



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica

SINTESI DI DIVISORI/COMBINATORI A SIMMETRIA ROTAZIONALE
DESIGN OF DIVIDERS/COMBINERS WITH ROTATIONAL SYMMETRY

Relatore:

Prof. Antonio Morini

Tesi di Laurea di:

Francesco Gavetti

A.A. 2019/2020

A nonno Sandro.

INDICE

INDICE DELLE FIGURE.....	A
INDICE DELLE TABELLE	B
ACRONIMI E ABBREVIAZIONI	I
INTRODUZIONE	II
STATO DELL'ARTE	IV
• CLASSIFICAZIONE DI DIVISORI/COMBINATORI DI POTENZA	IV
▪ Divisori/Combinatori radiali.....	iv
▪ Divisori/Combinatori radiali 'cavity-based'	v
▪ Divisori/Combinatori radiali non-risonanti	v
▪ Divisori/Combinatori conici	vi
▪ Comparazione tra alcuni combinatori di potenza	vi
1. CAPITOLO I: LA MATRICE DI SCATTERING	1
1.1 INTRODUZIONE ALLA MATRICE DI SCATTERING	1
1.2 DEFINIZIONE DEI PARAMETRI DI DIFFUSIONE	2
1.2.1 Tensioni e correnti normalizzate.....	2
1.2.2 Ampiezze delle onde incidenti e riflesse	2
1.2.3 Dimostrazione dei parametri di scattering	3
1.2.4 Potenze	4
1.3 PROPRIETÀ DELLA MATRICE DI SCATTERING	6
1.3.1 Rete reciproca	6
1.3.2 Rete passiva	6
1.3.3 Rete simmetrica	6
1.3.4 Rete senza perdite	6
2. CAPITOLO II: INTRODUZIONE AI DIVISORI/COMBINATORI DI POTENZA	9
2.1 ANALISI DI UNA RETE 3-PORTE	9
2.1.1 Analisi di una generica rete 3-porte.....	9
2.1.2 Circolatore	11

3. CAPITOLO III: MODELLAZIONE DI DIVISORI/COMBINATORI RADIALI	14
3.1 RAPPRESENTAZIONE DI PRICE-LEICHTER	14
3.1.1 Calcolo analitico dei parametri di diffusione di Price-Leichter	15
3.2 RAPPRESENTAZIONE DI HOLZMAN	17
3.2.1 Analisi di un divisore di potenza 4-porte a simmetria rotazionale.....	17
3.2.2 Analisi di un divisore di potenza N-porte a simmetria rotazionale.....	23
3.3 RAPPRESENTAZIONE MEDIANTE I COEFFICIENTI DI RIFLESSIONE	26
3.3.1 Analisi di un combinatore 4:1.....	30
3.3.2 Analisi di un combinatore 8:1.....	32
3.3.3 Analisi di un combinatore 2N:1	34
4. CAPITOLO IV: IL PROBLEMA DELLA DEGRADAZIONE	36
4.1 GRACEFUL DEGRADATION	36
4.2 ANALISI DEL CASO PEGGIORE	39
4.2.1 Il corto-circuito	39
4.2.2 Inadeguatezza della soluzione di Price-Leichter nel caso peggiore.....	39
4.2.3 La soluzione “Anti Price-Leichter”	40
4.3 SOLUZIONE AL PROBLEMA DELLA DEGRADAZIONE	41
4.3.1 Sintesi di una soluzione ibrida	41
4.3.2 La soluzione migliore	42
5. CAPITOLO V: DESIGN DI UN COMBINATORE DI POTENZA.....	49
5.1 STATEMENT OF WORK	49
5.2 CRITERI DI PROGETTAZIONE E ARCHITETTURE CANDIDATE	50
5.3 COMBINATORE COASSIALE CONICO.....	50
5.4 COMBINATORE COASSIALE CONICO RIDGED	54
5.5 COMBINATORE COASSIALE RADIALE RIDGE	56
5.6 CONFRONTO TRA LE ARCHITETTURE ANALIZZATE	59
CONCLUSIONI	60
RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	62

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1	Divisione e combinazione di potenza (caso 3-porte).....	ii
Figura 2	Circolatore 3-porte	11
Figura 3	Coassiale TEM che termina su un divisore di potenza in guida d'onda a 4-porte.....	17
Figura 4	Generico divisore di potenza N-porte a simmetria rotazionale	23
Figura 5	Combinatore conico con porte d'ingresso orientate radialmente.....	51
Figura 6	Combinatore conico con porte d'ingresso orientate longitudinalmente	51
Figura 7	Simulazione RL e coefficienti di trasmissione alla porta d'uscita del combinatore conico.....	52
Figura 8	Efficienza di combinazione del combinatore conico.....	52
Figura 9	Isolamento tra le porte d'ingresso del combinatore conico	53
Figura 10	skk alla k-esima porta di ingresso del combinatore conico	53
Figura 11	Combinatore conico con trasformatore di Chebyshev e transizioni ridged	54
Figura 12	Return Loss simulato alla porta centrale del combinatore conico ridged	54
Figura 13	Coefficienti di trasmissione del combinatore conico ridged.....	55
Figura 14	Efficienza di combinazione del combinatore conico ridged.....	55
Figura 15	Isolamento del combinatore conico ridged.....	55
Figura 16	skk alla k-esima porta di ingresso del combinatore conico ridged.....	55
Figura 17	Combinatore coassiale radiale ridged.....	56
Figura 18	Riflessione simulata e coefficienti di trasmissione alla porta d'uscita del combinatore radiale ridged ..	57
Figura 19	Coefficienti di trasmissione del combinatore radiale ridged	58
Figura 20	Efficienza di combinazione del combinatore radiale ridged.....	58
Figura 21	skk alla k-esima porta di ingresso del combinatore radiale ridged.....	58
Figura 22	Isolamento del combinatore radiale ridged	58

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1	Tabella degli Acronimi e delle Abbreviazioni	i
Tabella 2	Comparazione delle Prestazioni di Alcuni Combinatori di Potenza.....	vii
Tabella 3	Comparazione delle Tecniche di Combinazione	viii
Tabella 4	Statement of Work	49
Tabella 5	Confronto tra varie architetture di combinatori radiali di potenza.....	59

ACRONIMI e ABBREVIAZIONI

Tabella 1

Tabella degli Acronimi e delle Abbreviazioni

ACRONIMO	SIGNIFICATO
BW	Bandwidth
CPD/C	Conical Power Divider(s)/Combiner(s)
CW	Continuous Wave
D/C	Divider(s)/Combiner(s)
IL	Insertion Loss
RIF	Riferimento
RL	Return Loss
RPD/C	Radial Power Divider(s)/Combiner(s)
SOW	Statement of Work
SSPA	Solid State Power Amplifier

INTRODUZIONE

I divisori e i combinatori di potenza sono componenti a microonde passivi usati per la divisione e la combinazione di potenza, come illustrato in *Figura 1*. Nella divisione di potenza, un segnale in ingresso viene diviso in due o più segnali d'uscita con potenza minore, mentre un combinatore di potenza accetta in ingresso due o più segnali d'ingresso e li combina alla porta d'uscita, generando un unico segnale.

Per quanto detto, un divisore/combinatore (D/C) di potenza è un dispositivo che presenta almeno tre porte. Solitamente, i divisori di potenza forniscono segnali in uscita in fase tra loro con un eguale rapporto di divisione di potenza, ma è possibile avere anche un rapporto di divisione della potenza in uscita non uguale.

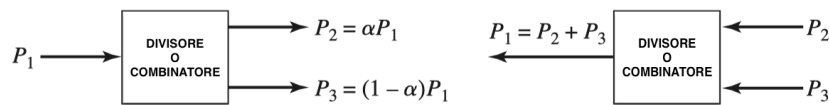


Figura 1 Divisione e combinazione di potenza (caso 3-porte)

(a) Divisione di potenza (b) Combinazione di potenza

Un divisore di potenza a simmetria rotazionale (radiale) divide la potenza proveniente da una porta centrale, quella di alimentazione, in N porte di uscita posizionate radialmente, in un unico step, senza procedere attraverso stadi di divisione intermedi, come accade, ad esempio, nel caso degli accoppiatori direzionali.

Analogamente, un combinatore di potenza a simmetria rotazionale (radiale) combina i contributi di potenza provenienti da N porte di ingresso, disposte radialmente, in un'unica porta di uscita, disposta centralmente, in un unico step, senza procedere attraverso diversi stadi di combinazione.

In generale, i RPD/C presentano un'elevata efficienza di combinazione, basse perdite, eccellenti prestazioni di bilanciamento di ampiezza e fase, una notevole capacità di gestione di potenze elevate e dimensioni molto ridotte. Queste caratteristiche, seppur si traducano in una notevole complessità di progettazione e, di conseguenza, in un elevato

costo di realizzazione, rendono questi dispositivi decisamente apprezzati in campo aerospaziale.

È importante sottolineare che nel corso di questa trattazione verrà fatto riferimento talvolta solo ai divisori e talvolta solo ai combinatori, ma che le considerazioni fatte ed i risultati ottenuti per ognuno dei casi in esame sono di validità generale e possono essere trasposti al caso complementare con delle opportune, ma semplici modifiche.

In generale, lo scopo di questa trattazione è quello di studiare divisori/combinatori di potenza a simmetria rotazionale, multibanda e a banda larga, alle cui porte possono essere collegati amplificatori di potenza allo stato solido (SSPA).

STATO DELL'ARTE

- **CLASSIFICAZIONE DI DIVISORI/COMBINATORI DI POTENZA**

Ad oggi, come riportato in [29], i combinatori di potenza possono essere raggruppati in due grandi categorie:

- I combinatori N-porte, i quali combinano i segnali di uscita di N dispositivi in un unico step;
- I combinatori multi-step, i quali combinano l'uscita di N dispositivi procedendo attraverso più passaggi intermedi.

Il combinatore multi-step è sicuramente un dispositivo più semplice dal punto di vista progettuale e pertanto più usato, grazie anche al suo inferiore costo realizzativo rispetto al corrispondente combinatore a singolo step. D'altro canto, però, i combinatori multi-step soffrono un'alta insertion loss e possiedono dimensioni notevolmente maggiori, oltre ad una larghezza di banda operativa più limitata.

I combinatori N-porte a singolo step, invece, come già detto in precedenza, possiedono: una maggiore efficienza di combinazione, grazie ad una inferiore insertion loss, un migliore bilanciamento di ampiezza/fase, dimensioni ridotte ed una larghezza di banda maggiore, a discapito di un costo realizzativo e una complessità progettuale superiori. Vantaggi che risultano tanto più evidenti (rispetto ai convenzionali combinatori multi-step) tanto maggiore è il numero delle porte implementate.

In generale, i D/C N-porte possono essere divisi in:

- D/C radiali;
- D/C non-radiali.
- Divisori/Combinatori radiali

Nei RPC (combinatori radiali di potenza), in cui le N porte d'ingresso sono disposte simmetricamente attorno al centro, le potenze provenienti da tali porte vengono sommate

in un unico passaggio e la potenza totale viene convogliata alla porta d'uscita centrale. Una struttura di questo tipo permette di avere una minore distanza tra le porte d'ingresso e quindi una perdita di combinazione ('combining loss') ridotta tra le N porte e la porta centrale. La maggiore larghezza di banda, che come detto costituisce uno dei vantaggi principali di questo genere di dispositivi, è resa possibile proprio grazie al fatto che la combinazione viene eseguita in un unico step e non occorre procedere attraverso svariati passaggi transitori.

Questi possono essere generalmente suddivisi in due sottocategorie:

- Le cavità risonanti (Resonant Cavities);
- Le strutture combinanti non-risonanti.

- Divisori/Combinatori radiali 'cavity-based'

I combinatori radiali a cavità risonante ottengono la somma delle potenze uscenti da un certo numero di dispositivi collegati alle porte d'ingresso del combinatorio accoppiando le loro uscite ad un singolo risonatore. Proprio per la loro natura risonante, questi combinatori possiedono una larghezza di banda generalmente più stretta. La cavità può essere ottenuta in coassiale o in guida d'onda, ma in entrambi i casi le N porte di ingresso eccitano una singola cavità.

A causa della loro banda limitata, questo tipo di D/C non risulta di particolare interesse per lo scopo di questa trattazione.

- Divisori/Combinatori radiali non-risonanti

Le strutture combinanti non-risonanti usano linee di trasmissione per la realizzazione del loro percorso combinante ('combining path') e sono principalmente utilizzati per applicazioni in cui si necessita una larghezza di banda maggiore, anche perché possono essere collegati ad amplificatori a banda larga.

In questi combinatori, la potenza si propaga radialmente dalla porta centrale alle porte periferiche disposte simmetricamente rispetto l'asse della struttura (il quale coincide con quello della porta centrale).

- Divisori/Combinatori conici

Un esempio particolarmente rilevante di D/C radiali di potenza non-risonanti sono i D/C conici, i quali presentano una struttura decisamente compatta e ad alta efficienza.

Come si può evincere dal nome, questi D/C sono realizzati mediante linee di trasmissione coniche, le quali presentano diversi vantaggi rispetto alle cavità, in quanto sono in grado di garantire la propagazione del modo TEM e possiedono un'impedenza caratteristica costante della linea di trasmissione lungo la direzione di propagazione dell'onda.

Questa proprietà assicura una progettazione semplificata della struttura per applicazioni a banda larga e una transizione semplificata tra la linea coassiale e la linea conica in guida d'onda.

- Comparazione tra alcuni combinatori di potenza

A partire dalla seconda parte dai primi anni duemila, la letteratura ha messo a disposizione una notevole quantità di testi riguardo le prestazioni di diversi tipi di combinatori di potenza, alcune delle quali verranno riportate in *Tabella 2*, assieme al relativo riferimento bibliografico.

Tabella 2 *Comparazione delle Prestazioni di Alcuni Combinatori di Potenza¹*

RIF.	FBW (%)	BW (GHz)	No di porte	Isolation (dB)	Phase Balance (degree)	Amplitude Balance (dB)	Loss (dB)	Combining Efficiency (%)	Technology
[16]	76	18-40	16	~2 dB (worst case)	±8	±0.6	1.1	>78	Ridge Waveguide
[17]	112	0.52-1.86	8	4	±1	±0.2	0.4	-	Coaxial Waveguide
[18]	122	3-16	32	Low	-	-	1.2	75	Coaxial Waveguide
[18]	100	6-18	24	10	-	<1	2	-	Coaxial Waveguide
[19]	90	4-14	8	-	-	-	-	-	Coaxial Waveguide
[21]	76.9	0.8-1.8	8	5	±2.5	±0.65	<1.5	73~99	Radial Cavity
[22]	74	6.6-14.1	10	15~5	±10	±1.5	<2	-	Conical Transmission Line
[23]	64	1-8	16	10	-	-	1	-	Coaxial Waveguide
[24]	46	7.7-12.3	10	6	±3	±0.6	0.5	-	Conical Line
[27]	40	26.5-40	10	-	-	-	2.6	-	Quasi Optical

Dalla comparazione si evince che se si desidera progettare una soluzione a banda larga occorre senza dubbio adottare una soluzione non-risonante. Inoltre, è anche evidente che

¹ A. Morini, *Technical Proposal for a Multi-Band Microwave Multiport Power Combiner for Ground Terminals*, 2020.

le strutture coassiali coniche costituiscono la soluzione più promettente al nostro scopo, in quanto garantiscono banda larga e basse perdite.

Tabella 3 Comparazione delle Tecniche di Combinazione²

Combining Technique	BW	Loss	Combining Efficiency
Corporate Microstrip	-	--	--
Corporate Waveguide	-	+	+
Corporate Ridge Waveguide	+	+	+
Rial Non-Resonant TEM	++	++	++
Conical Coaxial TEM	++	++	++

² A. Morini, *Technical Proposal for a Multi-Band Microwave Multiport Power Combiner for Ground Terminals*, 2020.

1. CAPITOLO I:

LA MATRICE DI SCATTERING

1.1 INTRODUZIONE ALLA MATRICE DI SCATTERING

Le rappresentazioni classiche di reti lineari, quali la matrice delle impedenze a circuito aperto e la matrice delle ammettenze di cortocircuito, non sono direttamente misurabili per frequenze maggiori di qualche centinaio di MHz. Infatti, come riportato in [31], queste rappresentazioni presentano le seguenti problematiche:

- Per misurare i coefficienti delle matrici $[Z]$ e $[Y]$ è necessario misurare tensioni a vuoto o correnti di cortocircuito e spesso risulta impossibile imporre questo tipo di chiusure alle porte, soprattutto quando le frequenze sono elevate;
- Spesso i circuiti a microonde presentano delle dimensioni molto ridotte, paragonabili alla lunghezza d'onda del segnale che li attraversa, e ciò comporta variazioni molto rapide delle stesse tensioni e correnti. Per questo, la misurazione di tensione e corrente in dispositivi di questo tipo risulterebbe poco significativa, pertanto si preferisce misurare grandezze legate alla combinazione delle due, come la potenza;
- Nei dispositivi attivi, le condizioni di circuito aperto o cortocircuito corrispondono a zone di potenziale instabilità del dispositivo stesso, rendendo i dispositivi stessi non misurabili.

La matrice di diffusione nasce proprio dalla necessità di ovviare a queste problematiche. In particolare, la matrice di scattering propone una caratterizzazione delle reti a microonde in termini di parametri legati alle onde incidenti e riflesse (tensioni e correnti) che si propagano nel circuito di cui si intende effettuare la misurazione.

1.2 DEFINIZIONE DEI PARAMETRI DI DIFFUSIONE

1.2.1 Tensioni e correnti normalizzate

Per prima cosa, ancor prima di definire formalmente i parametri di scattering, è conveniente definire le grandezze tensioni e correnti normalizzate.

Data una giunzione lineare 2 porte, nella quale sono ben definite le porte, ossia le linee di trasmissione che vi afferiscono, in termini di impedenza caratteristica e di costante di propagazione, è possibile definire i valori delle correnti e delle tensioni normalizzate alle due porte come segue:

$$i_1 = \hat{I}_1 \sqrt{Z_{01}} \quad (1)$$

$$\vec{i}_2 = \vec{\hat{I}}_2 \sqrt{Z_{02}} \quad (2)$$

$$v_1 = \frac{\hat{V}_1}{\sqrt{Z_{01}}} \quad (3)$$

$$v_2 = \frac{\hat{V}_2}{\sqrt{Z_{02}}} \quad (4)$$

In generale, nel caso di una giunzione lineare N porte, utilizzando la notazione matriciale, si può scrivere la seguente relazione:

$$\begin{bmatrix} v_i \\ i_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sqrt{Z_{0i}} & \sqrt{Z_{0i}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_i \\ \hat{I}_i \end{bmatrix} \quad \text{per } i = 1, \dots, N \quad (5)$$

1.2.2 Ampiezze delle onde incidenti e riflesse

Definite le tensioni e le correnti normalizzate a ciascuna porta della nostra rete lineare, è ora possibile definire le ampiezze delle onde incidenti e riflesse a ciascuna porta, come:

$$a_i = v_i^+ = \frac{V_i^+}{\sqrt{Z_{0i}}} = I_i^+ \sqrt{Z_{0i}} = i_i^+ \quad (6)$$

$$b_i = v_i^- = \frac{V_i^-}{\sqrt{Z_{0i}}} = -I_i^- \sqrt{Z_{0i}} = i_i^- \quad (7)$$

Ricordando che $I_i^\pm = \pm \frac{V_i^\pm}{Z_{0i}}$ e di conseguenza $V_i^\pm = \pm I_i^\pm Z_{0i}$.

Dalle espressioni precedenti, si possono ricavare le espressioni delle tensioni e delle correnti (normalizzate e non) a ciascuna porta in funzione delle ampiezze delle onde incidenti e riflesse:

$$v_i = v_i^+ + v_i^- = a_i + b_i \quad (8)$$

$$i_i = i_i^+ + i_i^- = a_i - b_i \quad (9)$$

$$V_i = v_i \sqrt{Z_{0i}} = \sqrt{Z_{0i}} (a_i + b_i) \quad (10)$$

$$I_i = \frac{i_i}{\sqrt{Z_{0i}}} = \frac{(a_i - b_i)}{\sqrt{Z_{0i}}} \quad (11)$$

1.2.3 Dimostrazione dei parametri di scattering

Per una generica rete N-porte, la matrice che lega le ampiezze delle onde riflesse a quelle delle onde incidenti viene indicata con $[S]$, prende il nome di matrice di diffusione (o matrice di scattering) ed è definita come segue:

$$\underline{b} = [S] \underline{a} \quad (12)$$

Cioè:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & \cdots & s_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1} & \cdots & s_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_N \end{bmatrix} \quad (13)$$

Dunque, i parametri s (parametri di diffusione) presentano la seguente forma:

$$s_{ii} = \left. \frac{b_i}{a_i} \right|_{a_k=0} \quad \text{per } k = 1, 2, \dots, N, \quad k \neq i \quad (14)$$

$$s_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0} \quad \text{per } k = 1, 2, \dots, N, \quad k \neq j \quad (15)$$

In generale, quindi, l'elemento (i, i) della matrice di scattering rappresenta il coefficiente di riflessione misurabile alla porta i quando soltanto questa è alimentata e tutte le altre porte sono terminate su carico adattato (cioè non presentano riflessione), mentre l'elemento (i, j) della matrice di scattering rappresenta il coefficiente di trasmissione misurabile alla porta i quando solo la porta j è alimentata e tutte le altre porte sono adattate.

Pertanto, il problema di calcolo dei parametri di scattering si riduce ad un problema di adattamento delle porte e di calcolo dei coefficienti di riflessione e di trasmissione a ciascuna di esse.

1.2.4 Potenze

La potenza di picco entrante alla i -esima porta della rete vale:

$$P_i^+ = \frac{|V_i^+|^2}{Z_{0i}} = |I_i^+|^2 Z_{0i} = |a_i|^2 \quad (16)$$

La potenza di picco uscente dalla i -esima porta della rete vale:

$$P_i^- = \frac{|V_i^-|^2}{Z_{0i}} = |I_i^-|^2 Z_{0i} = |b_i|^2 \quad (17)$$

A questo punto è possibile definire la potenza di picco totale entrante e uscente dalla rete come:

$$\sum_{i=1}^N |a_i|^2 \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^N |b_i|^2 \quad (19)$$

È utile definire anche la potenza reale che scorre attraverso il piano di riferimento della porta:

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{v_i v_i^*\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{|v^+|^2 - |v^-|^2 + (v^- v^{+*} - v^+ v^{-*})\} = \\ &= \frac{1}{2} (|v^+|^2 - |v^-|^2) = \frac{1}{2} (|a|^2 - |b|^2) \end{aligned} \quad (20)$$

Essendo la quantità $(v^- v^{+*} - v^+ v^{-*})$ puramente immaginaria. Dunque, la potenza reale che attraversa il piano di riferimento della porta è uguale alla differenza tra la potenza trasportata dall'onda incidente e quella trasportata dall'onda riflessa agenti indipendentemente. Questo risultato è vero solo nel caso in cui si assume che la rete sia senza perdite.

1.3 PROPRIETÀ DELLA MATRICE DI SCATTERING

Per la matrice di scattering valgono le seguenti proprietà:

1.3.1 Rete reciproca

$$s_{ij} = s_{ji} \quad i \neq j \quad (21)$$

$$[S] = [S]^T \quad (22)$$

1.3.2 Rete passiva

$$|s_{ij}| \leq 1 \quad (23)$$

1.3.3 Rete simmetrica

$$s_{ij} = s_{ji} \quad (24)$$

1.3.4 Rete senza perdite

Per il principio di conservazione dell'energia, una rete passiva e senza perdite è una rete per cui la potenza di picco entrante uguaglia quella uscente.

In altre parole, il principio di conservazione dell'energia asserisce che la potenza di picco totale uscente dalla rete è uguale alla potenza di picco totale entrante nella stessa, cioè:

$$\sum_{i=1}^N |b_i|^2 = \sum_{i=1}^N |a_i|^2 \quad (25)$$

È possibile scrivere il quadrato del modulo del vettore delle ampiezze delle onde riflesse come $|\underline{b}|^2 = \underline{b}^+ \underline{b}$ (e lo stesso per le ampiezze delle onde incidenti) e quindi l'equazione precedente può essere riscritta in questo modo:

$$\underline{b}^+ \underline{b} = \underline{a}^+ \underline{a} \quad (26)$$

Applicando la definizione della matrice di scattering, cioè $\underline{b} = [S]\underline{a}$, si ottiene:

$$\begin{aligned} ([S]\underline{a})^+ ([S]\underline{a}) &= \underline{a}^+ \underline{a} \\ \underline{a}^+ [S]^+ [S] \underline{a} &= \underline{a}^+ \underline{a} \\ \underline{a}^+ [S]^+ [S] \underline{a} - \underline{a}^+ \underline{a} &= 0 \\ \underline{a}^+ ([S]^+ [S] - [U]) \underline{a} &= 0 \end{aligned}$$

Dove $[U]$ è la matrice identità e $[S]^+ = ([S]^T)^* = ([S]^*)^T$.

Quest'ultima equazione ammette soluzione per una scelta arbitraria delle eccitazioni \underline{a} soltanto se:

$$[S]^+ [S] = [U] \quad (27)$$

oppure

$$[S]^* = \{[S]^T\}^{-1} \quad (28)$$

Questa relazione rappresenta proprio la condizione di assenza di perdite e può anche essere riscritta nelle seguenti forme equivalenti:

$$[S]^{-1} = [S]^+ \quad (29)$$

$$[S]^T [S]^* = [U] \quad (30)$$

$$|\det[S]| = 1 \quad (31)$$

Una matrice che soddisfa questa relazione, prende il nome di matrice unitaria.

La condizione di assenza di perdite può essere riscritta anche in termini di somma di prodotti dei parametri di scattering:

$$\sum_{k=1}^N s_{ki} s_{kj}^* = \delta_{ij}, \forall i, j \quad (32)$$

Dove δ_{ij} rappresenta la delta di Kronecker, la quale vale:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (33)$$

In altre parole, l'equazione asserisce che il prodotto scalare di qualsiasi colonna di $[S]$ con il coniugato della colonna stessa sia unitario e che il prodotto scalare di qualsiasi colonna con il coniugato di una qualsiasi diversa colonna sia nullo. Quindi si può riassumere il tutto asserendo che le colonne sono ortonormali.

2. CAPITOLO II:

INTRODUZIONE AI DIVISORI/COMBINATORI DI POTENZA

In questo capitolo, facendo riferimento a [1], si analizzeranno le proprietà fondamentali di una classe di dispositivi passivi a microonde molto importante: i divisori/combinatori di potenza.

2.1 ANALISI DI UNA RETE 3-PORTE

2.1.1 Analisi di una generica rete 3-porte

La matrice di scattering (diffusione) di una generica rete 3-porte presenta la seguente forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Se il dispositivo è passivo e non contiene materiali anisotropi³, allora questo deve essere reciproco e pertanto la sua matrice di scattering dovrà essere simmetrica ($s_{ij} = s_{ji}$).

Solitamente, al fine di avere l'assenza di perdite, si desidera avere una giunzione che sia senza perdite ed adattata a tutte le porte. Si può dimostrare facilmente che è impossibile avere una rete fisicamente realizzabile che sia allo stesso tempo reciproca e adattata a tutte le porte.

Infatti, supponendo che tutte le porte siano adattate, si avrà $s_{ii} = 0$, mentre, come già anticipato in precedenza, dalla condizione di reciprocità seguirà che $s_{ij} = s_{ji}$, pertanto la matrice di diffusione di una rete con queste caratteristiche si riduce a:

³ Materiale anisotropo: è un materiale le cui proprietà fisiche variano a seconda della direzione considerata.

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & 0 & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Nel caso in cui la rete non presenti perdite, come visto in (1.3.4), il principio di conservazione dell'energia richiede che la matrice di scattering sia una matrice unitaria, cioè che risulti verificata l'equazione (30).

Quindi, nel caso di una rete 3-porte adattata a tutte le porte, reciproca e priva di perdite, il principio di conservazione dell'energia restituisce il seguente set di equazioni:

$$|s_{12}|^2 + |s_{13}|^2 = 1 \quad (36)$$

$$|s_{12}|^2 + |s_{23}|^2 = 1 \quad (37)$$

$$|s_{13}|^2 + |s_{23}|^2 = 1 \quad (38)$$

$$s_{13}^* s_{23} = 0 \quad (39)$$

$$s_{23}^* s_{12} = 0 \quad (40)$$

$$s_{12}^* s_{13} = 0 \quad (41)$$

Le ultime tre equazioni mostrano che almeno due dei tre parametri devono essere nulli e ciò risulta essere in disaccordo con quanto espresso dalle prime tre equazioni.

Ciò implica che una rete tre porte non può essere simultaneamente reciproca, priva di perdite e adattata a tutte e tre le porte. La fisica realizzabilità della rete è quindi possibile solo nel caso in cui una di queste tre condizioni venisse rilasciata.

Nel caso la rete 3-porte fosse non-reciproca ($s_{ij} \neq s_{ji}$), allora le condizioni di adattamento a tutte le porte e di conservazione dell'energia possono essere soddisfatte e la rete risulterebbe essere fisicamente realizzabile. Un dispositivo di questo tipo è meglio conosciuto con il nome di circolatore e tipicamente il suo comportamento non-reciproco è realizzato mediante l'utilizzo di materiali anisotropi, come la ferrite.

2.1.2 Circolatore

I circolatori si dividono sostanzialmente in due gruppi: quelli per cui si ha un flusso di potenza rotante in senso orario e quelli per cui lo si ha in senso antiorario, come mostrato in *Figura 2*.

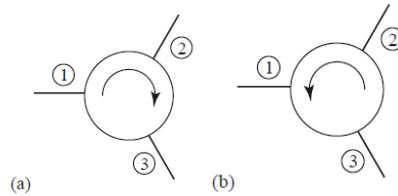


Figura 2 Circolatore 3-porte

(a) circolatore 3-porte orario (b) circolatore 3-porte antiorario

Per quanto si è appena visto, una rete 3-porte senza perdite e adattata a tutte le porte può essere fisicamente realizzabile esclusivamente solo se non reciproca. La matrice di scattering di una rete di questo tipo può essere scritta come:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & 0 & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

La condizione di assenza di perdite ($[S]^T [S]^* = [U]$) restituisce le seguenti relazioni:

$$|s_{12}|^2 + |s_{13}|^2 = 1 \quad (I)$$

$$|s_{21}|^2 + |s_{23}|^2 = 1 \quad (II)$$

$$|s_{31}|^2 + |s_{32}|^2 = 1 \quad (III)$$

$$s_{13}s_{23}^* = 0 \quad (IV)$$

$$s_{12}s_{32}^* = 0 \quad (V)$$

$$s_{21}s_{31}^* = 0 \quad (VI)$$

L'equazione (IV) ammette tre possibili soluzioni:

(a) $s_{13} = 0, s_{23} \neq 0$

(b) $s_{13} \neq 0, s_{23} = 0$

(c) $s_{13} = 0, s_{23} = 0$

Supponiamo in un primo momento di trovarci nella condizione (a), allora:

dall'equazione (I): $|s_{12}|^2 = 1 \rightarrow |s_{12}| = 1$

dall'equazione (V): $s_{32} = 0$

dall'equazione (III): $|s_{31}|^2 = 1 \rightarrow |s_{31}| = 1$

dall'equazione (VI): $s_{21} = 0$

dall'equazione (II): $|s_{23}|^2 = 1 \rightarrow |s_{23}| = 1$

In conclusione, la condizione di assenza di perdite può essere soddisfatta in due casi:

A. $s_{13} = s_{21} = s_{32} = 0 \quad |s_{12}| = |s_{31}| = |s_{23}| = 1$

B. $s_{23} = s_{31} = s_{12} = 0 \quad |s_{21}| = |s_{32}| = |s_{13}| = 1$

Nel caso (A) si ottiene una matrice di scattering nella forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & e^{j\varphi_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\varphi_{23}} \\ e^{j\varphi_{31}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Dalla quale si evince che:

- Alimentando la porta 2 tutta la potenza viene trasferita alla porta 1;
- Alimentando la porta 1 tutta la potenza viene trasferita alla porta 3;
- Alimentando la porta 3 tutta la potenza viene trasferita alla porta 2;

pertanto, si tratta di un circolatore antiorario.

Mentre nel caso (B) si ottiene una matrice di scattering nella forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e^{j\varphi_{13}} \\ e^{j\varphi_{21}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\varphi_{32}} & 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Dalla quale si evince che:

- Alimentando la porta 1 tutta la potenza viene trasferita alla porta 2;
- Alimentando la porta 2 tutta la potenza viene trasferita alla porta 3;
- Alimentando la porta 3 tutta la potenza viene trasferita alla porta 1;

pertanto, si tratta di un circolatore orario.

3. CAPITOLO III:

MODELLAZIONE DI DIVISORI/COMBINATORI RADIALI

3.1 RAPPRESENTAZIONE DI PRICE-LEICHTER

La matrice di scattering di Price-Leichter costituisce la migliore rappresentazione possibile in termini di isolamento tra le porte per un RPD/C.

Una giunzione reciproca e senza perdite può essere rappresentata da una matrice simmetrica ed unitaria $[S]'$. Senza perdita di generalità, ci si può limitare ad analizzare la matrice $[S]$ puramente reale poiché il caso generale, cioè la matrice complessa $[S]'$ che include gli spostamenti di fase, può essere ricavata dal caso reale operando una semplice trasformazione.

Price e Leichter forniscono una soluzione per cui, quando viene alimentata una porta, non si ha onda riflessa su tale porta e l'ampiezza dell'onda trasmessa alla k -esima porta è uguale a una data x_k , cioè è arbitraria, ma prefissata.

Nel caso di un combinatorio N:1, la cui matrice di diffusione si è supposta essere reale, le condizioni di reciprocità e di assenza di perdite (matrice unitaria) possono essere riscritte come:

$$s_{ij} = s_{ji}$$

$$\sum_{k=1}^{N+1} s_{ik} s_{kj} = \delta_{ij}, \quad \forall i, j$$

Dunque, secondo Price e Leichter, una rete lineare N:1 reciproca e senza perdite, tale per cui quando viene alimentata una porta, supponiamo la (N+1)-esima, non si ha riflessione in quella porta e per la quale l'ampiezza dell'onda trasmessa alla porta k -esima è fissa ed arbitraria, è definita dalle seguenti relazioni:

$$s_{N+1 N+1} = 0 \tag{45}$$

$$s_{kk} = \frac{1}{N} - 1 \quad \text{per } k < N + 1 \quad (46)$$

$$s_{ij} = s_{ji} = \frac{1}{N} \quad \text{per } i \neq j, i < N + 1, j < N + 1 \quad (47)$$

$$s_{kN+1} = s_{N+1k} = \sqrt{\frac{1}{N}} \quad \text{per } k < N + 1 \quad (48)$$

In conclusione, il combinatorio di Price-Leichter N:1 presenta le seguenti proprietà:

- A. Adattamento alla porta di uscita;
- B. Perfetta combinazione delle porte di ingresso sulla porta di uscita;
- C. Massimo isolamento tra le porte di ingresso;
- D. Quando una porta d'ingresso viene alimentata, la frazione di potenza non riflessa e non trasmessa alla porta di uscita è ugualmente divisa tra le restanti porte d'ingresso.

È importante sottolineare che la matrice di diffusione fornita da Price e Leichter non è l'unica possibile, ma rappresenta la migliore soluzione dal punto di vista dell'isolamento tra le porte d'ingresso (nel caso di combinatorio), anche se il suo ottenimento risulta piuttosto complicato nella realtà.

La progettazione di un combinatorio inizia sempre imponendo le condizioni A. e B., in quanto le restanti vengono automaticamente soddisfatte assumendo che la giunzione sia a simmetria rotazionale. È proprio questo il punto di forza di una giunzione che presenta una simmetria rotazionale.

3.1.1 Calcolo analitico dei parametri di diffusione di Price-Leichter

I parametri di scattering appena trovati, possono essere calcolati analiticamente considerando un divisore costituito dal parallelo di N linee di trasmissione di impedenza caratteristica NZ_0 alimentante da una (N+1)-esima linea di trasmissione di impedenza Z_0 .

Il parallelo delle N linee di trasmissione di trasmissione di impedenza NZ_0 possiede un'impedenza caratteristica totale pari a:

$$Z_{\parallel} = \frac{(NZ_0)^N}{N(NZ_0)^{N-1}} = \frac{(NZ_0)}{N} = Z_0 \quad (49)$$

Pertanto, i parametri di scattering saranno:

$$s_{N+1 N+1} = \frac{Z_{\parallel} - Z_0}{Z_{\parallel} + Z_0} = 0 \quad (50)$$

$$s_{k k} = \frac{Z'_{\parallel} - NZ_0}{Z'_{\parallel} + NZ_0} = \frac{\frac{1}{2N-1} - NZ_0}{\frac{1}{2N-1} + NZ_0} = \frac{1 - 2N + 1}{1 + 2N - 1} = \frac{2 - 2N}{2N} = \frac{1}{N} - 1, \quad k < N + 1 \quad (51)$$

$$\begin{aligned} s_{k N+1} = s_{N+1 k} &= \left. \frac{b_{N+1}}{a_k} \right|_{a_i=0, i \neq k \neq N+1} = \frac{V_k / \sqrt{Z_0}}{\left(\frac{V_k}{\sqrt{NZ_0}} \right) / (1 + s_{k k})} = \\ &= \frac{V_k / \sqrt{Z_0}}{\left(\frac{V_k}{\sqrt{NZ_0}} \right) / \left(1 + \frac{1}{N} - 1 \right)} = \frac{V_{N+1} \sqrt{NZ_0} \frac{1}{N}}{V_{N+1} \sqrt{Z_0}} = \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} \end{aligned} \quad (52)$$

$$s_{j i} = s_{i j} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0} = \frac{V_j / \sqrt{Z_0}}{\left(\frac{V_j}{\sqrt{NZ_0}} \right) / (1 + s_{j j})} = (1 + s_{j j}) = 1 + \left(\frac{1}{N} - 1 \right) = \frac{1}{N} \quad (53)$$

Dove Z'_{\parallel} rappresenta il parallelo tra la linea d'ingresso di impedenza Z_0 e N-1 linee di impedenza NZ_0 , cioè:

$$\begin{aligned}
Z'_{\parallel} = Z_{\parallel(N-1)} \parallel Z_0 &= \frac{(NZ_0)^{N-1}}{(N-1)(NZ_0)^{N-2}} \parallel Z_0 = \frac{NZ_0}{N-1} \parallel Z_0 = \frac{Z_0 - \left(\frac{NZ_0}{N-1}\right)}{Z_0 + \left(\frac{NZ_0}{N-1}\right)} = \\
&= \frac{Z_0(NZ_0)}{Z_0(N-1) + NZ_0} = \frac{NZ_0}{2N-1}
\end{aligned} \tag{54}$$

3.2 RAPPRESENTAZIONE DI HOLZMAN

Di seguito viene riportata l'analisi proposta da Holzman in [9], la quale consiste nello studio di una linea di coassiale TEM terminata su un divisore di potenza a N-porte in guida d'onda disposte radialmente, mediante il metodo dell'equazione degli autovalori. Come vedremo, questa trattazione ci condurrà alla definizione della matrice di scattering del divisore in funzione degli autovalori della struttura stessa. Il vantaggio di un'analisi di questo tipo risiede nel fatto che, essendo il numero degli autovalori sconosciuti inferiore rispetto a quello dei parametri di scattering, fissato il numero N di porte, siamo in grado di determinare:

- Se tutte le porte del divisore possono essere perfettamente adattate;
- Se non tutte le porte sono adattate, quanto bene una data porta può essere adattata;
- I valori dei parametri di diffusione in funzione degli autovalori.

3.2.1 Analisi di un divisore di potenza 4-porte a simmetria rotazionale

In un primo momento analizzeremo il caso di un divisore 4-porte (*Figura 3*) per poi generalizzare la soluzione al caso generico di un divisore N-porte.

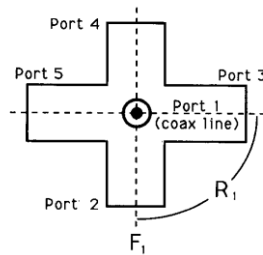


Figura 3 Coassiale TEM che termina su un divisore di potenza in guida d'onda a 4-porte

La matrice di scattering di un divisore di potenza reciproco di questo tipo è una matrice $(N+1, N+1)$, con $N=4$, ed ha la seguente forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & \gamma & \gamma & \gamma \\ \gamma & \beta & \eta_2 & \eta_1 & \eta_2 \\ \gamma & \eta_2 & \beta & \eta_2 & \eta_1 \\ \gamma & \eta_1 & \eta_2 & \beta & \eta_2 \\ \gamma & \eta_2 & \eta_1 & \eta_2 & \beta \end{bmatrix} \quad (55)$$

I termini α e β descrivono l'adattamento tra la porta d'ingresso, ossia la linea di coassiale, e le porte d'uscita in guida d'onda. Il parametro γ descrive la divisione della potenza in ingresso, mentre i termini η descrivono l'accoppiamento tra le diverse coppie di porte in uscita del divisore.

Poiché la porta coassiale è caratterizzata da un campo TEM a simmetria assiale, tutte le porte in uscita sono eccitate con la stessa ampiezza, sono in fase e possiedono lo stesso adattamento rispetto la porta d'ingresso. Queste proprietà non sono dovute alla simmetria assiale, ma esclusivamente al fatto che la linea di alimentazione possieda un campo puramente TEM.

Si utilizza il metodo dell'equazione degli autovalori perché con una matrice di diffusione di questo tipo, si otterrebbe un sistema risolutivo con troppe incognite se tutte le porte fossero perfettamente adattate.

Quindi, per prima cosa si definisce la matrice di rotazione di 90° ($2\pi/N$):

$$[R_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

La quale non altera tensioni e correnti alla P1 (porta 1), ma semplicemente ruota la giunzione in guida d'onda di 90° , spostando:

- P1 in P1
- P2 in P3;
- P3 in P4;
- P4 in P5;
- P5 in P2.

Nonostante la rotazione della struttura, il comportamento elettrico del divisore rimane inalterato.

Le eccitazioni soddisfano l'equazione degli autovalori:

$$[R_1]a_k = r_k a_k \quad (57)$$

Dove a_k rappresenta il k-esimo autovettore, cioè l'eccitazione di campo elettromagnetico corrispondente al k-esimo autovalore r_k .

A questo punto, notando che la matrice di rotazione commuta con la matrice delle impedenze a vuoto del divisore, cioè:

$$[R_1][Z] - [Z][R_1] = 0 \quad (58)$$

Si può scrivere:

$$[Z]a_k = z_k a_k \quad (59)$$

Poiché la matrice delle impedenze $[Z]$ e quella di scattering $[S]$ sono legate direttamente tra loro, gli autovettori a_k della matrice delle impedenze, sono anche gli autovettori della matrice di diffusione.

Per trovare gli autovettori, occorre prima trovare gli autovalori, cioè le soluzioni dell'equazione $|[R_1] - r_k[U]| = 0$, che sono:

$$r_1 = 1 \quad (60)$$

$$r_k = e^{\frac{j(k-2)\pi}{2}} \quad k = 2, \dots, 5 \quad (61)$$

Una volta trovati gli autovalori, troviamo gli autovettori ortogonali tra loro:

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ r_5 \\ -1 \\ r_3 \end{bmatrix} \quad a_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad a_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ r_3 \\ -1 \\ r_5 \end{bmatrix} \quad (62)$$

Fatto ciò, si può definire l'operatore geometrico $[F_1]$ che specchia il divisore rispetto l'asse longitudinale F_1 , cioè scambia la porta 3 con la porta 5, lasciando inalterate le altre:

$$[F_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

In altre parole, questa matrice non fa altro che spostare:

- P1 in P1
- P2 in P2;
- P3 in P5;
- P4 in P4;
- P5 in P3.

Poiché $[F_1]$ commuta con $[Z]$ e quindi con $[R_1]$, l'autovettore $[F_1]a_k$ è un autovettore di z_k e risulta:

$$[F_1]a_3 = a_5 \quad [F_1]a_5 = a_3 \quad (64)$$

Così che $z_3 = z_5$.

Dal momento che le ampiezze delle onde incidenti a_k sono gli autovettori di $[S]$, allora anche le ampiezze delle onde riflesse b_k sono dei suoi autovettori. Dunque, si può scrivere che:

$$[S]b_k = s_k a_k \quad (65)$$

Dove gli autovalori della matrice di scattering s_k e quelli della matrice delle impedenze z_k sono legati dalla relazione:

$$s_k = \frac{z_k - 1}{z_k + 1} \quad (66)$$

con $|s_k| = 1$, come evidenziato in [4].

Essendo $z_3 = z_5$, per quanto detto, si avrà anche $s_3 = s_5$ e l'equazione $[S]b_k = s_k a_k$ può essere riscritta come:

$$[S][B] = [B][S_d] \quad (67)$$

In cui:

$$[B] = (b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5) \quad (68)$$

$$[S_d] = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_5 \end{bmatrix} \quad (69)$$

Poiché $[B][B]^T = [U]$, possiamo scrivere:

$$[S] = [B][S_d][B]^T \quad (70)$$

La quale porta alle seguenti equazioni:

$$\alpha = \frac{1}{2}(s_1 + s_2) \quad (71)$$

$$\beta = \frac{1}{8}(s_1 + s_2 + 4s_3 + 2s_4) \quad (72)$$

$$\gamma = \frac{1}{4}(s_1 - s_2) \quad (73)$$

$$\eta_1 = \frac{1}{8}(s_1 + s_2 - 4s_3 + 2s_4) \quad (74)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{8}(s_1 + s_2 - 2s_4) \quad (75)$$

Si conclude che il metodo dell'equazione degli autovalori usa la simmetria della struttura per ridurre il numero delle incognite da cinque parametri di scattering a quattro autovalori, inoltre si può sempre aggiustare uno dei piani di riferimento della porta al fine di avere uno degli autovalori pari a +1 e quindi ridurre il numero degli autovalori ignoti a tre.

3.2.2 Analisi di un divisore di potenza N-porte a simmetria rotazionale

In un generico divisore di potenza 1:N (Figura 4), le N porte di uscita in guida d'onda sono spaziate simmetricamente di $2\pi/N$ gradi intorno all'asse longitudinale della struttura coincidente con quello della linea di coassiale rappresentante la porta d'ingresso. In altre parole, le porte di uscita sono disposte radialmente ed equi spaziate sul piano ortogonale all'asse di simmetria della linea di alimentazione. Come appena visto nel caso 1:4, considerando le simmetrie della struttura, il metodo dell'equazione degli autovalori fornisce i parametri di diffusione del divisore in funzione degli autovalori. Dunque, la simmetria rotazionale della struttura altro non fa che ridurre notevolmente il carico computazionale diminuendo il numero di incognite necessarie alla risoluzione del problema.

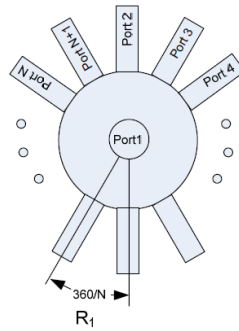


Figura 4 Generico divisore di potenza N-porte a simmetria rotazionale

Nel caso generico di un divisore di potenza N-porte, la risoluzione del polinomio caratteristico:

$$p_{R_1}(r_k) = \det|R_1 - r_k U| = 0 \quad (76)$$

Che, una volta svolti i calcoli, si riduce all'equazione:

$$(1 - r_k)(r_k^N - 1) = 0 \quad (77)$$

Restituisce le seguenti soluzioni (autovalori):

$$r_1 = r_2 = 1 \quad (78)$$

$$\vdots$$

$$r_k = e^{\frac{j2(k-2)\pi}{N}} \quad (79)$$

$$\vdots$$

$$r_{N+1} = e^{\frac{j2(N-1)\pi}{N}} \quad (80)$$

Procedendo in modo analogo a quanto visto precedentemente con il divisore 1:4, si ottiene una matrice di scattering nella forma:

- N pari, $m = N/2$:

$$[S]_N = \begin{bmatrix} \alpha_N & \gamma_N & \gamma_N & \gamma_N & \cdots & \gamma_N & \cdots & \gamma_N & \cdots & \gamma_N & \gamma_N \\ \gamma_N & \beta_N & \eta_{N_m} & \eta_{N_{m-1}} & \cdots & \eta_{N_2} & \eta_{N_1} & \eta_{N_2} & \cdots & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} \\ \gamma_N & \eta_{N_m} & \beta_N & \eta_{N_m} & \cdots & \eta_{N_3} & \eta_{N_2} & \eta_{N_1} & \cdots & \eta_{N_{m-2}} & \eta_{N_{m-1}} \\ \gamma_N & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N & \cdots & \eta_{N_4} & \eta_{N_3} & \eta_{N_2} & \cdots & \eta_{N_{m-3}} & \eta_{N_{m-2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_N & \eta_{N_3} & \cdots & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N & \eta_{N_m} & \eta_{N_{m-1}} & \cdots & \eta_{N_1} & \eta_{N_2} \\ \gamma_N & \eta_{N_2} & \cdots & \eta_{N_{m-2}} & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N & \eta_{N_m} & \cdots & \eta_{N_2} & \eta_{N_1} \\ \gamma_N & \eta_{N_1} & \cdots & \eta_{N_{m-3}} & \eta_{N_{m-2}} & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N & \cdots & \eta_{N_3} & \eta_{N_2} \\ \gamma_N & \eta_{N_2} & \cdots & \eta_{N_{m-4}} & \eta_{N_{m-3}} & \eta_{N_{m-2}} & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \cdots & \eta_{N_4} & \eta_{N_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_N & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_{m-2}} & \cdots & \eta_{N_1} & \eta_{N_2} & \eta_{N_3} & \cdots & \eta_{N_m} & \beta_N & \eta_{N_m} \\ \gamma_N & \eta_{N_m} & \eta_{N_{m-1}} & \cdots & \eta_{N_2} & \eta_{N_1} & \eta_{N_2} & \cdots & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N \end{bmatrix} \quad (81)$$

- N dispari, $m = (N-1)/2$:

$$[S]_N = \begin{bmatrix} \alpha_N & \gamma_N & \gamma_N & \gamma_N & \cdots & \gamma_N & \cdots & \gamma_N & \cdots & \gamma_N & \gamma_N \\ \gamma_N & \beta_N & \eta_{N_m} & \eta_{N_{m-1}} & \cdots & \eta_{N_1} & \eta_{N_1} & \eta_{N_2} & \cdots & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} \\ \gamma_N & \eta_{N_m} & \beta_N & \eta_{N_m} & \cdots & \eta_{N_2} & \eta_{N_1} & \eta_{N_1} & \cdots & \eta_{N_{m-2}} & \eta_{N_{m-1}} \\ \gamma_N & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N & \cdots & \eta_{N_3} & \eta_{N_2} & \eta_{N_1} & \cdots & \eta_{N_{m-3}} & \eta_{N_{m-2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_N & \eta_{N_3} & \cdots & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N & \eta_{N_m} & \eta_{N_{m-1}} & \cdots & \eta_{N_1} & \eta_{N_2} \\ \gamma_N & \eta_{N_2} & \cdots & \eta_{N_{m-2}} & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N & \eta_{N_m} & \cdots & \eta_{N_1} & \eta_{N_1} \\ \gamma_N & \eta_{N_1} & \cdots & \eta_{N_{m-3}} & \eta_{N_{m-2}} & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N & \cdots & \eta_{N_2} & \eta_{N_1} \\ \gamma_N & \eta_{N_1} & \cdots & \eta_{N_{m-4}} & \eta_{N_{m-3}} & \eta_{N_{m-2}} & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \cdots & \eta_{N_3} & \eta_{N_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_N & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_{m-2}} & \cdots & \eta_{N_1} & \eta_{N_1} & \eta_{N_2} & \cdots & \eta_{N_m} & \beta_N & \eta_{N_m} \\ \gamma_N & \eta_{N_m} & \eta_{N_{m-1}} & \cdots & \eta_{N_2} & \eta_{N_1} & \eta_{N_1} & \cdots & \eta_{N_{m-1}} & \eta_{N_m} & \beta_N \end{bmatrix} \quad (82)$$

Dove:

$$\alpha_N = \frac{1}{2}(s_1 + s_2) \quad (83)$$

$$\gamma_N = \frac{\sqrt{N}}{2N}(s_1 - s_2) \quad (84)$$

$$\beta_N = \frac{1}{2N}(s_1 + s_2 + 2s_3 + 2s_4 + \dots + 2s_{N+1}) \quad (85)$$

Con:

$$s_3 = s_{N+1} \quad (86)$$

$$s_4 = s_N \quad (87)$$

$$s_5 = s_{N-1} \quad (88)$$

⋮

$$s_u = \begin{cases} s_{u+2}, & N \text{ pari} \\ s_{u+1}, & N \text{ dispari} \end{cases} \quad \text{dove } u = \begin{cases} \frac{N+2}{2}, & N \text{ pari} \\ \frac{N+3}{2}, & N \text{ dispari} \end{cases} \quad (89)$$

Pertanto, si può riscrivere β_N come:

$$\beta_N = \begin{cases} \frac{1}{2N}(s_1 + s_2 + 4s_3 + 4s_4 + \dots + 4s_u + 4s_{u+1}), & N \text{ pari} \\ \frac{1}{2N}(s_1 + s_2 + 4s_3 + 4s_4 + \dots + 4s_u), & N \text{ dispari} \end{cases} \quad (90)$$

La veridicità di tali relazioni può essere facilmente dimostrata, osservando che la somma degli elementi sulla diagonale, cioè $\alpha_N + N\beta_N$, è pari alla somma degli autovalori, come evidenziato in [4], e dal fatto che il principio di conservazione dell'energia $|\alpha_N|^2 + N|\gamma_N|^2 = 1$ viene rispettato se vengono posti $s_1 = e^{j\varphi}$ e $s_2 = e^{j\vartheta}$.

I termini η , invece, possiedono la seguente forma:

- N dispari:

$$\eta_{N_m} = \frac{1}{2N} \left[s_1 + s_2 + 2s_3(r_3 + r_{N+1}) + 2s_4(r_4 + r_N) + \right. \\ \left. + 2s_j(r_j + r_{N+4-j}) + \dots + 2s_u(r_u + r_{u+2}) \right] \quad (91)$$

$$\eta_{N_{m-1}} = \frac{1}{2N} \left[s_1 + s_2 + 2s_3(r_4 + r_N) + 2s_4(r_6 + r_{N-2}) + \right. \\ \left. + 2s_j(r_{2j-2} + r_{N+6-2j}) + \dots + 2s_u(r_{2u-2} + r_{N+6-2u}) \right] \quad (92)$$

$$\eta_{N_{m-2}} = \frac{1}{2N} \left[s_1 + s_2 + 2s_3(r_5 + r_{N-1}) + 2s_4(r_8 + r_{N-4}) + \right. \\ \left. + 2s_j(r_{3j-4} + r_{N+8-3j}) + \dots + 2s_u(r_{3u-2} + r_{N+8-3u}) \right] \quad (93)$$

- N pari:

$$\eta_{N_m} = \frac{1}{2N} \left[s_1 + s_2 + 2s_3(r_3 + r_{N+1}) + 2s_4(r_4 + r_N) + \right. \\ \left. + 2s_j(r_j + r_{N+4-j}) + \dots + 2s_u(r_u + r_{u+2}) - 2s_{u+1} \right] \quad (94)$$

$$\eta_{N_{m-1}} = \frac{1}{2N} \left[s_1 + s_2 + 2s_3(r_4 + r_N) + 2s_4(r_6 + r_{N-2}) + \right. \\ \left. + 2s_j(r_{2j-2} + r_{N+6-2j}) + \dots + 2s_u(r_{2u-2} + r_{N+6-2u}) + 2s_{u+1} \right] \quad (95)$$

$$\eta_{N_{m-2}} = \frac{1}{2N} \left[s_1 + s_2 + 2s_3(r_5 + r_{N-1}) + 2s_4(r_8 + r_{N-4}) + \right. \\ \left. + 2s_j(r_{3j-4} + r_{N+8-3j}) + \dots + 2s_u(r_{3u-2} + r_{N+8-3u}) - 2s_{u+1} \right] \quad (96)$$

$$\eta_{N_1} = \frac{1}{2N} [s_1 + s_2 - 4s_3 + 4s_4 - 4s_5 + \dots + (-1)^{u+1} 2s_{u+1}] \quad (97)$$

3.3 RAPPRESENTAZIONE MEDIANTE I COEFFICIENTI DI RIFLESSIONE

Per semplificare la trattazione considereremo da qui in avanti un numero pari di porte di uscita/ingresso uguale a $2N$. Così facendo, si otterrà una matrice di diffusione dell'ordine $(2N+1, 2N+1)$, la quale sotto le condizioni di reciprocità, assenza di perdite e simmetria rotazionale, nel caso di un combinatorio $2N:1$, ad esempio, assumerà la seguente forma:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix}
s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1N} & s_{1N+1} & s_{1N} & \cdots & s_{12} & \beta \\
s_{12} & s_{11} & \cdots & s_{1N-1} & s_{1N} & s_{1N+1} & \cdots & s_{13} & \beta \\
s_{13} & s_{12} & \ddots & s_{1N-2} & s_{1N-1} & s_{1N} & \cdots & s_{14} & \beta \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
s_{1N} & s_{1N-1} & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & \beta \\
s_{1N+1} & s_{1N} & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \beta \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
s_{12} & s_{13} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & s_{11} & \beta \\
\beta & \beta & \cdots & \beta & \beta & \beta & \cdots & \beta & \alpha
\end{bmatrix} \quad (98)$$

Senza mancanza di generalità, si assuma che i parametri α e $\beta = \sqrt{(1 - \alpha^2)/(2N)}$ siano reali e che i rimanenti $N+1$ parametri siano complessi.

Per determinare tali parametri si assuma di eccitare le porte d'ingresso con $N+1$ eccitazioni indipendenti, nella forma:

$$\mathbf{a}^{(k)} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\frac{2\pi}{2N}k \cdot 1} \\ e^{j\frac{2\pi}{2N}k \cdot 2} \\ \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{2N}k \cdot (2N-1)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (99)$$

Pertanto, le ampiezze delle onde riflesse possono essere ricavate dalla semplice definizione della matrice di scattering:

$$\mathbf{b}^{(k)} = \mathbf{S}\mathbf{a}^{(k)} \quad (100)$$

Dalla quale si ottengono:

$$b_1^{(0)} = \sqrt{2} \left[s_{11} + 2 \sum_{i=2}^N s_{1i} + s_{1N+1} \right] \quad (101)$$

$$b_{2N+1}^{(0)} = \sqrt{2}(2N\beta) \quad (102)$$

$$b_1^{(k)} = \sqrt{2} \left[s_{11} + 2 \sum_{i=2}^N s_{1i} \cos \left[\frac{\pi}{N} k(i-1) \right] + s_{1N+1} e^{j\frac{2\pi}{2N} k \cdot N} \right] \quad (103)$$

Quindi k rappresenta il numero dell'eccitazione.

Il coefficiente di riflessione alla porta 1 relativo alla k -esima eccitazione di tipo Floquet, $\Gamma_1^{(k)}$, derivante dalla simulazione di un singolo spicchio del combinatorio delimitata da pareti di tipo Floquet⁴ - che in HFSS corrispondono alle condizioni al contorno di tipo Master Slave - è dato dalla seguente relazione:

$$\Gamma_1^{(k)} = \frac{b_1^{(k)}}{a_1^{(k)}} = s_{11} + 2 \sum_{i=2}^{2N} s_{1i} e^{j\frac{2\pi}{2N} k \cdot (i-1)} = e^{j\varphi_k}, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (104)$$

con $|\Gamma_1^{(k)}| = 1$, se $k \neq 0$ e $|\Gamma_1^{(0)}| = |s_{11} + \sum_{i=2}^{2N} s_{1i}| = |\alpha|$.

Applicando i risultati di Price-Leichter al combinatorio che si sta esaminando, il quale presenta adattamento alla porta d'uscita e lo stesso isolamento tra le porte d'ingresso, si avranno:

$$s_{2N+1, 2N+1} = \alpha \quad (105)$$

$$s_{kk} = \frac{1 - \alpha}{2N} - 1 \quad \text{per } k < 2N + 1 \quad (106)$$

⁴ Pareti di Floquet: sono delle pareti caratterizzate da condizioni al contorno di tipo Floquet, le quali permettono di imporre lo sfasamento tra i campi elettromagnetici presenti sulle superfici dei diversi spicchi.

$$s_{ij} = s_{ji} = \frac{1}{N} \quad \text{per } i \neq j, i < 2N + 1, j < 2N + 1 \quad (107)$$

$$s_{k2N+1} = s_{2N+1k} = \sqrt{\frac{1 - \alpha^2}{2N}} \quad \text{per } k < 2N + 1 \quad (108)$$

Quindi, la progettazione del combinatoro 2N:1 si basa sull'analisi di N+1 spicchi in guida d'onda delimitati da pareti oblique in cui sono poste condizioni al contorno di tipo Floquet.

Tra questi N+1 spicchi, uno può essere visto come un 2-porte, quando le pareti oblique di tipo Floquet che lo delimitano si comportano come muri magnetici e sul coassiale può propagarsi un'onda TEM. In questo caso, bisogna ottimizzare la geometria di tale spicchio al fine di minimizzare la riflessione.

Gli N spicchi rimanenti, invece, in cui le pareti di Floquet non si comportano come muri magnetici e quindi il coassiale non viene percorso da un'onda TEM, si comportano come dispositivi 1-porta e la loro geometria deve essere ottimizzata in modo tale che il modulo della fase del coefficiente di riflessione alla porta sia lo stesso per ogni eccitazione, cioè in modo tale che $|\varphi_k|$ non vari al variare di k ($k = 1, \dots, N$).

Dunque:

- Il coefficiente di riflessione alla porta 1 relativo a k=0 è dato da $\alpha = 0$ e vale:

$$\Gamma_1^{(0)} = 0 \quad (109)$$

- Il coefficiente di riflessione alla porta 1 relativo a k=1 vale:

$$\Gamma_1^{(1)} = 1 \quad (110)$$

- Il coefficiente di riflessione alla porta 1 relativo alla k-esima eccitazione, vale:

$$\Gamma_1^{(k)} = e^{j\varphi_k}, \quad k \neq 0,1 \quad (111)$$

I parametri di scattering sono legati alle riflessioni dalla relazione:

$$\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ \vdots \\ S_{1N+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \vdots \\ \Gamma_1^{(N)} \end{bmatrix} \quad (112)$$

Dove la i -esima riga ($i = 0, 1, \dots, N$) della matrice \mathbf{P} è data da:

$$(\mathbf{P})_{i*} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \left[1 \quad 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} i \cdot (1)\right) \quad \dots \quad 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} i \cdot (N-1)\right) \quad e^{j\frac{\pi}{N} i \cdot N} \right] \quad (113)$$

Essendo \mathbf{P} una matrice involutoria⁵, possiamo riscrivere i parametri di scattering in funzione dei coefficienti di riflessione degli spicchi secondo la seguente relazione:

$$\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ \vdots \\ S_{1N+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \vdots \\ \Gamma_1^{(N)} \end{bmatrix} \quad (114)$$

3.3.1 Analisi di un combinatorio 4:1

Nel caso di un combinatorio 4:1 si ha $2N = 4$ quindi, la relazione che lega i parametri di scattering ai coefficienti di riflessione dello spicchio, caratterizzato da pareti oblique di tipo Floquet che si comportano come muri magnetici, diviene:

$$\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{13} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \Gamma_1^{(2)} \end{bmatrix}$$

Dove:

⁵ Matrice involutoria: per matrice involutoria si intende una matrice per cui $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{-1}$, cioè $\mathbf{P}^2 = \mathbf{U}$

$$(\mathbf{P})_{i*} = \frac{1}{2} \left[1 \quad 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}i\right) \quad e^{j\pi i} \right], \quad \text{per } i = 0,1,2$$

$$\Gamma_1^{(0)} = 0$$

$$\Gamma_1^{(1)} = 1$$

$$\Gamma_1^{(2)} = e^{j\varphi_2}$$

Dunque, si avrà:

$$\begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{13} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 \cos(0) & e^0 \\ 1 & 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & e^{j\pi} \\ 1 & 2 \cos(\pi) & e^{j2\pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \Gamma_1^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \Gamma_1^{(2)} \end{bmatrix}$$

Che corrisponde al seguente sistema risolutivo:

$$\begin{cases} s_{11} = \frac{1}{4} [\Gamma_1^{(0)} + 2\Gamma_1^{(1)} + \Gamma_1^{(2)}] = \frac{1}{4} [2 + e^{j\varphi_2}] = \frac{1}{4} [2 + \cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2] \\ s_{12} = \frac{1}{4} [\Gamma_1^{(0)} - \Gamma_1^{(2)}] = -\frac{1}{4} e^{j\varphi_2} = -\frac{1}{4} [\cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2] \\ s_{13} = \frac{1}{4} [\Gamma_1^{(0)} - 2\Gamma_1^{(1)} + \Gamma_1^{(2)}] = \frac{1}{4} [-2 + e^{j\varphi_2}] = \frac{1}{4} [-2 + \cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2] \end{cases}$$

Si ricorda che l'obiettivo è quello di minimizzare le riflessioni, appunto per questo si procederà in un primo momento con il calcolo dei moduli al quadrato dei coefficienti di diffusione in funzione di φ_2 e poi nella formulazione di una soluzione che permetta di raggiungere l'obiettivo prefissato.

$$\begin{cases} |s_{11}|^2 = \left[\frac{1}{4} \sqrt{(2 + \cos \varphi_2)^2 + (\sin \varphi_2)^2} \right]^2 = \frac{1}{16} [5 + 4 \cos \varphi_2] \\ |s_{12}|^2 = \left[\frac{1}{4} \sqrt{(\cos \varphi_2)^2 + (\sin \varphi_2)^2} \right]^2 = \frac{1}{16} \\ |s_{13}|^2 = \left[\frac{1}{4} \sqrt{(-2 + \cos \varphi_2)^2 + (\sin \varphi_2)^2} \right]^2 = \frac{1}{16} [5 - 4 \cos \varphi_2] \end{cases}$$

Poiché la matrice di scattering di una struttura di questo tipo è nella forma:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11}(\varphi) & s_{12}(\varphi) & s_{13}(\varphi) & s_{12}(\varphi) & \beta \\ s_{12}(\varphi) & s_{11}(\varphi) & s_{12}(\varphi) & s_{13}(\varphi) & \beta \\ s_{13}(\varphi) & s_{12}(\varphi) & s_{11}(\varphi) & s_{12}(\varphi) & \beta \\ s_{12}(\varphi) & s_{13}(\varphi) & s_{12}(\varphi) & s_{11}(\varphi) & \beta \\ \beta & \beta & \beta & \beta & 0 \end{bmatrix}$$

Dove $\beta = \sqrt{(1 - \alpha^2)/(2N)} = 1/2$.

Il principio di conservazione dell'energia, rappresentato dall'equazione:

$$|s_{11}|^2 + |s_{12}|^2 + |s_{13}|^2 + [|s_{12}|^2 + \beta^2] = 1$$

Risulta essere rispettato.

3.3.2 Analisi di un combinatorio 8:1

$$\begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{13} \\ s_{14} \\ s_{15} \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \Gamma_1^{(2)} \\ \Gamma_1^{(3)} \\ \Gamma_1^{(4)} \end{bmatrix}$$

Dove:

$$(\mathbf{P})_{i*} = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} 1 & 2\cos\left(\frac{\pi}{4}i\right) & 2\cos\left(\frac{\pi}{2}i\right) & 2\cos\left(\frac{3}{4}\pi i\right) & e^{j\pi i} \end{bmatrix}, \quad \text{per } i = 0,1,2,3,4$$

$$\Gamma_1^{(0)} = 0$$

$$\Gamma_1^{(1)} = 1$$

$$\Gamma_1^{(k)} = e^{j\varphi_k}, \quad k = 2,3,4$$

Dunque, si avrà:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{13} \\ s_{14} \\ s_{15} \end{bmatrix} &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 2\cos(0) & 2\cos(0) & 2\cos(0) & e^0 \\ 1 & 2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & 2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & 2\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) & e^{j\pi} \\ 1 & 2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & 2\cos(\pi) & 2\cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) & e^{j2\pi} \\ 1 & 2\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) & 2\cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) & 2\cos\left(\frac{9}{4}\pi\right) & e^{j3\pi} \\ 1 & 2\cos(\pi) & 2\cos(2\pi) & 2\cos(3\pi) & e^{j4\pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \Gamma_1^{(2)} \\ \Gamma_1^{(3)} \\ \Gamma_1^{(4)} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} & -1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & -1 \\ 1 & -2 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1^{(0)} \\ \Gamma_1^{(1)} \\ \Gamma_1^{(2)} \\ \Gamma_1^{(3)} \\ \Gamma_1^{(4)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Che corrisponde al seguente sistema risolutivo:

$$\begin{cases} s_{11} = \frac{1}{8} [\Gamma_1^{(0)} + 2\Gamma_1^{(1)} + 2\Gamma_1^{(2)} + 2\Gamma_1^{(3)} + \Gamma_1^{(4)}] = \frac{1}{8} [2 + 2e^{j\varphi_2} + 2e^{j\varphi_3} + e^{j\varphi_4}] \\ s_{12} = \frac{1}{8} [\Gamma_1^{(0)} + \sqrt{2}\Gamma_1^{(1)} - \sqrt{2}\Gamma_1^{(3)} - \Gamma_1^{(4)}] = \frac{1}{8} [\sqrt{2} - \sqrt{2}e^{j\varphi_3} - e^{j\varphi_4}] \\ s_{13} = \frac{1}{8} [\Gamma_1^{(0)} - 2\Gamma_1^{(2)} + \Gamma_1^{(4)}] = \frac{1}{8} [-2e^{j\varphi_2} + e^{j\varphi_4}] \\ s_{14} = \frac{1}{8} [\Gamma_1^{(0)} - \sqrt{2}\Gamma_1^{(1)} + \sqrt{2}\Gamma_1^{(3)} - \Gamma_1^{(4)}] = \frac{1}{8} [-\sqrt{2} + \sqrt{2}e^{j\varphi_3} - e^{j\varphi_4}] \\ s_{15} = \frac{1}{8} [\Gamma_1^{(0)} - 2\Gamma_1^{(1)} + 2\Gamma_1^{(2)} - 2\Gamma_1^{(3)} + \Gamma_1^{(4)}] = \frac{1}{8} [-2 + 2e^{j\varphi_2} - 2e^{j\varphi_3} + e^{j\varphi_4}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_{11} = \frac{1}{8} [(2 + 2 \cos \varphi_2 + 2 \cos \varphi_3 + \cos \varphi_4) + j(2 \sin \varphi_2 + 2 \sin \varphi_3 + \sin \varphi_4)] \\ s_{12} = \frac{1}{8} [(\sqrt{2} - \sqrt{2} \cos \varphi_3 - \cos \varphi_4) + j(-\sqrt{2} \sin \varphi_3 - \sin \varphi_4)] \\ s_{13} = \frac{1}{8} [(-2 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_4) + j(-2 \sin \varphi_2 + \sin \varphi_4)] \\ s_{14} = \frac{1}{8} [(-\sqrt{2} + \sqrt{2} \cos \varphi_3 - \cos \varphi_4) + j(+\sqrt{2} \sin \varphi_3 - \sin \varphi_4)] \\ s_{15} = \frac{1}{8} [(-2 + 2 \cos \varphi_2 - 2 \cos \varphi_3 + \cos \varphi_4) + j(2 \sin \varphi_2 - 2 \sin \varphi_3 + \sin \varphi_4)] \end{cases}$$

Poiché la matrice di scattering di una struttura di questo tipo è nella forma:

S

$$= \begin{bmatrix} s_{11}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{15}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & \beta \\ s_{12}(\varphi_k) & s_{11}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{15}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & \beta \\ s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{11}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{15}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & \beta \\ s_{14}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{11}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{15}(\varphi_k) & \beta \\ s_{15}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{11}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & \beta \\ s_{14}(\varphi_k) & s_{15}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{11}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & \beta \\ s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{15}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{11}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & \beta \\ s_{12}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{15}(\varphi_k) & s_{14}(\varphi_k) & s_{13}(\varphi_k) & s_{12}(\varphi_k) & s_{11}(\varphi_k) & \beta \\ \beta & \beta & \beta & \beta & \beta & \beta & \beta & \beta & 0 \end{bmatrix}$$

Dove $\beta = \sqrt{\frac{(1-\alpha^2)}{(2N)}} = \frac{1}{\sqrt{8}}$ e $k = 2,3,4$.

Il principio di conservazione dell'energia, rappresentato dall'equazione:

$$|s_{11}|^2 + |s_{12}|^2 + |s_{13}|^2 + |s_{14}|^2 + |s_{15}|^2 + [|s_{12}|^2 + |s_{13}|^2 + |s_{14}|^2 + \beta^2] = 1$$

Risulta essere soddisfatto.

3.3.3 Analisi di un combinatorio 2N:1

Nella pratica la progettazione del nostro combinatorio viene eseguita attraverso i seguenti passi:

- A) Ottimizzazione dello spicchio delimitato da pareti di Floquet che si comportano come muri magnetici in modo da minimizzare la riflessione in uscita;
- B) Identificazione di alcuni parametri geometrici (almeno N-1), possibilmente posizionati sulle pareti laterali oblique e disposti in modo da non rompere la simmetria azimutale, che possono essere utilizzati al fine di controllare la fase della riflessione in ingresso agli spicchi per condizioni al contorno sulle pareti oblique indipendenti di tipo Floquet e, possibilmente, che non perturbino troppo il caso di muro magnetico;
- C) Analisi parametrica al fine di trovare il miglior compromesso per geometria/posizione degli elementi di controllo.

Pertanto, la progettazione del combinatorio si basa sulla minimizzazione di una funzione $F(p_1, \dots, p_M)$ data dalla combinazione dei coefficienti di riflessione $\Gamma_1^{(k)}$, risultanti dall'analisi della corrispondente eccitazione k-esima di tipo Floquet, dove i parametri p_1, \dots, p_M sono i parametri geometrici accennati precedentemente che devono essere ottimizzati nel corso della progettazione.

4. CAPITOLO IV:

IL PROBLEMA DELLA DEGRADAZIONE

4.1 GRACEFUL DEGRADATION

In questo capitolo si effettuerà un'analisi del divisore/combinatore definito nel capitolo precedente da un punto di vista esclusivamente prestazionale. Nello specifico ci occuperemo del problema della degradazione, cioè dello studio delle prestazioni del nostro D/C in presenza di un guasto ad un dispositivo collegato ad una delle sue porte.

Quando la situazione ideale viene a mancare, ad esempio a causa di un guasto ad una o più delle sorgenti poste ad una delle porte (solitamente un amplificatore di potenza allo stato solido, SSPA), l'adattamento perfetto viene a mancare e vengono a crearsi delle riflessioni indesiderate che generano inevitabilmente delle perdite di potenza, e quindi un calo dell'efficienza del dispositivo stesso.

In [10], Rutledge ha dimostrato che un dispositivo con caratteristiche analoghe al nostro, quando uno o più amplificatori si danneggiano, degrada sempre in modo dolce, cioè gode di quella proprietà che in inglese è nota sotto il nome di 'graceful degradation'. In generale, la graceful degradation (degradazione aggraziata o degradamento dolce) rappresenta la capacità della struttura di mantenere un funzionamento corretto (con prestazioni quanto più possibile elevate) quando parti della stessa si guastano.

L'analisi di questo problema costituisce uno degli aspetti più importanti di cui tener conto nella progettazione di un D/C di potenza.

Dal punto di vista operativo, nel nostro caso, avere 'graceful degradation' equivale a dire che si ha sufficiente isolamento tra le porte e che il guasto di un amplificatore non provoca il guasto di nessun altro amplificatore né produce effetti di carico indotti o, in altre parole, che si ha un accoppiamento limitato tra le porte adiacenti e opposte.

Supponendo che l'amplificatore posto alla i -esima porta si guasti, questa si comporterà come un'impedenza di riflessione ρ_i e corrispondentemente, in accordo alla trattazione di Rutledge, l'ampiezza dell'onda emergente dalla porta d'uscita $(2N+1)$ sarà data da:

$$b_{2N+1}^{(i)} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} \left(s_{2N+1 k} + \frac{s_{2N+1 i} s_{i k}}{1/\rho_i - s_{i i}} \right) a_k \quad (115)$$

Facendo sempre riferimento all'analisi elaborata in [8], a partire dall'espressione precedente è possibile ricavare altre due importanti quantità: la variazione proporzionale nell'onda d'uscita e la riduzione della potenza d'uscita, rispetto al caso ideale in cui non si hanno guasti.

In assenza di guasti, l'onda emergente alla porta di uscita presenterebbe la seguente forma:

$$b_{2N+1} = \sum_{k=1}^{2N} s_{2N+1 k} a \quad (116)$$

dove a rappresenta l'ampiezza dell'onda in ingresso del combinatore (uguale per ciascuna porta).

Assumendo ora che tutte le porte d'ingresso siano adattate, possiamo dedurre che tutte le onde riflesse alle $2N$ porte d'ingresso b_1, \dots, b_{2N} siano nulle, cioè per la i -esima porta d'ingresso si ha:

$$b_i = \sum_{k=1}^{2N} s_{i k} a = 0 \quad (117)$$

dalla quale si deduce:

$$\sum_{k=1}^{2N} s_{i k} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} s_{i k} - s_{i i} = 0 \quad (118)$$

cioè:

$$s_{ii} = - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} s_{ik} \quad (119)$$

Pertanto, possiamo scrivere la variazione proporzionale nell'onda d'uscita come:

$$\frac{b_{2N+1}^{(i)} - b_{2N+1}}{b_{2N+1}} = - \frac{1}{2N(1 - s_{ii} \rho)} \quad (120)$$

Questa rappresenta una semplice formula da applicare se possiamo determinare s_{ii} , cioè il coefficiente di riflessione per una porta d'ingresso di una rete combinatoria, che solitamente per i circuiti combinatori di potenza viene fatto valere zero, come si è potuto osservare finora. Si può facilmente calcolare che, per circuiti di questo tipo, la variazione proporzionale dell'onda emergente alla porta d'uscita vale $-\frac{1}{2N}$.

Come accennato sopra, un'altra grandezza rilevante ricavabile dalle espressioni viste finora è la riduzione della potenza in uscita che viene espressa in questo modo:

$$\left| \frac{b_{2N+1}^{(i)}}{b_{2N+1}} \right|^2 = \left(1 - \frac{1}{2N(1 - s_{ii} \rho)} \right)^2 \quad (121)$$

Questa espressione è in accordo con l'assunzione che ogni sorgente in ingresso contribuisce in parti uguali alla frazione d'onda emergente alla porta d'uscita.

L'unico limite imposto all'analisi appena elaborata è stato quello di assumere implicitamente che il guasto di una sorgente non produca variazioni sulle altre sorgenti della rete, cioè che le sorgenti siano tra loro indipendenti. Ciò significa che i bias⁶ sui dispositivi rimanenti non variano, così come la loro frequenza e la potenza da essi erogata.

⁶ Bias: sono dei disturbi sistematici che alterano un certo valore di riferimento.

4.2 ANALISI DEL CASO PEGGIORE

4.2.1 Il corto-circuito

Nella sua trattazione, Rutledge, oltre ad aver fornito una formula utile per la stima dell'onda emergente alla porta di uscita quando una sola delle sorgenti subisce un danneggiamento, ha svolto un'accurata analisi sperimentale su tre diversi tipi di guasto:

- A) Circuito aperto
- B) Corto-circuito
- C) Carico adattato

Svolgendo i calcoli su degli array di antenne (antenne a schiera), egli ha scoperto che, in presenza di un singolo guasto, la situazione peggiore si verifica quando il dispositivo guasto funziona come cortocircuito, mentre, in presenza di più guasti simultanei, la situazione peggiore si ha quando i dispositivi guasti sono visti come carichi adattati. In ogni caso però, la variazione di potenza emergente dalla porta di uscita è ben descritta dalle espressioni da lui elaborate.

Nella presente esposizione, almeno in un primo momento, ci occuperemo dell'analisi del RPD/C, quando uno solo degli amplificatori si guasta. Per effettuare uno studio esatto sulle prestazioni, risulta essere di particolare interesse l'analisi del caso peggiore, cioè il caso in cui l'amplificatore danneggiato opera come corto-circuito.

4.2.2 Inadeguatezza della soluzione di Price-Leichter nel caso peggiore

Potrebbe sembrare che, maggiore è l'isolamento $I = -20 \log |s_{ik}|$, minore è la sensibilità dell'amplificatore rispetto ad un singolo elemento attivo, cioè che la situazione migliore si verifichi per il combinatorio di Price-Leichter. Si può facilmente dimostrare però, che considerando il combinatorio di Price-Leichter e assumendo uguali onde incidenti alle porte d'ingresso, l'ampiezza dell'onda emergente dalla porta di uscita è:

$$b_{2N+1}^{(i)} = \left[1 + \frac{\frac{1}{2N}}{\frac{1}{\rho_i} - \left(\frac{1}{2N} - 1\right)} \right] \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2N}} \quad (122)$$

Quindi, nel caso peggiore, cioè quando l'amplificatore di potenza funziona come corto-circuito ($\rho_i = -1$), si ha:

$$b_{2N+1}^{(i)} = 0 \quad (123)$$

Dunque, si conclude che il combinatorio di Price-Leichter non costituisce affatto la soluzione migliore nel caso peggiore, ma al contrario, con un combinatorio di questo tipo, quando un amplificatore guasto funziona come corto-circuito, non si ha onda emergente dalla porta d'uscita. In altre parole, in queste condizioni, il combinatorio non funzionerebbe affatto, in quanto la potenza in uscita risulterebbe nulla.

4.2.3 La soluzione "Anti Price-Leichter"

Procedendo per tentativi, si è giunti alla conclusione che la soluzione migliore nel caso peggiore ($\rho_i = -1$), che per comodità definiremo "Anti Price-Leichter", si ottiene semplicemente scambiando la porta 1-esima con la porta (N+1)-esima.

Questa soluzione, seppur ottenuta in modo esclusivamente empirico, rappresenta un risultato assolutamente valido poiché sia la condizione di assenza di perdite e che quella di fisica realizzabilità continuano ad essere soddisfatte.

La soluzione 'Anti Price-Leichter' fornisce il minimo valore di s_{ii} , cioè:

$$|s_{ii}| = \frac{1}{2N} \quad (124)$$

4.3 SOLUZIONE AL PROBLEMA DELLA DEGRADAZIONE

4.3.1 Sintesi di una soluzione ibrida

Escludendo il caso $\rho_i = 0$ e prendendo come riferimento l'equazione dell'onda emergente fornitaci da Rutledge, in un primo momento, si potrebbe pensare che l'obiettivo sia quello di trovare una soluzione che minimizzi il rapporto $\frac{s_{ik}}{1/\rho_i - s_{ii}}$ in modo da massimizzare l'onda emergente alla porta d'uscita del combinatore. Dunque, si può facilmente dedurre che, per minimizzare tale rapporto, si può agire in questo modo:

- A. Minimizzando s_{ik} ;
- B. Massimizzando $1/\rho_i$;
- C. Minimizzando s_{ii} .

Per quanto detto sopra, il minimo valore di s_{ik} è fornito dalla soluzione di Price-Leichter, mentre il minimo valore di s_{ii} è quello di 'Anti Price-Leichter', in entrambi i casi però si ottiene l'ottimizzazione di un parametro, ma valori decisamente scarsi per l'altro. Pertanto, si potrebbe concludere che lo scopo sia quello di trovare una soluzione ibrida, a metà strada tra quella di Price-Leichter e la 'Anti Price-Leichter', per la quale si abbiano valori intermedi di s_{ik} e s_{ii} e il rapporto $\frac{s_{ik}}{1/\rho_i - s_{ii}}$ risulti essere il minimo possibile. È facile rendersi conto che la sintesi di una soluzione di questo tipo risulti essere piuttosto complicata dal punto di vista computazionale, in quanto occorre procedere per tentativi.

Per prima cosa quindi, cercheremo di trovare questa soluzione nel caso di un combinatore 8:1 e di un combinatore 16:1 e infine occorrerà generalizzare il risultato trovato al caso di un N-porte.

Partiamo dalle seguenti osservazioni:

- A. Valore ideale per s_{ii} : $|s_{ii}| = \frac{1}{2N}$;
- B. Valore ideale per s_{ik} : $|s_{ik}| = \frac{1}{2N}$;

$$C. \left| \frac{1}{\rho_i} \right| \geq 1 \text{ essendo } |\rho_i| \leq 1$$

Quindi la miglior soluzione teorica dovrebbe essere data da:

$$|s_{ii}| = |s_{ii}| = \frac{1}{2N} \quad (125)$$

La quale, nel caso 8:1, corrisponde a $20 \log(|s_{ii}|) \approx -18 \text{ dB}$, mentre nel caso 16:1 a $20 \log(|s_{ii}|) \approx -24 \text{ dB}$. Quindi, occorre trovare per via empirica dei valori delle fasi dei coefficienti di riflessione che mi consentano di ottenere queste quantità e infine, se possibile, generalizzare i risultati ottenuti al caso di un combinatorio 2N:1.

4.3.2 La soluzione migliore

In realtà però, eseguendo alcune semplici manipolazioni all'equazione dell'onda emergente alla porta d'uscita, si può dimostrare che l'approccio appena enunciato, non solo risulta essere oltremodo dispendioso dal punto di vista computazionale, ma anche che non rappresenta affatto la miglior soluzione ottenibile nel caso di guasto di uno degli amplificatori posti ad una delle porte della struttura.

Infatti, raccogliendo i termini in k e suddividendo la sommatoria in due addendi si ottiene, per l'onda emergente alla porta d'uscita, un'espressione nella forma:

$$b_{2N+1}^{(i)} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} s_{2N+1 k} a_k + \frac{s_{2N+1 i}}{1/\rho_i - s_{i i}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} s_{i k} a_k \quad (126)$$

Si può osservare che, se si assume l'assenza di perdite ed una divisione equa della potenza, cioè $s_{2N+1 k} = \beta = 1/\sqrt{2N} \quad \forall k$, per l'unitarietà della matrice di scattering si ha:

$$\beta \sum_{k=1}^{2N} s_{i k} = 0 \quad (127)$$

Cioè:

$$\beta \left[\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} s_{i k} + s_{i i} \right] = 0 \quad (128)$$

Pertanto, essendo $\beta \neq 0$, si ha:

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{2N} s_{i k} = -s_{i i} \quad (129)$$

Quindi, se $a_k = a$, si ottiene:

$$\frac{b_{2N+1}^{(i)}}{a} = (2N - 1)\beta - \frac{s_{i i}}{1/\rho_i - s_{i i}}\beta = (2N - 1)\beta - \frac{\rho_i s_{i i}}{1 - \rho_i s_{i i}}\beta \quad (130)$$

Dunque, l'obiettivo diventa quello di minimizzare il rapporto $\frac{\rho_i s_{i i}}{1 - \rho_i s_{i i}}$, al fine di avere il massimo valore di onda emergente alla porta d'uscita. Il risultato ideale è sicuramente:

$$|\rho_i s_{i i}| = 0 \quad (131)$$

Il quale, nella realtà, corrisponde a ricercare $|\rho_i s_{i i}|$ *minimo*.

Questo è possibile procedendo essenzialmente in due modi:

- A) Minimizzando ρ_i ;
- B) Minimizzando $s_{i i}$.

Il primo caso, $\rho_i = 0$, è raggiungibile solamente ponendo un isolatore a monte dell'amplificatore. In questo modo la porta in cui è presente l'amplificatore guasto si comporta (guardando verso l'esterno) come un carico perfettamente adattato. L'uso dell'isolatore però comporta delle importanti criticità: un maggior costo realizzativo della struttura a causa dell'implementazione di un dispositivo aggiuntivo da inserire ad ogni porta e senza dubbio un peggioramento del guadagno complessivo, causato dalla dissipazione della potenza dovuta dall'isolatore e dalla conseguente necessità di dissipare il calore in eccesso che si verrebbe a creare in prossimità dell'isolatore stesso. Quindi, si può concludere che, per i motivi appena enunciati, una risoluzione di questo tipo risulti essere del tutto svantaggiosa e, pertanto, si preferisce procedere con la minimizzazione di S_{ii} .

Da quanto visto nel paragrafo precedente, sappiamo che il minimo valore di S_{ii} è conseguibile adottando una soluzione di tipo 'Anti Price-Leichter'.

Dunque, la soluzione migliore che ci fornisce in caso di guasto il massimo valore di onda emergente alla porta di uscita non è quella ibrida, come si sarebbe potuto pensare in un primo momento, ma proprio la soluzione 'Anti Price-Leichter'.

- 'Anti Price-Leichter' per un combinatorio 8:1

La matrice che lega i parametri di scattering al vettore dei coefficienti di riflessione e quest'ultimo, nel caso di un combinatorio 8:1, per quanto già analizzato nei capitoli precedenti, assumono le seguenti forme:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{PP4} &= \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} & -1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & -1 \\ 1 & -2 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.354 & 0.708 & 0.708 & 0.708 & 0.354 \\ 0.354 & 0.5 & 0 & -0.5 & -0.354 \\ 0.354 & 0 & -0.708 & 0 & 0.354 \\ 0.354 & -0.5 & 0 & 0.5 & -0.354 \\ 0.354 & -0.708 & 0.708 & -0.708 & 0.354 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{V4} = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} 0 \\ e^{j\varphi_1} \\ e^{j\varphi_2} \\ e^{j\varphi_3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

La soluzione ‘Anti Price-Leichter’ è raggiungibile imponendo al vettore dei coefficienti di riflessione la seguente forma:

$$\mathbf{V4} = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Cioè imponendo uno sfasamento di π tra i coefficienti di riflessione ($\varphi_1 = \varphi_3 = \pi$ e $\varphi_2 = 0$).

In questo modo si ottengono:

$$s_{11} = s_{12} = s_{13} = s_{14} = -0.125 = -\frac{1}{2N} \quad (\text{minimi})$$

$$s_{15} = 0.875$$

E quindi l’adattamento alle porte varrà:

$$20 \log(|s_{11}|) = 20 \log(|s_{12}|) = 20 \log(|s_{13}|) = 20 \log(|s_{14}|) = -18.051 \text{ dB}$$

$$20 \log(|s_{15}|) = -1.163 \text{ dB}$$

Da quest’ultima espressione si evince che, quando si alimenta la porta 1, gran parte della potenza viene trasmessa alla porta di fronte, cioè alla porta 5. Analogamente, nel caso si alimentasse la porta 2, gran parte della potenza verrà trasmessa alla porta 6, e così via.

- ‘Anti Price-Leichter’ per un combinatorio 16:1

Un combinatorio 16:1 è invece caratterizzato da:

PP8

$$= \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.462 & 0.354 & 0.191 & 0 & -0.191 & -0.354 & -0.462 & -0.25 \\ 0.25 & 0.354 & 0 & -0.354 & -0.5 & -0.354 & 0 & 0.354 & 0.25 \\ 0.25 & 0.191 & -0.354 & -0.462 & 0 & 0.462 & 0.354 & -0.191 & -0.25 \\ 0.25 & 0 & -0.5 & 0 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0.25 \\ 0.25 & -0.191 & -0.354 & 0.462 & 0 & -0.462 & 0.354 & 0.191 & -0.25 \\ 0.25 & -0.354 & 0 & 0.354 & -0.5 & 0.354 & 0 & -0.354 & 0.25 \\ 0.25 & -0.462 & 0.354 & -0.191 & 0 & 0.191 & -0.354 & 0.462 & -0.25 \\ 0.25 & -0.5 & 0.5 & -0.5 & 0.5 & -0.5 & 0.5 & -0.5 & 0.25 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v8} = \frac{1}{\sqrt{16}} \begin{bmatrix} 0 \\ e^{j\varphi_1} \\ e^{j\varphi_2} \\ e^{j\varphi_3} \\ e^{j\varphi_4} \\ e^{j\varphi_5} \\ e^{j\varphi_6} \\ e^{j\varphi_7} \\ 1 \end{bmatrix}$$

La soluzione ‘Anti Price-Leichter’ è raggiungibile imponendo al vettore dei coefficienti di riflessione la seguente forma:

$$\mathbf{v8} = \frac{1}{\sqrt{16}} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Cioè imponendo uno sfasamento di π tra i coefficienti di riflessione ($\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_5 = \varphi_7 = \pi$ e $\varphi_2 = \varphi_4 = \varphi_6 = 0$).

In questo modo si ottengono:

$$\begin{aligned}
s_{11} = s_{12} = s_{13} = s_{14} = s_{15} = s_{16} = s_{17} = s_{18} &= -0.0625 \\
&= -\frac{1}{2N} \quad (\text{minimi}) \\
s_{15} &= 0.9375
\end{aligned}$$

E quindi l'adattamento alle porte varrà:

$$\begin{aligned}
20 \log(|s_{11}|) = 20 \log(|s_{12}|) = \dots = 20 \log(|s_{18}|) &= -24.082 \text{ dB} \\
20 \log(|s_{19}|) &= -0.561 \text{ dB}
\end{aligned}$$

- 'Anti Price-Leichter' per un combinatorio 2N:1

PPN

$$= \frac{1}{\sqrt{2N}} \begin{bmatrix} 1 & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} 1 \cdot (1)\right) & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} 1 \cdot (2)\right) & \dots & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} 1 \cdot (N-1)\right) & e^{j\frac{\pi}{N} 1 \cdot N} \\ 1 & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} 2 \cdot (1)\right) & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} 2 \cdot (2)\right) & \dots & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} 2 \cdot (N-1)\right) & e^{j\frac{\pi}{N} 2 \cdot N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} i \cdot (1)\right) & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} i \cdot (2)\right) & \dots & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} i \cdot (N-1)\right) & e^{j\frac{\pi}{N} i \cdot N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} N \cdot (1)\right) & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} N \cdot (2)\right) & \dots & 2 \cos\left(\frac{\pi}{N} N \cdot (N-1)\right) & e^{j\frac{\pi}{N} N \cdot N} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{VN} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \begin{bmatrix} 0 \\ e^{j\varphi_1} \\ e^{j\varphi_2} \\ \vdots \\ e^{j\varphi_{N-1}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

La soluzione 'Anti Price-Leichter' per un combinatorio 2N:1 è raggiungibile imponendo al vettore dei coefficienti di riflessione la seguente forma:

$$VN = \frac{1}{\sqrt{2N}} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Cioè imponendo uno sfasamento di π tra i coefficienti di riflessione, ovvero:

$$\varphi_m = \begin{cases} \pi, & m \text{ dispari} \\ 0, & m \text{ pari} \end{cases} \quad m = 1, \dots, N - 1$$

5. CAPITOLO V:

DESIGN DI UN COMBINATORE DI POTENZA

5.1 STATEMENT OF WORK

Per ipotesi si supponga di progettare un divisore/combinatore che soddisfi le seguenti specifiche:

Tabella 4 *Statement of Work*⁷

	Specification Item	Value	Remarks
1.	Number of combined ports	≥ 16	
2.	Frequency Range	Multiband	C-Band: 5.85-6.425 GHz X-Band: 7.9-8.4 GHz Ku-Band: 13.75-14.5 GHz Ka-Band: 27.5-31.0 GHz
3.	Combining Efficiency	$>85\%$	TBC
4.	Return Loss	$<-10\text{dB}$	
5.	Input/Output Interface	Coaxial	TBC
6.	Maximum Output Power Handling	$\geq 20\text{W}$	CW
7.	Temperature Range	-40°C to $+60^{\circ}\text{C}$	

Tutte le figure e i risultati riportati di seguito sono stati ricavati dal documento contenente la proposta di progetto presentata ad ESA dal Prof. Antonio Morini, per la realizzazione

⁷ ESA, ARTES Advanced Technology SOW Multi-Band Microwave Multiport Power Combinar for Ground Terminals, 7°.062, 04/09/2019.

di un combinatori di potenza a microonde multi-porta e multibanda che soddisfi le specifiche progettuali qui sopra elencate.

5.2 CRITERI DI PROGETTAZIONE E ARCHITETTURE CANDIDATE

La progettazione di un RPD/C si basa sull'ottimizzazione dei seguenti fattori caratteristici:

- a. Larghezza di banda ('Bandwidth');
- b. Dimensioni ('Size');
- c. Return Loss (RL);
- d. Coefficienti di trasmissione tra le porte d'ingresso e la porta d'uscita;
- e. Coefficienti di trasmissione tra le porte d'ingresso;
- f. Efficienza di combinazione ('Combining Efficiency');
- g. Isolamento ('Isolation');
- h. Coefficiente di riflessione alla generica k-esima porta d'ingresso;

Nei prossimi paragrafi, analizzeremo in dettaglio le due architetture più interessanti, già introdotte nel capitolo sullo Stato dell'Arte, cioè:

1. Combinatore coassiale conico;
2. Combinatore coassiale radiale ridged.

5.3 COMBINATORE COASSIALE CONICO

Il combinatori coassiale conico è un combinatori a banda larga realizzato mediante una linea coassiale conica che trasferisce la potenza dalle N porte di ingresso poste radialmente alla singola porta di uscita, inserita al centro della raggiera.

Le porte di ingresso possono essere disposte orientate trasversalmente rispetto al cono, come mostrato in *Figura 5*, oppure orientate in modo tale che gli assi siano paralleli a quello della linea di trasmissione conica, come mostrato in *Figura 6*.

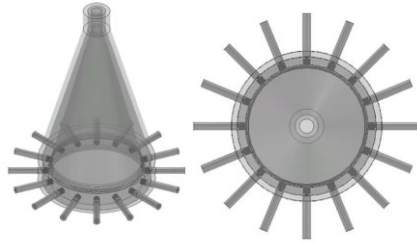


Figura 5 Combinatore conico con porte d'ingresso orientate radialmente

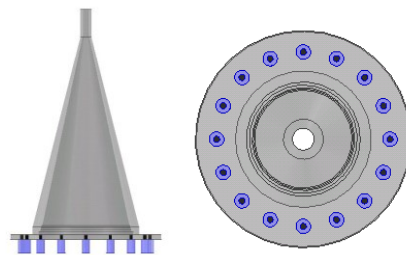


Figura 6 Combinatore conico con porte d'ingresso orientate longitudinalmente

Tuttavia, tenendo conto che questa struttura dovrà essere integrata con un degli SSPA e successivamente collegata ad un divisore identico, tra le due configurazioni risulta preferibile la seconda.

Il design della struttura nasce dalla necessità di evitare l'insorgenza di modi di ordine superiore e ovviamente di ottimizzare le performance su tutto il range delle frequenze. Questo è possibile scegliendo dimensioni opportune per i raggi dei conduttori conici interno ed esterno.

Una prima simulazione sul return loss e sui coefficienti di trasmissione alla porta d'uscita centrale di un combinatori di potenza coassiale conico a 16 porte è riportata in [Figura 7](#). Mentre, in [Figura 8](#) è riportato l'andamento dei coefficienti di trasmissione tra le porte d'ingresso.

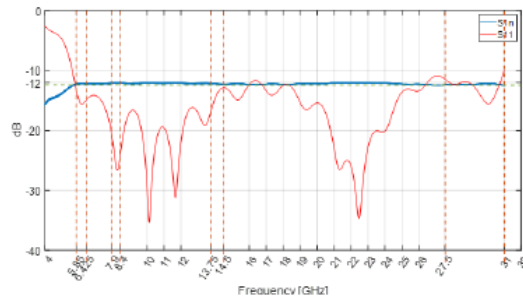


Figura 7 Simulazione RL e coefficienti di trasmissione alla porta d'uscita del combinatoro conico

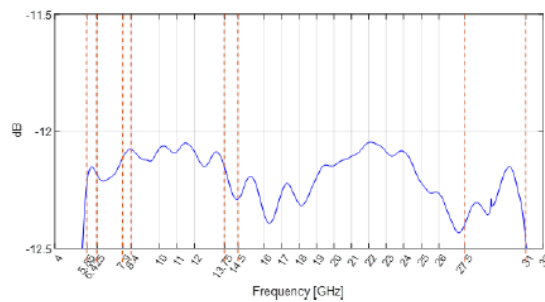


Figura 8 Coefficienti di trasmissione tra le porte d'ingresso del combinatoro conico

Tenendo conto che un combinatoro perfetto 16-porte presenterebbe un coefficiente di trasmissione pari a -12 dB, come si evince dalla figura sui coefficienti di trasmissione, il ripple si mantiene sotto a 0.5 dB su tutta la banda considerata, raggiungendo questo valore solo agli estremi della banda.

La *Figura 9*, invece, mostra l'efficienza di combinazione della linea coassiale conica interna del combinatoro che, come richiesto, si mantiene sopra al 85% in tutta la banda.

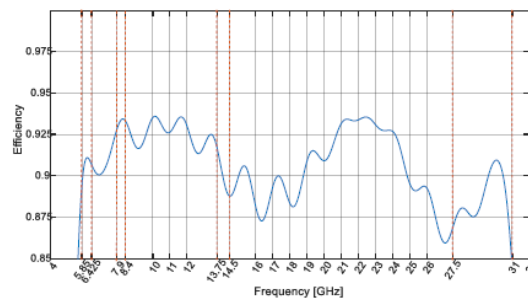


Figura 9 Efficienza di combinazione del combinatoro conico

In *Figura 10* e *Figura 11* sono riportati rispettivamente l'isolamento tra le porte d'ingresso del combinatore conico e l'Insertion Loss (IL).

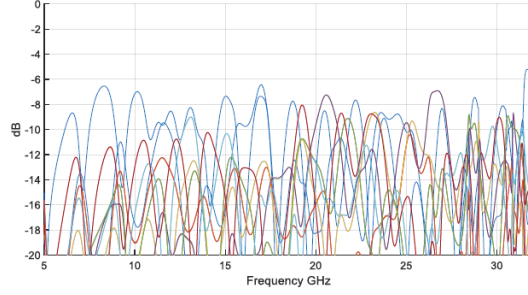


Figura 10 Isolamento tra le porte d'ingresso del combinatore conico

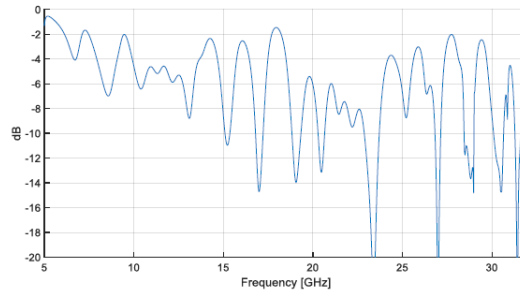


Figura 11 s_{kk} alla k -esima porta di ingresso del combinatore conico

È importante sottolineare che il parametro s_{kk} non deve essere considerato come il coefficiente di riflessione in ingresso al combinatore, perché il coefficiente di riflessione effettivo che si ha alle porte d'ingresso del combinatore Γ è dato dal rapporto tra la somma delle ampiezze d'onda emergenti dalla porta d'ingresso, quando tutte le porte sono simultaneamente alimentate da onde di uguale ampiezza a , e la somma delle ampiezze d'onda che alimentano le porte d'ingresso ($2Na$), cioè:

$$\Gamma = \frac{1}{2Na} \sum_{i=1}^{2N} b_i = \frac{1}{2Na} \sum_{i=1}^{2N} \sum_{k=1}^{2N} s_{ik} a = \frac{a}{2Na} \sum_{i=1}^{2N} (-\alpha) = -\frac{2Na}{2Na} \alpha = -\alpha \quad (132)$$

Pertanto, la riflessione effettiva alle porte d'ingresso Γ presenta la medesima ampiezza della riflessione alla porta di uscita $s_{2N+1, 2N+1} = \alpha$.

5.4 COMBINATORE COASSIALE CONICO RIDGED

In *Figura 12* è mostrato una variante del combinatore conico coassiale che presenta in ingresso un trasformatore di Chebyshev multistep che impiega sette sessioni coniche coassiali di tipo TEM, tali che l'impedenza caratteristica non vari all'interno di ciascuno step. In uscita, invece, sono utilizzati adattatori ridged a 5 step per convogliare il flusso energetico verso le porte coassiali poste alle estremità delle guide ridged.

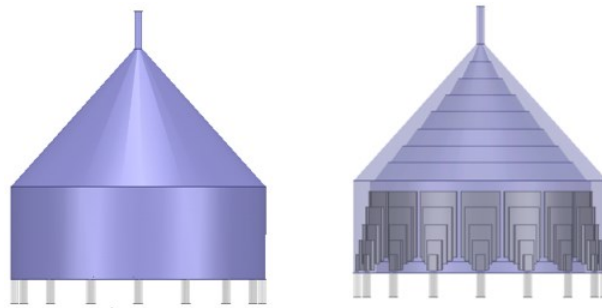


Figura 12 Combinatore conico con trasformatore di Chebyshev e transizioni ridged

Di seguito sono riportati i grafici dei principali valori caratteristici di questa configurazione.

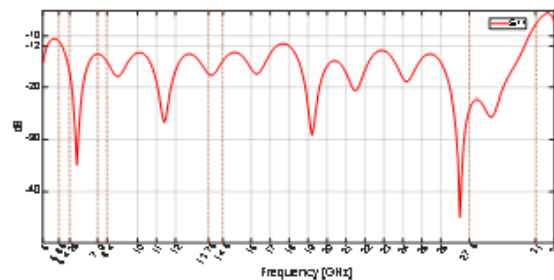


Figura 13 Simulazione RL alla porta d'uscita del combinatore conico ridged

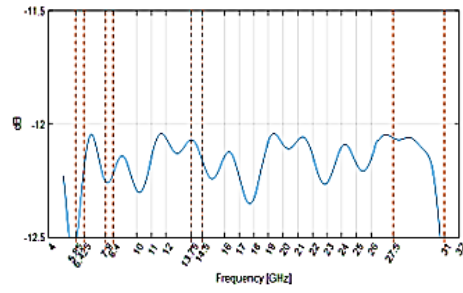


Figura 14 *Coefficienti di trasmissione tra le porte d'ingresso del combinatorio conico ridged*

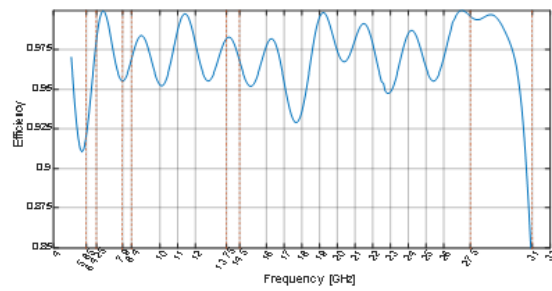


Figura 15 *Efficienza di combinazione del combinatorio conico ridged*

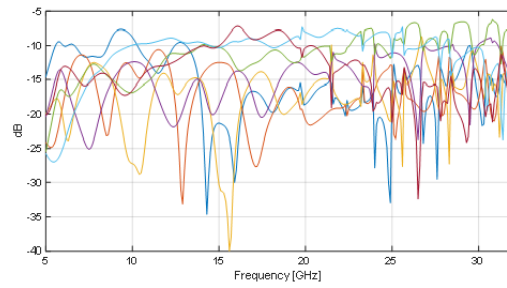


Figura 16 *Isolamento tra le porte d'ingresso del combinatorio conico ridged*

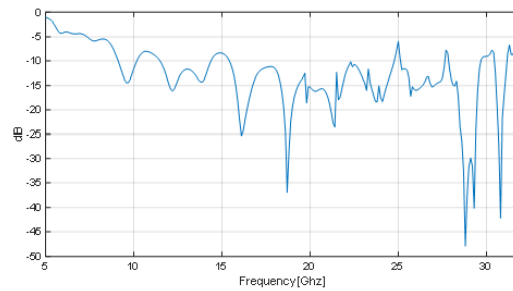


Figura 17 *S_{kk} alla k -esima porta di ingresso del combinatorio conico ridged*

Dalla *Figura 15*, si evince che la presente configurazione risulta leggermente migliore della precedente dal punto di vista dell'efficienza di combinazione, infatti, essa presenta un'efficienza di combinazione superiore al 85% su tutta la banda operativa, come nel caso precedente, ma raggiunge questo valore minimo solo in corrispondenza del limite superiore della banda.

Anche confrontando rispettivamente le *Figure 16 e 17* con le *Figure 10 e 11* si può notare un lieve miglioramento in termini di isolamento tra le porte d'ingresso e di coefficiente di riflessione alla generica k-esima porta d'ingresso.

Dal raffronto delle *Figure 13 e 14* con le *Figure 7 e 8*, si osserva anche un piccolo miglioramento per quanto riguarda il RL alla porta d'uscita e i coefficienti di trasmissione tra le porte d'ingresso e la porta d'uscita.

5.5 COMBINATORE COASSIALE RADIALE RIDGE

Il combinatoro coassiale radiale ridged mostrato in *Figura 18* è costituito da tre sezioni:

- 1) Launcher
- 2) Splitter ridged a 2N-porte
- 3) Trasformatori coassiali ridged in uscita

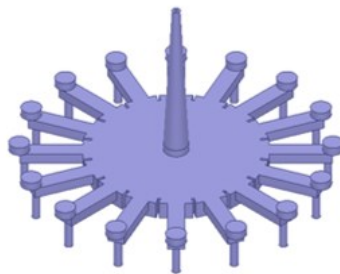


Figura 18 Combinatore coassiale radiale ridged

La sezione del launcher è una linea coassiale, mentre lo splitter è una linea di trasmissione a piastre parallele multi-ridge e a basse perdite, che viene alimentata nel suo centro, dal quale poi l'energia si espande uniformemente verso l'esterno, guidata da guide d'onda radiali ridged. Al termine di ciascuna guida d'onda radiale ridged è infine posto un adattatore da guida ridged a coassiale, al fine effettuare il collegamento con le linee coassiali in uscita.

Il launcher è realizzato mediante un trasformatore multi-sezione di Chebyshev, formato esternamente da un singolo e continuo conduttore conico troncato ed internamente da un certo numero di step realizzati anch'essi mediante dei conduttori conici troncati, progettati in modo da mantenere l'impedenza caratteristica costante in ogni sezione.

Adottare una soluzione di progettazione 'a step' permette di ottenere un dispositivo dalle dimensioni ridotte rispetto ad una architettura 'continua' e conseguentemente di abbassare le perdite.

Di seguito sono riportati i grafici dei principali valori caratteristici di un combinatore coassiale radiale ridged.

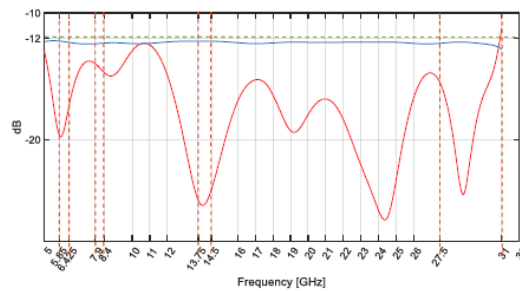


Figura 19

RL simulato e coefficienti di trasmissione alla porta d'uscita del combinatore radiale ridged

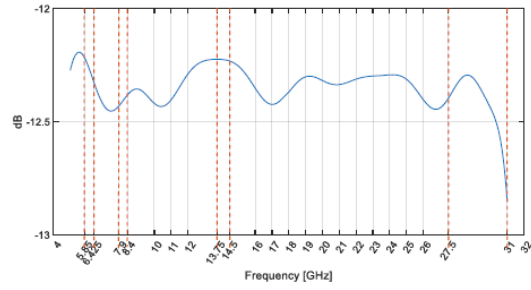


Figura 20 *Coefficienti di trasmissione del combinatorio radiale ridged*

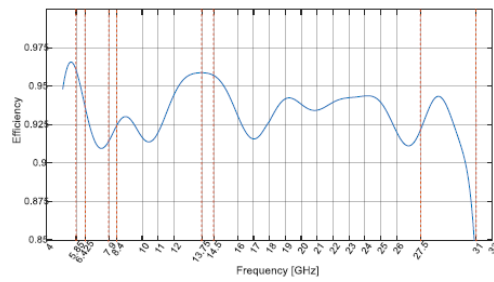


Figura 21 *Efficienza di combinazione del combinatorio radiale ridged*

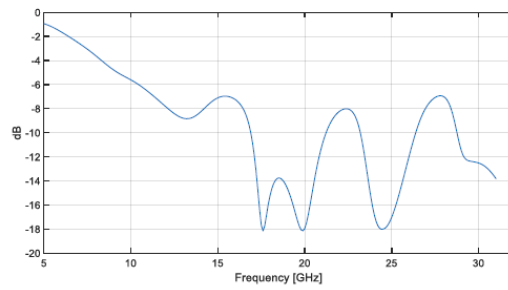


Figura 22 *S_{kk} alla k -esima porta di ingresso del combinatorio radiale ridged*

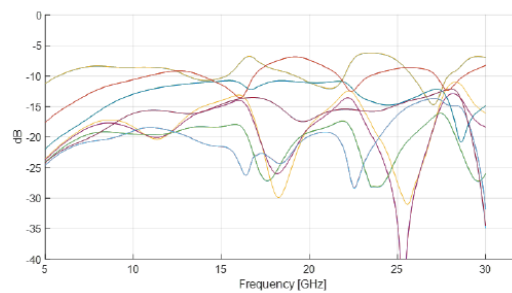


Figura 23 *Isolamento del combinatorio radiale ridged*

In questo caso, osservando l'andamento dei parametri caratteristici misurati, riportati nelle varie figure, si può asserire che il combinatoro radiale ridged presenta un notevole miglioramento in termini di RL alla porta di uscita, in quanto questo assume un valore medio inferiore ai -15dB.

Un considerevole miglioramento si ha anche per quanto riguarda il ripple che si mantiene di norma molto al di sotto dei 0.5dB.

Per quanto riguarda i valori rimanenti si registrano dei miglioramenti seppur non molto significativi.

5.6 CONFRONTO TRA LE ARCHITETTURE ANALIZZATE

In Tabella 4 viene presentato il confronto tra le architetture finora analizzate.

Tabella 5 Confronto tra varie architetture di combinatori radiali di potenza⁸

	Max N. ports	BW	Combining Efficiency	RL	IL	Ripple	N. output ports
Conical Combiner	+	++	+	+	+	+	+
Conical Ridged Combiner	+	++	+	+	+	+	+
Radial Ridged Combiner	+	++	+	++	+	++	+

Sulla base di tali considerazioni la soluzione migliore è rappresentata dal combinatoro radiale ridged.

⁸ A. Morini, *Technical Proposal for a Multi-Band Microwave Multiport Power Combiner for Ground Terminals*, 2020.

CONCLUSIONI

Nella presente trattazione, è stata elaborata un'analisi teorica, prima, e progettuale, dopo, di un combinatore/divisore di potenza a microonde a simmetria rotazionale multi-porta e multibanda.

Dopo aver presentato una breve introduzione sulla matrice di scattering, dove è stata posta particolare attenzione al significato dei suoi parametri e alle sue proprietà fondamentali, sono stati proposti alcuni modelli di rappresentazione particolarmente significativi per combinatori/divisori di potenza a simmetria rotazionale: il modello di Price-Leichter, il modello di Holzman e il modello di rappresentazione mediante i coefficienti di riflessione.

In seguito, facendo riferimento a [10], [12] e [14], è stato trattato il problema della degradazione nel caso in cui uno o più degli amplificatori allo stato solido (SSPA) posti alle porte d'ingresso (uscita) del combinatore (divisore) si guastassero. Si è quindi concluso che un RPD/C degrada sempre in modo 'aggraziato', quando una o più sorgenti alle sue porte si danneggiano. Questo costituisce un risultato di notevole importanza perché equivale a dire che anche in caso di rottura di uno degli SSPA si mantiene sempre un sufficiente isolamento tra le porte, cioè che le riflessioni indesiderate che vengono inevitabilmente a crearsi provocano un calo limitato dell'efficienza di combinazione del dispositivo.

Successivamente, attraverso l'analisi del caso peggiore, cioè il caso in cui l'amplificatore guasto si comporta da cortocircuito, si è concluso, grazie al supporto di calcolo effettuato tramite il software Mathcad, che il modello convenientemente denominato 'Anti Price-Leichter' costituisce la soluzione migliore al problema della degradazione, in quanto massimizza l'ampiezza dell'onda emergente dalla porta d'uscita del combinatore.

In un secondo momento, sempre tramite l'utilizzo del software di calcolo Mathcad, operando sulle fasi dei coefficienti di riflessione, si sono analizzati i casi di combinatori

4:1, 8:1 e 16:1 modellati con 'Anti Price-Leichter', ricavando i migliori valori raggiungibili in termini di isolamento/accoppiamento tra le porte del combinatori.

Infine, servendosi del software calcolo e progettazione grafica HFSS, si è svolta un'analisi delle prestazioni delle due architetture più interessanti introdotte inizialmente nel capitolo sullo Stato dell'Arte, cioè il combinatori coassiale conico e il combinatori coassiale radiale ridged, insieme alle rispettive varianti.

L'analisi si è concentrata sulla valutazione e rappresentazione grafica dei seguenti parametri caratteristici delle architetture su tutta la banda d'interesse:

- Simulazione del RL alla porta d'uscita;
- Coefficienti di trasmissione tra le porte d'ingresso e la porta d'uscita;
- Coefficienti di trasmissione tra le porte d'ingresso;
- Isolamento;
- Efficienza di combinazione;
- Coefficiente di riflessione alla k-esima porta d'ingresso;

Dallo studio si conclude che la soluzione migliore per il soddisfacimento delle specifiche indicate nel SOW è rappresentata dal combinatori radiale ridged, la quale beneficia di un notevole miglioramento soprattutto per quanto riguarda il RL e il ripple.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4th edition, John Wiley & Sons, Amherst, Mass., 2011.
- [2] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd edition, John Wiley & Sons, New York, 2005.
- [3] E. C. Okress, *Microwave Power Engineering*, Academic Press, New York, 1968.
- [4] C. G. Montgomery, R. H. Dicke, E. M. Purcell, *Principles of Microwave Circuits*, McGraw-Hill, New York, 1948.
- [5] S. Ramo, J. R. Whinnery, T. Van Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*, 3rd edition, John Wiley & Sons, New York, 2007.
- [6] G. H. Bryant, *Principles of Microwave Measurements*, Revised edition, IET, 1993.
- [7] R. Orta, *Teoria delle Linee di Trasmissione*, 1999.
- [8] O. R. Price, J. Leichter, *Scattering Matrix for an N-Port Power-Divider Junction*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 8, issue 6, p. 669, Nov. 1960.
- [9] E. L. Holzman, *An Eigenvalue Equation Analysis of a Symmetrical Coax Line to N-Way Waveguide Power Divider*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 42, p.1162, July 1994.
- [10] D. B. Rutledge, *Failures in Power-Combining Arrays*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 47, p.1077-1082, July 1999.
- [11] A. E. Fathy, *A Simplified Design Approach for Radial Power Combiners*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 54, No. 1, Jan. 2006.
- [12] S. Sarkar, M. C. Agrawal, *On the graceful degradation performance of multiple-device oscillators*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 33, pp. 168-170, Feb. 1985.
- [13] A. A. M. Saleh, *Theorems on Match and Isolation in Multiport Networks*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 28, No. 4, Apr. 1980.
- [14] A. Peden, C. Druta, S. Contreras, *Fast Automatic Analysis of Graceful Degradation in Power Combining Structures*, Lab-STICC, Microwave Department, 2014.
- [15] M. Ghanadi, *A New Compact Broadband Radial Power Combiner*, Von der Fakultät IV – Elektrotechnik und Informatik der Technischen Universität Berlin.
- [16] Z. Dang, H. Zhu, J. Huang, H. He, *An Ultra-Wideband Power Combining in Ridge Waveguide for Millimeter Wave*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, p. 1–14, 2020.

- [17] M. Amjadi, E. Jafari, *Design of a Broadband Eight-Way Coaxial Waveguide Power Combiner*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 60, n. 1, pagg. 39–45, 2012.
- [18] P. Jia, L. Chen, A. Alexanian, R. A. York, *Multioctave spatial power combining in oversized coaxial waveguide*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. vol. 50, n. 5, p. 1355–1360, 2002.
- [19] M. Abdolahi, M. M. Sabahi, Z. Pourgholamhossein, H. M. Sadeghi, *Broadband eight-way coaxial waveguide high power combiner/divider*, in 2017 Progress In Electromagnetics Research Symposium - Spring (PIERS), p. 1842–1847, 2017.
- [20] S. Javid-Hosseini, V. Nayyeri, *Printed Circuit Board Implementation of Wideband Radial Power Combiner*, IEEE Access, vol. 7, pagg. 83536–83542, 2019.
- [21] Y. Hong, D. F. Kimball, P. M. Asbeck, J. Yook, L. E. Larson, *Single-Ended and Differential Radial Power Combiners Implemented With a Compact Broadband Probe*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 58, n. 6, p. 1565–1572, Jun. 2010.
- [22] D. I. L. de Villiers, P. W. van der Walt, P. Meyer, *Design of a Ten-Way Conical Transmission Line Power Combiner*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 55, n. 2, p. 302–308, Feb. 2007.
- [23] Q. Wang, Y. Ning, W. Zhu, *Novel Ultra-Wideband Multi-Way Power Combiner*, in 2018 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT), p. 1–3, 2018.
- [24] R. D. Beyers, D. I. L. de Villiers, *Compact Conical-Line Power Combiner Design Using Circuit Models*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 62, n. 11, p. 2650–2658, 2014.
- [25] J. Zhou, K. A. Morris, M. J. Lancaster, *General Design of Multiway Multisection Power Dividers by Interconnecting Two-Way Dividers*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 55, n. 10, p. 2208–2215, 2007.
- [26] R. Kazemi, A. E. Fathy, *Design of a wideband eight-way single ridge substrate integrated waveguide power divider*, IET Microw. Antennas Propag., vol. 9, n. 7, p. 648–656, 2015.
- [27] F. Zhang, K. Song, Y. Fan, *Diffraction Field Reconstruction in Millimeter-Wave SIW Ten-Way Power Divider by Shape Optimization Technology*, IEEE Trans. Plasma Sci., vol. 45, n. 12, p. 3177–3181, 2017.
- [28] H. Theveneau, C. Gaquière, R. Lenglet, M. Werquin, J. Joly, S. Tortel, *Spatial Power Combiner With Low-Impedance Inputs and Increased Isolation*, IEEE Microw. Wirel. Compon. Lett., vol. 27, n. 11, p. 956–958, 2017.
- [29] A. Morini, *Technical Proposal for a Multi-Band Microwave Multiport Power Combiner for Ground Terminals*, 2020.
- [30] ESA, ARTES Advanced Technology SOW, *Multi-Band Microwave Multiport Power Combiner for Ground Terminals*, 7A.062, 2019.
- [31] E. Limiti, *Elettronica delle microonde: adattamento, amplificatori a piccolo segnale e oscillatori*, ARACNE Editrice, Roma, 2007.

*Un sentito ringraziamento al mio relatore Morini Antonio,
per avermi seguito nella stesura dell'elaborato
consentendomi di accrescere le mie conoscenze e competenze.*