

Università Politecnica delle Marche Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Civile e Ambientale

Dipartimento di Ingegneria Civile Edile e Architettura - DICEA

"Problematica del taglio nel c.a. e rinforzo con materiali FRP"

"The problem of shear in R.C. and strengthening with FRP"

Relatore:

Tesi di Laurea di:

Prof. Ing. Roberto Capozucca

Ada Maria Horszczaruk

ANNO ACCADEMICO 2019/2020

INDICE

Premessa	pag.4
CAPITOLO 1 – Consolidamento di elementi in c.a. con	compositi fibrorinforzati a matrice polimerica
(FRP)	pag.5
CAPITOLO 2 – Tecniche di produzione	pag.16
2.1 – Comportamento meccanico dei sistemi di rinforzo	pag.19
2.2 – Requisiti fondamentali di durabilità	pag.27
2.3 – Gli impieghi degli FRP	pag.30
CAPITOLO 3 – Il taglio in campo elastico	pag.33
3.1 – Sollecitazione di taglio nelle travi ad altezza varia	abilepag.36
CAPITOLO 4 – Calcolo delle armature a taglio	pag.38
CAPITOLO 5 – Meccanismi principali resistenti a tagli	o nelle travi inflessepag.44
5.1 – Meccanismo resistente a taglio-trazione	pag.47
5.2 – Meccanismo resistente a taglio-compressione	pag.50
5.3 – Controllo dello sfilamento dell'armatura longitud	inalepag.54
CAPITOLO 6 – Considerazioni generali sul comportar	nento a taglio di elementi inflessipag.56
CAPITOLO 7 – Progetto di rinforzo a taglio con FRP d	i elementi in c.apag.57
Conclusioni	pag.68
Bibliografia	pag.69

Premessa

Nella seguente tesi si analizza il rinforzo a taglio delle travi in c.a. con materiali compositi FRP. Nella prima parte della tesi, capitolo 1 e 2, viene studiato il rinforzo a taglio con materiali innovativi fibrorinforzati e tutte le fasi ad esso legate, compresi i materiali costituenti, le tecniche di produzione, il legame costitutivo di questo materiale e il suo comportamento meccanico; per arrivare alla definizione della resistenza di progetto dell'FRP (Fiber Reinforced Polymer) e alla progettazione stessa del rinforzo a taglio con questi materiali. È stato necessario definire il meccanismo del taglio di travi in c.a. sviluppato nel capitolo 3, dalla definizione della sollecitazione di taglio, agente su travi armate solamente a flessione, e come questa abbia importanza nella progettazione delle strutture. Entrando nel dettaglio, nel capitolo 3.1, si studiano le interazioni esistenti tra tutti i componenti che costituiscono l'elemento strutturale ed i contributi da essi forniti, in termini di resistenza; si analizza come le sollecitazioni tra taglio e momento siano tra di loro legati e come queste interagiscono per mantenere l'equilibrio. In una seconda fase, (capitolo 4) si passa al calcolo delle armature a taglio, basandosi sul modello di traliccio resistente di Mörsch. Successivamente, nel capitolo 5, ci si sofferma sui meccanismi resistenti all'interno di una trave armata a taglio, studiando le resistenze fornite dalle armature di parete (capitolo 5.1) e dal calcestruzzo compresso (capitolo 5.2); si studia, inoltre, l'importanza della forza di scorrimento agente sulla trave, e come si può intervenire, durante la fase progettuale, nell'evitare lo sfilamento delle armature longitudinali (capitolo 5.3), provocato dalla fessurazione da taglio. Si arriva, nel capitolo 6, alle considerazioni generali sul rinforzo delle travi in c.a. tramite la staffatura della stessa, e come questa serva a scongiurare un collasso fragile. Infine, nel capitolo 7, si giunge allo studio dei criteri di progettazione del rinforzo a taglio con i materiali FRP, secondo le normative vigenti; considerando le diverse tecniche di applicazione possibili del materiale di rinforzo e le metodologie di posa.

CAP 1. Consolidamento di elementi in c.a. con compositi fibrorinforzati a matrice polimerica (FRP)

Quando una trave in C.A è carente nella resistenza a taglio, o quando la resistenza a taglio è minore rispetto alla resistenza a flessione, dopo il rinforzo a quest'ultima, si deve considerare anche il rinforzo a taglio. È importante calcolare tale resistenza nelle travi in C.A. che vengono rinforzate a flessione. Sono disponibili un modesto numero di metodiche di rinforzo a taglio per travi in C.A.; l'uso di lamine/tessuti in FRP hanno attratto maggior interesse nei tempi recenti. Oltre ai vantaggi comuni di resistenza alla corrosione e rapporto tra alta resistenza e basso peso specifico del materiale FRP, questo materiale offre il vantaggio di essere applicato nelle sue diverse forme sulle sezioni, per le applicazioni di rinforzo a taglio. Gli studi del rinforzo a taglio con materiali innovativi FRP risalgono agli anni 1990. Si riportano, nei prossimi capitoli, la natura, la metodologia di posa e le tecniche di produzione del materiale FRP (Fiber Reinforced Polymer), finalizzati al rinforzo strutturale. In particolare, viene analizzato il comportamento meccanico del materiale in questione, tenendo conto la sua durabilità, i fattori di esposizione ambientale e la risposta del materiale alla sollecitazione del carico; per giungere, poi, al calcolo della resistenza di progetto del materiale e il progetto di per sé del rinforzo nel suo complesso. Le fibre impiegate, hanno la principale funzione di fornire rigidezza e resistenza, mentre la matrice polimerica funge da attacco delle fibre all'elemento strutturale, permettendo il trasferimento dei carichi. Il vantaggio nell'impiego dei materiali FRP come materiale di rinforzo è dato dall' elevata resistenza che questo materiale fornisce, anche in termini di resistenza alla corrosione ed ottime proprietà meccaniche, senza dover effettuare un intervento invasivo sulla struttura. L'utilizzo di questi materiali non è esplicitamente normato nelle NTC, ma vi è in queste, il riferimento, per il rinforzo con materiali non tradizionali, ai documenti tecnici del CNR (Consiglio Nazionale delle Ricerche). In particolare, in questa tesi, si è fatto riferimento al DT 200 R1/2013. Per quanto riguarda le normative a cui attenersi, durante la progettazione di un rinforzo in FRP, vi sono anche la circolare del T.U./08 del 2 Febbraio 2009 n. 617, la quale tratta del rinforzo e ripristino di muratura e cemento armato. Inoltre, l'assemblea Generale Consiglio Superiore LL PP ha recentemente approvato le Linee Guida per la Progettazione, l'Esecuzione il Collaudo di Interventi di Rinforzo di strutture in c.a., c.a.p. e murarie mediante FRP (24 luglio 2009). Altre indicazioni e linee guida sono presentate nell' American Concrete Institute ACI 440.2R-02 "Guida per il progetto e la costruzione di strutture in cemento armato rinforzate esternamente con sistemi in FRP". Il rinforzo degli elementi in c.a. riguarda le strutture esistenti aventi una vita utile maggiore di trent'anni, ed è volto a ridurre la loro vulnerabilità grazie ai materiali innovativi di origine polimerica. In particolare, vengono utilizzate resine termoindurenti (maggiormente impiegate) o termoplastiche, arricchite con fibre. Il materiale composito è considerato un continuo non omogeneo e può essere "quasi isotropo" quando le fibre al suo interno sono orientate rispetto

agli assi di simmetria dell'elemento strutturale, oppure, nel maggior numero di casi, è anisotropo, con la disposizione delle fibre casuale; assume inoltre un comportamento elastico lineare sino alla rottura. L'impiego di materiale composito come materiale da costruzione, risulta conveniente poiché a parità di rigidezza, rispetto ad un materiale da costruzione tradizionale, questo può avere una densità minore di circa la metà. Questo risulta essere di grande vantaggio, per quelle strutture con notevole peso. È importante sottolineare che il materiale composito ha elevata resistenza a trazione (fino a quattro volte superiore rispetto ai materiali tradizionali); la sua resistenza a compressione, invece, è di circa 1/8 di quella a trazione. È importante sottolineare, però, che le prestazioni del materiale FRP possono variare in base al tipo di fibra impiegata, anche a seconda della loro concentrazione e disposizione; inoltre, determinante è l'adesione fibra-matrice e le proprietà di quest'ultima.

• La matrice polimerica:

Le resine applicate, chiamate anche matrice, concorrono a determinare le prestazioni degli FRP; essa ha, tra le molteplici funzioni, anche quella di:

- Trasferire gli sforzi tra le fibre di rinforzo e la struttura;
- Proteggere le fibre dai danni meccanici e ambientali;
- Garantire il supporto laterale nei confronti del collasso delle fibre sottoposte a compressione;
- Mantenere la posizione delle fibre sotto carico, deformandosi e distribuendo gli sforzi lungo le fibre.

Si presentano allo stato liquido o semiliquido e sono costituite da due o più fasi di natura differente, per far innescare la reazione di reticolazione e il conseguente indurimento a temperatura ambiente; ed una interfase che permette l'adesione alla struttura. Resistono bene agli agenti chimici, hanno una bassa viscosità allo stato fluido, il che permette di inglobare con facilità le fibre. Il loro svantaggio però è il comportamento fragile e la sensibilità alle alte temperature di esercizio limitata dalla temperatura di transizione vetrosa Tg (temperatura alla quale avviene il passaggio dalla fase vetrosa, con comportamento fragile, a quella gommosa); infatti, le matrici polimeriche, in sé, sono isotrope, con comportamento viscoelastico; tuttavia questo comportamento può essere fortemente influenzato dalla velocità di carico e dalla temperatura. D'altro canto, se l'innalzamento della temperatura rende più deformabile la matrice polimerica, con l'aumento della velocità di carico si ha l'esatto contrario, cioè, la matrice diventa rigida e fragile; mentre la diminuzione della velocità incrementa la duttilità. Anche l'umidità determina una diminuzione delle proprietà meccaniche delle matrici, abbassando la temperatura di transizione vetrosa. Vi sono due tipi di matrice polimerica: le termoplastiche e le termoindurenti. Le più utilizzate sono quelle polimeriche a base di resine termoindurenti, per il loro costo contenuto e la facilità di applicazione. Attualmente in commercio sono disponibili anche matrici organiche, per esempio matrici cementizie, utilizzate nell'impregnazione di tessuti in fili di acciaio.

> Resine termoindurenti:

Le resine termoindurenti sono ottenute da una trasformazione chimica irreversibile, in genere una reazione esotermica senza formazione di prodotti secondari condotta sia a temperatura ambiente che a temperature più elevate. Disponibili a temperatura ambiente in forma liquida o pastosa, queste resine reticolano tramite miscelazione con un reagente, fino a diventare un materiale solido vetroso. Il tempo di emivita (pot life o gel life) è il tempo entro il quale comincia il processo di polimerizzazione una volta aggiunto il reagente e rappresenta un'informazione di fondamentale importanza da conoscere per le applicazioni, in quanto può variare da alcuni minuti ad alcune ore.

Le matrici termoindurenti presentano numerosi vantaggi:

- Bassa viscosità allo stato fluido e conseguente facilità di impregnazione delle fibre;
- Ottime proprietà adesive;
- Capacità di reticolare anche a temperatura ambiente o a temperature superiori;
- Buona resistenza agli agenti chimici;
- Buona stabilità termica (assenza di una temperatura di fusione);
- Comportamento viscoso e rilassamento ridotto rispetto alle resine termoplastiche.

Tuttavia, le temperature di esercizio sono piuttosto basse, delimitate superiormente dalla temperatura di transizione vetrosa e diminuite ulteriormente dal fatto che in fase di applicazione le resine assorbono umidità dall'ambiente.

Le resine termoindurenti più diffuse sono quelle epossidiche, seguite poi delle resine poliestere e vinilestere.

• Resine epossidiche:

Sono le resine maggiormente utilizzate nei sistemi FRP per il rinforzo strutturale per le loro ottime proprietà adesive, la buona resistenza all'umidità e agli agenti chimici e il fenomeno di ritiro meno pronunciato. Il reagente principale, costituito da liquido organico a basso peso molecolare contenente gruppi epossidici, è disponibile allo stato fluido, cui viene aggiunto, nella fase precedente all'applicazione, un agente reticolante per favorire il processo di polimerizzazione.

Generalmente le temperature di esercizio si attestano intorno ai 60°C (per temperature superiori le resine vanno opportunamente selezionate), fino ad un massimo di 125-150°C.

La resina epossidica e l'agente reticolante più utilizzati sono il DGEBA (diglicidiletere del disfenolo A) e il DETA (diethylenetriamine).

• Resine poliestere:

Rispetto alle resine epossidiche le resine poliestere insature sono caratterizzate da viscosità inferiore, proprietà meccaniche più scarse, e più ridotte proprietà adesive. Il reagente principale, costituito da polimeri lineari ad alto peso molecolare, è disponibile a temperatura ambiente allo stato solido, cui viene aggiunto un solvente (monomero reattivo, in genere stirene) capace di ridurre la viscosità della resina per l'applicazione. In commercio sono disponibili diversi tipi di resine poliestere insature: ortoftaliche, isoftaliche, bisfenoliche.

• Resine vinilestere:

Sviluppate per combinare i vantaggi delle resine epossidiche e delle resine poliestere insature, sono particolarmente idonee nelle applicazioni in ambienti chimicamente aggressivi ad elevata temperatura. Sono note per la loro durezza, flessibilità, e resistenza agli agenti chimici.

Resine termoplastiche:

Le matrici termoplastiche non subiscono alcuna trasformazione chimica, ma, riscaldate fino alla temperatura di fusione T_m (melting temperature), maggiore della temperatura di transizione vetrosa T_g , sono in grado di rammollire, per ritornare allo stato solido una volta raffreddate. Rispetto alle resine termoindurenti presentano diversi vantaggi, tra cui:

- Possibilità di essere impiegate in ogni momento con un trattamento termico;
- Maggiore tenacità;
- Temperature di esercizio più elevate (in alcuni casi);
- Maggiore resistenza ai fattori ambientali;
- Elevata resistenza agli urti e alla frattura.

Tuttavia, l'elevata viscosità di queste resine, con le conseguenti difficoltà nell'impregnazione delle fibre, costituisce l'ostacolo principale alla loro diffusione, unita alla necessità di utilizzare tecniche di applicazione più complesse e costose.

La resina termoplastica più diffusa è il PEEK (polieterecterechetone).

• Riempitivi:

I riempitivi (fillers), disponibili in diverse forme, vengono aggiunti alla matrice termoindurente o termoplastica, poichè permettono di ottenere una serie di miglioramenti alle matrici termini di:

- Minor costo delle resine;
- Maggior controllo del fenomeno del ritiro;

- Miglioramento delle proprietà meccaniche;
- Conferimento di proprietà ignifughe;
- Miglioramento del trasferimento dei carichi alle fibre e riduzione della fessurazione in zone non armate (nel caso di impieghi strutturali).

I filler più utilizzati sono: argilla, carbonato di calcio, fibre di vetro corte.

o Adesivi:

Gli adesivi sono materiali di natura polimerica utilizzati per incollare le lamine pultruse in FRP sul supporto, garantendo anche il trasferimento degli sforzi in modo uniforme. Nell'applicazione di tessuti in FRP le resine svolgono anche il ruolo di adesivo.

Fondamentale per una buona riuscita dell'intervento è il trattamento superficiale da eseguire prima della stesura dell'adesivo, con l'obiettivo di pulire la superficie di applicazione e modificarla chimicamente, favorendo la formazione di legami più forti con l'adesivo. In alcuni casi, può essere utile applicare un primer prima dell'adesivo, per migliorare l'adesione del materiale di rinforzo al supporto.

In commercio sono disponibili diversi tipi di adesivi naturali e sintetici, tuttavia, per i materiali compositi risultano più idonei gli adesivi a base di resine epossidiche, che si presentano come una miscela viscosa bicomponente che indurisce a seguito di una reazione chimica di reticolazione. Il tipo di adesivo e di trattamento superficiale dipendono dalla natura del supporto da rinforzare e dal materiale composito scelto, tenendo conto che le proprietà dell'adesivo possono essere alterate dalle condizioni ambientali (umidità, gelo, alte temperature).

• Le fibre:

L'applicazione del materiale fibrorinforzato può essere eseguita tramite lamine monostrato, dove le fibre vengono disposte in un unico strato; oppure laminati, nei quali le fibre si dispongono liberamente. Le fibre, responsabili della rigidezza conferita alla struttura da rinforzare, sono di diversi tipi, forme, composizione e modalità di produzione; si presentano come filamenti sottili, in particolare, vengono distinti secondo la loro forma seguente:



Figura 1.1 (Fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

- Filamento (monofilament): unità di base con diametro circa pari a 10 μm;
- Cavo di filatura (tow o strand): fascio formato da migliaia di filamenti paralleli, senza torsione, destinato ad essere filato o strappato;
- Filo o filato (spun yarn): filo formato da fibre avvolte elicoidalmente;
- Filo assemblato (roving): fascio ottenuto da yarn assemblati parallelamente e senza torsione.

Questi fasci o fili, possono essere tra loro combinati, a formare un telo di fibre disposte casualmente:

- Chopped strand mat, oppure di fibre corte (continous strand mat), avendo tenuta grazie ad un legante chimico.
- Veil: intreccio di fibre, molto sottile, utilizzato superficialmente sul composito per migliorarne la resistenza.
- Tessuti (fabric): tessuti ottenuti tramite cucitura o incollatura di più strands; questi vengono forniti in rotoli e sono pronti all'utilizzo direttamente in cantiere. Si distinguono a seconda della disposizione delle fibre: i tessuti monodirezionali, con le fibre tutte orientate nella direzione principale (ordito, *warp*), bidirezionali, con fibre disposte nella direzione della trama (*weft*) e ordito in maniera bilanciata, e multiassiali, con fibre orientate in più direzioni.



Figura 1.2 Chopped strand mat GFRP e vari tipi di tessuti disponibili (Fidia Technical Global Services)

Le fibre sono definite dalla loro composizione chimica e dal Tex, unità di misura la quale esprime la massa per unità di lunghezza;

$$1 \text{ Tex} = \frac{\text{g}}{\text{Km}} \text{ fibra (1.1)}$$

I tipi di fibre più utilizzate sono di vetro, di carbonio o arammidiche. Ultimamente sono di largo impiego anche le fibre di basalto. Tutte differiscono tra di loro per proprietà meccaniche quali modulo elastico, resistenza a trazione, densità e coefficiente di dilatazione termica α .

Di seguito si riportano le curve di sforzo – deformazione per i tipi di fibra sopra citate, sottoposte a trazione monoassiale:



Figura 1.3 (Fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

Si confrontano, inoltre, le proprietà meccaniche delle fibre con l'acciaio da costruzione:

	Modulo di elasticità normale	Resistenza a trazione	Deformazione ultima	Densità	Coefficiente di dilatazione termica
	E	σr	٤r	ρ	α
	[GPa]	[MPa]	[%]	[g/cm ³]	[10 ⁻⁶ °C ⁻¹]
Fibre di vetro E	70-80	2000-3500	3,5-4,5	2,5-2,6	5-5,4
Fibre di vetro S	85-90	3500-4800	4,5-4,5	2,46- 2,49	1,6-2,9
Fibre di carbonio (alto modulo)	390-760	2400-3400	0,5-0,8	1,85-1,9	-1,45
Fibre di carbonio (alta resistenza)	240-280	4100-5100	1,6-1,73	1,75	-0,60,9
Fibre arammidiche	62-180	3600-3800	1,9-5,5	1,44- 1,47	-2
Acciaio da costruzione	206	250-400 (snervamento) 350-600 (rottura)	20-30	7,8	10,4

Tabella 1.1 (Fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

• Fibre di vetro:

I compositi con fibre di vetro, vengono denotati come GFRP. Sono caratterizzate da una resistenza medio-alta, un basso costo, hanno un modulo elastico inferiore rispetto alle fibre in carbonio o quelle arammidiche presentando un modulo di elasticità normale di 70-90 GPa a seconda del tipo di vetro. Si avvalgono però di una buona durabilità e resistenza a fatica; ma sono sensibili al fenomeno di scorrimento viscoso (creep).

La tecnologia di produzione consiste nella filatura da fuso, grazie alla quale, si ottengono dei filamenti poi raggruppati a sua volta, formando delle trecce (strand); questi vengono, poi, raggruppati in roving. Le fibre di vetro, vengono anche commercializzate in forma di mat, tessuti o barre. I tipi di fibra di vetro, si distinguono in base alla loro composizione chimica in due categorie:

- E-glass (Electric): formato da silicato di calcio, utilizzato nei processi di stampaggio e nel campo elettrico per le sue elevate proprietà di isolamento elettrico;
- S-glass (Strenght): formato da silicato di magnesio, garantisce resistenze notevoli anche a temperature elevate, ma presenta scarsa resistenza in ambiente alcalino.

Per aumentare la resistenza all'abrasione, e prevenire che il materiale si danneggi durante il suo utilizzo, sulla superficie del mat, viene applicato uno strato protettivo tramite i trattamenti di ensimaggio (sizing); tale rivestimento promuove anche l'adesione tra fibre e matrice e costituisce una protezione nei confronti dell'umidità e degli agenti alcalini, cui le fibre di vetro sono particolarmente sensibili. Questo trattamento risulta pertanto molto utile per incrementare la durabilità e la resistenza a fatica del materiale composito.



Figura 1.4 Esempio di tessuto unidirezionale in GFRP

• Fibre di carbonio:

Per quanto riguarda, invece, le fibre di carbonio, denotate con la sigla CFRP, queste vanno a costituire i compositi ad alte prestazioni; per questo, dato il loro costo elevato, non sono di largo impiego nel campo edile. Le proprietà delle fibre dipendono dal processo tecnologico di produzione e dal materiale di base, detto precursore, rappresentato principalmente da bitume (pitch), poliacrilonitrile (PAN) e rayon. La tecnologia di produzione di tali fibre si basa sulla pirolisi, cioè la decomposizione termica in assenza di ossigeno dei precursori. Questi vengono prima "stabilizzati", cioè sottoposti a trattamento termico a 200-240 °C in aria, poi

carbonizzati a 1500 °C in atmosfera inerte, ed infine sottoposti a trattamento di grafitizzazione in atmosfera inerte a 3000 °C.

Sono caratterizzate da un comportamento a rottura fragile con tensioni di rottura elevate e basso assorbimento di energia. Hanno un elevato modulo di elasticità normale, hanno un'alta resistenza. Sono anche meno sensibili al fenomeno di creep (scorrimento viscoso).

Le fibre di carbonio, subiscono dei trattamenti con materiali epossidici, per via della difficoltà ad impregnarle con la resina; questo favorisce la compatibilità della fibra con la resina epossidica, aumenta, inoltre, la resistenza all'abrasione consentendo una maggiore lavorabilità.



Figura 1.5 Barre in CFRP

• Fibre arammidiche:

Le fibre arammidiche AFRP, sono di natura organica, estremamente orientate, costituite da poliammidi aromatiche; hanno elevata resistenza meccanica fino a 5 volte maggiore di quella dell'acciaio; sono caratterizzate da un'elevata tenacità ed elevata resistenza all'abrasione. Il loro modulo elastico è intermedio tra quello delle fibre di vetro e quelle di carbonio. Inoltre le fibre arammidiche garantiscono un'eccellente resistenza agli urti, immagazzinando notevole energia nella fase di rottura. Tuttavia la forte anisotropia del materiale influisce sulla resistenza a compressione, pari circa ad circa 1/8 di quella a trazione. Queste fibre, però, sono sensibili all'umidità e all'esposizione ai raggi UV (le proprietà meccaniche possono diminuire fino al 50% nel caso di esposizione alla luce del sole). I comportamenti viscoso e a fatica sono simili alle fibre di vetro, ma con valori di resistenza più elevati, mentre il rilassamento è più marcato nel tempo.

La tecnologia di produzione di tali fibre si basa sull'estrusione e sul successivo raffreddamento veloce (*quenching*) ed essiccamento del polimero. Le fibre vengono poi sottoposte ad un trattamento di orientazione a caldo nella fase di *post-spinning* (avvolgimento su bobine ad elevata velocità), che permette di migliorarne le caratteristiche meccaniche. Le fibre in oggetto, si trovano in commercio sotto forma di yarn, roving e tessuti.



Figura 1.6 Esempio di tessuto unidirezionale in fibra arammidica (Fidia S.r.l. Technical Global Services)

• Fibre di basalto:

Sono fibre di origine naturale, caratterizzate da un basso costo unito a delle buone proprietà meccaniche, soprattutto alle elevate temperature; per questo, negli ultimi tempi, è stato introdotto nell'impiego edile. La tecnica di produzione è basata sulla filatura di rocce basaltiche fuse, senza aggiunte di precursori o additivi. Diversi tipi di fibra, vengono ottenute a seconda del tipo di roccia impiegata; con conseguenti diverse caratteristiche fisiche e meccaniche. Le fibre di basalto, presentano ottima resistenza all'attacco chimico, alle alte temperature ed hanno ottime capacità di isolamento acustico. Un vantaggio di queste fibre, rispetto a quelle di vetro, è che non contenendo al loro interno aria o acqua, non presentano reazioni chimiche in ambiente alcalino. Per questo, il loro impiego si sta espandendo non solo nel campo edile, ma in tutte le applicazioni, in sostituzione alle fibre di vetro.



Figura 1.7 Tessuto unidirezionale in fibra di basalto (Fidia S.r.l. Technical Global Services)

• Fili di acciaio:

I compositi costituiti da fili di acciaio vengono denominati SRG (Steel Reinforced Grout) o SRP (Steel Reinforced Polymer), a seconda del tipo di matrice utilizzata: cementizia nel primo caso, polimerica nel secondo.

Questi sono costituiti da fili di acciaio di tipo UHTSS (Ultra High Tensile Strenght Steel), riuniti in micro trefoli ad altissima resistenza e termosaldati su una rete in fibra di vetro non strutturale

che ne facilita la posa e la lavorabilità. I fili hanno generalmente un diametro di 0,20-0,48 mm, che permettono di avere trefoli di diametri molto contenuti (0,89-1,02 mm), consentendo di ridurre lo spessore del sistema e di aumentarne la lavorabilità.

Le prestazioni del rinforzo in tal caso sono strettamente correlate al numero di fili che costituiscono il trefolo, alla loro modalità di intreccio e alla densità del tessuto (numero di trefoli per unità di lunghezza).

Compositi di tipo SRG e SRP presentano numerosi vantaggi rispetto ai comuni FRP:

- Incremento maggiore della duttilità dell'elemento rinforzato (rispetto ai compositi tradizionali);

- Maggiore compatibilità con qualsiasi tipo di resina (termoplastica o termoindurente);

- Resistenza al fuoco (l'utilizzo di malte cementazione permette il raggiungimento di temperature più elevate prima del decadimento delle proprietà del materiale);

- Maggior facilità di messa in opera;

- Minor costo.



Figura 1.8 Trefoli costituenti sistemi SRG e SRP (A. Borri, G. Castori et al.)

I sistemi di rinforzo sono classificati in base alla loro morfologia ed in base alla specifica necessità di applicazione. Questi si distinguono in:

- Sistemi preformati (precured systems): elementi preconfezionati in stabilimento, tramite le diverse tecniche di produzione come la pultrusione o laminazione, sotto forma di barre, lamine o nastri; questi vengono poi sfruttati come rinforzo, incollandoli all'elemento strutturale da rinforzare.

- Sistemi preimpregnati (prepreg systems): mat o tessuti di fibre preimpregnati con resina parzialmente polimerizzata, incollati sulla struttura da rinforzare, servendosi di ulteriore resina durante l'applicazione.

- Sistemi impregnati in situ (wet lay-up systems): mat o tessuti di fibre impregnati con resina in situ, applicati direttamente sul substrato interessato (calcestruzzo o muratura).

CAP 2. Tecniche di produzione

Esistono diverse tecniche di produzione degli FRP. Nella seguente sezione sono descritti i metodi più comuni utilizzati per la produzione di compositi in campo civile.

> Pultrusione:

Si tratta di un processo a stampo chiuso (formato da due stampi, ognuno a contatto con una delle facce del polimero da trattare), che permette di ottenere compositi a sezione trasversale costante e della lunghezza voluta, generalmente si sfrutta questo metodo per la produzione di lamine fibrorinforzate. Il processo consiste nell'immersione di fibre continue, prelevate da rastrelliere che ne uniformano la disposizione, in un bagno di resina contenente anche il catalizzatore ed eventuali additivi. La resina in eccesso viene rimossa durante il passaggio nel dosatore e riportata nella vasca. Le fibre così impregnate vengono fatte passare in uno stampo riscaldato elettricamente (die) dove avviene la maturazione del materiale solido sotto pressione, in modo da eliminare i vuoti tra le fibre e garantire la continuità del materiale in direzione trasversale. Il materiale, all'uscita dallo stampo, ormai solidificato, viene afferrato da un traino e tagliato alla lunghezza desiderata tramite una sega circolare finale. A seconda delle esigenze è anche possibile aggiungere strati di mat o tessuti per rinforzare il materiale, mentre la tessitura, l'avvolgimento e l'intreccio delle fibre direttamente sulla linea di produzione sono possibili con appositi apparecchi.

La pultrusione permette di ottenere compositi leggeri e resistenti alla corrosione, come lamine, barre, cavi da precompressione, profili a sezione sagomata e piastre.

L'immagine seguente schematizza il processo di pultrusione.



Figura 2.1 Schematizzazione del processo di pultrusione (fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

Laminazione (Lay–up):

La laminazione presenta diversi vantaggi rispetto alla pultrusione per la sua estrema versatilità, che garantisce assoluta libertà nell'orientazione delle fibre e nella curvatura dei pezzi e permette la realizzazione di forme complesse senza costi eccessivi. Il principale ostacolo è rappresentato invece dalla lunghezza del ciclo di produzione anche per compositi semplici; infatti, con questo metodo, si riesce a produrre 0.5 kg/h di materiale, considerando componenti non troppo complessi.

Le fasi principali del processo produttivo possono essere così sintetizzate:

- Preparazione dello stampo e del materiale;

- Laminazione (taglio, sovrapposizione degli strati e compattazione): possono essere utilizzate fibre secche impregnate durante il processo o preimpregnati a fibre continue;

- Confezionamento del sacco da vuoto (foglio in materiale plastico poroso): il vuoto, creato con l'ausilio di una valvola collegata ad una pompa, sottopone tutta la superficie a uno stato di compressione uniforme, permettendo la fuoriuscita dell'aria e dei solventi e la compattazione degli strati;

- Reticolazione (a temperatura ambiente, in forno o in autoclave);
- Ispezione (visiva, con ultrasuoni o raggi UV);
- Finitura (taglio dei bordi con fresa o getto d'acqua ad alta pressione).

Tale processo, noto anche come vacuum compaction process o lay-up, viene usato per compositi innovativi, principalmente nel settore aereonautico, aerospaziale, automobilistico e dei trasporti. Nel settore delle costruzioni è infatti più immediato utilizzare la laminazione manuale (wet lay-up), descritta nel punto successivo.

L'immagine seguente rappresenta un esempio di sacco da vuoto.



Figura 2.2 Esempio di sacco da vuoto (fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

Laminazione a umido (Wet lay-up):

È una delle tecniche maggiormente utilizzata in situ, effettuata a stampo aperto (il prodotto è a contatto con la superficie dello stampo solo su una faccia); è strutturata in due fasi: la stratificazione manuale del materiale e la successiva polimerizzazione. Nella prima fase, viene applicato sul supporto rigido della forma desiderata, uno strato di tessuto o mat, con rulli o pennelli, il quale poi, viene impregnato con la resina premiscelata con un catalizzatore; il tutto viene passato poi con un rullo al fine di eliminare vuoti e bolle d'aria dall'interno. Per aumentare la qualità della superficie a contatto con lo stampo può essere utile applicare su questo resine particolari, dette gel-coats, che rappresenteranno lo strato più esterno del composito. Il processo viene ripetuto fino alla sovrapposizione del numero di strati voluti, anche se è sconsigliato l'impiego di un numero di strati di tessuto superiore a 5. Quest'applicazione non necessita di alte temperature, viene eseguita quindi in tempi brevi, a temperatura ambiente, senza dover riscaldare la superficie del composito; anche se può essere accelerata portando la temperatura a 60-100°C. Tale tecnica di produzione è la più semplice e tradizionale e viene usata in cantiere nella stesura dei compositi in situ.

La seguente immagine schematizza il processo di wet-lay up.



Figura 2.3 Schematizzazione del processo di wet lay-up (fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

2.1. Comportamento meccanico dei sistemi di rinforzo

Come già accennato, i sistemi compositi sono materiali eterogenei ed anisotropi, in quanto costituiti da due o più materiali diversi distinguibili e con comportamento dipendente dalla posizione e dalla direzione di sollecitazione.

Tuttavia, nella pratica progettuale, al fine di semplificare la trattazione meccanica, è possibile schematizzare il sistema come un materiale continuo omogeneo equivalente, ipotizzando un comportamento elastico lineare fino a rottura. Dove le fibre svolgono un'importante ruolo fornendo all'FRP resistenza e rigidezza. La matrice, d'altro canto, svolge la funzione di trasferimento degli sforzi tra fibre ed elemento strutturale da rinforzare.

La seguente immagine illustra il legame costitutivo di un FRP unidirezionale e dei suoi costituenti (fibre e matrice). Si può notare come il sistema composito abbia la stessa deformazione ultima delle fibre, $\varepsilon_{fib,max}$, poiché oltre tale livello non è più possibile il trasferimento degli sforzi dalla matrice alle fibre.



Figura 2.1.1 Legame costitutivo di fibre, matrice e sistema composito

(fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

Inoltre, è importante sottolineare che i sistemi in FRP sono considerati solo sottoposti a stati tensionali di trazione. Infatti la resistenza a compressione nella direzione delle fibre è decisamente inferiore rispetto a quella a trazione: la resistenza a compressione è risultata pari al 55, 78 e 20% della resistenza a trazione di sistemi in GFRP, CFRP, AFRP.

Il comportamento meccanico degli FRP dipende da diversi fattori:

- Geometria del composito;

- Tipo di fibre utilizzate e loro disposizione: la resistenza sarà maggiore nella direzione delle fibre e minore in direzione ortogonale;

- Concentrazione delle fibre (frazione in volume e dispersione): il modulo elastico dell'FRP E_f e la resistenza ultima a trazione f_f nella direzione delle fibre aumentano con l'aumentare della frazione volumetrica (rapporto tra volume delle fibre e volume totale del composito) V_{fib} , mentre la forza ultima a rottura F_{fu} e la rigidezza estensionale ε_{fu} rimangono invariate.

 $E_{f} = V_{fib} \cdot E_{fib} + (1 - E_{matrice}) E_{matrice} \quad (2.1.1)$ $f_{f} = V_{fib} \cdot f_{fib} + (1 - V_{fib}) f_{matrice} \quad (2.1.2)$

Un ruolo importante nella definizione del comportamento meccanico è giocato anche dall'angolo di inclinazione delle fibre rispetto alla direzione di carico: infatti i compositi presentano una maggiore resistenza nella direzione principale delle fibre.

> Definizione delle proprietà meccaniche in situ

La definizione delle proprietà meccaniche dei materiali compositi, basata sulla realizzazione di prove sperimentali, può essere diversa a seconda del tipo di rinforzo applicato. Le proprietà meccaniche dei diversi tipi di rinforzo vengono definiti facendo riferimento all'area della sezione retta di tessuto.

Possono essere individuati principalmente tre tipi di sistemi di rinforzo:

- Sistemi preformati (precured systems): rappresentati in genere da laminati pultrusi incollati mediante adesivo all'elemento strutturale, o da barre in FRP;

- Sistemi impregnati in situ (wet lay-up systems): rappresentati da tessuti uni o multidirezionali direttamente impregnati in cantiere;

- Sistemi preimpregnati (prepreg systems): costituiti da tessuti non polimerizzati ed eventualmente pre-impregnati dall'azienda produttrice, avvolti in rotoli e racchiusi tra due film distaccanti, applicati all'elemento strutturale con o senza resine aggiuntive.

Il modulo elastico, E_f , e la resistenza, f_f , degli FRP possono essere riferiti sia all'area netta delle fibre che all'area totale del composito, calcolata con riferimento a tutta la sezione trasversale. In genere si preferisce utilizzare l'area totale nel caso di lamine pultruse, poiché è noto lo spessore e il rapporto tra fibre e resina, mentre l'area netta delle fibre (area equivalente) viene usata nel caso di sistemi wet lay-up, in cui è difficile stimare a priori lo spessore finale del rinforzo.

Nel primo caso si avranno valori di resistenze e moduli elastici più bassi, mentre nel secondo caso si avranno valori maggiori, poiché l'area totale è sicuramente maggiore dell'area netta delle fibre.

In ogni caso è comunque possibile confrontare i due metodi usati, facendo riferimento alla resistenza e al modulo elastico per unità di larghezza.

• Area totale:

L'area della sezione retta è data dal prodotto tra spessore e larghezza effettivi del composito. Considerando b_f la larghezza e s_f lo spessore del laminato, l'area della sezione retta è pari a:

$$A_f = b_f \cdot s_f \quad [mm^2] \quad (2.1.3)$$

In tal caso le proprietà meccaniche definite come:

$$f_f = F_{fu}/A_f \quad (2.1.4)$$
$$E_f = F_{fu}/(A_f \cdot \varepsilon_{fu}) \quad (2.1.5)$$

con F_{fu} la forza ultima e ε_{fu} deformazione ultima, determinate sperimentalmente.

• Area equivalente:

L'area equivalente rappresenta l'area resistente, nella direzione considerata, del tessuto impiegato nella realizzazione di sistemi wet lay-up (impregnazione delle fibre in situ). Questa viene calcolata sulla base dell'area nota di fibre, senza tener conto della larghezza totale e dello spessore del sistema di rinforzo, dati difficili da stimare a priori proprio nei sistemi impregnati in situ.

L'area equivalente o resistente, Afib, può essere calcolata con la seguente formula:

$$A_{fib} = \frac{T_x \cdot N_f}{10^4 \cdot \rho_{fib}} \cdot b_f \qquad [mm^2] \quad (2.1.6)$$

dove: Tx= titolo del filato [Tex]

N_f= numero di filati per unità di larghezza [n°/cm]

 ρ_{fib} = densità delle fibre [g/cm3]

b_f= larghezza del tessuto [mm].

Per tessuti bilanciati, cioè con lo stesso numero di fibre nella direzione di trama e ordito, l'area resistente può essere ricavata conoscendo la grammatura pt (massa del tessuto per unità di area, [g/m2]:

$$A_{fib} = \frac{p_t}{2 \cdot \rho_{fib}} \cdot \frac{b_f}{10^3} \qquad [mm^2] \quad (2.1.7)$$

$$p_t = \frac{T_x \cdot N_f}{10}$$
 (2.1.8)

Per tessuti unidirezionali la formula può ulteriormente semplificarsi:

$$A_{fib} = \frac{p_t}{\rho_{fib}} \cdot \frac{b_f}{10^3} \qquad [mm^2] \quad (2.1.9)$$

In alternativa, per tessuti bilanciati o monodirezionali, l'area resistente può essere riferita allo spessore di una lastra equivalente costituita da sole fibre. Lo spessore equivalente, t_f , è definito come:

$$t_f = \frac{A_{fib}}{b_f}$$
 [mm] (2.1.10)

• Area equivalente per barre di FRP

La sezione equivalente di una barra viene determinata su provini di lunghezza pari a 200 mm, seguendo la procedura A dello standard ASTM D 618.

Determinata la lunghezza media l_b (pari al valore medio di tre lunghezze relative a tre generatrici sfalsate di 120°), l'area della sezione equivalente viene calcolata come:

$$A_p = \frac{V_1 - V_0}{l_b} \quad (2.1.11)$$

dove V_1 e V_0 sono il volume del liquido, in cui viene immersa la barra di composito, prima e dopo l'immersione.

Il corrispondente diametro d_b viene denominato diametro nominale.

Nei punti seguenti vengono presentate nello specifico le formulazioni matematiche del legame costitutivo di un materiale composito.

Legame costitutivo:

Considerando un generico punto di un materiale continuo elastico lineare e rappresentando gli stati di sforzo e deformazione con il tensore degli sforzi, σ , e il tensore delle deformazioni, ε , risulta valida la legge di Hooke generalizzata (o legame costitutivo elastico lineare):

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \underline{\sigma} = [C] \underline{\varepsilon} \quad (2.1.12)$$

con [C] matrice di rigidezza e 1,2,3 riferiti agli assi del sistema di riferimento.

Essendo la matrice delle rigidezze simmetrica, per definire compiutamente il comportamento di un materiale elastico e anisotropo occorrerebbe determinare 21 costanti elastiche indipendenti. Tuttavia il numero di queste costanti può essere ridotto considerando le proprietà di simmetria del materiale. Infatti molti compositi fibrorinforzati unidirezionali possono essere considerati come materiali trasversalmente isotropi: materiali che hanno un piano (tra i tre piani di simmetria ortogonali) in cui le proprietà sono identiche in tutte le direzioni.

Un materiale trasversalmente isotropo è un particolare tipo di materiale ortotropo, dove con materiale ortotropo si intende un materiale che possiede comportamento simmetrico rispetto a tre piani di simmetria, reciprocamente perpendicolari. Per un materiale ortotropo le proprietà sono quindi indipendenti nelle tre direzioni ortogonali e la legge di Hooke assume la forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{C}_{11} & \mathcal{C}_{12} & \mathcal{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{C}_{12} & \mathcal{C}_{22} & \mathcal{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{C}_{13} & \mathcal{C}_{23} & \mathcal{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \underline{\sigma} = [\mathcal{C}] \underline{\varepsilon} \quad (2.1.13)$$

Dove 1,2,3 sono gli assi naturali. Un materiale ortotropo è quindi definito da 9 costanti elastiche indipendenti.

Considerando compositi unidirezionali tale piano di simmetria è quello ortogonale alla direzione delle fibre (nel sistema di riferimento riportato nella Figura 2.1.2 il piano di isotropia è il piano (2,3));



Figura 2.1.2 Sistema di riferimento di un composito unidirezionale

(Fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

ed il legame costitutivo si esprime nella forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \underline{\sigma} = [C] \underline{\varepsilon} \quad (2.1.14)$$

in cui le costanti elastiche indipendenti da determinare si riducono da 21 a 5.

È spesso più utile utilizzare il legame costitutivo inverso:

$$\underline{\varepsilon} = [S]\underline{\sigma} \quad (2.1.15)$$

con [S] matrice di deformabilità (inversa della matrice di rigidezza), dove compaiono il modulo di Young o modulo di elasticità normale, E, il coefficiente di Poisson o coefficiente di contrazione trasversale, v, il modulo di elasticità tangenziale, G. Anche in questo caso la matrice di rigidezza è simmetrica e, per materiali trasversalmente isotropi, assume la forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{23})}{E_2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$
(2.1.16)

Le cinque costanti ingegneristiche (E_1 , E_2 , G_{12} , v_{12} , v_{23}) possono essere determinate con prove sperimentali.

Un' ulteriore semplificazione permette di ridurre le costanti a 4, considerando che i materiali fibrorinforzati sono in genere costituiti dall'incollaggio di più strati sottili unidirezionali detti lamine. Infatti, studiando la sola lamina, questa può essere schematizzata come uno strato di materiale trasversalmente isotropo in stato piano di tensione, in cui il legame costitutivo si semplifica nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{1}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{1}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{1}} & \frac{1}{E_{2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} (2.1.17)$$

Le quattro costanti vengono determinate con prove di trazione monoassiale cambiando l'angolo di inclinazione delle fibre, θ , rispetto alla direzione di carico: con $\theta=0^{\circ}$ si possono calcolare E_1 e v_{12} , con $\theta=90^{\circ}$ si calcola E_2 ; per calcolare G_{12} l'angolo θ dipenderà dalla geometria del rinforzo.

In questo modo, la conoscenza delle costanti ingegneristiche permette di definire completamente il comportamento di un materiale fibrorinforzato qualunque sia la direzione di sollecitazione (utilizzando opportune formule di trasformazione).

Modelli micromeccanici (slab model):

Considerando il caso di lamine unidirezionali, si valutano le proprietà meccaniche del materiale composito in direzione longitudinale attraverso un modello micromeccanico dove fibra e matrice lavorano in parallelo.

In questo modo, le costanti elastiche di un materiale fibrorinforzato unidirezionali possono essere stimate anche senza effettuare prove sperimentali, ma ricorrendo, appunto, a modelli micromeccanici, che considerano le proprietà delle singole fasi (fibre e matrice) e la loro frazione volumetrica $V_{\rm fib}$.

I modelli micromeccanici sono definiti a partire da un elemento rappresentativo di volume (RVE: Representative Volume Element), che corrisponde alla più piccola porzione di materiale che ne contiene tutte le caratteristiche principali.

Alla base dello studio micromeccanico dei compositi si trova la "regola delle miscele" (rule of mistures : ROM):

$$\rho_f = \rho_{fib} \cdot V_{fib} + \rho_{mat} \cdot V_{mat} \quad (2.1.18)$$

con ρ pari alla densità e V frazione volumetrica delle rispettive componenti (i pedici si riferiscono a composito, fibre e matrice); ed esattamente:

$$V_{mat} = \frac{\text{volume matrice}}{\text{volume totale}} \quad (2.1.19)$$
$$V_{fib} = \frac{\text{volume fibre}}{\text{volume totale}} \quad (2.1.20)$$

Considerando una lamina unidirezionale e ammettendo la perfetta aderenza tra matrice e fibre, tramite l'utilizzo della regola delle miscele è possibile stimare senza errori rilevanti il modulo di elasticità normale nella direzione delle fibre e il coefficiente di Poisson a partire dalla conoscenza delle proprietà meccaniche delle fibre e della matrice considerate singolarmente:

$$E_{1} = V_{fib} \cdot E_{fib} + (1 - V_{fib}) \cdot E_{mat} \quad (2.1.21)$$
$$v_{12} = V_{fib} \cdot v_{fib} + (1 - V_{fib}) \cdot v_{mat} \quad (2.1.22)$$

Si può giungere agli stessi risultati anche conoscendo le frazioni in peso P di fibra e matrice invece delle frazioni in volume , tenendo presente che:

$$V_{fib} = \frac{P_{fib}/\rho_{fib}}{P_{fib}/\rho_{fib} + P_{mat}/\rho_{mat}} \quad (2.1.23)$$
$$P_{fib} + P_{mat} = 1 \quad (2.1.24)$$

La stessa regola può anche essere applicata per determinare la resistenza finale del composito in funzione dei valori di resistenza di fibre e matrice, ma in tal caso non fornisce risultati affidabili.

Criteri di rottura

Per quanto riguarda il comportamento a rottura dei materiali compositi, fenomeno dipendente fortemente dal tipo carico e dalle proprietà delle singole fasi, ci si riferisce ad una scala macromeccanica non considerando il materiale eterogeneo, ma assumendolo omogeneo e ipotizzando il comportamento elastico lineare fino a rottura, questa di tipo fragile.

Il comportamento fragile degli FRP, visibile anche nel grafico riportato nella Figura 2.1.1 fa sorgere due questioni molto importanti:

- La fragilità dei materiali compostiti, che non hanno la stessa duttilità dell'acciaio, potrebbe limitare il comportamento duttile del calcestruzzo. Tuttavia questi materiali possono migliorare e la resistenza e la duttilità di elementi confinati (per esempio colonne);

- La distribuzione degli sforzi è limitata a causa della mancanza di duttilità, rendendo necessari criteri di progettazione del rinforzo diversi dai tradizionali rinforzi in acciaio).

Il criterio di rottura più semplice è quello dello sforzo massimo, che comunque si rivela affidabile e in accordo con i dati sperimentali solo per prove di trazione monoassiale con angoli di inclinazione delle fibre minori di 15° e maggiori di 45°.

Un altro criterio di rottura utilizzato è quello di Tsai-Hill del quale si riporta il grafico di seguito:



Figura 2.1.3 Sforzo a rottura a trazione al variare dell'angolo di rotazione θ

(Fonte: CNR-DT 200 R1/2013)

Si deduce, ulteriormente, che la resistenza e le proprietà del materiale composito sono variabili in base alla disposizione delle fibre al suo interno, in funzione della direzione d'applicazione del carico. Va sottolineato che, le fibre che attraversano la trave lungo la sua direzione longitudinale, non danno alcun contributo nel rinforzarla a taglio, bensì la lastra con le fibre disposte in qualunque direzione, esclusa quella parallela all'asse longitudinale della trave, fornisce il suo contributo di rinforzo e contrasta la rottura a taglio.

2.2. Requisiti fondamentali di durabilità

Il progetto di sistema di rinforzo deve soddisfare dei requisiti, quali, di esercizio, di collasso e durabilità nella sua vita utile. In particolare, il sistema di rinforzo deve eliminare o attenuare i rischi alla quale è soggetta la struttura ed eliminare, soprattutto, il rischio di collasso di natura fragile preesistenti all'intervento.

Durabilità:

La durabilità dei materiali compositi è strettamente correlata alle condizioni di esposizione dei sistemi di rinforzo e alle condizioni di carico. Infatti, le proprietà meccaniche, con particolare riferimento alla resistenza a trazione, al modulo elastico e alla deformazione ultima, possono essere considerevolmente ridotte in presenza di determinati condizioni ambientali.

In genere i produttori, nel determinare le proprietà meccaniche, si basano su prove sperimentali condotte in ambienti protetti e non tengono conto di questi effetti. Tuttavia la normativa italiana, CNR-DT 200 R1/2013 e Linee Guida per la Progettazione, l'Esecuzione il Collaudo di Interventi di Rinforzo di strutture in c.a., c.a.p. e murarie mediante FRP, fornisce dei coefficienti, denominati fattore di conversione ambientale e fattore di conversione per effetti di lunga durata, che permettono di tenere conto del degrado delle proprietà meccaniche dovuto alle condizioni ambientali e di carico. (Fattori di riduzione ambientale sono forniti anche dal Documento ACI 440.2R-02, concordi con quelli proposti nei documenti italiani).

Nei punti seguenti sono descritti gli effetti sulle proprietà meccaniche dei diversi fattori.

Fattori ambientali

L'ambiente di esposizione del sistema di rinforzo può incidere sulla durabilità di resine e fibre, degradandone le proprietà meccaniche. Per ritardare il processo di degrado è possibile applicare un manto protettivo (diverso a seconda del tipo di protezione richiesta) sulla superficie più esterna del rinforzo o incrementare lo spessore dello strato più esterno di resina.

Di seguito sono descritte le condizioni ambientali aggressive per i materiali compositi.

• Effetti da ambiente alcalino:

L'ambiente alcalino (ricco di ioni $Na^+ e K^+$), presente nei pori del calcestruzzo, reagendo con la silice amorfa S^* , in presenza di acqua, è responsabile del degrado della resina e dell'interfaccia. Infatti l'applicazione della resina ha la funzione di proteggere la fibra, ritardandone il degrado. Le resine epossidiche, da questo punto di vista, sono eccellenti, anche se, in ogni caso, è opportuno che il processo di reticolazione della resina sia terminato prima dell'esposizione.

Anche il tipo di fibra deve essere scelto in modo tale da garantire le migliori prestazioni possibili in tali ambienti: le fibre di carbonio sono sicuramente da preferire rispetto alle fibre di vetro.

• Assorbimento di umidità (acqua e soluzioni saline):

L'assorbimento di umidità, che può causare l'incurvamento del sistema di rinforzo, riguarda principalmente la resina, che può presentare plasticizzazione, riduzione della temperatura di transizione vetrosa T_g (con conseguenze sulle temperature di esercizio), perdita di rigidezza e resistenza. Fattori che condizionano l'assorbimento di umidità da parte del composito sono: tipo di resina, spessore del composito, condizioni di maturazione, interfaccia resina-fibra, processo di produzione e qualità del sistema.

• Temperature estreme e cicli termici:

Le alte temperature hanno effetti principalmente sulla risposta viscosa della resina, causando una progressiva diminuzione del modulo elastico. Al raggiungimento della temperatura di transizione vetrosa le prestazioni meccaniche subiscono una perdita notevole (a tal proposito si veda quanto citato nel cap.9). Inoltre l'esposizione a temperature elevate può causare il distacco tra il rinforzo e il substrato, con perdita di efficacia dell'intervento. Per questi motivi gli FRP non sono considerati particolarmente resistenti al fuoco, tuttavia tale problema può essere in parte ridotto scegliendo resine in modo tale che la temperatura di transizione vetrosa T_g sia sempre maggiore della temperatura di esercizio e, eventualmente, prevedendo rivestimenti protettivi intumescenti ed isolanti del sistema di rinforzo.

I cicli termici in genere non hanno effetti importanti sulle resine, anche se possono causare microfratture in sistemi costituiti da resine ad alto modulo.

• Cicli gelo-disgelo:

Le fibre hanno un comportamento eccellente a temperature molto basse. Infatti, al di sotto di 0°C, le resine polimeriche possono addirittura migliorare le proprie prestazioni meccaniche. Tuttavia, come negli altri casi, gli effetti dei cicli di gelo e disgelo si manifestano soprattutto sulle matrici e sull'interfaccia tra fibre e matrice, causando reciprochi distacchi.

La presenza di umidità può amplificare questi effetti, favorendo la propagazione di microfratture.

• Radiazioni ultraviolette (UV):

Le radiazioni ultraviolette non provocano effetti diretti sui sistemi di rinforzo, anche se alcune resine possono presentare danni superficiali; bensì effetti indiretti, legati alla penetrazione dell'umidità o altre sostante dannose attraverso la superficie danneggiata. Questi effetti possono essere ridotti tramite l'aggiunta di appropriati additivi alla resina o la protezione superficiale del sistema di rinforzo. Ovviamente i sistemi utilizzati come rinforzo interno di strutture in cemento, per esempio i sistemi NSM (Near Surface Mounted) o barre di FRP usate al posto dell'armatura in acciaio, non essendo direttamente esposte alle radiazioni solari, non risentono affatto di questi effetti. ➢ Fattori di carico

Le proprietà meccaniche dei sistemi di rinforzo in FRP sono condizionate anche dalle condizioni di carico, in particolare dai fenomeni di creep e fatica.

• Effetti di carichi e deformazioni a lungo termine (creep):

I materiali FRP sono soggetti a rottura per creep: sottoposti a carichi costanti nel tempo la rottura improvvisa può avvenire dopo un determinato periodo di tempo detto tempo di permanenza sotto carico. Tale tempo, noto anche come endurance limit, diminuisce al crescere del rapporto tra la tensione di trazione, cui è sottoposto il composito, e la resistenza a breve termine dello stesso e in presenza di condizioni ambientali sfavorevoli, precedentemente elencati.

Le proprietà meccaniche sotto carichi a lungo termine dipendono dalle proprietà sia delle resine che delle fibre. In generale le resine termoindurenti hanno un comportamento migliore rispetto alle termoplastiche, mentre le fibre contrastano la viscosità delle resine. Per questo tale fenomeno è particolarmente evidente per carichi ortogonali alla direzione delle fibre e per compositi con bassa frazione volumetrica di fibre. Inoltre, sotto tali condizioni, i compositi in fibra di carbonio mostrano una risposta migliore rispetto a compositi in fibre arammidiche e in fibre di vetro.

Per evitare la rottura per creep è necessario ridurre la tensione di lavoro del composito, mantenendola al di sotto del valore limite di rottura per viscosità.

• Effetti di fatica:

Generalmente i compositi hanno un buon comportamento a fatica, anche se i CFRP sono i meno soggetti a crisi. Per ora ancora non è possibile definire un chiaro livello di sollecitazione limite per fatica, ma anche in questo caso le condizioni ambientali sono in grado di influenzare negativamente il comportamento a fatica dei compositi.

Esposizione al fuoco

I materiali FRP sono particolarmente sensibili all'esposizione alle elevate temperature, come in caso di incendio. Le proprietà meccaniche vengono ridotte estremamente in breve tempo quando la temperatura di esposizione supera la T_g (temperatura di transizione vetrosa). Viene inoltre compromessa l'aderenza tra supporto e matrice polimerica, provocandone il distacco. Possono essere applicati dei rivestimenti protettivi, al fine di proteggere il rinforzo dall'attacco di incendio; in particolare, possono essere applicati dei pannelli intumescenti a base di calciosilicati che evitano la produzione di gas tossici, oppure degli intonaci protettivi applicati previo preparazione idonea della superficie di rinforzo con resina epossidica e successivamente eseguito uno spolvero "fresco su fresco" di polvere di quarzo.

2.3. Gli impieghi degli FRP

Come già parzialmente citato, i materiali compositi sono utilizzati per il ripristino e rinforzo di elementi strutturali. In particolare, è possibile valutare la possibilità di utilizzare sistemi in FRP nei seguenti casi:

- Consolidamento di elementi strutturali danneggiati da degrado, eventi sismici o incendi;

- Rinforzo di elementi strutturali integri in caso di cambio di destinazione d'uso o adeguamenti normativi;

- Errori di progettazione o di costruzione che abbiano conseguenze in termini di resistenza dell'elemento strutturale (armature insufficienti, sezioni strutturali inadeguate).

Pertanto trovano maggiore impiego nel consolidamento sia di elementi inflessi che prevalentemente compressi, come travi, pilastri, solai, archi, volte cupole, coperture, ponti e passerelle. È possibile raggruppare i sistemi di rinforzo in due macrogruppi, a seconda del tipo di applicazione, interna o esterna all'elemento da rinforzare.

Applicazione esterna

Si intendono tutti quei sistemi che vengono applicati direttamente sulla superficie dell'elemento strutturale mediante adesivi, nel caso di laminati pultrusi, o resine, nel caso di tessuti secchi. In entrambi i casi, per aumentare l'aderenza tra i tessuti e la superficie dell'elemento di base, il substrato può essere pretrattato con primer e putty; il primer permette di rafforzare l'adesione con il composito, penetrando lo strato superficiale del calcestruzzo, mentre il putty viene applicato per riempire i vuoti della superficie e creare una base di applicazione liscia e uniforme. In tal caso il substrato può essere cemento armato, c.a.p., legno o acciaio. Possono essere considerate tecniche di applicazione superficiale il plate bonding e il wet lay-up.

• Plate bonding:

Tale tecnica consiste nell'incollaggio, mediante adesivo o resine, di laminati pultrusi sulla superficie del substrato, opportunamente livellato. I laminati maggiormente disponibili per questo tipo di applicazioni sono quelli in fibra di carbonio.



Figura 2.3.1 Applicazione di laminati in CFRP all'intradosso di travi (Fidia s.r.l. Technical Global Services.)

• Wet lay-up:

Tale tecnica prevede l'impregnazione in situ di tessuti secchi di fibre, di norma disponibili in rotoli. Per una descrizione più accurata si veda il capitolo 10.



Figura 2.3.2 Applicazione di tessuti in CFRP con sistema wet lay-up (Convegno tecnico Mapei-Simonetti 2009)

Applicazione interna

Si intendono tutti quei sistemi che non vengono applicati sulla superficie del substrato, ma al suo interno. Pertanto in questo caso il substrato può essere costituito solamente da cemento armato o c.a.p.. Il sistema NSM può essere considerato una tecnica di applicazione interna.

• NSM (Near Surface Mounted)

Tale tecnica permette di mascherare l'intervento di rinforzo e consiste nell'applicazione di barre in FRP o laminati pultrusi all'interno di apposite scanalature tracciate sull'elemento strutturale (in genere l'intradosso di travi) e riempite di resina. La resina viene iniettata sia prima che dopo il posizionamento della barra o lamina, in modo da garantire una perfetta aderenza tra barra e substrato.



Figura 2.3.3 Schema di applicazione di sistemi NSM (Fidia S.r.l. Technical Global Services)

L'utilizzo di barre in FRP al posto di quelle in acciaio come armatura del calcestruzzo presenta diversi limiti, dovuti soprattutto alla difficoltà nella realizzazione di staffe o elementi sagomati. Tali elementi devono infatti essere prodotti per stampaggio, con conseguente aumento dei costi.

Diagramma della tensione tangenziale in sezioni rettangolari inflesse

I diagrammi delle tensioni si costruiscono con riferimento alla teoria di Jourawski. Considerando infatti la trattazione alla Jourawski specializzato per il caso di sezione in c.a. con cls non reagente a trazione:

$$\tau_{max} = \tau_{a.n.}^{(II)} = \frac{T S_{max}^*}{I b} = \frac{T}{z^* b}$$
 (3.1)

essendo:

I il momento d'inerzia della sezione

z* il braccio della coppia interna

 S^*_{max} il momento statico della sezione reagente rispetto al baricentro

Reagenti rispetto all'asse baricentrico.

N.B.: In corrispondenza dell'asse baricentrico, la tensione tangenziale, raggiunge il valore massimo, se la sezione è costante; il braccio della coppia interna è:

$$z^* = \frac{I}{S^*_{max}} \quad (3.2)$$

Nel seguito alcuni diagrammi delle tensioni tangenziali per sezioni in c.a.:



Figura 3.1 – Flessione su sezione rettangolare semplice a doppia armatura



Figura 3.2 Flessione su sezione a T a doppia armatura



Figura 3.3 Pressoflessione su sezione rettangolare semplice a doppia armatura

Osservazioni:

Il conglomerato teso, benché ignorato nel calcolo, ha in realtà l'importante funzione di trasmettere tutto lo scorrimento dal conglomerato compresso alle armature tese, per cui la sua presenza è essenziale.



Figura 3.4

Equazione di equilibrio rispetto alla rotazione (0):

$$\Delta C \cdot Z^* = T \cdot \Delta Z = \Delta M \quad (3.3)$$

Equazione del tondino:

$$\Delta S = \tau_{ad} \cdot p \cdot \Delta Z = \Delta C \quad (3.4)$$

Sostituendo la F.1.4 nella F.1.3 si ha:

$$\tau_{ad} \cdot p \cdot \underline{\Delta Z} \cdot Z^* = T \cdot \underline{\Delta Z} \quad (3.5)$$
$$T = \tau_{ad} \cdot p \cdot Z^* \quad (3.6)$$

Con p≡ perimetro

 $p = \pi \emptyset \quad (3.7)$

La presenza del conglomerato teso, sede di tensioni tangenziali, è quindi essenziale per trasmettere tutto lo scorrimento del conglomerato compresso all'acciaio teso.

3.1. Sollecitazione di taglio nelle travi ad altezza variabile

Nel caso di travi ad altezza variabile, la risultante delle tensioni di trazione o di compressione non è più normale al piano della sezione ammettendo quindi a tale piano una componente si riassume:



Figura 3.1.1

$$T = \frac{dM}{dx} = \frac{d(C_0 \cdot Z^*)}{dx} = \frac{dC_0}{dx} \cdot z^* = V \quad (3.1.1)$$

T≡ sollecitazione di taglio

 $C_0 \cdot Z^* = costante$

V≡ taglio effettivo

Equilibrio sulla faccia della trave considerata:

$$T = \frac{dM}{dx} = \frac{d(C_0 \cdot Z^*)}{dx} = \frac{dC_0}{dx} \cdot z^* + \frac{C_0 dz^*}{dx} = \frac{dC_0}{dx} z^* + C_0 \cdot \tan \alpha = V + C_v \quad (3.1.2)$$

 $V \equiv$ taglio effettivo o ridotto sulla sezione x



Figura 3.1.2

CAP 4. Calcolo delle armature a taglio

TAGLIO E FLESSIONE:

A causa delle lesioni oblique, si adotta un modello di calcolo della trave in c.a. fessurata equivalente ad una trave reticolare mista, con aste di parete in conglomerato ed aste tese in acciaio. La trave di riferimento è intrinsecamente isostatica e ciò è realizzato con maglie triangolari semplici e cerniere ai nodi.

CASO DI PRESENZA DI STAFFE:



Figura 4.1



Figura 4.2

Il modello di traliccio isostatico a bielle tese e compresse, trattato da Mörsch per il suo carattere semplificato, trascura alcuni aspetti del comportamento reale o meglio del meccanismo che descrive il reale comportamento; ad esempio:

- Il contributo alla resistenza al taglio del cls compresso;
- Il contributo al taglio dell'armatura longitudinale;
- Ingranamento degli inerti sulle facce contrapposte dalle lesioni oblique.

Tuttavia l'analogia del traliccio ha il grande pregio di interpretare in modo organico il funzionamento combinato delle armature longitudinali e trasversali e del cls compresso.

In particolare, determinando gli sforzi nelle aste, non in evidenza da opportune sezioni di Ritter, mediante semplici condizioni di equilibrio si giunge alla valutazione della quantità delle armature.

Nella maggioranza dei casi devono prevedersi delle armature tali da realizzare elementi resistenti a trazione che collaborino con quelli restanti a compressione nell'assorbire lo sforzo di taglio.

Nel metodo µ si accetta lo schema isostatico di Mörsch che peraltro è già un modello di rottura.

Si pensa quindi che il corrente compresso e quello teso di acciaio longitudinale siano gli elementi che equilibrano il momento, mentre le aste di parete di cls compresso e cls teso equilibrano il taglio trasmettendo lo scorrimento dal corrente compresso a quello teso.



Figura 4.3

$$(\Delta F_s)_{x=1} = \left(\frac{\Delta V}{z}\right) \Delta x = S_{corr} \cdot \Delta z \quad (4.1)$$

Con $\Delta x=1, \Delta z=1$



Figura 4.4

$$\Delta C \cdot z - V \cdot \Delta x = 0 \quad (4.2)$$
$$V = \frac{\Delta C}{\Delta x} \cdot z \quad (4.3)$$

La variazione dello scorrimento (taglio) nel tratto Δx è pari a ΔC :

$$\frac{V}{z}\Delta x = \Delta C = \Delta S \quad (4.4)$$

N.B.:

Si può fare riferimento al modello tradizionale già presentato nella parte metodo µ.

Si considera un elemento di trave di lunghezza unitaria $\Delta x=1$. Si ipotizzano delle bielle tese inclinate di β che sono disposti al passo t.

Il numero delle armature tese di parete è pari a $\left(\frac{1}{t}\right)$.

Eq. Di equilibirio alla traslazione:

$$\begin{cases} F_s^V - R_c^V = 0\\ F_s^0 + R_c^0 - S = 0 \end{cases}$$
(4.5)
$$F_s = \left(\frac{1}{t}\right) \cdot \sigma_s \cdot A_s \quad \sigma_s \text{ tensione, } A_s \text{ area di un tondino, } \left(\frac{1}{t}\right) \text{ n. dei tondini} \\ A_c = b \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sigma_c \\ S = \frac{V}{z} \end{cases}$$
(4.6)

TAGLIO E PRESSOFLESSIONE:

Dal cerchio di Mohr delle tensioni si vede che teoricamente le lesioni non si producono più lungo piani ordinati di 45°, ma di un angolo $\varphi < 45^\circ$ e nello stesso tempo diminuisce la tensione di trazione nelle armature.



Figura 4.5

In tal caso si può considerare una biella di cl
s inclinata di ϕ <45°. Si adottano solo staffe e quindi per l'equilibrio:



Figura 4.6

$$\frac{A_s}{t} \cdot \sigma_s \cdot \frac{1}{\tau_{max} \cdot b} \tan \varphi \quad (4.7)$$
$$\frac{A_s}{t} = \frac{\tau_{max} \cdot b \cdot \tan \varphi}{\sigma_s} \quad (4.8)$$
$$S_{st} = \frac{A_s}{t} \cdot \overline{\sigma_s} \cdot \Delta z = N \cdot A_s \cdot \overline{\sigma_s} \quad (4.9)$$

N.B.:

$$\begin{cases} \frac{1}{t} \cdot \sigma_s \cdot A_s \cdot \cos \beta - b \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sigma_c \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \\ \frac{1}{t} \cdot \sigma_s \cdot A_s \cdot \sin \beta + b \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sigma_c \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{V}{z} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_s \cdot \frac{A_s}{t} \cdot \cos \beta - b \frac{\sigma_c}{2} = 0 \\ \sigma_s \frac{A_s}{t} \cdot \sin \beta + b \frac{\sigma_c}{2} - \frac{V}{z} = 0 \end{cases}$$

$$(4.10)$$

$$\sigma_s \frac{A_s}{t} (\cos \beta + \sin \beta) - \frac{V}{z} = 0$$

$$(4.12)$$

Quantitativo di armatura da disporre in un tratto unitario per la sollecitazione di taglio:

$$\frac{A_{s}}{t} = \frac{V}{z} \frac{1}{\sigma_{s} \left(\cos\beta + \sin\beta\right)} \quad (4.13)$$

 $\frac{A_s}{t}$ Armatura da disporre inclinata in un tratto unitario di trave

Per untratto di trave di lunghezza Δx , supponendo costante la forza di taglio ed il braccio di leva della coppia interna :

$$\left(\frac{A_s}{t}\right)\Delta x = \frac{V}{z} \frac{\Delta x}{\overline{\sigma_s}(\sin\beta + \cos\beta)} \quad (4.14)$$

Essendo:

- $\frac{\Delta x}{t}$ un numero
- $\overline{\sigma_s}$ tensione ammissibile in fase di progetto

Se nel tratto generico Δl , il taglio ed il braccio della coppia interna variano, si dovrà porre :

$$N \cdot A_s = \frac{1}{\sigma_s(\sin\beta + \cos\beta)} \int_0^{\Delta l} \frac{\sqrt{x}}{z} dx \quad (4.15)$$

Con:

- $N \cdot A_s$ numero delle barre a porre "t".
- $\int_0^{\Delta l} \frac{\sqrt{x}}{z} dx$ scorrimento

CASO DELLE STAFFE:

β=0

•

$$A_{s} \cdot N = \frac{V}{z} \frac{\Delta x}{1 \cdot \sigma_{s}} \rightarrow S_{st} = \frac{V}{z} \cdot \Delta x = A_{s} \cdot N \cdot \overline{\sigma_{s}}$$
 (4.16)

$$\beta = 45^{\circ}$$

$$A_{s} \cdot N = \frac{V}{z} \frac{\Delta x}{\sigma_{s} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{V}{z} \cdot \frac{\Delta x}{\sigma_{s} \sqrt{2}} \rightarrow S_{p} = A_{s} \cdot N \cdot \sqrt{2} \cdot \overline{\sigma}_{s} \quad (4.17)$$

CAP 5. Meccanismi principali resistenti a taglio nelle travi inflesse

Una premessa che è necessario fare per le travi in c.a. soggette a flessione e taglio, è che i principali meccanismi resistenti a taglio possono essere individuati:

nella resistenza delle armature cosiddette di parete, disposte con angolo normale alla linea dell'asse della trave – staffe – o inclinate di un generico angolo;

nella resistenza allo schiacciamento degli elementi resistenti di calcestruzzo interni alle linee fessurative inclinate della parete della trave stessa; ed infine,

nel mantenimento della stabilità della trave nel meccanismo di traliccio resistente per la condizione fessurata senza che si abbia perdita di aderenza delle armature tese longitdinali.

Prima di analizzare in dettaglio i tre meccasmi sopra indicati che caratterizzano il controllo delle travi allo stato limite ultimo di taglio, è utile riprendere e precisare il significato della forza di scorrimento.

Riferendoci ad un elemento di trave in campo elastico in c.a. come indicato nella fig. 5.1, si è visto che la forza di scorrimento legata allo stato tensionale tangenziale sul piano neutro è data dal rapporto:

$$\frac{\mathrm{V}}{z^*} = \mathrm{S}_{\Delta z=1} \quad (5.1)$$

Sul piano neutro si hanno tensioni tangenziali dovute alla reciprocità delle stesse. Inoltre le tensioni tangenziali sul piano neutro hanno valore massimo τ_{max} e per reciprocità $\tau_{zy} = \tau_{yz}$.

Si considera una forza di scorrimento S che agisce sul piano neutro. Dato che lungo l'asse neutro le τ_{yz} sono funzione di z, su un'area infinitesima dA, appartenente al piano neutro si avrà una forza di scorrimento:

$$dS = \int \tau_{yz}(z) dA = \int \tau_{max}(z) b \, dz \quad (5.2)$$

da cui

$$S = \int_{\Delta z} \mathrm{T}\tau_{max}(z) \cdot b \cdot dz = \int_{\Delta z} \frac{V_y}{bz *} \cdot b \cdot dz = \int_{\Delta z} \frac{V_y}{z *} dz \quad (5.3)$$



figura 5.1

L'espressione della forza di scorrimento è comunque indipendente dalla condizione deformativa essendo un rapporto fra una forza ed una lunghezza.

Si può verificare immediatamente questo concetto seguendo la figura 5.2.

Se sulla sezione di una trave prevalentemente inflessa, armata inferiormente, agisce un momento flettente funzione di z, per l'equilibrio alla rotazione si ha:

$$M_z = F_s z^*$$
 (5.4)

momento flettente

Quindi:

$$F_s = \frac{M_z}{z^*} \quad (5.5)$$

forza di trazione

Derivando rispetto a z il primo ed il secondo membro, si ha la variazione della forza di trazione tra una sezione e l'altra.

$$\frac{dF_s}{dz} = \frac{1}{z^*} \left(\frac{dM_{(z)}}{dz} \right) = \frac{V_{y(z)}}{z^*} \quad (5.6)$$

Variazione unitaria forza di trazione

In termini finiti:

$$\Delta F_{S}|_{\Delta z} = \frac{\Delta V_{y}(z)}{z^{*}}\Big|_{\Delta z} \quad (5.7)$$

Variazione forza di trazione

La variazione della forza di trazione è legata alla variazione della sollecitazione di taglio attraverso il momento ($V_y=M_z$).

Dato che in un tratto di trave $\Delta z=1$, la variazione del taglio rispetto al braccio della coppia interna è lo scorrimento, si ha:

$$\Delta F_s|_{\Delta z} = \left. \frac{\Delta V_y(z)}{z^*} \right|_{\Delta z} = \int \frac{v_y(z)}{z^*} dz = S_{(scorr.)} \quad (5.8)$$



figura 5.2

Quindi il concetto importante da conservare è che la forza di scorrimento rappresenta la variazione della forza di compressione o di trazione nella trave inflessa.

Quindi senza forza di taglio (o scorrimento) nella trave non si avrebbe possibilità di realizzare l'equilibrio interno e quindi la possibilità di sostenere i carichi affidati alla trave stessa.Si è soliti dire che non c'è momento flettente senza taglio e viceversa, ma dovremmo dire più correttamente che non c'è equilibrio nella trave in c.a. senza la presenza della forza di scorrimento.

5.1. Meccanismo resistente a tagliotrazione

Il comportamento allo SLU di una trave armata a taglio viene schematizzata tramite la generalizzazione del traliccio isostatico di Ritter-Morsh;

Caratterizzato da una parte tesa costituita dalla staffatura, inclinata di un'angolo α e da bielle di calcestruzzo compresse fessurate inclinate di un angolo θ .



Figura 5.1.1

Si consideri un tratto di estremità di questa trave, dove il taglio è rilevante rispetto alla flessione.

Si consideri la linea fessurativa inclinata di un generico angolo θ attraversate da una serie di barre d'armatura di sezione Asw inclinate anch'esse di un generico angolo α rispetto all'asse orizzontale e disposte con un passo s.



figura 5.1.2



figura 5.1.3

Si analizzano le forze di trazione del corrente teso, le forze di compressione del corrente compresso inferiore, e la reazione vincolare; con l'equilibrio alla traslazione si ricavano le forze di trazione nelle staffe, le quali hanno come risultante Fs.

$$Fs = \frac{V}{\sin \alpha} \quad (5.1.1)$$

Per calcolare le resistenze di progetto delle armature di parete, le tensioni nei materiali vengono considerate uguali alle f_{ywd} tensioni di snervamento di progetto delle medesime.

Quindi come resistenza di progetto lato acciaio nel meccanismo resistente taglio-trazione abbiamo:

$$Fs_{rd} = \frac{A_{sw}}{s} z \left(\cot \theta + \cot \alpha \right) f_{ywd} \quad (5.1.2)$$

Dove il termine $\frac{A_{sw}}{s} z (\cot \theta + \cot \alpha)$ equivale all'area totale delle armature di parete che attraversano la sezione analizzata.

Si ricava la resistenza a taglio della trave, eguagliando la risultante delle forze di trazione sulle armature di parete Fs (5.1.1), alla resistenza di progetto Fs_{rd} (5.1.2). Con quest' uguaglianza, si considera che allo stato limite ultimo per taglio-trazione la crisi del meccanismo resistente è raggiunta per snervamento dell'armatura.

$$Fs = Fs_{rd}$$
 (5.1.3)

Da quest'ultima si ottiene quindi la resistenza a taglio-trazione:

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} z \sin \alpha \left(\cot \theta + \cot \alpha \right) \quad (5.1.4)$$

In accordo con il modello a traliccio in esame, la resistenza a taglio di progetto dell' armatura di parete (5.1.4) viene definita come segue:

$$V_{Rsd} = 0.9 d \frac{Asw}{s} f_{yd}(cot\alpha + cot\theta)sin\alpha \quad (5.1.5)$$

Assumendo $\theta = 45^{\circ}$ e $\alpha = 90^{\circ}$ la (5.1.5) diventa

$$V_{Rsd} = 0.9 d \frac{Asw}{s} f_{yd}$$
 (5.1.6)

5.2. Meccanismo resistente a tagliocompressione

Un altro meccanismo resistente è quello rappresentato dalla possibilità che le bielle compresse di calcestruzzo comprese fra le fessure inclinate dovute al taglio possano giungere alla rottura per compressione.

Tale meccanismo è particolarmente importante che venga controllato in quelle sezioni che hanno "anime sottili", quindi sezione della prefabbricazione dove si utilizzano spessori ridotti, per le anime delle sezioni delle travi anche di luce rilevante, o in sezioni di ponti, etc.

Si consideri un generico nodo e si valuti l'equilibrio delle forze che in esso convergono secondo il modello del traliccio isostatico.



figura 5.2.1



figura 5.2.2

Per l'equilibrio delle forze sulla porzione di traliccio in esame si ottiene la risultante delle forze di compressione delle bielle di calcestruzzo Fc:

$$Fc = \frac{V}{\sin\theta} \quad (5.2.1)$$

Per il calcolo della resistenza di progetto, si suppone che le tensioni dei materiali siano pari alla resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo denominata con f_{cd} .

La resistenza di progetto delle bielle compresse di cls viene quindi ottenuta come segue:

$$Fc_{rd} = b_w z (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\theta \alpha_c v f_{cd}$$
 (5.2.2)

Con il termine $b_w z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \theta$ che esprime l'area complessiva delle armature attraversanti la sezione.

Il coefficiente α_c tiene conto della compressione del corrente superiore ed assume valori pari a 1 per le membrature non compresse, o maggiori di 1 se le tensioni di compressione assumono valori di δ_{cp} di determinati range sottoindicati;

$$\alpha_{c} = \frac{1 + \sigma_{cp}}{f_{cd}} \quad \text{per} \quad \sigma_{cp \div [0; 0, 25 f_{cd}]}$$

$$\alpha_{c} = 1,25 \quad \text{per} \quad \sigma_{cp \div [0, 25; 0, 5 f_{cd}]}$$

$$\alpha_{c} = 2,5(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}) \quad \text{per} \quad \sigma_{cp \div [0, 5; f_{cd}]}$$

Il coefficiente v indica il grado di efficienza del cls compresso e vale v=0,5. Tiene conto della riduzione della resistenza causata dalla trazione trasversale indotta dalle armature di parete.

Per il calcolo della resistenza a taglio-compressione, si eguagliano la risultante delle forze di compressione Fc (5.2.1), con la resistenza di progetto delle bielle compresse di cls (5.2.2), ottenendo:

$$V_{Rcd} = \alpha_c \nu f_{cd} b_w z \frac{(\cot \alpha + \cot \theta)}{1 + (\cot \theta)^2} \quad (5.2.3)$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza a taglio-compressione si calcola tramite la:

$$V_{Rcd} = 0.9 \ d \ b_w \ \alpha_c \ \nu \ f_{cd} \ \frac{(\cot \alpha + \cot \theta)}{1 + (\cot \theta)^2} \quad (5.2.4)$$

Si è analizzato che nelle travi in c.a. inflesse si possono comunque avere meccanismi resistenti a taglio senza che si faccia riferimento ad una armatura di calcolo.

Sono infatti le bielle di calcestruzzo compresso a fornire una resistenza a taglio.

La rottura a taglio, infatti, può avvenire lato staffe con il loro conseguente snervamento, trattasi di rottura duttile per travi debolmente armate.

Oppure può avvenire lato calcestruzzo, nel caso di travi fortemente armate, nelle quali lo snervamento delle armature di parete non avviene. Questo tipo di rottura è molto pericoloso poiché si tratta di una rottura fragile che avviene senza alcun segno premonitore. È fondamentale quindi, nel calcolo delle armature di parete, considerare la resistenza del calcestruzzo e di non sovradimensionare l'armatura.

In effetti, alle travi può essere assegnata una capacità resistente che, seppure non elevata, contribuisce alla capacità resistente a taglio della trave;

tale capacità resistente indicata in normativa come V_{Red} dipende dalla geometria della sezione, dalla resistenza del calcestruzzo, dalla percentuale di armatura longitudinale, etc.

Definiti i due maccanismi resistenti a taglio-trazione e taglio-compressione il controllo di verifica allo stato limite ultimo può essere effettuato considerando come resistente il valore minore e verificando che $V_R \ge V_{soll}$, dove V_{soll} è il valore di taglio agente.

Il dimensionamento delle armature a taglio può avvenire con due metodologie;

è possibile eseguire il calcolo delle armature di parete fissando θ =45°, a condizione che sia V_{soll} ≤ V_{Rcd}, si determina il quantitativo di armatura ponendo V_{soll} = V_{Rsd}. In tal modo, si considera il calcestruzzo sovra-resistente rispetto all'armatura scongiurando una rottura di tipo fragile. Con questa metodologia si è quindi a favore della sicurezza.

Il calcolo del quantitativo di armatura a taglio viene ottenuto nel caso di staffe poste ad un angolo $\alpha = 90^{\circ}$ secondo la seguente:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{soll}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta} \quad (5.2.5)$$

Il secondo metodo prevede, invece, previo verifica che sia $V_{soll} \leq V_{Rcd}$, di porre la resistenza a taglio-compressione uguale al valore del taglio sollecitante e questi, a sua volta, si eguagliano alla resistenza a taglio-trazione: $V_{Rsd} = V_{Rcd} = V_{soll}$.

La rottura a taglio avviene contemporaneamente lato staffe e lato calcestruzzo, rispettando la duttilità. Il calcestruzzo e le armature si trovano in condizioni ultime. In questo caso non è più valida la condizione di calcestruzzo sovra resistente, ma la duttilità delle armature viene comunque garantita.

Si precisa anche che con questo tipo di metodologia di calcolo, il quantitativo di armatura dimensionata è notevolmente minore rispetto al metodo a θ fissato.

Si determina quindi l'inclinazione delle bielle in calcestruzzo θ , conoscendo il campo di validità dell'angolo θ tra 21.8° e 45°.



figura 5.2.3

Dalla figura 6.3 si deduce che per valori di $\theta = 21.8^{\circ}$, si raggiunge il minimo valore di resistenza a taglio accettabile, con una minima quantità di armatura a taglio; e per un valore di $\theta = 45^{\circ}$, viene raggiunta la massima resistenza a taglio con una maggiore quantità di armatura a taglio, a favore della sicurezza.

Viene quindi determinato l'angolo delle bielle di calcestruzzo compresso θ :

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2\text{Vsoll}}{0.9 \, d \, b_w \, \alpha_c \, \nu \, f_{cd}} \quad (5.2.6)$$

Ed il dimensionamento con staffe poste ad angolo $\alpha = 90^{\circ}$ si ha con:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{soll}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta} \quad (5.2.7)$$

5.3Controllodellosfilamentodell'armatura longitudinale

La fessurazione dovuta al taglio come ricordato più volte è inclinata genericamente di un angolo θ ed influenza la risposta a flessione della trave.

In particolare, il momento in una certa sezione sia espresso da

$$M=V_{max} \cdot d$$
 (5.3.1)

come indicato nella (4.2), ma la forza che interviene sull'armatura longitudinale a distanza "a" dall'appoggio dipende da un momento superiore a quello espresso come V_{max} · a perché legato all'inclinazione della fessura.

Quindi, genericamente, potremmo dire che nella sezione di appoggio, tenendo conto della fessurazione a taglio, il momento a cui fare riferimento per il calcolo della forza di trazione sull'armatura longitudinale, non è nullo ma vale

$$M = V_{max} \cdot 0.9d$$
 (5.3.2)

essendo z*=0,9d.

Ciò impone che nel calcolo del momento resistente delle armature e relativa disposizione delle armature a trazione si adotti la "regola dello scalare" traslando opportunamente il diagramma del momento flettente sollecitante.

È un meccanismo legato al taglio:



figura 5.3.1



figura 5.3.2

Considerando una sezione di trave fessurata, la cui fessura si trova a distanza "a" dall'appoggio.

Il momento della porzione "a" di trave è

$$M_{max} = V_{max} (a + z^* \cot g \vartheta) (5.3.3)$$

Il braccio del momento risulta più elevato a causa della fessura inclinata.

La trazione delle armature longitudinali T di progetto, quindi, viene calcolata con l'equazione di equilibrio attorno al punto O (figura 7.1);

$$T_{Sd} = V_{max} + \frac{1}{2} V_{max} (\cot \theta - \cot \alpha)$$
 (5.3.4)

Che tramite la (7.2) possiamo esprimere come:

$$T_{Sd} = \frac{M}{0.9d} + \frac{1}{2} V_{max} (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (5.3.5)$$

Si ha un incremento del momento dovuto alle fessure che si formano per effetto del taglio.

In pratica, viene applicata la traslazione del diagramma dei momenti, per tenere in considerazione l'incremento di trazione dovuto all'apertura delle fessure create dallo sforzo di taglio; dopo aver dimensionato le armature longitudinali secondo le sollecitazioni di flessione, la loro lunghezza dovrà essere incrementata di

$$a_1 = \frac{0.9d(\cot\theta - \cot\alpha)}{2} \quad (5.3.6)$$

CAP 6. Considerazioni generali sul comportamento a taglio di elementi inflessi

La rottura per taglio è in realtà una rottura per l'azione combinata di flessione e taglio e, spesso, sforzo normale e torsione, la cui esatta valutazione è particolarmente complessa.

Tale tipo di rottura risulta purtroppo particolarmente pericolosa, sia perché abbassa la resistenza degli elementi strutturali al di sotto della resistenza a flessione, sia perché riduce considerevolmente la duttilità degli elementi stessi, provocando a volte rotture repentine con caratteristiche di fragilità. Una rottura duttile permette una ridistribuzione dei carichi e prevede di dare l'allerta a chi usufruisce della struttura, di mettersi al riparo, prima che questa collassi. Mentre la rottura fragile, avviene di schianto ed è imprevedibile e catastrofica.

Va sottolineato il ruolo determinante delle armature longitudinali e in particolare delle staffe che, opponendosi al progredire delle lesioni inclinate, accrescono la duttilità degli elementi e permettono di controllare i fenomeni di crollo che risulterebbero repentini.

Nota bene:

Il taglio, fin quando l'elemento in c.a. non è fessurato è equilibrato dal sistema di tensioni principali che si sviluppano nel calcestruzzo e le armature non partecipano praticamente alla resistenza.

Nel momento in cui la tensione principale raggiunge in un punto la resistenza a trazione del calcestruzzo, si ha la formazione di fessure pressoché ortogonali alle isostatiche di trazione, con una radicale ridistribuzione degli sforzi interni.

Pur mantenendosi, sostanzialmente, ancora valido il modello di Morsh, il taglio esterno V viene fronteggiato oltre che dalle armature trasversali funzionanti come aste tese, anche dal rilevante intervento di altri meccanismi resistenti, che equilibrano nella trave le sollecitazioni di taglio e flessione.

Un contributo di resistenza viene fornito dalle bielle di calcestruzzo compresso V_c , le quali, grazie alla loro integrità, sono in grado di sopportare le tensioni tangenziali.

L'ingranamento degli inerti v_a fornisce un contributo in termine di resistenza tramite la scabrosità delle superfici delle fessure; ed infine, la resistenza al tranciamento delle barre longitudinali e la resistenza all'espulsione del copriferro viene garantita dall'effetto spinotto V_d .

In definitiva, la staffatura non è indispensabile per garantire la resistenza a taglio di elementi in c.a., ma questa viene applicata, rispettando il quantitativo minimo di armatura, per scongiurare una rottura fragile della trave, pericolosa poiché avviene di schianto senza alcun tipo di segno premonitore. Inoltre, migliora il comportamento del corrente compresso della trave, limita la fessurazione e impedisce l'espulsione del copriferro.

CAP 7. Progetto di rinforzo a taglio con FRP di elementi in c.a.

Il rinforzo a taglio in elementi in c.a. viene effettuato nel caso in cui non sia soddisfatta la verifica a taglio secondo la normativa vigente, ovvero quando si ha il taglio sollecitante maggiore del taglio resistente di calcolo, determinato tenendo conto dei contributi delle staffe e del calcestruzzo. Una struttura rinforzata è paragonabile, in termini di vita utile e resistenza, ad una struttura di nuova costruzione.

La scelta di sistemi di rinforzo in FRP comporta una serie di vantaggi, rispetto alle tecniche tradizionali:

- Maggiore resistenza a trazione;
- Leggerezza;
- Resistenza alla corrosione;
- Semplicità e rapidità di applicazione;
- Generale reversibilità e non invasività dell'intervento;
- Spessori contenuti.

Come tutti i materiali da costruzione, tali materiali presentano anche degli svantaggi:

- Minore modulo elastico rispetto all'acciaio, ad esclusione dei CFRP;
- Costi più elevati;
- Dipendenza del comportamento dalla temperatura di esposizione, con particolare riferimento alla temperatura di transizione vetrosa.

Per quanto riguarda i criteri alla base della progettazione, qualora si scelga di utilizzare materiali compositi, occorre che l'intervento sia in grado di soddisfare i requisiti di esercizio, durabilità e resistenza al collasso, in accordo con la normativa vigente. Per quanto riguarda la resistenza al fuoco si veda il capitolo 2.2.

Inoltre i sistemi in FRP vanno considerati incapaci di sopportare sforzi di compressione, essendo la loro resistenza a compressione decisamente inferiore rispetto a quella a trazione, e vanno pertanto posizionati in zone sottoposte a sforzi di trazione. Sforzi di compressioni sono ammessi solo per elementi ben confinati e pultrusi caratterizzati da una rigidezza elevata.

La buona riuscita dell'intervento dipende non solo dalla qualità dell'applicazione, ma in larga misura dal tipo di resina e matrice impiegate. È pertanto di fondamentale importanza la scelta di questi elementi, che va fatta tenendo conto delle diverse proprietà in relazione alle condizioni di esposizione attese.

Un altro elemento da considerare è la resistenza del supporto, valutata in genere tramite prove di pull-off. Infatti è necessario che questo sia in grado di sostenere in parte i carichi di esercizio anche in assenza di rinforzo, per evitare il crollo della struttura se quest'ultimo dovesse danneggiarsi.

Nella normativa italiana, con particolare riferimento al CNR-DT 200 R1/2013, la verifica del rinforzo viene condotta agli stati limite ultimo e di esercizio (SLU e SLE), tramite la relazione:

$$E_d \leq R_d$$
 (7.1)

con Ed e Rd, rispettivamente, i valori di progetto delle azioni e valori di progetto della resistenza.

Poiché le proprietà meccaniche fornite dai produttori non tengono conto dell'influenza sul comportamento di particolari condizioni ambientali o di carico, i valori di progetto delle azioni vanno derivate dai valori caratteristici f_{fed} , tramite opportuni coefficienti riduttivi γ_{Rd} , che servono ad inglobare le incertezze del modello quali la probabilità del distacco del composito dal supporto.

Per il calcolo agli SLU a taglio con FRP, si considera un coefficiente parziale

$$\gamma_{\rm Rd} = 1.20$$
 (8.1)

Per quanto riguarda la resistenza di progetto a taglio con la quale si eseguirà il calcolo, questa dovrà essere valutata insieme alla resistenza taglio-trazione lato staffe V_{Rsd} , resistenza taglio-trazione del materiale di rinforzo composito V_{Rfd} ed alla resistenza taglio-compressione V_{Rcd} del calcestruzzo e dovrà essere scelta la minima tra i due meccanismi resistenti come segue

$$V_{Rd} = \min\{V_{Rsd} + V_{Rfd}; V_{Rcd}\} \quad (8.2)$$

Per rinforzare a taglio un elemento strutturale, viene applicato sulla superficie di questo, previa applicazione dello strato d'interfaccia, uno o più strati di materiale fibrorinforzato disposto in strisce discontinue inclinate di un generico angolo $\beta = [0^\circ; 180^\circ]$, oppure disposte ortogonalmente con $\beta = 90^\circ$. Il sistema di rinforzo ha due modalità di disposizione, in funzione della geometria della sezione trattata: la disposizione ad "U" con strisce di composito che abbracciano la trave, generalmente trattasi di una trave a "T", solo nella sua parte inferiore; oppure "in avvolgimento" (wrapping), dove il materiale composito aderisce ed avvolge completamente la sezione, rettangolare o circolare che essa sia. Basandosi su dati provenienti da prove sperimentali, si deduce che le strutture rinforzate con il metodo ad "U", sono più vulnerabili allo scollamento del materiale di rinforzo, mentre le travi rinforzate con il metodo ad avvolgimento, sono più performanti sotto questo aspetto. Quindi, la configurazione ad avvolgimento va considerata come prima scelta, rispetto al metodo di rinforzo ad U.

Il materiale FRP deve essere disposto con le fibre orientate nella direzione opposta alla rottura a taglio, al fine di controllare nel migliore dei modi la rottura; poiché i materiali FRP sono resistenti solamente nella direzione delle fibre. Solamente nel caso in cui, sulla struttura in questione, agiscono carichi ciclici (come ad esempio il terremoto), il materiale FRP può essere disposto con le fibre in differenti direzioni, al fine di soddisfare il rinforzo a taglio in entrambe le direzioni. (le fibre ad esempio possono essere disposte a 0°, 60° e 120°).

Di seguito si riportano le diverse modalità di rinforzo a taglio con le possibili direzioni ed orientazione delle fibre. Le denotazioni indicano, rispettivamente, il tipo di rinforzo, la modalità di applicazione delle strisce di composito e l'angolazione delle fibre.



Figura 8.1 (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)

Il metodo di rinforzo più adatto va scelto in base a numerosi fattori quali:

- L'accessibilità all'intero perimetro della trave, se si vuole rinforzare questa in avvolgimento (wrapping).
- Devono essere valutati i requisiti di resistenza necessari a poter rinforzare una data trave a taglio nel caso di carico unico oppure carichi ciclici.
- Va valutato l'incremento richiesto della resistenza a taglio nella data struttura da rinforzare.
- Va valutata la reperibilità del materiale FRP
- Va considerato l'aspetto economico.

Effettuando questo tipo di rinforzo, è da considerare la probabilità di possibile distacco del materiale composito dal supporto. A fronte di ciò, si valuta la tensione di progetto del sistema di rinforzo FRP, definito come il valore della massima tensione alla quale il composito può essere sottoposto senza distaccarsi.

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{fd}} \sqrt{\frac{2 E_f \Gamma_{Fd}}{t_f}} \quad (8.3)$$

Con coefficiente di riduzione per SLU di distacco dal supporto γ_{fd} del valore tra 1.20 e 1.50; E_f è il modulo elastico dell'FRP, t_f lo spessore dello strato di FRP ed Γ_{Fd} è l'energia specifica di frattura calcolata come segue, considerando FC fattore di confidenza, f_{cm} e f_{ctm} rispettivamente la resistenza a compressione media e resistenza a trazione media del calcestruzzo da prove in situ, k_b il coefficiente geometrico, K_G coefficiente che tiene conto della natura del materiale fibrorinforzato dal valore di

- 0.023 per compositi preformati
- 0.037 per compositi impregnati in situ

$$\Gamma_{Fd} = \frac{k_b k_G}{FC} \sqrt{f_{cm} f_{ctm}} \quad (8.4)$$

In riferimento al problema del distacco, il valore ultimo della massima tensione sopportabile dipende dalla lunghezza di ancoraggio, viene quindi definita la lunghezza ottimale di ancoraggio l_e , la minima lunghezza di ancoraggio che assicura l'aderenza, dal valore oscillante nel seguente intervallo:

$$l_{ed} = \max\left\{\frac{1}{\gamma_{Rd} f_{bd}} \frac{\sqrt{\pi^2 E_{ft_f} \Gamma_{Fd}}}{2}; 200 \ mm\right\} \quad (8.5)$$

Con f_{bd} tensione tangenziale di aderenza che utilizza Γ_{Fm} l'energia specifica media di frattura e s_u lo scorrimento dell'interfaccia all'avvenuto distacco pari a 0.25 mm

$$f_{bd} = \frac{2 \cdot \Gamma_{Fm}}{s_u} \quad (8.6)$$

In entrambe le modalità di disposizione del rinforzo, viene valutata la resistenza efficace f_{fed} , definita come la massima tensione di trazione in condizioni di distacco del rinforzo dal supporto.

Nel caso di rinforzo con disposizione ad "U", la tensione efficace di calcolo è:

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_{ed} \cdot \sin \beta}{\min\{0.9d; h_w\}} \right] \quad (8.7)$$

Nel suo calcolo abbiamo d altezza utile della sezione, h_w altezza dell'anima della trave impegnata dal rinforzo, β angolo d'inclinazione delle fibre.

Nel caso, invece, di disposizione "in avvolgimento" della sezione rettangolare, la tensione efficace di calcolo f_{fed} si ottiene:

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{l_{ed} \cdot \sin \beta}{\min\{0.9d; h_w\}}\right] + \frac{1}{2} \left\{ \left[(0.2 + 1.6 \frac{r_c}{b}) f_{fd} \right] - f_{fdd} \right\} \cdot \left[1 - \frac{l_{ed} \cdot \sin \beta}{\min\{0.9d; h_w\}}\right] (8.8)$$

Con r_c raggio di curvatura in corrispondenza dello spigolo della sezione e b la larghezza d'anima, dei quali il rapporto r_c/b varia tra 0 e 0.5.

Una volta determinata la tensione efficace nei due casi di disposizione del rinforzo, è possibile calcolare la resistenza a taglio-trazione del materiale FRP denotata con V_{rfd} :

$$V_{Rfd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \frac{b_f}{p_f} \quad (8.9)$$

Utile a definire poi la resistenza di progetto a taglio V_{Rd}.

Le porzioni di composito sono da applicare di larghezza b_f che deve essere di almeno 50 mm fino a 250 mm ad un passo p_f , $b_f \le p_f \le \min\{0.5d, 3b_f, b_f + 200mm\}$.





Altri metodi di progettazione del rinforzo a taglio

Le travi in c.a. rinforzate a taglio con lamine in FRP, mostrano un comportamento complesso. Sia la resistenza a taglio che la modalità di rottura sono influenzate da molti fattori come la dimensione e la geometria della trave, la resistenza del cls, sforzo di taglio interno e armatura a flessione, le condizioni di carico, il metodo di rinforzo a taglio e le proprietà del materiale FRP impiegato. Inoltre il rinforzo a taglio con lamine in FRP è meno ricercato rispetto a quello a flessione. La complessità del problema, combinata alle limitate ricerche disponibili, rende difficile da sviluppare modelli di resistenza precisi, robusti e predittivi, adatti alla progettazione. Tuttavia parecchi tentativi hanno dato luogo ad alcuni modelli, dettagliati di seguito.

Come per il metodo precedentemente mostrato, nel seguente modello di calcolo, viene utilizzata l'espressione V_n per calcolare la resistenza a taglio, di una trave armata:

$$V_n = V_c + V_s + V_{frp}$$
 (8.10)

Dove V_c , V_s , V_{frp} sono rispettivamente i contributi resistenti del calcestruzzo compresso, dell'ingranamento degli aggregati e dell'armatura longitudinale. V_{frp} è il contributo resistente del materiale composito; questo può essere calcolato (secondo Challal et al. (1998) nell' ACI 318-95 1999) mediante la seguente:

$$V_{\rm frp} = \phi_{\rm frp} A_{\rm frp} f_{\rm frp} \frac{(\sin\beta + \cos\beta)d}{s_{frp}} \quad (8.11)$$

Dove f_{frp} è la resistenza a trazione dell'FRP, $\phi_{frp} = 0.8$ coefficiente di riduzione del materiale, A_{frp} è l'area della sezione del paio di lamine in FRP, β è l'angolo d'inclinazione delle fibre misurato in senso orario a partire dall'orizzontale fino alla parte sinistra della trave, d è l'altezza resistente della trave ed s_{frp} è il passo delle strisce di lamina misurato lungo l'asse longitudinale della trave. Lo sforzo di taglio medio di progetto tra l'FRP e il cls non deve superare la metà del massimo sforzo di distacco. Questo modello è caratterizzato da due principali svantaggi. Il primo, l'assunzione del fatto che tutte le lamine che intersecano la rottura a taglio raggiungono la sua massima resistenza a trazione. Il secondo, il modello della resistenza del supporto, usato per limitare il livello di sforzo nel materiale FRP non rispecchia perfettamente i dati sperimentali. inoltre, il modello della forza di adesione è dato in termini di sforzo di taglio medio tra il FRP e il calcestruzzo; questo può essere ingannevole perché implica che la resistenza a trazione dell'FRP può sempre essere utilizzata quando vi è una sufficiente lunghezza dello strato di rinforzo. Mentre nella realtà, il livello dello sforzo non cresce con la lunghezza del rinforzo se la lamina di rinforzo è già sufficientemente lunga.

Modello di resistenza di Chen e Teng

Generalità:

Il modello di resistenza di Chen e Teng è stato elaborato assumendo che una discreta striscia in FRP può essere modellata come un foglio/piatto continuo. Come risultato, i modelli sono applicabili ad entrambi, piatti o strisce che siano. Questo approccio prevede delle semplificazioni, ma richiede anche l'applicazione di limitazioni spaziali della trave quando questo viene applicato nella pratica progettazione. Si assume che i tessuti continui siano un tipo speciale di striscia, ed il modello di Chen e Teng è espresso in termini di sole strisce.

Per uno schema generale di resistenza, se la rottura a taglio è inclinata verso l'asse longitudinale della trave, con un angolo θ e le strisce di FRP sono della stessa larghezza ed incollate da tutti i due i lati della trave, allora il contributo del FRP alla resistenza a taglio è data da:

$$V_{frp} = 2f_{frp,e} t_{frp} w_{frp} \frac{h_{frp,e}(\cot\theta + \cot\beta) \sin\beta}{s_{frp}} \quad (8.12)$$

Dove $f_{frp,e}$ è lo sforzo medio dell'FRP che interseca la rottura a taglio al suo stato ultimo, t_{frp} è la snellezza dell'FRP, w_{frp} è la profondità di ogni singola striscia di FRP (perpendicolare all'orientazione delle fibre), s_{frp} è il passo delle strisce, β inclinazione delle fibre, h_{frp} altezza effettiva dell'FRP. Chen e Teng hanno assunto che la rottura a taglio termina alla distanza di 0.9d, sotto il lembo compresso della trave, dove d è la profondità utile della trave, misurata dal lembo compresso fino al centro della sezione delle armature longitudinali. Si ha quindi che l'effettiva altezza dello strato di FRP $h_{frp,e}$ può essere espressa come:

$$h_{frp,e} = z_b - z_t \quad (8.13)$$



Figura 8.3 (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)

Dove z_t e z_b sono le misure effettive rispettivamente del lembo superiore e inferiore dell'FRP. Possono essere calcolate tramite le seguenti:

$$z_t = (0.1d + d_{frp,t}) - 0.1d = d_{frp,t} \quad (8.14)$$
$$z_b = [d - (h - d_{frp})] - 0.1d \quad (8.15)$$

dove $d_{frp,t}$ è la distanza dalla faccia compressa al bordo superiore dell'FRP (si ha $d_{frp,t} = 0$ per il rinforzo in avvolgimento), h è l'altezza della trave e d_{frp} è la distanza dalla faccia compressa al bordo inferiore dell'FRP. L'equazione (8.15) che esprime z_b , sta a significare che il bordo inferiore dell'effettivo FRP è sempre preso come (h - d_{frp}) sopra all'attuale bordo inferiore. Per le lastre laterali, il bordo inferiore dell'effettivo FRP è preso in corrispondenza al centro dell'asse delle armature longitudinali. Come mostrato in figura 8.3.

Relazione tra w_{frp} e s_{frp} per lamine continue:



Figura 8.4 (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)

Si ha che per lamine continue/strisce in FRP:

$$s_{\rm frp} = \frac{wfrp}{sin\beta} (8.16)$$

Perciò $s_{frp} = w_{frp}$ solo se $\beta = 90^{\circ}$ (fibre orientate verticalmente). È un rinforzo che può sopportare carichi significativi nella loro direzione principale della fibra. L'angolo di rottura θ può essere assunto pari a 45° nella progettazione. Il contributo della resistenza a taglio (calcolata nella xxx) V_{frp}, può essere calcolato se si conosce lo sforzo medio f_{frp,e}. Chen e Teng constatarono

che la distribuzione dei carichi nell'FRP lungo la fessura causata da taglio, non è uniformemente distribuita allo stato limite ultimo, in tutti i meccanismi di rottura e del collasso da distacco dal supporto. Questo perché lo sforzo medio lungo la fessura provocata dal taglio allo stato limite ultimo è così espressa:

$$f_{frp,e} = D_{frp} \sigma_{frp,max}$$
 (8.17)

Dove $\sigma_{frp,max}$ è lo sforzo massimo che può essere raggiunto nell'FRP intersecato dalla rottura e D_{frp} è la distribuzione dei carichi definita da:

$$D_{frp} = \frac{f_{frp,e}}{\sigma_{frp,max}} \quad (8.18)$$

I valori di $\sigma_{frp,max}$ e D_{frp} dipendono se il collasso a taglio è controllato dalla rottura dell'FRP o dal distacco dal supporto del medesimo.

Requisiti di spaziatura/passo per lamine FRP

Si denota che le precedenti equazioni per la progettazione, derivano dall'assunzione delle lamine in FRP come tessuto/lamina continuo. Per questo motivo, è necessario che le strisce attraversanti la fessura provocata dal taglio, siano più di una; alcuni casi estremi sono elencati di seguito.

Si prenda, per esempio, la fessura diagonale provocata da taglio, dove si ha la rottura più ampia, nel bordo inferiore. La lamina, in questo caso, è più effettiva se posta ad avvolgere, appunto, il lembo inferiore; poiché la resistenza a trazione ultima dell'FRP può essere raggiunta mentre la fessura da taglio ancora non si è sviluppata completamente ed è al suo stadio iniziale; dove la resistenza a taglio del calcestruzzo e l'ingranamento degli aggregati sono ancora mantenuti.

Una zona di posizionamento del composito effettiva è il lembo inferiore del rinforzo ad "U".



Figura 8.5 (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)

Invece, per il rinforzo laterale, la migliore posizione è quella centrale:



Figura 8.6 (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)

Una striscia posizionata al termine della fessura, per un consolidamento ad "U", dà un contributo poco significativo al rinforzo a taglio.



Figura 8.7 (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)

Il motivo a tutto ciò è dato dal fatto che il materiale di rinforzo necessita di deformarsi sufficientemente, per dare il suo contributo, nella configurazione di avvolgimento della trave; ma ciò sta a significare che la fessura, al lembo inferiore della trave, deve essere profonda; portando alla perdita dell'ingranamento fra gli aggregati. Perciò, se si ha una sola lamina intersecante la fessura, posizionata vicino al lembo superiore della trave, si verificherà il collasso della trave stessa, senza che la resistenza del materiale di rinforzo FRP sia stata sfruttata.

Una lamina posizionata sulla parte superiore della fessura, di un consolidamento laterale, e una posta inferiormente alla fessura, è completamente inefficace:



Figura 8.8 (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)

Per uno schema di rinforzo efficace, dovrebbe essere garantito che il passo tra le lamine non ecceda la metà della distanza orizzontale percorsa dalla fessura di taglio; così che in tutte le situazioni, almeno due lamine percorrano la fessura diagonale in considerazione, in modo che almeno una delle due garantisca l'efficacia del rinforzo. Il passo tra le lamine deve quindi essere:

$$s_{frp} \leq s_{frp,max} = \frac{h_{frp,e} (\sin \beta + \cos \beta)}{2} = \frac{h_{frp,e}}{2} \sin \beta = 90^{\circ} (8.19)$$

Modalità di rottura delle travi rinforzate con FRP

Il numero di modalità di rottura è stato definito da prove sperimentali eseguite in laboratorio su travi in C.A. rinforzate con gli FRP. Queste includono la rottura a taglio compresa la rottura del rinforzo, la rottura a taglio senza la rottura del rinforzo FRP, la rottura a taglio senza rottura del rinforzo FRP ma con locali fratture della trave e lo scollamento del rinforzo dal supporto.

Come per le classiche travi in C.A., le modalità di rottura comprendono la tensione tangenziale, la flessione, la compressione e la rottura ultima della trave.

Il comportamento ed il contributo del materiale composito nelle varie modalità di rottura possono essere differenti. L'argomento in questione necessita ancora di ricerche. Di seguito vengono riportati i diversi metodi di rottura di travi:

• Rottura a taglio con danneggiamento dell'FRP

Questo tipo di rottura avviene di solito con la rottura per tensione di trazione in diagonale. Prima avviene la frattura in mezzeria nella parte inferiore tesa della trave, poi le cricche si propagano fino a raggiungere l'appoggio dove si sviluppa una fessura diagonale. La rottura avviene improvvisamente. Mentre la tensione lungo la rottura diagonale cresce, il massimo sforzo lungo il rinforzo FRP raggiunge il suo limite, e spesso la sua rottura si verifica nell' estremità inferiore della cricca. Il materiale FRP è totalmente strappato quando lo sforzo limite viene raggiunto, la rottura viene quindi propagata lungo la diagonale di rottura nel cls, come conseguenza si ha una rottura fragile della trave. Il distacco dal supporto del FRP non inibisce totalmente la resistenza a taglio dell'intera trave;

• Rottura a taglio senza rottura dell'FRP

La rottura avviene come per il caso mostrato nel punto precedente, a differenza del fatto che il materiale FRP, in questo caso, non è danneggiato durante l'avvenimento della cricca. L'FRP può ancora sostenere carichi significativi dopo la rottura del calcestruzzo.

• Rottura a taglio con distacco dell'FRP dal supporto

Una trave armata a taglio in c.a. può cedere a causa del distacco dal supporto del materiale di rinforzo. Le figure seguenti rappresentano la rottura a taglio causate dal distacco del materiale di rinforzo nei due rispettivi casi di trave rinforzata ad "U" e rinforzata lateralmente. Non appena il materiale FRP inizia a distaccarsi, il collasso della trave avverrà immediatamente ed in maniera veloce. La duttilità delle travi che collassano in questo modo, è limitata.



Figura 8.9 Schema di rottura a taglio con distacco dell'FRP nel caso di rinforzo ad "U" (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)



Figura 8.10 Schema di rottura a taglio con distacco dell'FRP nel caso di rinforzo laterale (Fonte: "FRP strengthened RC structures" J.G Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L. Lam)

• Rottura in prossimità dell'ancoraggio

Nel caso vengano utilizzati ancoraggi per il fissaggio di lamine in FRP ai lati della trave, si possono verificare delle fratture nei pressi dell'ancoraggio; vengono utilizzate, ad esempio, nel caso di un rinforzo ad "U" di una trave, degli ancoraggi meccanici e questi, ai bordi dello stesso, tra la giuntura, possono causare delle rotture locali e delaminazione del materiale di rinforzo. Intorno all'ancoraggio meccanico, il materiale FRP o il cls possono subire delle fratture locali.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stata posta particolare attenzione alla sollecitazione di taglio negli elementi strutturali in c.a., responsabile di rottura fragile di quest'ultimi. E' nota la indispensabilità delle armature a taglio nelle travi, e la loro fondamentale importanza a scongiurare il collasso in maniera fragile, per garantire un adeguato livello di sicurezza in funzione dell'incolumità delle persone e la salvaguardia della vita.

Sono stati studiati, poi, metodi innovativi volti al rinforzo di elementi strutturali, che si trovano nelle condizioni di non soddisfacimento dei requisiti di resistenza, secondo le NTC 2008. Il rinforzo a taglio, di strutture esistenti in c.a., con l'impiego di materiali polimerici fibrorinforzati è una tecnica di rinforzo in continuo sviluppo; i modelli di resistenza a taglio citati in questa tesi, sono stati tratti da prove sperimentali; essi necessitano ancora di ricerche più approfondite. Si è constatato, quanti siano gli svariati vantaggi che si possono trarre dall'utilizzo dei materiali FRP, sfruttando le proprietà meccaniche ed il basso peso specifico, in concomitanza alla resistenza e durabilità, anche all'esposizione in condizioni ambientali sfavorevoli. I vantaggi in termini di resistenza sono accompagnati dalla facilità di applicazione di questo tipo di rinforzo; è in fase di ricerca, inoltre, la possibilità di impiegare il materiale FRP sotto forma di barre, a sostituire o accompagnare le classiche armature in acciaio, fino ad oggi impiegate nella progettazione classica degli elementi strutturali.

Bibliografia

- NTC 2008 (Norme Tecniche per le Costruzioni)
- CNR DT200/R1 2013
- Capozucca R.; Ponzano M. (2008) "CFRP sheets bonded to historical masonry shear wall"; Proceedings 6th Int. Conf. AMCM08; 4 Contributo in Atti di Convegno (Proceeding).
- Capozucca R.; Curzi. M. (2010) "Strengthening of historic masonry walls by steel composite material SRP/SRG", Proc. Int. Symposium Steel Structures: Culture & Sustainability 2010; 4 Contributo in Atti di Convegno (Proceeding).
- Capozucca R. (2010) "Strengthening of shear damaged historic masonry walls"; Proc. Eighth Int. Mas. Conf.; 4 Contributo in Atti di Convegno (Proceeding).
- Capozucca, Roberto; Magagnini, E.; Pace, G. (2017) "Bond of FRP strips in the strengthening of brickwork masonry"; International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics, 2016; American Institute of Physics Inc.; 4 Contributo in Atti di Convegno (Proceeding).
- Capozucca, R.; Magagnini, E.; Vecchietti, M. V. (2018) "Damaged RC beams strengthened with GFRP"; PROCEDIA STRUCTURAL INTEGRITY; 1 Contributo su Rivista.
- Capozucca, R.; Magagnini, E.; Pace, G. (2018) "Response of historic brick masonry strengthened with BFRP/GFRP strips"; Proc. 4th International Conference on Mechanics of Composites, 2018; 4 Contributo in Atti di Convegno (Proceeding).
- Capozucca, R.; Grande, E.; Milani, G. (2019) "Fiber reinforced polymer strengthened masonry: delamination, experimental and numerical issues, Part III, Chapter 15"; Numerical Modelling of Masonry Structures and Historical Structures, Elsevier; Cambridge, UK; 2 Contributo in Volume.
- Capozucca, R. (2020) "Experimental response of historic masonry under compression and shear loading: damage and strengthening with FRP – plenary lecture"; Advanced Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures, Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej; 4 Contributo in Atti di Convegno (Proceeding).

- Capozucca, R.; Magagnini, E. (2020) "Experimental behaviour of historic masonry walls under compression and shear loading"; 24th Conference of the Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics; 2 Contributo in Volume.
- Capozucca, R.; Magagnini, E. (2020) "Experimental response of masonry walls in-plane loading strengthened with GFRP strips", COMPOSITE STRUCTURES; 1 Contributo su Rivista.
- "FRP Strengthened R.C. Structures" J.G. Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, L.Lam
- ACI 318-95 (1999) Building Code Requirements for Structural Concrete (318-95) and Commentary (318R-95), American Concrete Institute (ACI), Fifth Printing Farmington Hills, Michigan, USA.
- Proceedings of the Materials Engineering Conference 804, ASCE, New York, USA, pp. 123-130.
- BS 8110 (1997) Structural Use of Concrete, Part 1. Code of Practice for Design and Construction, British Standards Institution, London, UK.
- Chen, J.F. and Teng, J.G. (2001b) "Anchorage strenght models for FRP and steel plates attached to concrete", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 127, No. 7, pp. 784-791.
- Malek, A.M. and Saadatmanesh, H. (1998) "Analytical study of reinforced concrete beams strengthened with web-bonded fiber reinforced plates or fabrics", ACI Structural Journal, Vol. 95, No. 3, pp. 343-351.
- Plevris, N., Triantafillou, T. C. and Veneziano, D. (1995) "Reliability of RC members strengthened with CFRP laminates", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 7, pp. 1037-1044.
- Triantafillou, T.C. and Antonopoulos, C. P. (2000) "Design of concrete flexural members stengthened in shear with FRP", Journal of Composites for Constrution ASCE, Vol. 4, No. 4, pp. 198-205.
- Triantafillou, T.C. and Fardis, M. N. (1997) "Strengthening of historic masonry structures with composite materials", Materials and Structures, Vol. 30, pp. 486-496.
- Triantafillou, T.C. and Plevris, N. (1992) "Strengthening of RC beams with epoxy-bonded fibre-composite materials", Materials and Structures, Vol. 25, pp. 201-211.