

Università Politecnica delle Marche

Facoltà di Ingegneria

Corso di laurea triennale in Ingegneria Meccanica

Progettazione di un elemento di disaccoppiamento per una sonda accelerometrica portatile

Design of a decoupling element for a portable accelerometer probe

Relatrice: Prof.ssa Milena Martarelli Tesi di laurea di: David Rafael Carvallo Macrini

Indice

1	CAP	ITOLO 1	5
	1.1	Introduzione	5
2	CAP	ITOLO 2	6
	2.1.1	MISURA DELLE VIBRAZIONI MEDIANTE ACCELEROMETRI	
	2.1.2	La catena di misura	7
	2.1.3	Scelta della grandezza da misurare	8
	2.1.4	Trasduttori e amplificatori	10
	2.1.5	Accelerometri	10
	2.1.6	Montaggio degli accelerometri e principali metodi di montaggio	11
	2.2 2.2.1	MISURA DI SMORZAMENTO E DI RIGIDEZZA Materiali sotto compressione	
	2.2.2	Prova di compressione	13
	2.2.3	Isteresi	14
	2.2.4	Misurazione dello smorzamento	15
	2.3 2.3.1	VISCOELASTICITÀ	
	2.3.2	Modello di Kelvin-Voigt	20
	2.3.3	Modello di Maxwell generalizzato	20
3	CAP	ITOLO 3	23
	3.1 ELASTI	SIMULAZIONE DELLA PROVA DI COMPRESSIONE SU UN MATERIALE LINEARE	23
	3.2	ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI	31
	3.3 ELASTI	SIMULAZIONE DELLA PROVA DI COMPRESSIONE SU UN MATERIALE LINEARE	33
		CALCOLO DELL'ENERGIA DISSIPATA DURANTE LA PROVA DI COMPRESSIONE	
	SPERIN	IENTALE	41
	3.5	SIMULAZIONE DELLA PROVA DI COMPRESSIONE CON MATERIALE VISCOELASTICO	. 42
4	CON	ICLUSIONE	52
5	RIRI	IOCDAFIA	53

1 Capitolo 1

1.1 Introduzione

Questo progetto di tesi ha come obiettivo la progettazione di una simulazione di prova di compressione mediante il codice agli elementi finiti ANSYS. Il modello creato permetterà di studiare e caratterizzare un elemento di disaccoppiamento per una sonda accelerometrica portatile e di ottimizzare le prestazioni limitando il numero di prove sperimentali necessarie al raggiungimento di tale obiettivo.

Nel secondo capitolo viene fornita la teoria di base che ha permesso di realizzare questo studio, mentre nel terzo capitolo viene spiegato in maniera dettagliata il processo di progettazione del modello.

Lo studio è stato realizzato utilizzando come approccio un aumento graduale della complessità del modello creato, partendo dalla modellazione della prova di compressione di un materiale con un comportamento semplice e prevedibile come lo è l'alluminio, utilizzando la lega di alluminio presente nella libreria dei materiali di ANSYS, successivamente si procede a simulare la compressione di un materiale con un comportamento lineare elastico ma con una rigidezza minore, permettendo di aumentare l'entità della deformazione imposta e, infine, viene modellato un materiale viscoelastico per verificare la validità del modello per materiali con un comportamento più complesso.

2 Capitolo 2

2.1 Misura delle vibrazioni mediante accelerometri

2.1.1 Le vibrazioni

Per vibrazione si intende il moto oscillatorio che un corpo descrive intorno ad una posizione di riferimento, i cui parametri (ampiezza, valore medio, ecc.) sono in generale variabili nel tempo. Nel caso di un moto deterministico, è possibile prevedere la natura di una vibrazione a partire da precedenti ricorrenze, mentre nel caso di vibrazioni random, o moto stocastico, questa è caratterizzata dall'avere solamente alcune proprietà che seguono leggi statistiche.

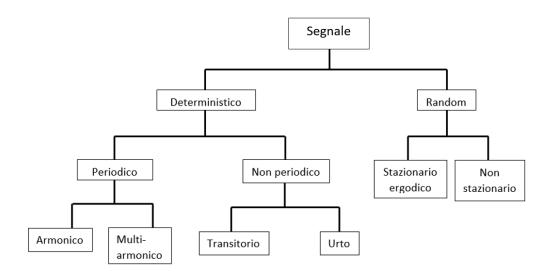


Figura 1. Classificazione dei moti.

Tra i moti oscillatori deterministici periodici rientrano, ad esempio, le vibrazioni generate dalle macchine con alberi rotanti all'interno, che sono caratterizzate da componenti armoniche con pulsazioni multiple della velocità di rotazione degli stessi. Tra i moti random con caratteristiche statiche rientrano: il moto ondoso, il vento, la variazione altimetrica dovuta alle irregolarità dell'asfalto nei profili stradali, ecc. Tra i fenomeni non-periodici rientrano gli urti nelle varie forme o le vibrazioni che si manifestano nei transitori

di avvio o di arresto delle macchine. Le vibrazioni casuali sono solitamente sovrapposte alle vibrazioni deterministiche e vengono considerate come disturbi (rumore).

I segnali di vibrazione, sia deterministici che random, sono solitamente composti da molteplici componenti armoniche aventi differente frequenza e fase; la rappresentazione di una vibrazione nel dominio del tempo consente di stimare solo alcuni parametri di sintesi (RMS, picco, picco-picco, ecc.) mentre per poter stimare il contributo fornito dalle singole armoniche diventa indispensabile l'analisi in frequenza.

Le misure di vibrazioni possono essere effettuate attraverso diverse modalità a seconda dello scopo della misurazione:

- a) misura del livello di vibrazione: può essere utile ad esempio per valutare le sollecitazioni meccaniche indotte.
- b) **misura dell'eccitazione**: vengono misurate forze o momenti che possono rappresentare delle forzanti, cioè, azioni che applicate ad un sistema in grado di vibrare generano le vibrazioni;
- c) misura della risposta di un sistema ad un'eccitazione nota: questo tipo di misura viene effettuata per identificare sperimentalmente la funzione di risposta in frequenza di un corpo o di un sistema di corpi e di stimare le frequenze proprie e i modi propri di vibrare (Experimental Modal Analysis).

2.1.2 La catena di misura

Le misure di vibrazioni possono essere effettuate in alcuni casi con strumenti abbastanza semplici, come ad esempio i vibrometri a mano, ma, molto frequentemente, richiedono una strumentazione di maggiore complessità, composta almeno di un trasduttore, un amplificatore e un indicatore.

Il trasduttore è uno strumento che permette di misurare lo spostamento, la velocità o l'accelerazione, avente in uscita una tensione (o altra grandezza elettrica) proporzionale al valore istantaneo della grandezza in ingresso. La grandezza elettrica in uscita dal trasduttore deve essere prima amplificata e poi inviata ad uno strumento che indica il valore della grandezza (spostamento, velocità, accelerazione) rilevata dal trasduttore.

Una catena di misura completa è solitamente costituita dai seguenti componenti:

- Trasduttore
- Pre-amplificatore
- Condizionatore di segnale
- Convertitore analogico / digitale
- Analizzatore di segnale
- Altri dispositivi (visualizzatore, stampante, plotter...)

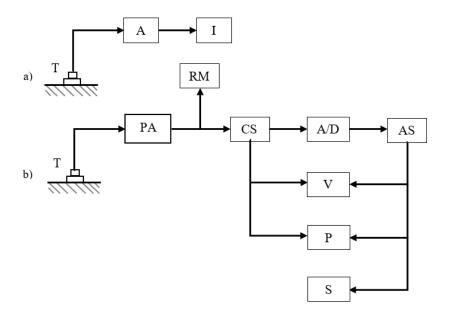


Figura 2. Catene di misura.

- a) Catena di misura con trasduttore (T), amplificatore (A), indicatore (I)
- b) Catena di misura completa con trasduttore (T), preamplificatore (PA), condizionatore di segnale (CS), convertitore analogico-digitale(A/D), analizzatore di segnale (AS), registratore magnetico (RM), visualizzatore (V), plotter (P), stampante (S).

2.1.3 Scelta della grandezza da misurare

La scelta del parametro da misurare (spostamento, velocità o accelerazione) dipende dal range di frequenza del fenomeno. Con riferimento ad una singola armonica, la forma e il periodo della vibrazione rimangono inalterati, qualunque sia il parametro considerato, mentre si verifica una variazione di ampiezza e fase. Quando si eseguono misure mediate nel tempo, viene trascurata la fase, mentre le relazioni tra i tre parametri vengono stabilite unicamente dalla pulsazione $\omega=2\pi f$.

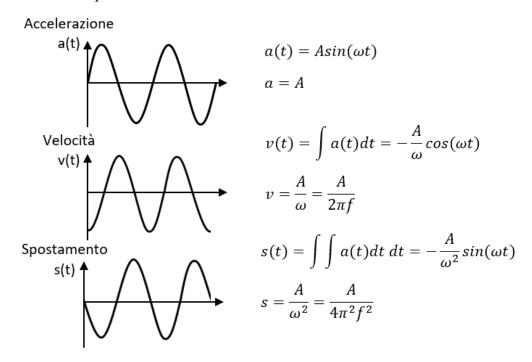


Figura 3. Relazione tra i parametri misurabili.

Nella seguente figura viene evidenziato l'andamento dello spostamento, la velocità e l'accelerazione in funzione della frequenza prendendo come riferimento la velocità ad andamento costante.

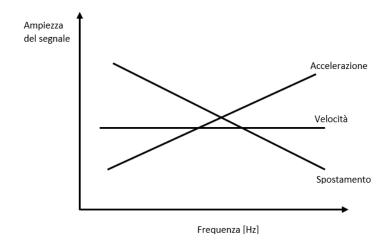


Figura 4. Rappresentazione grafica di spostamento, velocità e accelerazione.

L'ampiezza di vibrazione in termini di spostamento accentua le componenti a bassa frequenza rispetto a quelle ad alta frequenza, per cui, quando si vuole misurare un fenomeno a bassa frequenza (<1 Hz) è conveniente realizzare la misurazione in termini di spostamento. Viceversa, l'accelerazione enfatizza le componenti ad alta frequenza, di conseguenza se si vuole misurare un fenomeno ad alta frequenza (>100 Hz) conviene sempre rilevare accelerazioni. Le tre curve coprono un intervallo di frequenza da 1 a 1000 Hz, che coincide con l'intervallo d'interesse delle vibrazioni meccaniche. [1]

2.1.4 Trasduttori e amplificatori

I trasduttori piezoelettrici sono di gran lunga i più popolari e utilizzati per misurare i parametri d'interesse nei test modali.

Sono disponibili tre tipi di trasduttori piezoelettrici per misure di mobilità: dinamometro, accelerometro e testa di impedenza. Questi dispositivi sfruttano il fatto che un elemento di materiale piezoelettrico genera una carica elettrica sulle facce esterne quando vengono sottoposti ad uno sforzo meccanico. Con un disegno opportuno, tale cristallo può essere incorporato all'interno di un dispositivo che gli induce uno sforzo proporzionale alla quantità fisica da misurare (cioè forza o accelerazione).

2.1.5 Accelerometri

In un accelerometro, la trasduzione avviene in maniera indiretta e si ottiene usando una massa ausiliaria, o sismica, (figura 5). In questa configurazione, la forza esercitata sul cristallo è la forza d'inerzia della massa sismica (cioè $m\ddot{z}$). Dunque, mentre il corpo e la massa sismica si muovono insieme (cioè \ddot{z} e \ddot{x} sono uguali), l'output del trasduttore sarà proporzionale all'accelerazione del suo corpo (\ddot{x}), e a quella della struttura alla quale è fissato. L'analisi di un dispositivo semplice come questo mostra che il rapporto (\ddot{x}/\ddot{z}) è effettivamente unitario per un largo range di frequenza da zero fino al primo picco di risonanza del trasduttore utilizzato. [2]

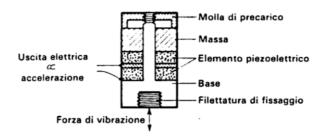


Figura 5. Schema accelerometro [1]

2.1.6 Montaggio degli accelerometri e principali metodi di montaggio

L'accelerometro deve essere montato in modo tale che la direzione desiderata di misura coincida con il suo asse principale di sensibilità. Il requisito principale per un corretto montaggio è costituito da un perfetto accoppiamento meccanico tra la base dell'accelerometro e la superficie sulla quale è attaccato.

Principali metodi di montaggio:

- **Perno filettato**: è il miglior montaggio in assoluto poiché la frequenza di risonanza raggiunta è quasi coincidente a quella misurata durante la calibratura.
- Cera d'api: si applica un sottile strato per incollare la base dell'accelerometro; è utile per montaggi rapidi, abbassa maggiormente la frequenza di risonanza, permette misure in un certo campo di accelerazione e temperatura (a_{max}=100 m/s², T_{max}=40°C)
- **Perno incollato**: si utilizza un dischetto metallico munito di perno da incollare con colla epossidica o cianoacrilica
- Perno isolato e rondella di mica: si ricorre a tale metodo quando l'accelerometro deve essere isolato elettricamente
- Magnete permanente: è un metodo veloce e di facile realizzazione che però limita il campo utile di frequenza a circa 2,5 kHz e il campo dinamico a circa 100-200 m/s² per la limitata forza di attrazione del magnete
- Sonda impugnata manualmente: in alcuni casi può essere difficile riuscire ad avere un montaggio adeguato e/o si può avere un materiale di rivestimento che non permette l'adesione o bullonatura. Questo tipo di montaggio ovviamente riduce

drasticamente il range di frequenza misurabile a meno di 1000 Hz ^[1]. È per questo motivo che diventa assolutamente necessario l'utilizzo di un elemento di disaccoppiamento tra l'accelerometro e la sonda, o impugnatura, che permetta quindi di aumentare il range di frequenza misurabile fino a 8 kHz.

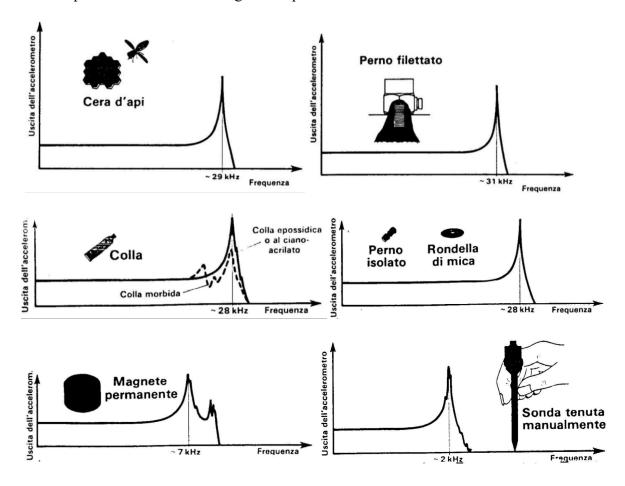


Figura 6. Range di frequenza dei diversi montaggi [1]

2.2 Misura di smorzamento e di rigidezza

2.2.1 Materiali sotto compressione

Alcuni materiali soggetti a una forza di compressione mostrano inizialmente una relazione lineare tra sollecitazione e deformazione. Questa è la manifestazione fisica della Legge di Hooke, che afferma che, in campo elastico, lo sforzo (σ) e la deformazione (ϵ) sono legati da una costante chiamata modulo elastico o modulo di Young (E), cioè:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{2.1}$$

Questo valore rappresenta quanto il materiale si deformerà sotto il carico di compressione applicato prima che si verifichi la deformazione plastica. La capacità di un materiale di tornare alla sua forma originale dopo che si è verificata la deformazione viene definita elasticità.

Una volta raggiunta una certa forza, o soglia, di sollecitazione, si verificherà una deformazione plastica o permanente che viene mostrata sui grafici come il punto in cui si arresta il comportamento lineare. Questa soglia è nota come limite proporzionale e la forza alla quale il materiale inizia a mostrare questo comportamento è chiamata punto di snervamento o resistenza allo snervamento. Un campione mostrerà quindi uno dei due tipi di comportamento; continuerà a deformarsi fino a quando non si romperà, oppure si deformerà fino a diventare piatto. In entrambi i casi sarà evidente una sollecitazione o forza massima, fornendo il suo valore di resistenza alla compressione finale.

2.2.2 Prova di compressione

La prova di compressione è usata per determinare come reaziona il materiale quando viene compresso, schiacciato o appiattito misurando dei parametri fondamentali che determinano il comportamento del provino sotto un carico di compressione.

Questi parametri fondamentali includono il limite elastico, noto anche come punto di snervamento o carico di snervamento, il Modulo di Young (questi parametri, sebbene per lo più associati alle prove di trazione, possono avere analoghi compressivi) e resistenza alla compressione.

Le prove di compressione possono essere eseguite come parte del processo di progettazione, nell'ambiente di produzione o nel laboratorio di controllo qualità e possono essere utilizzati per:

Valutare la resistenza dei componenti, ad es. interruttori di comando automobilistici
e aeronautici, molle di compressione, soffietti, tastiere, sigilli per imballaggi,
contenitori in PET, tubi in PVC / ABS, solenoidi ecc.

- Caratterizzare le proprietà di compressione dei materiali, ad es. schiuma, metallo, PET e altre materie plastiche e gomma
- Valutare le prestazioni dei prodotti, ad es. la forza di resistenza di una siringa o le caratteristiche di carico-spostamento di una pallina da tennis [3]

2.2.3 Isteresi

"Fenomeno, detto anche fenomeno di ereditarietà, per cui il valore istantaneo di una grandezza che è determinata da un'altra dipende non soltanto dal valore di questa allo stesso istante, ma anche dai valori che essa ha avuto in istanti precedenti." [4]

Questo fenomeno può essere analizzato applicando un carico crescente ad un materiale elastico. Fissando la parte superiore e misurando l'allungamento dell'elastico man mano viene aumentato il carico e poi scaricandolo, si può notare che durante lo scarico ciascun valore di carico che ha prodotto una lunghezza specifica durante la fase di carico, ora produce una lunghezza leggermente superiore. Questo si deve al fatto che l'elastico non obbedisce la legge di Hooke perfettamente. Il ciclo di isteresi di un elastico idealizzato è mostrato in figura 7.

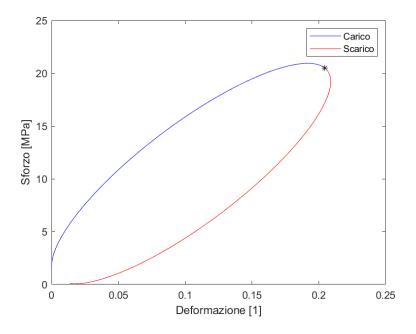


Figura 7. Ciclo di isteresi.

In termini di forza, l'elastico era più difficile da allungare quando è stato caricato rispetto a quando è stato scaricato. In termini di tempo, quando viene scaricato, l'effetto (riduzione della lunghezza) rimane indietro rispetto alla causa (la forza dei pesi) perché la lunghezza richiede più tempo per raggiungere il valore che aveva, a parità di peso, durante la fase di carico del ciclo. In termini di energia, più energia è necessaria durante il carico che durante lo scarico, l'energia in eccesso, rappresentata dall'area all'interno della curva sforzo deformazione, viene dissipata sotto forma di calore.

2.2.4 Misurazione dello smorzamento

Il modello semplificato a un grado di libertà (SDOF) mostrato in figura (Figura 8) può rappresentare molte strutture reali. In questo sistema analitico lo smorzamento è rappresentato da un modello viscoso nel quale l'azione dell'elemento smorzatore (ammortizzatore) è proporzionale alla velocità, dx/dt. Quando si usa un modello viscoso di smorzamento è possibile trovare una soluzione analitica diretta dell'equazione del moto.

La classica soluzione complementare del transitorio in una risposta libera del sistema in figura (figura 8) fornisce la rappresentazione analitica dello smorzamento viscoso con il coefficiente di smorzamento, ζ , mostrata nella seguente equazione (1):

$$\zeta = \frac{c}{c_0} \tag{2.2}$$

dove:

 $c_0 = 2\sqrt{km}$: coefficiente di smorzamento viscoso critico.

Lo smorzamento critico per un sistema è definito come il minor livello di smorzamento viscoso per il quale la massa della figura (figura 8) non oscilli quando viene spostata, o disturbata, dalla sua posizione di equilibrio.

Il coefficiente di smorzamento viene spesso rappresentato come percentuale dello smorzamento critico, %Cr. Un sistema è detto sottosmorzato se $\zeta < 1$, criticamente smorzato se $\zeta = 1$, e sovrasmorzato se $\zeta > 1$. Il moto vibratorio esiste solo per un sistema sottosmorzato. In ogni caso, la risposta del sistema disturbato decadrà a zero col tempo, a eccezione del caso $\zeta = 0$.

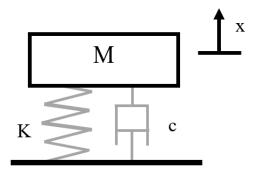


Figura 8. Sistema massa molla smorzatore ad un grado di libertà

La stima dello smorzamento può essere fatta attraverso diversi approcci:

a) Decremento logaritmico: A partire dalla risposta transitoria. Un sistema SDOF sottosmorzato sottoposto ad una forzante impulsiva a t = 0 mostra come risposta uno spostamento x(t) come illustrato nella figura 9. La misura dello smorzamento può essere fatta dal rapporto di decadimento della risposta tra due cicli di vibrazione consecutivi, indicato come decremento logaritmico, δ, e definito dall'equazione:



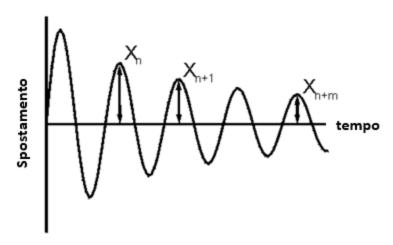
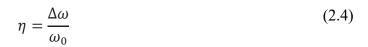


Figura 9. Risposta sistema sottosmorzato (^[5])

b) Metodo della larghezza di banda a metà potenza o metodo dei 3 dB: mostrato graficamente nella figura 10, l'energia dissipata può essere calcolata con la seguente equazione:



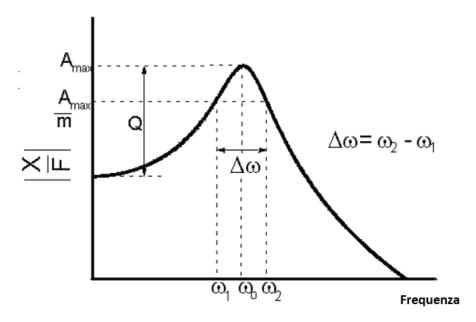


Figura 10. Funzione risposta in frequenza ([5])

c) Attraverso il ciclo d'isteresi: l'area racchiusa all'interno di un ciclo d'isteresi nel piano sforzo-deformazione rappresenta l'energia dissipata dal materiale per unità di ciclo, D. Il loss factor può essere calcolato come:

$$\eta = \frac{D}{\pi \sigma_0 \varepsilon_0} \tag{2.5}$$

d) $\tan \delta$: calcolando l'angolo di sfasamento, δ , tra forzante e risposta del materiale, il loss factor è pari alla tangente di tale angolo: ^[5]

$$\eta = \tan \delta \tag{2.6}$$

2.3 Viscoelasticità

La figura 11 mostra una curva sforzo deformazione di un materiale idealmente elastico. Per tali materiali la curva di carico e di scarico coincidono, questo significa che l'energia persa sotto forma di calore è nulla.

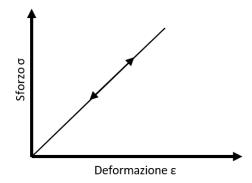


Figura 11. Curva sforzo deformazione per materiali puramente elastici

Un materiale puramente viscoso mostra una proporzionalità tra sforzo e velocità di deformazione, ovvero:

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{\tau}{\eta} = \phi\tau \tag{2.7}$$

Dove ϕ è la fluidità (reciproco della viscosità) del materiale.

Se la viscosità del materiale non cambia con le velocità di deformazione, cioè lo sforzo è linearmente proporzionale alla velocità di deformazione, allora si tratta di un fluido newtoniano. Se lo sforzo non è linearmente proporzionale alla velocità di deformazione, si parla di risposta non newtoniana, descritta dall'equazione 2.8. La figura 12 mostra la curva di risposta newtoniana e non newtoniana di un materiale.

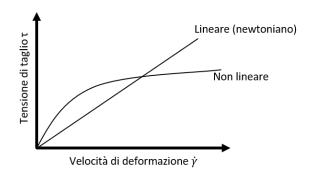


Figura 12. grafico tensione di taglio – velocità di deformazione

$$\tau = \eta \dot{\gamma}^n \tag{2.8}$$

Per caratterizzare il comportamento dinamico di un materiale, questo viene sottoposto ad una deformazione sinusoidale e lo sforzo risultante viene registrato.

Nel caso di materiale elastico ideale lo sforzo e la deformazione sono in fase, cioè, lo sfasamento δ è nullo.

Per un materiale viscoso ideale, lo sforzo e la deformazione sono 90° fuori fase, cioè, l'angolo di sfasamento δ è pari a 90° .

I materiali viscoelastici sono materiali che hanno una componente elastica e una componente viscosa. La figura 13 mostra l'andamento dello sforzo e la deformazione nel tempo, e risulta evidente lo sfasamento, compreso tra 0 e 90°, tra le due grandezze. ^[6] Questo è dovuto al fatto che i materiali viscoelastici impiegano un certo intervallo di tempo per reagire ad una forzante.

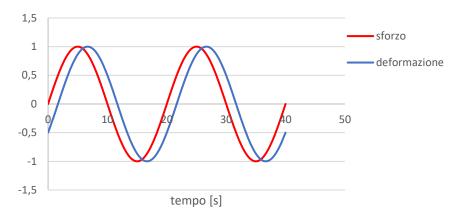


Figura 13. Andamento dello sforzo e la deformazione nel tempo

Il comportamento di un materiale viscoelastico dipende da diversi fattori, come ad esempio il tempo, la temperatura, la velocità di deformazione, ecc.

2.3.1 Modello di Maxwell

Il modello di Maxwell è uno dei modelli più semplici utilizzati per descrivere un materiale viscoelastico lineare. Considera il materiale come composto da una molla (di modulo elastico E) ed uno smorzatore (con viscosità η) collegati in serie, questo elemento viene chiamato elemento di Maxwell (figura 14).

Lo sforzo e la deformazione nell'elemento di Maxwell sono legati da una equazione differenziale del primo ordine. Sia nel caso in cui viene applicata un'eccitazione in termini di sforzo che nel caso in cui l'eccitazione è applicata in termini di deformazione, l'equazione può essere risolta considerando opportune condizioni iniziali.

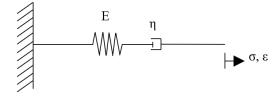


Figura 14. Elemento di Maxwell

$$\varepsilon = \varepsilon_E + \varepsilon_{\eta} \tag{2.9}$$

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon_E + \varepsilon_{\eta} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}$$
 2.10

2.3.2 Modello di Kelvin-Voigt

Anche il modello di Kelvin-Voigt è un modello semplice che descrive il comportamento dei materiali viscoelastici lineari. Consiste in una molla (di modulo elastico E) ed uno smorzatore (di viscosità η) collegati in parallelo.

Lo sforzo e la deformazione dell'elemento di Kelvin-Voigt sono legati tra loro da una relazione differenziale del primo ordine. Per l'eccitazione in termini di deformazione, quest'equazione descrive direttamente la risposta dello sforzo. Nel caso di un'eccitazione in termini di sforzo, l'integrale generale della soluzione dell'equazione differenziale può essere ricavato.

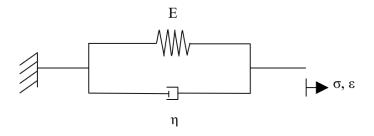


Figura 15. Elemento di Kelvin-Voigt

$$\sigma = \sigma_E + \sigma_{\eta} = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}$$
2.11

2.3.3 Modello di Maxwell generalizzato

Sia il modello di Maxwell che il modello di Kelvin-Voigt sono troppo semplici per la descrizione del comportamento di un materiale viscoelastico reale.

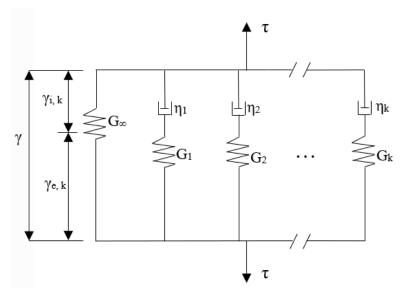


Figura 16. Modello di Maxwell generalizzato

Si consideri uno stato di taglio semplice, con una deformazione γ e uno stato di tensione τ in una misurazione a deformazione controllata. Se viene applicata una deformazione costante γ_0 , la tensione τ diminuisce con il tempo e raggiunge un certo valore limite τ_{lim} (figura 18). Questo fenomeno è chiamato rilassamento ed è tipico dei materiali viscoelastici.

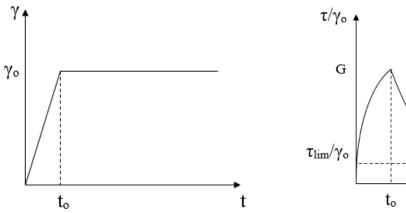


Figura 17. Deformazione costante

Figura 18. Rilassamento della tensione

R(t)

Nella zona lineare viscoelastica, lo sforzo e la deformazione rimangono lineari per un certo tempo t, questo può essere visto come un diagramma sforzo-deformazione isocrono, il che significa che la funzione di rilassamento della tensione $G(t) = \tau(t)/\gamma_0$ è indipendente dall'ampiezza della deformazione applicata.

Lo sforzo risultante da una deformazione costante come ingresso è chiamato modulo di rilassamento.

Per il calcolo dello sforzo risultante da una deformazione arbitraria in ingresso esistono diversi approcci, uno è l'utilizzo del principio di sovrapposizione di Boltzmann, chiamato anche integrale di Duhamel.

Secondo questo principio, la risposta del materiale a una forzante arbitraria può essere calcolata come somma delle risposte del materiale ottenute con incrementi di carico costanti ed infinitesimali, cioè Δs che tende a zero.

$$\tau(t) = \int_0^t G(t-s) \frac{d\gamma}{ds} ds$$
 2.12

Dove G è la funzione di rilassamento della tensione, mentre s è il tempo con una storia di deformazione nota.

Il modello di maxwell generalizzato della figura 16, spesso chiamato modello *multi mode*, rappresenta il modello reologico del rilassamento della tensione G(t). consiste nel considerare K elementi di Maxwell collegati in parallelo ed una molla lineare supplementare detta di equilibrio. In questo caso lo sforzo totale è composto da due parti: lo

sforzo di equilibrio, descritto dalla molla di equilibrio, e lo sforzo di non equilibrio, descritto dagli elementi di Maxwell

$$\tau(t) = \int_0^t \left[G_{\infty} + \sum_{k=1}^K G_k \exp\left(-\frac{t-s}{\tau_k}\right) \right] \dot{\gamma} ds$$
 2.13

Dove $\tau = \eta_k / G_k$ è chiamato tempo di rilassamento del k-esimo elemento.

La funzione di rilassamento (equazione 2.14) è chiamata serie di Prony, e G_{∞} , τ_k e G_k sono chiamati parametri di Prony.

$$G(t) = G_{\infty} + \sum_{k=1}^{K} G_k \exp\left(-\frac{t}{\tau_k}\right)$$
 2.14

Questi parametri devono essere determinati da prove sperimentali. Ogni elemento molla-smorzatore ha una rigidezza iniziale G_k e presenta un rilassamento esponenziale con un tempo di rilassamento τ_k corrispondente. La molla addizionale messa in parallelo caratterizza la rigidezza ad un tempo infinito, cioè la rigidezza dopo il rilassamento di tutti gli elementi molla-smorzatore.

Un altro modo per calcolare i parametri di Prony è l'utilizzo di parametri normalizzati

$$g_k = G_k / G_0 2.15$$

Dove G_o rappresenta il modulo di taglio del modello generalizzato di maxwell nell'istante di tempo t=0.^[7]

$$G(t) = G_o \left(1 - \sum_{k=1}^{K} g_k \left(1 - exp\left(-\frac{t}{\tau_k} \right) \right) \right)$$
 2.16

3 Capitolo 3

3.1 Simulazione della prova di compressione su un materiale lineare elastico rigido

Per riuscire a creare il modello agli elementi finiti della sonda DISCOM, si è deciso di partire dalla simulazione della prova di compressione di un materiale lineare elastico rigido utilizzando il software di simulazione ANSYS. In particolare, è stata utilizzata la lega di alluminio presente nella libreria dei materiali di ANSYS.

Questo materiale è caratterizzato da i seguenti parametri:

$\rho [kg/m^3]$	2770
E [GPa]	71
ν	0.33
G [GPa]	26,6692
σ _{0 compressione} [MPa]	280

Tabella 1. Parametri della lega di alluminio

La prova di compressione è stata eseguita utilizzando un provino con una geometria cilindrica di diametro 20 mm e altezza 40 mm (figura 19), che in seguito verrà chiamato provino cilindrico. Applicato un vincolo di supporto fisso sulla superficie inferiore del provino, sono stati utilizzati i sistemi di analisi *static structural*, per applicare un precarico di compressione in termini di spostamento di 0,05 mm sulla superficie superiore del provino, e *transient structural* per applicare uno spostamento sinusoidale di ampiezza 0,05 mm e frequenza 1 Hz sulla stessa superficie.

La forza di reazione è stata misurata utilizzando *force reaction probe* sulla superficie fissata e la variazione dell'altezza del provino utilizzando *directional deformation*, in modo da calcolare lo sforzo normale applicato e la deformazione del provino; questi dati sono stati poi graficati utilizzando EXCEL ottenendo la curva sforzo deformazione mostrata nella figura 29.

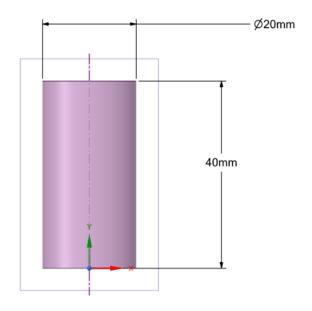


Figura 19. Provino cilindrico per prova di compressione

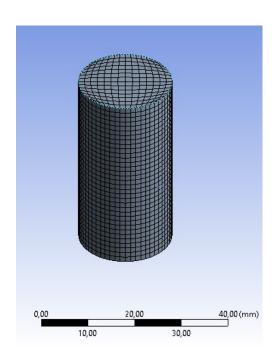


Figura 20. Geometria e mesh del modello

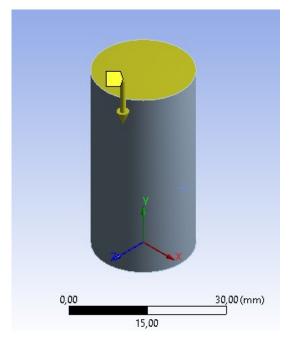


Figura 21. Superficie di applicazione del carico

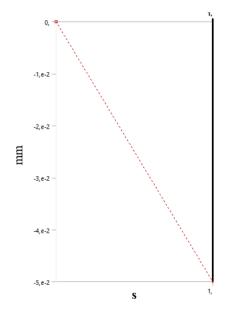


Figura 22. Precarico applicato

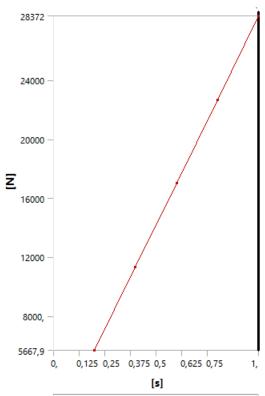


Figura 24. Forza di reazione misurata dopo il precarico

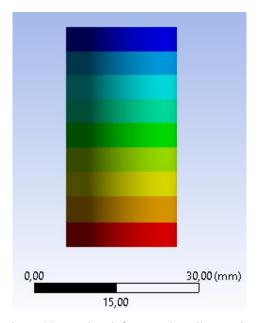


Figura 23. Provino deformato dopo il precarico

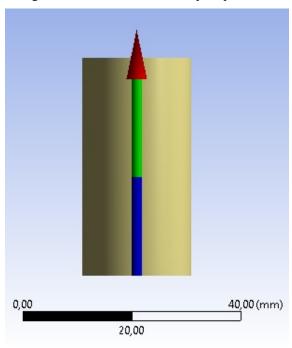


Figura 25. Forza di reazione dopo il precarico

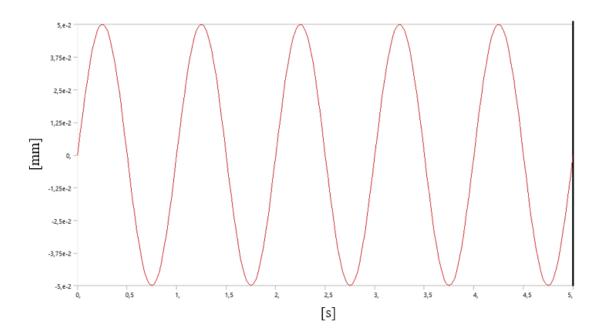


Figura 26. Spostamento sinusoidale imposto

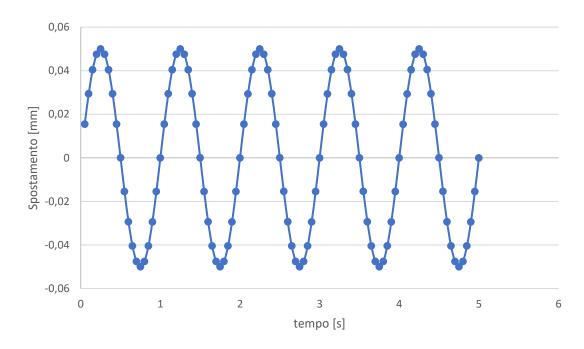


Figura 27. Spostamento misurato

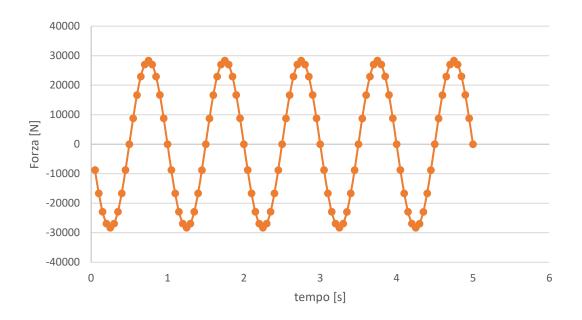


Figura 28. Forza misurata

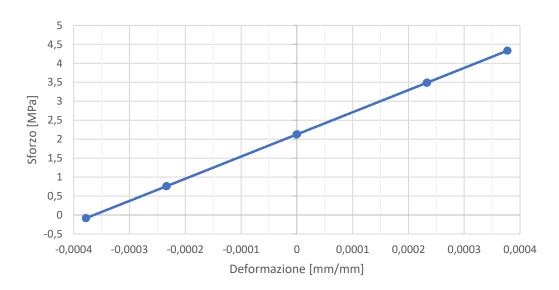


Figura 29. Curva sforzo deformazione simulata in controllo di spostamento per lega di alluminio

Come verifica del modello di compressione si è voluto ripetere la prova di compressione ma stavolta in controllo di forza, imponendo un precarico di 28372 N, ricavata utilizzando l'equazione (2.1), e una forza sinusoidale di ampiezza pari a 28372 N e frequenza 1 Hz, sulla superficie superiore del provino in modo da misurare la variazione di altezza del provino e la forza di reazione nel supporto fisso, e in questo modo calcolare lo sforzo applicato e la deformazione del provino, come fatto nella prova in controllo di spostamento, ottenendo la curva sforzo-deformazione mostrata nella figura 39, che coincide

perfettamente con la curva della figura 29, dimostrando l'idoneità del modello di compressione usato.

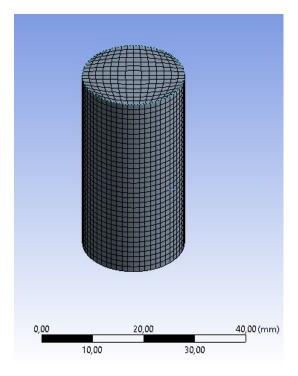


Figura 30. Geometria e mesh del provino

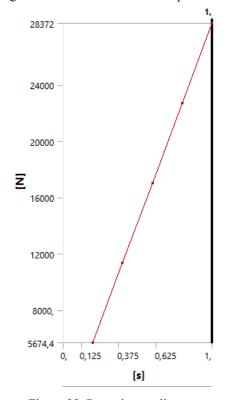


Figura 32. Precarico applicato

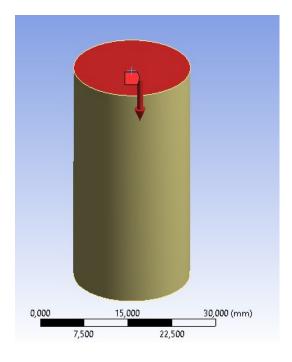


Figura 31. Superficie di applicazione del carico

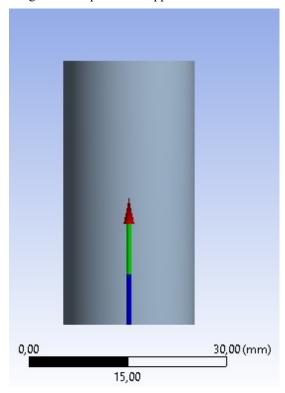
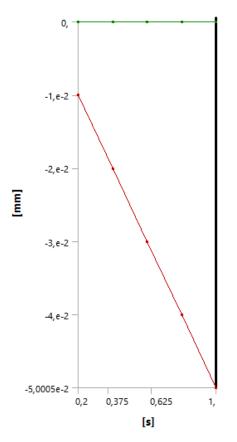


Figura 33. Forza di reazione dopo il precarico



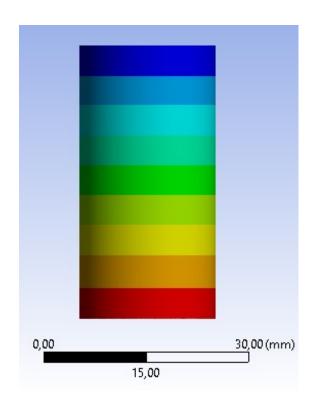


Figura 34. Variazione dell'altezza dopo il precarico

Figura 35. Provino deformato dopo il precarico

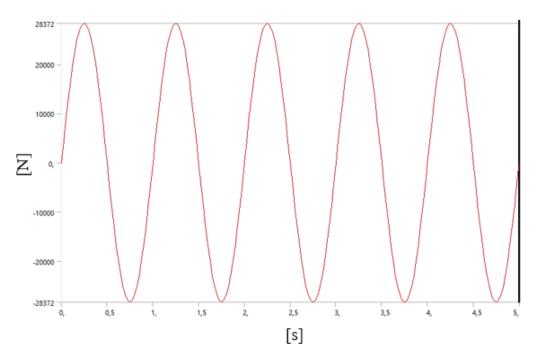


Figura 36. Forza sinusoidale imposta

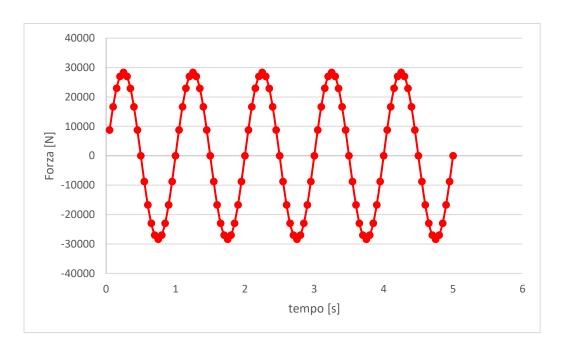


Figura 37. Forza misurata

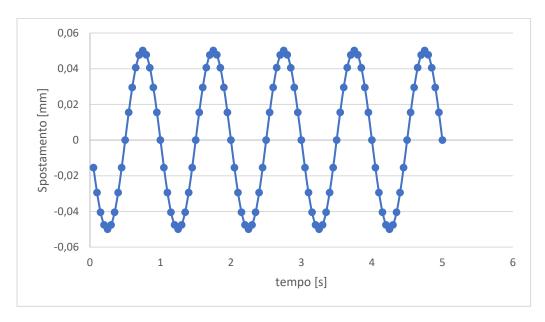


Figura 38. Spostamento misurato

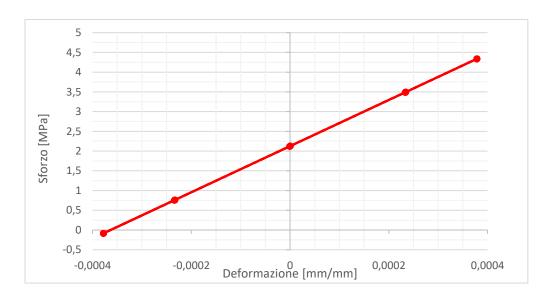


Figura 39. Curva sforzo deformazione simulata in controllo di forza per lega di alluminio

Come si può notare, il modello rispetta perfettamente la linearità del materiale, confermando la sua validità. A questo punto, questo modello può essere usato per simulare la prova di compressione del materiale di interesse di questo studio che dovrà essere un materiale molto più cedevole e quindi dovrà avere un modulo elastico molto minore.

3.2 Analisi dei dati sperimentali

Per la definizione del materiale cedevole, assimilabile ad una gomma siliconica, sono stati analizzati i dati sperimentali ricavati da una prova di compressione fatta in laboratorio sulla sonda DISCOM in modo da ricavare attraverso un'interpolazione lineare l'ordine di grandezza del modulo elastico a compressione del materiale.

La prova di compressione è stata realizzata utilizzando una macchina di prova a fatica servo-pneumatica SI-Plan da 2 kN di capacità e 50 mm di corsa. I parametri di prova erano i seguenti:

- precarico in termini di spostamento di 1 mm
- spostamento sinusoidale controllato con un'ampiezza di 1 mm e una frequenza pari
 a 1 Hz, generando uno spostamento che andava da -1 mm a 1 mm.
- La forza applicata durante la prova è stata misurata da una cella di carico mentre lo spostamento è stato rilevato da un sensore LVDT.

Il diagramma forza-spostamento ottenuto è rappresentato nella Figura 40 e mette in evidenza che sul materiale sono presenti fenomeni di isteresi poiché questo percorre una curva diversa durante la fase di carico e durante la fase di scarico.

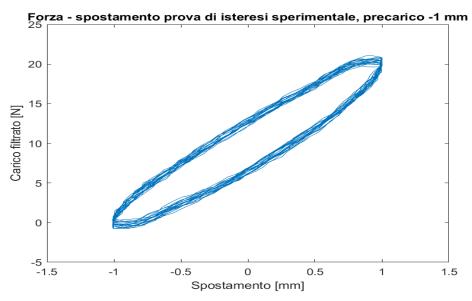


Figura 40. Rappresentazione grafica della prova di compressione

Utilizzando il software MATLAB sono stati analizzati i dati rilevati dalla prova di carico, siccome la prova realizzata non rispettava la geometria richiesta né i vincoli necessari per fare la caratterizzazione del materiale attraverso la prova di compressione, si è deciso di analizzare direttamente la curva forza spostamento anziché sforzo deformazione, ritenendo accettabile il risultato come approssimazione dell'ordine di grandezza del modulo elastico del materiale.

Durante l'analisi sono stati eliminati i dati iniziali nei quali erano presenti fenomeni di assestamento ed è stata filtrata la forza misurata utilizzando un filtro Butterworth per eliminare eventuali disturbi.

Si è proceduto poi a separare i cicli di carico in modo da analizzare ogni ciclo in maniera separata, poiché la frequenza di campionamento utilizzata durante l'acquisizione era pari a 100 Hz, ogni ciclo era composto da 100 campioni e, in particolare, è stata considerata solo la fase di carico di ogni ciclo. Successivamente è stata realizzata un'interpolazione polinomiale del primo ordine di ogni curva di carico per calcolare il coefficiente angolare di ogni retta, che, nel caso di un materiale lineare, rappresenta il modulo elastico (E) del materiale. A modo di esempio è stata riportata una rappresentazione

grafica di una di queste interpolazioni (figura 41). Dopodiché è stata fatta la media dei valori di E, ottenendo un modulo elastico medio pari a 10,04 MPa con una deviazione media di 0,22 MPa (figura 42), che coincide con i valori suggeriti dalla letteratura.

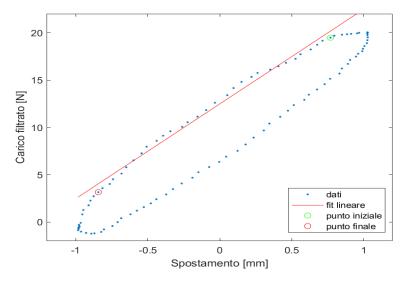


Figura 41. Interpolazione polinomiale lineare della curva di carico

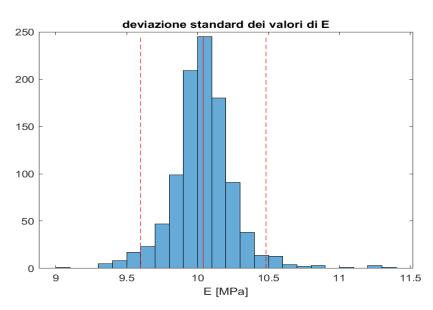


Figura 42. Distribuzione dei valori di E

3.3 Simulazione della prova di compressione su un materiale lineare elastico cedevole

Con il valore del modulo elastico trovato è stato definito il materiale da usare per la simulazione della prova di compressione del materiale lineare elastico cedevole.

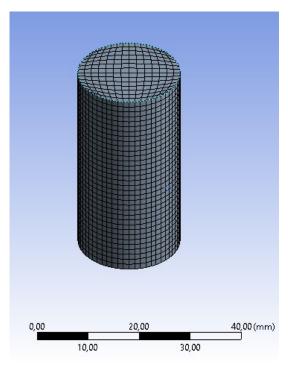
Il materiale è stato quindi definito con i seguenti parametri:

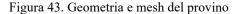
$\rho [kg/m^3]$	1000
E [MPa]	10
ν	0.49
G [MPa]	3,3557

Tabella 2. Parametri del materiale elastico lineare cedevole

I valori della densità ρ e del coefficiente di Poisson ν sono stati presi dai valori tipici suggeriti dalla letteratura per una gomma siliconica mentre il valore del modulo di taglio è stato calcolato automaticamente da ANSYS a partire da E e ν .

Su questo materiale è stata simulata una prova di compressione come fatto in precedenza per l'alluminio, impostando stavolta un precarico in termini di spostamento di -1 mm, sulla superficie superiore del provino, e uno spostamento sinusoidale di ampiezza 1 mm e frequenza 1 Hz sulla stessa superficie, ed è stata misurata la forza di reazione utilizzando *force reaction probe* nel supporto fisso e la variazione dell'altezza del provino utilizzando *directional deformation*, per poi calcolare la deformazione e lo sforzo, ottenendo la curva sforzo deformazione mostrata in figura 53.





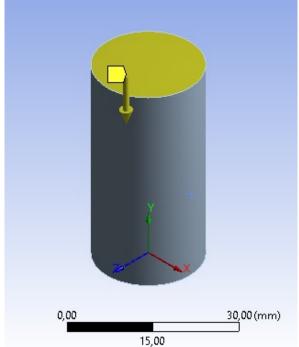
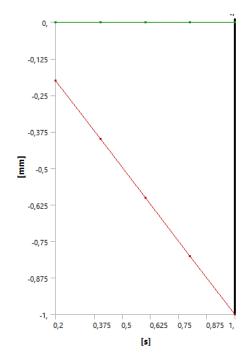


Figura 44. Superficie di applicazione del carico



0,00 30,00 (mm)

Figura 45. Precarico applicato

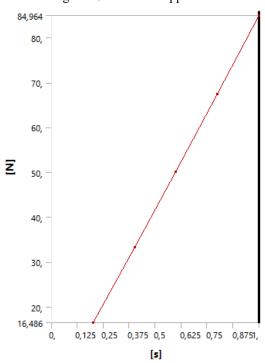


Figura 46. Provino deformato dopo il precarico

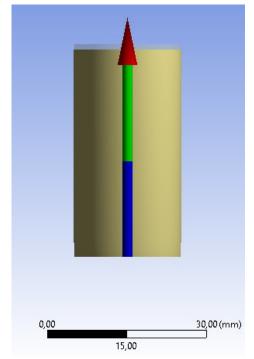


Figura 47. Forza di reazione misurata dopo il precarico

Figura 48. Forza di reazione dopo il precarico

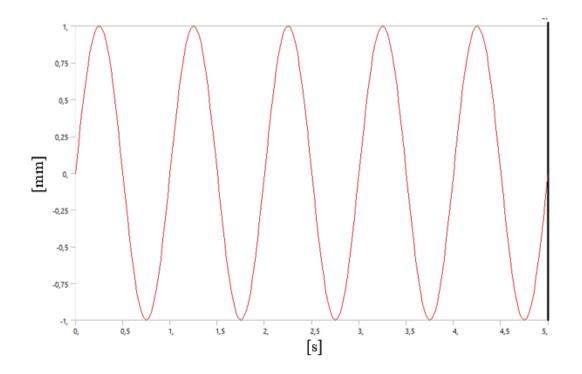


Figura 49. Spostamento sinusoidale imposto

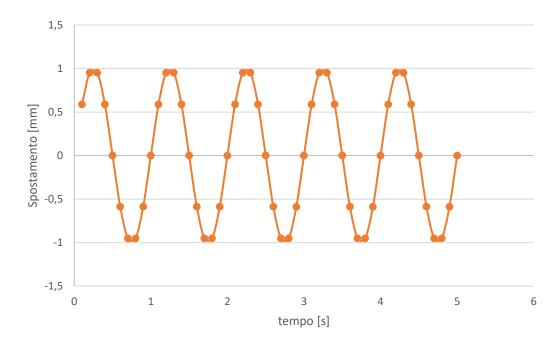


Figura 50. Spostamento misurato

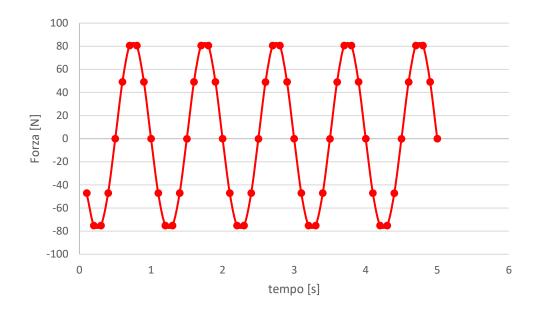


Figura 51. Forza misurata

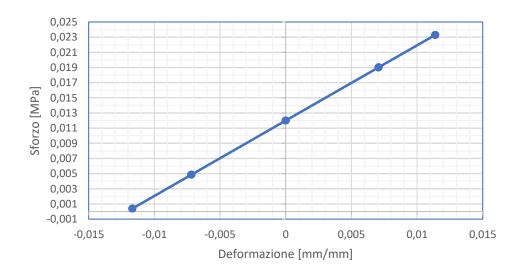


Figura 52. Curva sforzo deformazione simulata con controllo di spostamento per materiale elastico cedevole

È stata simulata, anche in questo caso, la compressione in controllo di forza per verificare la validità dei risultati nel caso di materiale cedevole, è stata applicata un precarico pari a 85 N, ricavata usando l'equazione (2.1), e una forza sinusoidale di ampiezza 85N e frequenza 1 Hz sulla superficie superiore del provino, ottenendo la curva sforzo deformazione mostrata in figura 62, risultando anche in questo caso coincidente con la prova a controllo di spostamento.

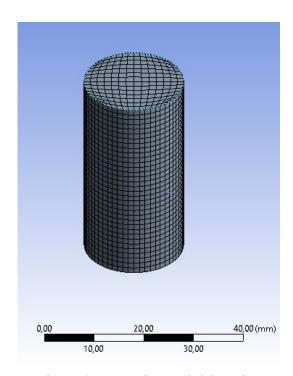


Figura 53. Geometria e mesh del provino

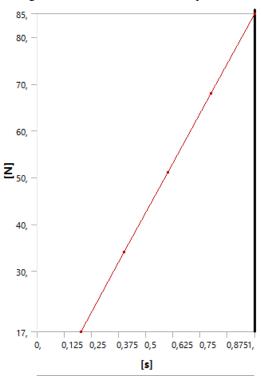


Figura 55. Precarico applicato

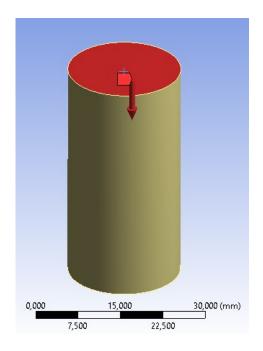


Figura 54. Superficie di applicazione del carico

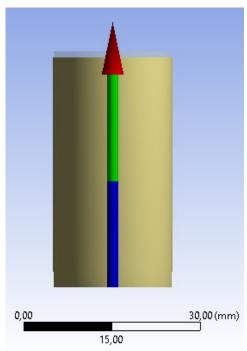
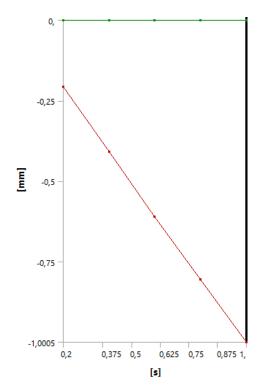


Figura 56. Forza di reazione dopo il precarico



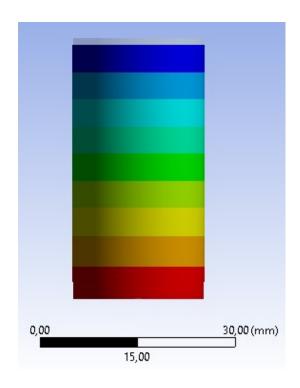


Figura 57. Variazione dell'altezza dopo il precarico

Figura 58. Provino deformato dopo il precarico

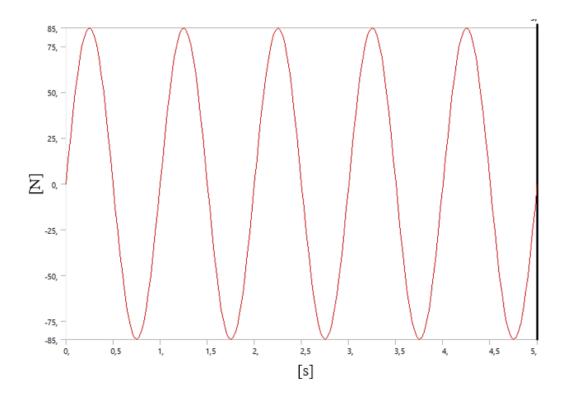


Figura 59. Forza sinusoidale imposta

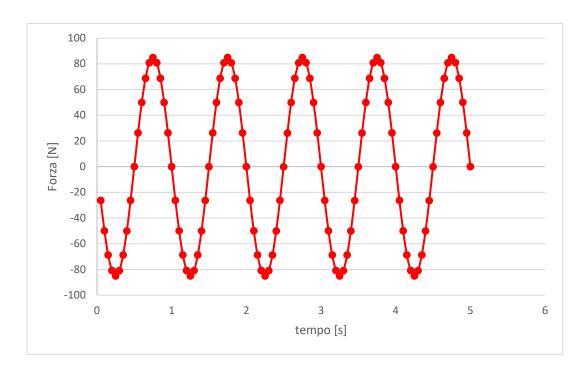


Figura 60. Forza misurata

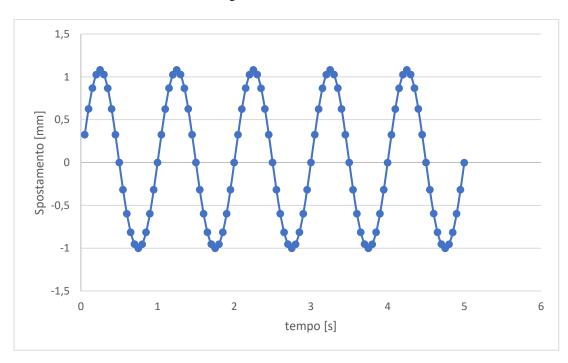


Figura 61. Spostamento misurato

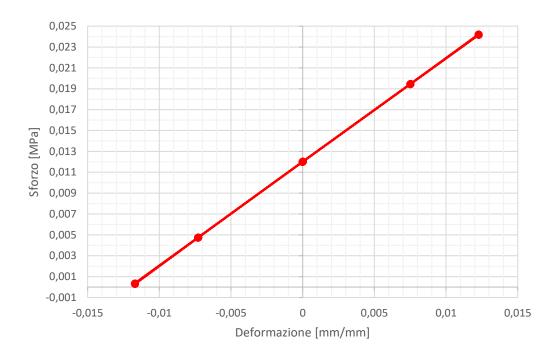


Figura 62. Curva sforzo deformazione simulata con controllo di forza per materiale elastico cedevole

A questo punto il materiale ha il comportamento lineare desiderato ma ancora non rappresenta correttamente il dispositivo testato poiché, come visto precedentemente, questo presentava una dissipazione di energia che risulta evidente nella figura 40, questo vuol dire che bisogna considerare materiali più complessi che siano in grado di descrivere il comportamento misurato sperimentalmente.

3.4 Calcolo dell'energia dissipata durante la prova di compressione sperimentale

Per la stima dell'energia dissipata durante i cicli di compressione non è stato possibile utilizzare l'equazione (2.5) poiché tale calcolo richiede la rappresentazione della curva in termini di sforzo e deformazione anziché forza e spostamento, è per questo motivo che si è deciso di utilizzare l'equazione (2.6). Per farlo è stata calcolata la FFT (*Fast Fourier Transform*) della forza e la FFT dello spostamento, utilizzando l'apposita funzione di MATLAB, per poi calcolare la fase di ognuna con la funzione *angle*, a questo punto è possibile calcolare lo sfasamento come differenza delle fasi e infine calcolare il *loss factor* come la tangente dell'angolo di sfasamento

$$\eta = \tan(\delta) = 0.3072$$

Questa sarà quindi l'energia dissipata per ogni ciclo di carico e scarico.

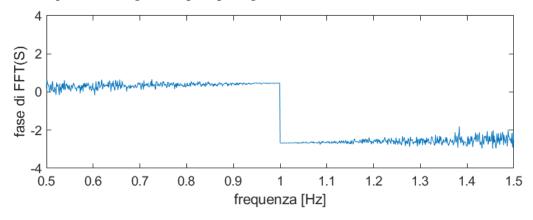


Figura 63. Fase della FFT dello spostamento

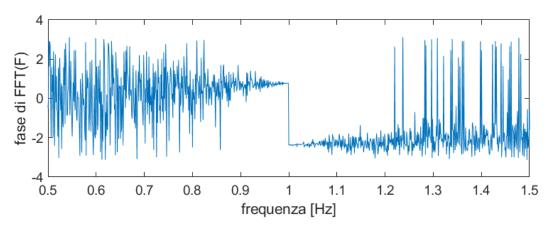


Figura 64. Fase della FFT della forza

3.5 Simulazione della prova di compressione con materiale viscoelastico

In ANSYS, è possibile definire i materiali viscoelastici fornendo i parametri della serie di Prony. In questo caso tali dati della sonda DISCOM non erano disponibili, per cui sono stati presi valori presenti in letteratura^[8], convertiti ai parametri di Prony utilizzando l'equazione 2.15 avendo come risultato i parametri riportati nella tabella 5, con il fine di introdurre un generico materiale viscoelastico che permettesse di capire in che modo poteva essere definito un materiale viscoelastico e inoltre creare un materiale sul quale poter effettuare un'ottimizzazione successivamente.

Il materiale viscoelastico è stato quindi definito utilizzando un modello elastico al quale vengono aggiunti i parametri di rilassamento volumetrico che rappresenta la parte viscosa del materiale.

ρ [kg/m^3]	1060
E [MPa]	0,176
G [MPa]	0,059
ν	0,49993
K [MPa]	400

Tabella 3, Parametri elastici del materiale viscoelastico

	Tempo di
G _k (MPa)	rilassamento τ (s)
1,33E+01	1,00E-07
2,86E+02	1,00E-06
2,91E+02	3,16E-06
2,12E+02	1,00E-05
1,12E+02	3,16E-05
6,16E+01	1,00E-04
2,98E+01	3,16E-04
1,61E+01	1,00E-03
7,83E+00	3,16E-03
4,15E+00	1,00E-02
2,03E+00	3,16E-02
1,11E+00	1,00E-01

Tabella 4. Coefficienti del modello di Maxwell generalizzato

Coefficienti di PRONY	Tempo di rilassamento τ (s)
1,28E-02	1,00E-07
2,76E-01	1,00E-06
2,81E-01	3,16E-06
2,04E-01	1,00E-05
1,08E-01	3,16E-05
5,94E-02	1,00E-04
2,87E-02	3,16E-04
1,55E-02	1,00E-03
7,55E-03	3,16E-03
4,00E-03	1,00E-02
1,96E-03	3,16E-02
1,07E-03	1,00E-01

Tabella 5. Coefficienti di Prony

Una volta definito il materiale è stata simulata la prova di compressione utilizzando i seguenti parametri: geometria cilindrica, precarico di 1 mm applicato sulla superficie superiore del provino e compressione sinusoidale di ampiezza 1 mm e frequenza 0,25 Hz, ed è stato applicato un vincolo di supporto fisso sulla superficie inferiore.

Come risultato è stata misurata la variazione di altezza del provino e la forza di reazione misurata sulla superficie inferiore. L'andamento dello sforzo e la deformazione sono riportante nella figura 74, e la curva sforzo deformazione è mostrata nella figura 75.

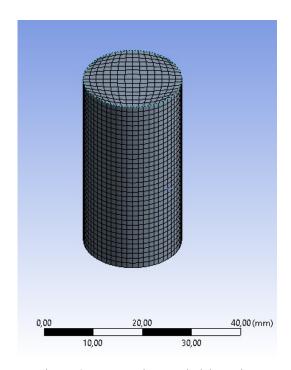


Figura 65. Geometria e mesh del provino

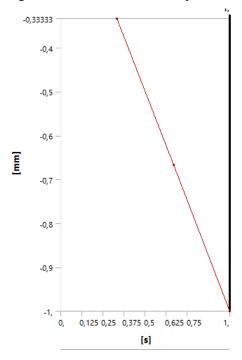


Figura 67. Precarico applicato

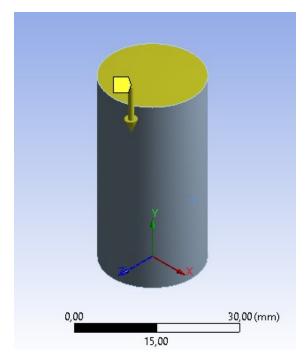


Figura 66. Superficie di applicazione del carico

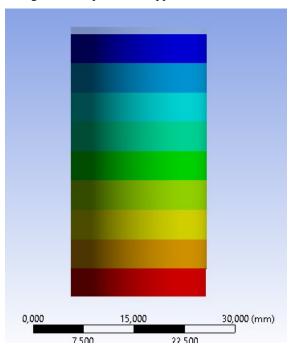
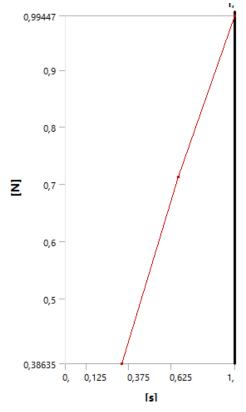


Figura 68. Provino deformato dopo il precarico



0,000 15,000 30,000 (mm) 7,500 22,500

Figura 69. Forza di reazione misurata dopo il precarico

Figura 70. Forza di reazione dopo il precarico

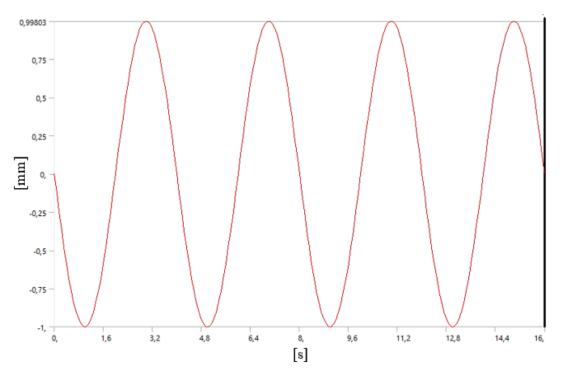


Figura 71. Spostamento sinusoidale imposto

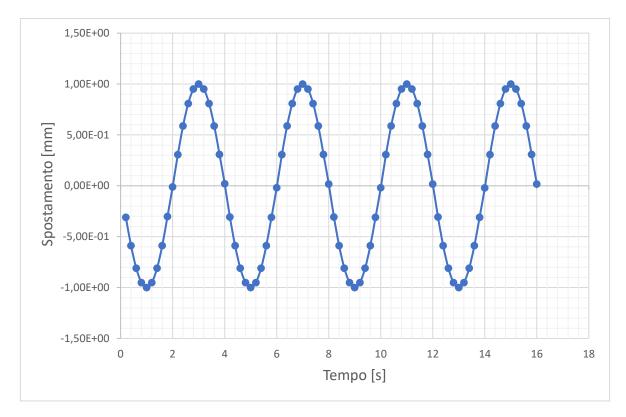


Figura 72. Spostamento misurato

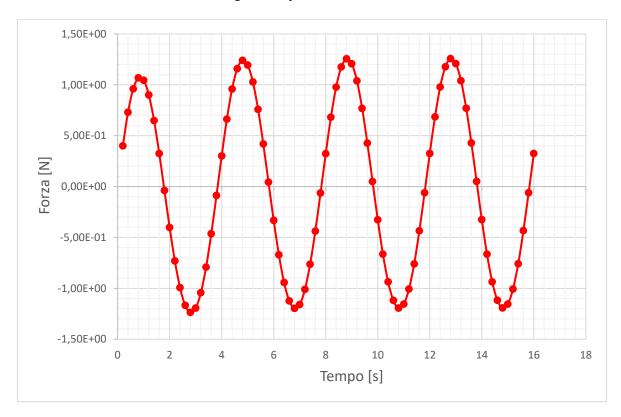


Figura 73. Forza misurata

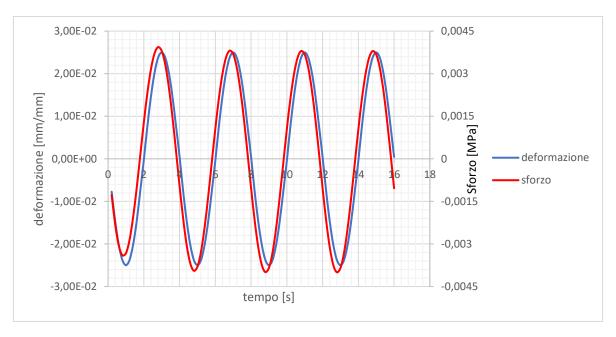


Figura 74. Sforzo e deformazione in funzione del tempo

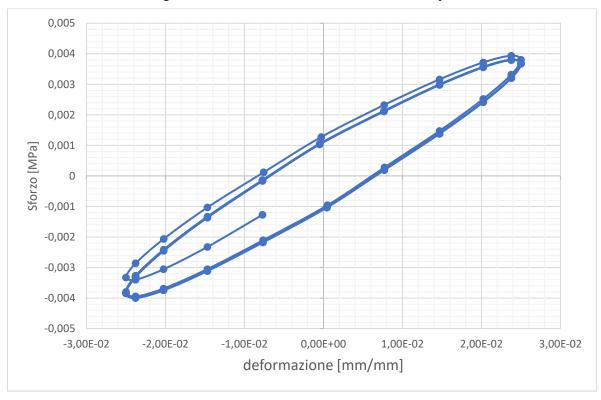


Figura 75. Curva sforzo deformazione simulata con controllo di spostamento per materiale viscoelastico.

Risulta evidente lo sfasamento tra la forzante e la risposta del materiale che provoca la dissipazione di una parte dell'energia di deformazione.

Come fatto in precedenza, è stata ripetuta la prova in controllo di forza, applicato un precarico di 1 N applicato sulla superficie superiore del provino ed un carico sinusoidale di ampiezza 1 N e frequenza 0,25 Hz sulla stessa superficie. I risultati in termini di sforzo e deformazione e la curva sforzo deformazione sono riportati nelle figure

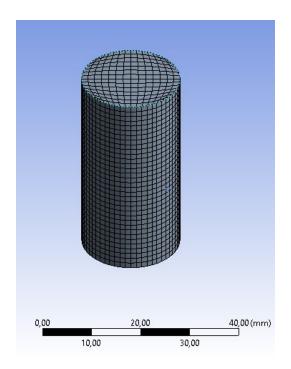


Figura 76. Geometria e mesh del provino

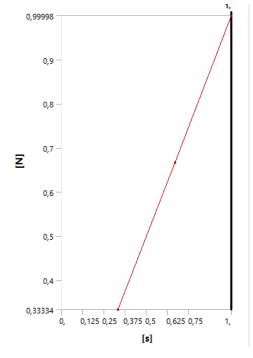


Figura 78. Precarico applicato

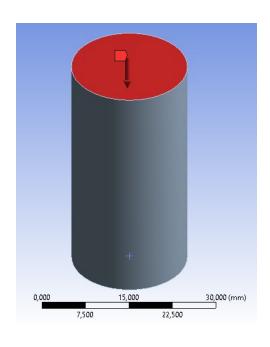


Figura 77. Superficie di applicazione del carico

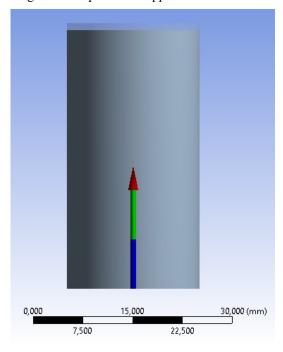


Figura 79. Forza di reazione dopo il precarico

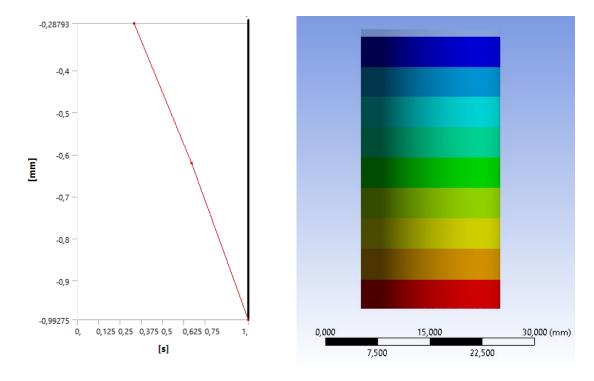


Figura 80. Variazione dell'altezza dopo il precarico.

Figura 81. Provino deformato dopo il precarico.

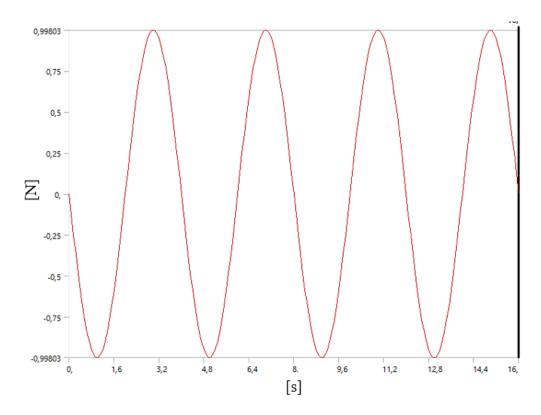


Figura 82. Forza sinusoidale imposta.

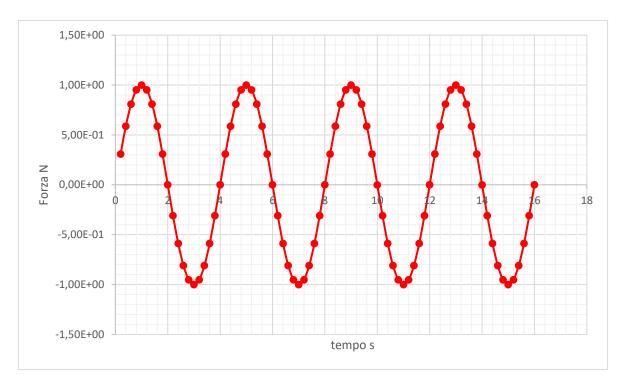


Figura 83. Forza misurata.

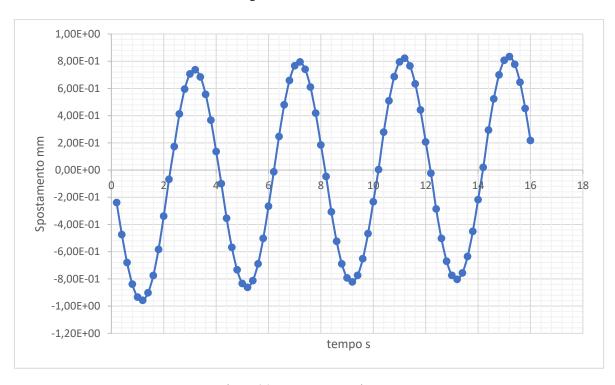


Figura 84. Spostamento misurato.

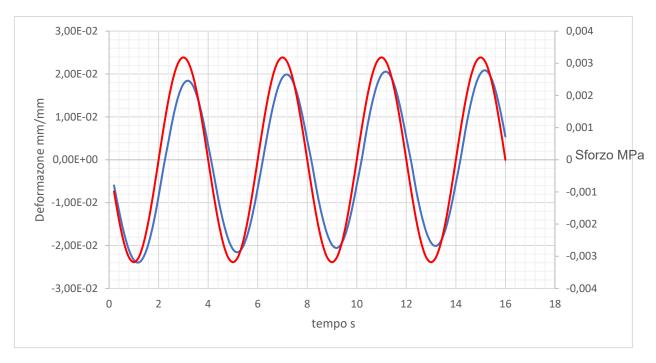


Figura 85. Sforzo e deformazione in funzione del tempo.

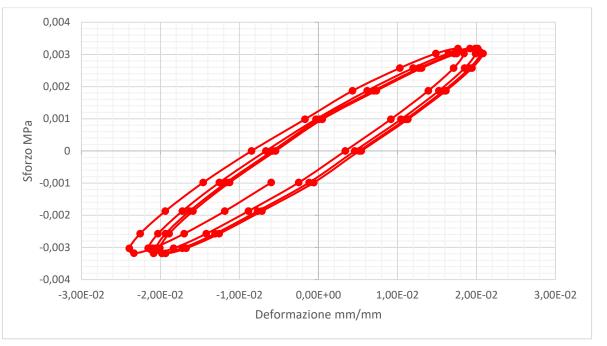


Figura 86. Curva sforzo deformazione simulata con controllo di spostamento per materiale viscoelastico.

4 Conclusione

In sintesi in questa tesi è stato progettato un modello per la simulazione della prova di compressione partendo dalla compressione di un cilindro di alluminio che ha permesso di capire come doveva essere impostata la simulazione, successivamente si è passato alla simulazione su un materiale lineare elastico cedevole, definito dall'analisi di dati sperimentali provenienti da una prova di compressione sinusoidale fatta in laboratorio sulla sonda DISCOM per estrarre il modulo elastico del materiale, che ha confermato la validità del modello per deformazioni di maggiore entità rispetto a quelle imposte per l'alluminio. Infine, è stata simulata la compressione su un materiale viscoelastico, definito come materiale lineare elastico al quale vengono aggiunti i parametri di Prony per dare il comportamento viscoso del materiale, verificando la validità del modello anche per materiali di natura più complessa dei lineari elastici.

A partire da questo materiale viscoelastico, dopo aver realizzato un'ottimizzazione per ricreare il comportamento studiato nella prova sperimentale, si potranno realizzare ulteriori modifiche e simulazioni per lo studio del dispositivo di disaccoppiamento per una sonda accelerometrica portatile con il fine di apportare alcune migliorie, come ad esempio l'aumento del range di misura, agendo sul materiale e sulla geometria.

5 Bibliografia

- [1] Dott. Ing. G. Fichera, università degli studi di Catania, www.diim.unict.it/users/gfichera/MSIM_file/vibrazioni_misura.pdf
- ^[2] D.J. Ewins, *Modal Testing Theory, Practice and Application*, Research Studies Press LTD. (2000)
- [3] Mecmesin Limited. (2019, 26 Agosto). What is Compression Testing? The Theory and Applications. AZoM. Consultato il 19 settembre, 2020 in https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=5550.
- [4] Enciclopedia Treccani, https://www.treccani.it/enciclopedia/isteresi/
- [5] P. Macioce, Roush Industries, Inc., *Viscoelastic Damping 101* https://www.roush.com/wp-content/uploads/2015/09/Insight.pdf
- [6] M.A. Meyers, K.K. Chawla, *Mechanical Behavior of Materials*, Cambridge University Press, (2009)
- ^[7] Kraus, M.A., Schuster, M., Kuntsche, J. *et al.* Parameter identification methods for visco- and hyperelastic material models. *Glass Struct Eng* **2**, 147–167 (2017). https://doi.org/10.1007/s40940-017-0042-9
- [8] International Journal of Solids and Structures, ISSN: 0020-7683, Vol. 38, Pagine: 8065-8092