UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI ECONOMIA "GIORGIO FUÀ"

Corso di Laurea triennale in

ECONOMIA E COMMERCIO

"Ottimizzazione della struttura finanziaria d'impresa: un approccio matematico alla minimizzazione del WACC"

"Optimising a company's capital structure: a mathematical approach to minimising the WACC"

Relatore:

Prof. Luca Guerrini

Rapporto Finale di:

Giacomo Paolucci

Anno Accademico 2025/2026

INDICE

INTRODUZIONE

CAPITOLO 1
- **1.1 Spazio in $\mathbb{R}^n$**
- **1.2 Derivate in $\mathbb{R}^n$**
- **1.3 Condizioni di ottimalità del secondo ordine**
- **1.4 Convessità della funzione obiettivo**
- **1.5 Problema di ottimizzazione vincolata**
- **1.6 Metodo dei moltiplicatori di Lagrange**

CAPITOLO 2
- **2.1 Struttura finanziaria e variabili del modello**
- **2.2 Il WACC come funzione obiettivo**
- **2.3 Dipendenza dei costi del capitale dalla leva finanziaria**
- **2.4 Formulazione del problema di ottimizzazione**
- **2.5 Esistenza della soluzione e rilevanza della curvatura**

CAPITOLO 3
- **3.1 Condizione di primo ordine**
- **3.2 Soluzioni interne e soluzioni di frontiera**
- **3.3 Condizione di secondo ordine**
- **3.4 Convessità e unicità dell'ottimo**
- **3.5 Significato teorico dei risultati**

CAPITOLO 4
- **4.1 Struttura finanziaria con elevato ricorso al debito**
- **4.2 Struttura equilibrata ma condizionata dalla ciclicità del settore**
- **4.3 Prevalenza del capitale proprio e leva contenuta**
- **4.4 Confronto tra i tre casi e considerazioni conclusive**

INTRODUZIONE

La determinazione della struttura finanziaria rappresenta una delle decisioni più rilevanti nella gestione d'impresa. La scelta tra capitale proprio e capitale di debito incide direttamente sul costo medio del capitale, sul livello di rischio assunto e sul valore dell'impresa stessa.

La scelta della combinazione ottimale tra debito ed equity può invece essere formalizzata come un problema di ottimizzazione in $\mathbb{R}^n$, in cui le variabili decisionali sono soggette a vincoli economici e finanziari. Ciò può essere fatto attraverso gli strumenti dell'analisi matematica, in particolare le condizioni del primo e del secondo ordine, la convessità e il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

L'obiettivo della tesi è costruire un modello matematico di ottimizzazione vincolata volto a determinare la migliore struttura finanziaria di un'impresa, rendendo esplicita la struttura analitica delle decisioni finanziarie. In particolare, la tesi si propone di formalizzare la scelta tra debito e capitale proprio come un problema di minimizzazione del costo medio ponderato del capitale (WACC), di applicare le condizioni di ottimalità per individuare le soluzioni stazionarie e di interpretare economicamente i risultati ottenuti alla luce della teoria finanziaria.

È tuttavia opportuno precisare che il modello proposto si basa su ipotesi di regolarità e continuità che, nella realtà dei mercati finanziari, possono risultare semplificative. Le imprese operano infatti in contesti caratterizzati da asimmetrie informative, vincoli creditizi e imperfezioni di mercato che non sempre permettono un comportamento regolare dei costi

del capitale. Il modello va quindi interpretato come uno strumento analitico utile a chiarire i meccanismi teorici sottostanti, più che come una descrizione esaustiva della realtà.

CAPITOLO 1 FONDAMENTI MATEMATICI

Il presente capitolo richiama gli strumenti teorici dell'analisi matematica necessari alla formalizzazione del problema di ottimizzazione che verrà sviluppato nei capitoli successivi. In particolare, verranno introdotti gli elementi fondamentali dello spazio euclideo $\mathbb{R}^n$, il concetto di derivata in più variabili e le condizioni di ottimalità del primo e del secondo ordine, che costituiscono la base teorica per la determinazione della struttura finanziaria ottima.

1.1 Spazio $\mathbb{R}^n$: definizioni e proprietà fondamentali

Si chiama spazio euclideo n-dimensionale, indicato con $\mathbb{R}^n$ ($n \in N$), l'insieme delle n-uple ordinate

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ di numeri reali, ossia l'insieme prodotto cartesiano

$$\mathbb{R}^n = \mathbb{R} \times \dots \times \mathbb{R} = \{ x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, n\}$$

Il numero naturale n si chiama dimensione di $\mathbb{R}^n$. $\mathbb{R}$ ($=\mathbb{R}^1$), $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ sono spazi euclidei rappresentati rispettivamente da una retta, un piano cartesiano ed uno spazio tridimensionale.

Un elemento di $\mathbb{R}^n$ è detto vettore, nel problema di ottimizzazione finanziaria, il vettore rappresenta l'insieme delle variabili decisionali

Ad esempio, nel caso della struttura del capitale:

$$x = (D, E)$$

Dove, D è il capitale di debito, mentre E è il capitale proprio

La norma euclidea di un vettore $x \in \mathrm{R}^n$è definita come:

$$\| x \| = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2}$$

La norma misura la "lunghezza" del vettore e consente di quantificare la dimensione della variazione di una scelta finanziaria.

Data la norma, è possibile definire la distanza tra due punti $x, y \in \mathbb{R}^n$come:

$$d(x, y) = \| x - y \|$$

La distanza misura quanto due configurazioni delle variabili decisionali siano "vicine" tra loro.

Nel problema della struttura finanziaria, ogni possibile combinazione tra capitale di debito e capitale proprio può essere rappresentata come un punto in $\mathbb{R}^n$. Il problema di ottimizzazione consiste nel trovare il punto che minimizza la funzione obiettivo.

La nozione di distanza consente di definire formalmente il concetto di intorno di un punto e, conseguentemente, le nozioni di minimo e massimo locale.

1.2 Derivate in $\mathbb{R}^n$

Secondo quello che abbiamo precedentemente detto la struttura finanziaria dell'impresa può essere rappresentata come un punto dello spazio euclideo bidimensionale:

$$(D, E) \in \mathbb{R}^2$$

dove D rappresenta il capitale di debito (Debt) ed E il capitale proprio (Equity).

L'obiettivo dell'impresa è determinare la combinazione ottima tra tali variabili che minimizzi il costo complessivo delle fonti di finanziamento.

A tal fine si considera la funzione : f(D,E) = WACC(D,E)

Dove il costo medio ponderato del capitale è definito come

$$\text{WACC} = \frac{E}{D+E} r_E + \frac{D}{D+E} r_D (1 - T).$$

con $r_E$costo del capitale proprio, $r_D$costo del debito e T aliquota fiscale.

Si assume che la funzione $f(D, E)$sia derivabile nel dominio considerato. Poiché si lavora nello spazio $\mathbb{R}^2$, l'analisi delle variazioni della funzione richiede il calcolo di due derivate parziali.

La derivata parziale rispetto al debito è: $\frac{\partial f}{\partial D}$

Misura la variazione del WACC al variare del capitale di debito, mantenendo costante il capitale proprio.

Analogamente, la derivata parziale rispetto al capitale proprio è: $\frac{\partial f}{\partial E}$

Misura la variazione del costo medio del capitale al variare dell'equity, a parità di debito.

In termini economici, le derivate parziali rappresentano gli effetti marginali delle singole scelte di finanziamento sul costo complessivo del capitale.

Il vettore formato dalle due derivate parziali costituisce il gradiente della funzione:

$$\nabla f(D, E) = \left(\frac{\partial f}{\partial D}, \frac{\partial f}{\partial E}\right)$$

Un punto (D^*, E^*)è candidato all'ottimo (nel caso non vincolato) se soddisfa la condizione:

$$\nabla f(D^*, E^*) = (0,0)$$

ossia se entrambe le derivate parziali si annullano simultaneamente.

1.3 Condizioni di ottimalità del secondo ordine

Dopo aver individuato un punto critico mediante l'annullamento del gradiente, è necessario verificare la natura di tale punto.

Nel caso di una funzione di due variabili, l'analisi della curvatura è effettuata mediante la matrice Hessiana in $\mathbb{R}^2$.

La matrice Hessiana della funzione $f(D, E)$è definita come:

$$H_f(D, E) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial D^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial D\, \partial E} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial E\, \partial D} & \frac{\partial^2 f}{\partial E^2} \end{pmatrix}$$

Essa raccoglie le derivate seconde e descrive la curvatura della funzione nelle diverse direzioni.

Un punto critico (D^*, E^*) è : minimo locale se l'Hessiano è definito positivo; massimo locale se è definito negativo; punto di sella se è indefinito.

Nel contesto finanziario, l'analisi dell'Hessiano consente di verificare se la struttura individuata rappresenti effettivamente una configurazione ottima o se si tratti di una soluzione instabile.

1.4 Convessità della funzione obiettivo

Un ruolo centrale nei problemi di ottimizzazione è svolto dal concetto di convessità.

Una funzione $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ è detta convessa se, per ogni coppia di punti $x, y \in \mathbb{R}^2$ e per ogni $\lambda \in [0,1]$, vale:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y)$$

Geometricamente, ciò significa che il segmento che unisce due punti del grafico della funzione si trova sempre al di sopra del grafico stesso.

La convessità è una proprietà particolarmente importante, perché assicura che un minimo locale coincida anche con il minimo globale e che la soluzione ottima sia unica, nel caso di convessità stretta.

Nel contesto della struttura finanziaria, la verifica della convessità del WACC rispetto alle variabili D ed E consente di stabilire se esista un'unica configurazione ottima o se possano emergere più equilibri.

In pratica, una funzione convessa implica che allontanarsi dalla combinazione ottima comporta un aumento progressivo del costo medio del capitale. Questo aspetto è particolarmente importante in ambito finanziario, poiché implica che piccole deviazioni dalla struttura ottimale comportino un peggioramento del costo complessivo, scoraggiando scelte eccessivamente rischiose.

1.5 Problema di ottimizzazione vincolata

Nella realtà aziendale, la scelta tra debito ed equity non è completamente libera. Esiste infatti un vincolo strutturale rappresentato dall'ammontare complessivo delle fonti di finanziamento:

$$D + E = V$$

dove V rappresenta il valore totale del capitale investito.

Il problema di ottimizzazione assume quindi la forma:

$$\min_{D,E} f(D, E)$$

soggetto al vincolo:

$$D + E - V = 0$$

In presenza di vincoli di uguaglianza, la ricerca dell'ottimo non può essere condotta semplicemente imponendo l'annullamento del gradiente della funzione obiettivo. È necessario introdurre uno strumento che consenta di tenere conto simultaneamente della funzione da minimizzare e del vincolo.

1.6 Metodo dei moltiplicatori di Lagrange

Per risolvere il problema vincolato si introduce la funzione Lagrangiana:

$$\mathcal{L}(D, E, \lambda) = f(D, E) + \lambda(D + E - V)$$

dove λ è il moltiplicatore di Lagrange.

Le condizioni necessarie di ottimalità richiedono che si annullino le derivate parziali della Lagrangiana rispetto a tutte le variabili:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial D} = 0 \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E} = 0 \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$$

L'ultima condizione restituisce il vincolo originario.

Il moltiplicatore λ, sul piano economico, può essere interpretato come la variazione marginale del valore ottimo della funzione obiettivo al variare del vincolo. Esso rappresenta dunque una misura del costo ombra associato a una variazione del capitale complessivo disponibile.

CAPITOLO 2- MODELLO DI OTTIMIZZAZIONE DELLA STRUTTURA FINANZIARIA

2.1 Struttura finanziaria e variabili del modello

Nel Capitolo 1 la scelta della struttura finanziaria è stata formulata come un problema di ottimizzazione vincolata, in cui le variabili decisionali sono D (debito) ed E (capitale proprio) e il capitale complessivo disponibile è fissato dal vincolo strutturale

$$D + E = V.$$

In questo capitolo si costruisce il modello economico-finanziario che assegna significato e contenuto alla funzione obiettivo, specificando come la scelta di D ed E possa influenzare il costo complessivo delle fonti di finanziamento.

L'oggetto di ricerca è il costo medio ponderato del capitale, che misura il costo complessivo del finanziamento in funzione della composizione tra capitale proprio e capitale di debito.

2.2 Il WACC come funzione obiettivo

Si considera la funzione:

$$WACC(D, E) = \frac{E}{D + E}\, r_E + \frac{D}{D + E}\, r_D(1 - T),$$

dove r_E è il costo del capitale proprio, r_Dè il costo del debito e $T \in (0,1)$ è l'aliquota fiscale. Il termine $(1-T)$ rappresenta la quota di capitale che rimarrà dopo la tassazione.

In questa forma il WACC dipende dalla combinazione $(D\ ;E)$ solo tramite i pesi $\frac{E}{D+E}$ e $\frac{D}{D+E}$. Tuttavia, per ottenere un modello capace di generare un'ottima struttura finanziaria realistica, è necessario tenere conto del fatto che, nella pratica, i costi r_E e r_D non sono costanti, ma variano con l'aumento o la diminuzione del grado di indebitamento. Se r_Ee refossero costanti, il WACC sarebbe lineare nella quota di debito e il problema tenderebbe a generare soluzioni di frontiera

Nella pratica aziendale tale fenomeno è facilmente osservabile: all'aumentare dell'indebitamento, gli istituti di credito richiedono spread più elevati e gli azionisti pretendono rendimenti superiori per compensare l'incremento del rischio finanziario. Ignorare questa dinamica condurrebbe a conclusioni irrealistiche.

2.3 Dipendenza dei costi del capitale dalla leva finanziaria

Per rendere esplicita tale dipendenza, si introduce una misura della leva finanziaria. Una scelta naturale è la quota di debito sul capitale complessivo:

$$\theta = \frac{D}{D+E}$$

Sotto il vincolo $D + E = V$essa coincide con $\theta = \frac{D}{V}$ e appartiene all'intervallo [0;1].

Nel modello si assume dunque:

$$r_E = r_E(\theta), r_D = r_D(\theta)$$

con ipotesi coerenti con l'interpretazione economica, possiamo sostenere che $r_E(\theta)$ è crescente in θ, poiché il capitale diventa più rischioso con maggiore indebitamento, mentre $r_D(\theta)$ non è decrescente in θ, poiché oltre certi livelli di leva aumenta il rischio di insolvenza e quindi il costo del debito. È ragionevole ritenere che oltre una certa soglia il rischio di insolvenza diventi più che proporzionale rispetto all'aumento del debito, generando una crescita accelerata del costo del capitale.

Sostituendo, la funzione obiettivo può essere riscritta in forma compatta come funzione della sola θ:

$$W(\theta) = (1 - \theta)\, r_E(\theta) + \theta\, r_D(\theta)(1 - T)$$

Questa rappresentazione riduce il problema a una minimizzazione su un intervallo e chiarisce che la struttura ottima dipende dal bilanciamento tra beneficio fiscale del debito e incremento dei costi del capitale indotto dal rischio.

2.4 Formulazione del problema di ottimizzazione

Il problema di scelta della struttura finanziaria può quindi essere formulato come:

$$\min W\ (\theta),$$

equivalentemente alla formulazione in $(D; E)$ con il vincolo $D + E = V$ già discusso nel Capitolo 1.

La soluzione ottima θ^* sarà o interna ($\theta^* \in (0; 1)$), corrispondente a una combinazione mista tra debito e capitale proprio; oppure di frontiera ($\theta^* = 0$ o $\theta^* = 1$), corrispondente a un finanziamento estremo.

Il problema è ora sufficientemente strutturato per consentire un'analisi analitica delle condizioni che rendono ottimale una soluzione interna oppure una soluzione di bordo.

2.5 Esistenza della soluzione e rilevanza della curvatura

Dal punto di vista matematico, se $r_E(\theta)$ e $r_D(\theta)$ sono continue su [0;1], allora anche $W(\theta)$ è continua su $[0; 1]$ e ammette almeno un minimo globale. La possibilità di ottenere un minimo interno dipende invece dalla forma della funzione: la dipendenza dei costi dalla leva introduce curvatura, rendendo il problema non banale e consentendo, in linea teorica, l'emergere di una struttura finanziaria ottimale "intermedia". Questo dimostra come l'esistenza di una struttura finanziaria ottimale non sia un risultato scontato, ma dipenda in modo cruciale dalle ipotesi formulate sulla forma dei costi del capitale.

CAPITOLO 3

Nel Capitolo 2 il problema della struttura finanziaria è stato ricondotto alla minimizzazione della funzione

$$W(\theta) = (1-\theta)\, r_E(\theta) + \theta\, r_D(\theta)(1-T), \theta \in [0,1],$$

dove la variabile decisionale θ rappresenta la quota di debito sul capitale complessivo.

In questa capitolo si procederà allo studio analitico della funzione obiettivo, applicando le condizioni di ottimalità del primo e del secondo ordine al fine di caratterizzare la soluzione del problema.

3.1 Condizione di primo ordine

Poiché le funzioni $r_E(\theta)$ e $r_D(\theta)$ sono state assunte due volte derivabili su (0;1), anche la funzione $W(\theta)$ risulta derivabile nello stesso intervallo.

Derivando rispetto a θ, e applicando la regola del prodotto, si ottiene:

$$W'(\theta) = -r_E(\theta) + (1-\theta)r_E'(\theta) + r_D(\theta)(1-T) + \theta r_D'(\theta)(1-T).$$

La condizione necessaria affinché un punto interno $\theta^* \in (0;1)$ sia candidato minimo è che la derivata prima si annulli:

$$W'(\theta^*) = 0.$$

Questa equazione esprime l'equilibrio tra due effetti contrapposti.

Da un lato, l'aumento della quota di debito genera un beneficio fiscale, rappresentato dal termine $r_D(\theta)\ (1 - T)$. Dall'altro lato, l'incremento della leva comporta un aumento del rendimento richiesto da azionisti e creditori, espresso dalle derivate $r_E'(\theta)$ e $r_D'(\theta)$.

In corrispondenza dell'ottimo interno, il beneficio marginale del debito è esattamente compensato dall'aumento marginale del costo del rischio finanziario. La condizione di primo ordine fornisce quindi una formalizzazione analitica del trade-off tra vantaggio fiscale e costo del rischio.

Questo equilibrio ha anche un significato economico concreto: l'impresa cerca di sfruttare il beneficio fiscale del debito senza aumentare troppo il rischio

3.2 Soluzioni interne e soluzioni di frontiera

L'annullamento della derivata prima non garantisce automaticamente che la soluzione sia interna. È necessario considerare anche il comportamento della funzione agli estremi dell'intervallo.

Se la derivata prima è non negativa in prossimità di $\theta = 0$, la funzione risulta crescente sin dall'origine e il minimo si colloca in $\theta = 0$, corrispondente a un finanziamento interamente con capitale proprio.

Analogamente, se la derivata è non positiva in prossimità di $\theta = 1$, la funzione risulta decrescente fino al bordo destro e il minimo si colloca in $\theta = 1$, ossia in una struttura interamente finanziata a debito.

Un minimo interno può dunque emergere soltanto se la derivata prima cambia segno nell'intervallo, risultando negativa per bassi livelli di leva e positiva per livelli elevati. In tal caso, per continuità, esiste almeno un punto in cui $W'(\theta) = 0$.

3.3 Condizione di secondo ordine

Per stabilire la natura del punto stazionario è necessario esaminare la derivata seconda.

Derivando nuovamente si ottiene:

$$W''(\theta) = -2r_E'(\theta) + (1-\theta)r_E''(\theta) + 2r_D'(\theta)(1-T) + \theta r_D''(\theta)(1-T).$$

Un punto θ^* che soddisfa la condizione di primo ordine è un minimo locale se:

$$W''(\theta^*) > 0.$$

La derivata seconda misura la curvatura della funzione obiettivo. Se essa è positiva nel punto stazionario, la funzione presenta concavità verso l'alto e il punto corrisponde a un minimo locale.

3.4 Convessità e unicità dell'ottimo

Un caso di particolare interesse si verifica quando la funzione risulta strettamente convessa su tutto l'intervallo $(0, 1)$, ossia quando:

$$W''(\theta) > 0 \; \forall \; \theta \in (0,1).$$

In tale situazione, l'eventuale punto stazionario è unico e costituisce minimo globale.

Economicamente, la convessità riflette un aumento progressivo e sufficientemente intenso del costo marginale del rischio finanziario al crescere dell'indebitamento. Se il rischio cresce in modo accelerato, la funzione obiettivo assume una forma "a U", garantendo l'esistenza di una struttura finanziaria ottimale intermedia.

Al contrario, se la funzione non presenta sufficiente curvatura, l'ottimo può collocarsi ai bordi dell'intervallo, determinando una soluzione estrema. In assenza di tale curvatura, l'impresa sarebbe spinta verso soluzioni estreme, che tuttavia nella realtà risultano raramente osservabili.

3.5 Significato teorico dei risultati

L'analisi svolta evidenzia che l'esistenza di una struttura finanziaria ottimale non è un risultato automatico, ma dipende dalle proprietà analitiche delle funzioni che descrivono i costi del capitale.

Se tali costi fossero indipendenti dalla leva finanziaria, la funzione obiettivo risulterebbe affine e il minimo si collocherebbe necessariamente agli estremi del dominio. È la dipendenza dei costi dal grado di indebitamento a introdurre curvatura nella funzione e a rendere possibile l'emergere di un ottimo interno.

Il modello mostra quindi, in forma analitica, che la struttura finanziaria ottimale nasce dal bilanciamento tra beneficio fiscale del debito e incremento del rischio finanziario. Va tuttavia precisato che questo risultato poggia su ipotesi di continuità e derivabilità che nella realtà possono risultare restrittive: i mercati finanziari presentano discontinuità, asimmetrie informative e possibili shock di liquidità che rendono il comportamento dei costi del capitale meno regolare rispetto a quanto qui ipotizzato. Il modello va quindi inteso come uno strumento analitico utile a chiarire i meccanismi teorici sottostanti, non come una descrizione esaustiva della realtà.

CAPITOLO 4

Per verificare la tenuta del modello sviluppato nei capitoli precedenti, si analizzano tre grandi imprese operanti in settori molto diversi tra loro: Enel, Stellantis e Moncler. La scelta non è casuale: le tre società presentano strutture economiche, operative e finanziarie profondamente eterogenee, il che consente di osservare come il problema dell'ottimizzazione della struttura finanziaria si declini in modo differente a seconda del contesto.

Come si è visto nel Capitolo 2, il costo medio ponderato del capitale può essere espresso come funzione della quota di debito sul capitale complessivo; nel Capitolo 3 si è poi mostrato che l'esistenza di una struttura finanziaria ottimale dipende dal bilanciamento tra il beneficio fiscale del debito e l'incremento del rischio finanziario. L'obiettivo di questo capitolo è interpretare i dati delle tre imprese alla luce di quello schema, verificando se la loro posizione finanziaria risulti coerente con una soluzione interna, con una soluzione di frontiera o con una situazione prossima a uno dei due estremi.

4.1 Struttura finanziaria con elevato ricorso al debito

Enel è un caso particolarmente interessante. L'azienda opera in un settore ad alta intensità di capitale, con ingenti investimenti infrastrutturali, forte presenza di attività regolate e flussi di cassa relativamente stabili, caratteristiche che rendono economicamente sostenibile un ricorso significativo al debito.

Dai dati di bilancio 2024 emerge un indebitamento finanziario netto pari a 55.767 milioni di euro e un patrimonio netto pari a 49.171 milioni. Il rapporto tra debito e mezzi propri è quindi elevato, sebbene non estremo, e segnala una struttura in cui il capitale di debito svolge un ruolo centrale.

Alla luce del modello, la posizione di Enel può essere letta come il risultato di una scelta collocata in zona intermedia ma orientata verso livelli alti di leva. In un'impresa come questa, il vantaggio fiscale del debito è particolarmente rilevante: consente di finanziare investimenti di lungo periodo e di contenere il costo medio del capitale finché il rischio percepito da creditori e azionisti rimane entro limiti gestibili. Tuttavia, il modello mostra anche che, oltre una certa soglia, l'indebitamento genera un incremento crescente sia del costo del debito sia del costo del capitale proprio. Anche in un settore relativamente stabile, quindi, una soluzione interamente basata sul debito non sarebbe plausibile.

In termini analitici, il caso Enel suggerisce una curvatura della funzione WACC sufficiente a generare un minimo interno: l'impresa sembra sfruttare in misura significativa il beneficio fiscale del debito, senza però spingersi al punto da rendere dominante il costo marginale del rischio finanziario. La struttura osservata è compatibile con il caso teorico in cui la derivata prima della funzione obiettivo si annulla per un valore interno della quota di debito e la derivata seconda risulta positiva in quel punto.

4.2 Struttura equilibrata ma condizionata dalla ciclicità del settore

Il caso di Stellantis è diverso. Il settore automobilistico è fortemente ciclico, esposto alla volatilità della domanda, alla pressione competitiva internazionale, agli shock sulle materie prime, agli investimenti nella transizione elettrica e a rilevanti esigenze di innovazione tecnologica. In un contesto simile, l'aumento della leva finanziaria tende ad accrescere il rischio in modo più rapido rispetto a quanto avviene nei settori regolati.

Nel bilancio 2024 Stellantis riporta un patrimonio netto totale pari a 82.115 milioni di euro e, soprattutto, una posizione finanziaria industriale netta positiva pari a 15,1 miliardi, ossia una situazione di cassa netta nell'area industriale, da leggere separatamente rispetto alle attività finanziarie del gruppo.

Questo dato è rilevante ai fini del modello. Se nel caso Enel il debito costituisce una componente strutturale del finanziamento, qui emerge invece una maggiore cautela. La posizione finanziaria industriale netta positiva indica che l'impresa, almeno nella fase osservata, non si colloca in una zona di elevato indebitamento. Ciò è coerente con il fatto che, in un settore ciclico e soggetto a brusche variazioni di mercato, l'aumento del debito può determinare un incremento molto rapido del costo del capitale proprio e, nel tempo, anche del costo del debito.

Applicando il modello, si può ritenere che per Stellantis la funzione obiettivo presenti una curvatura più accentuata già a livelli moderati di leva: il costo marginale del rischio cresce relativamente presto, riducendo la convenienza del debito. L'ottimo tende quindi a

collocarsi in una zona più prudente rispetto a Enel e in alcune fasi del ciclo il minimo del WACC potrebbe trovarsi addirittura in prossimità di una posizione di cassa netta.

Il caso Stellantis conferma che la struttura finanziaria ottimale non dipende soltanto dal vantaggio fiscale del debito, ma anche dalla volatilità del settore e dalla velocità con cui il mercato incorpora il rischio aggiuntivo nei rendimenti richiesti.

4.3 Prevalenza del capitale proprio e leva contenuta

Moncler è, tra le tre imprese considerate, quella con la struttura finanziaria più prudente. Il gruppo opera nel lusso, un settore caratterizzato da alta redditività, forte generazione di cassa, valore del marchio e minore necessità di sostenere grandi investimenti infrastrutturali rispetto all'energy o all'automotive.

Nel 2024 Moncler evidenzia una posizione finanziaria netta positiva pari a 1.308,8 milioni di euro ed un free cash flow pari a 587,5 milioni di euro.

Dal punto di vista teorico, questa configurazione indica un'impresa molto vicina al lato del capitale proprio. Il beneficio fiscale del debito esiste anche per Moncler, ma appare meno determinante rispetto ai costi potenziali associati a un aumento del rischio finanziario.

Per un gruppo il cui valore dipende fortemente dall'immagine del brand, dalla flessibilità strategica e dalla capacità di sostenere investimenti commerciali senza tensioni finanziarie, una leva elevata potrebbe rivelarsi controproducente.

Nel linguaggio del modello, ciò significa che la funzione del WACC per Moncler raggiunge il minimo per valori bassi della quota di debito: la crescita del costo del capitale proprio, al crescere della leva, supera abbastanza presto il beneficio fiscale ottenibile tramite il debito. L'ottimo si avvicina dunque a una struttura fortemente orientata ai mezzi propri.

4.4 Confronto tra i tre casi e considerazioni conclusive

L'analisi comparata dei tre casi conferma la validità interpretativa del modello. Le tre imprese presentano assetti finanziari diversi, ma tutti coerenti con l'idea di fondo: la struttura finanziaria ottimale dipende dal bilanciamento tra vantaggio fiscale del debito e costo crescente del rischio finanziario.

Enel è il caso in cui l'equilibrio si sposta verso una maggiore presenza del debito — la stabilità dei flussi e la natura infrastrutturale degli investimenti rendono sostenibile una leva relativamente alta. Stellantis mostra invece come la ciclicità settoriale induca a mantenere una struttura più prudente, restringendo lo spazio entro cui il debito produce un effetto favorevole sul WACC. Moncler, infine, è l'esempio in cui forte patrimonializzazione e ampia liquidità riducono la convenienza economica del debito, spostando l'ottimo verso bassi livelli di leva.

Va precisato che questa applicazione empirica non consente di determinare numericamente la quota ottimale di debito per ciascuna impresa, ciò richiederebbe una stima esplicita delle funzioni di come il costo dell'equity e il costo del debito variano al crescere della leva finanziaria. Tuttavia, permette di verificare qualcosa di altrettanto importante: il modello è coerente con la realtà osservabile e spiega perché imprese diverse adottino combinazioni tanto differenti tra debito e capitale proprio.

Ne consegue che il problema dell'ottimizzazione della struttura finanziaria va affrontato in termini dinamici e specifici per impresa, non esiste una regola uniforme valida per tutti. Il contributo del modello presentato in questa tesi sta proprio nell'aver fornito una rappresentazione analitica capace di spiegare perché l'ottimo finanziario dipenda dalla forma concreta che assumono i costi del capitale al variare della leva.

BIBLIOGRAFIA

"Introduzione all'economia aziendale" a cura di Luciano Marchi e Antonella Paolini.

C.P. Simon & L.E. Blume, *Matematica Generale*. Edizione italiana a cura di Alberto Zaffaroni, Egea, 2007 (Capitoli 13, 14, 15, 16, 17, 18)

C.P. Simon & L.E. Blume*," Mathematics for Economists*" W. w. norton 1994 (Capitoli 17, 18, 19, 21, 22) M. OTTAVIANI, Funzioni più variabili, CLUA, Ancona

"*Matematica*" Quarta edizione Angelo Guerraggio

"*Analisi di bilancio e finanziaria*" Giudo Paolucci.

Enel S.p.A., *Integrated Annual Report 2024*

Stellantis N.V., *Annual Report and Form 20-F for the year ended December 31, 2024*

Moncler S.p.A**.**, *Annual Report 2024*, Moncler Group