

Università Politecnica delle Marche

Facoltà di Ingegneria

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione



Tesi di Laurea

**Sviluppo di una tecnica semianalitica per la valutazione
dell'impedenza di ingresso di antenne filiformi**

**Development of a semi-analytical technique for the
evaluation of the input impedance of filiform antennas**

Relatore

Prof.sa Russo Paola

Correlatore

Ing. De Leo Alfredo

Candidato

Pelivani Arment

Anno accademico 2021-2022

Indice

1	Introduzione	3
1.1	Obbiettivi di tirocinio	3
1.2	Metodi di verifica dei risultati	3
1.3	Caratteristiche strutturali dell'antenna proposta	4
2	Calcolo dell'impedenza di ingresso di un Monopolo mediante metodo semi analitico	7
2.1	Modellazione per il calcolo dell'impedenza di ingresso del sistema Monopolo - cavo coassiale	7
2.2	Calcolo della tensione sull'impedenza di carico	8
2.3	Calcolo della corrente sull'impedenza di carico	10
2.4	Conclusioni	10
3	Calcolo dell'impedenza di ingresso di un monopolo mediante il metodo della FEM indotta	11
3.1	Introduzione al metodo della FEM indotta	11
3.2	Il Problema della singolarit�	12
3.3	Determinazione del campo elettrico sulla superficie del monopolo	12
3.4	Conclusioni	13
4	Appendice A	15
4.1	Formule di quadratura	15
4.2	Formula di cubatura	16
4.3	Implementazione Matlab del metodo semi analitico e della Fem indotta	16
	Riferimenti bibliografici	19

Introduzione

1.1 Obiettivi di tirocinio

Nella presente tesi verranno riportati i risultati e le considerazioni riguardanti alla effettiva applicabilità del metodo della FEM indotta a una antenna Monopolo. Il metodo della FEM indotta è un metodo sviluppato intorno al 1922 da Brillouin e perfezionato negli anni successivi; questo metodo è nato con lo scopo di poter determinare l'impedenza di ingresso di un Dipolo, ma quello che ci prefiggiamo di fare è di capire se tale metodo è estendibile a altri tipi di antenne filiformi come ad esempio i Monopoli. Il motivo per cui iniziamo a vedere se il metodo della FEM indotta è estensibile per i Monopoli, è che vogliamo individuare un possibile metodo candidato per poter determinare l'impedenza di ingresso di una antenna ad elica; se infatti tale metodo non dovesse risultare applicabile ai Monopoli sicuramente non lo sarà per le antenne a larga banda. Le antenne ad elica essendo a larga banda risultano avere prestazioni migliori dei Monopoli ed è per questo che vengono usate nelle camere riverberanti (RC) per effettuare test di compatibilità elettromagnetica. Infatti di queste strutture conosciamo il modello matematico di come si comportano i campi, ma non abbiamo un metodo analitico generale per poter determinare l'impedenza di ingresso delle antenne al loro interno, per tanto, sarà nostro scopo capire se il metodo della FEM indotta può rappresentare un possibile metodo valido

1.2 Metodi di verifica dei risultati

Per verificare la correttezza dei risultati che descriveremo approfonditamente nei capitoli successivi, valuteremo l'impedenza di ingresso con tre metodi differenti; il primo di questi si basa sul progettare la nostra antenna sul software *CST Studio*, in modo da poter effettuare delle vere e proprie simulazioni sul comportamento dei campi, sui coefficienti di riflessione e sull'impedenza di ingresso.

Il secondo metodo di verifica si basa sul modellare il sistema Monopolo - cavo coassiale come una linea di trasmissione e usare le relazioni teoriche riguardanti quest'ultima per determinare l'impedenza di ingresso. Per ultimo useremo il metodo

della FEM indotta; se tutti i metodi porteranno un risultato molto simile potremmo concludere che effettivamente i tre metodi sono validi e corretti e quindi potremmo dire che il metodo della FEM indotta é estendibile al Monopolo.

1.3 Caratteristiche strutturali dell'antenna proposta

In questo capitolo riporteremo le caratteristiche strutturali e fisiche dell'antenna in analisi. L'antenna proposta é un Monopolo costituita da un cavo coassiale di 20 mm, un piano di massa e un conduttore di lunghezza 25 mm e di raggio 0.62 mm.

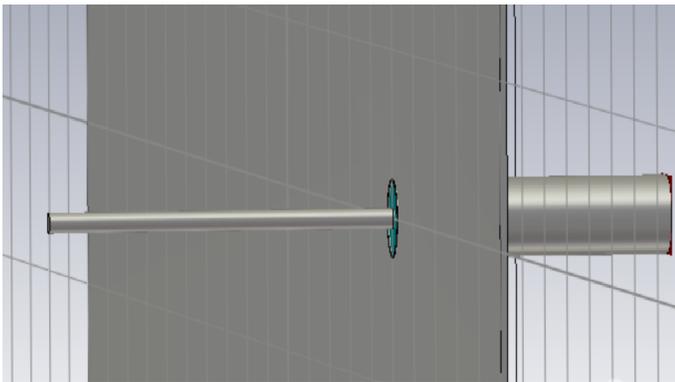


Figura 1.1. Progettato del Monopolo sul CST Studio

La frequenza di lavoro é di 3 GHz mentre l'impedenza caratteristica Z_0 é di 53Ω . Il *CST Studio* ci fornisce anche le caratteristiche del coefficiente di riflessione e dell'impedenza di ingresso del Monopolo

Si osserva dal coefficiente di riflessione che l'antenna a 3 GHz si comporta bene in quanto si ha un valore del parametro S_{11} di circa -15dB, per tanto buona parte dell'onda viene trasmessa all' antenna.

Il valore dell'impedenza di ingresso ottenuto dal CST , ci fungerá da guida in quanto i valori che dovremmo ottenere dai due metodi successivi dovranno essere vicini a quelli della figura 1.3 per considerarli validi.

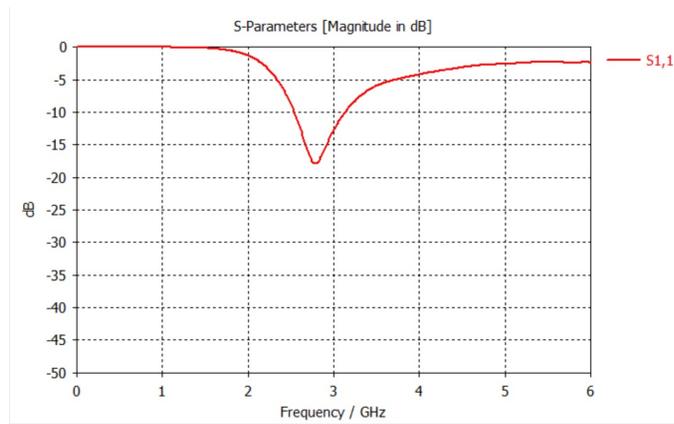


Figura 1.2. Coefficiente di riflessione del Monopolo proposto

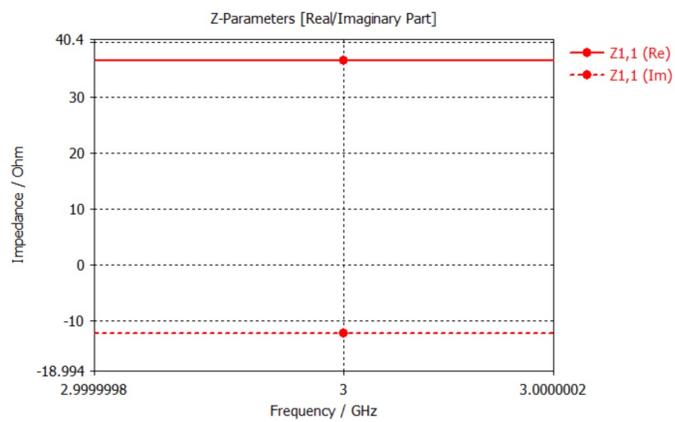


Figura 1.3. Impedenza di ingresso del Monopolo proposto

Calcolo dell'impedenza di ingresso di un Monopolo mediante metodo semi analitico

In questo capitolo verrà illustrata il secondo metodo per il calcolo dell'impedenza di ingresso della nostra antenna proposta. Si inizierà con la modellazione del sistema monopolo - cavo coassiale, fino ad ottenere il valore effettivo della nostra impedenza di ingresso

2.1 Modellazione per il calcolo dell'impedenza di ingresso del sistema Monopolo - cavo coassiale

Il sistema monopolo - cavo coassiale lo si può modellare come una linea di trasmissione dove l'antenna funge da impedenza di carico ; in particolare può essere rappresentata come la somma di due resistenze R_L, R_r e una reattanza X_A

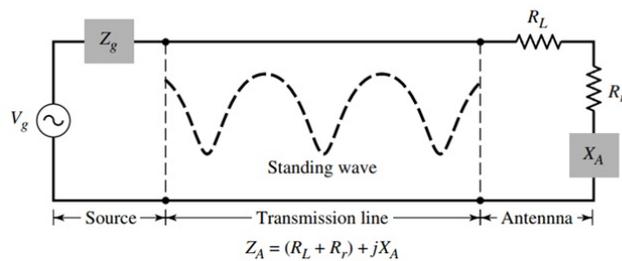


Figura 2.1. Rappresentazione del sistema Monopolo - cavo coassiale come linea di trasmissione

Dove R_L e R_r rappresentano rispettivamente la resistenza di carico che tiene conto dell'energia dispersa sotto forma di calore e la resistenza di radiazione che tiene conto della potenza irradiata; mentre X_A rappresenta la potenza reattiva. Per comodità di notazione indicheremo l'antenna come una semplice impedenza di carico Z_L .

Il motivo per cui si introduce la linea di trasmissione che considereremo ideale e senza perdite, è che esiste la seguente relazione che permette di determinare la sua impedenza di ingresso

$$Z_{ing} = Z_0 \frac{Z_L \cos(\beta L) + j Z_0 \sin(\beta L)}{Z_0 \cos(\beta L) + j Z_L \sin(\beta L)} \quad (2.1)$$

Di 2.1 Non conosciamo ne Z_L ne Z_{ing} , ma sappiamo che l'impedenza di carico può essere determinata nel seguente modo

$$Z_L = \frac{V_L}{I_L} \quad (2.2)$$

con V_L tensione sul carico e I_L corrente sul carico. Per tanto quello che dovremmo fare è individuare i valori di tensione e corrente sul carico.

2.2 Calcolo della tensione sull'impedenza di carico

Si vuole determinare il valore della tensione presente nella giunzione tra il cavo coassiale e l'impedenza di ingresso e per farlo si sfruttano i valori di campo elettrico forniti dal *CST*, infatti ricordiamo che la tensione è esprimibile come l'integrale del campo elettrico lungo un certo percorso.

$$V = \int_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.3)$$

Sfruttando la simmetria del cavo coassiale e valutando il campo elettrico lungo la direzione delle X, secondo il sistema di riferimento specificato nella figura 2.2, all'interno di esso,

si ottengono i valori punto per punto di E_x in modulo e fase riportati nella figura 2.3.

Si osserva come il campo elettrico sia nullo quando attraversa il conduttore e che inoltre la funzione è in campo complesso ed è anche simmetrica (figura 2.3). Sfruttando appunto quest'ultima proprietà; il fatto che E_x nel dielettrico ha un andamento approssimabile ad una retta passante per due punti e osservando che la fase di E_x è costante a tratti, andremo a considerare i punti di E_x solamente da $X_1 = 50.6$ fino al punto $X_2 = 52.3$; sfruttando la rappresentazione esponenziale dei numeri complessi possiamo riscrivere la 2.3 come

$$V = e^{j\angle E_x} \int_{X_1}^{X_2} (mx + q) dx \quad (2.4)$$

con $m = \frac{|E_x(X_1)| - |E_x(X_2)|}{X_1 - X_2}$ e $q = \frac{|E_x(X_2)|X_1 - |E_x(X_1)|X_2}{X_1 - X_2}$ con X_1 diverso da X_2 .

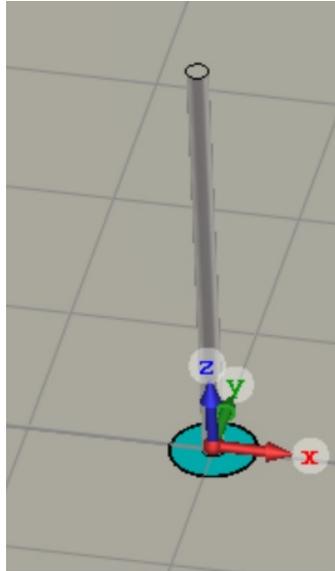


Figura 2.2. Monopolo con sistema di riferimento cartesiano

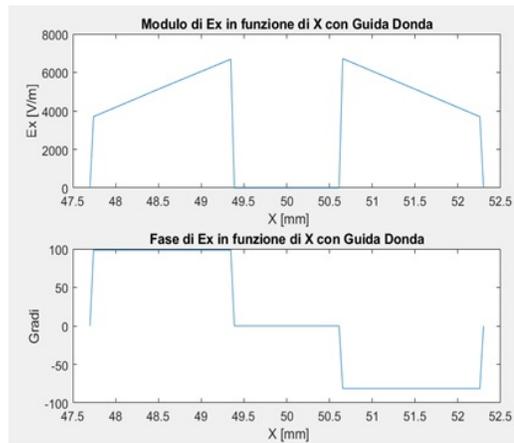


Figura 2.3. Rappresentazione in modulo e fase di Ex

2.3 Calcolo della corrente sull'impedenza di carico

Dal *CST* è possibile ottenere i valori di campo magnetico \mathbf{H} e di corrente superficiale \mathbf{J}_s sull'antenna.

Quello che faremo è di valutare queste due grandezze sulla superficie del conduttore che sarebbe l'antenna e questo si fa perché sulla superficie di un conduttore, sia la corrente superficiale \mathbf{J}_s che il campo magnetico \mathbf{H} hanno la stessa ampiezza, per tanto, essendo la superficie regolare è possibile calcolare la distribuzione di corrente sul Monopolo, in maniera puntuale; al variare dell'asse z verticale; nel seguente modo:

$$\mathbf{I}(z) = \oint_C \mathbf{J}_s(z) \cdot d\mathbf{l} = e^{j\angle \mathbf{J}_s(z)} |\mathbf{J}_s(z)| 2\pi r \quad (2.5)$$

dove r rappresenta il raggio della nostra antenna.

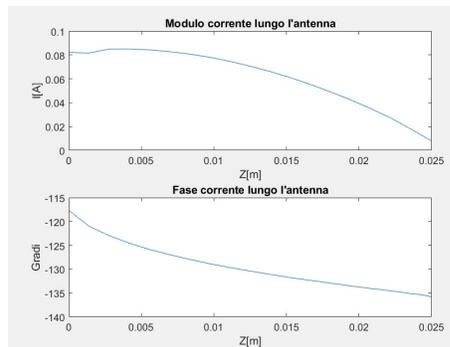


Figura 2.4. Valore della corrente in modulo e fase al variare di Z

Per valutare la corrente sul carico, basta vedere quanto vale $I(z)$ per $z = 0$.

2.4 Conclusioni

Avendo determinato sia il valore di tensione che di corrente sul carico possiamo determinare il valore di Z_L e per tanto anche dell'impedenza di ingresso Z_{ing} . Procedendo in modo numerico si arriva ad ottenere il seguente valore di impedenza di ingresso della linea di trasmissione

$$Z_{ing} = 27.5893 - j29.3238\Omega \quad (2.6)$$

I valori ottenuti non sono uguali a quelli che ci sono stati forniti dal *CST*, e questo perché nel implementare i metodi numerici si commettono degli errori di approssimazione, dovuti al metodo utilizzato e al passo di discretizzazione scelto; ma i valori sono comunque molto vicini a quelli forniti dal simulatore, per tanto possiamo concludere che il procedimento eseguito è corretto.

Calcolo dell'impedenza di ingresso di un monopolo mediante il metodo della FEM indotta

In questo capitolo riporteremo le varie procedure necessarie per poter calcolare l'impedenza di ingresso di un Monopolo mediante il metodo della FEM indotta

3.1 Introduzione al metodo della FEM indotta

Il metodo della FEM indotta permette di determinare l'impedenza di ingresso Z_{ing} di un Dipolo sfruttando il teorema di Poynting e piú in particolare, questo metodo afferma che la Z_{ing} può essere ottenuta dalla seguente relazione

$$Z_{ing} = -\frac{1}{|I(0)|} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \mathbf{E}(a, z') \mathbf{I}^*(z') dz' \quad (3.1)$$

con $|I(0)|$ che rappresenta il modulo della corrente nel punto di alimentazione dell'antenna; $\mathbf{E}(a, z')$ il valore del campo elettrico sulla superficie dell'antenna; la $\mathbf{I}^*(z')$ é il complesso coniugato della corrente che scorre sull'antenna e gli estremi di integrazione rappresentano la lunghezza del Dipolo. Quello che vogliamo fare é estendere tale metodo ad un Monopolo, per tanto la 3.1 sará

$$Z_{ing} = -\frac{1}{|I(0)|} \int_0^l \mathbf{E}(a, z') \mathbf{I}^*(z') dz' \quad (3.2)$$

dove l rappresenta la lunghezza del Monopolo. Conosciamo il comportamento della corrente sul Monopolo in quanto analizzato nel paragrafo 2.3; quello che vogliamo determinare é il campo elettrico sulla superficie del conduttore. Introduciamo quella che é l'espressione generale del campo elettrico

$$\mathbf{E} = \frac{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})}{j\omega\mu\epsilon} - j\omega\mathbf{A} \quad (3.3)$$

\mathbf{A} é il potenziale vettore magnetico che può essere espresso come segue

$$\mathbf{A} = \mu \int_{V'} G(z, z') \mathbf{J}(z') dV' = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(z') e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dV' \quad (3.4)$$

dove r rappresenta un qualunque punto di campo e r' un qualunque punto di sorgente, mentre $G(z, z')$ rappresenta la funzione di Green nel campo aperto e $\mathbf{J}(\mathbf{z})$ é la corrente superficiale che scorre sull'antenna e V' é il volume del Monopolo.

3.2 Il Problema della singolarit 

Si osserva come sulla superficie del conduttore, oltre ad essere presente il campo elettrico, vi scorre anche la corrente superficiale, con la conseguenza che la differenza tra r e r' é nulla e per tanto si genera una singolarit . Questo problema viene risolto ipotizzando che la corrente sia concentrata sull'asse passante per il centro del conduttore e il campo elettrico sulla superficie del Monopolo. Data questa ipotesi, la differenza tra r e r' pu  essere espressa come

$$|r - r'| = \sqrt{(z - z')^2 + a^2} \quad (3.5)$$

con z' che é l'asse della sorgente mentre z é l'asse del campo che sta sulla superficie del volume e a il raggio del conduttore. Sostituendo 3.5 in 3.4 Si ottiene

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(z') e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz' dS = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^l \frac{\mathbf{I}(z') e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz' \quad (3.6)$$

3.3 Determinazione del campo elettrico sulla superficie del monopolo

In questo paragrafo cercheremo di capire come riscrivere $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})$ della 3.3 in un modo alternativo. Dalla 3.6 osserviamo come il potenziale vettore magnetico \mathbf{A} vari solamente lungo l'asse z , per tanto possiamo riscrivere 3.3 come

$$\mathbf{E} = \frac{d(\nabla \mathbf{A}|_z) \hat{z}}{j\omega\mu\epsilon} - j\omega \mathbf{A} \hat{z} = \frac{d}{dz} \left(\frac{d\mathbf{A}_z}{dz} \right) \hat{z} - j\omega \mathbf{A}_z \hat{z} = \frac{d^2}{dz^2} (\mathbf{A}_z) \hat{z} - j\omega \mathbf{A}_z \hat{z} \quad (3.7)$$

La derivata seconda di \mathbf{A}_z la possiamo scrivere in questo modo

$$\frac{d^2}{dz^2} (A_z) = \frac{d^2}{dz^2} \int_0^l \frac{\mu}{4\pi} \frac{\mathbf{I}(z') e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz' = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^l \mathbf{I}(z') \frac{d^2}{dz^2} \frac{e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz' \quad (3.8)$$

Per tanto, sostituendo la 3.8 nella 3.7 si ottiene la seguente espressione del campo elettrico

$$\mathbf{E}(z) = \frac{\frac{\mu}{4\pi} \int_0^l \mathbf{I}(z') \frac{d^2}{dz^2} \frac{e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz'}{j\omega\mu\epsilon} - j\omega \frac{\mu}{4\pi} \int_0^l \frac{\mathbf{I}(z') e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz' \quad (3.9)$$

quindi sostituendo la 3.9 nella 3.2 otteniamo l'espressione dell'impedenza di ingresso

$$Z_{ing} = -\frac{1}{|I(0)|} \int_0^l \left[\frac{\frac{\mu}{4\pi} \int_0^l \mathbf{I}(z') \frac{d^2}{dz^2} \frac{e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz'}{j\omega\mu\epsilon} - j\omega \frac{\mu}{4\pi} \int_0^l \frac{\mathbf{I}(z') e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz' \right] I^*(z') dz' \quad (3.10)$$

3.4 Conclusioni

Procedendo in modo numerico per il calcolo dei vari termini integrali e differenziali, si ottiene che con il metodo della FEM indotta l'impedenza di ingresso vale

$$Z_{ing} = 27.301 - j740.52 \quad (3.11)$$

Si osserva come la parte reale sia molto simile a (2.6); la parte immaginari invece é fortemente differente dall'impedenza ottenuta con il metodo semi analitico e questo é giustificato dal fatto che il cavo coassiale é troncato nella giunzione con il Monopolo, comportando che parte dell'onda esca dal dielettrico, ma dato che il metodo della FEM indotta non tiene conto del campo reattivo che si forma nell'apertura del cavo coassiale, possiamo concludere che il metodo della FEM indotta é estensibile a una antenna di tipo Monopolo, ma che per ottenere risultati migliori sarebbe necessario che il metodo mi tenga conto anche del calcolo del vettore di Poynting associato al campo elettromagnetico uscente dalla superficie dell'apertura del cavo coassiale.

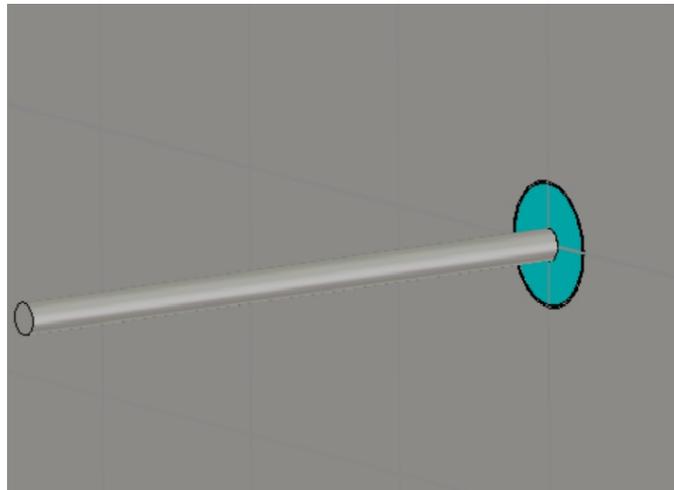


Figura 3.1. Giunzione tra il cavo coassiale e il Monopolo

Appendice A

Nella seguente appendice riporteremo dei metodi per il calcolo dei integrali, sia singoli che doppi e infine riporteremo i codici utilizzati per ottenere i valori delle impedenze di ingresso 2.6 e la 3.11

4.1 Formule di quadratura

Se bisogna calcolare integrali del tipo $\int_a^b f(x)dx$ quando di $f(x)$ non si conosce una primitiva oppure si conoscono i valori che assume in un insieme discreto di punti, allora si approssima l'integrale con le somme di Riemann inferiori e superiori, fino a raggiungere l'accuratezza desiderata.

Piú in generale l'integrale viene approssimato con varie tecniche e metodologie del tipo

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=0}^n w_i f(x_i) \quad (4.1)$$

accompagnate da una stima dell'errore.

le formule che si ottengono da queste metodologie prendono il nome di *formule di quadratura*.

Il tipo di approssimazione per gli integrali monodimensionali che abbiamo utilizzato in questo contesto, è la piú semplice e prende il nome di *formula del rettangolo* e consiste nell'approssimare l'area sottesa dalla $f(x)$ con l'area di rettangolo di base $b - a$ dove b e a rappresentano l'intervallo di integrazione e di altezza $f(c)$ con c il punto medio dell'intervallo. Per ottenere risultati piú precisi, quello che si fa di solito é dividere l'intervallo di integrazione in n sotto intervalli di ampiezza uniforme $h = \frac{b-a}{n}$ e si ha che la formula dei rettangoli la si può essere scritta come

$$I = h \sum_{k=1}^n f(x_k) \quad (4.2)$$

con I che rappresenta l'approssimazione dell'integrale e x_k che rappresenta il punto medio del k -esimo sotto intervallo. Si può dimostrare che l'errore per questo metodo di approssimazione di integrali assume un espressione del tipo

$$\varepsilon_r = \frac{(b-a)^3}{24} f''(\zeta) \quad (4.3)$$

dove ζ rappresenta un punto opportuno nell'intervallo $[a, b]$

4.2 Formula di cubatura

L'approssimazione di integrali multipli, della forma cioè

$$I(\rho f) = \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} \cdots \int_{a_r}^{b_r} \rho(x_1, \dots, x_r) f((x_1, \dots, x_r)) dx_1 \dots dx_r \quad (4.4)$$

con $\rho(x_1, \dots, x_r) \geq 0$ per $x_i \in [a_i, b_i]$, $i = 1, \dots, r$ presenta difficoltà e costi computazionali assai più elevati rispetto al caso monodimensionale. Ci si limita quindi, per semplicità, ad accennare il problema nel caso bidimensionale con peso unitario e dominio di integrazione rettangolare. Sia $f(x, y)$ integrabile in $[a, b] \times [c, d]$ con $x \in [a, b]$ e $y \in [c, d]$.

Sia J_k un formula di quadratura monodimensionale con $k+1$ nodi e $x_i \in [a, b]$ e pesi a_i , $i = 0, 1, \dots, k$ e sia J_n una con $n+1$ nodi $y_j \in [c, d]$ e pesi b_j , $j = 0, 1, \dots, n$. Dal teorema di riduzione degli integrali doppi possiamo approssimare l'integrale doppio nel seguente modo

$$I(f) = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy = \int_a^b \left[\int_c^d f(x, y) dy \right] dx \cong \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^n a_i b_j f(x_i, y_j) = J_k J_n(f) \quad (4.5)$$

$J_k J_n(f)$ prende il nome di formula di cubatura, con l'errore è dato da

$$E_{k,n}(f) = I(f) - J_k J_n(f). \quad (4.6)$$

4.3 Implementazione Matlab del metodo semi analitico e della Fem indotta

In questo paragrafo riporteremo quelli che sono stati i codici utilizzati per effettuare la 2.6 e la 3.11.

```

%% Script per calcolare l'impedenza di ingresso del Monopolo mediante il metodo semi analitico
clc;
clear all;
close all;

%% Importo i dati del modulo del campo elettrico con guida d'onda
filenameE='EField_Mag(X)_GO.txt';
delimiterInE=' '; % indico come sono separate le righe nella tabella
headerlinesInE = 2; % indico da quale riga inizio a leggere

AE = importdata(filenameE,delimiterInE,headerlinesInE);
TE=AE.data; % costruisco la matrice dei dati
[m1E,n1E]=size(TE); % mi calcolo la dimensione della matrice

%% Importo i dati della fase del campo elettrico con guida d'onda
filenameE='EField_Phase(X)_GO.txt';
delimiterInE=' '; % indico come sono separate le righe nella tabella
headerlinesInE = 2; % indico da quale riga inizio a leggere

```

```

APE = importdata(filenameE,delimiterInE,headerlinesInE);
TPE=APE.data; % costruisco la matrice dei dati
[m1E,n1E]=size(TPE);% mi calcolo la dimensione della matrice

%% Importo i dati del modulo della corrente superficiale con la guida d'onda
filenameCE='SC_MagZ(Z)_GO.txt';
delimiterInCE = ' '; % indico come sono separate le righe nella tabella
headerlinesInCE = 2; % indico da quale riga inizio a leggere

ACE = importdata(filenameCE,delimiterInCE,headerlinesInCE);
TCE=ACE.data; % costruisco la matrice dei dati
[mCE,nCE]=size(TCE);% mi calcolo la dimensione della matrice

%% Importo i dati della fase della corrente superficiale con la guida d'onda
filenameCE='SC_PhazZ(Z)_GO.txt';
delimiterInCE = ' '; % indico come sono separate le righe nella tabella
headerlinesInCE = 2; % indico da quale riga inizio a leggere

ACEP = importdata(filenameCE,delimiterInCE,headerlinesInCE);
TCEP=ACEP.data; % costruisco la matrice dei dati
[mCEP,nCEP]=size(TCEP);% mi calcolo la dimensione della matrice

%% calcolo della tensione
TE(:,1)=TE(:,1)/1000;%conversione della posizione in metri

%prendo gli estremi del segmento
x1E=TE(71,1);
y1E=TE(71,2);
x2E=TE(109,1);
y2E=TE(109,2);

%parametri equazione retta
mE=(y2E-y1E)/(x2E-x1E);
qE=y1E-mE*x1E;

VGO=mE*(x2E^2-x1E^2)/2+qE*(x2E-x1E);% soluzione dell'integrale di mEx+qE con estremi x2E,x1E
%VG02 = trapz(TE(71:109,1), TE(71:109,2));% calcolo dell' integrale con
%metodo numerico del trapezio

Ephasemean = deg2rad(mean(TPE(71:109,2))); %fase media in radianti
VGO = VGO * exp(1i * Ephasemean) %multiplico e^j phi media portato fuori dall'integrale
%VG02 = VG02 * exp(1i * Ephase)

%procedimento 2: integrale metodo trapezi
%Ecomp = TE(:,2).*exp(1i.*deg2rad(TPE(:,2)));
%VGDE = trapz(TE(71:109,1), Ecomp(71:109))

%fprintf("Il valore della tensione di ingresso è di %f%+fj V\n",real(VGO),imag(VGO));
%% calcolo della corrente con la guida d'onda
TCE(:,1)=TCE(:,1)/1000;% Conversione della posizione in metri

Iphase = deg2rad(TCEP(602,2));
IG0=TCE(602,2)*exp(1i*Iphase)*2*pi*0.62/1000% valuto la corrente per Z=0

ZG0=VGO/IG0 % impedenza di carico sull'antenna

beta = 2*pi*3e9*sqrt(2.1)/physconst("LightSpeed")
zmin = -20/1000;
betaz = beta*zmin;
Zc = 53; % impedenza caratteristica del CST
Zi = Zc*((ZG0*cos(betaz)+1i*Zc*sin(betaz))/(Zc*cos(betaz)+1i*ZG0*sin(betaz))) % impedenza di ingresso guida d'onda

```

```

%% Script per l'implementazione del metodo della FEM indotta

clc;
clear all;
close all;

%% Importo i dati del modulo della corrente superficiale con la guida d'onda
filenameCE='SC_MagZ(Z)_GO.txt';
delimiterInCE = ' '; % indico come sono separate le righe nella tabella
headerlinesInCE = 2; % indico da quale riga inizio a leggere

ACE = importdata(filenameCE,delimiterInCE,headerlinesInCE);
TCE=ACE.data; % costruisco la matrice dei dati del modulo di J [z,|J|]
[mCE,nCE]=size(TCE);% mi calcolo la dimensione della matrice

```

```

%% Importo i dati della fase della corrente superficiale con la guida d'onda
filenameCE='SC_PhazZ(Z)_G0.txt';
delimiterInCE = ' '; % indico come sono separate le righe nella tabella
headerlinesInCE = 2; % indico da quale riga inizio a leggere

ACEP = importdata(filenameCE,delimiterInCE,headerlinesInCE);
TCEP=ACEP.data; % costruisco la matrice dei dati della fase[z,fase(J)]
[mCEP,nCEP]=size(TCEP);% mi calcolo la dimensione della matrice

%% Dati
z=TCEP(602:1101,1)/1000;% Converto z da mm a m
omega=2*pi*3e+9 % frequenza a 3GHz
mu = pi*4e-7
epsilon0 = 8.8544e-12;
epsilon = 2.1*epsilon0
k=omega*sqrt(mu*epsilon0)% beta
a = 6.2e-4% raggio antenna in m
l = 25e-3% lunghezza antenna in m
dz=z(2)-z(1) % passo di discretizzazione

%% Calcolo effettivo della corrente complessa del Monopolo

Iphase = deg2rad(TCEP(602:1101,2)); % converto la fase da gradi in radianti
IG0=TCE(602:1101,2).*exp(1i.*Iphase)*2*pi*a; % calcolo la corennte complessa usando la forma esponenziale
plot(z,angle(IG0))

%% Plot della corrente
subplot(2,1,1);

plot(z,abs(IG0))
title("Modulo corrente lungo l'antenna");
xlabel("Z[m]");
ylabel("I[A]");
subplot(2,1,2);
plot(z,angle(IG0)*(180/pi))
title("Fase corrente lungo l'antenna");
xlabel("Z[m]");
ylabel("Gradi");

%% Calcolo impedenza

% Calcolo A(z) al variare di z
Az = zeros(length(z),1);
for i=1:length(z)
    zi = z(i); %valore attuale di z

    %integrale rispetto a z' al variare di z
    Azi = 0;
    for j=1:length(z)
        star = sqrt((z(i)-z(j))^2+a^2);
        fzpp = IG0(j)*exp(-1i*k*star)/star;
        Azi = Azi + fzpp*dz;
    end
    Az(i) = Azi*mu/(4*pi);
end

Ez = 4*del2(Az,dz)/(1i*omega*mu*epsilon0) - 1i*omega*Az; %4*del2 = derivata seconda numerica

Z1 = -1/abs(IG0(1))^2 * trapz(z,Ez.*conj(IG0)) %integrale col metodo dei trapezi di MATLAB per
%calcolare l'impedenza di ingresso

%integrale con metodo dei rettangoli a mano
Z = 0;
for i=1:length(z)
    f = Ez(i)*conj(IG0(i));
    Z = Z + f*dz;
end
Z = -Z/(abs(IG0(1))^2)

```

Riferimenti bibliografici

1. J. D. Faires, R. Burden. *Numerical Analysis*. Brooks/Cole. 2009.
2. A.M. Perdon. *Analisi Numerica*. Pitagora Editrice. 2005.
3. R. S. Elliot. *Antenna theory and design*. Prentice Hall. 2003.
4. F. Valdoni, M. Mandrioli. *Corso di Radiotecnica*. Pitagora Editrice. 1971.
5. E. C. Jordan, K. G. Balmain. *Electromagnetic waves and radiating Systems*. Prentice Hall Inc. 2015
6. Fawwaz t. Ulaby, Umberto Ravaioli. *Fondamenti di campi elettromagnetici*. Pearson. 2021.
7. Ramo-Whinnery-Van Duzer. *Fields and Waves in Communication Electronics*. Wiley. 2021.