lambda_i|} \\ \boldsymbol{\phi} &= \mathbf{C}\boldsymbol{\psi}\end{aligned}\quad (1.26)$$

In cui ω_i sono le pulsazione, f_i sono le frequenze, ζ_i sono gli smorzamenti e ϕ e la matrice delle forme modali. Il numero s definisce la dimensione della matrice Block Hankel, e quindi anche la dimensione della matrice \mathbf{O} di proiezione. Il numero sM definisce il numero di autovalori nel nostro modello, vale a dire che sM definisce l'ordine del modello. Normalmente, si vorrebbe variare l'ordine modello in modo tale da poter tracciare un diagramma di stabilizzazione. Ciò può essere fatto stabilendo una serie di matrici Block Hankel di dimensioni diverse, ma è più facile, invece di variare la dimensione della matrice Block Hankel, variare il numero di valori singolari utilizzati nell'equazione (1.21). Pertanto, in pratica, la dimensione della matrice Block Hankel definisce il massimo ordine del modello, e l'ordine del modello reale viene variato variando il numero di valori singolari presi in considerazione quando si esegue la decomposizione singolare della matrice di proiezione. Il numero massimo degli autovalori sM deve essere adeguato al sistema che voglio identificare. I metodi di identificazione dinamica nel dominio temporale, soprattutto quelli basati sulla teoria *state-space*, soffrono di un problema fondamentale: la scelta a priori dell'ordine del sistema dinamico, ossia il numero di gradi di libertà. La pratica più diffusa per ovviare a questo inconveniente è di ripetere l'identificazione per ordini diversi del sistema dinamico, compresi in un intervallo stabilito a priori. In tal modo si ottengono molti valori dei parametri modali per ogni modo di vibrare ottenendo quello che si chiama diagramma di stabilizzazione. Questo porta inevitabilmente al manifestarsi di modi non fisici, detti modi spuri, che dovranno essere isolati dai modi reali, e scartati dai risultati. I dati vengono memorizzati in file e i parametri modali vengono identificati e selezionati automaticamente. L'algoritmo di identificazione automatica prevede una prima fase in cui si ottiene il diagramma di stabilizzazione applicando l'algoritmo SSI-PC dopodiché i parametri modali vengono selezionati tramite un algoritmo basato sul *Agglomerative Hierarchical Clustering* (AHC). Il clustering gerarchico agglomerativo si basa sul fatto che inizialmente ogni dato è considerato un cluster. Nello step successivo i due cluster più vicini sono accoppiati in un nuovo cluster aggregato. In successione il numero di cluster tende a diminuire fino a che tutti gli elementi non sono stati raggruppati. Per

sviluppare un algoritmo di clustering gerarchico agglomerativo è fondamentale definire la distanza tra le soluzioni. La distanza tra le soluzioni del diagramma di stabilizzazione è calcolata utilizzando l'equazione proposta da Magalhaes in [8]:

$$D_{Magh.}(f) = \left| \frac{f_i - f_j}{f_j} \right| + (1 - MAC_{ij}) \quad (1.27)$$

dove MAC_{ij} (*Modal Assurance Criterion*) è un indice che varia tra 0 e 1 e determina quanto due modi di vibrare coincidono, quando la MAC è pari a 1 si ha perfetta coincidenza tra i modi, un valore prossimo all'unità sta ad indicare una buona coincidenza.

$$MAC_{ij} = \frac{|\psi_i^T \psi_j|^2}{(\psi_i^T \psi_i)(\psi_j^T \psi_j)} \quad (1.28)$$

Mentre il primo termine della formula rappresenta l'errore tra le frequenze calcolate con ordine del modello pari a n e quelle con ordine del modello pari a $n-1$. Nel caso in esame come distanza soglia tra una soluzione e l'altra per poterle raggruppare nello stesso cluster è stato preso il 2%. Inoltre, nel caso studio in esame vengono scartate le soluzioni che hanno frequenze negative o smorzamenti negativi o maggiori di 10 e non vengono considerati neppure i cluster con un numero di soluzioni inferiori a 20 perché poche soluzioni non sono affidabili. In Figura 1.1 si riporta un diagramma di stabilizzazione tipo in cui si nota come la stabilizzazione attraverso il clustering abbia eliminato i modi spuri. Al diagramma di stabilizzazione costruito con l'analisi nel dominio del tempo, generalmente si sovrappone la risposta del sistema nel dominio delle frequenze in termini di SVD della matrice delle CPSD per facilitare la lettura del diagramma. La matrice delle CPSD (*cross power spectral density*) è la matrice di correlazione delle densità spettrali di potenza (PSD-*power spectral density*) dei segnali. La PSD è una quantità matematica che definisce il contenuto energetico di un segnale, cioè descrive come la potenza di un segnale è distribuita in frequenza, per ulteriori approfondimenti e metodo di calcolo vedere [9]. La distribuzione di frequenza di un segnale fornisce informazioni utili quando si tratta di sistemi che hanno risonanze, perché quando il sistema entra in risonanza con la frequenza di input la risposta in frequenza presenterà dei valori massimi rappresentati

da dei picchi nello spettro di frequenza. Questo ci permette di identificare le frequenze proprie della struttura (frequenze di risonanza) guardando i picchi della PSD.

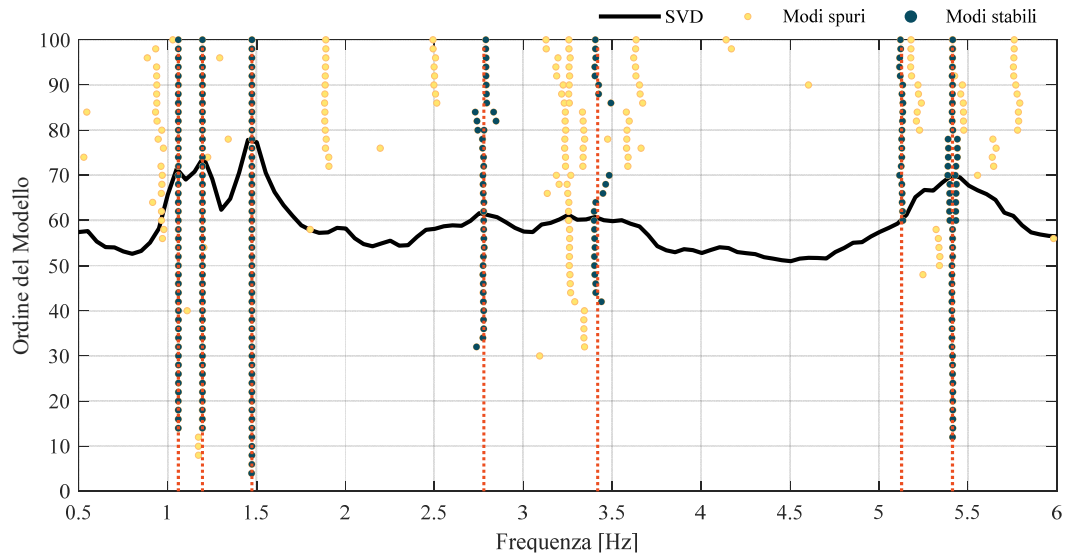


Figura 1.1-Diagramma di stabilizzazione tipo

2 LA TORRE DELLA FACOLTÀ DI INGEGNERIA AD ANCONA: DESCRIZIONE DEL CASO STUDIO

2.1 Descrizione generale dell'edificio

L'edificio oggetto del presente lavoro è ubicato all'interno del comprensorio dell'Università Politecnica delle Marche nel Comune di Ancona (Figura 2.1), a sud del suo centro storico, nella facoltà di Ingegneria dell'Università Politecnica delle Marche.



Figura 2.1-Comprensorio Università Politecnica delle Marche

La Torre della facoltà di Ingegneria è una costruzione di dieci piani fuori terra, che hanno la particolare caratteristica di essere indicati con le rispettive quote sul livello del mare. L'edificio è stato progettato e realizzato tra il 1980 ed il 1983 in accordo con le norme del tempo relative ad una zona sismica. La struttura presenta una pianta quadrata con telai di 3 pilastri a interasse di 9m in entrambe le direzioni. I pilastri sono rastremati in altezza e quindi in base alla quota gli ingombri massimi sono compresi tra i 19.2 e 18.9 metri. Le altezze di interpiano sono costanti lungo tutta l'altezza e pari a 5m.

In Figura 2.2 si riportano alcune foto attuali dell'edificio:



Figura 2.2-Foto della torre della Facoltà

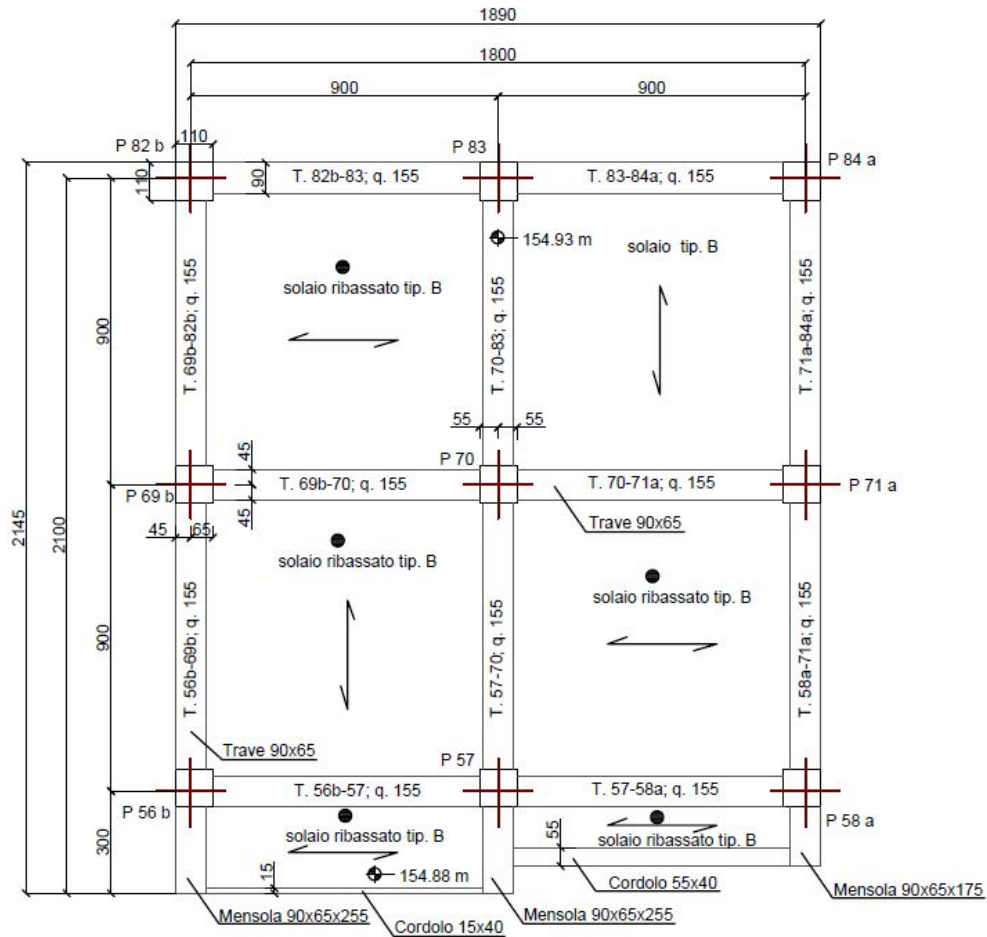


Figura 2.3-Carpenteria piano tipo (quota 155)

Al fine di individuare le caratteristiche dell'edificio sono state reperite presso l'archivio del Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Architettura dell'Università Politecnica delle Marche le tavole di progetto e le caratteristiche dei materiali utilizzati.

2.1.1 L'organismo strutturale

L'edificio è composto da un unico corpo a pianta quadrata affiancato al corpo scala-ascensori attraverso un giunto di cui non si conoscono le caratteristiche tecniche, dalle tavole è stato possibile solamente riconoscere che l'ampiezza di tale giunto è di 5 cm come si può vedere in Figura 2.4:

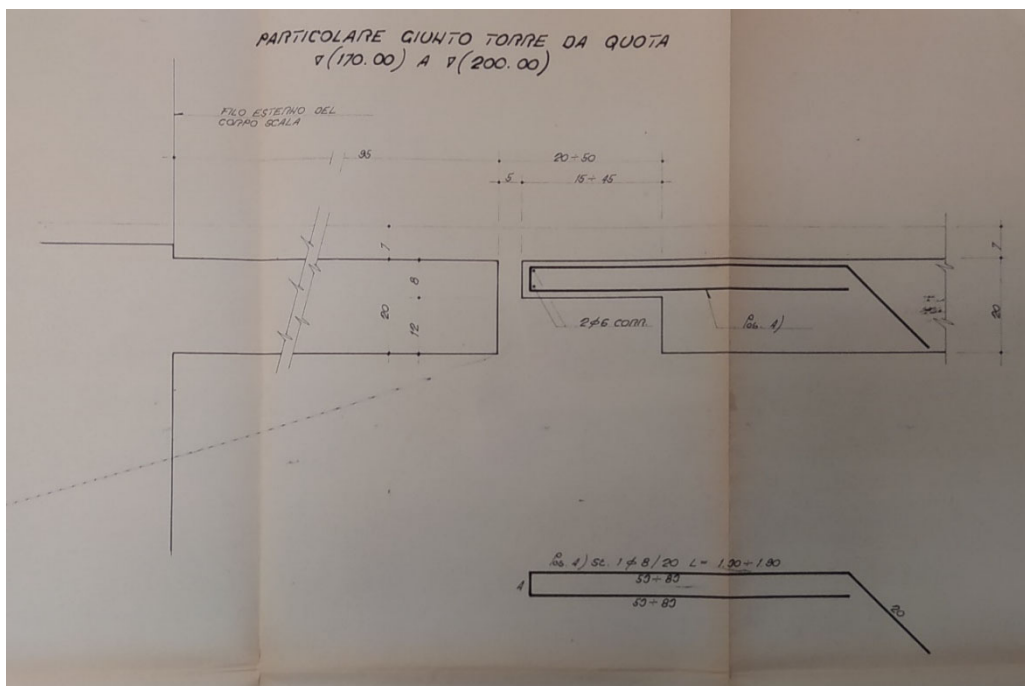
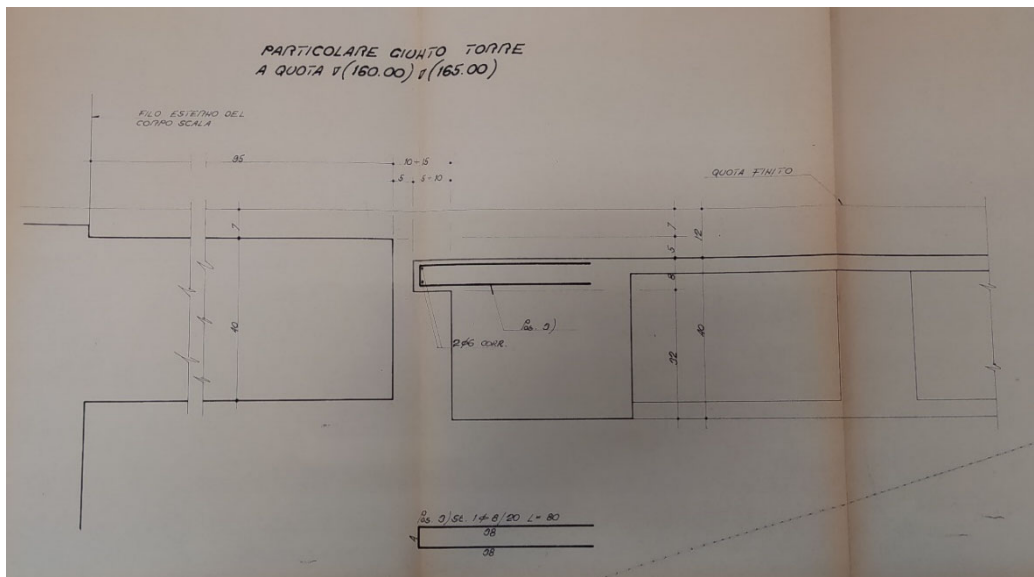


Figura 2.4-Giunto tra corpo scala e torre

La struttura di fondazione (Figura 2.5) è costituita da plinti su pali a quota 155, collegati con cordoli di altezza 1m e larghezza 0.4m, i pilastri indicati con 70, 57 e 71a (Figura 2.3) sono costruiti su plinti quadrati da 0.5m a 4 pali di diametro 1.20m; i pilastri 56b, 58a, 69b, 83 e 84a sono edificati su plinti quadrati da 0.45m a 4 pali di diametro di 1m; il pilastro 82b è invece edificato su un plinto triangolare fondato su 3 pali di diametro 1m.

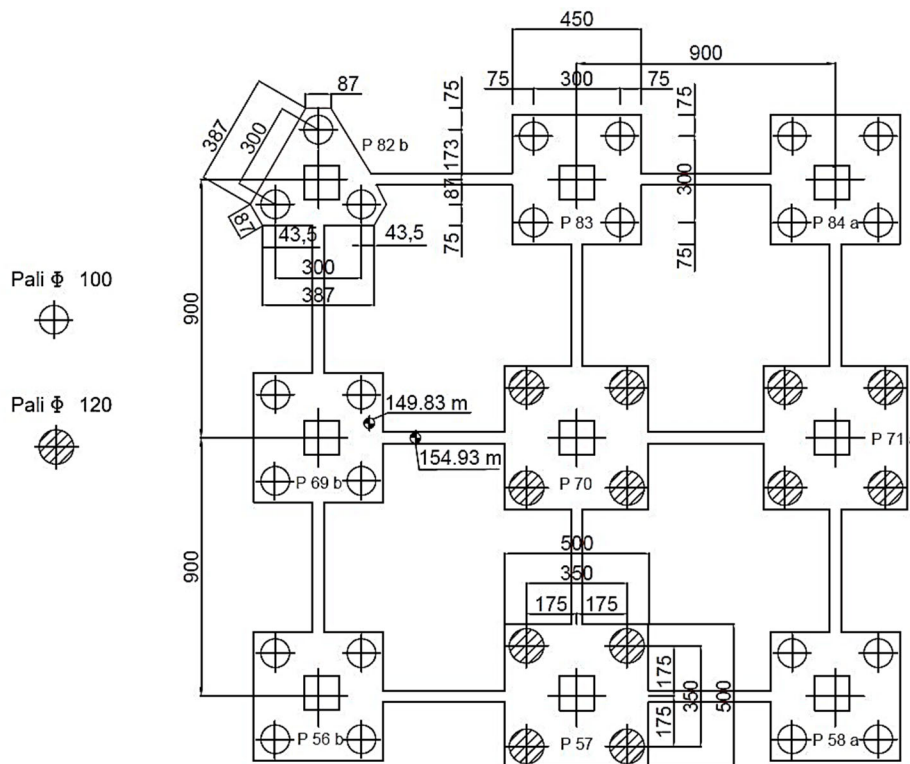


Figura 2.5-Carpenteria fondazione

I pilastri hanno sezione quadrata con un rientro di 5x20 cm a centro del lato e si rastremano in altezza ogni 2 piani, ad eccezione degli ultimi tre piani i quali hanno i pilastri divisi in 4 pilastrini con sezione 35x35 cm collegati tra loro da un calastrello posto in mezzeria con sezione 20x30 cm che si estende per 20 cm. Le dimensioni dei pilastri ai vari piani sono riportate in Figura 2.6:

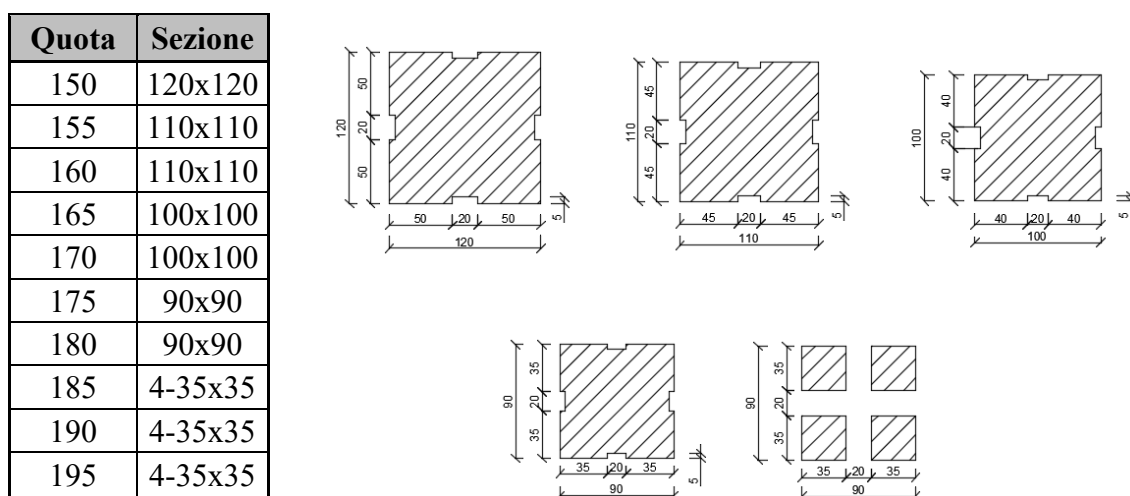


Figura 2.6-Sezioni pilastri

Le travi della struttura sono tutte larghe 90cm e alte 65cm e sono realizzate con una coppella spessa 10cm e le armature inferiori sono posizionate sia nella coppella che nell'altra parte della trave (Figura 2.7).

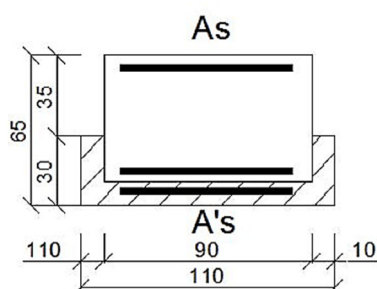


Figura 2.7-Sezione trave tipo

Sia travi che pilastri sono prefabbricati mentre i nodi sono gettati in opera.

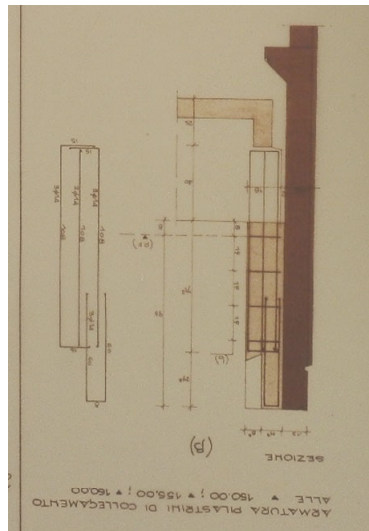
2.1.2 Gli elementi non strutturali

Le tamponature esterne sono realizzate con dei pannelli prefabbricati esternamente, mentre internamente è realizzato un muretto in mattoni forati a completare l'elemento. I pannelli prefabbricati in calcestruzzo alleggerito, costituiti da moduli di 3m, risultano appoggiati per tutta la loro lunghezza sulle travi perimetrali alle quali sono vincolati per mezzo di pilastrini gettati in opera. I pilastrini sono in numero di due per ciascun pannello; dato che l'interasse dei pilastri del telaio è pari a 9 metri, per ogni trave si hanno tre

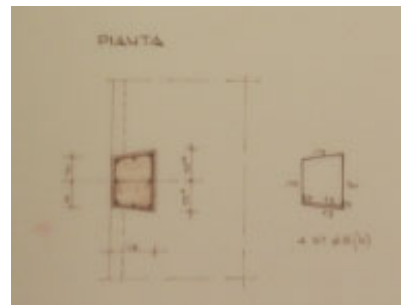
pannelli prefabbricati e sei pilastrini di sostegno. I pannelli sono agganciati direttamente al pilastro del telaio tramite delle forchette in acciaio tipo FeB32k F10 predisposte nel getto del pilastro stesso. In Figura 2.8 e Figura 2.9 vengono riportati dei dettagli costruttivi:



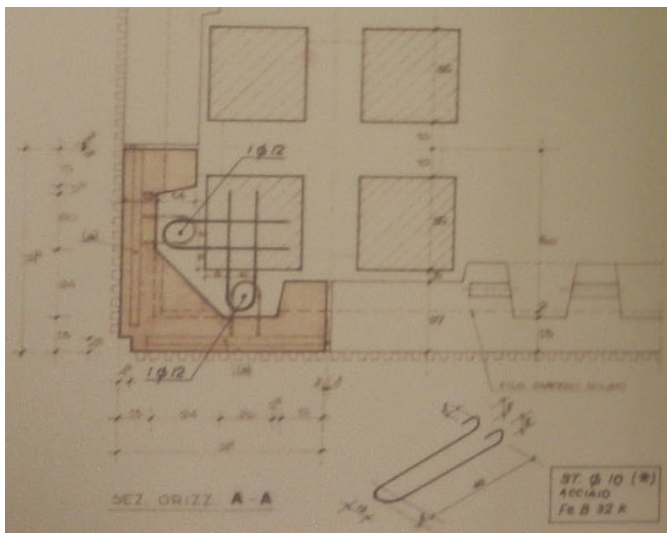
a) Pannelli prefabbricati di tamponatura



b) Dettagli esecutivi di collegamento dei pannelli ai pilastrini



c) Armatura pilastrini di collegamento



d) Vista del pannello d'angolo



e) Particolare del collegamento al pilastro del telaio

Figura 2.8-Dettagli costruttivi tamponature esterne

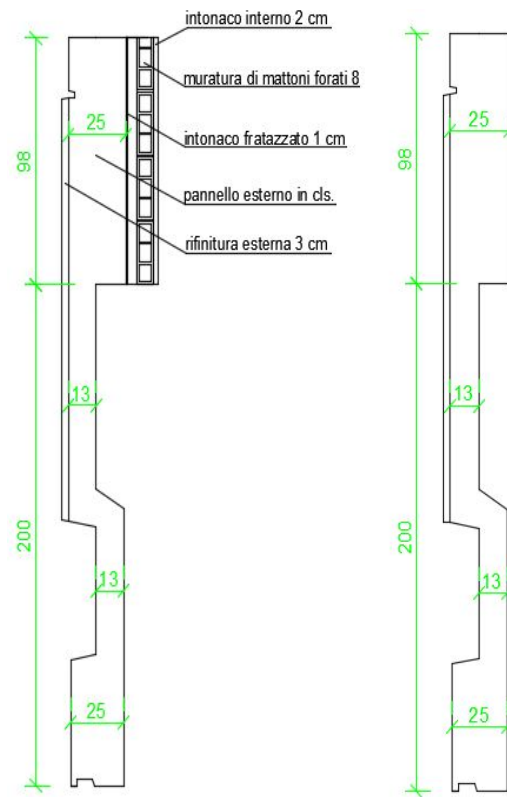


Figura 2.9-Dimensioni pannello di tamponatura esterna

I divisori interni sono per la maggior parte divisori prefabbricati in plastica tranne che per il blocco bagni, costante in altezza a tutti i piani della torre tranne che hai piani 160 e 165. Esso è formato da tamponature in laterizio forato con spessore pari a 12cm (2+8+2), mentre a quota 165 troviamo una tamponatura continua tra i pilastri 57-70 e 70-71a con le stese caratteristiche della precedente. Nel blocco bagni è presente anche un solaio intermedio in lamiera grecata (Figura 2.10).

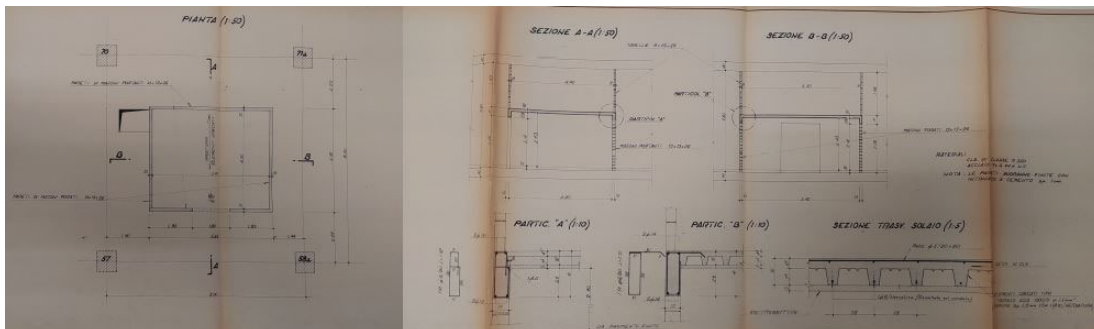


Figura 2.10-Blocco tamponature interne bagni

I solai sono realizzati da un pacchetto strutturale alto 40cm, con soletta inferiore di spessore 4cm prefabbricata, travetti alti 32cm e base di 15-16cm con interasse di 44.5cm, completato da una soletta superiore di 4cm gettata in opera, mentre l'alleggerimento è realizzato con elementi in polistirolo. Nell'intero edificio troviamo poi tre tipologie di non struttura dei solai: il solaio interpiano che chiamiamo "normale" con uno spessore della non struttura pari a 7cm (Figura 2.11); il solaio interpiano "ribassato" con uno spessore pari a 12cm (Figura 2.12) al fine di far coincidere le quote di calpestio in alcune zone della costruzione; il solaio di copertura con spessore di 12cm (Figura 2.13).

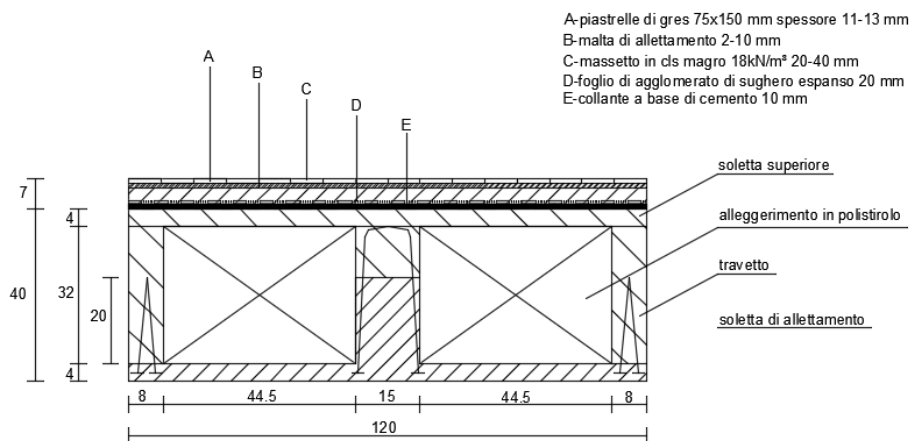


Figura 2.11-Solaio intermedio normale

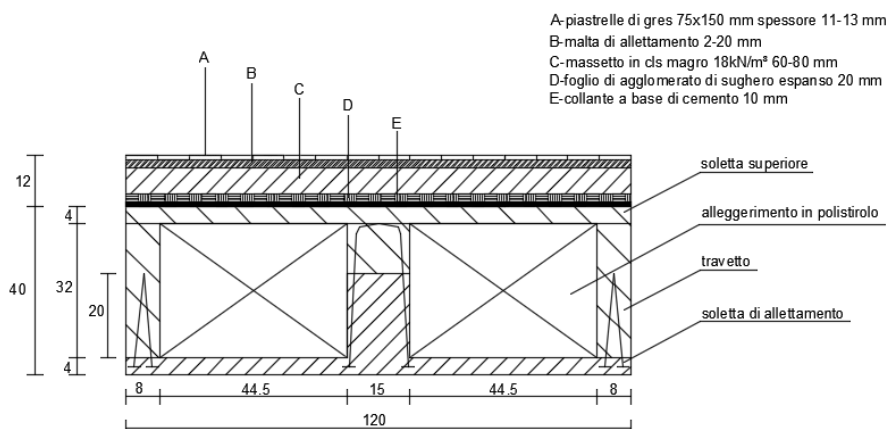


Figura 2.12-Solaio intermedio ribassato

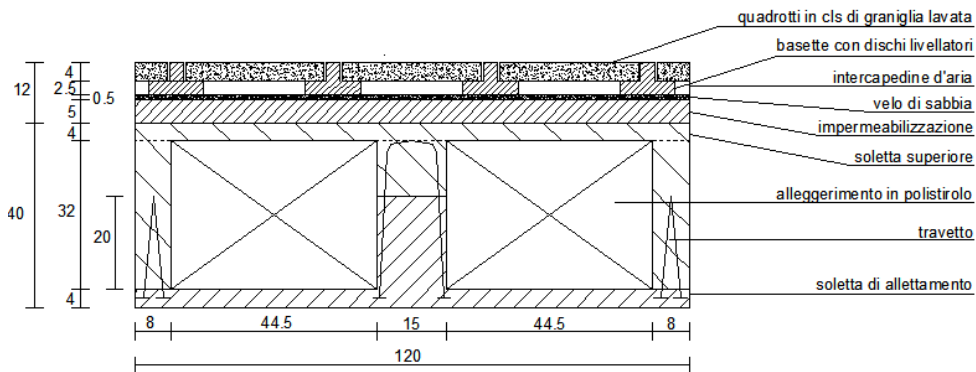


Figura 2.13-Solaio di copertura

Il corpo scala-ascensori è alto 2.5m in più della torre per permettere l'arrivo in copertura ed è formato da pareti in calcestruzzo armato gettato in opera. Il copro scala è costituito da pareti spesse 30cm, mentre quelle del corpo ascensori sono spesse 20cm tranne che per gli ultimi 2.5m le quali sono spesse 12cm. La soletta delle rampe è spessa 15cm, mentre quella dei pianerottoli 20cm. Le dimensioni plano-altimetriche sono state ricavate dalla tavola delle sezioni e dalla tavola delle piante disponibili. Il solaio del corpo scala è formato da lastre prefabbricate tipo bausta 20+4 da come si vede in Figura 2.14:

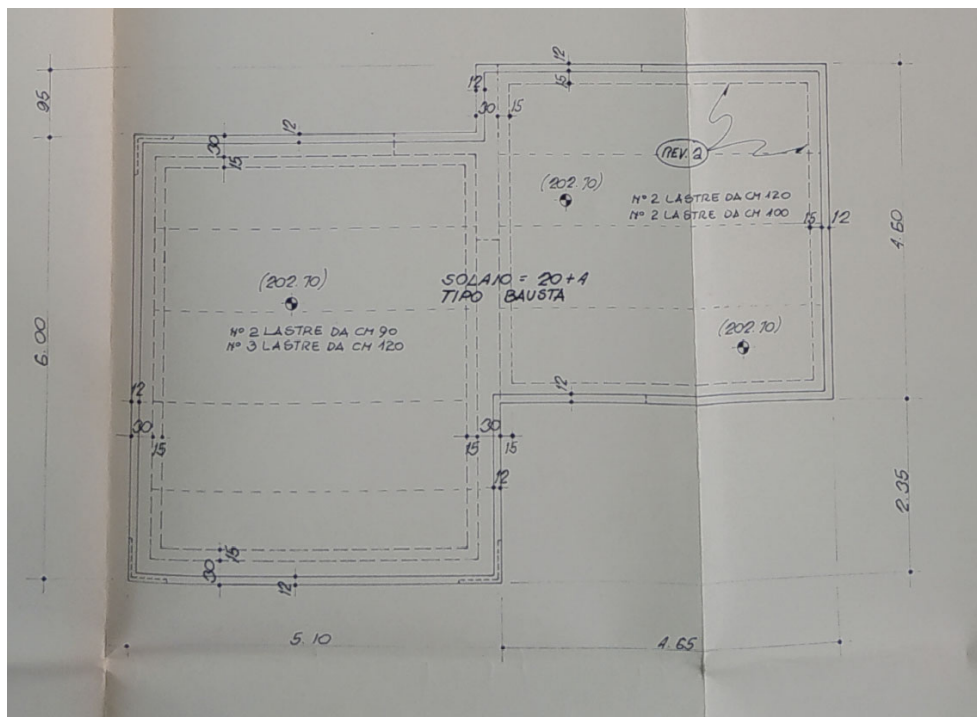


Figura 2.14-Solaio corpo scala-ascensori

2.2 Identificazione dinamica preliminare

2.2.1 Strumentazione e configurazione di misura

Negli anni sono state effettuate varie identificazioni dinamiche complete della struttura al fine, prima di calibrare un modello agli elementi finiti e poi di controllare nel tempo non solo l'evoluzione delle frequenze ma anche delle forme modali. Queste identificazioni hanno permesso di indagare in maniera più approfondita l'interazione tra il corpo principale e il corpo scala ascensore. In questo lavoro vengono riportati i risultati della prova effettuata a settembre del 2020. Le prove eseguite sono di tipo vibrazionale con lo scopo di identificare il comportamento dinamico della struttura tramite identificazione dei parametri modali che la caratterizzano, cioè frequenze proprie di vibrazione, smorzamenti e forme modali.

Le vibrazioni dell'edificio sono state rilevate da accelerometri PCB Piezotronics Model 393B31 (Figura 2.15) i quali sono accelerometri sismici monoassiali con sensibilità nominale di 10000 mV/g, range di misura +/- 0.5 g, range di frequenza ($\pm 10\%$) 0.07÷300 Hz e risoluzione di 1 μ g. Gli accelerometri sono stati collegati alle schede di acquisizione con cavi coassiali a basso rumore da 50, 70 e 100m.



Figura 2.15-Accelerometro PCB-393B31

Le schede di acquisizione utilizzate sono quattro schede NI-9230 per segnali dinamici a 3 canali con risoluzione 24 bit, range di acquisizione di +/- 5 V e frequenza di campionamento massima di 12.8 kS/s/ch (Figura 2.16a) e due schede NI-9234 a 4 canali con risoluzione 24 bit, range di acquisizione di +/- 5 V e frequenza di campionamento

massima di 51.2 kS/s/ch (Figura 2.16b). In ogni canale è presente un convertitore analogico-digitale.



Figura 2.16-Schede di acquisizione

I controller utilizzati sono una CompactRIO 9045 (cRIO-9045) ad 8 slot TSN enabled, 1.30 GHz Dual-Core CPU, 2 GB DRAM, 4 GB Storage, -20 °C to 55 °C, Kintex-7 70T FPGA (Figura 2.17) e 2 chassis (4 slot) NI cDAQ-9185 TSN enabled (Figura 2.18) collegati in serie alla cRIO con cavi ethernet, Cat. 6 schermati S/FTP.



Figura 2.18-Chassis cRIO-9045



Figura 2.17-Chassis cDAQ-9185

Infine, la cRIO utilizzata per la stazione di misura principale e fissa è stata collegata ad un computer portatile con software dedicato.

La sincronia tra la stazione di misura principale (cRIO) e le stazioni di misura distribuite (cDAQ) è ottenuta tramite tecnologia TSN (*Time Sensitive Networking*) che fornisce la sincronizzazione temporale distribuita e la comunicazione deterministica utilizzando reti ethernet standard.

La prova prevedeva il posizionamento di sei accelerometri per piano, tre nel vano scala e tre nel corpo torre, per ogni piano dell'edificio a partire da quota 155 fino alla copertura a quota 200. Nella torre sono stati posizionati due accelerometri nel pilastro 58a (punto di misura A) che rilevano le accelerazioni secondo due direzioni ortogonali (x e y) mentre il terzo accelerometro è stato posizionato all'altra estremità del blocco (pilastro 56b) e rileva l'accelerazione lungo x (punto di misura B) al fine di rappresentare al meglio la dinamica dell'edificio e cogliere anche i modi torsionali ed eventuali accoppiamenti roto-traslazionali. Nel corpo scala in egual modo sono stati posizionati due accelerometri in direzione y e un accelerometro in direzione x (punti di misura C e D).

Difatti, supponendo che il singolo orizzontamento sia indeformabile, il suo moto nel piano è completamente individuato determinando due componenti traslazionali e una rotazionale. Per garantire una corretta misurazione dell'accelerazione in direzione orizzontale i sensori sono stati montati su squadrette metalliche fissate al pavimento con un collante. Non riuscendo materialmente ad effettuare le misure contemporaneamente ad ogni piano, sono state eseguite cinque configurazioni di misura lasciando fisso come piano di riferimento il piano a quota 195 (faculty club) (Figure 2.19-2.20-2.21):

- P1: quota 195,190,185;
- P2: quota 195,180,175;
- P3: quota 195,170,165;
- P4: quota 195,160,155;
- P5: quota 195,200.

Durante l'esecuzione delle registrazioni i cavi sono stati disposti lungo i corridoi mentre il passaggio dei cavi da un piano all'altro è stato effettuato all'interno del vano scala.

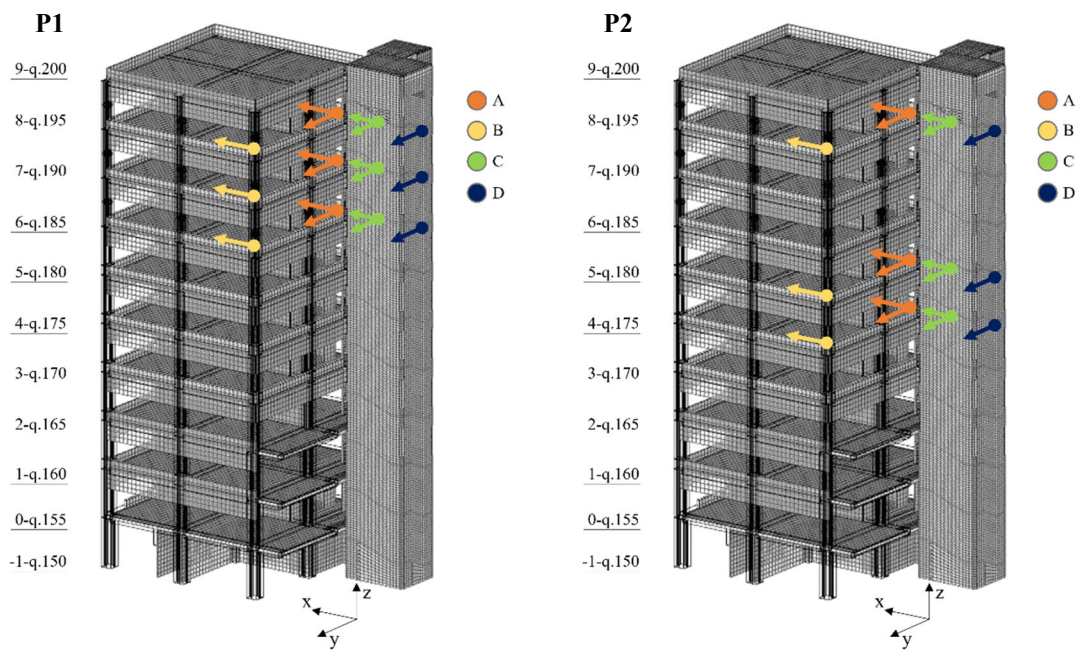


Figura 2.19-Configurazioni di prova P1 e P2

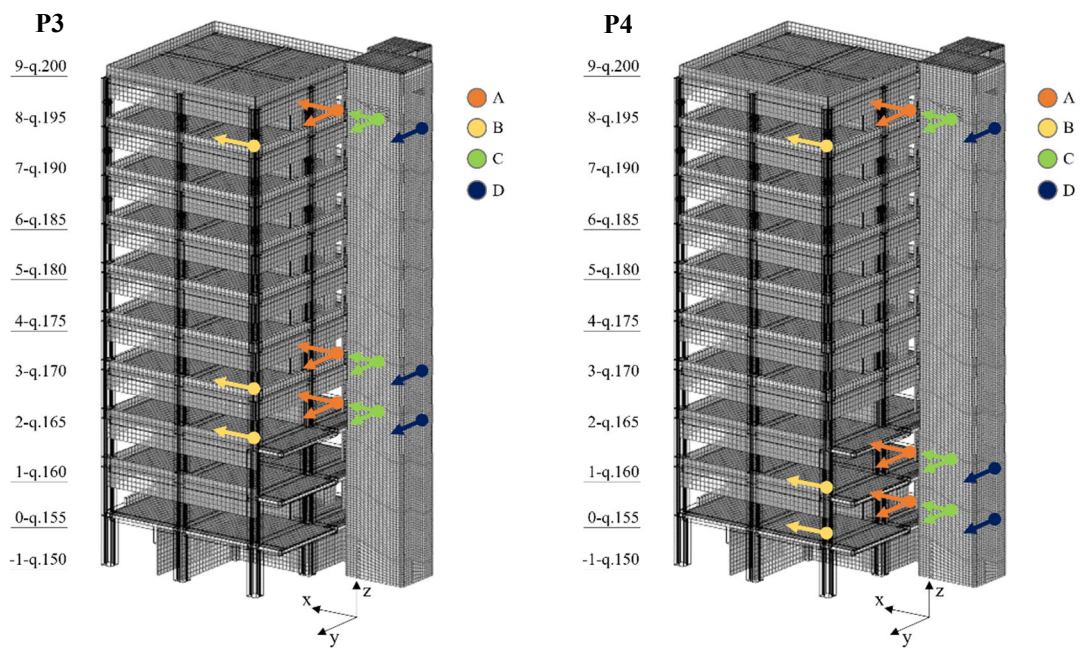


Figura 2.20-Configurazioni di prova P3 e P4

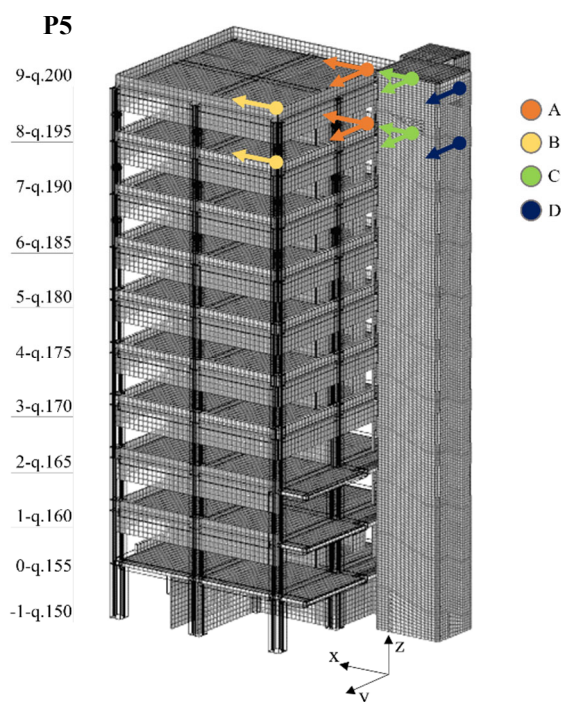


Figura 2.21-Configurazione di prova P5

I segnali sono stati acquisiti con un software dedicato sviluppato in LabVIEW.

La letteratura scientifica consiglia di effettuare delle registrazioni di durata pari almeno a 1000-2000 volte il primo periodo di vibrazione della struttura in modo da avere una quantità di dati sufficiente a rappresentare in maniera statisticamente adeguata i fenomeni.

Pertanto, considerando che il primo periodo è di circa 1 secondo (1.04-1.07 Hz), si è scelto di effettuare registrazioni con una durata pari a 30 minuti e la frequenza di campionamento è stata scelta pari a 2048 Hz ricampionando successivamente a 51.2 Hz

2.2.2 Risultati dell'identificazione dinamica

Per l'identificazione dei segnali registrati si è scelto di utilizzare come software Matlab. Come è solito fare nel post-processing, per prima cosa il segnale è stato filtrato con un filtro passa-basso per evitare il fenomeno dell'aliasing poi i segnali sono stati ricampionati a 51.2 Hz per limitare la quantità di dati, successivamente è stata calcolata la matrice delle CPSD e fatta l'identificazione con l'algoritmo SSI-PC. Nelle Figure 2.22-2.23-2.24-2.25-2.26 si riportano i risultati ottenuti in termini di PSD, diagramma di

stabilizzazione sovrapposto all' SVD della matrice delle CPSD e un digramma frequenza-smorzamento per controllare che il modo identificato a quella frequenza abbia effettivamente uno smorzamento stabile, per ogni configurazione di misura.

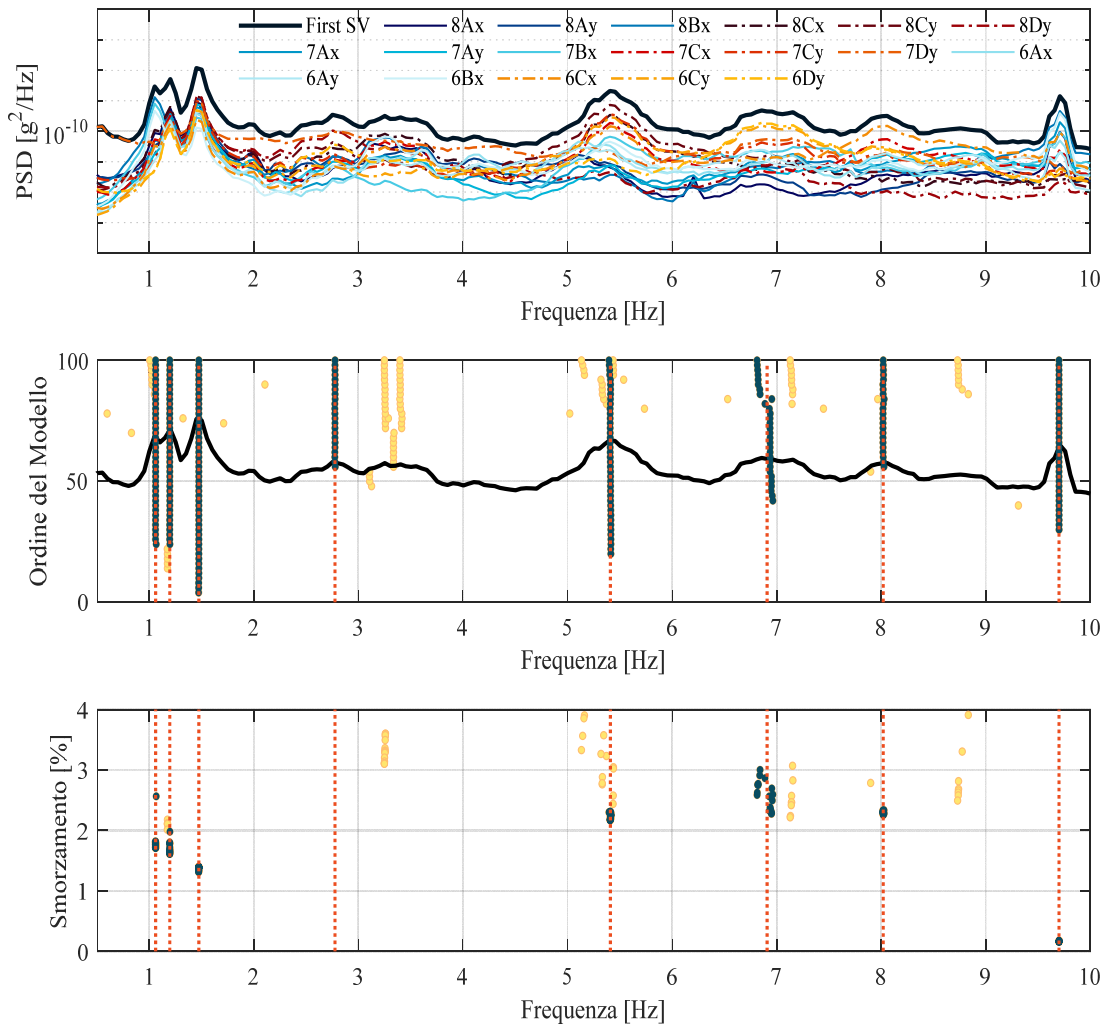


Figura 2.22-Risultati configurazione P1

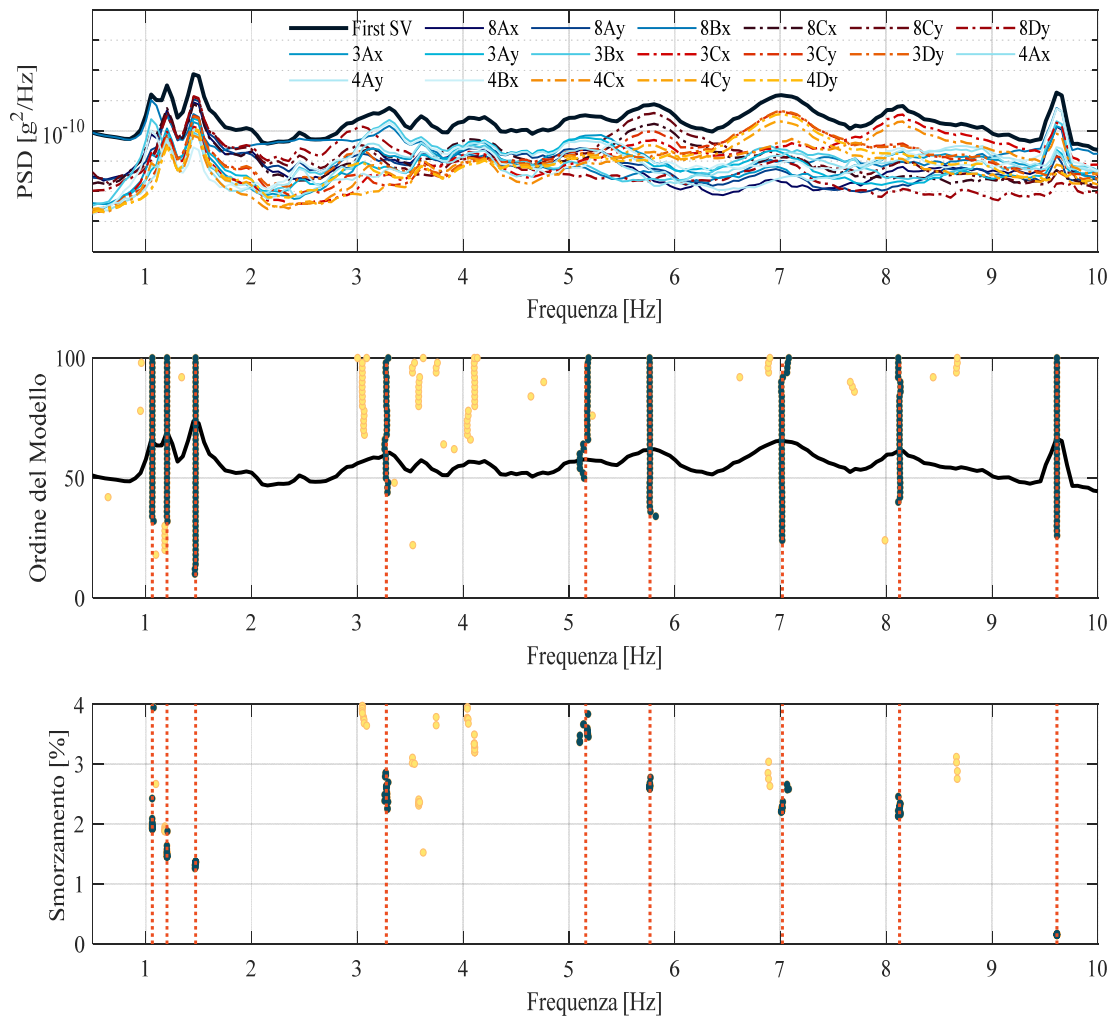


Figura 2.23-Risultati configurazione P2

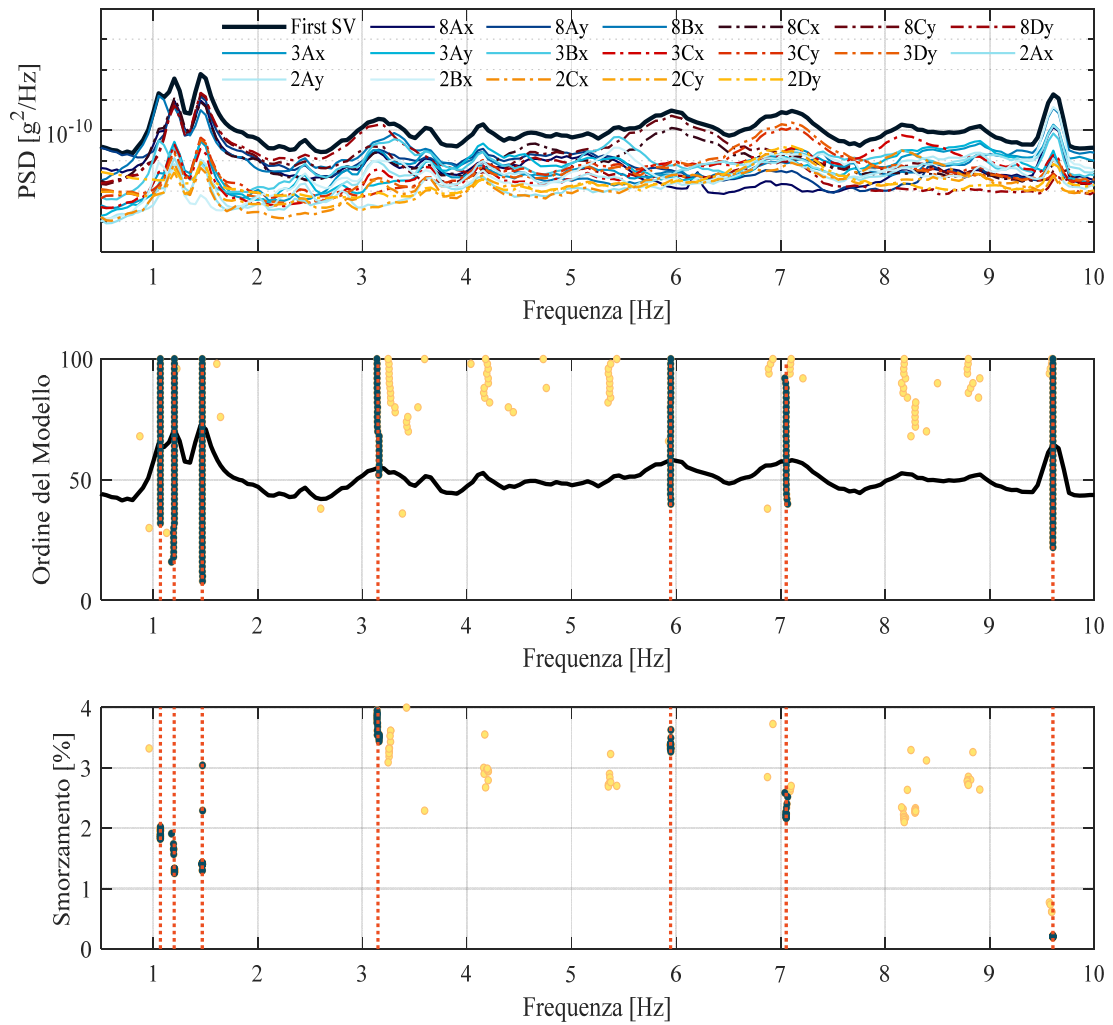


Figura 2.24-Risultati configurazione P3

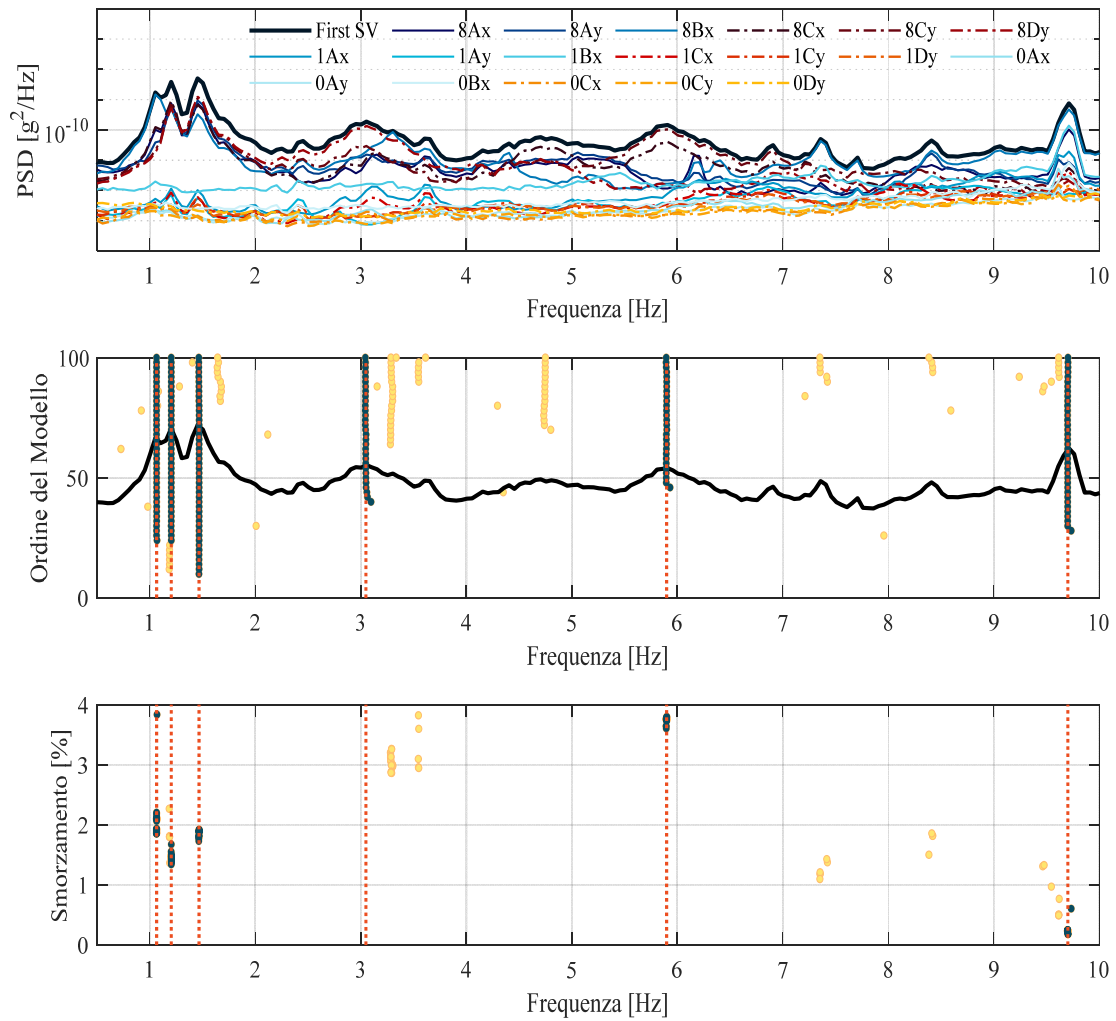


Figura 2.25-Risultati configurazione P4

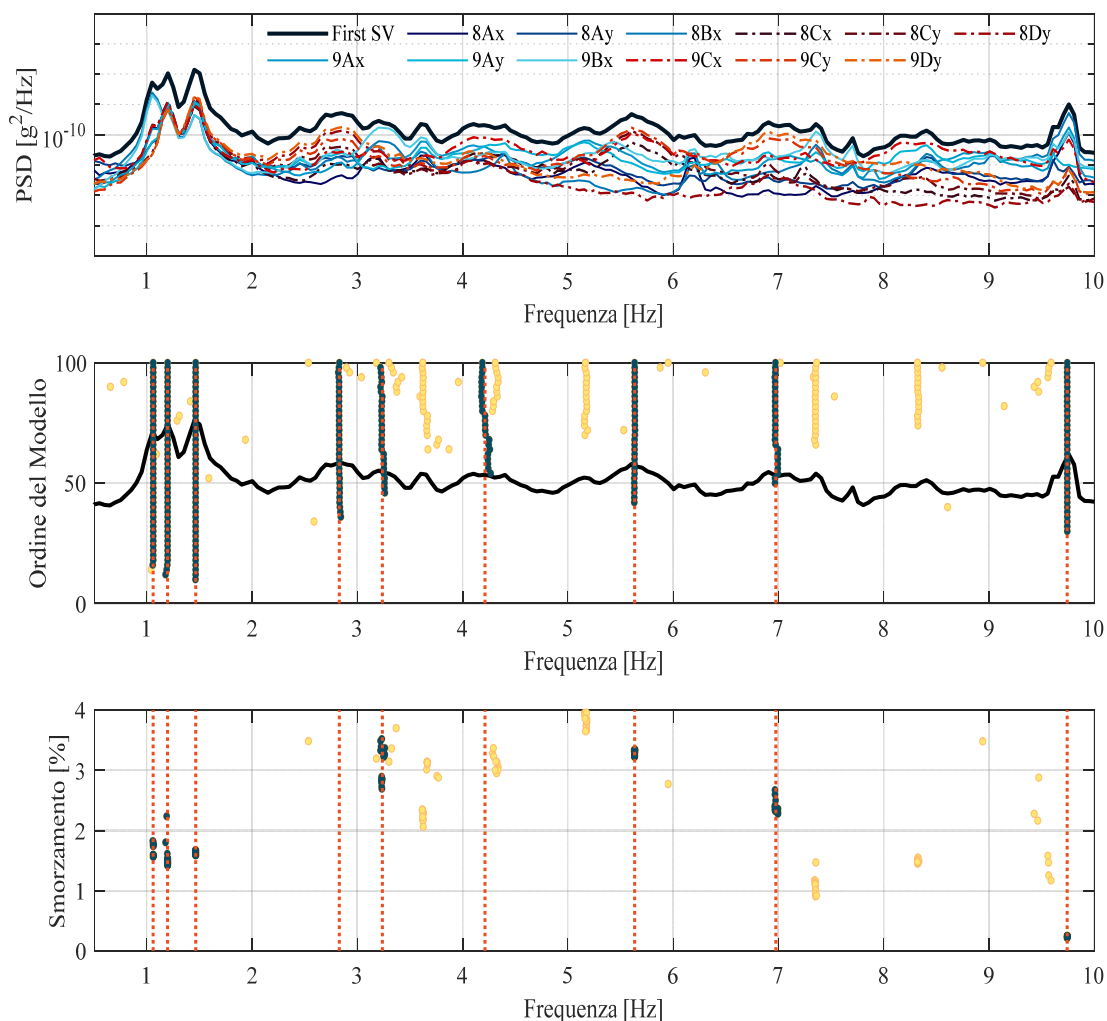


Figura 2.26-Risultati configurazione P5

Dall'analisi dei risultati possiamo notare che i primi tre modi di vibrare sono evidenziati dai primi tre picchi delle PSD per tutte le prove e inoltre risultano stabili sia in termini di frequenza che in termini di smorzamento. Nei capitoli successivi verranno fatte alcune considerazioni anche sui modi superiori, per ora l'analisi è basata sui primi tre, che sono quelli utilizzati per effettuare il *model updating* del modello agli elementi finiti.

In Figura 2.27 si riportano i risultati dell'identificazione dei primi tre modi di vibrare in termini di frequenza, smorzamento e forma modale.

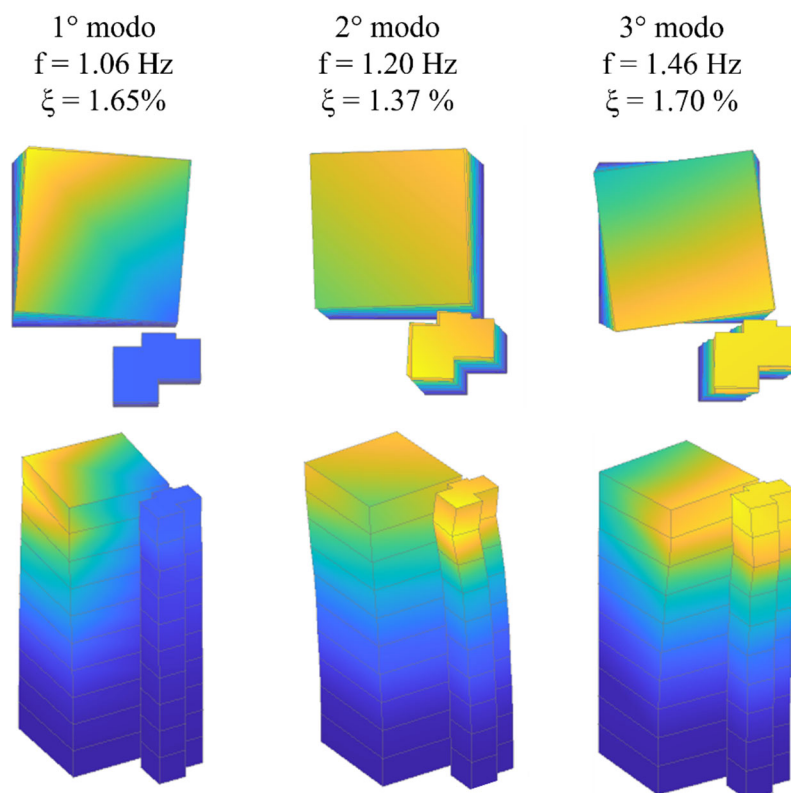


Figura 2.27-Risultati identificazione dinamica in termini di parametri modali dei primi tre modi di vibrare

Il primo modo risulta essere traslazionale con accoppiamento torsionale, il secondo modo traslazionale in y-x e il terzo modo puramente torsionale. Il primo modo è accoppiato traslazionale-torsionale perché essendo per quel valore di frequenza la torre meno rigida del corpo scala essa fa perno su quest'ultimo.

È stato realizzato anche un modello della torre su Artemis, cioè un software specifico per le OMA che contiene all'interno tutti gli algoritmi necessari alla processazione dei segnali e all'identificazione dinamica. Tale modello è stato utilizzato per un'ulteriore validazione dei risultati ottenuti tramite i codici implementati in Matlab.

Viene anche riportato il Complexity Plot, ossia la rappresentazione del modo di vibrare nel piano polare, cioè il piano che ha in ascissa la parte reale e in ordinata la parte immaginaria, dove ogni freccia rappresenta le componenti complesse del vettore rotante del modo, quindi è possibile riconoscere la complessità del modo di vibrare e questo aiuta

nell'identificazione perché se il modo identificato risulta essere molto complesso potrebbe non essere un vero modo di vibrare della struttura ma uno dei modi spuri.

In Figura 2.28 si riporta come esempio la rappresentazione del primo modo di vibrare in Artemis.

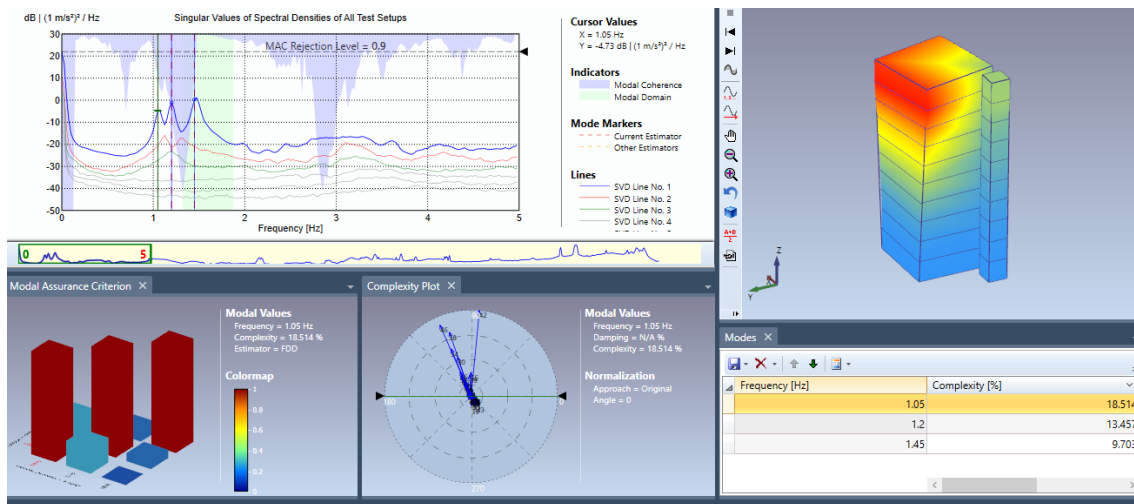


Figura 2.28-Rappresentazione del primo modo di vibrare in Artemis

3 MODELLAZIONE STRUTTURALE E MODEL UPDATING

3.1 Raccolta documenti di progetto

Al fine di poter sviluppare un modello della struttura accurato e successivamente effettuare un model updating sulla base dei risultati dell'identificazione dinamica c'è bisogno di conoscere la geometria della struttura, i carichi da applicare e le proprietà meccaniche dei materiali utilizzati durante la costruzione.

La documentazione di progetto è stata reperita presso l'archivio del Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Architettura della facoltà di ingegneria dell'Università Politecnica delle Marche. Sono state reperite tutte le tavole di progetto relative alla torre e i risultati delle prove sui materiali effettuate all'epoca della costruzione e successivamente.

3.1.1 Tavole di progetto

Sono state digitalizzate tutte le tavole necessarie allo sviluppo del modello agli elementi finiti della torre e del corpo scala, cioè le piante di tutti i piani, le carpenterie, le sezioni, le sezioni tipo degli elementi strutturali e i particolari costruttivi. Nello specifico:

- ST-03e_Fabbricato 1 e torre pianta (quota 145);
- ST-05f_Fabbricato 1 e torre pianta (quota 150);
- ST-07i_Fabbricato 1 e torre pianta (quota 155);
- ST-42e_Fabbricato 1 e torre pianta (quota 160);
- ST-43e_Fabbricato 1 e torre pianta (quota 165);
- ST-44e_Fabbricato 1 e torre pianta (quota 170);
- ST-45f_Fabbricato 1 e torre pianta (quota 175);
- ST-59c_Torre piante alle quote 180-185-190-195-200;
- ST-77a_Edificio torre locale per sottostazione alle quote 170-180-190;
- ST-78a_Edificio torre locale per sottostazione alle quote 175-185-195;

- ST-12 bis(a)_ Fabbricato 1 e torre armatura fondazioni;
- ST-20 _Armatura travi tipo;
- ST-20bis _Armatura travi e coppelle di giunto;
- ST-30e _Carpenteria pilastri tipo;
- ST-31bis(b)_ Pilastri 1.00x1.00-1.10x1.10-1.20x1.20 carpenteria-armatura;
- ST-31d _Armatura pilastri tipo;
- ST-61c _Torre telai tra i pilastri 56b-58a;69b-71a;82b-84a, ferri aggiunti in corso d'opera all'armatura delle travi tipo;
- ST-62c _Torre telai tra i pilastri 56b-82b;57-83;58a-84a, ferri aggiunti in corso d'opera all'armatura delle travi tipo;
- ST/63 Torre: Tabella pilastri;
- ST-35d _Solaio tipo "B" (sovraccarico accidentale 400kg-mq);
- ST-65c _Edificio torre vano scala ed ascensori-piante;
- ST-66c _Edificio torre vano scala ed ascensori-sezioni;
- ST-68b _Edificio torre vano scala ed ascensori-armatura elevazione;
- ST-74a _Particolare giunto tra corpo scala e corpo di fabbrica.

Nelle Figure 3.1-3.2-3.3 si riportano le foto di alcune delle tavole.

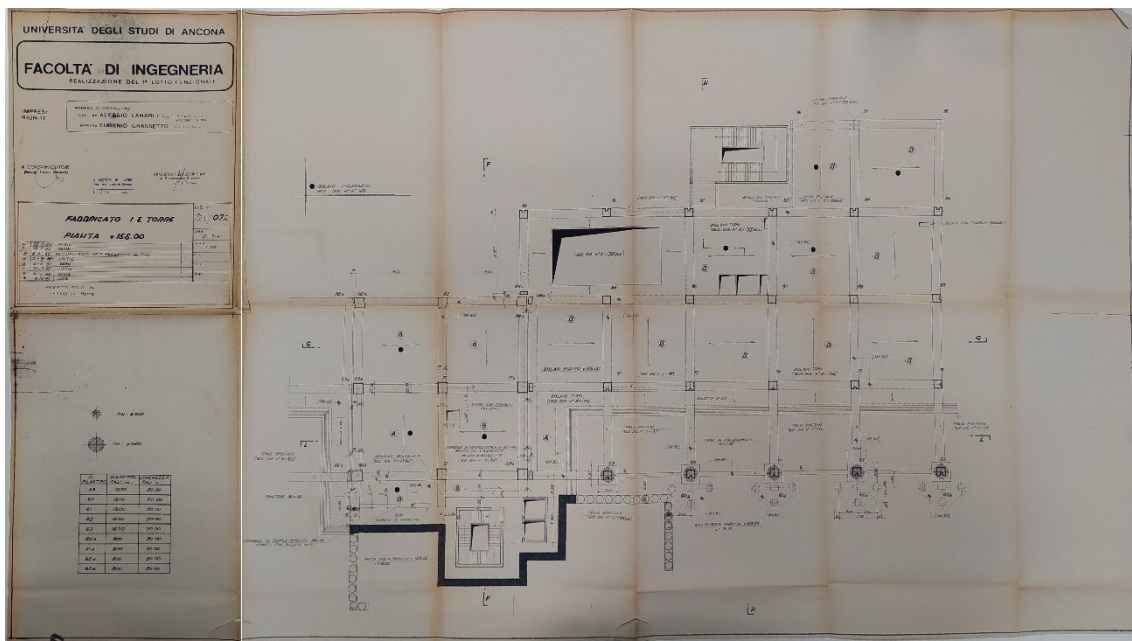


Figura 3.1-Tavola ST-07i _Fabbricato 1 e torre pianta (quota 155)

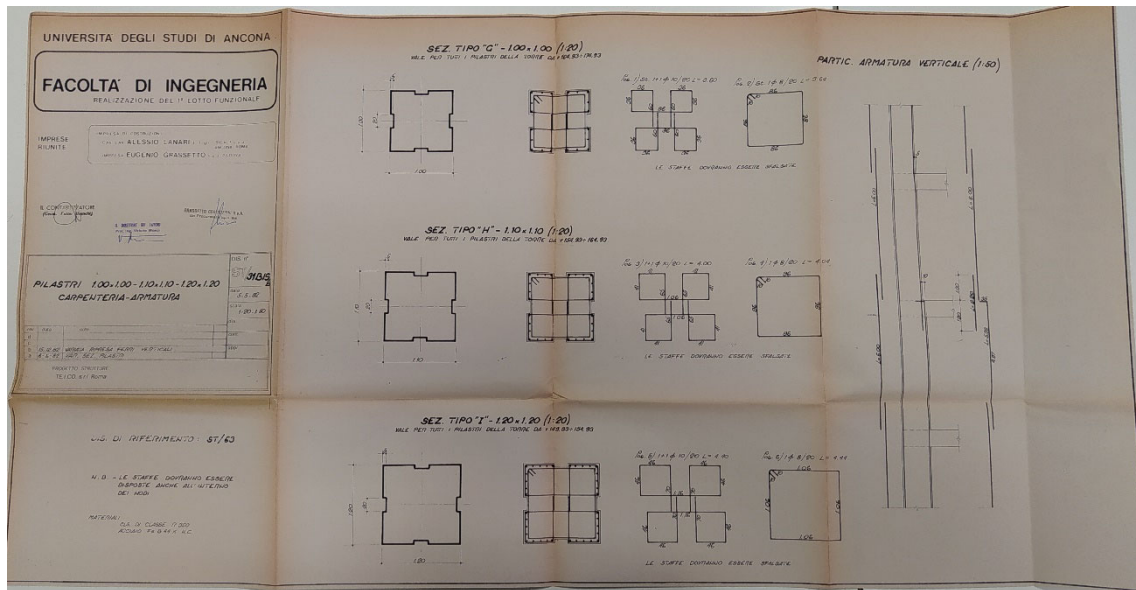


Figura 3.2-Tavola ST-31bis(b)_Pilastri 1.00x1.00-1.10x1.10-1.20x1.20 carpenteria-armatura

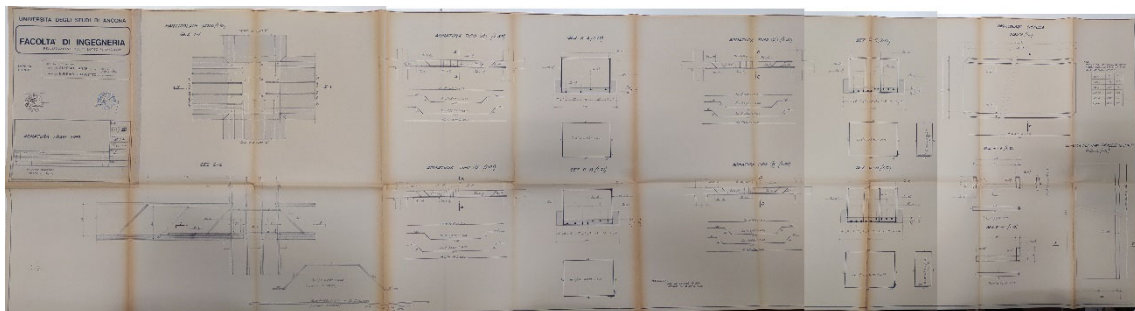


Figura 3.3-Tavola ST-20_Armatura travi tipo

3.1.2 Analisi dei carichi

Un'accurata valutazione dei carichi è un requisito fondamentale per una corretta modellazione, in quanto l'analisi modale è influenzata oltre che dalla rigidezza anche dalla massa e quindi dai carichi assegnati agli elementi strutturali.

La valutazione dei carichi e dei sovraccarichi è stata effettuata in accordo con le disposizioni del Decreto Ministero Infrastrutture e dei Trasporti 17 gennaio 2018 Aggiornamento delle "Norme tecniche per le Costruzioni".

I vari carichi applicati alla struttura sono riportati nelle Tabelle che vanno da 3.1 a 3.6:

Solaio tipo B					
getto 1 ^a fase carichi strutturali-G1	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
bausta					
soletta di allet. in c.a.	0.040	1.200	25.00	1.20	1.00
travetto centrale	0.200	0.150	25.00	0.75	0.63
getto 2 ^a fase carichi strutturali-G1	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
getto di completamento					
1-soletta superiore in c.a.	0.040	1.200	25.00	1.20	1.00
2-travetti laterali	0.320	0.160	25.00	1.28	1.07
3-travetto centrale	0.120	0.150	25.00	0.45	0.38
totale G1					4.07
carichi non strutturali-G2	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
tramezzi					0.40
controsoffitto					0.40
pavimentazione					
piastrelle in gres	0.013	1.200			0.40
malta di allettamento	0.010	1.200	18.00	0.22	0.18
massetto in cls magro	0.040	1.200	21.00	1.01	0.84
foglio di agglomerato di sughero espanso	0.020	1.200	0.20	0.005	0.004
collante a base di cemento	0.010	1.200	14.00	0.17	0.14
totale G2					2.36
carichi accidentali-Qk	[kN/m ²]				
ambiente suscet. di affollam.	4.00				

Tabella 3.1-Analisi dei carichi solaio intermedio normale

Solaio ribassato tipo B					
getto 1 ^a fase carichi strutturali-G1	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
bausta					
soletta di allet. in c.a.	0.040	1.200	25.00	1.20	1.00
travetto centrale	0.200	0.150	25.00	0.75	0.63
getto 2 ^a fase carichi strutturali-G1	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
getto di completamento					
1-soletta superiore in c.a.	0.040	1.200	25.00	1.20	1.00
2-travetti laterali	0.320	0.160	25.00	1.28	1.07
3-travetto centrale	0.120	0.150	25.00	0.45	0.38
totale G1					4.07
carichi non strutturali-G2	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
tramezzi					0.40
controsoffitto					0.40
pavimentazione					
piastrelle in gres	0.013	1.200			0.40
malta di allettamento	0.010	1.200	18.00	0.22	0.18
massetto in cls magro	0.080	1.200	21.00	2.02	1.68
foglio di agglomerato di sughero espanso	0.020	1.200	0.20	0.005	0.004
collante a base di cemento	0.010	1.200	14.00	0.17	0.14
totale G2					3.20
carichi accidentali-Qk	[kN/m ²]				
ambiente suscet. di affollam.	4.00				

Tabella 3.2-Analisi dei carichi solaio intermedio ribassato

Solaio di copertura					
getto 1 ^a fase carichi strutturali-G1	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
bausta					
soletta di allettamento in c.a.	0.040	1.200	25.00	1.20	1.00
travetto centrale	0.200	0.150	25.00	0.75	0.63
getto 2 ^a fase carichi strutturali-G1	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
getto di completamento					
1-soletta superiore in c.a.	0.040	1.200	25.00	1.20	1.00
2-travetti laterali	0.320	0.160	25.00	1.28	1.07
3-travetto centrale	0.120	0.150	25.00	0.45	0.38
totale G1					4.07
carichi non strutturali-G2	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
controsoffitto					0.40
pavimento di copertura					
quadrotti in cls di graniglia	0.040	1.200	21.00	1.01	0.84
basette con dischi livellatori	0.025	0.480	21.00	0.25	0.21
velo di sabbia	0.005	1.200	18.00	0.11	0.09
impermeabilizzazione					
membratura elastomerica	0.006	1.200			0.008
guaina prefabbricata	0.010	1.200			0.010
film di bitume ossidato	0.003	1.200			0.0015
cartone	0.004	1.200			0.001
primer bituminoso	0.003	1.200			0.0005
massetto	0.025	1.200	21.00	0.63	0.53
totale G2					2.09
Qk-carico neve	q _{sk}	C _e	C _t	μ	[kN/m ²]
	1.50	1.00	1.00	0.80	1.20
carichi accidentali-Qk	[kN/m ²]				
coperture piane sola manutenzione	0.50				

Tabella 3.3-Analisi dei carichi solaio di copertura

Tamponatura esterna				
muretto interno-G2 muretto	s [m]	h [m]	[kN/m ³]	[kN/m]
davanzale in marmo	0.350	0.030	28.00	0.29
intonaco esterno	0.030	0.980	18.00	0.53
pannello in lana di vetro	0.020	0.980	0.20	0.004
intonaco intermedio	0.010	0.980	18.00	0.18
mattoni forati in foglio	0.080	0.980	12.00	0.94
intonaco interno	0.020	0.980	18.00	0.35
totale				2.00
pannello di rivestimento-G2 pan. Riv.	A [m ²]		[kN/m ³]	
	0.647		20.00	12.94
totale G2				15.24

infissi	h	[kN/m ²]	[kN/m]
	2.000	0.40	0.80

Tabella 3.4-Analisi dei carichi tamponatura esterna

Tamponatura interna									
G2 tamponatura	s [m]			[kN/m ³]	[kN/m ²]	A t. [m ²]	[kN]	A s. [m ²]	[kN/m ²]
intonaco esterno	0.02			18.00	0.36	140	235	81.00	2.90
mattoni forati in foglio	0.08			12.00	0.96				
intonaco interno	0.02			18.00	0.36				
totale					1.68				
G2 solaio intermedio	s [m]	L [m]	i [m]	[kN/m ³]	[kN/m ²]	A s. [m ²]	[kN]	A s. [m ²]	[kN/m ²]
controsoffitto					0.40	34	71	81.00	0.88
lamiera grecata					0.20				
nervature	0.07	0.05	0.19	25.00	0.46				
soletta	0.04	0.19	0.19	25.00	1.00				
totale					2.06				
G2 cordolo	b [m]	h [m]		[kN/m ³]	[kN/m]	L c. [m]	[kN]	A s. [m ²]	[kN/m ²]
	0.41	0.13		25.00	1.33	24.24	32	81.00	0.40
totale G2									4.18

Tabella 3.5-Analisi dei carichi tamponatura interna

Solaio copertura scale					
carichi strutturali-G1	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
soletta	0.040	1.200	25.00	1.20	1.00
travetto	0.200	0.310	25.00	1.55	1.29
pignatte	0.200	0.445	5.00	0.89	0.74
totale G1					3.03
carichi non strutturali-G2	s [m]	L [m]	[kN/m ³]	[kN/m]	[kN/m ²]
pavimento di copertura					
quadrotti in cls di graniglia	0.040	1.200	21.00	1.01	0.84
basette con dischi livellatori	0.025	0.480	21.00	0.25	0.21
velo di sabbia	0.005	1.200	18.00	0.11	0.09
impermeabilizzazione					
membratura elastomerica	0.006	1.200			0.008
guaina prefabbricata	0.010	1.200			0.010
film di bitume ossidato	0.003	1.200			0.0015
cartone	0.004	1.200			0.001
primer bituminoso	0.003	1.200			0.0005
massetto	0.025	1.200	21.00	0.63	0.53
totale					1.69
Qk-carico neve	q _{sk}	C _e	C _t	μ	[kN/m ²]
	1.50	1.00	1.00	0.80	1.20
carichi accidentali-Qk	[kN/m ²]				
coperture piane sola manutenzione	0.50				

Tabella 3.6-Analisi dei carichi solaio copertura corpo scala-ascensori

3.1.3 Prove sui materiali

Per quanto riguarda i materiali, ciò che maggiormente interessa sono i moduli elastici, perché è la caratteristica dei materiali che influisce sulla rigidità della struttura.

Per assegnare il modulo elastico ai materiali utilizzati nella modellazione bisogna effettuare un'indagine materiale accurata e questa è stata effettuata consultando le prove eseguite durante la costruzione dell'edificio e prove di Pull-Out eseguite nel 2015.

Durante la costruzione sono stati prelevati 240 campioni di calcestruzzo e i relativi cubi sono stati testati presso il laboratorio di prove sui materiali e strutture dell'istituto di Scienza e Tecnica delle costruzioni della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Ancona.

I risultati sono riportati nella Tabella 3.7:

Elemento	Modulo elastico [MPa]
Pali	28376
Solaio	32429
Pilastrini	31912

Tabella 3.7-Risultati prove effettuate durante la costruzione

In fase di costruzione sono state eseguite anche prove di trazione sulle barre di armatura degli elementi strutturali, tuttavia in questo lavoro non vengono riportate perché non sono state utilizzate poiché sono state effettuate solo analisi lineari. Inoltre si hanno a disposizione prove relative alla determinazione della forza di estrazione di un tassello post-inserito nel calcestruzzo indurito (prova di pull-out) eseguite nel 2015 di cui si riportano i risultati ottenuti in termini di modulo elastico del calcestruzzo (Tabella 3.8):

Elemento	Modulo elastico [MPa]
Pilastrini	32493

Tabella 3.8-Risultati prove di pull-out

Il modulo elastico del calcestruzzo può essere di tipo statico o dinamico. Come si legge in [10] il modulo di elasticità statico dà la risposta in termini di deformazione ad una sollecitazione applicata di intensità nota, mentre il modulo di elasticità dinamico viene determinato mediante la vibrazione di un campione di calcestruzzo applicando una sollecitazione trascurabile. A causa dell'assenza di una sollecitazione significativa, non

si inducono microfessurazioni nel calcestruzzo e non c'è l'effetto del *creep*, quindi il modulo dinamico si riferisce ad effetti quasi puramente elastici. Per questo motivo, il modulo dinamico è considerato approssimativamente uguale al modulo tangente iniziale e quindi sensibilmente più alto del modulo secante che è determinato nella prova statica con l'applicazione del carico. Il rapporto fra modulo di elasticità statico e dinamico non si mantiene costante, ma si incrementa con l'età e la resistenza del calcestruzzo. Dalla variabilità di tale rapporto deriva la difficoltà di ottenere uno dei due moduli in funzione dell'altro.[11]. I moduli elastici usati in questo lavoro sono di tipo dinamico essendo un'analisi dinamica; in letteratura si trovano molte correlazioni sperimentali tra il modulo elastico dinamico e quello statico, si sceglie di utilizzare la relazione riportata in [10] per calcolare il modulo elastico dinamico a partire da quello statico ottenuto con le prove statiche di cui sopra.

$$E_s = 0.83 E_d \quad (3.1)$$

con:

- E_s : modulo elastico statico;
- E_d : modulo elastico dinamico.

Inoltre, come verifica è stato calcolato il modulo elastico (Tabella 3.9) utilizzando la relazione presente nelle NTC 2019 che lega il modulo elastico statico del calcestruzzo alla resistenza a compressione media:

$$E_s = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} \quad (3.2)$$

dove $f_{cm} = f_{ck} + 8$

Elemento	Formula normativa			
	Materiale	f_{ck} [Mpa]	$E_{statico}$ [Mpa]	$E_{dinamico}$ [Mpa]
Pilastri	C28/35	28	32308	38770
Travi	C28/35	28	32308	38770
Corpo scala-ascensori	C28/35	28	32308	38770

Tabella 3.9-Risultati modulo elastico utilizzando la formula di normativa

Per le tamponature, dato che non si hanno a disposizione prove sperimentali effettuate si è scelto di utilizzare un valore di modulo elastico compreso tra 2000-6000 facendo riferimento ai valori dei parametri meccanici della muratura indicati nella Circolare del 21 gennaio 2019, n. 7 del C.S.LL.PP [12]. In Tabella 3.10 si riporta un riassunto dei moduli elastici assunti per i vari materiali utilizzati nel modello agli elementi finiti:

Elemento	Modulo elastico [MPa]
Solaio	39000
Pilastrini	39000
Travi	39000
Corpo scala-ascensori	39000
Tamp. Esterne	3000
Muratura	5000

Tabella 3.10-Moduli elastici dei materiali utilizzati nella modellazione

Per le tamponature esterne si è scelto il modulo elastico della muratura dato che la parte di tamponatura che da rigidità è quella presente nella specchiatura del telaio, cioè il muretto interno fatto da forati. Tali valori saranno poi calibrati nel processo di *model updating*. Le resistenze dei materiali sono state assunte pari alle resistenze classiche dato che non sono state eseguite analisi di resistenza ma solo di rigidità e quindi non influiscono sui risultati di interesse.

3.2 Modellazione al SAP2000

Il FEM (*Finite Element Model*) è una tecnica numerica atta a fornire una soluzione approssimata di un problema descritto, in generale, da equazioni differenziali. Essa consiste nel risolvere problemi in modo numerico, trasformando il problema differenziale in un problema algebrico. Pertanto, permette di schematizzare il comportamento di un sistema continuo a infiniti gradi di libertà, mediante un numero discreto di elementi, ciascuno caratterizzato da un numero limitato di parametri. La forma degli elementi deve essere semplice, allo scopo di approssimare agevolmente domini irregolari. Per tale ragione gli elementi irregolari hanno forma triangolare e quadrangolare. Tutto il complesso degli elementi finiti viene definito *mesh*. Una *mesh* è regolare quando tutto il

dominio risulta discretizzato in elementi finiti uguali. La suddivisione del solido in elementi finiti uguali risulta la parte più delicata e complessa dell'intero metodo. In base all'esperienza, infatti, è possibile affermare che i risultati più accurati sono forniti dalle discretizzazioni in elementi di forma regolare e con nodi coincidenti. Su ciascun elemento caratterizzato da queste forme elementari, la soluzione del problema è assunta essere espressa dalla combinazione lineare di funzioni di base o funzioni di forma (*shape function*). In Figura 3.4 viene riportata un'immagine del modello realizzato con il codice FEM Sap2000.

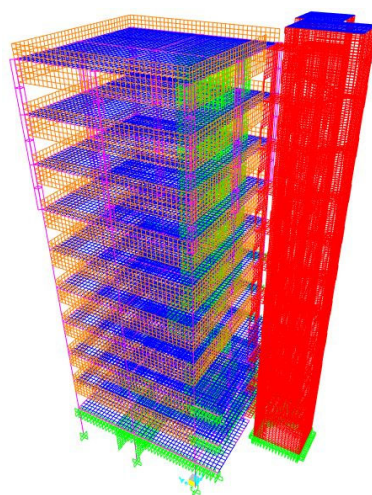


Figura 3.4-Modello FEM realizzato al sap2000

I principali elementi finiti utilizzati sono i seguenti:

- *frame*: l'elemento frame è una generica asta tridimensionale, che include gli effetti di deformazione assiale, taglio, torsione e momento flettente. È definito da un segmento che congiunge due punti nodali (*joints*);
- *lastra*: elemento piano a 3 o 4 nodi per stati di sforzo piano che possiede solo due gradi di libertà per nodo corrispondenti alle traslazioni nel suo piano (rigidezza membranale) e pertanto atto a trasmettere solo gli sforzi lungo il suo piano. Non trasferisce alcuna rigidezza per gli altri gradi di libertà. Usato per la modellazione di strutture caricate nel loro stesso piano;
- *piastra*: elemento piano a 3 o 4 nodi che possiede solo tre gradi di libertà per nodo corrispondenti alla traslazione perpendicolare al suo piano e alle rotazioni rispetto ai due assi giacenti nel piano (rigidezza flessionale), e pertanto atto a trasmettere

solo lo sforzo tagliante e i 2 momenti flettenti. Non trasferisce alcuna rigidità per gli altri gradi di libertà. Usato per la modellazione di strutture bidimensionali inflesse;

- lastra-piastra: elemento piano a 3 o 4 nodi costituito dalla sovrapposizione dell'elemento piastra e dell'elemento lastra e che pertanto è dotato sia di rigidità flessionale che membranale.

La torre di ingegneria è formata da due corpi principali, struttura della torre e del corpo scala-ascensori. I due corpi sono separati da un giunto tecnico di spessore pari a 5 cm. I due corpi sono collaboranti e c'è una influenza sul comportamento strutturale anche degli edifici adiacenti alla torre, anch'essi separati da un giunto. Per rappresentare il più possibile il comportamento reale della struttura sono stati modellati anche tutti gli elementi non strutturali presenti nell'edificio. La struttura è stata ragionevolmente modellata come incastrata alla base essendo essa fondata su plinti su pali, mentre alla base delle tamponature interne presenti alla base dell'edificio sono state messe delle molle con rigidità in direzione Z per rappresentare il vincolo che esse hanno in direzione Z , non essendo rappresentabile da un incastro perfetto. Per la modellazione di travi e pilastri si sono utilizzati elementi Frame. Per la modellazione di solaio, tamponatura interna, tamponatura esterna, corpo scala ascensore si sono utilizzati elementi *shell*. La *shell* è definita come elemento bidimensionale a 4 o a 3 nodi. Tale modellazione implica che gli elementi siano dotati di rigidità flessionale e membranale. Per la modellazione dei giunti con gli altri edifici si sono utilizzati degli elementi *shell* con un materiale avente rigidità incognita ipotizzata pari a 10000 Mpa ma che verrà poi definita in fase di *model updating* attraverso un metodo iterativo, confrontando i valori di frequenze e Mac ottenuti. Da un lavoro di tesi effettuato precedentemente in cui era stata affrontata la modellazione agli elementi finiti della torre è stato evidenziato che a seconda della discretizzazione degli elementi *shell* la rigidità dell'elemento cambia e quindi cambia come incide sul modello globale ed è stato necessario determinare il valore ottimale della discretizzazione. Questa analisi è stata effettuata sul modello completo di tutti gli elementi tenuti in considerazione, poiché su quel modello si ha la presenza di tutti gli elementi *shell*. I risultati di questa analisi hanno portato a dire che una discretizzazione massima di 50cm

non influisce sulla rigidità del modello. In aggiunta, per la modellazione del solaio, essendo esso rappresentabile da una piastra ortotropa con rigidità diverse nelle 2 direzioni è stata condotta un' analisi su una specchiatura di solaio modellando il solaio con elementi frame rappresentanti i travetti, ottenendo come risultato che la rigidità nel verso opposto all' orditura è la metà della rigidità nel verso di orditura. I solai (di copertura e di interpiano), data la loro complessità, sono stati modellati come una soletta equivalente in calcestruzzo con stessa rigidità secondo il seguente procedimento. Per prima cosa si è calcolato il momento di inerzia della sezione resistente a doppio T del solaio di interpiano e di copertura (a T per il solaio di copertura del corpo scala). Una volta calcolato il momento di inerzia della sezione resistente si è trovata l' altezza di una sezione rettangolare avente stesso momento di inerzia e pari base. Ottenendo uno spessore di 34cm per il solaio di interpiano e di copertura del corpo torre e 18cm per il solaio di copertura del corpo scala. Invece, alle tamponature esterne è stata assegnata una sezione rettangolare con spessore di 13cm per il pannello esterno, mentre uno spessore di 27cm per la parte superiore comprensiva del muretto interno. Lo spessore del muretto in forati interno è stato rapportato ad una soletta in calcestruzzo di spessore equivalente con stessa rigidità in termini di modulo elastico, ottenendo uno spessore di 2cm attraverso la relazione:

$$E_{muratura} \cdot s_{muratura} = E_{cls.} \cdot s_{cls.} \quad (3.3)$$

La massa dei vari elementi è stata considerata assegnando alle travi i vari carichi della struttura considerando una ripartizione dei carichi 66-33, cioè 66% del carico nella direzione di orditura del solaio e 33% nella direzione ortogonale. Il carico dovuto alle tamponature interne è stato considerato come carico al metro quadro portato dalla specchiatura di solaio in cui ci sono le tamponature tranne che per quota 165 in cui è stato dato come carico lineare alle travi su cui poggiano, mentre il carico dovuto alle tamponature esterne è stato assegnato come carichi di linea alle travi dove poggiano. Dalla Tabella 3.11 alla 3.21 si riportano tutti i carichi assegnati alle varie travi e shell della struttura, nominando i 6 telai della struttura (3 in x e 3 in y) X1, X2, X3, Y1, Y2, Y3:

Telaio X-1	Carico	% Carico	A _{solaio} [m ²]	L _{trave} [m]	G1 [kN/m]	G2 [kN/m]	Qk [kN/m]
trave 56b-57; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	14.37	11.33	14.14
		16.5%	28.35				
trave 56b-57; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	8.15	6.42	8.02
		16.5%	28.35				
trave 56b-57; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	14.37	11.33	14.14
		16.5%	28.35				
	infissi				-	0.80	-
trave 56b-57; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 56b-57; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 56b-57; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 56b-57; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 56b-57; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 56b-57; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 57-58a; q. 155	solaio	16.5%	81.00	9.00	7.52	11.82	7.39
		16.5%	19.8				
trave 57-58a; q. 160	solaio	33.5%	81.00	9.00	13.70	10.50	13.48
		16.5%	19.35				
trave 57-58a; q. 165	solaio	16.5%	81.00	9.00	7.45	5.58	7.33
		16.5%	18.90				
	infissi				-	0.80	-
trave 57-58a; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	22.26	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 57-58a; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	10.96	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 57-58a; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	22.26	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 57-58a; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	10.96	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 57-58a; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	22.26	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 57-58a; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	10.96	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-

Tabella 3.11-Carichi assegnati al telaio X1

Telaio X-2	Carico	% Carico	A _{solaio} [m ²]	L _{trave} [m]	G1 [kN/m]	G2 [kN/m]	Qk [kN/m]																																																																																																																																																																								
trave 69b-70; q. 155	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 69b-70; q. 160	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 165	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00
trave 69b-70; q. 160	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00																																																																																																																																																																								
		16.5%	81.00					trave 69b-70; q. 165	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00				
trave 69b-70; q. 165	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 69b-70; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00														
trave 69b-70; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00																																																																																																																																																																								
		16.5%	81.00					trave 69b-70; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																								
trave 69b-70; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 69b-70; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																		
trave 69b-70; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00																																																																																																																																																																								
		16.5%	81.00					trave 69b-70; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 69b-70; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																												
trave 69b-70; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 69b-70; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	16.5%	81.00	trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																						
trave 69b-70; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00																																																																																																																																																																								
		16.5%	81.00					trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																
trave 69b-70; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																										
trave 70-71a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00																																																																																																																																																																								
		16.5%	81.00					trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																																				
trave 70-71a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00	tamp. int.			-	8.40	-	trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																																														
trave 70-71a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00																																																																																																																																																																								
	tamp. int.							-	8.40	-																																																																																																																																																																					
trave 70-71a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																																																																						
trave 70-71a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00																																																																																																																																																																								
		16.5%	81.00					trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																																																																																
trave 70-71a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00	trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																																																																																										
trave 70-71a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00																																																																																																																																																																								
		16.5%	81.00					trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00	33.5%	81.00	trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																																																																																																				
trave 70-71a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	25.77	18.00																																																																																																																																																																								
		33.5%	81.00					trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00	16.5%	81.00																																																																																																																																																														
trave 70-71a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	18.09	18.00																																																																																																																																																																								
		16.5%	81.00																																																																																																																																																																												

Tabella 3.12-Carichi assegnati al telaio X2

Telaio X-3	Carico	% Carico	A_{solaio} [m²]	L_{trave} [m]	G1 [kN/m]	G2 [kN/m]	Qk [kN/m]
trave 82b-83; q. 155	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	4.76	5.94
	tamp. est.				-	6.35	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-83; q. 160	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	9.66	12.06
	tamp. est.				-	12.94	-
trave 82b-83; q. 165	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	4.76	5.94
	tamp. est.				-	12.94	-
trave 82b-83; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-83; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-83; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-83; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-83; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-83; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 83-84a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	7.70	-
	infissi				-	0.80	-
trave 83-84a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	4.76	5.94
	tamp. est.				-	12.94	-
trave 83-84a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	9.66	12.06
	tamp. est.				-	12.94	-
trave 83-84a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 83-84a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 83-84a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 83-84a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 83-84a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 83-84a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-

Tabella 3.13-Carichi assegnati al telaio X3

Telaio Y-1	Carico	% Carico	A _{solaio} [m ²]	L _{trave} [m]	G1 [kN/m]	G2 [kN/m]	Qk [kN/m]
trave 82b-69b; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	9.66	12.06
trave 82b-69b; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	4.76	5.94
	tamp. est.				-	12.94	-
trave 82b-69b; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	9.66	12.06
	tamp. est.				-	12.94	-
trave 82b-69b; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-69b; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-69b; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-69b; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-69b; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 82b-69b; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 69b-56b; q. 155	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	4.76	5.94
trave 69b-56b; q. 160	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	9.66	12.06
	tamp. est.				-	12.94	-
trave 69b-56b; q. 165	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	4.76	5.94
	tamp. est.				-	12.94	-
trave 69b-56b; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 69b-56b; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 69b-56b; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 69b-56b; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 69b-56b; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 69b-56b; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-

Tabella 3.14-Carichi assegnati al telaio Y1

Telaio Y-2	Carico	% Carico	A _{solaio} [m ²]	L _{trave} [m]	G1 [kN/m]	G2 [kN/m]	Qk [kN/m]
trave 83-70; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	13.17	18.00
		16.5%	81.00				
trave 83-70; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00
		33.5%	81.00				
trave 83-70; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00
		16.5%	81.00				
trave 83-70; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00
		33.5%	81.00				
trave 83-70; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00
		16.5%	81.00				
trave 83-70; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00
		33.5%	81.00				
trave 83-70; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00
		16.5%	81.00				
trave 83-70; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00
		33.5%	81.00				
trave 83-70; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	10.64	18.00
		16.5%	81.00				
trave 70-57; q. 155	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	27.01	18.00
		33.5%	81.00				
trave 70-57; q. 160	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00
		16.5%	81.00				
trave 70-57; q. 165	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	14.42	18.00
		33.5%	81.00				
	tamp. int.						
trave 70-57; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	20.62	18.00
		16.5%	81.00				
trave 70-57; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	27.01	18.00
		33.5%	81.00				
trave 70-57; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	20.62	18.00
		16.5%	81.00				
trave 70-57; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	27.01	18.00
		33.5%	81.00				
trave 70-57; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	18.30	20.62	18.00
		16.5%	81.00				
trave 70-57; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	18.30	27.01	18.00
		33.5%	81.00				

Tabella 3.15-Carichi assegnati al telaio Y2

Telaio Y-3	Carico	% Carico	A _{solaio} [m ²]	L _{trave} [m]	G1 [kN/m]	G2 [kN/m]	Qk [kN/m]
trave 84a-71a; q. 155	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
trave 84a-71a; q. 160	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	9.66	12.06
trave 84a-71a; q. 165	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	4.76	5.94
trave 84a-71a; q. 170	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
trave 84a-71a; q. 175	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	6.35	-
	infissi				-	0.80	-
trave 84a-71a; q. 180	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 84a-71a; q. 185	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 84a-71a; q. 190	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	7.13	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 84a-71a; q. 195	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.51	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 71a-58a; q. 155	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	22.26	12.06
trave 71a-58a; q. 160	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	4.76	5.94
trave 71a-58a; q. 165	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	9.66	12.06
trave 71a-58a; q. 170	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	10.96	5.94
trave 71a-58a; q. 175	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	22.26	12.06
	tamp. est.				-	6.35	-
	infissi				-	0.80	-
trave 71a-58a; q. 180	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	10.96	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 71a-58a; q. 185	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	22.26	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 71a-58a; q. 190	solaio	16.5%	81.00	9.00	6.04	10.96	5.94
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-
trave 71a-58a; q. 195	solaio	33.5%	81.00	9.00	12.26	22.26	12.06
	tamp. est.				-	15.24	-
	infissi				-	0.80	-

Tabella 3.16-Carichi assegnati al telaio Y3

Solaio di copertura		% Carico	A _{solaio} [m ²]	L _{trave} [m]	G1 [kN/m]	G2 [kN/m]	G2 tamp. cop. [kN/m]	Q _{k,neve} [kN/m]	Q _{k,acc.} [kN/m]
Telaio X-1	trave 56b-57; q. 200	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.10	12.94	1.78	0.74
	trave 57-58a; q. 200	33.5%	81.00	9.00	12.26	6.29	12.94	3.62	1.51
Telaio X-2	trave 69b-70; q. 200	33.5%	81.00	9.00	18.30	9.39	-	5.40	2.25
		16.5%	81.00						
	trave 70-71a; q. 200	16.5%	81.00	9.00	18.30	9.39	-	5.40	2.25
		33.5%	81.00						
Telaio X-3	trave 82b-83; q. 200	33.5%	81.00	9.00	12.26	6.29	12.94	3.62	1.51
	trave 83-84a; q. 200	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.10	12.94	1.78	0.74
Telaio Y-1	trave 82b-69b; q. 200	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.10	12.94	1.78	0.74
	trave 69b-56b; q. 200	33.5%	81.00	9.00	12.26	6.29	12.94	3.62	1.51
Telaio Y-2	trave 83-70; q. 200	16.5%	81.00	9.00	18.30	9.39	-	5.40	2.25
		33.5%	81.00						
	trave 70-57; q. 200	33.5%	81.00	9.00	18.30	9.39	-	5.40	2.25
		16.5%	81.00						
Telaio Y-3	trave 84a-71a; q. 200	33.5%	81.00	9.00	12.26	6.29	12.94	3.62	1.51
	trave 71a-58a; q. 200	16.5%	81.00	9.00	6.04	3.10	12.94	1.78	0.74

Tabella 3.17-Carichi assegnati al solaio di copertura della torre

Sbalzi	% Carico	A _{solaio} [m ²]	L _{trave} [m]	G1 [kN/m]	G2 [kN/m]	Q _k [kN/m]
56b-a; q.155	33.5%	28.35	3.15	12.26	9.66	12.06
56b-a; q.160	33.5%	28.35	3.15	12.26	9.66	12.06
56b-a; q.165	33.5%	28.35	3.15	12.26	9.66	12.06
a-c; q.155	16.5%	28.35	9.00	2.11	1.67	2.08
a-c; q.160	16.5%	28.35	9.00	2.11	1.67	2.08
a-c; q.165	16.5%	28.35	9.00	2.11	1.67	2.08
b-c; q.155	33.5%	28.35		12.26	9.66	12.06
b-c; q.160	33.5%	28.35		12.26	9.66	12.06
b-c; q.165	33.5%	28.35		12.26	9.66	12.06
57-b; q.155	33.5%	28.35	2.20	24.52	16.79	24.12
	33.5%	19.80				
	tamp. int.		2.15	-	8.40	-
57-b; q.160	33.5%	28.35	2.15	24.52	19.32	24.12
	33.5%	19.35				
57-b; q.165	33.5%	28.35	2.10	24.52	19.32	24.12
	33.5%	18.90				
b-d; q.155	16.5%	19.80	9.00	1.48	1.16	1.45
b-d; q.160	16.5%	19.35	9.00	1.44	1.14	1.42
b-d; q.165	16.5%	18.90	9.00	1.41	1.11	1.39
58a-d; q.155	33.5%	19.80	2.20	12.26	9.66	12.06
58a-d; q.160	33.5%	19.35	2.15	12.26	9.66	12.06
58a-d; q.165	33.5%	18.90	2.10	12.26	9.66	12.06

Tabella 3.18-Carichi assegnati agli sbalzi

Ascensori	G2 ascensori [kN]	carico puntuale appeso nelle mezzerie dei solai dei due ascensori
q.200 solaio ascensori	10	

Tabella 3.19-Carico ascensori

Solaio copertura scale	G1 [kN/m ²]	G2 [kN/m ²]	Qk,neve [kN/m ²]	Qk,acc. [kN/m ²]	carichi da applicare alle shell
q. 202.7	3.03	1.69	1.20	0.50	

Tabella 3.20-Carichi assegnati al solaio di copertura del corpo scala-ascensori

Pianerottoli	h (m)	L (m)	G2 infissi [kN/m ²]	G2 infissi [kN]	Ashell [m ²]	G2 infissi [kN/m ²]	carichi da applicare alle shell di bordo di tutti i piani tranne 150, 155 e 200
lato scala	5.00	3.15	0.40	6.30	1.52	4.15	
lato ascensore	5.00	2.25		4.50	1.12	4.02	
lato piazza	5.00	2.00		4.00	0.60	6.67	
			G2 tamp. int. [kN/m ²]	G2 tamp. int. [kN]	Ashell [m ²]	G2 tamp. int. [kN/m ²]	carichi da applicare alle shell di bordo del piano 155
lato scala	5.00	2.15	1.68	18.06	0.96	18.81	

Tabella 3.21-Carichi assegnati ai pianerottoli tra scala e torre

Invece, la massa dei pilastri, delle travi e del corpo scala è stata fatta calcolare direttamente dal programma di calcolo, per cui per questi tre elementi è importate il peso specifico del materiale assegnato. Per le travi e i pilastri è stato assegnato 25 kN/m³, cioè il classico peso del calcestruzzo armato, invece per il corpo scala è stato imposto un peso di 30 kN/m³ a fine di considerare anche il peso dei gradini che non stati modellati, ottenuto sommando a 25 kN/m³ il peso ottenuto calcolando il peso a metro quadro di 3cm di marmo (28 kN/m³ · 0.03m) e dividendolo poi per la media tra lo spessore dei gradini (20cm) e lo spessore dei pianerottoli (15cm).

In Figura 3.5 si riportano i risultati dell'analisi modale eseguita sul modello agli elementi finiti da cui si può notare che il modello allo stato attuale non rispecchia il reale comportamento della struttura né in termini di frequenze né in termini di MAC con i risultati dell'identificazione dinamica, e quindi c'è la necessità di operare un processo di *model updating*.

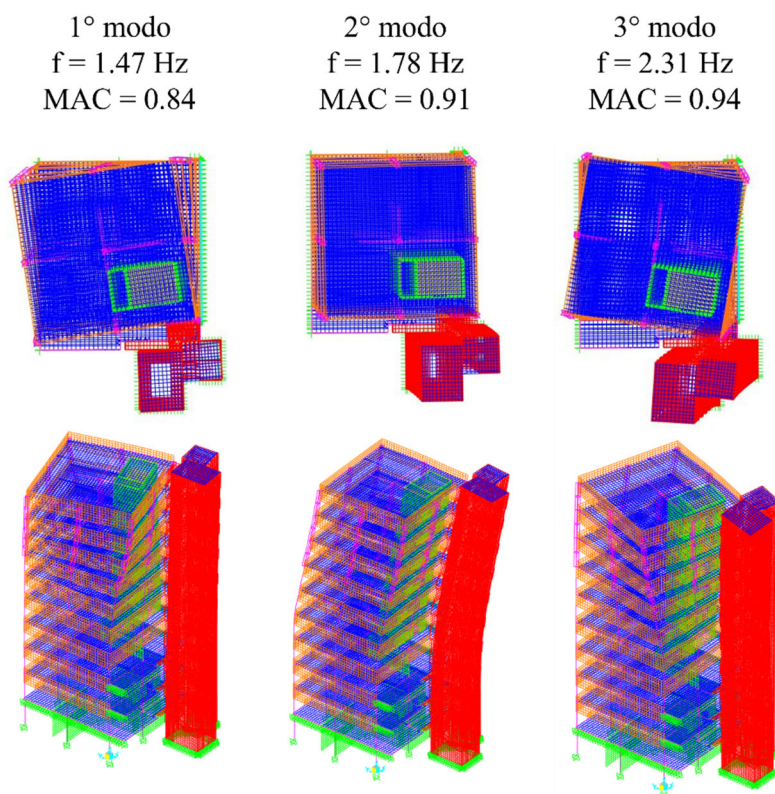


Figura 3.5-Primi tre modi di vibrare ottenuti dal modello FEM non calibrato

3.3 Model updating attraverso algoritmi di intelligenza artificiale: l'utilizzo del particle swarm optimization

Lo scopo della calibrazione di un modello agli elementi finiti è quello di riuscire a cogliere il comportamento della struttura, individuato nei suoi modi di vibrare grazie all'analisi modale operativa, con un modello agli elementi finiti. In pratica, quello che si cerca di fare è far avvicinare il più possibile i risultati analitici a quelli sperimentali (Tabella 3.22)

Modo	Frequenza [Hz]
1°	1.06
2°	1.20
3°	1.46

Tabella 3.22-Frequenze sperimentali dei primi tre modi di vibrare

Per quanto riguarda la calibrazione del modello analitico sono state effettuate diverse prove in cui si è agito sui valori del modulo elastico dei vari materiali e dei giunti con gli altri edifici. Al fine di determinare quale modello si avvicina di più alla misura sperimentale e quindi alla realtà, oltre a confrontare le frequenze dei primi tre modi di vibrare è stato calcolato anche il MAC tra numerico e sperimentale.

Agendo su questi fattori si è avuto un miglioramento della MAC, cioè un avvicinamento del comportamento del modello a quello del comportamento reale della struttura.

Per velocizzare le analisi, invece di variare i parametri a mano per ogni analisi, è stato sviluppato un algoritmo in Matlab che permette di impostare i valori di modulo elastico ai vari materiali, di lanciare l'analisi modale e di avere in output i valori delle frequenze della struttura e degli spostamenti modali dei nodi usati come punti di controllo. Questo algoritmo è stato poi inserito all'interno di un algoritmo di intelligenza artificiale per la calibrazione automatica, il *particle swarm optimization*.

3.3.1 Concetti principali del particle swarm optimization

Il *particle swarm optimization* (PSO) è una tecnica di ottimizzazione stocastica ispirata al comportamento sociale di una popolazione di uccelli o branchi di pesci sviluppata in [13] e applicata in molte aree di ricerca. Esso è un metodo finalizzato all'ottimizzazione di funzioni non lineari tramite l'utilizzo di un algoritmo su base stocastica che richiede solo l'uso di operatori matematici semplici e quindi risulta essere poco oneroso a livello computazionale.

Nel PSO un certo numero di particelle è collocato nel dominio di ricerca di qualche funzione obiettivo e, per ogni posizione assunta dalle particelle, viene calcolata questa funzione. Ogni particella determina quindi il suo movimento attraverso il dominio di ricerca combinando alcuni aspetti della propria posizione e di quella migliore (*best-fitness*) individuata con quelle di uno o più membri dello sciame. Lo scopo di tale algoritmo è trovare il minimo globale della funzione scelta come obiettivo. Ogni individuo nello sciame di particelle è composto da tre vettori D-dimensionali, dove D è la dimensione dello spazio di ricerca. Essi sono la posizione corrente, la miglior posizione individuata fino a quella iterazione e la velocità. La posizione corrente può essere

considerata come un insieme di coordinate che descrivono un punto nello spazio. Ad ogni iterazione dell'algoritmo, la posizione corrente viene valutata come soluzione del problema. Se questa posizione è migliore di qualsiasi altra trovata finora, allora le coordinate sono memorizzate nel secondo vettore. Il valore del miglior risultato della funzione finora è memorizzato in una variabile per il confronto nelle iterazioni successive.[14] L'obiettivo, naturalmente, è quello di continuare a trovare posizioni migliori e aggiornare il valore della funzione obiettivo. Per iniziare, le particelle vengono distribuite casualmente nello spazio di ricerca e viene definito un vettore velocità random, per questo motivo il PSO è definito un algoritmo stocastico. Nel corso delle iterazioni la velocità di ogni particella viene accelerata verso la sua posizione migliore trovata precedentemente e verso la soluzione migliore trovata dal gruppo di particelle. Quindi questa velocità è governata dai due migliori valori trovati fino ad ora (personale e di gruppo) e dall'inerzia a cui è soggetta la particella.

$$\begin{aligned} P_i^{t+1} &= P_i^t + V_i^{t+1} \\ V_i^{t+1} &= wV_i^t + c_1r_1(P_{best(i)}^t - P_i^t) + c_2r_2(P_{bestglobal}^t - P_i^t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

in cui P è la posizione e V la velocità al tempo t . [15]

I tre vettori che permettono di valutare la velocità ad ogni iterazione vengono calibrati e pesati attraverso tre coefficienti w , c_1 , c_2 che vengono definiti iperparametri, inoltre il contributo della posizione della singola particella e della posizione del gruppo di particelle sono pesati attraverso due coefficienti r_1 e r_2 . L'iperparametro w permette di definire la capacità dello sciame di cambiare la sua direzione. Le particelle hanno un'inerzia proporzionale a questo coefficiente w . Più basso è il coefficiente w , più veloce è la convergenza. In altre parole, un basso coefficiente w facilita lo sfruttamento delle migliori soluzioni trovate finora, mentre un alto coefficiente w facilita l'esplorazione intorno a queste soluzioni. Il peso d'inerzia w fa quindi un equilibrio tra l'esplorazione e lo sfruttamento delle migliori soluzioni trovate finora. L'iperparametro c_1 permette di definire la capacità del gruppo di essere influenzato dalle migliori soluzioni personali trovate nel corso delle iterazioni. L'iperparametro c_2 permette di definire la capacità del gruppo di essere influenzato dalla migliore soluzione globale trovata nel corso delle iterazioni. In letteratura si trovano molte indicazioni sui valori da assegnare a questi

iperparametri ricavate da varie evidenze sperimentali. Dopo aver provato diverse combinazioni di valori degli iperparametri si è scelto di adottare w variabile tra 0 e 0.8, c_1 pari a 1 e c_2 pari a 2 perché sono quelli che per il problema in esame portano ad una diminuzione più rapida della funzione obiettivo. Un altro parametro da impostare per l'analisi è la dimensione della popolazione. Esso è impostato empiricamente sulla base della dimensione del problema e della difficoltà di soluzione, in questo caso si è adottata una dimensione della popolazione pari a 10 volte il numero di parametri da far variare.

3.3.2 Calibrazione dei parametri del modello

Per effettuare il *model updating* e calibrare il modello in funzione dei risultati sperimentali sono stati fatti variare tutti quei parametri con incertezza più alta. In pratica, si è scelto di far variare il modulo elastico dei materiali, sia strutturali che non strutturali, compresi anche i moduli elastici dei materiali assegnati ai giunti tra la torre e gli altri edifici adiacenti. Per utilizzare il PSO bisogna definire il dominio in cui le particelle cercano la soluzione, cioè il campo di variazione di ogni parametro che scelgo di far variare. Per individuare più velocemente la soluzione prima di lanciare l'algoritmo sono state fatte delle analisi facendo variare di volta in volta uno dei materiali dei giunti, perché non avendo a disposizione indicazioni sulle sue proprietà non si conosce a priori il range di variazione del modulo elastico. Come funzione obiettivo da minimizzare è stata usata la seguente funzione obiettivo:

$$err = \left| \frac{f_{numerica} - f_{sperimentale}}{f_{sperimentale}} \right| + (1 - MAC_{num.-sper.}) \quad (3.5)$$

che rappresenta una funzione di errore legata sia alle frequenze che agli spostamenti modali attraverso il MAC considerando i primi tre modi di vibrare dell'edificio. Quindi sono stati fatti variare i moduli elastici dei giunti e ad ogni variazione è stata calcolata la funzione di errore, trovando così i punti in cui questa funzione tende al minimo, individuando così i valori migliori dei moduli elastici. Trovati i valori dei moduli elastici dei materiali associati ai giunti è stato applicato il PSO dando come range di variazione dei parametri $\pm 30\%$ sia ai moduli elastici dei giunti appena trovati che ai moduli elastici di tutti i materiali utilizzati. In Figura 3.6 viene mostrato l'andamento della funzione di

errore ad ogni iterazione variando i parametri da cui si può notare che effettivamente l'algoritmo raffina la soluzione facendo diminuire la funzione di errore definita.



Figura 3.6-Andamento funzione di errore utilizzando il PSO

Ogni puntino rappresenta il miglior valore della funzione di errore trovato ad ogni iterazione composta da 10 iterazioni per ogni variabile, vale a dire 100 iterazioni ogni puntino. Si riportano infine in Tabella 3.23 i risultati del PSO in termini di valori migliori dei parametri trovati:

Materiale	Modulo elastico [MPa]
Giunto ed.1 x	12
Giunto ed.1 y	210
Giunto ed.2	410
Giunto scale	25
Cls. pareti	33000
Cls. pilastri	40000
Cls. travi	40000
Cls tamp. Esterne	2000
Muratura	5000
Solaio	39000

Tabella 3.23-Moduli elastici dei materiali trovati con il PSO

3.4 Risultati del processo di model updating

Il processo di *model updating* ha portato allo sviluppo di un modello agli elementi finiti della torre e del copro scala che interpreta in maniera abbastanza corretta il reale comportamento dell'edificio, infatti, si può notare che il MAC è sopra al 97% per tutti e tre i modi, la prima frequenza ha una variazione dell'1% rispetto allo sperimentale, mentre la seconda presenta una variazione del 2%. In Figura 3.7 si riportano i primi tre modi di vibrare ottenuti dal modello comparati a quelli ottenuti dall'identificazione dinamica in termini di forme modali, frequenze e MAC.

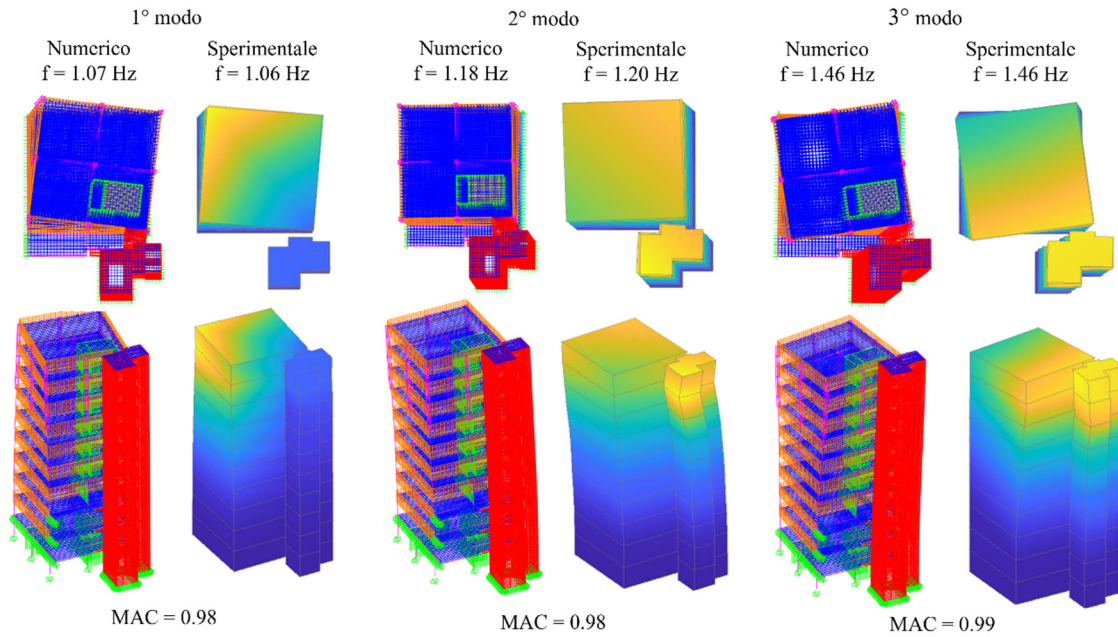


Figura 3.7-Risultati identificazione e modello FEM calibrato

4 IL SISTEMA DI MONITORAGGIO DINAMICO DELL'EDIFICIO

4.1 Evoluzione del sistema di monitoraggio dal 2017 ad oggi

Dal 2017 ad oggi nella torre è presente un sistema di monitoraggio continuo per monitorare lo sviluppo ed eventuali cambiamenti della dinamica della struttura nel tempo, identificata preliminarmente attraverso l'identificazione, dovuto ad esempio a danneggiamenti che possono verificarsi ad esempio durante un sisma.

Inizialmente, tre sensori sono stati installati all'ultimo piano della torre (q195), come mostrato in Figura 4.1.

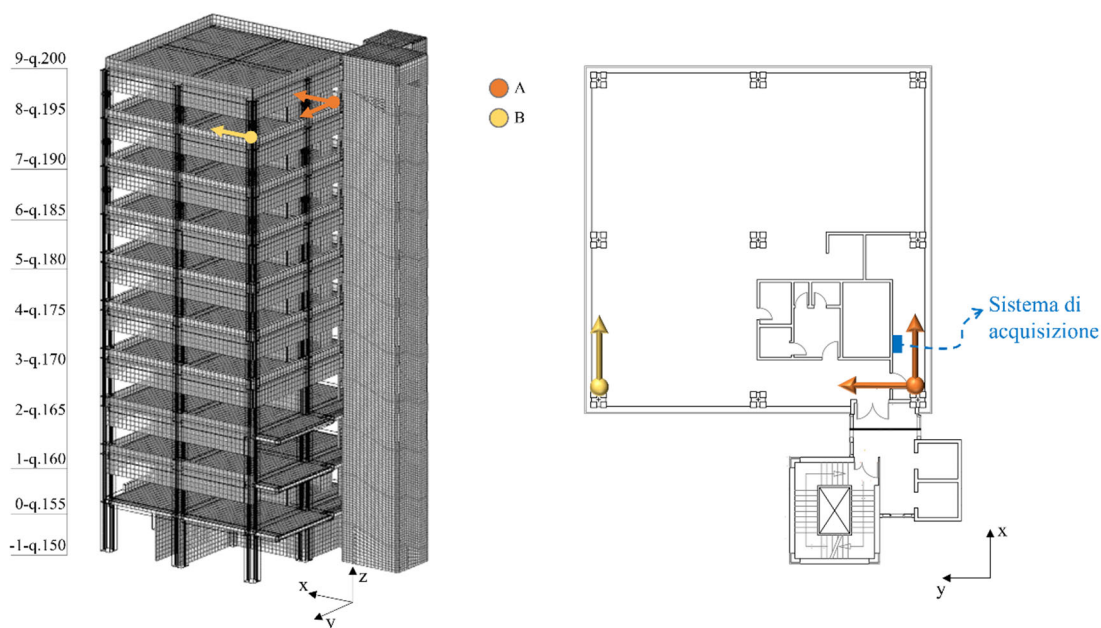


Figura 4.1-Sistema di monitoraggio iniziale

I punti di misura A e B sono posizionati il più lontano possibile, sulla stessa verticale e alla fine del blocco. In questo modo è possibile rappresentare meglio la dinamica dell'edificio e rilevare eventuali accoppiamenti roto-traslazionali. Alla base di questa scelta nella disposizione degli accelerometri c'è l'ipotesi che il singolo piano sia

indeformabile, e il suo moto nel piano sia completamente determinato da due componenti traslazionali e una rotazione.

Il sistema è completamente cablato e consisteva di accelerometri PCB modello 393B31, un'unità di acquisizione dati (c-DAQ) e un PC (Figura 4.2).[16]



Figura 4.2-Punti di misura e stazione di acquisizione (immagine presa da [16])

Con l'aiuto delle registrazioni effettuate da due stazioni meteorologiche vicine alla facoltà di ingegneria, la stazione meteo Q2 e quella Brecce Bianche (BB) (Figura 4.3), i valori di temperatura e velocità del vento sono registrati ad ogni acquisizione. La posizione delle due stazioni è mostrata nella figura 4-3.



Figura 4.3-Posizione stazioni meteo Q2 e Breccie Bianche (BB)

Nel giugno 2018, il sistema di monitoraggio è stato integrato con una stazione meteorologica Davis Vantage pro2 wireless (Figura 4.4) utilizzata per raccogliere le registrazioni sui fattori ambientali esattamente sulla torre, principalmente temperatura interna ed esterna e vento, per poter controllare l'eventuale variazione dei parametri modali della struttura con le variazioni ambientali.



Figura 4.4-Stazione meteo Davis Vantage pro2 wireless

Il PC era dotato di un software di acquisizione, sviluppato in ambiente LabVIEW che gestisce e salva le registrazioni ogni dieci minuti. Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench (LabVIEW) è una piattaforma di progettazione di sistemi e un

ambiente di sviluppo per un linguaggio di programmazione visuale di National Instruments. Il flusso di esecuzione è determinato dalla struttura di un diagramma grafico a blocchi (il codice sorgente di LabVIEW) sul quale il programmatore collega diversi nodi-funzione disegnando dei fili. Il segnale analogico veniva campionato a $f_s = 2048$ Hz, e ricampionato a $f_s = 51,2$ Hz prima di salvarlo. Per evitare l'*aliasing*, tutte le componenti di frequenza nel segnale analogico che sono al di sopra della frequenza di Nyquist sono rimosse attraverso un filtro passa-basso. Inoltre è stato sviluppato un algoritmo di identificazione dei parametri modali nel dominio del tempo basato sul metodo SSI per garantire un più facile tracciamento delle frequenze della torre durante il periodo di monitoraggio. Da aprile 2021 il sistema di monitoraggio è stato ampliato attraverso l'utilizzo di altri tre accelerometri PCB-393B31 posizionati all'ultimo piano del corpo scala con lo scopo di monitorare l'influenza reciproca dei due edifici a causa del giunto presente tra essi. I tre accelerometri sono stati posizionati negli stessi punti che erano stati utilizzati per l'identificazione per cogliere eventuali accoppiamenti roto-traslazionali. Inoltre sono state installate due termocoppie tipo T, cioè un sensore di temperatura, per monitorare la temperatura degli infissi (uno esposto ad est ed uno a sud) e una termocoppia di tipo K nel modulo di acquisizioni per poter controllare se c'è una relazione tra la variazione di temperatura di questi elementi con i parametri modali. Esse sono collegate ad una scheda di acquisizione che misurando la differenza di potenziale tra due poli attraverso LabVIEW è possibile calcolare la temperatura. Il principio di funzionamento si basa sul fatto che se due conduttori di natura differente saldati alle estremità in modo da creare un anello vengono sottoposti ad un gradiente di temperatura sviluppano una differenza di potenziale proporzionale alle differenze di temperatura. La giunzione utilizzata per la misurazione è convenzionalmente chiamata giunto caldo, L'altra estremità, costituita dalle estremità libere dei due conduttori, è convenzionalmente chiamata giunto freddo. Quando esiste una differenza di temperatura tra la zona del giunto caldo e la zona del giunto freddo, si rileva una differenza di potenziale elettrico tra le estremità libere della termocoppia. Tale valore di potenziale elettrico è funzione diretta della differenza di temperatura, secondo una legge nota. La lettera che identifica il tipo di termocoppia indica il materiale di cui sono costituite e il range di misura a cui lavorano.

Infine, il sistema di monitoraggio è stato anche dotato di un velocimetro triassiale Gemini-2 (Figura 4.5), cioè un unico contenitore con integrati un geofono 3D ad alte prestazioni con frequenza di risonanza di 2 Hz ed una sensibilità di $2 \text{ V/cm}\cdot\text{s}^{-1}$ installato a livello della fondazione utilizzato per conoscere l'input alla base nelle tre direzioni nel caso si verifichi un sisma. In Figura 4.6 si riporta uno schema del sistema di monitoraggio complessivo attuale.



Figura 4.5-Velocimetro triassiale Gemini-2

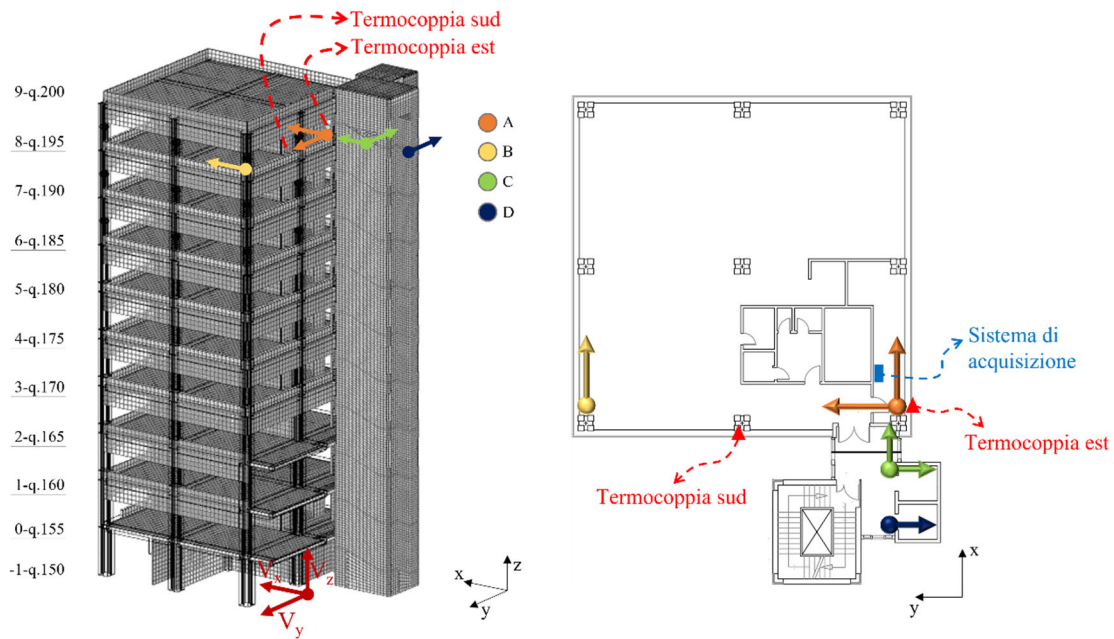


Figura 4.6-Sistema di monitoraggio attuale

I segnali vengono gestiti e salvati tramite l'utilizzo di un sistema di acquisizione programmabile c-RIO-9045 programmato per gestire ed eseguire LabVIEW direttamente con il suo processore senza dover passare attraverso l'utilizzo di un PC.

4.2 AutoOMA

Lo scopo di questo ultimo paragrafo è quello di illustrare in breve lo sviluppo di un sistema di monitoraggio che permette di effettuare l'analisi modale operativa completamente in automatico nel tempo e quindi poter avere risultati in termini di parametri modali della struttura in continuo e in modo automatico.

La Compaq-RIO salva registrazioni del segnale lunghe dieci minuti con frequenza di campionamento di 1024 Hz e le invia tramite protocollo FTP (*File Transfer Protocol*) che è un protocollo per la trasmissione di dati con architettura di tipo client-server ad un PC presente all'interno del dipartimento e la stazione meteo è stata collegata alla rete dell'Ateneo con l'ausilio di un data-logger ethernet in modo tale da poterla leggere, configurare e salvare i dati nello stesso pc dove arrivano le registrazioni.

Utilizzando questa architettura, ogni dieci minuti arrivano nel PC le registrazioni accelerometriche e i dati meteo.

Nel computer è stato poi sviluppato un algoritmo che permette ogni volta che arrivino due registrazioni, cioè 20 minuti di dati, di unirle in modo tale da avere meno file. Successivamente le registrazioni vengono filtrate con un filtro passa-basso per evitare il fenomeno dell'*aliasing*, vengono dunque ricampionate a 102.4 Hz per diminuire il peso dei file dato che non interessano frequenze alte e dopo aver salvato il file ricampionato con all'interno 20 minuti di registrazione, viene eseguita l'identificazione automatica attraverso l'algoritmo SSI calcolando la soluzione con un ordine del modello crescente ogni volta di 2 fino ad arrivare a 100. Una volta trovate le soluzioni stabili con i criteri descritti nel primo capitolo con una clusterizzazione, il diagramma di stabilizzazione viene ulteriormente ripulito dai modi spuri aggiungendo la condizione di stabilità sullo smorzamento in termini di varianza. In questo modo si tengono solo quelle soluzioni che hanno uno smorzamento stabile (varianza minore del 5%), cioè le soluzioni che hanno significato fisico in termini di smorzamento.

È stato necessario pulire ulteriormente il diagramma di stabilizzazione con il criterio sullo smorzamento dopo aver effettuato uno studio sui modi superiori della torre (superiori al terzo modo). Successivamente alla calibrazione del modello sulla base dei primi tre modi di vibrare, è stato effettuato uno studio sui modi di vibrare superiori al terzo al fine di

ottenere informazioni utili alla loro identificazione. Per prima cosa sono state raccolte tutte le prove dinamiche effettuate sulla torre e sono state tracciate le PSD (che si possono vedere nel secondo capitolo come risultati dell'identificazione dinamica) per selezionare i picchi delle risposte in frequenza superiori al terzo modo comuni a tutte le prove, tali possibili modi di vibrare sono stati visualizzati nel modello in Artemis per controllare se hanno significato fisico e se c'è corrispondenza con il modello numerico. Non avendo trovato nessuna corrispondenza tra il modello numerico e i risultati sperimentali si è scelto di selezionare 2 giorni di dati acquisiti dal sistema di monitoraggio (23 Maggio 2021 e 27 Giugno 2021) e per ogni 20 minuti di acquisizione sono state tracciate le PSD dei segnali e il diagramma di stabilizzazione sia in termini di frequenza che in termini di smorzamento, si è potuto vedere che per i modi superiori al terzo, tutte le soluzioni identificate oltre a non avere valori di smorzamenti stabili risultano difficilmente identificabili e tendono a variare significativamente tra una misura e l'altra. In Figura 4.7 e 4.8 si riporta come esempio i risultati delle due identificazioni di cui sopra.

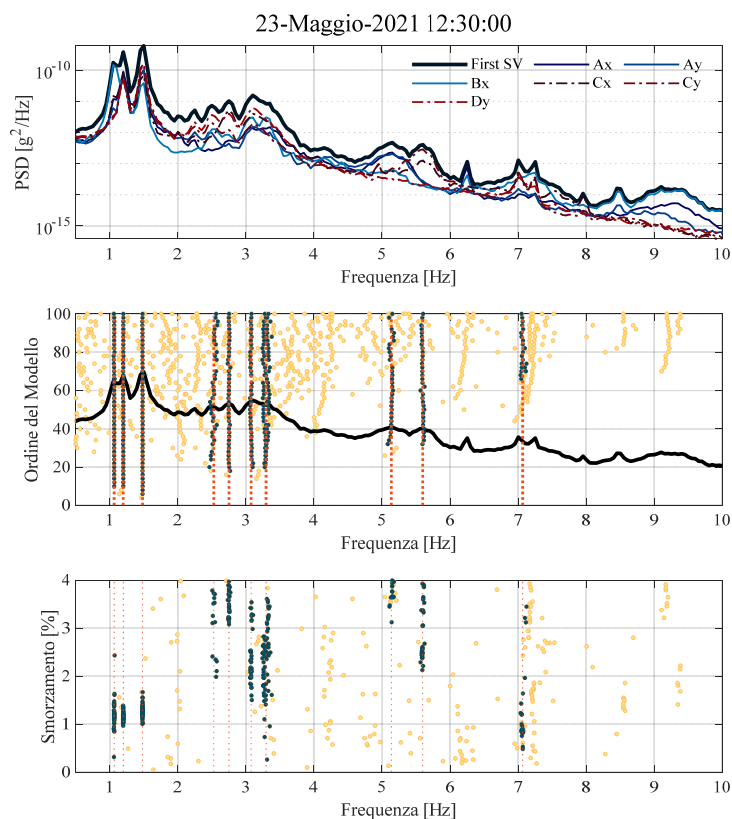


Figura 4.7-Identificazione tipo del 23 maggio 2021

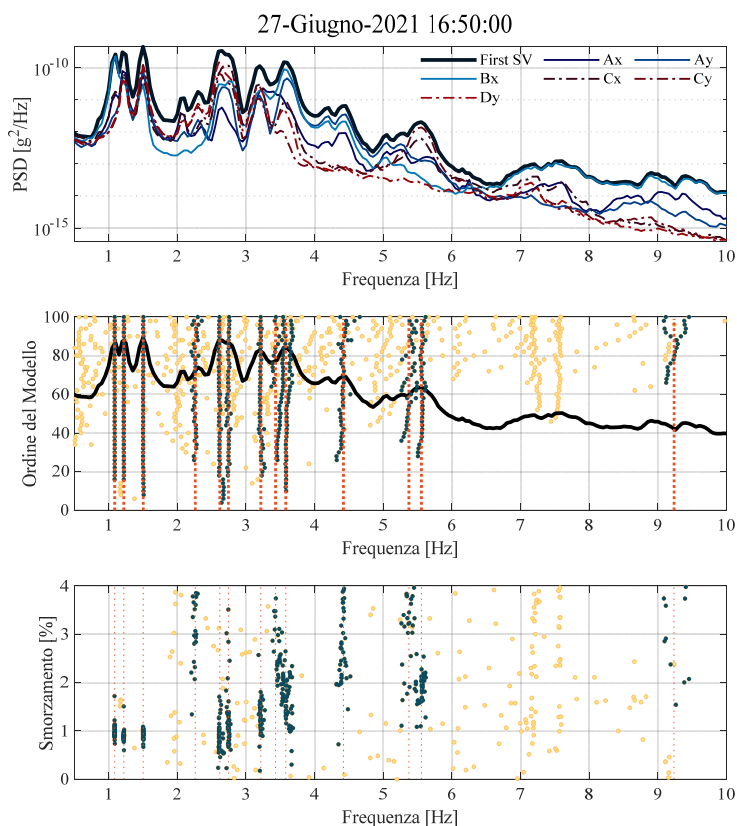


Figura 4.8-Identificazione tipo del 27 giugno 2021

Il non riuscire ad identificare i modi superiori dal sistema di monitoraggio può essere dovuto al fatto che la dinamica della torre e del corpo scala è evidente per basse frequenze essendo edifici più snelli rispetto ai corpi circostanti, mentre la dinamica di questi ultimi è spostata verso frequenze più alte (sopra al terzo modo della torre) essendo essi più rigidi. Per cui, considerando che gli edifici adiacenti sicuramente influenzano il comportamento della torre perché sono separati da un giunto tecnico che non riesce a disaccoppiare in modo efficiente la dinamica, sopra al terzo modo di vibrare non si riesce ad identificare il comportamento della torre perché è difficile separarla dalla dinamica degli edifici adiacenti. In Figura 4.9 si riporta uno schema elementare che rappresenta la dinamica della torre e la dinamica degli edifici adiacenti, dalla quale è chiaro l'accoppiamento dinamico dei due sistemi.

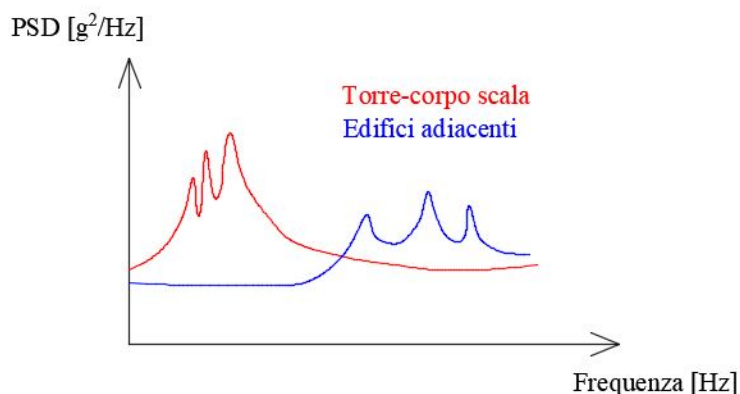


Figura 4.9-Schema elementare della dinamica della torre e degli edifici adiacenti

Da tutto ciò, si può pensare che una soluzione per conoscere e identificare i modi superiori al terzo possa essere quella di effettuare un'identificazione dinamica degli edifici adiacenti in modo tale da conoscere la loro dinamica e poter separare i due sistemi. Infine, come output dal sistema di monitoraggio, ogni 20 minuti si hanno a disposizione i risultati in termini di parametri modali (frequenze, forme modali e smorzamenti) dei modi di vibrare identificati con accoppiati i parametri ambientali (temperatura esterna, temperatura interna, velocità e direzione di vento e raffiche di vento, umidità esterna ed interna e pioggia) relativi a quei 20 minuti in modo tale da poter individuare eventuali correlazioni e le temperature medie dei 20 minuti ricavate dalle termocoppie. Inoltre ogni 20 minuti, oltre ad un file .cvs (Figura 4.10) con un'intestazione che riporta la data di acquisizione, i sensori utilizzati, la frequenza di campionamento e la data di identificazione in cui vengono salvate le registrazioni ricampionate delle accelerazioni, delle velocità alla base e le temperature derivanti dalle tre termocoppie con frequenza di campionamento di un dato al secondo, vengono salvati anche file .pdf (Figura 4.11) che riportano il diagramma di stabilizzazione, il diagramma frequenza-smorzamento per controllare che lo smorzamento sia effettivamente stabile, le time history dei 6 accelerometri e delle tre componenti del velocimetro e i risultati identificati in modo tale da avere una panoramica della soluzione identificata in quella registrazione.

```

Location: Ancona-Lat.:43.586883,Long.:13.516629
Creation_file_date: 14-Sep-2021 13:50:00
Sensors: Accelerometers: PCB_393B31, Velocimeter: PASI-GEMINI_2, Thermocouples: Type T plate terminal, Thermocouple: Type K
Channels: Ax, Ay, Bx, Cx, Cy, Dx, Vx, Vy, Vz, t1, t2, t3
Units: g, g, g, g, g, g, m/s, m/s, m/s, °C, °C, °C
Frequency[Hz]: 102.4, 102.4, 102.4, 102.4, 102.4, 102.4, 102.4, 102.4, 1, 1, 1
Identification_date: 14-Sep-2021 15:15:21

2.45779660507415e-05 2.57501454141499e-05 -1.92089421831138e-05 4.47543006530252e-08 -1.00564454923089e-05 -2.15867638763118e-05
2.36934535189427e-05 2.50189664521184e-05 -1.57884849311019e-05 1.47184354397056e-06 -1.28316247378541e-05 -2.32560782627702e-05
2.05773029434593e-05 2.22377136956771e-05 -1.00200100630448e-05 3.06986740303741e-06 -1.55853167719952e-05 -2.37139951287446e-05
1.6834747324134e-05 1.92971155244758e-05 -3.88130247691012e-06 4.28291083477008e-06 -1.80552345701152e-05 -2.33727595204676e-05
1.40841351706887e-05 1.76066153090042e-05 8.55637453368296e-07 4.67285769261625e-06 -2.00870508827227e-05 -2.27870545937084e-05
    
```

Figura 4.10-File .csv che riporta le acquisizioni

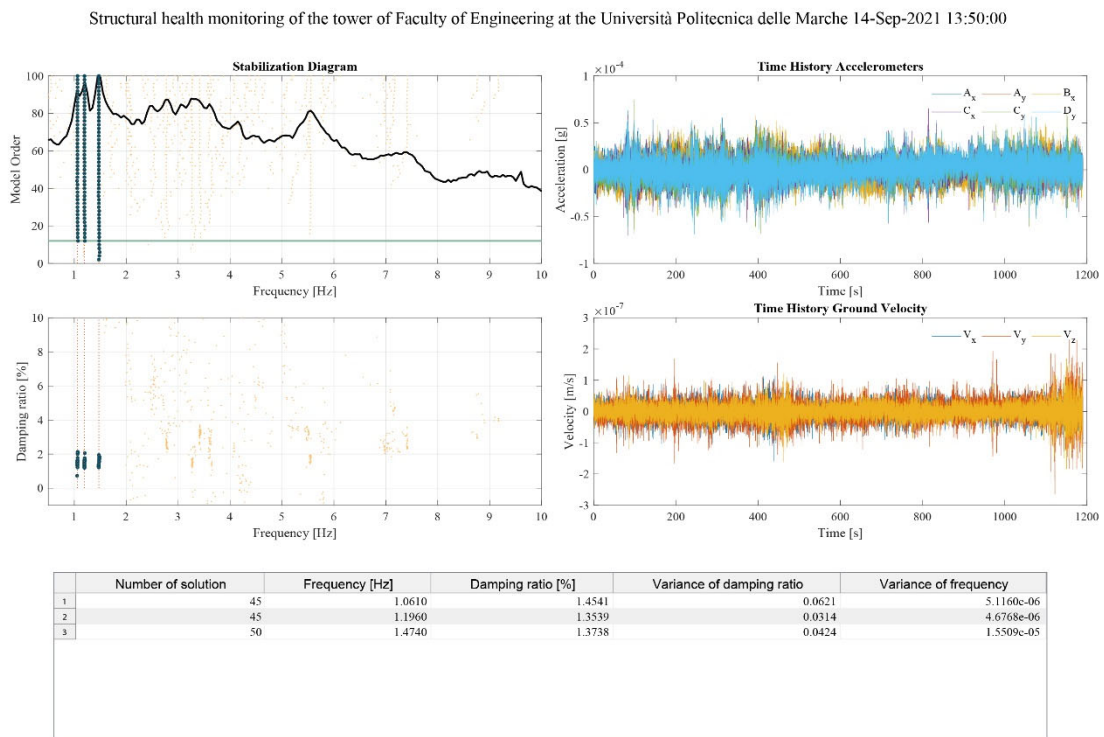


Figura 4.11-File .pdf che riporta i risultati dell'identificazione

L'ultimo elemento del sistema di monitoraggio è la visualizzazione real time dei risultati dal PC dove viene aggiornata in continuo, ad ogni identificazione (cioè ogni 20 minuti), l'immagine che riporta le frequenze nel tempo, i dati di temperatura relativi alle termocoppie e i dati di temperatura e vento provenienti dalla stazione meteo (Figura 4.12) in modo tale da avere un controllo continuo di quello che succede alla struttura.

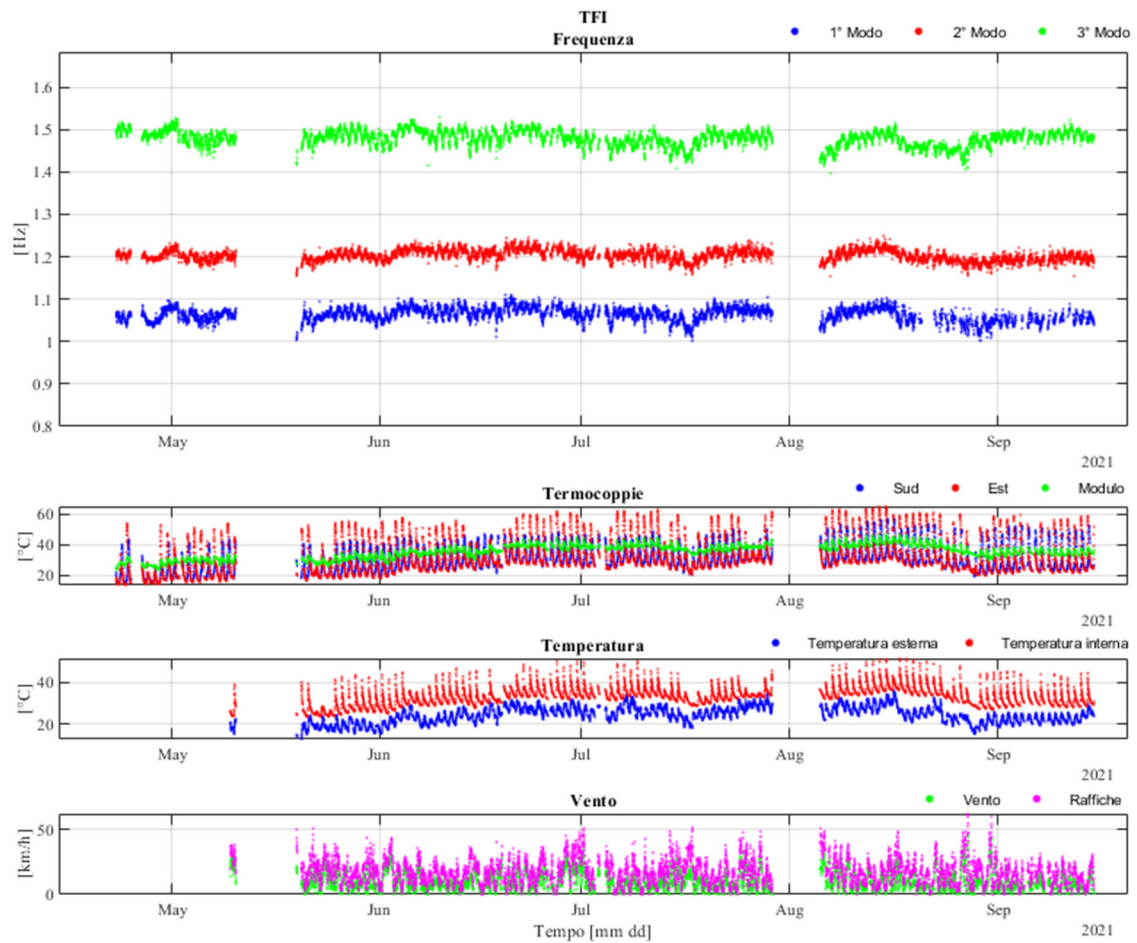


Figura 4.12-Risultati mostrati in tempo reale nel desktop del PC

5 MACHINE LEARNING E STATISTICAL PATTERN RECOGNITION

5.1 Introduzione

I capitoli precedenti si sono concentrati sulle prime tre fasi del processo SHM, vale a dire valutazione operativa, acquisizione dei dati ed estrazione delle caratteristiche. A questo punto ci si trova di fronte alla sfida di fare una valutazione accurata della condizione di danno di una data struttura basata sulle caratteristiche estratte. L'obiettivo di questo capitolo è l'applicazione di un approccio che è particolarmente adatto a questo processo decisionale. Questo approccio si basa sulla disciplina dell'apprendimento automatico e del *data-based approach* che consiste nella creazione di un modello statistico della struttura, basato sui dati misurati, in grado di riconoscere uno stato di danno. Lo sviluppo di modelli statistici riguarda l'implementazione di algoritmi che operano sulle caratteristiche estratte per quantificare lo stato di danno della struttura. Nel contesto di SHM, si desidera associare i dati misurati a qualche stato di danno, il problema più semplice, e probabilmente più importante, è quello di distinguere tra gli stati "sano" e "danneggiato" per una struttura. L'idea è che si possono imparare relazioni dai dati. Questo significa che si può imparare ad assegnare uno stato di danno o una classe a un dato vettore di misurazione dalla struttura o dal sistema di interesse. I vettori di misurazione devono essere ovviamente formati da misurazioni che sono sensibili al danno. L'approccio di classificazione di SHM che sarà discusso qui è basato sull'idea di *pattern recognition* (PR) descritto in [3]. Nel senso più ampio, un algoritmo PR è semplicemente un algoritmo che assegna a un campione di dati misurati un'etichetta di classe. Ogni possibile classe di danno dovrebbe di solito avere un set di allenamento di vettori di misura o caratteristiche che sono associate in modo univoco con essa. Il quadro matematico necessario per il problema è stabilito nel campo dell'apprendimento automatico o *machine learning*. Gli algoritmi di apprendimento automatico utilizzati nello sviluppo di modelli statistici di solito rientrano in due categorie. Quando sono

disponibili dati di addestramento sia dalla struttura non danneggiata che da quella danneggiata, si possono usare algoritmi di apprendimento supervisionato, mentre quando solo i dati della struttura non danneggiata sono disponibili per l'addestramento si parla di addestramento non supervisionato. Nel secondo caso, quando vengono applicati in una modalità di apprendimento non supervisionato, i modelli statistici possono tipicamente essere usati per rispondere a domande riguardanti l'esistenza di un danno quando esso è tale da modificare la risposta dinamica della struttura. Se applicate in una modalità di apprendimento supervisionato e accoppiate con modelli analitici, le procedure statistiche possono, in teoria, essere usate per determinare il tipo di danno e l'estensione del danno perché posso addestrare il modello statistico a riconoscere il tipo di danno conoscendo, grazie al modello numerico o sperimentale, l'influenza che quel tipo di danno provoca ai dati misurati. Nell' apprendimento supervisionato la diagnostica viene addestrata mostrandole la vera etichetta per ogni set di dati e quindi dovrebbero essere disponibili i dati di ogni situazione di danno. Per accumulare abbastanza dati di addestramento, sarebbe necessario fare copie del sistema di interesse e danneggiarlo in tutti i modi che potrebbero verificarsi naturalmente. Fortunatamente c'è un'alternativa all'apprendimento supervisionato, che è proprio l'apprendimento non supervisionato. Viene creato un modello della condizione normale e, in seguito, durante il monitoraggio, i nuovi dati acquisiti vengono confrontati con il modello. Nel caso in cui vi siano deviazioni significative l'algoritmo indica la novità. L'implicazione è che il sistema si è allontanato dalla condizione normale, cioè ha acquisito un danno. Il vantaggio di un tale approccio è chiaro: se i dati di addestramento sono generati da un modello, è necessaria solo la condizione di non guasto e questo semplifica notevolmente le cose. Da un punto di vista sperimentale, infatti, non c'è bisogno di danneggiare la struttura di interesse. Tutti i sistemi reali sono soggetti a rumore di misura e di solito operano in un ambiente mutevole, mentre il modello deve essere in grado di distinguere tra una fluttuazione statistica nei dati e una reale deviazione dalla normalità. In altre parole, le caratteristiche della struttura possono variare con il cambiamento delle condizioni ambientali, e questo non può essere trascurato. Di seguito verranno descritte le tecniche utilizzate per sviluppare un modello statistico basato sui dati misurati della torre partendo dallo studio degli effetti che i

parametri ambientali hanno sul comportamento dinamico e alla loro rimozione. Successivamente sarà costruito un unico modello che rappresenti le prime tre frequenze di vibrazione della struttura in modo tale da ottenere un unico parametro che rappresenta la dinamica della struttura e poter quindi costruire un modello di riconoscimento del danno basato sull' apprendimento non supervisionato con quelle che si chiamano control chart.

5.2 Rimozione effetti ambientali

5.2.1 Influenza dei fattori ambientali sui parametri modali

Uno dei principali ostacoli all'implementazione di un sistema SHM per le strutture in servizio è la variazione ambientale e operativa delle strutture. Infatti, questi cambiamenti possono spesso mascherare cambiamenti strutturali più sottili causati dai danni. Spesso le cosiddette caratteristiche sensibili al danno impiegate in queste tecniche di rilevamento dei danni sono anche sensibili alle variazioni delle condizioni ambientali e operative delle strutture. Il rilevamento dei danni si basa sulla premessa che i danni nella struttura causeranno cambiamenti nei dati di vibrazione misurati, ma per le strutture in servizio, la variabilità delle proprietà dinamiche può essere il risultato di condizioni ambientali e operative che variano nel tempo. È intuitivo che la temperatura possa cambiare le proprietà di rigidità del materiale di una struttura e bisogna anche notare la variazione temporale della temperatura, poiché molte strutture presentano variazioni di temperatura giornaliere e stagionali. Inoltre, è anche intuitivo come l'energia immessa dalla vibrazione indotta dal vento oltre ad aumentare le oscillazioni della struttura provoca attriti tra le parti non strutturali (ad esempio le tamponature) e la struttura andando ad influire sulla risposta dinamica della struttura a causa di effetti non lineari. [17] Per poter creare un modello statistico in grado di cogliere eventuali cambiamenti della dinamica della struttura a causa di un danneggiamento o di una modifica della struttura bisogna per prima cosa depurare i dati, in particolare le frequenze da eventuali correlazioni con i fattori ambientali. Quindi prima di utilizzare una strategia per la rimozione di tali effetti, è stato fatto uno studio sull'influenza che i cambiamenti dei parametri ambientali hanno

sulle frequenze proprie di vibrazione. Di seguito si riportano gli andamenti delle prime tre frequenze al variare della temperatura esterna (Figura 5.1a), velocità del vento (Figura 5.1b), smorzamento (Figura 5.2b) e il valore efficace dell'accelerazione (Figura 5.2a), che sono i parametri che abbiamo disponibili per tutto il periodo del monitoraggio dal 2017 ad oggi. Il valore efficace dell'accelerazione (in inglese *root mean square- RMS*) rappresenta l'intensità di un segnale che varia nel tempo ed è definito come:

$$y_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y_n|^2} \quad (5.1)$$

dove N è il numero totale di campioni acquisiti nel periodo di campionamento e y_n è il valore del segnale all' n -esimo campione. Viene utilizzato come sostituto della media del segnale perché la media di un rumore bianco è per definizione nulla; quindi, non può essere usata la media del segnale come parametro per definire l'accelerazione media durante il periodo di acquisizione. In sostanza il valore efficace non è altro che la media del segnale dopo che le ampiezze sono state rese tutte positive elevandolo al quadrato.

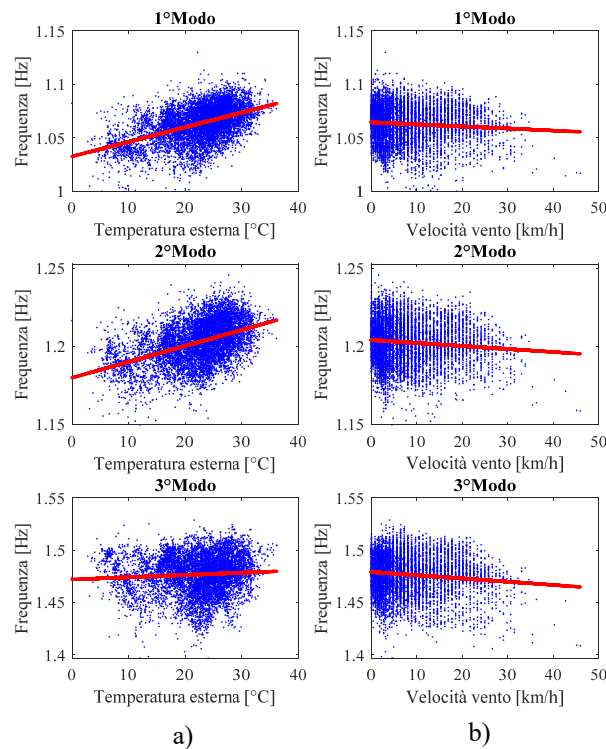


Figura 5.1-Variazione frequenze dei primi tre modi di vibrare al variare della temperatura esterna (a) e del vento (b)

All'aumentare della temperatura la frequenza del primo modo e del secondo modo aumentano chiaramente, mentre nel terzo modo l'andamento non è perfettamente lineare perché per temperature più basse sembra avere un andamento discendente mentre per temperature più alte cresce. Invece, per tutte e tre le frequenze all'aumentare del vento la frequenza diminuisce.

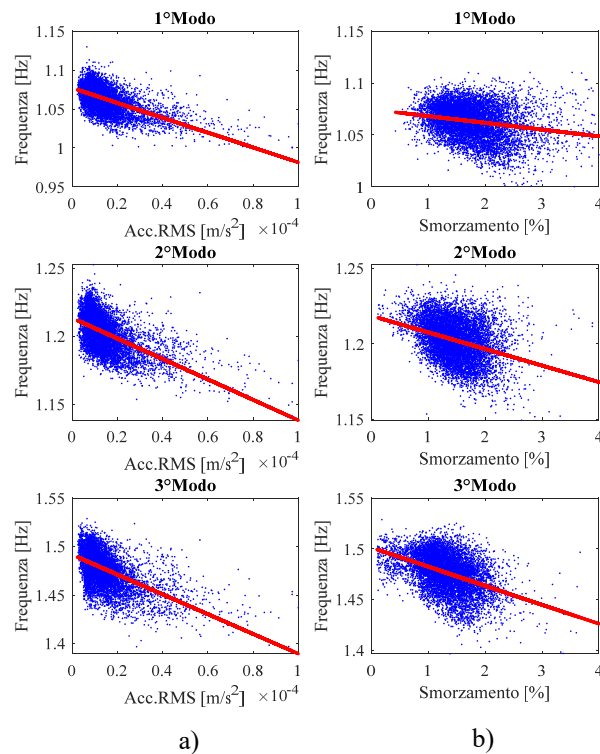


Figura 5.2-Variazione frequenze dei primi tre modi di vibrare al variare del valore efficace dell'accelerazione (a) e dello smorzamento (b)

All'aumentare del valore efficace dell'accelerazione, conformemente a quanto succede all'aumentare del vento, la frequenza diminuisce per tutti e tre i modi; anche se nel caso dell'accelerazione con andamento evidentemente non lineare. Anche all'aumentare dello smorzamento le frequenze diminuiscono.

5.2.2 Gaussian Mixture Model (GMM)

A questo punto per poter creare un modello statistico che descriva il comportamento della struttura bisogna trovare un mezzo che permetta di descrivere le prime tre frequenze attraverso un unico modello. In questo lavoro viene utilizzato un *Gaussian Mixture Model*, il quale permette di definire un modello statistico formato da tre medie, una per ogni variabile, e una matrice di covarianza 3×3 , dove l'elemento (i,j) è la varianza tra la variabile i e la variabile j , in grado di rappresentare la variazione delle prime tre frequenze. Di seguito si riporta in breve una descrizione analitica del metodo che troviamo in [21] ed utilizzata anche in [22].

Considerando separatamente le tre frequenze di vibrazione ognuna di esse può essere rappresentata da una gaussiana ma se le vogliamo condensare in un'unica distribuzione, la distribuzione di tipo gaussiano non può più essere utilizzata per rappresentare correttamente la variabile. Per poter fittare i dati con un'unica distribuzione quello che si fa è una combinazione lineare di più distribuzioni gaussiane (in questo caso tre) e questa combinazione genera il *Gaussian Mixture Model*. Quindi usando un numero sufficiente di gaussiane e regolando le loro medie e covarianze e usando i giusti coefficienti nella combinazione lineare si arriva ad approssimare qualsiasi distribuzione di probabilità. Consideriamo una sovrapposizione di K gaussiane:

$$p(x) = \sum_{k=1}^K \pi_k N(x | \mu_k, \Sigma_k) \quad (5.2)$$

ogni densità di probabilità gaussiana $N(x | \mu_k, \Sigma_k)$ è chiamata componente ed ha la sua media μ_k e varianza Σ_k . Il parametro π_k è chiamato coefficiente di combinazione ed è compreso tra 0 e 1 e la somma di tutti i coefficienti utilizzati deve fare 1.

Il primo passo è quello di identificare i parametri di ogni gaussiana (media e varianza), ma, in generale, non è immediato perché non si conosce a priori quali dati compongono una componente della distribuzione e quali le altre componenti quindi il problema è governato da tre parametri:

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\pi} &= \{\pi_1, \dots, \pi_K\} \\
 \boldsymbol{\mu} &= \{\mu_1, \dots, \mu_K\} \\
 \boldsymbol{\Sigma} &= \{\Sigma_1, \dots, \Sigma_K\}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Un modo per trovare i valori di questi parametri è quello di massimizzare il logaritmo della funzione di probabilità (5.8) in modo tale da avere una distribuzione che fitta in maniera migliore i dati:

$$\ln p(\mathbf{X} | \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \sum_{n=1}^N \ln p(x_n) = \sum_{n=1}^N \ln \left\{ \sum_{k=1}^K \pi_k N(x_n | \mu_k, \Sigma_k) \right\} \tag{5.4}$$

dove $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_N\}$ e N è il numero totale di osservazioni. A causa della presenza della somma su k all'interno del logaritmo, l'equazione non ha una soluzione analitica in forma chiusa quindi bisogna usare tecniche numeriche iterative. Per ottenere la soluzione si usa quello che in statistica si chiama algoritmo di massimizzazione dell'aspettativa (*EM-expectation maximization*), esso è un metodo iterativo per trovare la massima funzione di probabilità nei casi in cui il modello dipenda da variabili non osservate. L'algoritmo EM consiste in due step, nel primo step si scelgono i parametri del modello (media, varianza e coefficienti di combinazione) e si calcola la probabilità di ogni osservazione x_n di appartenere alla componente k , usando queste probabilità come pesi nella seconda fase l'algoritmo calcola i parametri del modello e valuta il logaritmo della funzione di probabilità, se il risultato converge con la stima della funzione calcolata con i parametri ipotizzati ho trovato la soluzione, altrimenti si ricalcola la probabilità che l'osservazione x_n appartiene alla componente k a partire dai nuovi parametri del modello e si va avanti per iterazioni fino a giungere a convergenza. Per ulteriori approfondimenti sul metodo vedere [21].

Infine, una volta trovati i parametri del modello che meglio fitta i dati è possibile tracciare la funzione densità di probabilità, dove nel caso in esame si vede bene in Figura 5.3 come il modello è formato da tre gaussiane che rappresentano le tre frequenze unite in un'unica distribuzione.

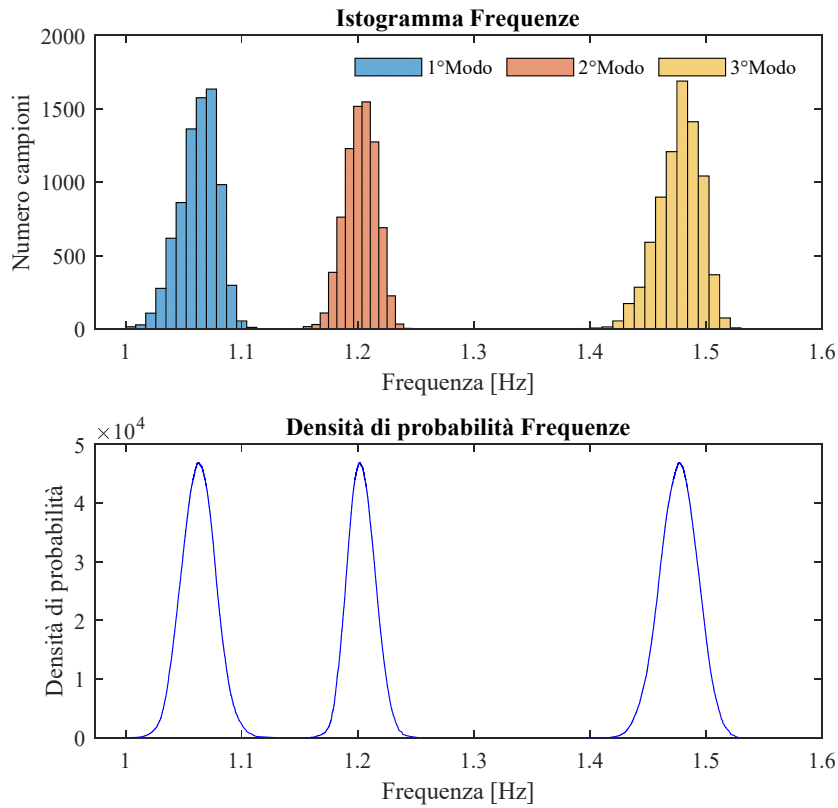


Figura 5.3-GMM delle frequenze dei primi tre modi di vibrare

con matrice di covarianza:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.00027 & 0.00019 & 0.00018 \\ 0.00019 & 0.00018 & 0.00016 \\ 0.00018 & 0.00016 & 0.00034 \end{bmatrix}$$

È possibile anche calcolare la distanza di Mahalanobis tra il modello creato e le frequenze (Figura 5.4) e questo sarà il parametro utilizzato per monitorare un cambiamento nella dinamica della struttura. La distanza di Mahalanobis è un parametro usato in statistica per quantificare quanto una variabile x è distante da un modello statistico rappresentato da una distribuzione con media μ e covarianza Σ :

$$d = \sqrt{(x - \mu)\Sigma^{-1}(x - \mu)^T} \tag{5.5}$$

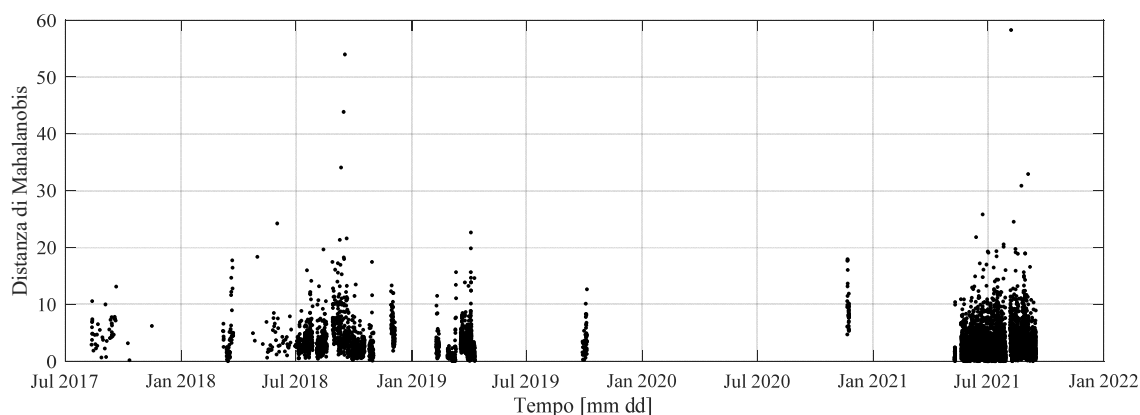


Figura 5.4-Distanza di Mahalanobis tra il modello statistico e i dati misurati

5.2.3 Principal Component Analysis (PCA)

In questo lavoro di tesi per rimuovere l'influenza dei fattori ambientali sulle frequenze proprie di vibrazione viene utilizzata la tecnica dell'analisi delle componenti principali (PCA-*Principal Component Analysis*). La PCA trasforma linearmente il set originale di variabili autocorrelate in un set più piccolo di variabili non correlate che possono descrivere la maggior parte delle informazioni del set di dati originale. È una tecnica utilizzata in molti lavori presenti in letteratura come ad esempio in [18] e [19]. In questo lavoro la PCA viene utilizzata per trovare le componenti principali del set di dati che dipendono per la maggior parte dai parametri ambientali per poi rimuoverle dai dati originali ottenendo così un set di dati depurato dalle componenti che rappresentano le variazioni dovute ai parametri ambientali.

Prima di mostrare i risultati ottenuti viene fatta una breve descrizione dei passaggi analitici che permettono di arrivare alla definizione dei parametri depurati. Per maggiori dettagli dal punto di vista numerico si può consultare [20].

Per poter sviluppare una PCA è necessario inserire tutte le variabili correlate in una matrice $m \times n$ contenente m osservazioni ottenute da n sensori. Una volta costruita la matrice delle variabili X viene calcolata la media di ogni variabile e i dati vengono centrati sottraendo la media da ogni campione ottenendo la matrice \hat{X} . A questo punto si può calcolare la matrice di covarianza:

$$C = \hat{X}\hat{X}^T \quad (5.6)$$

essa è una matrice $n \times n$ che rappresenta la varianza della variabile i con la variabile j .
Lo spazio delle componenti principali può essere definito eseguendo una decomposizione
spettrale della matrice di covarianza:

$$C = AA^T \tag{5.7}$$

dove gli autovettori sono le colonne della matrice A e i corrispondenti autovalori sono i
termini nella diagonale della matrice Λ . Ogni colonna della matrice degli autovettori (in
Matlab chiamata coeff) rappresenta una componente principale e le colonne vengono
ordinate in ordine di importanza sulla varianza in funzione degli autovalori. Questo
processo fornisce le componenti principali del dataset originale in ordine di
significatività. Le righe di tale matrice sono invece le variabili, quindi la matrice dei coeff
ci dice quanto ogni variabile conta all'interno di ogni componente principale. A questo
punto le variabili iniziali possono essere proiettate geometricamente sullo spazio delle
componenti principali:

$$Z = XA \tag{5.8}$$

Z (in Matlab chiamata score) rappresenta la matrice delle variabili proiettate nello spazio
delle componenti principali. In Figura 5.5 si riporta uno schema di rappresentazione delle
componenti principali in uno spazio a due variabili:

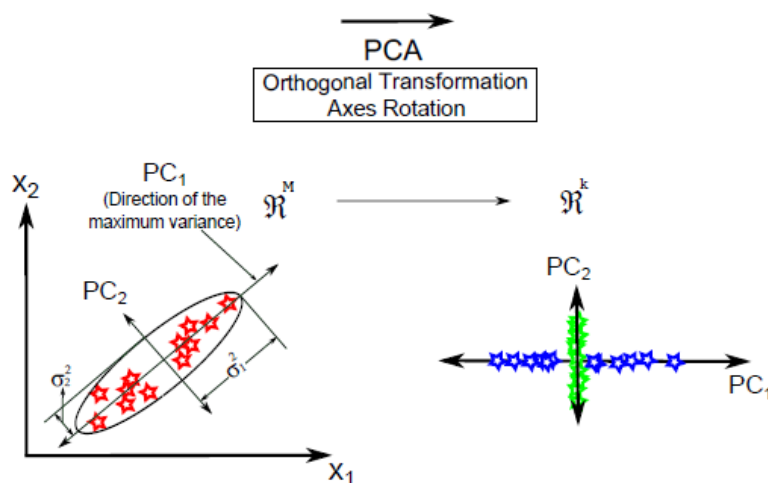


Figura 5.5-Schema rappresentativo delle componenti principali in uno spazio a due variabili (immagine presa da [20])

Se per costruire \mathbf{Z} vengono usate tutte le componenti principali presenti in \mathbf{A} posso ricostruire i dati iniziali invertendo semplicemente la matrice:

$$\mathbf{X} = \mathbf{Z}\mathbf{A}^T \quad (5.9)$$

Nel caso in esame ci interessa proiettare le variabili iniziali lungo le componenti principali che sono influenzate dai parametri ambientali, quindi vengono selezionate tutte le colonne di \mathbf{A} tranne quella a cui fa riferimento la componente principale influenzata per la maggior parte dalla frequenza e poi vengono ricostruiti i dati considerando solo quelle componenti principali

$$\mathbf{X}_r = \mathbf{Z}_r\mathbf{A}_r^T \quad (5.10)$$

Dove le matrici \mathbf{A}_r e \mathbf{Z}_r sono le matrici \mathbf{A} e \mathbf{Z} in cui viene rimossa la componente principale influenzata dalla frequenza. Otteniamo così una matrice \mathbf{X}_r che contiene le variabili iniziali ricostruite considerando solo le componenti principali in cui dominano i parametri ambientali. A questo punto tali effetti possono essere rimossi sottraendo alle variabili iniziali le variabili ricostruite:

$$\mathbf{X}_e = \mathbf{X} - \mathbf{X}_r \quad (5.11)$$

In \mathbf{X}_e troviamo tutte le variabili iniziali depurate dalle variabili ambientali inizialmente inserite nella matrice \mathbf{X} , quindi il risultato finale che interessa è la colonna di \mathbf{X}_e relativa alla frequenza che sarà depurata dagli effetti delle altre variabili considerate.

L'applicazione della PCA è stata fatta su tutte e tre le prime frequenze di vibrazione costruendo tre diverse matrici con le stesse variabili ambientali, ottenendo le frequenze dei primi tre modi depurate. Per tutto il periodo di monitoraggio abbiamo a disposizione, oltre alle frequenze, gli smorzamenti, la temperatura esterna, la velocità del vento e il valore efficace dell'accelerazione. Facendo più prove si è scelto di rimuovere l'effetto della temperatura esterna e dello smorzamento perché sono i due parametri che fanno diminuire maggiormente la varianza dei dati, cioè le componenti principali descritte per la maggior parte da temperatura e smorzamento sono quelle che contano di più nella descrizione delle variabili. Inoltre, rimuovendo l'influenza dello smorzamento implicitamente si rimuovono gli effetti dovuti a tutti quei fenomeni attritivi presenti nella struttura ad esempio dovuti ad un aumento dell'accelerazione causato dal vento. In Figura 5.6 si riporta un grafico che rappresenta la variazione delle prime tre frequenze con il

variare dello smorzamento e della temperatura (puntini blu), da cui si può vedere come applicando la PCA per ricostruire i dati (puntini rossi) considerando tutte le componenti principali tranne quella in cui conta la frequenza le nuvole di punti diminuiscono la loro varianza lungo la propria seconda componente principale.

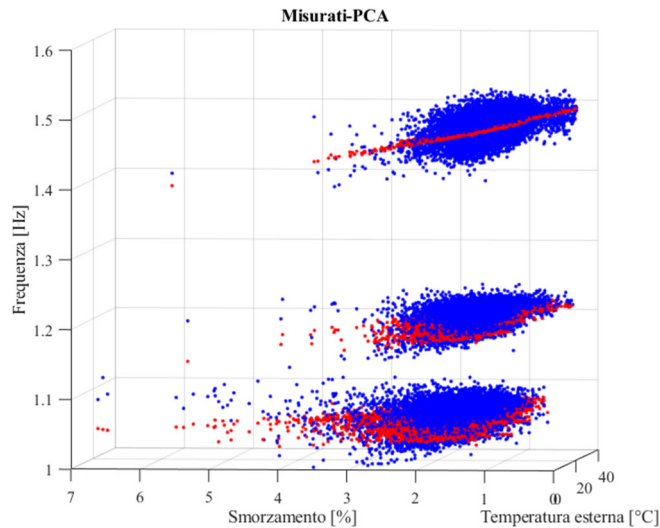


Figura 5.6-Variazione delle prime tre frequenze misurate a confronto con le frequenze ricostruite

Infine, in Figura 5.7 si vede che rimuovendo dalle variabili iniziali (puntini blu) le variabili ricostruite le nuvole di punti tendono a disporsi orizzontalmente (puntini rossi) mostrando come la dipendenza da tali parametri diminuisca.

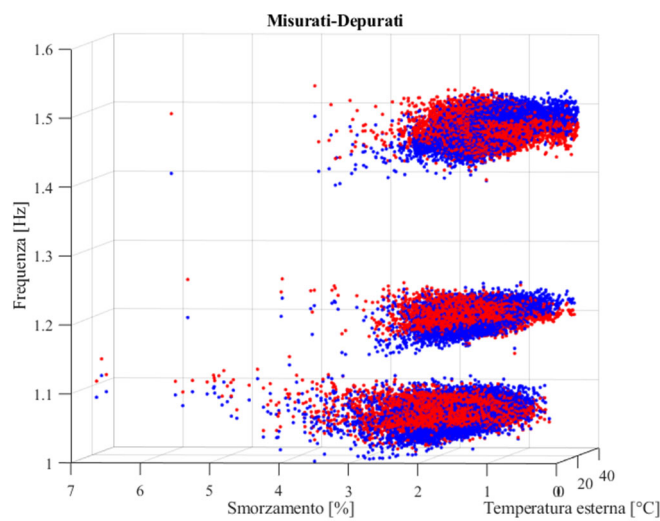


Figura 5.7-Variazione delle prime tre frequenze misurate a confronto con le frequenze depurate dagli effetti dei parametri ambientali

Ottenendo un andamento delle frequenze nel tempo depurato (Figura 5.8).

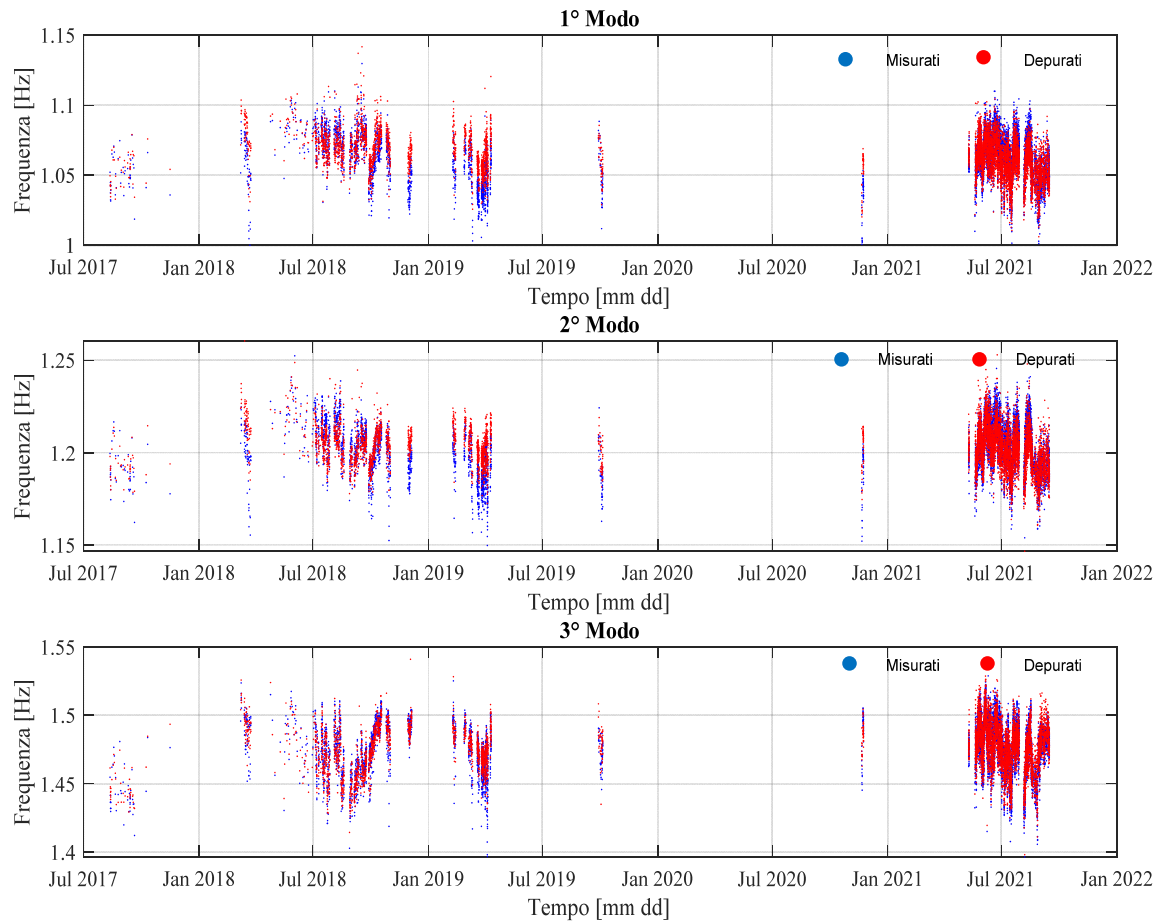


Figura 5.8-Andamento nel tempo delle frequenze misurate e delle frequenze depurate dagli effetti dei parametri ambientali

Si può osservare che la PCA funziona abbastanza bene per la variazione stagionale delle frequenze dovuta alla temperatura nel caso della prima e della seconda frequenza, ma non riesce a depurarle dalla variazione giornaliera e non riesce nemmeno a depurare in modo accurato la terza frequenza a causa del fatto che la PCA è uno strumento che lavora in campo lineare mentre l'influenza della temperatura sulla variazione giornaliera della terza frequenza è di tipo non lineare quindi per poter effettuare una migliore rimozione degli effetti ambientali bisognerebbe usare dei modelli non lineari.

Dopo aver depurato i dati si può costruire il modello utilizzando il GMM sulle frequenze depurate (Figura 5.9):

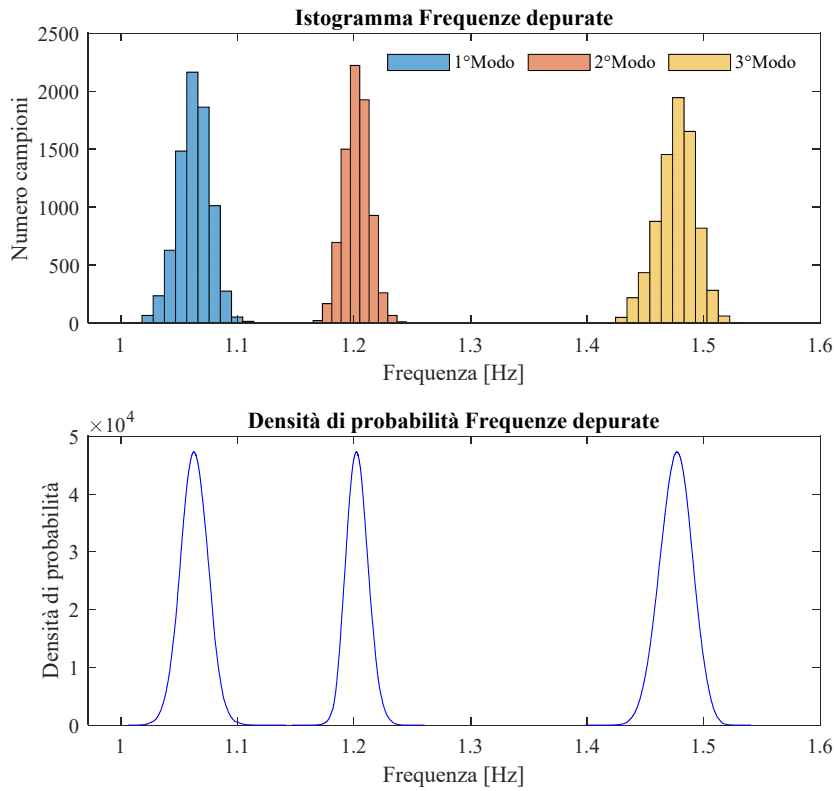


Figura 5.9-GMM delle frequenze depurate dei primi tre modi di vibrare

con matrice di covarianza:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.00027 & 0.00019 & 0.00018 \\ 0.00019 & 0.00018 & 0.00016 \\ 0.00018 & 0.00016 & 0.00034 \end{bmatrix} \longrightarrow \Sigma = \begin{bmatrix} 0.00020 & 0.00012 & 0.00011 \\ 0.00012 & 0.00012 & 0.00010 \\ 0.00011 & 0.00010 & 0.00027 \end{bmatrix}$$

ottenendo, come ci si aspettava, una diminuzione della varianza delle variabili rispetto al modello costruito con le frequenze non depurate.

5.3 Apprendimento non supervisionato e risultati del monitoraggio

L'ultimo strumento necessario per realizzare un sistema di controllo del danno sono le control chart sviluppate utilizzando un apprendimento non supervisionato. Esso è uno strumento utilizzato in molti studi di monitoraggio strutturale che fanno uso di modelli statistici e riconoscimento dal modello per poter identificare stati di danno. Vedi ad esempio [23] e [24]. Come detto in precedenza apprendimento non supervisionato significa che è possibile distinguere i dati di una condizione normale dai dati corrispondenti a uno stato di danno avendo a disposizione solo i dati relativi allo stato in salute della struttura. L'insieme delle tecniche in questione è chiamato rilevamento delle novità ("Novelty Index") o metodi di rilevamento delle anomalie e sono spesso indicati come metodi di rilevamento degli *outlier*. La filosofia del rilevamento delle novità è molto semplice: se si è in possesso di dati garantiti dalla condizione normale di un sistema o di una struttura, una volta costruito un modello statistico di quei dati, qualsiasi dato successivo del sistema può essere testato per vedere se è conforme con il modello di normalità, mentre la non conformità può allora essere dettata da un danno. In termini di risposta della struttura la distanza di Mahalanobis tra il modello statistico e le frequenze calcolate presa quando la struttura è in buone condizioni, avrà una certa distribuzione con media μ e varianza σ . Se la struttura si danneggiasse, la media, la varianza o entrambe potrebbero cambiare. Il controllo statistico fornisce un quadro di riferimento per monitorare le caratteristiche monitorate e per identificare nuovi dati che non sono coerenti con quelli passati. Se la media e la deviazione standard per i dati delle condizioni normali sono note, un tipo di controllo può essere costruito tracciando una linea orizzontale a μ e altre due linee orizzontali che rappresentano i limiti di controllo superiore e inferiore (rispettivamente *UCL-Upper Control Limit* e *LCL-Lower Control Limit*), un grafico così costruito viene chiamato control chart. Il limite superiore è tracciato a $\mu + k\sigma$ e il limite inferiore a $\mu - k\sigma$. Il numero k è scelto in modo che quando la struttura è in buone condizioni una grande percentuale delle osservazioni cadrà tra i limiti di controllo. Se succede qualcosa alla struttura che fa variare le frequenze proprie, la distanza di

Mahalanobis tra il modello creato con i dati della struttura non danneggiata e le misure nuove necessariamente aumenta e quindi si nota un cambiamento nella media e/o nella varianza che potrebbe essere oltre i limiti di controllo. Quando si hanno a disposizione molte misure, per rilevare un cambiamento nella media delle misure, un'idea è quella di formare sottogruppi di dimensioni n , calcolare la media della distanza di Mahalanobis all'interno di ogni sottogruppo e tracciare il grafico con in x il numero di sottogruppi e in y la distanza di Mahalanobis. Lo svantaggio di tale metodo è che non consente molta capacità diagnostica oltre il semplice rilevamento. In questo lavoro vengono utilizzati come dati di addestramento i risultati ottenuti fino a maggio 2021 assumendo che prima di tale periodo la struttura sia in stato di salute. Si è scelto di fermarsi con il periodo di addestramento a maggio 2021 perché corrisponde al periodo in cui sono stati effettuati i lavori sul giunto tra la torre e il corpo scala. Inoltre, è sufficiente avere come periodo di addestramento almeno un anno di osservazioni in modo tale da cogliere il comportamento della struttura al variare delle diverse condizioni ambientali. Quindi è stato creato un modello con il GMM dei dati di training depurati dagli effetti ambientali con la PCA ed è stata calcolata la distanza di Mahalanobis tra il modello e i dati (Figura 5.10).

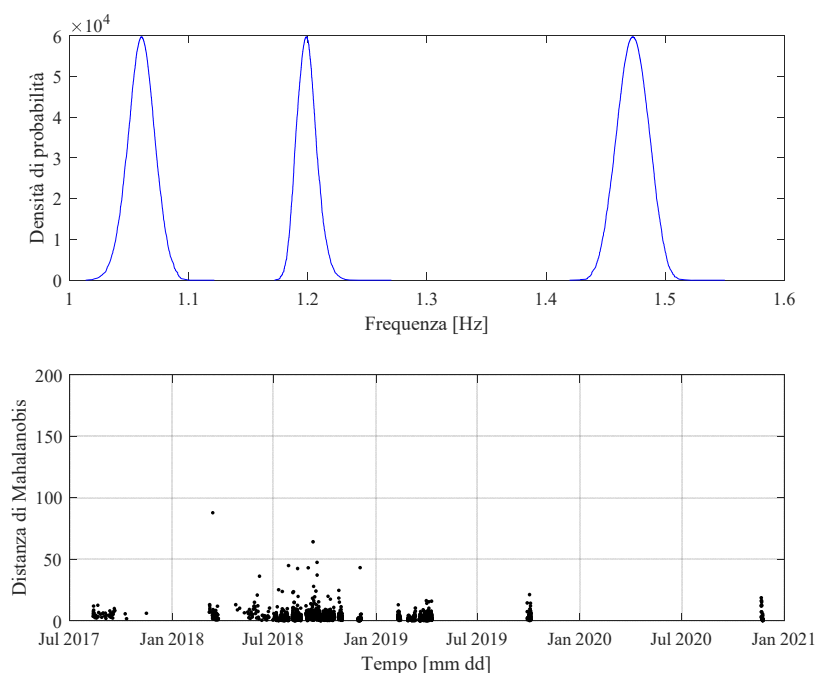


Figura 5.10-Modello statistico e distanza di Mahalanobis del periodo di training sui dati depurati

Sui residui così calcolati è stata tracciata la control chart (Figura 5.11) considerando sottogruppi formati dai giorni di misura, cioè ogni puntino sulla control chart rappresenta la media dei residui in un giorno di misure.

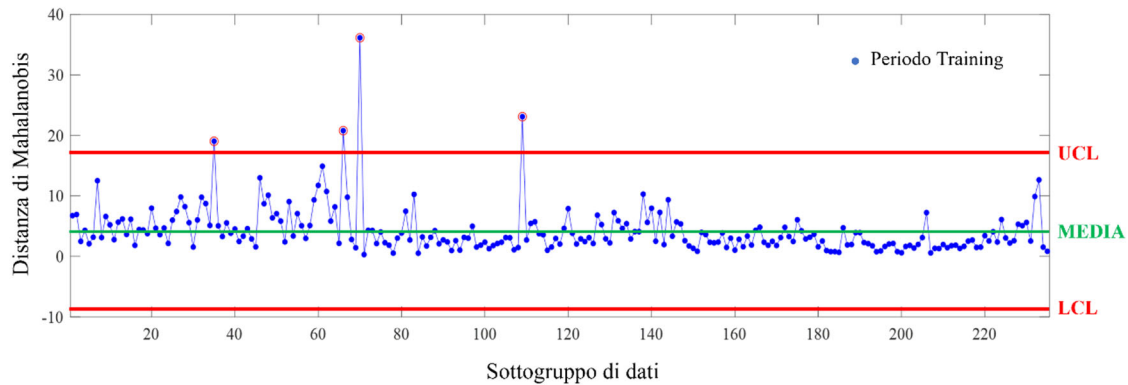


Figura 5.11-Control chart periodo di training dei dati depurati

Si può notare che ci sono comunque dei punti che superano il limite superiore definito, ma sono punti isolati e non continuativi quindi sono associati a fenomeni locali che potrebbero essere errori nelle misure oppure a fenomeni che il modello statistico non coglie. Successivamente è stata calcolata la distanza tra il modello e i dati successivi depurati dagli effetti ambientali (Figura 5.12).

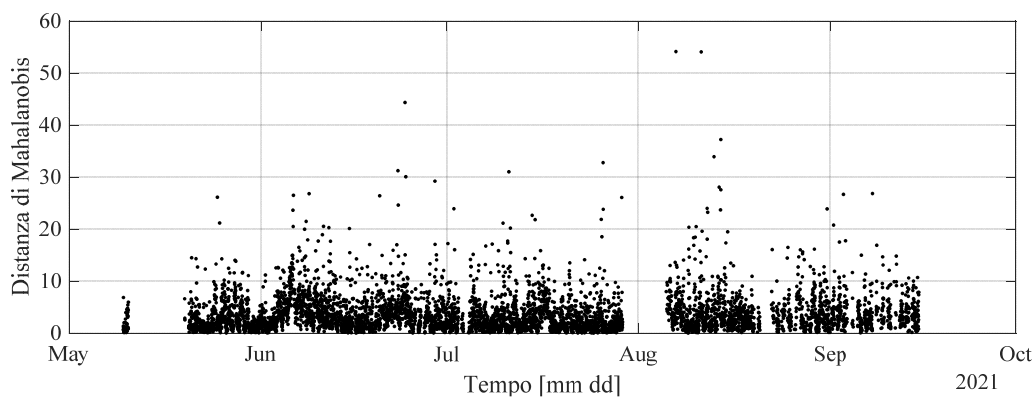


Figura 5.12-Distanza di Mahalanobis tra il modello statistico e i dati nuovi depurati

Tali residui sono stati raggruppati in giorni e poi sono stati inseriti nella control chart sopra definita, ottenendo la Figura 5.13, per controllare se c'è stata una variazione del comportamento strutturale.

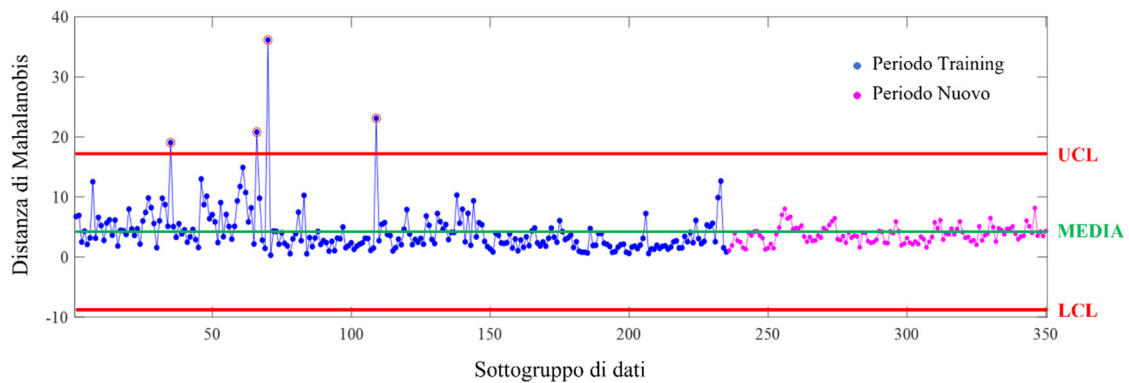


Figura 5.13-Dati nuovi depurati aggiunti alla control chart

Come si può notare non c'è un significativo cambio di comportamento della struttura tra il periodo di training e il periodo “nuovo” potendo quindi affermare che la struttura è ancora in “salute”, ma se si vuole cogliere eventuali piccole variazioni bisogna effettuare delle analisi più approfondite dovute al fatto che, come detto in precedenza, lo strumento utilizzato per rimuovere gli effetti ambientali, cioè la PCA, non funziona perfettamente in questo caso perché essendo uno strumento che lavora in campo lineare non riesce a cogliere le non linearità presenti nelle correlazioni tra le frequenze e i parametri ambientali. Quindi bisognerebbe utilizzare dei modelli non lineari per rimuovere in modo più completo gli effetti ambientali e successivamente ripetere la costruzione del modello statistico con il GMM e la definizione delle control chart in modo tale da avere una rappresentazione corretta e perfettamente depurata dagli effetti ambientali del comportamento della struttura.

CONCLUSIONI

Per conseguire gli obiettivi enunciati in introduzione, dopo aver illustrato gli elementi basilari dei sistemi di monitoraggio delle strutture ci si è concentrati sull'analisi modale operativa identificandone i vantaggi sia dal punto di vista economico che tecnico. Nella tesi è stato evidenziato che tali vantaggi risiedono principalmente nel fatto che non avendo bisogno di generare un input, tale tipo di analisi è applicabile anche a strutture di grandi dimensioni e inoltre non rende necessario interrompere l'operatività delle strutture monitorate. Questo sistema di monitoraggio è stato applicato, nel presente lavoro, alla Torre della Facoltà di Ingegneria dell'Università Politecnica delle Marche con lo scopo di creare un modello statistico basato sui dati misurati in grado di cogliere in automatico eventuali cambiamenti nella dinamica della struttura. Dall'identificazione dinamica preliminare necessaria allo sviluppo del sistema di monitoraggio si sono identificati i primi 3 modi di vibrare in termini di frequenze proprie, smorzamenti e forme modali. La fase successiva del lavoro ha portato a selezionare dall'archivio del dipartimento tutte le informazioni necessarie per redigere un modello agli elementi finiti della struttura. Dopo aver sviluppato, in ambiente Matlab, un algoritmo in grado di effettuare le analisi al sap2000 in automatico, il modello è stato calibrato con l'ausilio del *particle swarm optimization*, ottenendo una rappresentazione quasi esatta dei primi tre modi di vibrare in termini di frequenze e MAC con i risultati dell'identificazione. Il modello calibrato ha così permesso di effettuare uno studio sui modi superiori al terzo, confrontandoli con quelli identificati dal monitoraggio e dall'identificazione dinamica. Da questo studio è emerso che la dinamica del sistema torre-corpo scala per frequenze superiori a quella del terzo modo è influenzata dalla dinamica degli edifici adiacenti i quali, essendo separati da un giunto non perfettamente efficiente nel campo delle vibrazioni ambientali hanno una dinamica che va a sovrapporsi a quella della torre. Questo effetto rende particolarmente ostico l'identificazione del comportamento dinamico della torre oltre il terzo modo di vibrare. Per poter comprendere in modo più approfondito la dinamica del globale del complesso di edifici bisognerebbe effettuare l'identificazione dinamica anche dei corpi adiacenti alla torre.

Il sistema di monitoraggio dinamico è attivo dal 2017 e negli anni è stato notevolmente ampliato fino ad arrivare a quello attuale che consiste in un monitoraggio continuo in *real-time* del sistema torre-corpo scala ottenendo in output i parametri modali con accoppiati i relativi parametri ambientali ogni 20 minuti e le registrazioni ricampionate delle accelerazioni dei sei punti di misura, delle velocità alla base e delle temperature ottenute da due termocoppie applicate alle finestre dell'ultimo piano (una esposta ad est ed una a sud) oltre che tutti i dati registrati dalla stazione meteo installata sul terrazzo della torre. Nel presente lavoro di tesi, utilizzando i risultati ottenuti dal 2017 ad oggi, è stato creato un modello statistico delle prime tre frequenze considerando un periodo di training di circa due anni. Le prime tre frequenze di vibrazione, prima dello sviluppo del modello, sono state depurate dagli effetti ambientali attraverso la PCA e, successivamente, con l'utilizzo del GMM è stato creato un modello statistico che rappresenti bene la loro variazione nel tempo. Infine, con l'utilizzo del *machine learning*, in particolare dello *statistical pattern recognition*, è stato possibile realizzare un apprendimento non supervisionato sulla distanza di Mahalanobis tra il modello e i dati, basato sull'ipotesi che nel periodo di training la struttura fosse "sana", costruendo così le control chart necessarie per monitorare il futuro comportamento dell'edificio. I dati "nuovi" relativi al periodo di sostituzione del giunto tra il corpo scala e la torre sono stati inseriti nelle control chart potendo constatare che non è avvenuto un significativo cambio di comportamento. Da quanto svolto, è possibile quindi concludere che la struttura sia ancora in "salute", ma per effettuare un'analisi più accurata bisognerebbe utilizzare una tecnica di rimozione degli effetti ambientali che lavori in campo non lineare perché essendo la PCA uno strumento lineare non riesce a togliere le non linearità presenti nell'influenza tra le frequenze e la temperatura, soprattutto evidenziate nel terzo modo di vibrare. Questi risultati hanno quindi portato allo sviluppo di un sistema di monitoraggio in *real time* che permette di cogliere eventuali variazioni del comportamento dinamico della struttura in esame e di rilevare la presenza di un eventuale danneggiamento quando esso è tale da modificare le proprietà dinamiche dell'edificio.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Commissione Tecnica UNI Ingegneria strutturale (2016), *Linee guida per il monitoraggio strutturale*, Rapporto tecnico UNI/TR 11634, aprile 2016.
- [2] Farrar, C.R. & Worden, K. (2010), “An Introduction to Structural Health Monitoring”, in Deraemaeker, A. & Worden, K. (eds), *New trends in vibration based structural health monitoring*, CISM Courses and Lectures, Vol. 520, Springer, Vienna, doi.org/10.1007/978-3-7091-0399-9_1.
- [3] Farrar, C.R. & Worden, K. (2013), *Structural health monitoring. A machine learning perspective*, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, West Sussex, UK, ISBN 978-1119994336.
- [4] Fabbrocino G., Rainieri, C. & Verderame, G.M. (2007), “L’analisi dinamica sperimentale e il monitoraggio delle strutture esistenti”, articolo in atti di convegno, *Giornata di Studio ENEA*, Bari.
- [5] van Overschee, P. & de Moor, B.L. (1996), *Subspace identification for linear systems. Theory-implementation -applications*, Springer, US, ISBN 978-1-4613-0465-4.
- [6] Brincker, R. & Andersen, P. (2006), “Understanding stochastic subspace identification”, in *Conference proceedings: IMAC-XXIV: a conference & exposition on structural dynamics*, Society for Experimental Mechanics, ISBN 978-0912053943.
- [7] Peeters, B. (2000), *System identification and damage detection in civil engineering*, tesi di dottorato, Katholieke Universiteit Leuven, Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Heverlee (Belgio), ISBN90-5682-274-8.
- [8] Magalhães, F., Cunha, Á. & Caetano, E. (2009), “Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, pp. 316-329, doi:10.1016/j.ymsp.2008.05.003.
- [9] Youngworth, R.N., Gallagher, B.B. & Stamper, B.L. (2005), “An overview of power spectral density (PSD) calculations”, *Proc. SPIE 5869, Optical Manufacturing and Testing VI*, 58690U, 18 Agosto 2005, doi:10.1117/12.618478.

-
- [10] Neville, A.M. (2011), *Properties of concrete*, 5th edition, Pearson, Harlow, UK, ISBN: 978-0-273-75580-7.
- [11] Agrò, G., Lo Giudice, E. & Sacco M.M. (2009), “Il modulo elastico statico e dinamico del calcestruzzo”, articolo in atti di convegno, *Conferenza AIPnD 2009*.
- [12] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti (2019), CIRCOLARE 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP., Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle “Norme tecniche per le costruzioni”» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018. Supplemento ordinario alla G.U. n. 35 del 11 febbraio 2019, Serie generale.
- [13] Kennedy, J. & Eberhart, R. (1995), “Particle swarm optimization”, in *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, pp. 1942-1948, doi:10.1109/ICNN.1995.488968.
- [14] Poli, R., Kennedy, J. & Blackwell, T. (2007), “Particle swarm optimization”, *Swarm Intell*, Vol. 1, pp. 33-57, doi:10.1007/s11721-007-0002-0.
- [15] Thevenot, A. (2020), “Particle swarm optimization (PSO) visually explained”, articolo disponibile sul sito <https://towardsdatascience.com/particle-swarm-optimization-visually-explained-46289eeb2e14>, consultato nel Luglio 2021.
- [16] Arezzo, D., Regni, M., Carbonari, S. & Gara F. (2019), “An integrated permanent dynamic monitoring system of a tall building in central Italy”, articolo in atti di convegno, *8th International Operational Modal Analysis Conference 2019*, 12-14 Maggio, Copenhagen.
- [17] Sohn, H. (2007), “Effects of environmental and operational variability on structural health monitoring”, *Phil. Trans. R. Soc. A*, Vol. 365, pp. 539-560, doi:10.1098/rsta.2006.1935.
- [18] Huynh, T.C., Dang, N.L. & Kim, J.T. (2018), “PCA-based filtering of temperature effect on impedance monitoring in prestressed tendon anchorage”, *Smart Structures and Systems*, Vol. 22, No. 1, pp. 57-70, doi:10.12989/sss.2018.22.1.057.
- [19] Tibaduiza, D.A., Mujica, L.E. & Rodellar, J. (2011), “Structural health monitoring based on principal component analysis: damage detection, localization and classification”, in Pozo, F. & Zapateiro, M. (eds), *Advances in Dynamics, Control, Monitoring and Applications*, pp. 8-17, Universitat

Politécnica de Catalunya, Departament de Matemàtica Aplicada III (MA3),
ISBN 978-84-7653-539-4.

- [20] Tharwat, A. (2016), “Principal component analysis - a tutorial”, *International Journal of Applied Pattern Recognition*, Vol. 3, No. 3, pp. 1-41, doi:10.1504/IJAPR.2016.079733.
- [21] Bishop, C.M. (2006), *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, Cambridge, UK, ISBN-10: 0-387-31073-8.
- [22] Kullaa, J. (2014), “Structural health monitoring under nonlinear environmental or operational influences”, *Shock and Vibration*, Vol. 2014, pp. 1-9, doi:10.1155/2014/863494.
- [23] Lu, P., Phares, B.M., Greimann, L. & Wipf, T.J. (2010), “Bridge structural health–monitoring system using statistical control chart analysis”, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 2172, No. 1, pp. 123-131, doi:10.3141/2172-14.
- [24] Noman, A.S., Deeba, F. & Bagchi, A. (2013), “Health monitoring of structures using statistical pattern recognition techniques”, *Journal of Performance of Constructed Facilities*, Vol. 27, No. 5, pp. 575-584, doi:10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000346.

RINGRAZIAMENTI

Vorrei ringraziare innanzitutto il Professor Fabrizio Gara perché mi ha dato la possibilità di lavorare a questo progetto durante il quale ho imparato moltissimo.

Ringrazio l'Ingegnere Davide Arezzo per la passione che mi ha trasmesso e la puntualità e cordialità con cui mi ha seguito durante questo lungo periodo di tirocinio e preparazione della tesi.

Ringrazio la mia famiglia, perché senza il loro contributo non sarei riuscito a portare a termine questo importante percorso.

Ed infine voglio ringraziare i "colleghi" dell'università con cui ho affrontato tutto il percorso accademico, fondamentali per affrontare questi anni. In particolare, ringrazio Alessandro, Alberto ed Andrea, coi quali ho condiviso i vari progetti svolti; i confronti con loro sono stati fondamentali.