



UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea triennale in Ingegneria Edile

**Analisi del comportamento meccanico di compositi laminati a fibre lunghe:
micromeccanica e criteri di rottura**

**Analysis of the mechanical behavior of laminated fiber-reinforced composites:
micromechanics and yielding criteria**

Relatore:

Prof. Michele Serpilli

Tesi di Laurea di:

Vintskovskyy Ivan

A.A. 2019 /2020

Posso accettare di fallire, chiunque fallisce in qualcosa.

Ma io non posso accettare di non tentare.

(Michael Jordan)

Indice

ABSTRACT	7
1. I MATERIALI COMPOSITI	8
1.1. INTRODUZIONE.....	8
1.2. GENERALE	8
1.3. VANTAGGI.....	9
1.4. APPLICAZIONI	10
1.4.1 INGEGNERIA EDILE E CIVILE.....	10
1.4.2 INGEGNERIA AEROSPAZIALE.....	12
1.4.3 INGEGNERIA AERONAUTICA.....	13
1.4.3 INGEGNERIA MECCANICA.....	14
1.4.4 SETTORE NAUTICO.....	14
1.4.5 SETTORE SPORTIVO	15
1.5. CARATTERISTICHE PRINCIPALI	15
1.6. CLASSIFICAZIONE DEI COMPOSTI	16
1.7. COMPOSITI CON PARTICELLE.....	17
1.8. COMPOSITI FIBROSI	17
1.9. MATRICI	18
1.9.1 FUNZIONE DELLA MATRICE	18
1.9.2 TIPI DI MATRICE	19
2. MICROMECCANICA	20
2.1. GENERALITÀ.....	20
2.2. CARATTERISTICHE MECCANICHE IN DIREZIONE LONGITUDINALE	22
2.2.1 MODULO DI ELASTICITÀ LONGITUDINALE.....	23
2.2.2 RESISTENZA A TRAZIONE LONGITUDINALE	25
2.2.3 RESISTENZA A COMPRESSIONE LONGITUDINALE.....	27
2.3. CARATTERISTICHE MECCANICHE IN DIREZIONE TRASVERSALE	27
2.3.1 MODULO DI ELASTICITÀ IN DIREZIONE TRASVERSALE	28
2.3.2 RESISTENZA A TRAZIONE TRASVERSALE	29
2.4. MODULO DI ELASTICITÀ TRASVERSALE E RESISTENZA A TAGLIO.....	30
2.4.1 MODULO DI ELASTICITÀ TRASVERSALE G_{12}	31
2.4.2 RESISTENZA A TAGLIO NEL PIANO DELLA LAMINA.....	31
2.5. COEFFICIENTE DI POISSON.....	32
2.5.1 COEFFICIENTE DI POISSON LONGITUDINALE ν_{12}	32
2.5.2 COEFFICIENTE DI POISSON TRASVERSALE ν_{21}	32
2.5. COEFFICIENTI DI DILATAZIONE TERMICA	33
2.5.1 COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA LONGITUDINALE α_L	33
2.5.2 COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA TRASVERSALE α_T	34
3. COMPOSITI A FIBRE CORTE	35
3.1 GENERALITÀ.....	35
3.2 TRASFERIMENTO DELLE TENSIONI.....	35
3.3 MODULO DI ELASTICITÀ.....	38

3.4. RESISTENZA A TRAZIONE	39
3.5. RESISTENZA A FATICA	40
3.6. RESISTENZA ALL'URTO	41
4. ANALISI DELLA LAMINA ORTOTROPA.....	42
4.1. GENERALITÀ.....	42
4.2. LEGGE DI HOOKE.....	43
4.3. RELAZIONI TRA COSTANTI ELASTICHE E TERMINI DELLE MATRICI DI RIGIDEZZA E CEDEVOLEZZA	45
4.4. MATRICI DI RIGIDEZZA E CEDEVOLEZZA IN UN RIFERIMENTO CARTESIANO ARBITRARIO.....	46
4.5. RELAZIONI TRA COSTANTI ELASTICHE E MATRICE DI CEDEVOLEZZA	48
5. MODALITÀ DI ROTTURA E CRITERI DI RESISTENZA.....	50
5.1. GENERALITÀ.....	50
5.2. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI TRAZIONE LONGITUDINALE	50
5.3. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI COMPRESSIONE LONGITUDINALE	52
5.3.1 TRAZIONE TRASVERSALE	52
5.3.2 MICROSVERGOLAMENTO DELLE FIBRE	53
5.3.3 TAGLIO.....	54
5.4. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI TRAZIONE TRASVERSALE.....	54
5.5. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI COMPRESSIONE TRASVERSALE.....	54
5.6. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI TAGLIO SUL PIANO DELLE FIBRE.....	55
5.7. CRITERI DI RESISTENZA	55
5.7.1 CRITERIO DELLA MASSIMA TENSIONE	55
5.7.2 CRITERI DELLA MASSIMA DEFORMAZIONE	56
5.7.3 CRITERIO DEL MASSIMO LAVORO (TSAI-HILL).....	57
5.7.4 CRITERIO DI TSAI-WU.....	58
6. CONCLUSIONI.....	59
7. BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA	60

Indice delle figure

Fig. 1 – Esempio di compositi: mattoni in paglia e fango (a) e legno (b)	8
Fig. 2 – Tabella rappresentativa delle caratteristiche meccaniche di diversi materiali a confronto	9
Fig. 3 – Rinforzo di travi con applicazione di FRP	10
Fig. 4 – Esempi di rinforzo di travi e pilastri mediante l' utilizzo di FRP (a) e FRCM (b)	11
Fig. 5 – Pannelli Xlam (a) e vetri stratificati (b)	12
Fig. 6 – Veicolo spaziale Viking (a) e satellite Anik (b)	13
Fig. 7 – Composizione strutturale 787 (a) e cabina (b) di un Boeing 787	13
Fig. 8 – Corvette del 1953 (a) e telaio di Formula Uno (b)	14
Fig. 9 – Scafo di imbarcazione in fibra di vetro	15
Fig. 10 – Telaio di bicicletta sportiva (a) e racchetta da tennis in fibra di carbonio (b)	15
Fig. 11 – Schema classificazione dei compositi	17
Fig. 12 - Classificazione delle matrici	19
Fig. 13 - Sezione trasversale lamina con rinforzo unidirezionale	20
Fig. 14 - Schema semplificato di una lamina con rinforzo unidirezionale	21
Fig. 15 - Schema di lamina unidirezionale usato per la determinazione delle caratteristiche longitudinali	23
Fig. 16 - Diagrammi σ - ε per lamina con componenti con comportamento lineare	23
Fig. 17 - Andamento del rapporto P_f/P_c al variare del rapporto E_f/E_m per diversi valori di V_f	24
Fig. 18 - Diagrammi σ - ε per lamina (matrice duttile) con fibre fragili e duttili	25
Fig. 19 - Andamento della tensione di rottura a trazione longitudinale per lamina unidirezionale	26
Fig. 20 - Elemento di volume rappresentativo di lamina unidirezionale usato per la stima delle caratteristiche elastiche e di resistenza trasversali.	28
Fig. 21 - Andamento (teorico) del modulo longitudinale e trasversale di lamina unidirezionale	28
Fig. 22 - Andamento del rapporto E_c/E_m per lamina unidirezionale al variare del rapporto E_f/E_m per diverse concentrazioni di fibre	29
Fig. 23 - Andamento di E_T/E_m previsto dalla relazione di Helpin-Tsai	29
Fig. 24 - Andamento di S ottenuto utilizzando il metodo degli elementi finiti (FEM)	30
Fig. 25 - Modello deformativo e notazione per la determinazione di G_{12}	31
Fig. 26 - Modello di composito e notazione usati per la determinazione di ν_{12}	32
Fig. 27 - Dilatazioni e deformazioni longitudinali di lamina soggetta a variazione di temperatura	33
Fig. 28 - Dilatazioni e deformazioni trasversali di lamina soggetta a variazione di temperatura	34
Fig. 29 - Meccanismo di trasferimento del carico (a) ed equilibrio di tratto infinitesimo di fibra corta (b)	35
Fig. 30 - Andamento della tensione normale e tangenziale per fibra corta in matrice duttile	36
Fig. 31 - Andamento delle tensioni normali e tangenziali nella fibra al variare della lunghezza	37
Fig. 32 - Tensioni nella fibra (a) e matrice (b), per matrice elastica	37
Fig. 33 - Tensioni nella fibra, per matrice elasto-plastica	38
Fig. 34 - Modello semplificato di composito a fibre corte (interrotte) parallele.	38
Fig. 35 - Modulo elastico E_L per compositi a fibre corte parallele.	39
Fig. 36 - Pull-out test per la determinazione della lunghezza critica l_c	40
Fig. 37 - Resistenza a fatica di alcuni compositi a fibra corta	41
Fig. 38 - Deformazione delle lamine Isotrope(a), Anisotrope(b) e Ortotropo (c) sottoposte a trazione mono assiale e taglio.	42

Fig. 39 – Stato di tensione nell'intorno di un punto: tensioni normali e tangenziali.....	43
Fig. 40 - Schema di lamina ortotropa caricata con tensioni nel riferimento naturale.....	45
Fig. 41 - Lamina ortotropa con riferimento cartesiano generico.....	46
Fig. 42 - Andamento tipico delle costanti elastiche al variare della direzione per lamina unidirezionale in fibra di vetro-resina epossidica	49
Fig. 43 - Modalità di cedimento dei laminati: (a) debonding, (b) frattura della matrice e (c) delaminazione.	50
Fig. 44 - Numero di fibre rotte (N_{fr}) al variare del carico applicato	51
Fig. 45 - Modi di rottura di composito unidirezionale: (1) rottura fragile, (2) pull-out e (3) debonding	51
Fig. 46 - Modalità di rottura di composito unidirezionale soggetto a compressione longitudinale: trazione trasversale(a), microsvergolamento delle fibre(b-c), taglio(d)	52
Fig. 47 - Resistenza a compressione longitudinale al variare della percentuale di fibre	53
Fig. 48 - Rottura tipica (a taglio) di compositi sotto compressione trasversale.....	54
Fig. 49 - Rottura di compositi unidirezionali sotto sollecitazione di taglio nel piano	55
Fig. 50 - Criterio della massima tensione: dominio di resistenza per sollecitazione monoassiale.	56
Fig. 51 - Criterio di Tsai-Hill: dominio di resistenza per sollecitazione monoassi	57

ABSTRACT

I materiali compositi sono materiale il cui uso è relativamente nuovo. Si pensi solo che tali materiali sono stati oggetto di interesse e di sviluppo solo a partire degli anni '90, derivanti dalle necessità di alcuni settori, soprattutto quello militare, di avere materiali con proprietà meccaniche elevate, accompagnate da elevati rapporti di resistenza/peso.

Nella seguente tesi andremo a parlare dei materiali compositi e delle conoscenze che abbiamo di loro ad oggi, con l'obiettivo finale di aiutare la comprensione di tali materiali diradando il più possibile le incertezze che possono esserne legate.

Inizieremo analizzando i compositi dal punto di vista generale, parlando, innanzitutto, di come questi materiali si siano sviluppati e insediati in molti campi della progettazione nel tempo. Tutto ciò è dovuto soprattutto agli innumerevoli vantaggi che questi materiali offrono, che possono essere diversi da composito a composito, rispetto ai materiali tradizionali utilizzati fino a questo momento.

Nella seconda parte andremo a studiare i compositi dal punto di vista dalla micromeccanica esponendo le caratteristiche meccaniche, i moduli di elasticità e i vari coefficienti legati al materiale.

Successivamente siamo andati a parlare più in specifico dei compositi a fibre corte per poi passare ad analizzare i compositi laminari ortotropi.

Infine, abbiamo concluso la tesi parlando della modalità di rottura di tali materiali, andando ad osservare come cederà il materiale sulla base della sollecitazione applicata, e andando a calcolare i criteri di resistenza di quest'ultimi.

1. I MATERIALI COMPOSITI

1.1. INTRODUZIONE

Sebbene si pensi ai compositi come materiali di ultima generazione, la loro ha origini molto antiche, infatti, è noto che già gli antichi egizi erano soliti miscelare la paglia con il fango al fine di ottenere mattoni da costruzione più resistenti e meno fragili di quelli costituiti dal solo fango. Possiamo trovare esempi di materiali compositi anche in natura come ad esempio il legno, costituito da fibre di cellulosa in una matrice legnosa, e le ossa dei vertebrati costituiti anche essi da fibre immerse in una matrice ossea.

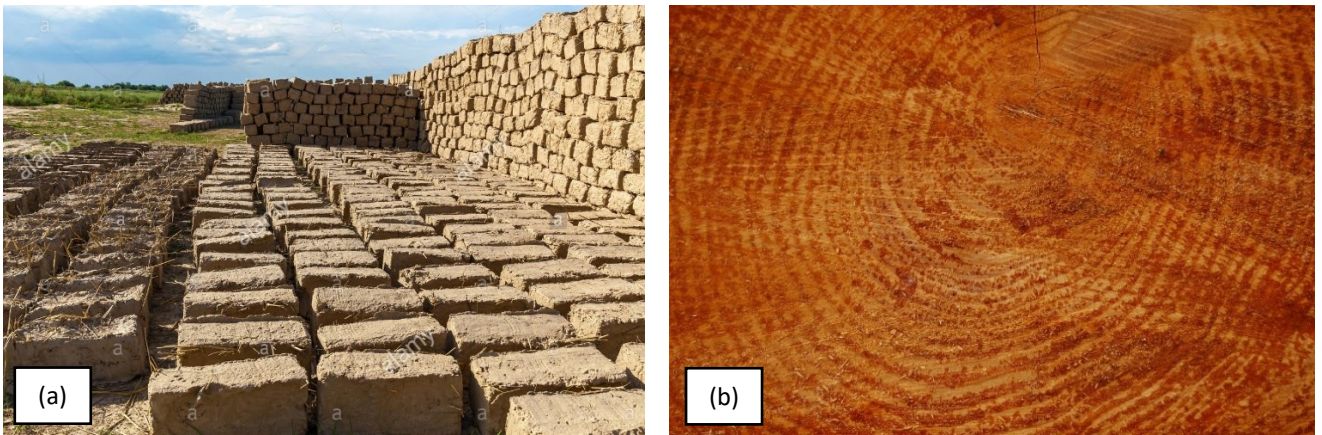


Fig. 1 – Esempio di compositi: mattoni in paglia e fango (a) e legno (b)

1.2. GENERALE

Negli ultimi decenni i materiali compositi hanno certamente dominato il campo dei cosiddetti materiali “innovativi” o “non convenzionali”. Con il termine "materiale composito" si intende un materiale costituito da due o più fasi o componenti tale che:

- 1) sia possibile individuare, a scala macroscopica, la superficie di interfaccia;
- 2) siano chimicamente distinte;
- 3) abbiano caratteristiche fisico-meccaniche significativamente diverse;

La definizione di materiale composito, data dall'ASM materials engineering dictionary, è “a combination of two or more materials (reinforcing elements, fillers, and composite matrix binder), differing in form or composition on a macroscale. The constituents retain their identities, that is, they do not dissolve or merge completely into one another although they act in concert. Normally, the components can be physically identified and exhibit an interface between one another”.

L'idea alla base dei compositi è proprio quella di “UNIRE LE FORZE” di materiali con caratteristiche significativamente diverse (se non opposte) che, presi singolarmente, non forniscono prestazioni

particolari, in modo tale che le proprietà dell'unione siano per lo più migliori delle proprietà dei singoli costituenti. Secondo la definizione data non sono invece materiali compositi le leghe metalliche né le materie plastiche commerciali contenenti, per varie ragioni, riempitivi, lubrificanti, assorbitori di ultravioletti ecc. (interfaccia a scala microscopica). Inoltre, negli usuali compositi bicomponenti, il componente più resistente è solitamente presente sotto forma di fase discontinua (fibre, particelle ecc.) e prende il nome di "*rinforzo*" mentre il componente meno resistente è presente sotto forma di fase continua e prende il nome di "*matrice*".

1.3. VANTAGGI

È noto che i costi dei materiali compositi sono mediamente superiori a quelli dei materiali convenzionali, soprattutto per quelli a fibra lunga. Nonostante ciò, le aziende hanno iniziato ad utilizzarli con sempre maggiore frequenza per i diversi vantaggi che offrono:

- Leggerezza e riduzione di peso;
- Resistenza a trazione, a compressione e a fatica;
- Rigidezza specifica;
- Versatilità di progettazione;

	Modulo di elasticità normale	Resistenza a trazione	Deformazione a rottura	Coefficiente di dilatazione termica	Densità
	[GPa]	[MPa]	[%]	[10 ⁻⁶ °C ⁻¹]	[g/cm ³]
Fibre di vetro E	70 – 80	2000 – 3500	3.5 – 4.5	5 – 5.4	2.5 – 2.6
Fibre di vetro S	85 – 90	3500 – 4800	4.5 – 5.5	1.6 – 2.9	2.46 – 2.49
Fibre di carbonio (alto modulo)	390 – 760	2400 – 3400	0.5 – 0.8	-1.45	1.85 – 1.9
Fibre di carbonio (alta resistenza)	240 – 280	4100 – 5100	1.6 – 1.73	-0.6 – -0.9	1.75
Fibre aramidiche	62 – 180	3600 – 3800	1.9 – 5.5	-2	1.44 – 1.47
Matrice polimerica	2.7 – 3.6	40 – 82	1.4 – 5.2	30 – 54	1.10 – 1.25
Acciaio da costruzione	206	250 – 400 (snervamento) 350 – 600 (rottura)	20 – 30	10.4	7.8

Fig. 2 – Tabella rappresentativa delle caratteristiche meccaniche di diversi materiali a confronto

Ogni materiale composito avrà poi delle caratteristiche e dei vantaggi propri di quel materiale in base a come verrà realizzato e dai materiali che lo compongono.

1.4. APPLICAZIONI

Il numero e l'importanza delle loro applicazioni è cresciuto negli ultimi anni in modo esponenziale, infatti, lo sviluppo di tali materiali deve il suo incremento alle sempre più spinte esigenze di svariati settori.

1.4.1 INGEGNERIA EDILE E CIVILE

In campo edile i materiali compositi sono utilizzati principalmente per interventi su costruzioni esistenti come restauro di zone danneggiate, per l'adeguamento e rinforzo statico in strutture sottoposte ad azione sismica, per il rinforzo di murature o ponti, per il rinforzo strutturale dei solai in caso di armatura deteriorata e cambi di destinazione. I materiali compositi nel settore del ripristino delle costruzioni esistenti vengono utilizzati su strutture in C.A. o strutture murarie come:

- **RINFORZO A FLESSIONE** di elementi strutturali quali travi, solai a travetti e pignatte e a soletta piena laddove il momento flettente derivante dai carichi agenti risulta maggiore del momento resistente della sezione.
- **RINFORZO A TAGLIO DI TRAVI** da realizzarsi laddove la resistenza a taglio dell'elemento strutturale, desunta sia dal contributo del calcestruzzo che dell'armatura tradizionale, è inferiore alla sollecitazione derivante dai carichi agenti.

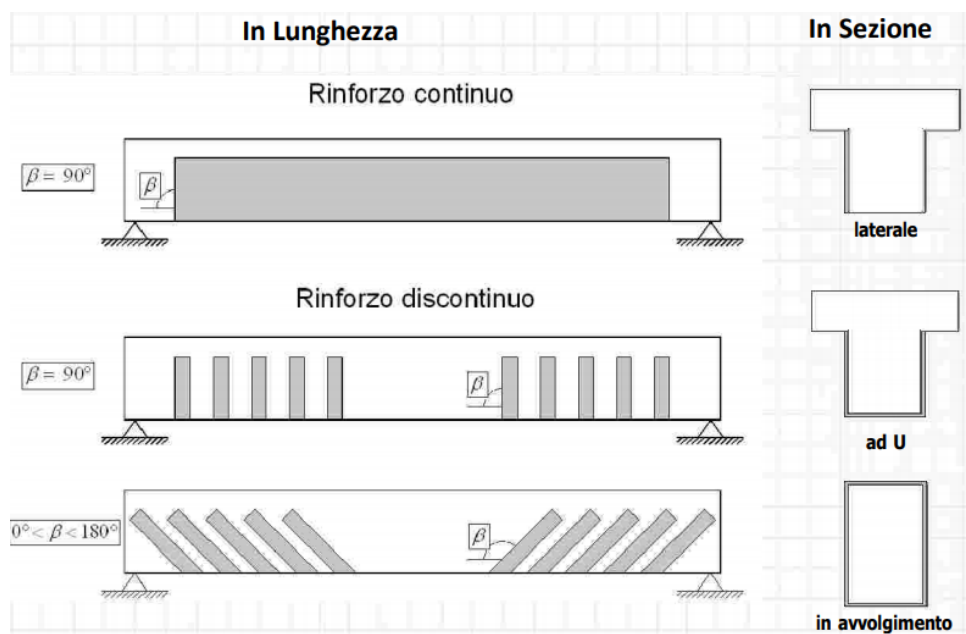


Fig. 3 – Rinforzo di travi con applicazione di FRP

- **RINFORZO A TORSIONE** di elementi strutturali, con resistenza a questa sollecitazione inferiore rispetto a quella agente, mediante incollaggio, generalmente di tessuti applicati

sulla superficie esterna della trave le cui fibre siano disposte con un angolo di inclinazione rispetto all'asse della trave di 90° e in avvolgimento totale.

- **CONFINAMENTO DI ELEMENTI VERTICALI IN C.A.** soggetti a sforzo normale centrato o con piccola eccentricità laddove risulta necessario aumentare la resistenza e la corrispondente deformazione ultima oppure ove si necessita negli elementi pressoinflessi di un incremento della duttilità e (congiuntamente all'utilizzo di rinforzi disposti nella direzione dell'asse principale dell'elemento) della resistenza ultima.
- **REINTEGRO DELL'ARMATURA** in elementi strutturali che presentano ferri fortemente corrosi con rilevante riduzione della sezione del tondino e perdita di materiale metallico.
- **MIGLIORAMENTO DEL COMPORTAMENTO ANTISISMICO:** il ricorso all'impiego dei materiali compositi consente di migliorare la risposta nei confronti dell'azione sismica attraverso:
 - a) l'eliminazione dei meccanismi di collasso fragile;
 - b) l'eliminazione dei meccanismi di collasso di piano;
 - c) il miglioramento della capacità deformativa globale della struttura;
 - d) l'eliminazione del ribaltamento dei pannelli di tamponamento al di fuori del piano.



(a)



(b)

Fig. 4 – Esempi di rinforzo di travi e pilastri mediante l'utilizzo di FRP (a) e FRCM (b)

Tra i sistemi impregnati in situ rientrano i tessuti unidirezionali in fibre di acciaio lunghe che vengono applicati ricorrendo sia all'utilizzo di matrici epossidiche – **FRP** (Fiber Reinforced Polymer) che di malte a base cementizia – **FRCM** (Fiber Reinforced Cementitious Matrix) e le reti (in vetro, aramide, basalto, acciaio o combinazione di questi materiali) impregnati in situ in matrici inorganica a base cementizia FRCM. Questi sistemi sono tra i materiali compositi quelli più diffusi grazie alla loro versatilità d'impiego e alla possibilità di poterli installare su membrature in calcestruzzo con forme e geometrie complicate. Sono da considerarsi materiali compositi anche i **vetri laminati** (o stratificati). Essi sono costituiti da due o più lastre di vetro comune o temprato, incollate tra loro da sottili strati di

materiale plastico, il butirrato di polivinile (P.V.B.), che presenta una buona aderenza al vetro ed un alto grado di allungamento, prima di rompersi. Il vetro laminato è molto resistente agli urti; quando viene colpito da un corpo estraneo, la rottura rimane localizzata al punto di impatto, trattenendo i pezzi al loro posto e diminuendo il rischio di tagli causati dalle schegge. Trovano applicazione in vari campi, soprattutto quello edile, dove vengono utilizzati nelle pareti in vetro in modo da resistere a eventuali cadute di persone o cose, ma anche come protezione contro il vandalismo e l'effrazione, protezione rinforzata per gli oggetti d'arte nei musei di tutto il mondo e contro le esplosioni e i colpi d'arma da fuoco (vetri blindati). Un altro ottimo esempio di composito sono i **pannelli Xlam**. Si ottengono incollando più strati di tavole in legno di uno spessore di circa 2 cm, sempre in numero dispari, incollate in più direzioni, in modo che le fibre dei diversi strati siano tra loro ortogonali. Lo scopo è proprio quello di migliorare le prestazioni del pannello finale. Rispetto alle altre tecnologie di costruzione in legno, è in grado di offrire una maggior resistenza meccanica e di trasmettere i carichi in entrambe le direzioni. Grazie a ciò, una struttura in Xlam può raggiungere altezze e dimensioni maggiori. La resistenza dell'Xlam lo rende un ottimo materiale anche per le costruzioni di case in zone sismiche, poiché i pannelli rispondono alle sollecitazioni in modo migliore rispetto ai materiali tradizionali.

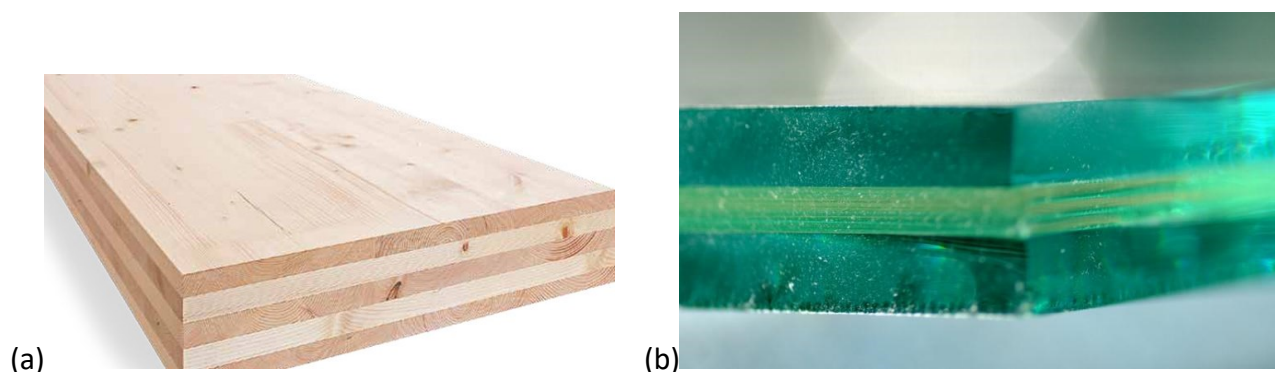


Fig. 5 – Pannelli Xlam (a) e vetri stratificati (b)

1.4.2 INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Dai primi anni 50', periodo che ha sancito l'inizio della cosiddetta 'Corsa allo spazio' ha portato a ricorre a sperimentazioni con l'obbiettivo mirato di migliorare determinati materiali e di implementare nuove tecnologie in veicoli e strutture spaziali. Già negli anni 70' e 80', per esempio, vennero utilizzati compositi in grafite a matrice epossidica in molte strutture aerospaziali. Studi approfonditi, condotti su questo tipo di materiale, hanno evidenziato notevoli caratteristiche meccaniche, elevata rigidità strutturale rapportata ad un basso peso ed elevata resistenza, unitamente a coefficienti di espansione termica pari o prossimi allo zero. Tra le strutture e veicoli su cui è stato utilizzato questo materiale troviamo:

- **Intelsat IV e Anik:** satelliti utilizzati per le comunicazioni;
- **Viking:** veicolo spaziale utilizzato nella seconda metà degli anni 70 per le esplorazioni su Marte;

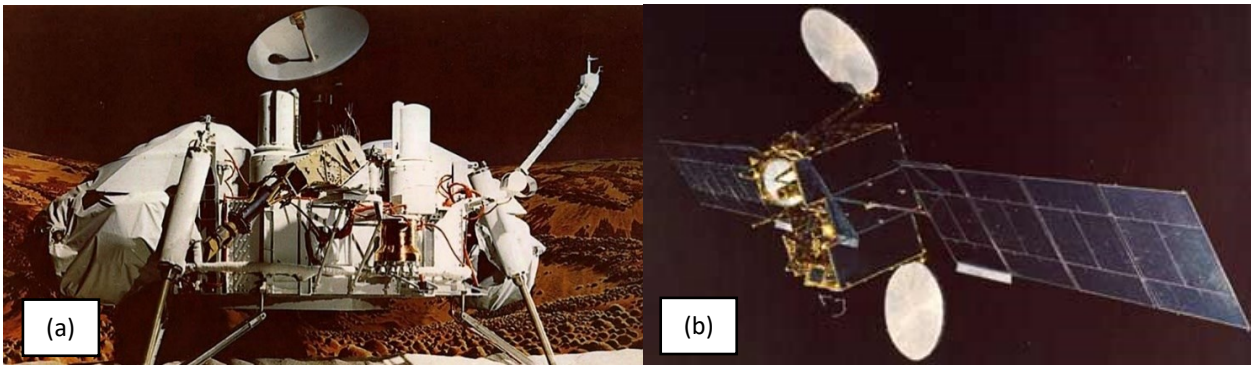


Fig. 6 – Veicolo spaziale Viking (a) e satellite Anik (b)

1.4.3 INGEGNERIA AERONAUTICA

La prima applicazione nota e documentata di materiali compositi in campo aeronautico risale al 1937 anno in cui Douglas Aircraft Company impiegò fibre di vetro in resina fenolica nella realizzazione di stampi per parti prototipali. Da lì il suo impiego divenne sempre più diffuso, inizialmente in campo militare per la realizzazione di diversi veicoli e successivamente in campo civile. La diffusione oggi di tali materiali è dovuta alla diminuzione del peso strutturale complessivo del velivolo del 20-50 % e di offrire allo stesso tempo una resistenza superiore migliorando in questo modo anche l'efficienza del carburante. I progetti dei velivoli più avanzati dei due principali costruttori (Boeing 787 e Airbus A350) fanno uso intensivo di questi materiali, tanto che più del 50% della struttura è realizzata in fibra di carbonio. Vengono inoltre utilizzati per la creazione di parti di elicotteri, come cabine, sostituendo parti metalliche o per la realizzazione di droni fatti quasi interamente di questi materiali. Lo sviluppo di nuove resine ha contribuito all'espansione del mercato dei compositi, specialmente in applicazioni ad alte temperature e laddove fosse necessaria una elevata resistenza a corrosione.

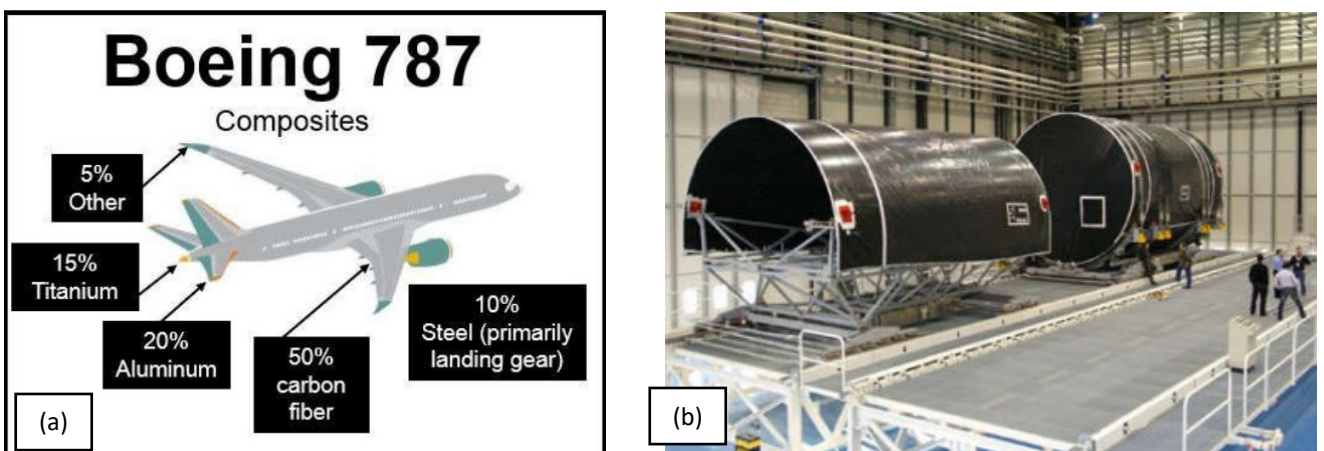


Fig. 7 – Composizione strutturale 787 (a) e cabina (b) di un Boeing 787

1.4.3 INGEGNERIA MECCANICA

La prima automobile di serie con carrozzeria in fibra di vetro, a causa dei forti dazi ancora imposti sull'acciaio durante il dopoguerra, fu la Corvette, nel 1953, ed ha dato il via all'utilizzo dei materiali compositi nel settore automobilistico. Se consideriamo le proprietà, i compositi hanno il notevole vantaggio di fornire buone proprietà meccaniche, con un notevole risparmio di peso dell'autovettura. Per questo i materiali compositi vengono usati negli interni e parti di carrozzerie (non soggetti comunque a forti sforzi), ma anche nelle scocche (soggette principalmente a torsione) e in alcuni componenti di trasmissione come ruote dentate o alberi (soggetti principalmente a fatica). Il loro utilizzo è oramai diffuso in tutto il settore automobilistico, da quello civile a quello sportivo. Le autovetture di Formula Uno hanno ad esempio un telaio monoscocca realizzato totalmente in materiale composito. Anche le appendici aerodinamiche, i braccetti delle sospensioni, i cerchi delle ruote, i dischi dell'impianto frenante nonché il volante computerizzato, sono realizzati in materiale composito.

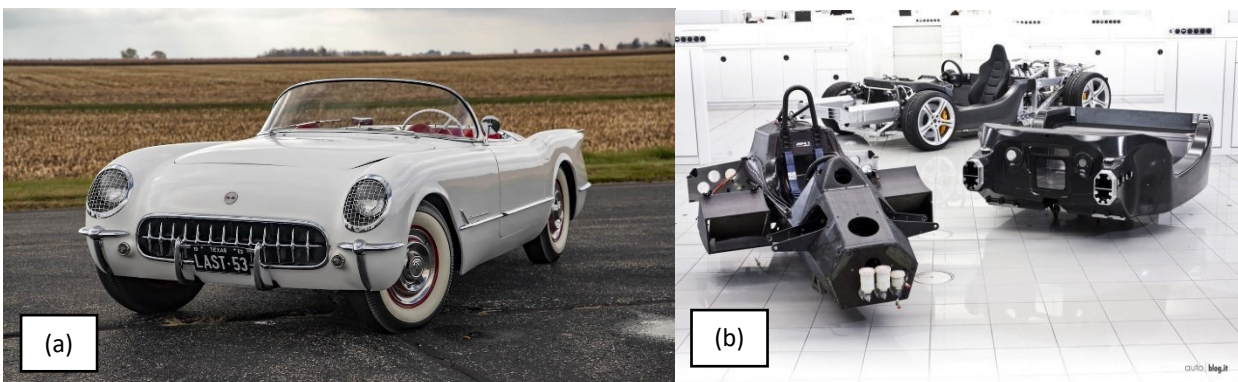


Fig. 8 – Corvette del 1953 (a) e telaio di Formula Uno (b)

1.4.4 SETTORE NAUTICO

Il settore nautico è quello dove probabilmente i materiali compositi vengono impiegati in maggior quantità a livello produttivo, si utilizza principalmente la fibra ed il tessuto di vetro, garantendo così dei costi produttivi contenuti. In questo caso il requisito leggerezza è meno sentito rispetto ad altre applicazioni citate in precedenza. Molti processi produttivi sono stati sviluppati proprio in questo settore e specificamente per la realizzazione degli scafi di piccole e medie imbarcazioni. Altri particolari importanti in composito del settore sono, gli alberi delle barche a vela.



Fig. 9 – Scafo di imbarcazione in fibra di vetro

1.4.5 SETTORE SPORTIVO

Il settore delle attrezzature sportive è stato fra i primi ad intuire i benefici dei materiali compositi. L'applicazione di questi ultimi nello sviluppo di oggetti o parti per articoli sportivi, permette di ottenere prestazioni ottimali ed elevata resistenza meccanica. La tecnologia dei materiali compositi si applica trasversalmente a numerose discipline sportive e trova applicazione per la produzione di kite surf, pagaie, canoe e kayak, telai di biciclette, sci, racchette da tennis, lamine per la produzione di archi oppure in elementi per la protezione della persona come parastinchi, facciali, paraspalle per football americano. Tutti i componenti possono essere completati con ganci anelli e fibbie sempre realizzati in fibra di carbonio.



Fig. 10 – Telaio di bicicletta sportiva (a) e racchetta da tennis in fibra di carbonio (b)

1.5. CARATTERISTICHE PRINCIPALI

A differenza di come si può pensare le caratteristiche di un composito dipendono da molti fattori che andranno poi a influire sulle proprietà fisico-meccaniche dei compositi. In particolar modo dipendono da:

- 1) **Proprietà fisico-meccaniche dei singoli materiali componenti** : Sono diverse in base ai materiali che si andranno a utilizzare;
- 2) **Concentrazione**_: espressa solitamente termini di volume o, più raramente, di peso, indicata con X_i ($i=1,2,\dots,n$) degli n componenti che costituiscono un materiale composito è solitamente il principale parametro da cui dipendono le caratteristiche del composito. In generale si può esprimere la proprietà di un composito (P_c) bicomponente è data dalla media pesata ($P_{c,mp}$) secondo le concentrazioni, considerando le proprietà dei componenti, utilizzando la “regola delle miscele”, come:

$$P_c = P_{c,mp} = \frac{P_r X_r + P_m X_m}{X_r + X_m}$$

Avendo le concentrazioni del rinforzo (r) e della matrice (m);

- 3) **Forma** : la fase discontinua (rinforzo) può essere presente sotto diverse forme tra cui: cilindri, nastri, sfere, ma anche in alcuni casi particolari come cubi, prismi a sezione rettangolare o piccole piastre;
- 4) **Dimensione** : la dimensione determina l'entità di area di interfaccia tra i componenti, quindi l'interazione che c'è fra di essi e perciò il comportamento del composito;
- 5) **Distribuzione** : la distribuzione della concentrazione andrà a definire la qualità del materiale. Infatti, ad una distribuzione irregolare corrisponde sempre un decadimento delle proprietà del composito (le zone con concentrazione minore di rinforzo saranno più vulnerabili);
- 6) **Orientamento** : l'orientamento della fase discontinua (rinforzo) influenza l'anisotropia del composito. Se la fase discontinua è distribuita con orientamento random il composito ha un comportamento isotropo, cioè esibisce in scala macroscopica proprietà fisico-meccaniche indipendenti dalla direzione. Se invece la fase discontinua ha un orientamento fisso, allora il composito esibisce un comportamento anisotropo essendo le proprietà fisico-meccaniche dipendenti dalla direzione considerata.

1.6. CLASSIFICAZIONE DEI COMPOSTI

La classificazione più usata, ed anche più utile, per classificare i composti, è quella che si basa sul meccanismo di resistenza, strettamente legato a forma ed orientamento del rinforzo secondo lo schema sotto riportato.

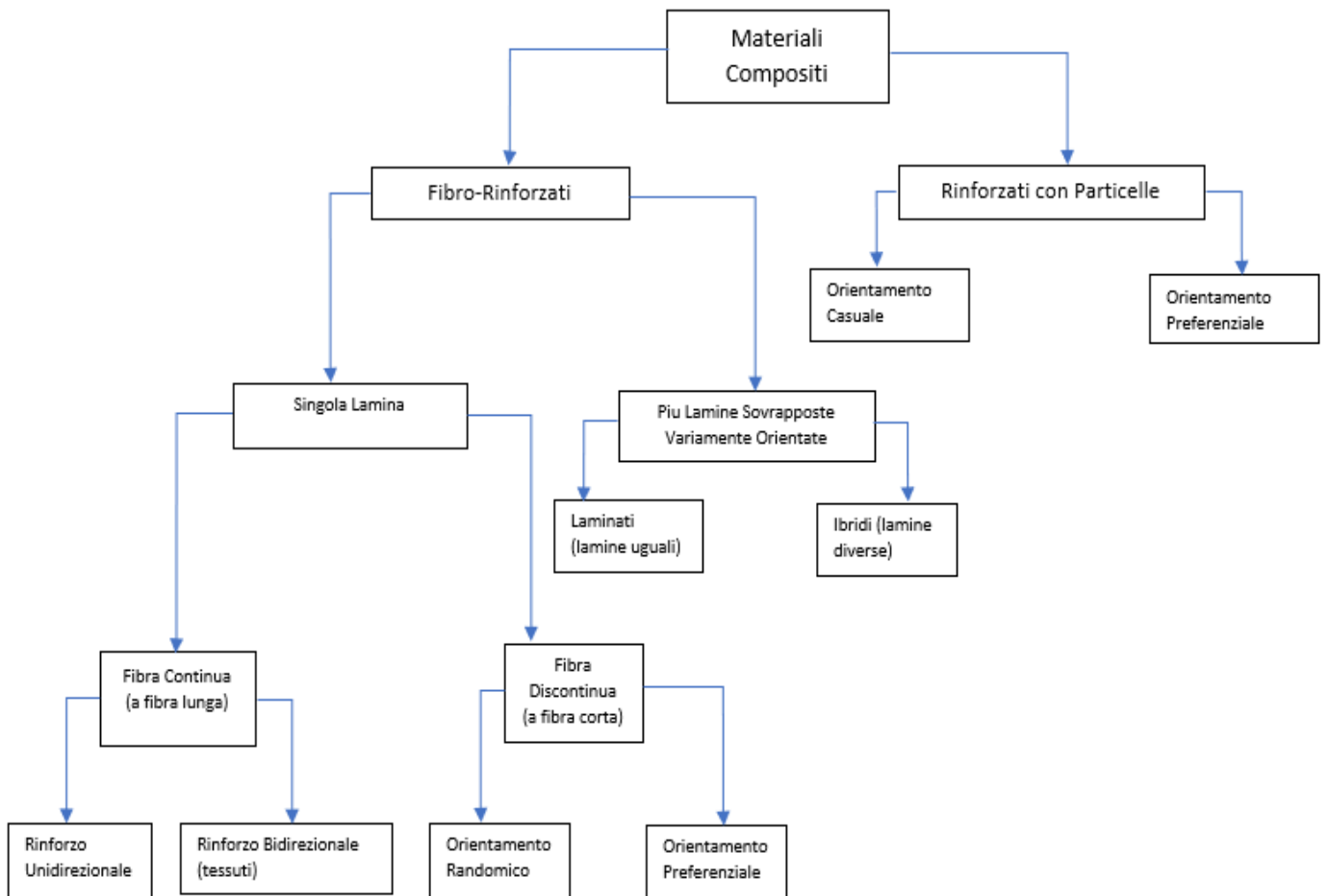


Fig. 11 – Schema classificazione dei compositi

1.7. COMPOSITI CON PARTICELLE

In questi compositi in genere le particelle hanno lo scopo primario di migliorare alcune proprietà della matrice quali per esempio la resistenza all'usura, la durezza superficiale, la lavorabilità, la resistenza alle elevate temperature, la dilatazione termica ecc. anche se hanno generalmente una resistenza meccanica e/o rigidità inferiore ai compositi fibrosi. Inoltre, a differenza di quanto avviene nei compositi fibrosi, infatti, nei compositi con particelle la propagazione di eventuali cricche e difetti può portare facilmente alla completa rottura del composito a seguito di rottura della sola matrice. Esempi più significativi di compositi con particelle sono quelli ottenuti combinando diversi materiali metallici (una sotto forma di matrice e l'altra sotto forma di particelle) e anche i materiali ottenuti rinforzando una matrice polimerica con sostanze inorganiche.

1.8. COMPOSITI FIBROSI

Nella progettazione e produzione di componenti strutturali i compositi fibrosi sono decisamente quelli più utilizzati rispetto a quelli particellari soprattutto per l'elevata resistenza specifica (rapporto resistenza/peso) che offre il materiale e l'elevata rigidità specifica (rapporto rigidità/peso).

Inoltre, c'è la possibilità di variare a piacimento il grado di anisotropia variando per esempio la concentrazione e l'orientamento delle fibre. Sperimentalmente si è potuto osservare che al diminuire del diametro e al diminuire della sezione trasversale aumenta la resistenza e la deformabilità flessionale delle fibre prodotte (possibilità di produrre componenti di forma complessa). I motivi di ciò dipendono dal tipo di materiale utilizzato per le fibre:

- **Materiali amorfi** (es. Vetro): l'elevata resistenza delle fibre rispetto allo stesso materiale non in fibra, è dovuta alla diminuzione del numero e soprattutto delle dimensioni dei difetti (soffiature, inclusioni, cricche ecc.) presenti nella fibra rispetto alle dimensioni dei difetti generalmente presenti in elementi non in fibra
- **Materiali Cristallini** (es. Acciaio): la produzione in fibre dà luogo ad un orientamento preferenziale dei cristallini che si allineano nella direzione della fibra stessa con conseguente aumento della resistenza in questa direzione (anisotropia).
- **Materiali polimerici** (es. aramide, polietilene): l'elevata resistenza è giustificata anche dal fatto che la produzione in fibre determina la formazione di lunghe catene (polimeri) orientate secondo l'asse stessa della fibra.

Considerando che le fibre non possono sostenere sforzi di compressioni ne carichi trasversali dovrà annegarle in una matrice, per formare un composito fibroso. Inoltre, rispetto a molti materiali tradizionali, risulta elevata anche la resistenza a frattura nei compositi dovuto al fatto che sono assenti nelle fibre e perciò si possono trovare solo nella matrice.

1.9. MATRICI

1.9.1 FUNZIONE DELLA MATRICE

La matrice assolve differenti funzioni all'interno di un materiale composito:

1. **Funzione di collegamento tra le fibre**, cioè tiene le fibre stabili nella loro posizione e nella loro geometria. Ciò è importante nel caso in cui si voglia dare una direzione preferenziale alle proprietà meccaniche;
2. **Funzione di mantenere le fibre separate**. Spesso le fibre sono composte da materiali con comportamento fragile a rottura. Ciò implica che se tutte le fibre sono attaccate tra loro, anche il composito risultante risentirà di un comportamento fragile;
3. **Protezione delle fibre dall'ambiente circostante** (umidità, UV), nel caso di ambienti corrosivi o ossidanti. Le fibre, non essendo a contatto diretto con l'ambiente, non risentono di deterioramento;

4. Bloccaggio di eventuali cricche insorte nelle fibre nel caso di matrici più deformabili delle fibre. Infatti, nel caso in cui sia presente una tensione che porti a rottura le fibre ma non della matrice, il composito continua a restare integro.

1.9.2 TIPI DI MATRICE

Generalmente le matrici vengono suddivise in organiche (o polimeriche) e non organiche. Le matrici organiche sono senza dubbio le più note e diffuse sia per le loro modalità di applicazione alla portata anche di coloro che non dispongono di tecnologie sofisticate, che dei costi in continua diminuzione. Le organiche a loro volta si possono suddividere in termoindurenti, termoplastiche e bio-matrici; mentre le non organiche in metalliche, ceramiche e vetrose.

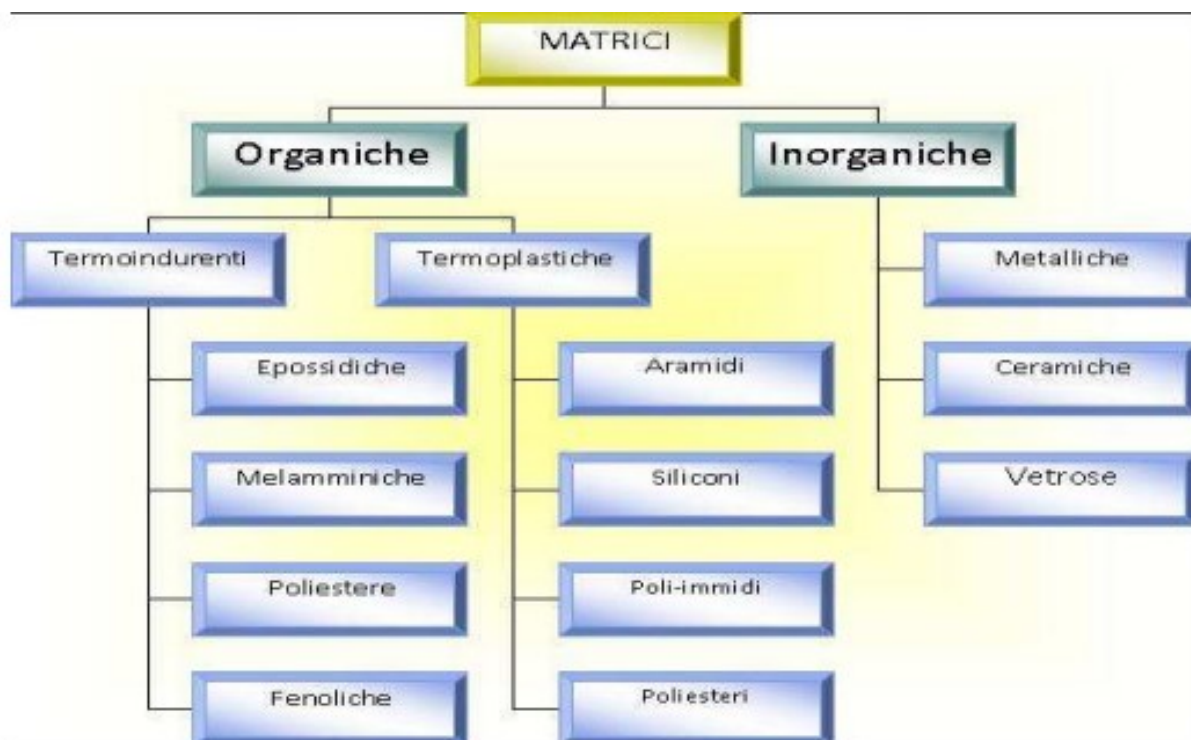


Fig. 12 - Classificazione delle matrici

2. MICROMECCANICA

Con il termine “micromeccanica” si intende lo studio dei materiali compositi eseguito tenendo conto delle interazioni tra i materiali costituenti. In particolare, consente di rappresentare un composito (materiale eterogeneo) mediante un materiale omogeneo equivalente del quale consente di stimare le principali grandezze ingegneristiche a partire da quelle dei singoli costituenti mediante semplici relazioni teoriche. Rispetto ai materiali tradizionali il progettista oltre a definire la geometria deve progettare anche il materiale da utilizzare.

2.1. GENERALITÀ

Gli elementi strutturali in composito, per la stragrande maggioranza, sono ottenuti sovrapponendo in vario modo semplici lamine composite (*ply, layer o lamina*) con rinforzo unidirezionale. Si ottengono così i *laminati*, costituiti da lamine eguali ma variamente orientate, e gli *ibridi*, costituiti da lamine diverse tra loro per:

1. il rapporto fibra/matrice;
2. i materiali di fibra e/o matrice;
3. la tipologia del rinforzo (fibre lunghe e fibre corte ecc);

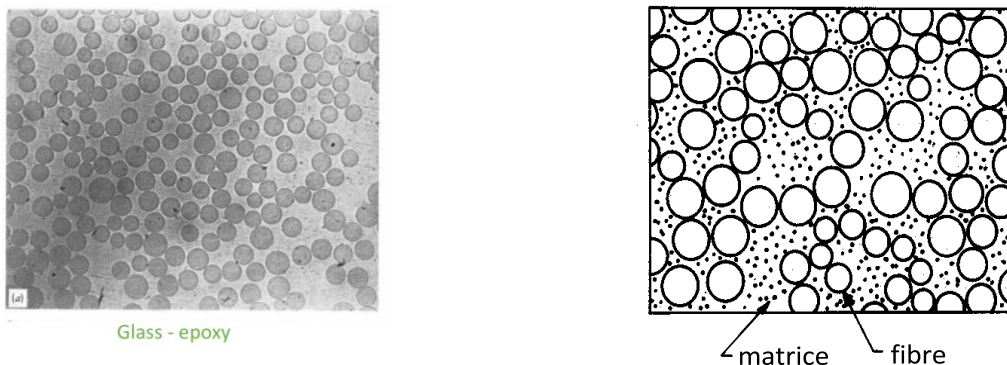


Fig. 13 - Sezione trasversale lamina con rinforzo unidirezionale

Nella figura sopra riportata si vede come le fibre non sono esattamente equi spaziate ma hanno una distribuzione random ed alcune di esse possono pure toccarsi in alcuni punti. Lo spessore di una lamina è generalmente compreso tra 0.1 e 1 mm mentre il diametro delle fibre è tipicamente dell'ordine di circa 10 μ m (vetro, carbonio, Kevlar) cosicché il rapporto spessore lamina/diametro fibre può variare tra 10 e 100 circa. Una lamina composita fibra-matrice può essere schematizzata come un insieme costituito da fibre a sezione circolare parallele ed equi-spaziate, immerse in una matrice continua.

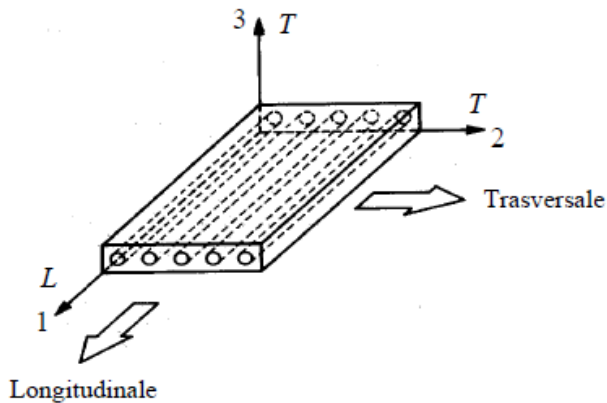


Fig. 14 - Schema semplificato di una lamina con rinforzo unidirezionale

Si intuisce facilmente come un tale sistema fibre-matrice esibisce in pratica un comportamento anisotropo in quanto le caratteristiche fisico-meccaniche del materiale variano con la direzione considerata, con piani di simmetria mutuamente ortogonali (materiale ortotropo). Gli assi 1, 2 e 3 sono i cosiddetti assi del materiale; in particolare la direzione 1 è detta direzione longitudinale, le direzioni 2 e 3 direzioni trasversali. A causa della distribuzione casuale delle fibre tali caratteristiche trasversali sono inoltre praticamente invarianti con la direzione considerata; per questo la lamina è considerata trasversalmente isotropa. Si andrà a dimostrare che le caratteristiche fisico-meccaniche della lamina andranno a dipendere da:

- rapporto (volumetrico o ponderale) fibra/matrice;
- rapporto (volumetrico o ponderale) fibra/composito;
- rapporto matrice/composito;

v_f = Volume fibre

v_m = Volume matrice

v_c = Volume composito

w_f = Peso fibre

w_m = Peso matrice

w_c = Peso composito

$$V_f = \frac{v_f}{v_c}$$

$$V_m = \frac{v_m}{v_c}$$

$$W_f = \frac{w_f}{w_c}$$

$$W_m = \frac{w_m}{w_c}$$

Rapporti volumetrici

$$V_f + V_m = 1$$

Rapporti ponderali

$$W_f + W_m = 1$$

Introducendo la densità dei costituenti si trova la densità del composto:

$$w_c = \rho_c v_c = w_f + w_m = \rho_f v_f + \rho_m v_m \quad \Rightarrow \quad \text{dividendo per } v_c \Rightarrow \quad \rho_c = V_m \rho_m + V_f \rho_f$$

Dalla “Regola delle miscele” sappiamo che una certa grandezza fisica del composito si ottiene come media pesata secondo le frazioni di volume della stessa grandezza fisica associata a fibra e matrice. Possiamo esprimere perciò la relazione tra le frazioni di peso e volume come:

$$W_f = \frac{w_f}{w_c} = \frac{v_f \rho_f}{v_c \rho_c} = V_f \frac{\rho_f}{\rho_c} \Rightarrow V_f = W_f \frac{\rho_c}{\rho_f} \quad V_m = W_m \frac{\rho_c}{\rho_m}$$

Utilizzando le relazioni precedenti la densità del composito può alternativamente essere espressa in funzione dei rapporti ponderali:

$$\rho_c = \frac{1}{(W_f/\rho_f) + (W_m/\rho_m)}$$

Tali relazioni, scritte sopra per un composito bi-componente fibra-matrice possono essere facilmente estese al caso di composito multicomponente. Per un materiale composito costituito da n componenti si ha in generale:

$$W_i = V_i \frac{\rho_i}{\rho_c} \quad \rho_c = \sum_i^n V_i \rho_i \quad \rho_c = \frac{1}{\sum_i^n (W_i/\rho_i)}$$

Eventuali deviazioni, della densità teorica rispetto a quella misurata sperimentalmente, sono dovute alla presenza di vuoti nella struttura. Il rapporto volumetrico V_v tra il volume dei vuoti v_v ed il volume effettivo del composito $v_{c,e}$ è legato univocamente alla densità teorica $\rho_{c,t}$ ed effettiva $\rho_{c,e}$ del composito dalla relazione:

$$V_v = \frac{v_v}{v_c} = \frac{v_{ce} - v_{ct}}{v_{ct}} = \frac{\frac{w_c}{\rho_{ce}} - w_c/\rho_{ct}}{w_c/\rho_{ce}} = \frac{\rho_{ce} - \rho_{ct}}{\rho_{ct}}$$

La percentuale dei vuoti influenza le caratteristiche fisico-meccaniche del composito. In genere le caratteristiche meccaniche decadono con l'aumentare della concentrazione dei vuoti. Per questo in un buon composito, tale rapporto volumetrico deve essere **non superiore all'1%**. Compositi di qualità non elevata possono invece presentare una percentuale di vuoti sino al 5%.

2.2. CARATTERISTICHE MECCANICHE IN DIREZIONE LONGITUDINALE

Una accurata determinazione delle caratteristiche di un composito può essere sempre eseguita per via sperimentale con le usuali prove meccaniche. In assenza di fenomeni di interazione tra i costituenti alcune caratteristiche di un composito, quali per esempio la resistenza e la rigidezza longitudinale, possono essere stimate con sufficiente accuratezza per via teorica a partire dalle caratteristiche e dalla concentrazione dei costituenti. Ai fini della valutazione delle caratteristiche meccaniche di una lamina unidirezionale in direzione longitudinale, questa può essere schematizzata come un sistema

meccanico costituito da fibre cilindriche (o prismatiche) rettilinee, parallele ed equi spaziate immerse in una matrice continua.

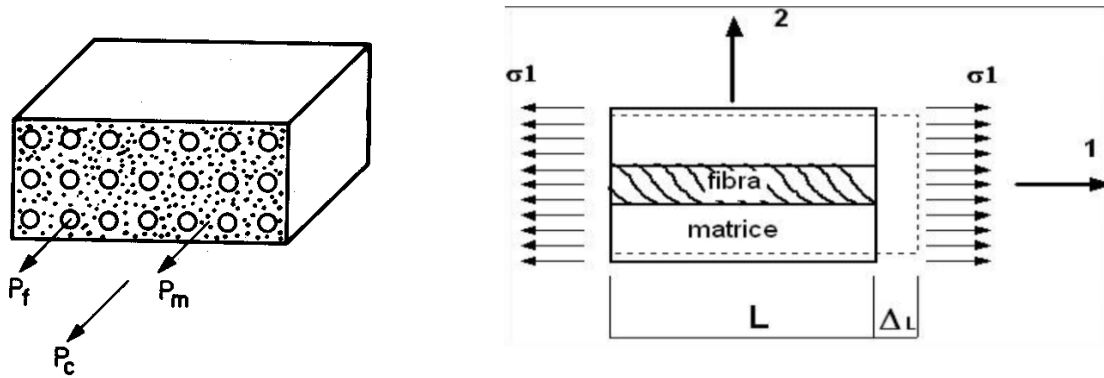


Fig. 15 - Schema di lamina unidirezionale usato per la determinazione delle caratteristiche longitudinali

2.2.1 MODULO DI ELASTICITÀ LONGITUDINALE

Considerando la lamina sopra riportata sottoposta a trazione (P_c) avremo:

- Equilibrio $P_c = P_f + P_m$ con $P = \sigma A$
- Congruenza $\varepsilon_f = \varepsilon_m = \varepsilon_c = \varepsilon$ (Ipotesi perfetta aderenza fibra-matrice)
- Legame $\sigma = E\varepsilon$ (Ipotesi comportamento elastico lineare)

Applicando la regola delle miscele:

$$P_c = \sigma_c A = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m \Rightarrow \sigma_c = \frac{P_c}{A_c} = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$$

Derivando rispetto alla deformazione (ε) comune e considerando un comportamento elastico lineare:

$$\frac{d\sigma_c}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma_f}{d\varepsilon} V_f + \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon} V_m \Rightarrow E_c = E_f V_f + E_m V_m$$

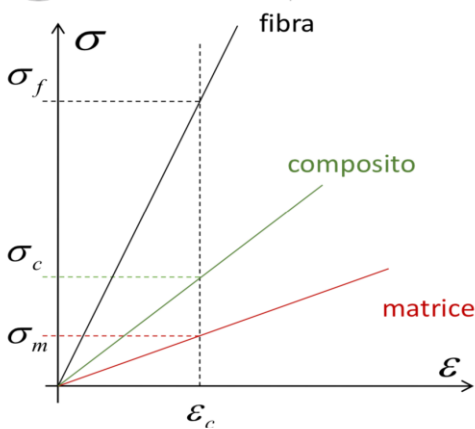
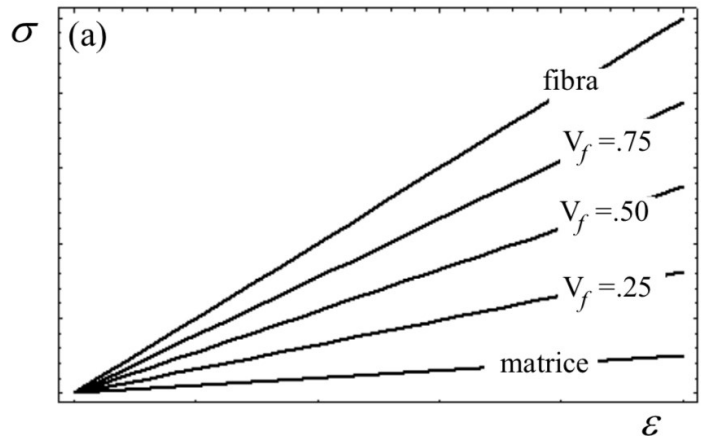


Fig. 16 - Diagrammi σ - ε per lamina con componenti c



Interpretando graficamente, attraverso la Regola delle "Miscele", la formula ottenuta abbiamo la curva $\sigma - \varepsilon$ del composito che è sempre compresa tra quella della matrice ($V_m=1, V_f=0$) e quella del rinforzo ($V_f=1, V_m=0$) e cresce linearmente al crescere della percentuale delle fibre. Nella comune condizione in cui la rigidità delle fibre è molto superiore di quella della matrice il modulo di Young longitudinale del composito (E_c) è dello stesso ordine di grandezza di quello delle fibre (E_f) e molto superiore a quello della matrice (E_m). Osservando inoltre la ripartizione del carico tra fibra e matrice, partendo dall'eguaglianza delle deformazioni abbiamo:

$$\frac{\sigma_f}{E_f} = \frac{\sigma_m}{E_m} \Rightarrow \frac{(\sigma_f A_f)}{E_f} A_m = \frac{(\sigma_m A_m)}{E_m} A_f \Rightarrow \frac{P_f}{P_m} = \frac{E_f V_f}{E_m V_m}$$

Ci mostra che per compositi a matrice polimerica, caratterizzati da elevati rapporti E_f/E_m (generalmente compresi tra 20 e 130 circa), il rapporto dei carichi sopportati P_f/P_m è pure molto elevato, cioè **gran parte del carico applicato al composito è sostenuto dalla fibra** e solo una piccola parte si scarica sulla matrice. In altre parole, un elevato rapporto delle rigidità di fibra e matrice è requisito essenziale a garantire un buon sfruttamento della resistenza delle fibre. Per valutare l'entità del carico sopportato da fibre e matrice in un materiale composito, facendo riferimento al rapporto carico fibra/carico composito ottengo:

$$\frac{P_m}{P_f} = \frac{E_m V_m}{E_f V_f} \Rightarrow \frac{P_c - P_f}{P_f} = \frac{E_m V_m}{E_f V_f} \Rightarrow \frac{P_c}{P_f} = \frac{E_f V_f + E_m V_m}{E_f V_f} \Rightarrow \frac{P_f}{P_c} = \frac{1}{1 + (E_m V_m)/(E_f V_f)}$$

Come si può notare il rapporto P_f/P_c tende ad 1 anche per basse concentrazioni di fibre ma con un elevato rapporto tra i moduli di Young. Per concentrazioni di fibre che vanno dal 15 al 70% il rapporto P_f/P_c va dal 75 al 90% (per concentrazioni di fibre maggiori al 70% si nota un decadimento delle caratteristiche fisico-meccaniche dovuto a problemi di adesione fibra-matrice).

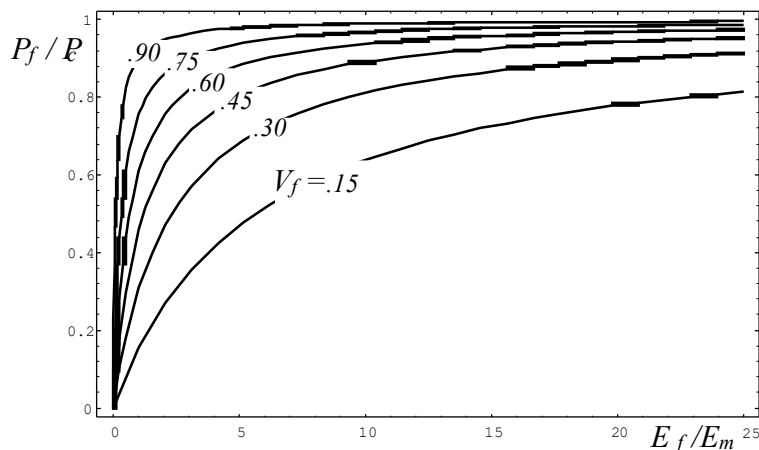


Fig. 17 - Andamento del rapporto P_f/P_c al variare del rapporto E_f/E_m per diversi valori di V_f

2.2.2 RESISTENZA A TRAZIONE LONGITUDINALE

Considerando un composito fibro-rinforzato, l'osservazione sperimentale mostra che la rottura di una lamina avviene quando la deformazione longitudinale raggiunge il valore limite di rottura delle fibre visto che la matrice offre una resistenza molto più bassa ma deformabilità più alta. In presenza di fibre duttili, dove la rottura avviene per scorrimento, vi possono però essere più o meno significativi scostamenti da tale situazione, dovuti essenzialmente agli sforzi di compressione che la matrice esercita sulle fibre come si può osservare dal diagramma sottostante.

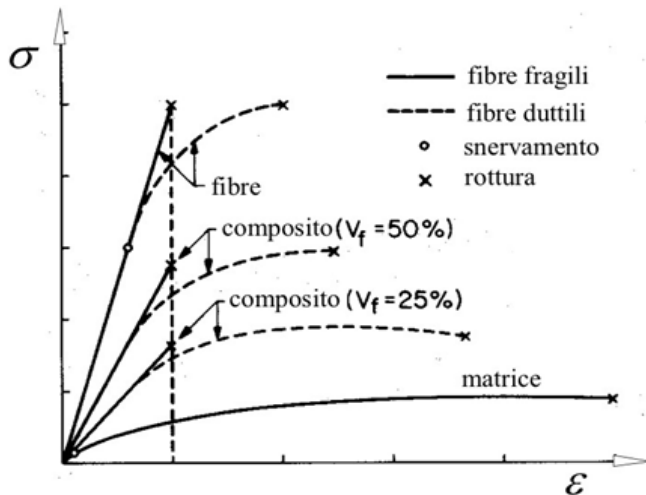


Fig. 18 - Diagrammi σ - ϵ per lamina (matrice duttile) con fibre fragili e duttili

Nella ipotesi che la rottura della lamina coincide con la rottura delle fibre che avviene alla deformazione $\epsilon_{f,R}$, la tensione di rottura a trazione della lamina può essere ottenuta con la "Regola delle miscele" come :

$$\sigma_{L,R} = \sigma_{f,R}V_f + \sigma_m |_{\epsilon = \epsilon_{f,R}} (1-V_f)$$

Osserviamo che la rottura del composito coincide con quella delle fibre quando la concentrazione di queste è tale che il carico, che porta a rottura le fibre, è superiore a quello sopportabile dal composito con fibre rotte, cioè dalla sola matrice. In tal caso abbiamo che la tensione $\sigma'_{L,R}$ che porta a rottura la sola matrice sarà:

$$\sigma'_{L,R}A = \sigma_{m,R}A_m \Rightarrow \sigma'_{L,R} = \sigma_{m,R}V_m$$

Affinché alla rottura delle fibre si verifichi anche la immediata rottura della matrice e quindi dell'intero composito, dovrà avere che $\sigma_{L,R}$ risulti superiore a $\sigma'_{L,R}$. Attraverso semplici passaggi otterrò:

$$V_f \geq \frac{\sigma_{m,R} - \sigma_m |_{\epsilon = \epsilon_{f,r}}}{\sigma_{f,R} - \sigma_m |_{\epsilon = \epsilon_{f,r} + \sigma_{m,R}}} = V_{f,\min}$$

Se $V_f < V_{f,min}$ la capacità portante della sola matrice sarà superiore a quella dell'intero composito e quindi la presenza delle fibre non costituirà affatto un rinforzo della matrice, piuttosto un indebolimento. Affinché le fibre operino effettivamente come rinforzo della matrice è necessario che:

$$\sigma_{L,R} = \sigma_{f,R} V_f + \sigma_m |_{\varepsilon = \varepsilon_{f,r}} (1 - V_f) \geq \sigma_{m,R}$$

Dalla quale si ottiene la concentrazione critica delle fibre necessaria ad assicurare un reale rinforzo della matrice:

$$V_{f,crit} \geq \frac{\sigma_{m,R} - \sigma_m |_{\varepsilon = \varepsilon_{f,r}}}{\sigma_{f,R} - \sigma_m |_{\varepsilon = \varepsilon_{f,r}}} > V_{f,min}$$

Quando la concentrazione delle fibre è minore a quella minima la rottura del composito avviene per rottura della matrice che si ha per:

$$\sigma_{L,R} = \sigma_{m,R} (1 - V_f)$$

Considerando le relazioni precedentemente espresse e tenendo conto della $V_{f,min}$ è possibile rappresentare graficamente l'andamento teorico della resistenza a rottura a trazione di una lamina composita in funzione della concentrazione delle fibre.

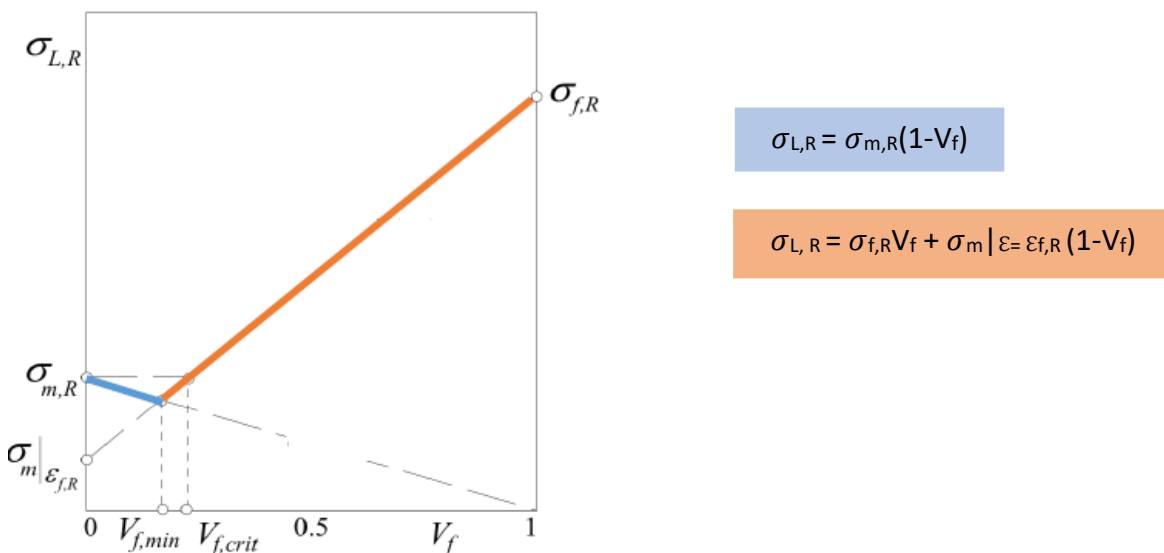


Fig. 19 - Andamento della tensione di rottura a trazione longitudinale per lamina unidirezionale

Per compositi con fibre di vetro-resina o con fibre di carbonio la concentrazione di fibre critica $V_{f,crit}$ è generalmente inferiore all' 1% e quindi la rottura del composito si verifica sempre per rottura delle fibre, mentre per compositi a matrice metallica spesso si verificano rapporti più bassi di rigidezze di

fibra e matrice. Significative differenze possono però verificarsi, tra la resistenza calcolata teoricamente e quella rilevata sperimentalmente, principalmente a causa di uno dei seguenti motivi:

- 1. Non perfetto allineamento delle fibre:** la resistenza del composito risulta più bassa del valore teorico stimato. Gli scostamenti sono trascurabili se gli errori di allineamento sono contenuti entro pochi gradi.
- 2. Non uniforme resistenza delle fibre:** la non uniformità della resistenza delle fibre dà luogo a rotture progressive che interessando inizialmente le sezioni più deboli producono un indebolimento e quindi una rottura progressiva del composito. Sperimentalmente, inoltre, si osserva che la resistenza delle fibre diminuisce con la lunghezza con conseguente rottura nel punto più debole. Il verificarsi di tali fenomeni influenza significativamente la resistenza a rottura della lamina.
- 3. Variabili condizioni di interfaccia:** possono influenzare significativamente, oltre che la resistenza ad agenti ambientali come umidità ecc., anche la resistenza longitudinale di un composito.
- 4. Tensioni residue:** si originano solitamente a causa del diverso coefficiente di dilatazione termico di fibra e matrice e si sommano alle tensioni indotte dai carichi applicati influenzando così (positivamente o negativamente) la resistenza della lamina.

2.2.3 RESISTENZA A COMPRESSION LONGITUDINALE

La resistenza a compressione longitudinale $\sigma'_{L,R}$ di un composito unidirezionale è strettamente legata alle particolari modalità di cedimento dipendenti dalle caratteristiche delle fibre, dalla bontà della adesione fibra-matrice, dalla percentuale in volume delle fibre e da possibili fenomeni di instabilità dell'equilibrio elastico. Verrà illustrata più avanti nei meccanismi di rottura (Cap.5).

2.3. CARATTERISTICHE MECCANICHE IN DIREZIONE TRASVERSALE

Per lo studio del modulo di elasticità in direzione trasversale e la resistenza a trazione trasversale facciamo riferimento alla figura sotto riportata.

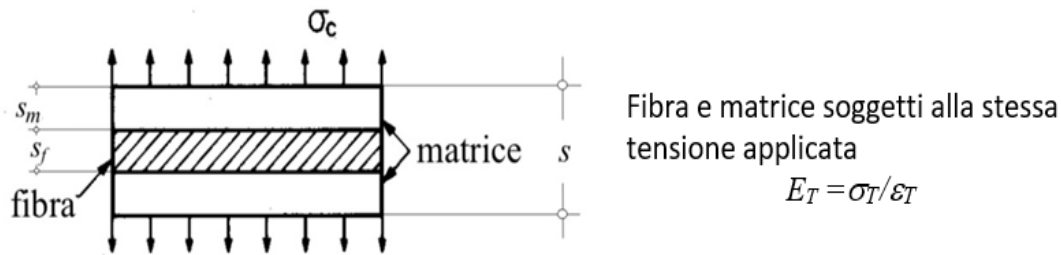


Fig. 20 - Elemento di volume rappresentativo di lamina unidirezionale usato per la stima delle caratteristiche elastiche e di resistenza trasversali.

2.3.1 MODULO DI ELASTICITÀ IN DIREZIONE TRASVERSALE

Per valutare il valore del modulo di elasticità trasversale ci serve innanzitutto calcolare la deformazione trasversale del composito:

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta s}{s} = \frac{\Delta s_m + \Delta s_f + \Delta s_m}{s} = \frac{\varepsilon_{T,m} 2s_m + \varepsilon_{T,f} s_f}{s} = \frac{\sigma_T}{E_m} V_m + \frac{\sigma_T}{E_f} V_f$$

$$\frac{1}{E_T} = \frac{\varepsilon_T}{\sigma_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \Rightarrow E_T = \frac{E_f}{V_f + (E_f/E_m)V_m}$$

L'equazione ci mostra che il modulo di elasticità trasversale è legato a quello di matrice e fibre da una relazione non lineare. Come il modulo longitudinale il modulo trasversale (teorico) varia tra quello della matrice e quello della fibra come indicato nella seguente figura.

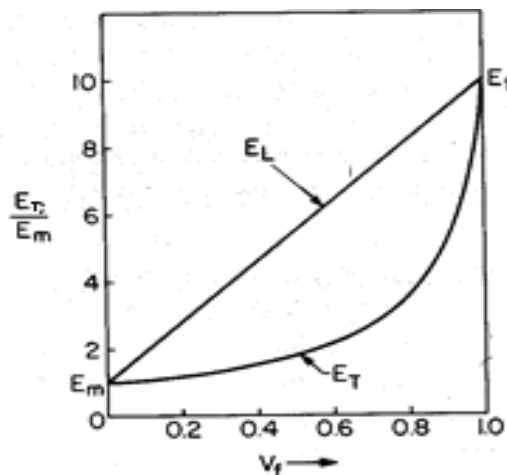


Fig. 21 - Andamento (teorico) del modulo longitudinale e trasversale di lamina unidirezionale

La stima del modulo E_T fornita è in genere piuttosto approssimata in quanto lo schema rappresentato precedentemente non descrive esattamente l'effettivo comportamento della lamina sotto un carico trasversale, cioè che fibre e matrice sono sottoposti a medesima tensione. Per una migliore stima del modulo di elasticità trasversale può essere ottenuta in alternativa con modelli teorici più complessi o con metodi numerici (FEM).

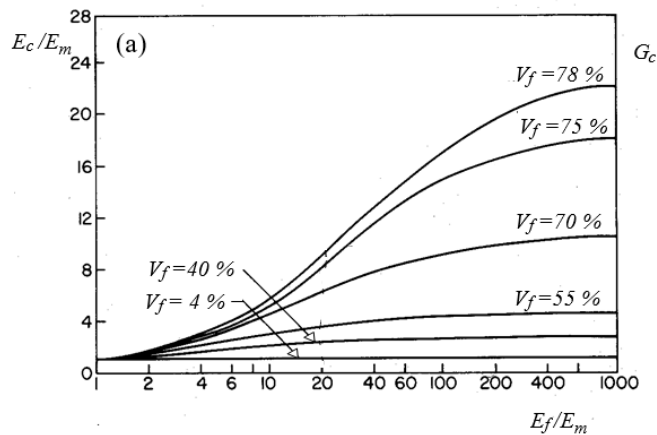


Fig. 22 - Andamento del rapporto E_c/E_m per lamina unidirezionale al variare del rapporto E_f/E_m per diverse concentrazioni di fibre

Per la valutazione del modulo trasversale una relazione che garantisce una buona approssimazione è la relazione di Halpin-Tsai in cui vengono utilizzate formule semi-empiriche:

$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1 + \zeta \eta V_f}{1 - \eta V_f} \quad \text{con} \quad \eta = \frac{(E_f/E_m) - 1}{(E_f/E_m) + \zeta}$$

dove ζ è un parametro empirico ottenuto mediante *fitting* di risultati teorici, che è una misura del rinforzo legato alla geometria della sezione trasversale delle fibre. Si ha $\zeta = 2$ per fibre a sezione quadrate o circolari e $\zeta = 2a/b$ per fibre a sezione rettangolare ($a \times b$) con a nella direzione del carico.

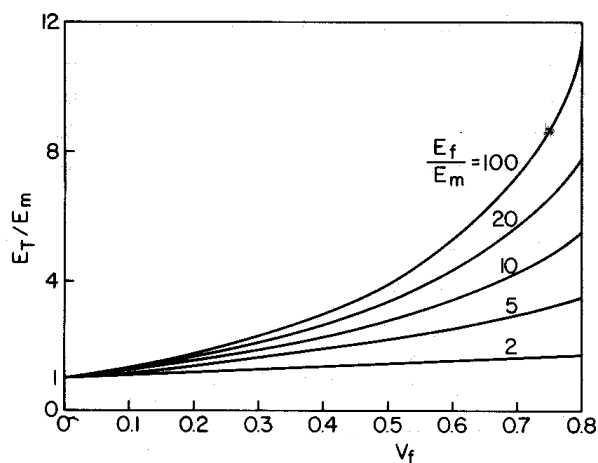


Fig. 23 - Andamento di E_T/E_m previsto dalla relazione di Halpin-Tsai.

2.3.2 RESISTENZA A TRAZIONE TRASVERSALE

Facendo sempre riferimento alla Fig. 8 la resistenza a trazione trasversale della lamina unidirezionale coincide con la resistenza a trazione della matrice, materiale meno resistente. Avrò quindi:

$$\sigma_{T,R} \approx \sigma_{m,R}$$

A causa di fenomeni di concentrazione di tensioni localizzate all'interfaccia fibra-cemento e per la presenza di vuoti avrò che la rottura avverrà a livelli di tensione più bassi. Per tener conto di tale

riduzione si introduce un fattore correttivo **S** che coincide, trascurando l'effetto dovuto al diverso coefficiente di Poisson, col coefficiente di concentrazione delle tensioni **k**, da cui:

$$\sigma_{T,R} = \frac{\sigma_{m,R}}{S} \qquad S = k = \frac{1 - V_f \left[1 - \left(\frac{E_m}{E_f} \right) \right]}{1 - \sqrt{\frac{4V_f}{\pi}} \left[1 - \left(\frac{E_m}{E_f} \right) \right]}$$

Il coefficiente S può essere ottenuto in alternativa, con una stima migliore, con metodi numerici come il FEM.

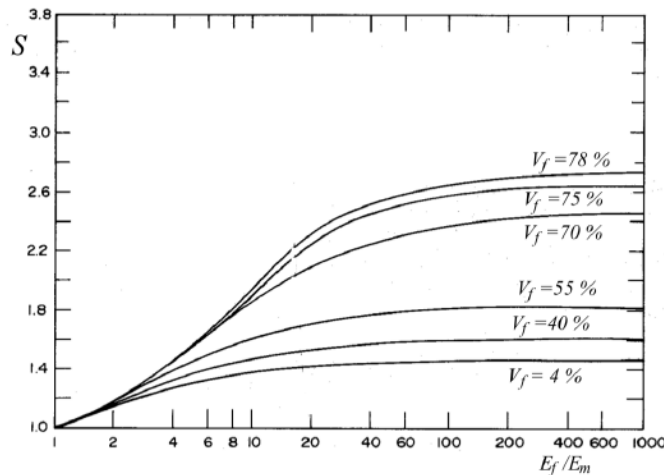


Fig. 24 - Andamento di S ottenuto utilizzando il metodo degli elementi finiti (FEM).

Esistono diverse formule empiriche che danno una stima più precisa di quella usata in precedenza.

Tra queste c'è la **formula di Nielsen**, con coefficiente **C_v** legato alla presenza dei vuoti:

$$\sigma_{T,R} = C_v (1 - V_f^{1/3}) \frac{E_T}{E_m} \sigma_{m,R} \qquad C_v = 1 - \sqrt{\frac{4V_v}{\pi(1 - V_f)}}$$

Un'altra valida alternativa è la **formula di Chamis** che tiene sempre conto del **C_v**:

$$\sigma_{T,R} = C_v \left[1 + (V_f - \sqrt{V_f}) \left(1 - \frac{E_m}{E_f} \right) \right] \sigma_{m,R}$$

Tutte le relazioni sopra riportate conducono a valori della resistenza inferiori a quella della sola matrice non tengono conto della adesione fibra-matrice che evidentemente può influenzare significativamente la resistenza.

2.4. MODULO DI ELASTICITÀ TRASVERSALE E RESISTENZA A TAGLIO

Il modulo di elasticità trasversale G_{12} di una lamina unidirezionale, definito dal rapporto tra la tensione tangenziale τ_{12} applicata nel piano della lamina e il corrispondente scorrimento γ_{12} , può essere stimato teoricamente considerando l'elemento di volume rappresentativo usato al capitolo precedente e rappresentato in fig.8.

2.4.1 MODULO DI ELASTICITÀ TRASVERSALE G_{12}

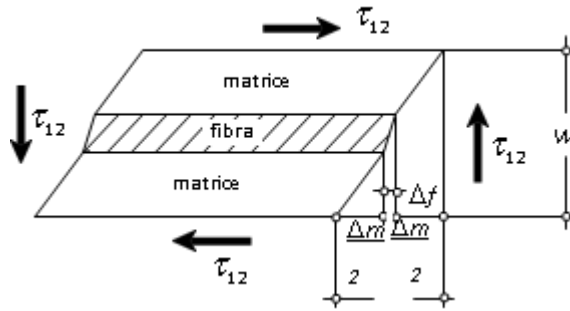


Fig. 25 - Modello deformativo e notazione per la determinazione di G_{12}

Considerando il modello deformativo sopra riportato, per analizzare il modulo di elasticità tangenziale, ipotizziamo che la tensione tangenziale e lo scorrimento siano uniformemente distribuiti in modo perfettamente identico tra fibra e matrice.

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}}$$

Lo spostamento totale Δ dell'elemento rappresentativo lo definiamo come:

$$\Delta = \Delta_f + \Delta_m = \gamma_f w_f + \gamma_m w_m = \gamma w \Rightarrow \gamma = \gamma_f V_f + \gamma_m V_m$$

Utilizzando la definizione del modulo di elasticità trasversale:

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{\gamma}{\tau} = \frac{\left(\frac{\tau}{G_f}\right)V_f + \left(\frac{\tau}{G_m}\right)V_m}{\tau} = \frac{1}{G_f}V_f + \frac{1}{G_m}V_m \Rightarrow \text{dividendo per } V_f = (1 + V_m/V_f)^{-1} \Rightarrow \left(1 + \frac{V_m}{V_f}\right) \frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{G_m} \frac{V_m}{V_f} + \frac{1}{G_f}$$

I valori di G_{12} valutati con le formule precedenti si differenziano da quelli sperimentali, per il fatto che fibra

e matrice non sono in serie ma la loro distribuzione è in parte in serie e in parallelo. Per ovviare a ciò si è introdotto un coefficiente di ripartizione η_s , influenzato solo da fattori geometrici, che tiene conto della forma delle fibre, dimensione delle fibre, volume percentuale di fibre ma non dall'anisotropia di esse. Si pone in pratica $V^* = \eta_s V_m/V_f$ e quindi avremo:

$$\left(1 + V^*\right) \frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{G_f} + \frac{1}{G_m} V^*$$

L'introduzione del coefficiente di ripartizione consente nella pratica di determinare il modulo di elasticità trasversale delle fibre a partire dalla determinazione sperimentale del modulo del composito essendo noto il modulo della matrice.

2.4.2 RESISTENZA A TAGLIO NEL PIANO DELLA LAMINA

Per valutare la resistenza a taglio di una lamina unidirezionale è necessario tener conto delle

peculiari modalità di cedimento che possono verificarsi, quali taglio della matrice, debonding ecc. Ipotizzando che la rottura avvenga per taglio della matrice la resistenza può essere stimata, difficile eseguire stime teoriche accurate di tale parametro, mediante la seguente relazione:

$$\tau_{LT,R} = C_v \left[1 + (V_f - \sqrt{V_f}) \left(1 - \frac{G_m}{G_f} \right) \right] \tau_{m,R}$$

2.5. COEFFICIENTE DI POISSON

Il coefficiente di Poisson di un composito unidirezionale varia con la direzione considerata, il cui valore, relativo alla generica direzione, può essere valutato a partire dalla conoscenza del coefficiente di Poisson longitudinale ν_{12} e di quello trasversale ν_{21} .

2.5.1 COEFFICIENTE DI POISSON LONGITUDINALE ν_{12}

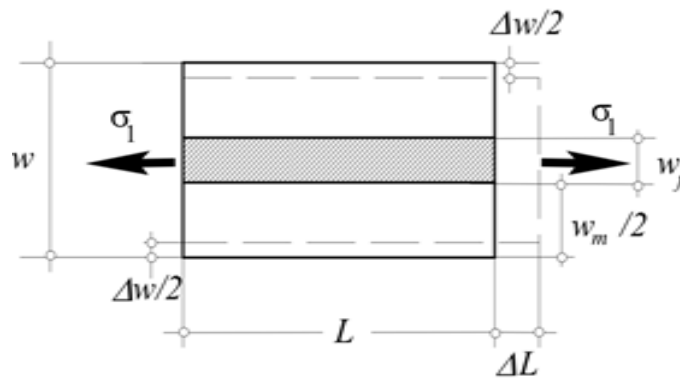


Fig. 26 - Modello di composito e notazione usati per la determinazione di ν_{12}

Con riferimento alla Fig. 15, l'applicazione di una tensione longitudinale produce nella lamina una deformazione trasversale data da:

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta w}{w} = \frac{\Delta w_f + \Delta w_m}{w} = \frac{\Delta w_f + \Delta w_m}{w} = \frac{-\nu_f \varepsilon_1 w_f - \nu_m \varepsilon_1 w_m}{w}$$

Dato che il coefficiente di Poisson ν_{12} è dato dall'opposto del rapporto tra la deformazione trasversale e quella longitudinale causate da uno stato mono assiale di tensione in direzione longitudinale avremo:

$$\nu_{12} = - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \nu_f V_f + \nu_m V_m$$

Il valore teorico stimato è valido nella ipotesi che la fibra abbia un comportamento isotropo. Poiché i coefficienti di Poisson di fibra e matrice sono piuttosto vicini ($\nu_m=0.35-0.4$, $\nu_f=0.15-0.25$), il coefficiente di Poisson del composito assume generalmente valori prossimi a quelli dei metalli, cioè $\nu_{12} \approx 0.25-0.3$.

2.5.2 COEFFICIENTE DI POISSON TRASVERSALE ν_{21}

Il coefficiente di Poisson ν_{12} risulta in genere più grande di ν_{21} . Ciò è dovuto al fatto che ad una deformazione in direzione longitudinale del composito seguono significative deformazioni trasversali della matrice, mentre ad una stessa deformazione trasversale seguono solo limitate deformazioni

longitudinali della matrice essendo queste fortemente impedito dalle più rigide fibre. Il coefficiente ν_{21} non è però una costante elastica, infatti è legato ai moduli di Young ed al coefficiente di Poisson ν_{12} dalla nota relazione:

$$\frac{\nu_{12}}{\nu_{21}} = \frac{E_1}{E_2} \quad \Rightarrow \quad \nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1}$$

2.5 COEFFICIENTI DI DILATAZIONE TERMICA

In genere, poiché il coefficiente di dilatazione termica lineare delle fibre è più piccolo di quello della matrice e quindi le fibre impediscono la dilatazione termica della matrice in direzione longitudinale, il coefficiente di dilatazione termica del composito in direzione longitudinale α_L è più piccolo di quello trasversale α_T .

2.5.1 COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA LONGITUDINALE α_L

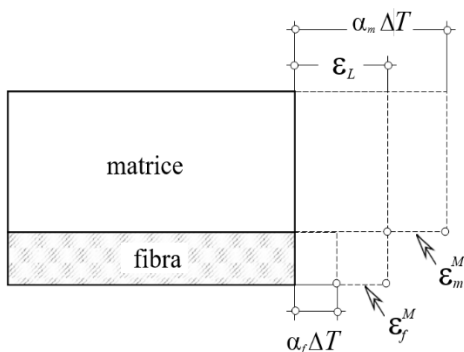


Fig. 27 - Dilatazioni e deformazioni longitudinali di lamina soggetta a variazione di temperatura

Il coefficiente di dilatazione longitudinale può essere calcolato, con riferimento allo schema sovrastante, partendo dalla deformazione longitudinale del composito dovuta a un ΔT :

$$\epsilon_L = \epsilon_f^M + \alpha_f \Delta T \quad \epsilon_L = \epsilon_m^M + \alpha_m \Delta T$$

Per l'equilibrio fibra e matrice si scambiano uno sforzo legato alla deformazione impedita:

$$S_m = \epsilon_m E_m V_m = (\epsilon_L - \alpha_m \Delta T) E_m V_m \quad S_f = \epsilon_f E_f V_f = (\epsilon_L - \alpha_f \Delta T) E_f V_f$$

$$S_m + S_f = 0 \quad \Rightarrow \quad (\epsilon_L - \alpha_m \Delta T) E_m V_m + (\epsilon_L - \alpha_f \Delta T) E_f V_f = 0$$

Con semplici passaggi, considerando $\alpha_L = \epsilon_L / \Delta T$, avremo:

$$\alpha_L = \frac{\alpha_f E_f V_f + \alpha_m E_m V_m}{E_f V_f + E_m V_m}$$

L'equazione mostra come in pratica il coefficiente di dilatazione termica lineare longitudinale della lamina composta è dato dalla media dei coefficienti di dilatazione dei costituenti pesata con la rigidezza.

2.5.2 COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA TRASVERSALE α_T

A causa della compressione della matrice operata dalle fibre, oltre alla dilatazione, la matrice subisce, per effetto Poisson, una deformazione positiva in direzione trasversale che si aggiunge alla dilatazione che porta anche le fibre a subire una deformazione trasversale negativa che si sottrae alla corrispondente dilatazione.

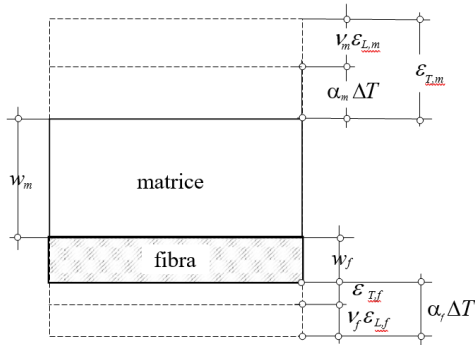


Fig. 28 - Dilatazioni e deformazioni trasversali di lamina soggetta a variazione di temperatura

Riferendoci alla figura sopra avremo che:

$$\epsilon_{T,m} = (1 + v_m) \alpha_m \Delta T - v_m \alpha_L \Delta T$$

$$\epsilon_{T,f} = (1 + v_f) \alpha_f \Delta T - v_f \alpha_L \Delta T$$

$$\epsilon_T = \epsilon_{T,m} V_m + \epsilon_{T,f} V_f$$

Sostituendo e dividendo per ΔT , tenendo conto del coefficiente di Poisson del composito, avremo:

$$\alpha_T = \frac{\epsilon_T}{\Delta T} = (1 + v_f) \alpha_f V_f + (1 + v_m) \alpha_m V_m - \alpha_L v_{12}$$

3. COMPOSITI A FIBRE CORTE

3.1 GENERALITÀ

Per ottimizzare lo sfruttamento del materiale composito, noto quindi lo stato tensionale nel componente in progetto, è previsto che l'orientamento delle fibre avvenga nella direzione della massima tensione. Il comportamento meccanico dei compositi a fibre corte in genere differisce da quello a fibre lunghe ed in particolare, al contrario di quanto accade per i compositi a fibre lunghe, esso è legato alla lunghezza caratteristiche delle fibre. Dalla lunghezza dipende in particolare la distribuzione delle tensioni ed il meccanismo di trasferimento del carico dalla matrice alla fibra.

3.2 TRASFERIMENTO DELLE TENSIONI

Nei compositi a fibre corte la trasmissione del carico dalla matrice alle fibre avviene attraverso tensioni tangenziali concentrate prevalentemente alle estremità delle fibre. Inoltre, le caratteristiche elastiche e soprattutto il carico sopportato dalla fibra, e quindi la resistenza meccanica, è influenzata direttamente da effetti locali (stati di tensione singolari agli spigoli dell'interfaccia). Consideriamo una fibra a sezione retta circolare immersa nella matrice soggetta ad una sollecitazione di trazione σ_c allineata con la fibra come mostrato nella seguente in fig.1a. Considerando in particolare un tratto infinitesimo di fibra (vedi fig.1b), questo risulta soggetto ad una distribuzione di tensioni tangenziali sulla superficie laterale e ad una tensione normale parallela all'asse e variabile con la ascissa corrente z .

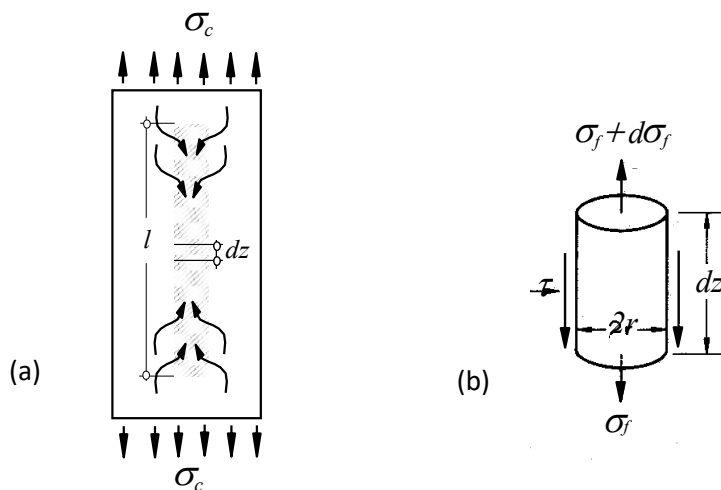


Fig. 29 - Meccanismo di trasferimento del carico (a) ed equilibrio di tratto infinitesimo di fibra corta (b).

Facendo l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse della fibra si ottiene:

$$\pi r^2 \sigma_f + 2\pi r \tau dz = \pi r^2 (\sigma_f + d\sigma_f) \Rightarrow \frac{d\sigma_f}{dz} = \frac{2\tau}{r}$$

Integrando avremo che l'andamento della tensione normale lungo la fibra sarà:

$$\sigma_f = \sigma_{f,0} + \frac{2}{r} \int_0^z \tau dz$$

Considerando trascurabile la tensione iniziale $\sigma_{f,0}$ e ipotizzando un modello rigido-perfettamente plastico grazie al quale avremo che la tensione tangenziale τ_s è costante lungo la fibra. Il valore massimo di tensione normale si avrà quindi, per simmetria, in corrispondenza della mezzeria della fibra come:

$$\sigma_{f,max} = \sigma_f \left(\frac{l}{2} \right) = \frac{\tau_s l}{r}$$

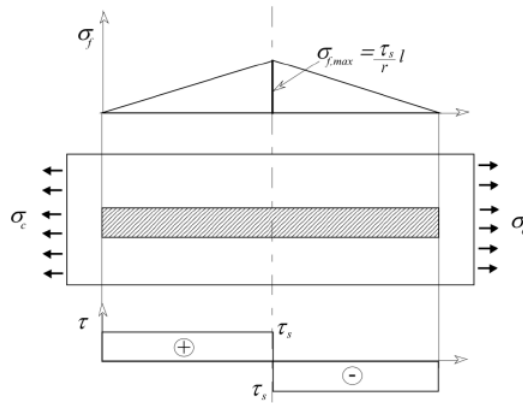


Fig. 30 - Andamento della tensione normale e tangenziale per fibra corta in matrice duttile.

Si può notare, nell'equazione sotto, come il carico massimo sopportato dalla fibra sia dipendente dalla lunghezza delle fibre usate nel composito e indipendente dal carico esterno applicato:

$$P_{max} = \sigma_{f,max} \pi r^2 = \tau_s \pi r l$$

Abbiamo inoltre la lunghezza della fibra l_t (*lunghezza totale di trasmissione del carico*), oltre la quale la tensione assume nel tratto centrale un andamento costante e non avviene più il trasferimento di carico perché il carico, dopo il quale, risulta completamente trasmesso dalla matrice alla fibra. Sarà data da:

$$l_t = \sigma_{f,max} \frac{r}{\tau_s} = \left(\frac{\sigma_c}{\tau_s} \right) \left(\frac{E_f}{E_c} \right) \quad l_c = \left(\frac{\sigma_{f,R}}{\tau_s} \right) r$$

Poiché l_t cresce con il carico, esiste un valore limite o critico l_c (valore massimo della lunghezza di trasferimento totale del carico) corrispondente al massimo carico sopportabile dalla fibra (tensione di rottura $\sigma_{f,R}$) prima della rottura.

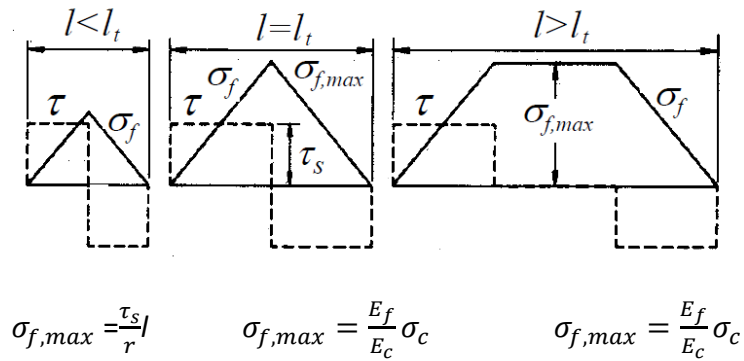


Fig. 31 - Andamento delle tensioni normali e tangenziali nella fibra al variare della lunghezza.

In accordo con la figura sopra avremo che:

- $l < l_t$: un aumento del carico applicato al composito non produce un aumento della massima tensione sulla fibra
- $l \geq l_t$: un aumento del carico applicato al composito produce un aumento della tensione massima

Per fibre di lunghezza inferiore a l_c la massima tensione che si determina risulterà sempre minore alla tensione di rottura delle fibre e ciò farà sì che, in questi casi, la rottura del composito avviene per rottura della matrice. Generalmente il comportamento della matrice è di tipo elasto-plastico e non rigido-perfettamente plastico come il modello studiato fin ora. In questo caso lo stato tensionale in cui si vengono a trovare fibra e matrice può essere facilmente calcolato con il metodo degli elementi finiti (FEM). Osservando prima il comportamento elastico avremo la situazione illustrata nella figura seguente.

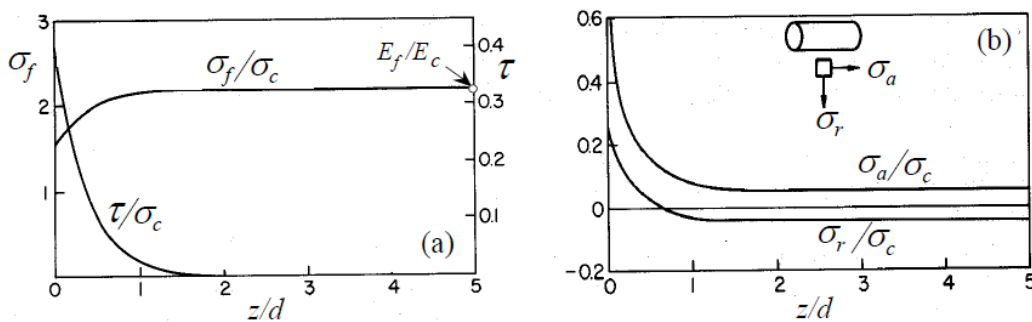


Fig. 32 - Tensioni nella fibra (a) e matrice (b), per matrice elastica.

Nel caso di comportamento elasto-plastico della matrice però, l'andamento delle tensioni tangenziali di interfaccia (vedi fig. sotto) risulta diverso da quello previsto per comportamento elastico lineare e piuttosto vicino a quello previsto teoricamente con il modello di matrice rigida perfettamente plastica (linea tratteggiata in fig. sotto).

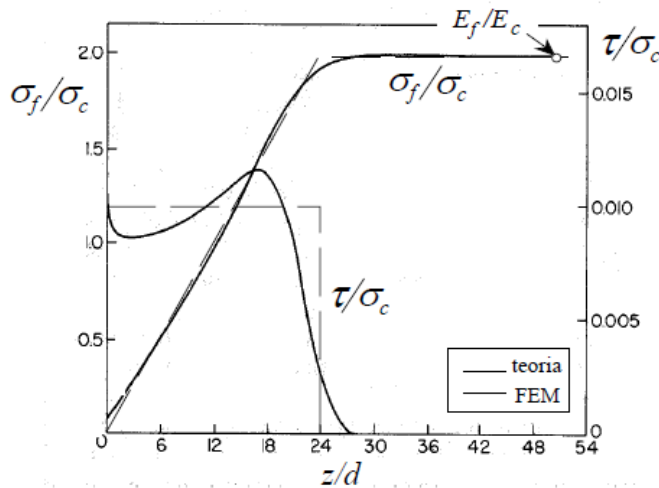


Fig. 33 - Tensioni nella fibra, per matrice elasto-plastica.

3.3 MODULO DI ELASTICITÀ

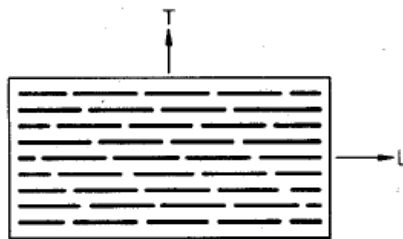


Fig. 34 - Modello semplificato di composito a fibre corte (interrotte) parallele.

Facendo riferimento alla fig. 6, il modulo di elasticità longitudinale e trasversale di un composito a fibre corte parallele può essere determinato per via analitica con l'equazione di Halpin-Tsai. Considerando $\zeta=2(l/d)$ per il modulo di elasticità longitudinale mentre per quello trasversale viene preso $\zeta=2$ avrò quindi:

$$\frac{E_L}{E_m} = \frac{1+2\left(\frac{l}{d}\right)^{\eta_L} V_F}{1-\eta_L V_F} \qquad \eta_L = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m}\right)-1}{\left(\frac{E_f}{E_m}\right)+2\left(\frac{l}{d}\right)}$$

$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1+2^{\eta_T} V_F}{1-\eta_T V_F} \qquad \eta_T = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m}\right)-1}{\left(\frac{E_f}{E_m}\right)+2}$$

Si può osservare come il modulo di Young in direzione trasversale coincide in pratica con quello dei compositi a fibra lunga e non dipende dal rapporto caratteristico (l/d) .

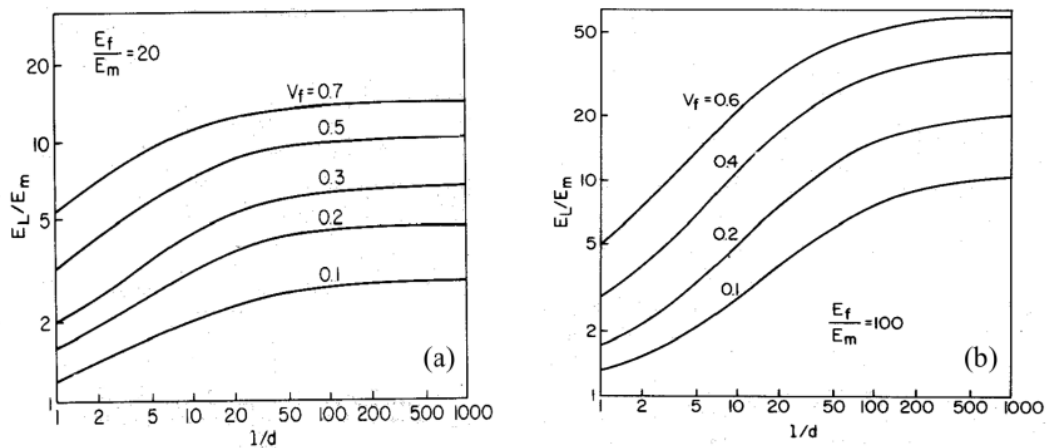


Fig. 35 - Modulo elastico E_L per compositi a fibre corte parallele.

Si osserva che un composito a fibre discontinue si comporta come uno a fibre lunghe per $l/d \approx 1000$, che per $d \approx 10 \mu\text{m}$ corrisponde in pratica a circa 1 cm. Nel caso di compositi a fibre corte con orientamento random (materiale isotropo), la stima del modulo di risulta, approssimata, come:

$$E_{\text{random}} = 3/8 E_L + 5/8 E_T$$

E_L ed E_T sono i moduli in direzione longitudinale e trasversale, determinati per un composito equivalente a fibre parallele, avente cioè stessa percentuale di fibre ma parallele.

3.4. RESISTENZA A TRAZIONE

La tensione media presente in una sezione trasversale di un composito a fibre corte parallele può essere facilmente ottenuta mediante la "Regola delle miscele", considerando per le fibre il valore medio della tensione, come:

$$\sigma_c = \bar{\sigma}_f V_f + \sigma_m V_m$$

Nel caso di matrice perfettamente plastica avremo:

$$\sigma_c = \frac{\tau_s l}{d} V_f + \sigma_m V_m \quad (l < l_t)$$

$$\sigma_c = \frac{\tau_s l_t}{r} \left(1 - \frac{l_t}{2l}\right) V_f + \sigma_m V_m \quad (l > l_t)$$

$$\sigma_c = \frac{\tau_s l_t}{r} V_f + \sigma_m V_m \quad (l \gg l_t)$$

Considerando quanto detto precedentemente sulla lunghezza critica l_c avremo che la tensione di rottura sarà data da:

$$\sigma_{c,R} = \frac{\tau_s l}{d} V_f + \sigma_{m,R} V_m \quad (l < l_c)$$

$$\sigma_{c,R} = \sigma_{f,R} \left(1 - \frac{l_c}{2l}\right) V_f + \widetilde{\sigma}_m V_m \quad (l > l_c)$$

$$\sigma_{c,R} = \sigma_{f,R} V_f + \widetilde{\sigma}_m V_m \quad (l \gg l_c)$$

$\widetilde{\sigma}_m$: la tensione sulla matrice corrispondente alla deformazione di rottura della fibra.

Per una accurata previsione della resistenza di compositi a fibra corta occorre tenere conto della influenza dei fenomeni di concentrazione di tensione che si verificano in corrispondenza delle estremità delle fibre nonché delle approssimazioni introdotte dal modello teorico assunto per descrivere il comportamento della matrice. I valori di resistenza stimati analiticamente, perciò, possono essere utilizzati per una previsione di massima della resistenza del composito, utile a fini della progettazione. Una valutazione accurata della resistenza può essere fatta in modo sperimentale mediante il *pull-out test* che permette di determinare la lunghezza critica l_c . Consiste nell'applicare ad una fibra, annegata per una lunghezza l nella matrice uno sforzo di trazione ed osservare se al crescere del carico avviene il semplice sfilamento della fibra ($l < l_c/2$) o questi è invece preceduto dalla rottura della fibra stessa ($l \geq l_c/2$).

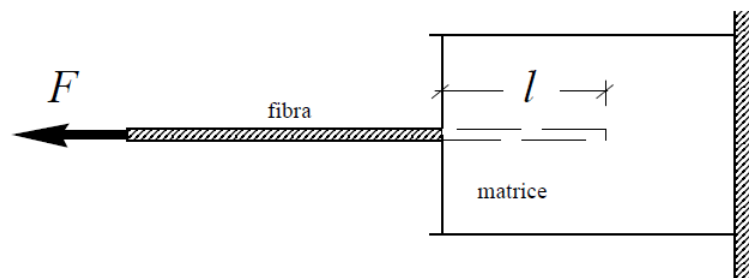


Fig. 36 - Pull-out test per la determinazione della lunghezza critica l_c .

Variando la lunghezza annegata della fibra si determina così la lunghezza critica come il doppio della lunghezza minima della fibra per la quale lo sfilamento è preceduto dalla rottura.

3.5. RESISTENZA A FATICA

In confronto ai compositi a fibre lunghe, i compositi a fibre corte sono, a parità di volume di fibre presenti, molto meno resistenti a fatica, la cui rottura può avvenire per:

1. concentrazione di tensione che si verificano alle estremità delle fibre;
2. scollamento-fibra matrice che avvengono in direzione ortogonale alle fibre;
3. danneggiamento termico della matrice a causa del calore dissipato per isteresi e della bassa conducibilità termica della matrice;

Il propagarsi delle cricche dopo la loro formazione dipende essenzialmente dalle caratteristiche della matrice: se la matrice è fragile si assiste alla formazione di cricche all' interfaccia e la velocità di

propagazione di esse aumenta all' aumentare della fragilità della matrice, mentre se la matrice è duttile la rottura avviene principalmente per i fenomeni di "debonding".

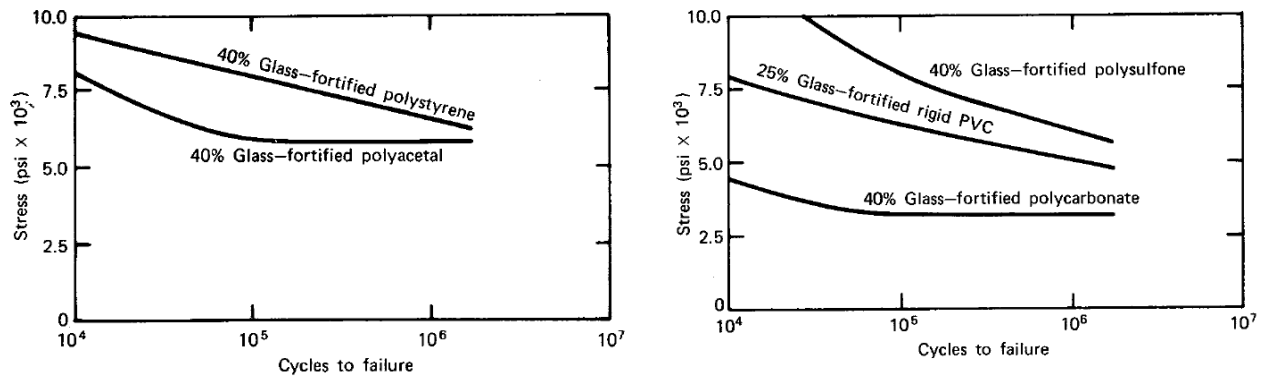


Fig. 37 - Resistenza a fatica di alcuni compositi a fibra corta.

3.6. RESISTENZA ALL'URTO

La resistenza all'urto di una plastica rinforzata può risultare inferiore a quella della sola matrice. Ciò dipende principalmente dal tipo di matrice:

- **Matrice duttile:** la presenza di fibre relativamente rigide dà luogo a stati tensionali tridimensionali nella matrice posta tra le fibre, con conseguente abbassamento della duttilità e quindi della resistenza all'impatto.
- **Matrice fragile:** la presenza di fibre dà luogo a limitati miglioramenti della resistenza all'urto dovuti ad effetti di arresto dell'avanzamento, di diramazione e di arrotondamento dell'apice della cricca causati dalle fibre.

4. ANALISI DELLA LAMINA ORTOTROPA

4.1. GENERALITÀ

La lamina di composito è solitamente utilizzata per la realizzazione di componenti strutturali le cui caratteristiche sono determinate sulla base di specifiche esigenze di progetto. Una lamina di composito è un elemento eterogeneo essendo la sua composizione praticamente variabile da punto a punto. In scala macroscopica oltre a considerarsi omogeneo il materiale ed esibisce un comportamento ortotropo, ovvero caratterizzato da tre piani di simmetria mutuamente ortogonali (piano medio della lamina e i due piani a questo ortogonali paralleli alle due direzioni principali). Per comprendere meglio le differenze tra i materiali isotropi, anisotropi e ortotropi facciamo riferimento alle figure sotto:

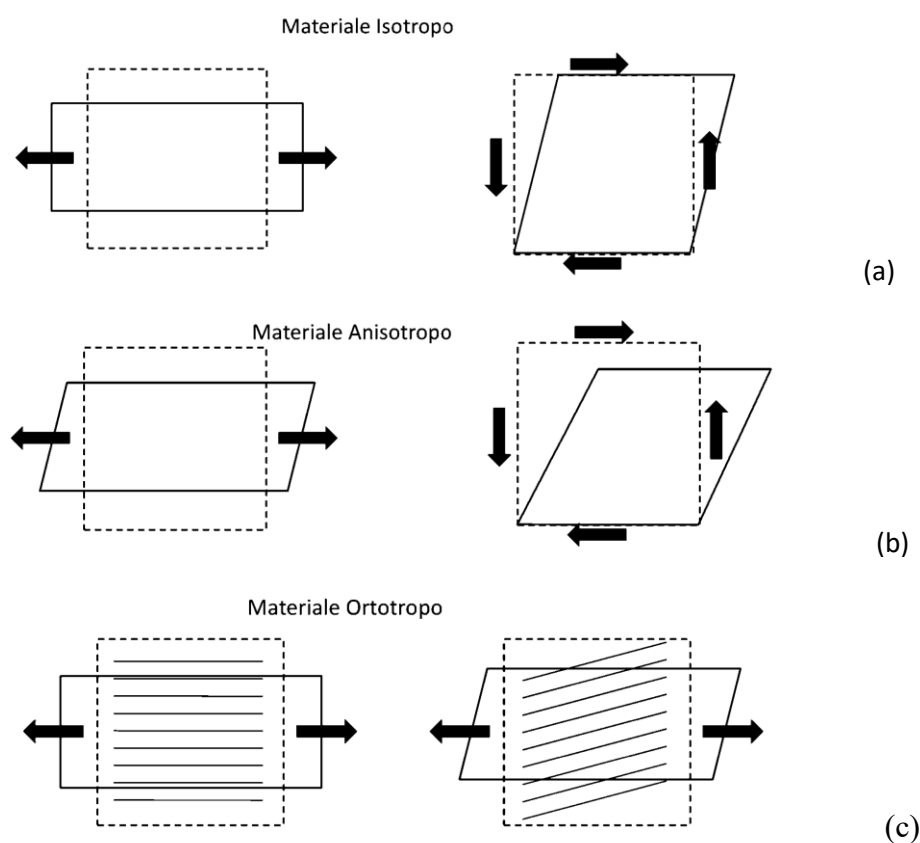


Fig. 38 - Deformazione delle lamine Isotrope(a), Anisotrope(b) e Ortotrope (c) sottoposte a trazione mono assiale e taglio.

Possiamo osservare dalla figura sopra che i materiali:

- **Isotropi** sottoposti ad uno sforzo di trazione monoassiale ,subiscono un allungamento nella direzione del carico e una contrazione nella direzione perpendicolare, mentre il taglio puro provoca distorsioni, ma le lunghezze rimangono invariate.

- **Anisotropi** sottoposti a trazione subiscono una variazione degli angoli tra i lati, mentre se sottoposti a taglio puro subiscono variazioni anche delle lunghezze.
- **Ortotropi** se caricati lungo certe direzioni , dette assi di simmetria, presentano un comportamento dei materiali isotropi; invece, se vengono caricati in altre direzioni assumono comportamenti tipici di un materiale anisotropo.

4.2. LEGGE DI HOOKE

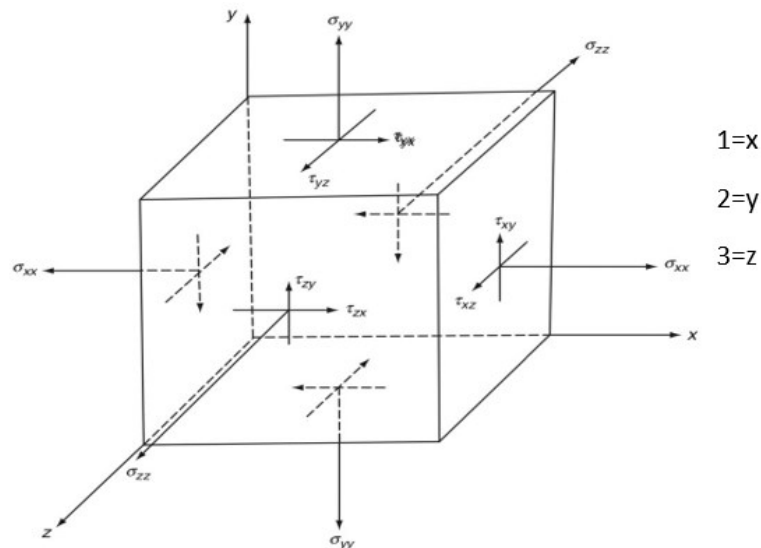


Fig. 39 – Stato di tensione nell'intorno di un punto: tensioni normali e tangenziali.

Con riferimento alla figura sopra, sappiamo che lo stato di tensione e deformativo presente in un generico materiale nell'intorno del punto è univocamente descritto da 9 componenti σ_{ij} ($i,j=1,2,3$) e ε_{kl} ($k,l=1,2,3$). Essendo simmetrici, i tensori σ_{ij} e ε_{kl} possono essere espressi da 6 componenti indipendenti. Nell' ipotesi di comportamento elastico lineare possiamo scrivere la legge di Hooke generalizzata come:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l} E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1111} & E_{1122} & E_{1133} & E_{1112} & E_{1113} & E_{1123} \\ E_{2211} & E_{2222} & E_{2233} & E_{2212} & E_{2213} & E_{2223} \\ E_{3311} & E_{3322} & E_{3333} & E_{3312} & E_{3313} & - \\ E_{1211} & E_{1222} & E_{1233} & - & - & - \\ E_{1311} & E_{1322} & - & - & - & - \\ E_{2311} & - & - & - & - & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{bmatrix}$$

La matrice $[E]$ così definita e detta matrice di rigidità del materiale anisotropo e conta pertanto 36 costanti elastiche E_{ijkl} che descrivono il comportamento di un materiale anisotropo. Considerando l'energia di deformazione espressa come:

$$U = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$

Attraverso alcuni passaggi posso dimostrare che : $E_{ijkl}=E_{klij} \Rightarrow [E]$ è simmetrico rispetto alla diagonale principale. Pertanto, avrò 21 costanti elastiche indipendenti.

I **materiali ortotropi** invece presentano tre piani di simmetria mutuamente ortogonali allora è facile mostrare che le relative leggi costitutive involgono solo 9 costanti elastiche indipendenti. Indicando infatti con 1,2,3 i tre assi principali del materiale, l'applicazione di una tensione σ_{ii} ($i=1,2,3$) non produce distorsioni ε_{ij} ($i \neq j$), cioè non si ha associazione tra tensioni normali agenti nelle direzioni principali e scorrimenti. Quindi sottoponendo il materiale ad una tensione σ_{11}, σ_{22} o σ_{33} sono nulli anche $E_{11kl}=0, E_{22kl}=0$ e $E_{33kl}=0$ per $k \neq l$. Inoltre, per la simmetria rispetto ai piani 1-2, 1-3 e 2-3, l'applicazione di uno sforzo di taglio σ_{ij} ($i \neq j, i,j=1,2,3$) non produce distorsioni ε_{kl} ($k \neq l$) negli altri piani ($ij \neq kl$). Tenendo conto della simmetria della matrice, per un materiale ortotropo si avrà pertanto:

$$E_{ijkl}=0 \text{ per } (i \neq j, k \neq l, ij \neq kl) \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1111} & E_{1122} & E_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ E_{1122} & E_{2222} & E_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ E_{1133} & E_{2233} & E_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{2323} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{bmatrix}$$

Si può notare che il numero di costanti elastiche (9) che definiscono completamente il tensore [E] e quindi il comportamento elastico (lineare) di un materiale ortotropo, coincide con il numero di costanti ingegneristiche: $E_L, E_T, E_{T'}, G_{LT}, G_{LT'}, G_{TT'}, \nu_{LT}, \nu_{LT'}, \nu_{TT'}$.

Come però succede per la lamina con rinforzo unidirezionale, il materiale ortotropo è anche trasversalmente isotropo allora il numero di costanti indipendenti si riduce a 5 ($E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT}, \nu_{TT'}$). In questo caso, infatti, essendo il comportamento nelle due direzioni trasversali T e T' uguale avremo:

$$E_T = E_{T'}; \quad \nu_{LT} = \nu_{LT'}; \quad G_{LT} = G_{LT'}; \quad G_{TT'} = \frac{E_T}{2(1 + \nu_{TT'})}$$

La relazione che lega tensioni e deformazioni per un materiale trasversalmente isotropo sarà:

$$E_{1122} = E_{1133}; \quad E_{2222} = E_{3333}; \quad E_{1212} = E_{1313}; \quad E_{2323} = (E_{2222} - E_{2233}) / 2$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1111} & E_{1122} & E_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ E_{1122} & E_{2222} & E_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ E_{1122} & E_{2233} & E_{2222} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{1212} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (E_{2222} - E_{2233})/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{bmatrix}$$

In presenza di stato piano di tensione, quale è quello che si verifica spesso in laminati soggetti a sollecitazioni parallele al piano medio ($\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$) avremo che le tre componenti di tensione

significative sono legate alle corrispondenti componenti di deformazione come:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1111} & E_{1122} & 0 \\ E_{1122} & E_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & E_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

Per stato piano di tensione le costanti elastiche indipendenti sono pertanto solo 4 ($E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT}$).

Invertendo il tensore di elasticità si può ottenere il legame tra deformazioni e tensioni tramite il tensore di cedevolezza [S] della lamina ortotropa. I termini della matrice di cedevolezza sono legati in questo modo:

$$S_{11} = \frac{E_{22}}{E_{11}E_{22} - E_{12}^2}; \quad S_{22} = \frac{E_{11}}{E_{11}E_{22} - E_{12}^2}; \quad S_{12} = -\frac{E_{12}}{E_{11}E_{22} - E_{12}^2}; \quad S_{33} = \frac{1}{E_{33}}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

Per un materiale isotropo infine basta porre $E_{11}=E_{22}$; $E_{12}=(E_{11}-E_{12})/2$ per ottenere:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{12} & E_{11} & 0 \\ 0 & 0 & (E_{11} - E_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

4.3. RELAZIONI TRA COSTANTI ELASTICHE E TERMINI DELLE MATRICI DI RIGIDEZZA E CEDEVOLEZZA

Come detto in precedenza il comportamento di una lamina ortotropa è definito da 4 costanti elastiche ingegneristiche ($E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT}$).

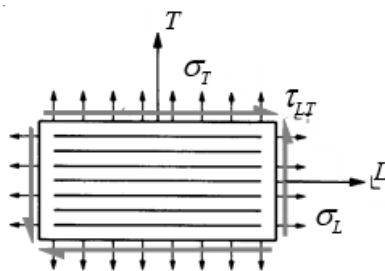


Fig. 40 - Schema di lamina ortotropa caricata con tensioni nel riferimento naturale.

Il legame tra costanti elastiche ed i termini della matrice di rigidità si ottiene considerando la lamina soggetta ad uno stato monoassiale di tensione diretto secondo le direzioni principali e ad uno stato di taglio puro. Facendo alcune considerazioni sugli stati di tensione monoassiale in direzione longitudinale ($\sigma_l \neq 0, \sigma_2 = \tau_{12} = 0$), in direzione trasversale del materiale ($\sigma_2 \neq 0, \sigma_l = \tau_{12} = 0$) e uno stato di taglio nel piano della lamina ($\tau_{12} \neq 0, \sigma_l = \sigma_2 = 0$) avremo che:

$$S_{11} = \frac{1}{E_L}; \quad S_{12} = \frac{-v_{LT}}{E_L}; \quad S_{22} = \frac{1}{E_T}; \quad S_{33} = \frac{1}{G_{LT}}$$

Potremo quindi scrivere l'equazione costitutiva, in termini di costanti elastiche ingegneristiche, come:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{v_{LT}}{E_L} & 0 \\ -\frac{v_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_L}{1-v_{LT}v_{TL}} & \frac{v_{LT}E_T}{1-v_{LT}v_{TL}} & 0 \\ \frac{v_{LT}E_T}{1-v_{LT}v_{TL}} & \frac{E_T}{1-v_{LT}v_{TL}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{LT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

Per un materiale isotropo [$E_L=E_T=E$, $v_{LT} = v_{TL} = \nu$, $G_{LT}=G=E/2(1+\nu)$], infine, le equazioni precedenti forniscono immediatamente le seguenti equazioni costitutive, valide ovviamente nel generico riferimento cartesiano ortogonale:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

4.4. MATRICI DI RIGIDEZZA E CEDEVOLEZZA IN UN RIFERIMENTO CARTESIANO ARBITRARIO

Considerando una lamina ortotropa, con generico riferimento cartesiano ruotato di un angolo generico θ , posso ottenere le matrici di rigidezza e di cedevolezza considerando le equazioni di trasformazione dello stato di tensione e di deformazione nell'intorno del punto.

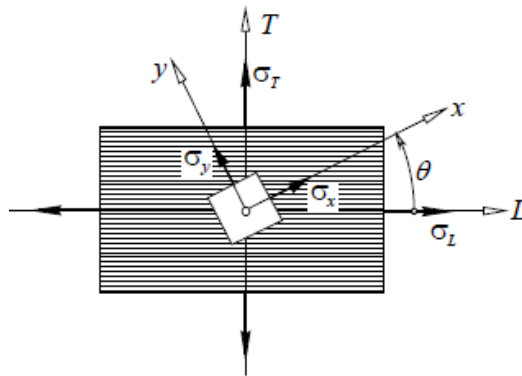


Fig. 41 - Lamina ortotropa con riferimento cartesiano generico

Dalle relazioni generali per tensioni e deformazioni, che sono valide sia per materiali isotropi che anisotropi, ottengo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix}$$

Indicando con $[T]$ la nota matrice di rotazione data da:

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

Attraverso delle relazioni tensioni-deformazioni è possibile trovare il legame tensioni-deformazioni di un generico piano di riferimento cartesiano:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T][\bar{E}] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix} = [T][\bar{E}][T]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

Con la nuova matrice di elasticità $[\bar{E}]$, che si ottiene dalla matrice E (riferita agli assi naturali del materiale) semplicemente sostituendo il termine G_{LT} con $2G_{LT}$. Dividendo per due i termini della terza colonna della matrice T^{-1} ed indicando con \bar{T} la matrice così ottenuta, avrò che:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [\tilde{E}] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad [\tilde{E}] = [T][\bar{E}][\bar{T}]^{-1}$$

$$\tilde{E}_{11} = E_{11}\cos^4\theta + E_{22}\sin^4\theta + 2(E_{12} + 2E_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$\tilde{E}_{12} = (E_{11} + E_{22} - 4E_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta + E_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

$$\tilde{E}_{22} = E_{11}\sin^4\theta + E_{22}\cos^4\theta + 2(E_{12} + 2E_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$\tilde{E}_{13} = (E_{11} - E_{12} - 2E_{33})\sin\theta\cos^3\theta - (E_{22} - E_{12} - 2E_{33})\sin^3\theta\cos\theta$$

$$\tilde{E}_{23} = (E_{11} - E_{12} - 2E_{33})\sin^3\theta\cos\theta - (E_{22} - E_{12} - 2E_{33})\cos^3\theta\sin\theta$$

$$\tilde{E}_{33} = (E_{11} + E_{22} - 2E_{12} - 2E_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta + E_{33}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

Invertendo la matrice $[\tilde{E}]$ posso ottenere il tensore di cedevolezza ruotato $[\tilde{S}]$, avendo così la relazione generale tra deformazioni e tensioni come:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [\tilde{S}] \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad [\tilde{S}] = [\tilde{E}]^{-1}$$

$$\tilde{S}_{11} = S_{11}\cos^4\theta + S_{22}\sin^4\theta + (2S_{12} + S_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$\tilde{S}_{12} = (S_{11} + S_{22} - S_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta + S_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

$$\tilde{S}_{22} = S_{11}\sin^4\theta + S_{22}\cos^4\theta + (2S_{12} + S_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$\tilde{S}_{13} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{33})\sin\theta\cos^3\theta - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{33})\sin^3\theta\cos\theta$$

$$\tilde{S}_{23} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{33})\sin^3\theta\cos\theta - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{33})\cos^3\theta\sin\theta$$

$$\tilde{S}_{33} = 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta + S_{33}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

Come si può notare che le espressioni sopra mostrate sono relativamente complesse, specie per un

calcolo manuale. In questo caso nella legge di Hooke viene spesso applicata una riduzione di deformazioni o tensioni nel riferimento principale del materiale utilizzando le relazioni generali di trasformazione dello stato tensionale e di deformazione nell'intorno del punto.

4.5. RELAZIONI TRA COSTANTI ELASTICHE E MATRICE DI CEDEVOLEZZA

Considerando uno stato monoassiale ed uno stato di taglio puro agente nella generica direzione posso determinare le costanti elastiche di una lamina ortotropa nel generico riferimento cartesiano.

- *Stato monoassiale* $\sigma_x (\sigma_y = 0, \tau_{xy} = 0)$:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{1}{\tilde{S}_{11}}$$

$$\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\tilde{S}_{12}\sigma_x}{\tilde{S}_{11}\sigma_x} = -\frac{\tilde{S}_{12}}{\tilde{S}_{11}}$$

$$m_x = -\frac{\gamma_{xy}}{\sigma_x} E_L = \tilde{S}_{13} E_L$$

- *Stato monoassiale* $\sigma_y (\sigma_x = 0, \tau_{xy} = 0)$:

$$m_y = -\frac{\gamma_{xy}}{\sigma_y} E_L = \tilde{S}_{23} E_L$$

- *Stato di taglio puro* $\tau_{xy} (\sigma_x = 0, \sigma_y = 0)$:

$$m_x = -\frac{\varepsilon_x}{\tau_{xy}} E_L = -\tilde{S}_{13} E_L$$

$$m_y = -\frac{\varepsilon_y}{\tau_{xy}} E_L = -\tilde{S}_{23} E_L$$

$$G_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}} = \frac{1}{\tilde{S}_{33}}$$

Le equazioni soprariportate, unite alla conoscenza di $[\tilde{S}]$, consentono di valutare immediatamente le costanti elastiche della lamina nel generico riferimento cartesiano in funzione dei termini della corrispondente matrice di cedevolezza. Possiamo osservare nella figura sotto come il modulo di Young subisce un rapido abbassamento per piccoli disallineamenti tra la direzione di applicazione del carico e quella delle fibre. Tale situazione, quindi, va tenuta debitamente sotto controllo in esercizio e/o nella produzione dei manufatti in composito

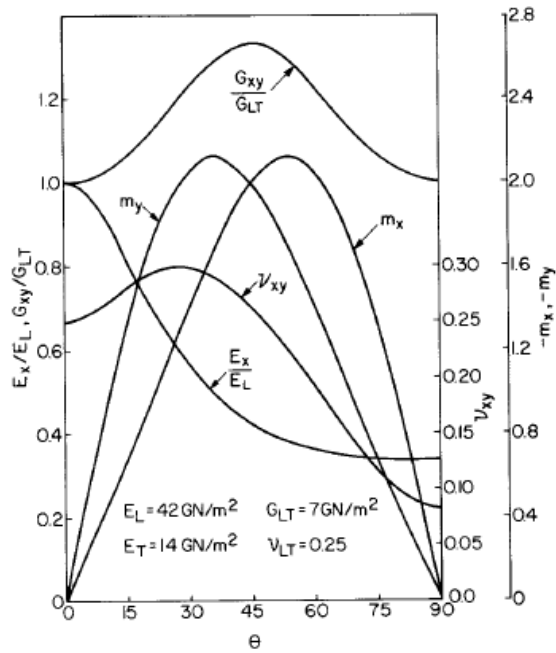


Fig. 42 - Andamento tipico delle costanti elastiche al variare della direzione per lamina unidirezionale in fibra di vetro-resina epossidica

Si nota inoltre come i coefficienti di accoppiamento m_x e m_y risultano massimi per angoli θ prossimi rispettivamente a 35° e 55° e si annullano in corrispondenza delle direzioni principali del materiale. Il modulo di elasticità tangenziale assume il suo massimo valore in corrispondenza di $\theta = 45^\circ$, cioè la lamina esibisce la massima rigidità a taglio per $\theta = \pm 45^\circ$, la minima rigidità nelle direzioni principali. Infine, possiamo notare come il coefficiente di Poisson, a differenza del modulo di Young, abbia come limitazione la seguente relazione:

$$\nu_{LT} \leq \sqrt{\frac{E_L}{E_T}} \quad \nu_{TL} \leq \sqrt{\frac{E_T}{E_L}}$$

Il coefficiente di Poisson nella lamina ortotropa può assumere valori superiori a 0.5 o addirittura maggiori di 1 per $E_L \gg E_T$.

5. MODALITÀ DI ROTTURA E CRITERI DI RESISTENZA

5.1. GENERALITÀ

Il cedimento è inteso come il verificarsi di quelle condizioni per cui il materiale stesso cessa di rispondere in modo soddisfacente alle esigenze di progetto. Con riferimento ad una lamina composita, il cedimento può essere in alcuni casi coincidente con la rottura (comportamento fragile), in altri casi può invece coincidere con la deviazione dal comportamento elastico lineare (comportamento duttile). Facendo riferimento alla struttura di un composito, il cedimento può avvenire secondo una delle seguenti modalità, a volte coesistenti:

1. rottura delle fibre;
2. separazione fibra-matrice (debonding);
3. microfrattura della matrice (materiale sottoposto a fatica);
4. separazione delle lamine dei laminati (delaminazione).

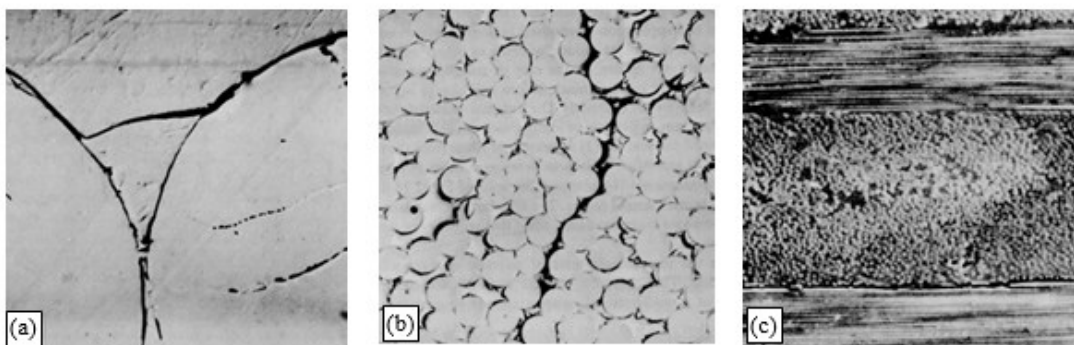


Fig. 43 - Modalità di cedimento dei laminati: (a) debonding, (b) frattura della matrice e (c) delaminazione.

5.2. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI TRAZIONE LONGITUDINALE

Il cedimento, in un composito unidirezionale con fibre fragili soggetto a trazione longitudinale, inizia con la rottura delle fibre nella zona più debole, per poi crescere, con il carico applicato, il numero delle fibre rotte N_{fr} .

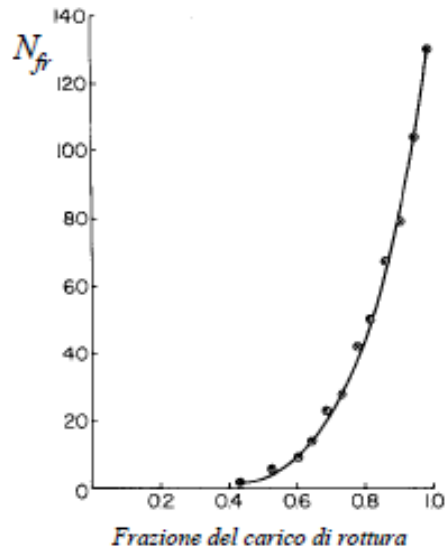


Fig. 44 - Numero di fibre rotte (N_{fr}) al variare del carico applicato

Dalla figura possiamo osservare che già a partire da valori pari circa al 50% del carico di rottura inizia la rottura delle fibre. La rottura progressiva delle fibre dà luogo a fenomeni di concentrazione delle tensioni che possono produrre:

- 1) la rottura fragile di altre fibre;
- 2) fenomeni di sfilamento delle fibre (pull-out);
- 3) rottura a taglio all'interfaccia della matrice o rottura della matrice lungo la direzione delle fibre per debonding.

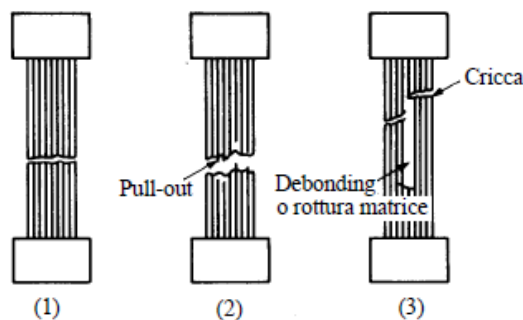


Fig. 45 - Modi di rottura di composito unidirezionale: (1) rottura fragile, (2) pull-out e (3) debonding

Ovviamente il verificarsi o meno del pull-out nonché l'entità dello stesso dipendono strettamente dalla bontà della adesione fibra-matrice e dal meccanismo di trasferimento del carico dalla matrice alle fibre. Per un dato composito unidirezionale le modalità di rottura sono pure legate, oltre che alle caratteristiche di fibra e matrice, anche alla frazione in volume di fibre. Tutti questi fenomeni possono comunque essere significativamente influenzati dalla percentuale di vuoti presenti nel composito. La

seguinte equazione, inoltre, costituisce in generale una approssimazione della effettiva resistenza a rottura ed è utilizzata nella progettazione in assenza di precise informazioni sperimentali.

$$\sigma_{L,R} = \sigma_{f,R}V_f + \sigma_m | \varepsilon = \varepsilon_{f,R} (1-V_f) \quad (V_f > V_{min})$$

5.3. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI COMPRESSIONE LONGITUDINALE

La presenza di un carico di compressione longitudinale induce facilmente nelle fibre fenomeni di instabilità dell'equilibrio elastico (buckling). In generale il cedimento di un composito sotto compressione longitudinale può avvenire per:

- 1) rottura per trazione trasversale (effetto Poisson)
- 2) microvergolamento delle fibre con:
 - a. matrice elastica;
 - b. matrice plastica;
 - c. distacco dei componenti
- 3) rottura per taglio.

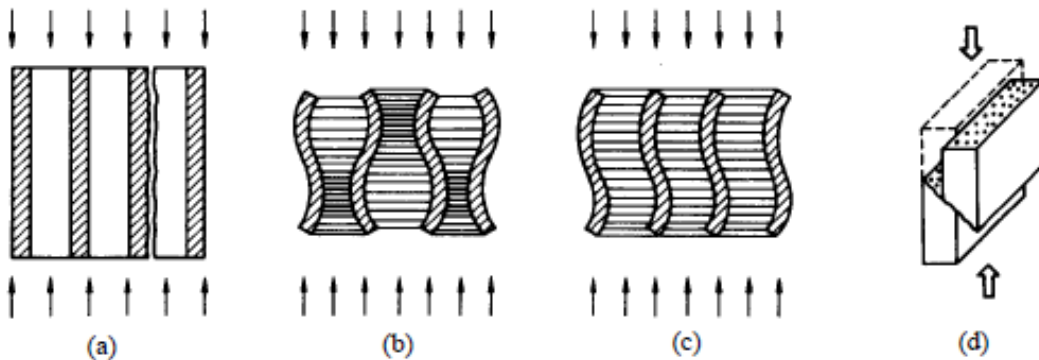


Fig. 46 - Modalità di rottura di composito unidirezionale soggetto a compressione longitudinale: trazione trasversale(a), microvergolamento delle fibre(b-c), taglio(d)

5.3.1 TRAZIONE TRASVERSALE

La rottura si verifica allorquando la deformazione trasversale eguaglia il corrispondente valore limite, cioè:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_{T,R} \Rightarrow -\varepsilon_{LT} = \varepsilon_{T,R}$$

$$\frac{\sigma'_{L,R}}{E'_L} \nu_{LT} = \varepsilon_{T,R} \Rightarrow \sigma'_{L,R} = \frac{\varepsilon_{T,R} E'_L}{\nu_{LT}}$$

Considerando perfetta adesione fibra-matrice, cioè che la rottura avvenga nella matrice, con riferimento al valore della deformazione trasversale a rottura previsto empiricamente da Nielsen ed

esprimendo il modulo di Young longitudinale a compressione ed il coefficiente di Poisson in funzione delle caratteristiche di fibra e matrice si ottiene:

$$\sigma'_{L,R} = \frac{\varepsilon_{m,R}(1 - V_f^{1/3})(E_f V_f + E_m V_m)}{(v_f V_f + v_m V_m)}$$

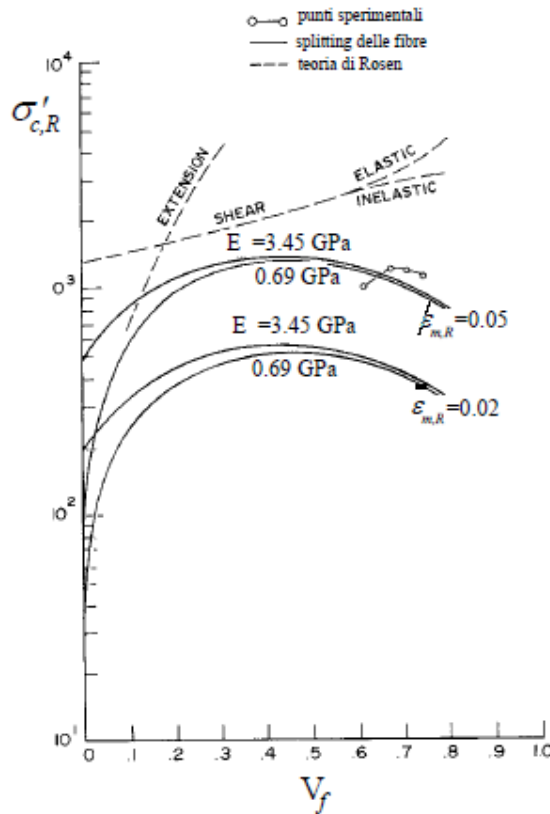


Fig. 47 - Resistenza a compressione longitudinale al variare della percentuale di fibre

5.3.2 MICROSVERGOLAMENTO DELLE FIBRE

In una lamina unidirezionale il microsvergolamento delle fibre può avvenire secondo due configurazioni distinte:

- fibre svergolate non in fase;
- fibre svergolate in fase.

Nel primo caso abbiamo che, a causa della bassa percentuale di fibre, esse sono distanti fra loro e quindi libere di deformarsi indipendentemente le une dalle altre. In queste condizioni la matrice tra due fibre adiacenti risulta sottoposta a sollecitazioni di trazione-compressione e per questo tale modo di microsvergolamento è anche detto *extension mode*. Nel secondo caso invece abbiamo il microsvergolamento con fibre in fase con concentrazione di fibre medio-alta che non permette loro di deformarsi indipendentemente le une dalle altre. Questo modo di instabilità dà luogo a

sollecitazione di taglio della matrice e per questo tale modo di microsvergolamento è detto anche *shear mode*. Possiamo osservare sempre nella figura sopra le previsioni teoriche del cedimento eseguite da Rosen nei due casi di svergolamento in fase (*shear mode*) e fuori fase (*extension mode*).

5.3.3 TAGLIO

In presenza di compressione longitudinale la rottura della lamina può avvenire a seguito di rottura a taglio della matrice secondo piani disposti approssimativamente a $\pm 45^\circ$ rispetto alla direzione di applicazione del carico. Rilievi sperimentali mostrano comunque che questo modo di cedimento è accompagnato da rotazioni localizzate delle fibre.

5.4. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI TRAZIONE TRASVERSALE

In presenza di trazione trasversale il cedimento di una lamina composita può avvenire per:

- 1) *cedimento della matrice (trazione)*: la superficie di frattura interessa esclusivamente la matrice;
- 2) *debonding*: la superficie di frattura si sviluppa all'interfaccia fibra-matrice;
- 3) *splitting delle fibre e rottura della matrice*: la superficie di frattura essa si sviluppa inizialmente all'interno delle fibre.

Nel caso comune in cui il cedimento avviene per rottura della matrice, la resistenza della lamina è:

$$\sigma_{c,R} = \frac{\sigma_{m,R}}{S}$$

Negli altri casi la resistenza della lamina può essere stimata in modo accurato solo per via sperimentale.

5.5. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI COMPRESSIONE TRASVERSALE

In presenza di compressione trasversale il cedimento di una lamina composita può avvenire per:

- 1) cedimento a taglio della matrice;
- 2) cedimento a taglio della matrice con debonding e/o rottura delle fibre;
- 3) rottura a taglio delle fibre.

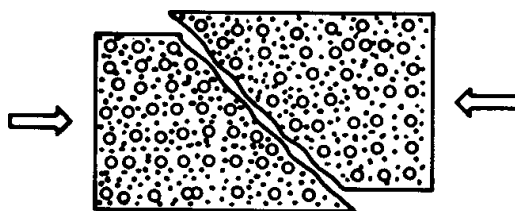


Fig. 48 - Rottura tipica (a taglio) di compositi sotto compressione trasversale

Come mostrato in figura rottura più comune è quella del cedimento a taglio della matrice con piani di rottura inclinati di 45° rispetto al carico. A questa modalità di rottura corrisponde una resistenza molto più bassa della resistenza a compressione longitudinale, nella quale si ha una significativa

collaborazione delle fibre. In presenza di bassa adesione fibra-matrice e/o scarsa resistenza trasversale delle fibre la rottura a taglio della matrice è accompagnata da debonding e rottura delle fibre.

5.6. CEDIMENTO SOTTO SOLLECITAZIONE DI TAGLIO SUL PIANO DELLE FIBRE

In presenza di sollecitazione di taglio sul piano della lamina la rottura di questa può avvenire per:

- 1) taglio della matrice: la frattura si sviluppa internamente alla matrice;
- 2) taglio della matrice misto a debonding: la frattura si sviluppa in parte nella matrice e in parte all'interfaccia fibra-matrice.
- 3) debonding: la frattura si sviluppa all'interfaccia.

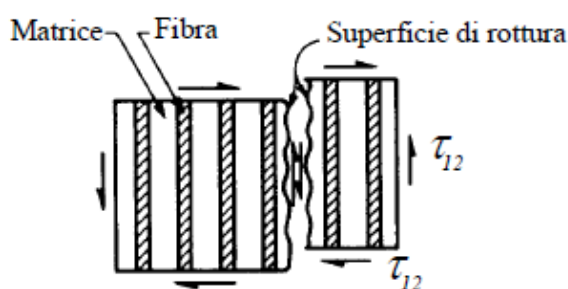


Fig. 49 - Rottura di compositi unidirezionali sotto sollecitazione di taglio nel piano

5.7. CRITERI DI RESISTENZA

Per la verifica di resistenza di un generico elemento è necessario confrontare il campo tensionale presente con il corrispondente campo tensionale massimo ammissibile determinato da prove sperimentali. Per un materiale isotropo la resistenza del materiale non dipende dall'orientamento della sollecitazione né dall'orientamento delle tensioni principali, cosa che non vale per un materiale ortotropo in quanto per questo la resistenza varia con l'orientamento. In particolare, essa è individuata da 5 diversi parametri: resistenza a trazione longitudinale $\sigma_{L,R}$, resistenza a trazione trasversale $\sigma_{T,R}$, resistenza a taglio $\tau_{LT,R}$, resistenza a compressione longitudinale $\sigma'_{L,R}$ e resistenza a compressione trasversale $\sigma'_{T,R}$. Essi verranno calcolati mediante opportuno criterio di resistenza.

5.7.1 CRITERIO DELLA MASSIMA TENSIONE

Il criterio afferma che la rottura della lamina avviene quando una delle tensioni cartesiane supera il valore che provoca la rottura del materiale. Da questo avremo che la condizione di resistenza:

$$\text{In presenza di trazione} \Rightarrow \quad \sigma_L < \sigma_{L,R}; \quad \sigma_T < \sigma_{T,R}; \quad \tau_{LT} < \tau_{LT,R}$$

$$\text{In presenza di compressione} \Rightarrow \quad \sigma_L > \sigma'_{L,R}; \quad \sigma_T > \sigma'_{T,R}; \quad \tau_{LT} > -\tau_{LT,R}$$

Il criterio è estremamente semplice e non considera affatto possibili interazioni tra le tensioni principali. Per applicare il criterio è necessario in genere determinare prima le tensioni nel riferimento principale e poi confrontare queste con i corrispondenti valori di rottura. Per uno stato monoassiale di tensione applicato in direzione generica θ , le condizioni di resistenza saranno:

$$\sigma_x < \sigma_{L,R}/\cos^2\theta ; \quad \sigma_x < \sigma_{T,R}/\sin^2\theta ; \quad \tau_x < \tau_{LT,R}/\sin\theta \cos\theta$$

$$\sigma_x > \sigma'_{L,R}/\cos^2\theta ; \quad \sigma_x > \sigma'_{T,R}/\sin^2\theta ; \quad \tau_x > -\tau_{LT,R}/\sin\theta \cos\theta$$

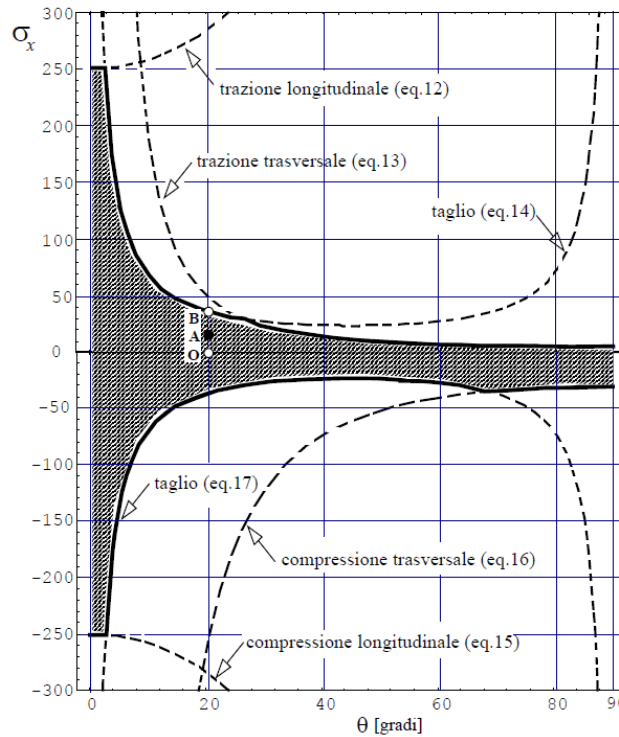


Fig. 50 - Criterio della massima tensione: dominio di resistenza per sollecitazione monoassiale.

5.7.2 CRITERI DELLA MASSIMA DEFORMAZIONE

Il criterio afferma che la rottura della lamina avviene quando una delle deformazioni cartesiane supera il corrispondente valore limite. Da questo avremo che la condizione di resistenza:

In presenza di trazione $\Rightarrow \quad \varepsilon_L < \varepsilon_{L,R} ; \quad \varepsilon_T < \varepsilon_{T,R} ; \quad \gamma_{LT} < \gamma_{LT,R}$

In presenza di compressione $\Rightarrow \quad \varepsilon_L > \varepsilon'_{L,R} ; \quad \varepsilon_T > \varepsilon'_{T,R} ; \quad \gamma_{LT} > -\gamma_{LT,R}$

Il criterio non tiene conto delle possibili interazioni tra le deformazioni nel riferimento principale e pertanto, come questo, risulta non conservativo. Per applicare il criterio, inoltre, è necessario determinare le deformazioni nel riferimento principale e poi confrontare queste con i corrispondenti valori limite.

5.7.3 CRITERIO DEL MASSIMO LAVORO (TSAI-HILL)

Il criterio afferma che la rottura della lamina avviene allorquando il lavoro (di distorsione) supera il corrispondente valore limite ammissibile. Si tratta in pratica della estensione del criterio di Von Mises ai materiali anisotropi. Secondo il criterio, materiale cede se non rispetta la seguente disequaglianza:

$$\text{In presenza di trazione} \Rightarrow \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{L,R}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{T,R}} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{L,R}} \right) \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{T,R}} \right) + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LT,R}} \right)^2 < 1$$

$$\text{In presenza di compressione} \Rightarrow \left(\frac{\sigma_L}{\sigma'_{L,R}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma'_{T,R}} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma'_{L,R}} \right) \left(\frac{\sigma_T}{\sigma'_{T,R}} \right) + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LT,R}} \right)^2 < 1$$

Le condizioni di resistenza della teoria del massimo lavoro tengono conto di tutte le componenti principali di tensione, risulterà pertanto più conservativa e più aderente ai dati sperimentali dei criteri precedenti. In presenza di uno stato monoassiale di tensione applicato in direzione generica θ , la condizione di resistenza individuata sarà:

$$\text{In presenza di trazione} \Rightarrow \sigma_x^2 \left[\left(\frac{\cos^2 \theta}{\sigma_{L,R}} \right)^2 + \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sigma_{T,R}} \right)^2 - \left(\frac{\cos^2 \theta}{\sigma_{L,R}} \right) \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sigma_{T,R}} \right) + \left(\frac{\sin \theta \cos \theta}{\tau_{LT,R}} \right)^2 \right] < 1$$

$$\text{In presenza di compressione} \Rightarrow \sigma_x^2 \left[\left(\frac{\cos^2 \theta}{\sigma'_{L,R}} \right)^2 + \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sigma'_{T,R}} \right)^2 - \left(\frac{\cos^2 \theta}{\sigma'_{L,R}} \right) \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sigma'_{T,R}} \right) + \left(\frac{\sin \theta \cos \theta}{\tau_{LT,R}} \right)^2 \right] < 1$$

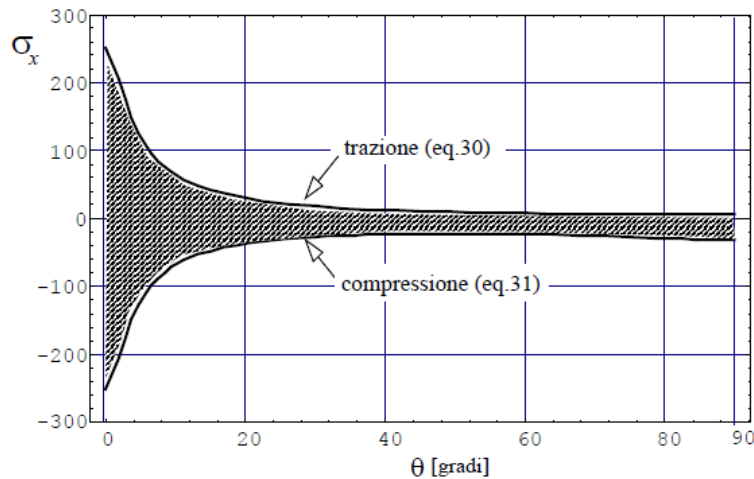


Fig. 51 - Criterio di Tsai-Hill: dominio di resistenza per sollecitazione monoassi

Nel caso di stato biassiale con tensioni principali σ_1, σ_2 coincidenti con le tensioni cartesiane σ_L, σ_T essendo identicamente nulla la tensione tangenziale τ_{LT} , le condizioni di resistenza involgono due sole variabili ed il dominio di resistenza diviene piano. Tale condizione, relativamente frequente si verifica per esempio in corrispondenza degli assi di simmetria di componenti caricati

simmetricamente e con assi principali del materiale coincidenti con quelli di simmetria.

In presenza di stato piano di trazione $\Rightarrow \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{L,R}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{T,R}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{L,R}}\right)\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{T,R}}\right) < 1$

5.7.4 CRITERIO DI TSAI-WU

In questo criterio, nel caso tridimensionale, la condizione di resistenza è assicurata quando:

$$\sum_{i,j} F_{ij}\sigma_i\sigma_j + \sum_i F_i\sigma_i < 1 \quad \text{oppure} \quad \sum_{i,j} G_{ij}\varepsilon_i\varepsilon_j + \sum_i G_i\varepsilon_i < 1$$

F_{ij} e G_{ij} = parametri di resistenza ottenuti sperimentalmente.

Per uno stato di tensione biassiale e tenendo conto che nel riferimento principale il risultato deve essere invariante rispetto al segno della tensione tangenziale, avrò che:

$$F_{11}\sigma_L^2 + F_{22}\sigma_T^2 + F_{66}\tau_{LT}^2 + 2F_{12}\sigma_L\sigma_T + F_1\sigma_L + F_2\sigma_T < 1$$

Rispetto ai criteri precedentemente mostrati, l'applicazione di questo criterio necessita della conoscenza di 6 parametri di resistenza meccanica. Per determinare i parametri relativi alla tensione longitudinale faccio la prova di trazione e compressione semplice, la cui rottura avverrà per:

$$F_{11}\sigma_{L,R}^2 + F_1\sigma_{L,R} = 1 \text{ (trazione)} \quad \Rightarrow \quad F_{11} = \frac{1}{\sigma_{L,R}\sigma'_{L,R}}$$

$$F_{11}\sigma'_{L,R}^2 + F_1\sigma'_{L,R} = 1 \text{ (compressione)} \quad \Rightarrow \quad F_1 = \frac{1}{\sigma_{L,R}} - \frac{1}{\sigma'_{L,R}}$$

Per determinare i parametri relativi alla tensione trasversale faccio la prova di trazione e compressione trasversale semplice, la cui rottura avverrà per:

$$F_{22}\sigma_{T,R}^2 + F_2\sigma_{T,R} = 1 \text{ (trazione)} \quad \Rightarrow \quad F_{22} = \frac{1}{\sigma_{T,R}\sigma'_{T,R}}$$

$$F_{22}\sigma'_{T,R}^2 + F_2\sigma'_{T,R} = 1 \text{ (compressione)} \quad \Rightarrow \quad F_2 = \frac{1}{\sigma_{T,R}} - \frac{1}{\sigma'_{T,R}}$$

Per determinare il parametro relativo al taglio si esegue una prova di taglio puro che fornisce:

$$F_{66} = \frac{1}{\tau_{LT,R}^2}$$

Per determinare infine il coefficiente relativo al termine misto F_{12} è necessario eseguire una prova biassiale:

$$F_{12} = [1 - (F_{11}\sigma_L^2 + F_{22}\sigma_T^2 + F_{66}\tau_{LT}^2 + F_1\sigma_L + F_2\sigma_T)] / (2\sigma_L\sigma_T)_R$$

6. CONCLUSIONI

Il presente lavoro di tesi si è sviluppato intorno allo studio e sulle conoscenze fin ora ottenute sui materiali compositi. Abbiamo visto di come questi materiali non siano un'invenzione recente e che esempi applicativi erano già presenti secoli fa o in natura, basti pensare al legno o alle ossa degli esseri viventi. L'uso di tali materiali è sempre più in aumento, inglobando sempre più settori diversi, per i vantaggi che riesce a portare. Lo svantaggio sta nel fatto che come detto prima sono materiali di recente utilizzo quindi gli studi che ci sono dietro non sono ampi e precisi come per qualsiasi altro materiale tradizionale usato fino ad ora. Quindi di fatto, per questo motivo, molti rimangono scettici riguardo i loro utilizzi, che è dovuto anche al costo di produzione di tali materiali. Incentrandoci molto sull'aspetto della micromeccanica abbiamo visto che le caratteristiche meccaniche dei compositi dipendono molto, non solo dal tipo di matrice o fibra utilizzata, ma anche dalla concentrazione di un rispetto all'altra, la distribuzione delle fibre, il loro orientamento, la loro lunghezza e la presenza di imperfezioni interne del materiale. Inoltre, le caratteristiche meccaniche non saranno uguali per tutto il materiale. Infatti, in base alla direzione che andrò a considerare potrò avere che il materiale è più resistente in una direzione rispetto ad un'altra per la distribuzione di fibre. Basti pensare che una piccola deviazione della direzione delle fibre rispetto alla tensione che andrò a subire, porterà il materiale a manifestare una resistenza inferiore. Proprio per questo motivo il materiale deve essere progettato per un determinato lavoro che andrò a svolgere. Siamo poi andati a concentrarci sui compositi a fibre corte osservando di come le tensioni vengono trasferite e che solitamente il materiale che dovrà sopportare lo sforzo subito è la fibra, e non la matrice, per la resistenza nettamente superiore mostrata. Inoltre, abbiamo osservato come calcolare la resistenza del composito a trazione, a fatica e all'urto. Analizzando la lamina ortotropa, attraverso la relazione fornita dalla legge di Hooke, abbiamo ottenuto le relazioni che legano le costanti elastiche e i termini delle matrici di rigidezza e cedevolezza. Infine, analizzando le modalità di rottura di un composito, cedimenti dati dalle sollecitazioni a cui è sottoposto il materiale, e i criteri formulati utili a verificare se il composito sottoposto a un determinato sforzo lungo una determinata direzione subirà un cedimento. Dobbiamo però notare che tali criteri non sempre hanno riscontro preciso con i dati sperimentali ottenuti, ciò porta che di fatto che con ulteriori studi si potrebbe rendere più frequente il loro utilizzo. I materiali compositi sono materiali ancora in fase di sviluppo il cui studio sempre più approfondito porterà vantaggio in tutti i campi che potrebbe anche rivoluzionare il modo di progettare che abbiamo utilizzato fino ad ora.

7. BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

- B. Zucarello, Progettazione meccanica con materiali compositi non convenzionali, 2008.
- P.K. Mallick, Fiber – Reinforced Composites: Materials, Manufacturing, and Design, CRC Press, 2007.
- Roberts M. Jones, Mechanics of composite materials, Taylor e Francis, 1999.
- Paolo Casini, Marcello Vasta, Scienze delle costruzioni, CittaStudi, 2011.
- <http://www.carbonovus.com/materiali-compositi/vantaggi-e-caratteristiche/>
- <http://www.glassway.vda.it/vetro/index.cfm?glass=1,113,0,0>
- <https://www.infobuild.it/approfondimenti/case-legno-xlam-cosa-sono-vantaggi-costi/#>
- <https://www.secotools.com/article/111877?language=it>
- <https://www.ingenio-web.it/5406-i-materiali-compositi-per-il-rinforzo-statico-e-ladeguamento-sismico-delle-strutture-in-ca>

Ringrazio la mia famiglia, i miei amici e tutte le persone che mi sono state vicine e che mi hanno supportato in questo percorso. Ringrazio inoltre il relatore Serpilli Michele per l'aiuto e la disponibilità che ha mostrato durante la realizzazione della tesi.