



Università Politecnica delle Marche
Facoltà di Ingegneria

**Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Civile e
Ambientale**

Dipartimento di Ingegneria Civile Edile e Architettura - DICEA

“Analisi della deformazione e fessurazione in travi in c.a.”

“Deformability and Cracking control of R.C. elements”

Relatore:

Chiar.mo
Prof. Ing. Roberto Capozucca

Tesi di Laurea di:

Marco Fornelli

ANNO ACCADEMICO 2019/2020

INDICE

Introduzione	1
CAPITOLO 1 – Travi inflesse in c.a.	2
1.1 – Generalità	2
1.2 – Richiami sulla flessione semplice	2
1.3 – Trave soggetta a taglio	4
1.4 – Flessione e taglio in una trave	6
1.5 – Deformazione elastica di una trave	6
CAPITOLO 2 – Comportamento delle travi	8
2.1 – Generalità	8
2.2 – Fasi di comportamento in travi in c.a.	8
2.3 – Comportamento nel primo stadio prima della fessurazione	10
CAPITOLO 3 – Stato limite di fessurazione	13
3.1 – Generalità	13
3.2 – Stato limite di formazione delle fessure	13
3.3 – Stato limite di apertura delle fessure	15
CAPITOLO 4 – Stato limite di deformazione	21
4.1 – Generalità	21
4.2 – Esempio di calcolo della deformazione	22
4.3 – Modello di trave inflessa fessurata	24
4.4 – Calcolo delle frecce in una trave in calcestruzzo armato	25
4.5 – Calcolo tecnico delle frecce	27
CAPITOLO 5 – Richiami normativi	29
5.1 – Generalità	29
5.2 – Stato limite di fessurazione	29
5.3 – Metodo calcolo indiretto	33
5.4 – Metodo calcolo diretto	38
5.5 – Stato limite di deformazione	42
Bibliografia	46

Introduzione

Il presente lavoro di tesi tratta alcuni aspetti generali relativi alla deformazione e fessurazione di travi in calcestruzzo armato. Vengono dapprima richiamati dei concetti sulle azioni che sollecitano una trave, soffermandosi particolarmente su taglio e momento flettente.

Il focus sul comportamento delle travi e la determinazione delle tre fasi, è successivamente necessario per comprendere quali siano gli intervalli in cui i materiali lavorano con comportamenti lineari o non lineari e fin dove il calcestruzzo sia reagente.

Si analizza, quindi, lo stato limite di fessurazione: aspetto fondamentale, legato fortemente alla durabilità delle travi. La formazione delle fessure e il controllo dell'apertura delle fessure sono i due temi dominanti.

Introducendo la curvatura, si espone lo stato limite di deformazione. Tale sezione tratterà principalmente il calcolo delle frecce, sia con il metodo generale, sia con un tecnico esempio.

In chiusura vengono riportate le prescrizioni normative riguardanti la fessurazione nel calcestruzzo e lo stato limite di deformazione. Oltre alle tabelle delle NTC 2018, si entra nel dettaglio per ciò che concerne le combinazioni di carico, il metodo diretto e indiretto e calcolo della deformazione flessionale mediante integrazione delle curvature.

CAP 1. Travi inflesse in c.a.

1.1 Generalità

Per definizione, la trave è una struttura orizzontale, generalmente inflessa, con una dimensione prevalente rispetto alle altre due, atta a sopportare i carichi normali al proprio asse geometrico.

Nella scienza delle costruzioni adoperiamo tale termine per indicare strutture monodimensionali, costituite da un solido cilindrico ottenuto per traslazione di una figura geometrica piana lungo un asse, con dimensioni della sezione trasversale molto minori rispetto alla lunghezza dell'asse.

Quando ci riferiamo ad una trave è inteso che essa sia ad asse rettilineo; specificatamente, in tal caso, il comportamento flessionale della trave richiede una resistenza a trazione del materiale. La configurazione più comune, ossia dove l'asse geometrico appartiene allo stesso piano dove insistono i carichi agenti, prende il nome di trave piana.

La geometria della trave rettilinea è descritta da due assi centrali d'inerzia per la sezione trasversale e da un asse longitudinale e baricentrico.

Il problema dell'equilibrio elastico della trave rettilinea e di sezione costante, caricata sulle basi estreme, è stato affrontato da De Saint-Venant a metà dell'Ottocento. La teoria di De Saint-Venant fornisce una serie di soluzioni di estrema importanza pratica per la determinazione dello stato tensionale e deformativo nelle travi.

1.2 Richiami sulla flessione semplice nelle travi omogene ed elastiche

Con riferimento alla Figura 1.2.1, lo studio del problema di De Saint-Venant ci conferma che nel caso di una trave ad asse rettilineo, cioè soggetta a flessione, cioè per sollecitazioni di momento applicate, le sezioni si mantengono piane sotto l'inflessione e le tensioni diverse da zero sono solo quelle normali applicate alle sezioni trasversali.

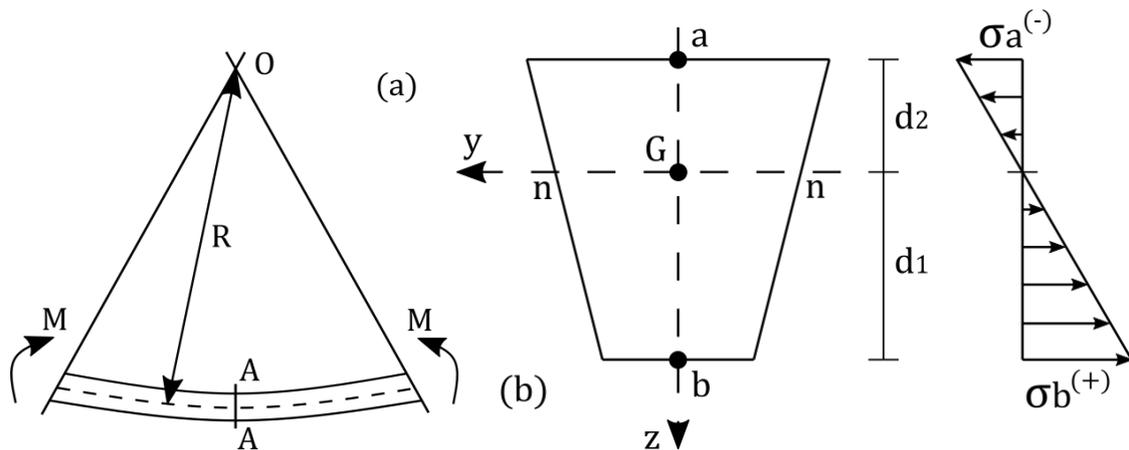


Figura 1.2.1 - (a) Trave inflessa; (b) Tensioni normali nella sezione.

La flessione è retta quando l'asse di sollecitazione coincide con uno degli assi principali di inerzia della sezione. La flessione è quasi sempre accompagnata dalla sollecitazione di taglio ed allora se l'asse di sollecitazione non coincide con uno degli assi principali d'inerzia si ha anche la sollecitazione di torsione. La tensione è nulla sull'asse baricentrico n-n che è detto asse neutro ed è proporzionale alla distanza dall'asse neutro per gli altri punti della sezione:

$$\sigma_x = \frac{M \cdot z}{I} \quad (1.2.1)$$

Con: M = Momento flettente nella sezione; I = Momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse neutro.

La tensione massima $\sigma_{max}^{(+)}$ si esprime nel modo seguente:

$$\sigma_{max}^{(+)} = \frac{M}{I} d_1 = M / \frac{I}{d_1} = \frac{M}{W_1} \quad (1.2.2)$$

Con: W = Modulo di resistenza a flessione relativo all'asse neutro valutato sull'asse di sollecitazione.

I moduli di resistenza di una sezione non simmetrica rispetto all'asse y (Figura 1.2.1 - b) sono dati dai rapporti $W_1 = \frac{I}{d_1}$ e $W_2 = \frac{I}{d_2}$. Per sezioni simmetriche i rapporti W_1 e W_2 sono però uguali.

Nel caso di rettangolo il modulo di resistenza $W = \frac{bh^2}{6}$ essendo b la lunghezza della sezione e h l'altezza. Per una sezione graduata $W = \frac{h}{3}$ e per un cerchio $W = \frac{\pi R^3}{4}$.

1.3 Trave soggetta a taglio

In una trave soggetta a forza di taglio V in una sezione di estremità, in una qualsiasi altra sezione a distanza “a” si ha un momento $V \cdot a$; in pratica la sollecitazione di taglio in una sezione è condizione particolare tantoché lo studio del taglio è ricondotto a quello di trave soggetta a flessione e taglio.

Si consideri una trave a sezione costante e di forma generica (Figura 1.3.1) simmetrica rispetto all’asse principale d’inerzia secondo la teoria di Jourawski, la tensione in una corda generica (a-a) risulta:

$$\tau_{xz} = \frac{V \cdot S_r}{I \cdot b_r} \quad (1.3.1)$$

Con:

$S_r = \int_{A_r} z \cdot dA$ il momento statico rispetto all’asse neutro, che nella flessione semplice è baricentrico, della parte di sezione A_r che è da una parte della corda considerata (o dall’altra);

I = Momento d’inerzia della sezione rispetto all’asse neutro;

b_r = Larghezza della corda a-a.

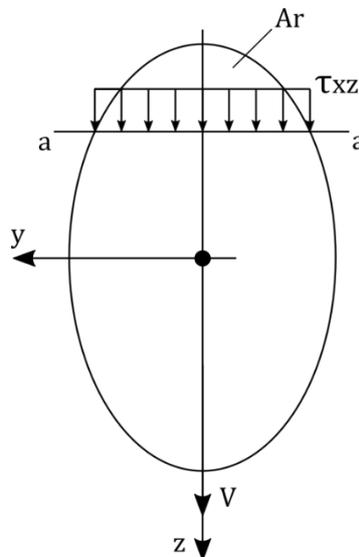


Figura 1.3.1 - Sezione simmetrica di trave soggetta a taglio V

Si ammette quindi che lungo la corda la tensione τ_{xz} è costante ed uguale al valore medio.

La formula di Jourawski conferma che la tensione tangenziale verticale è nulla nelle fibre estreme della sezione e varia con il rapporto $\left(\frac{S_r}{b_r}\right)$ ed è massima in una corda intermedia dove è massimo il rapporto $\left(\frac{S_r}{b_r}\right)$. Normalmente la tensione è massima in corrispondenza dell’asse neutro se la sezione ha larghezza costante o sull’asse neutro la sezione ha larghezza minima.

Se S_n è il momento statico della parte di sezione A_r sopra all'asse neutro (o al di sotto) e b_r la larghezza della corda in corrispondenza dell'asse neutro, il rapporto $I_n/S_n = z^*$.

Con z^* si indica la distanza fra il punto in cui è applicata la risultante delle tensioni normali di compressione e quello in cui è applicata la risultante di trazione, essendo le tensioni normali generate dalla flessione.

La tensione tangenziale massima sull'asse neutro è quindi pari a:

$$\tau_{max} = \frac{V}{b_n \cdot z^*} \quad (1.3.2)$$

Sezione rettangolare soggetta a taglio V

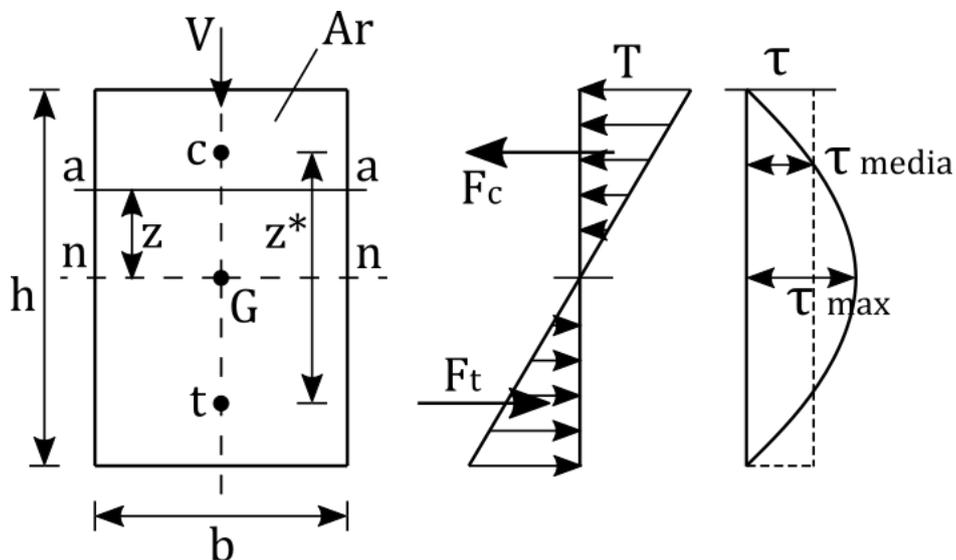


Figura 1.3.2 - Sezione rettangolare soggetta a flessione e taglio

La tensione tangenziale sulla corda (a-a) risulta pari a:

$$\tau = \frac{V \cdot S_r}{I \cdot b_r} = \frac{V \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - z\right) \left(\frac{h}{2} + z\right) \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 \cdot b} = \frac{6V}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - z^2\right) \quad (1.3.3)$$

La tensione tangenziale varia con andamento parabolico e il valore massimo si ha sull'asse neutro ($z = 0$):

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{V}{bh^2} = 1,5\tau_{med} \quad (1.3.4)$$

Si noti che il diagramma della tensione media può essere tracciato compensando il diagramma parabolico con uno costante.

L'espressione della τ_{max} si ottiene anche considerando la formula:

$$\tau_{max} = \frac{V}{b \cdot z^*} = \frac{V}{b} \cdot \frac{1}{2 \left(\frac{2h}{\sqrt{3}} \right)} = \frac{3}{2} \frac{V}{b \cdot h} \quad (1.3.5)$$

1.4 Flessione e taglio in una trave

Se per una trave, sottoposta ad azioni normali all'asse della trave e nel piano contenente il piano di sollecitazione (Figura 1.4.3) si considera una generica sezione (a-a), le sollecitazioni interne presenti sono il momento flettente ed il taglio.

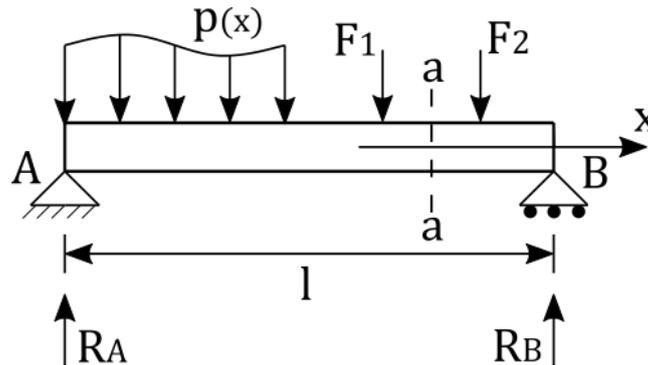


Figura 1.4.1 – Trave sottoposta ad azioni normali all'asse della trave

In ogni punto della sezione si hanno le tensioni T e τ . Attraverso la costruzione del Cerchio di Mohr, si determinano le tensioni principali:

$$\begin{cases} \tau_p = \frac{\tau}{2} + \sqrt{\left(\frac{\tau}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \tau_\varphi = \frac{\tau}{2} - \sqrt{\left(\frac{\tau}{2}\right)^2 + \tau^2} \end{cases} \quad (1.4.1)$$

Le linee isostatiche sono le linee che in ogni punto sono tangenti alle direzioni principali.

Queste linee individuano in una trave inflessa le direzioni delle tensioni principali di trazione e di compressione.

Se il materiale non fosse resistente a trazione, come avviene nel caso del calcestruzzo, la resistenza della trave sotto carico si ottiene introducendo tondini di acciaio nelle direzioni delle isostatiche di trazione.

1.5 Deformazione elastica di una trave

L'espressione dell'equazione della flessione è pari a:

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI} \quad (1.5.1)$$

Dalla geometria l'espressione della curvatura $1/R$ si scrive:

$$\frac{\frac{d^2w}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \pm \frac{M}{EI} \quad (1.5.2)$$

Essendo w lo spostamento nel piano di flessione (Figura 1.5.1)

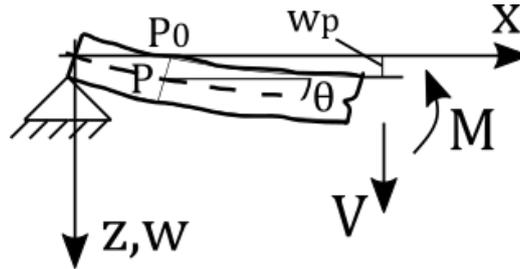


Figura 1.5.1 - Trave inflessa e deformata elasticamente dell'asse

Il quadrato del rapporto $\frac{dw}{dx}$ è ovviamente trascurabile e la (1.5.2) si semplifica in:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \pm \frac{M}{EI} \quad (1.5.3)$$

Assumendo l'asse z positivo verso il basso e la curva elastica con concavità dalla parte delle Z negative, la curvatura $\frac{d^2w}{dx^2}$ e il momento M hanno sempre segni opposti, quindi l'equazione differenziale della linea elastica si scrive:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = - \frac{M}{EI} \quad (1.5.4)$$

La soluzione dell'equazione differenziale si ottiene integrando due volte la (1.5.4) tenendo in conto le condizioni cinematiche e statiche al contorno.

Le espressioni delle sollecitazioni di taglio V , momento M e del carico distribuito p collegate alla curvatura $\frac{d^2w}{dx^2}$ sono le seguenti:

$$\begin{cases} M = -EI \frac{d^2w}{dx^2} \\ V = -EI \frac{d^3w}{dx^3} \\ p = EI \frac{d^4w}{dx^4} \end{cases} \quad (1.5.5)$$

Considerando la rigidezza flessionale EI costante.

CAP 2. Comportamento delle travi

2.1 Generalità

Si possono individuare due tipi di comportamenti meccanici della sezione avvalendosi della coesistenza tra calcestruzzo e barre di acciaio, della differenza dei legami costitutivi dei due materiali e della possibilità di semplificazione di questi, in relazione al livello tensionale delle fibre più sollecitate della sezione.

Quando il livello delle tensioni nel calcestruzzo è sufficientemente basso rispetto alla resistenza ultima, come nel caso degli stati limite di esercizio, la sezione può essere studiata assumendo un comportamento dei materiali di tipo elastico lineare.

Con la crescita del livello tensionale, fino al raggiungimento dei livelli ultimi sopportabili dei materiali, si fa riferimento a legami costitutivi non lineari di tipo elasto-plastici di calcestruzzo e acciaio.

In una sezione in calcestruzzo armato possiamo quindi individuare tre fasi di comportamento.

2.2 Fasi di comportamento in travi in c.a.

Le fasi principali che caratterizzano il comportamento della zona di calcestruzzo armato, sottoposta a solo momento flettente costante, sono 3:

- Fase I
- Fase II
- Fase III

a) Fase I → Stadio I {
Calcestruzzo interamente reagente
Comportamento elastico lineare calcestruzzo e acciaio

Il momento che produce la fessurazione è generalmente piccolo e di scarso interesse negli elementi inflessi.

Gli elementi sono generalmente progettati per lavorare in esercizio nella Fase II.

b) Fase II → Stadio II {
Calcestruzzo teso non reagente
Comportamento elastico lineare calcestruzzo e acciaio

Se l'elemento, oltre alla flessione, è soggetto anche a forza di compressione (pilastri) in esercizio ci si può trovare in fase I poiché la sezione è interamente compressa (elementi in calcestruzzo armato precompresso c.a.p.).

- c) Fase III → Stadio III $\left\{ \begin{array}{l} \text{Calcestruzzo teso non reagente} \\ \text{Comportamento non lineare calcestruzzo e acciaio} \end{array} \right.$

Fase di collasso che si raggiunge quando il calcestruzzo è fessurato e l'acciaio teso snervato. In elementi prevalentemente compressi il collasso può essere raggiunto senza fessurazione della sezione o, se fessurata, senza che l'acciaio risulti snervato, poiché il collasso si verifica per schiacciamento del calcestruzzo.

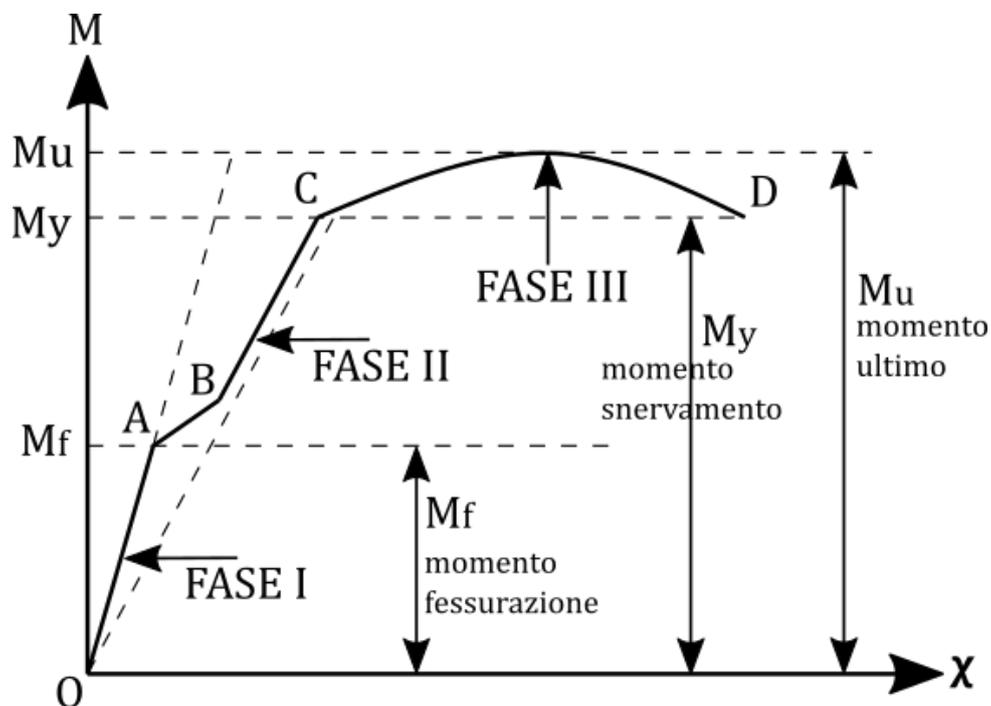


Figura 2.2.1 – Fasi del c.a. nel diagramma Momento – Curvatura

2.3 Comportamento nel primo stadio prima della fessurazione

Nel calcestruzzo non fessurato si può assumere che vi sia completa aderenza tra acciaio e calcestruzzo e che il campo delle deformazioni non presenti discontinuità nel passaggio da un punto in un materiale a quello di un altro.

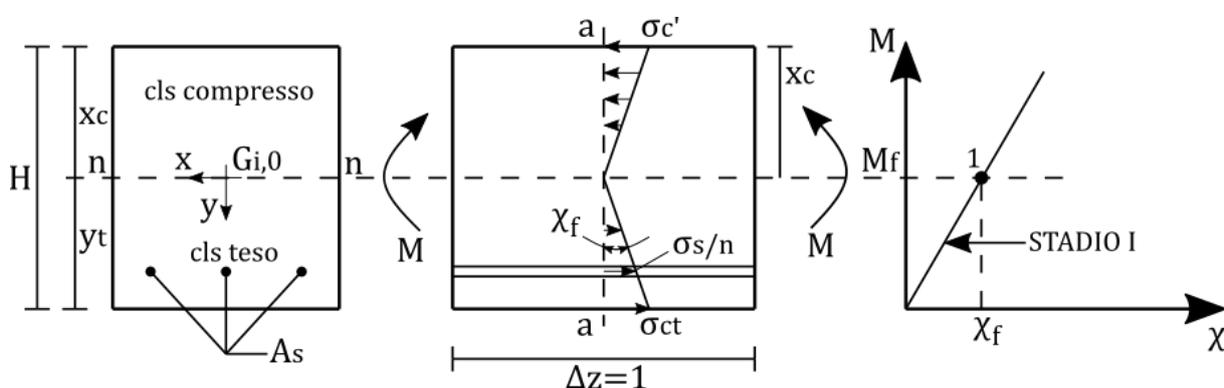


Figura 2.3.1 – Prima fessurazione del calcestruzzo

Nell'ipotesi di perfetta aderenza, una sezione costituita da materiali diversi si può assimilare ad una realizzata con un unico materiale avente un proprio modulo elastico E , ma in cui le aree dei singoli materiali sono pesate mediante un coefficiente pari al rapporto tra il modulo elastico del materiale in esame ed il modulo elastico di riferimento. La sezione così trattata è detta sezione omogeneizzata, ossia equivalente perché costituita da un solo materiale.

In alcuni casi è necessario evitare che il conglomerato teso giunga a fessurarsi per il superamento della tensione di trazione.

La verifica della sezione si conduce allora considerando reagente l'intera sezione e controllando che la massima tensione di trazione σ_{ct} non superi la tensione di trazione del conglomerato impiegato. È da notare che a rigore il conglomerato teso si comporta diversamente da quello compresso per la diversità dei due moduli di elasticità E_c ed E_{ct} , rispettivamente, per tensioni di compressione e trazione.

Considerando il coefficiente $\beta = E_{ct}/E_c$, il diagramma delle tensioni per sezioni rettangolari semplicemente inflesse risulta quello di Figura 2.3.2 e la tensione σ_{ct} sarà pari a:

$$\sigma_{ct} = \beta \frac{M}{J_{ci}} \cdot (h - x_c) \quad (2.3.1)$$

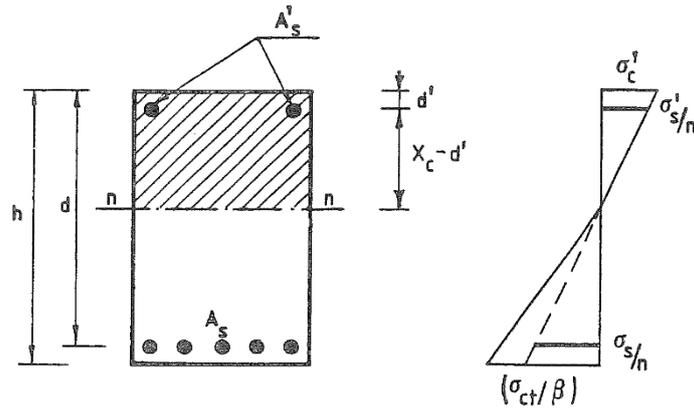


Figura 2.3.2 – Diagramma delle tensioni per sezione rettangolare

Il valore del momento statico S_{nn} rispetto al baricentro della sezione reagente è nullo. Pertanto, la determinazione della posizione dell'asse neutro si persegue con l'espressione seguente:

$$b(1 - \beta)x_c^2 + 2[b\beta h + n(A_s + A'_s)]x_c - [\beta bh^2 + 2n(A'_s d' + A_s d)] = 0 \quad (2.3.2)$$

In cui con n si è indicato il coefficiente di omogeneizzazione convenzionale in campo elastico lineare fra sezione d'acciaio e calcestruzzo compresso, normalmente considerato pari a 15.

Il valore del momento d'inerzia della sezione reagente è dato da:

$$J_{ci} = \frac{b}{3} [x_c^3 + \beta(h - x_c)^3] + n[A'_s(x_c - d')^2 + A_s(d - x_c)^2] \quad (2.3.3)$$

Orientativamente si può assumere nelle verifiche $\sigma_{ct} = \frac{f_{ct}}{\beta}$ e per β i valori compresi fra 0,4 e 0,60.

Nel caso di sezioni a T si hanno le seguenti espressioni, rispettivamente per il calcolo della posizione dell'asse neutro e del momento d'inerzia (Fig. 2.3.3):

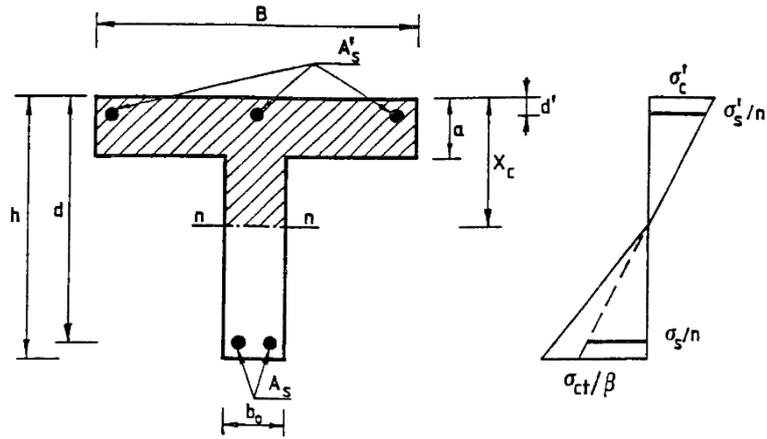


Fig. 2.3.3 – Diagramma delle tensioni per sezione a T

$$b_0(1 - \beta)x_c^2 + 2[a(B - b_0) + \beta hb_0 + n(A'_s + A_s)]x_c +$$

$$-[2n(A_s \cdot d + A'_s \cdot d') + (B - b_0)a^2 + \beta b_0 h^2] = 0 \quad (2.3.4)$$

$$J_{ci} = \frac{1}{3}[Bx_c^3 - (B - b_0)(x_c - a)^3] + \beta b_0(h - x_c)^3 +$$

$$+n[A'_s(x_c - d')^2 + nA_s(d - x_c)^2] \quad (2.3.5)$$

CAP 3. Stato limite di fessurazione

3.1 Generalità

Nel controllo dello Stato Limite di Esercizio (SLE) il controllo della fessurazione di travi in calcestruzzo armato è un aspetto fondamentale, essendo questa problematica strettamente collegata alla durabilità delle stesse travi.

In generale si considerano i seguenti tre stati limite (SLE) di fessurazione:

1. Stato limite di decompressione che si verifica nella situazione di sezione tutta compressa o con tensione (in una fibra) $\sigma_c = 0$;
Si noti che lo Stato Limite decompressione interessa, in particolare, le strutture in C.A.P.
2. Stato Limite di formazione delle fessure
3. Stato limite di apertura delle fessure

Per l'analisi dei vari stati limite elencati che sono parti dello stato limite di fessurazione, si considerano le combinazioni di carico quasi permanente e frequente.

3.2 Stato limite di formazione di fessure in sezione inflessa

Nel seguito ragioniamo sullo stato limite di formazione delle fessure. La verifica si effettua con l'usuale metodo del controllo tra la capacità dell'elemento e richiesta di prestazione. Nel caso di formazione di fessurazione in una sezione di una trave inflessa, si confronta il valore del momento di esercizio, richiesta di prestazione, con quello del momento di fessurazione M_F , capacità della sezione. Nel controllo della fessurazione, il calcolo della sezione va condotto con l'ipotesi di sezione interamente reagente, quindi considerando la resistenza a trazione del calcestruzzo. Si presenta di seguito un esempio applicativo.

Esempio: Calcolo del momento di fessurazione, M_F , per sezione in c.a. rettangolare con doppia armatura.

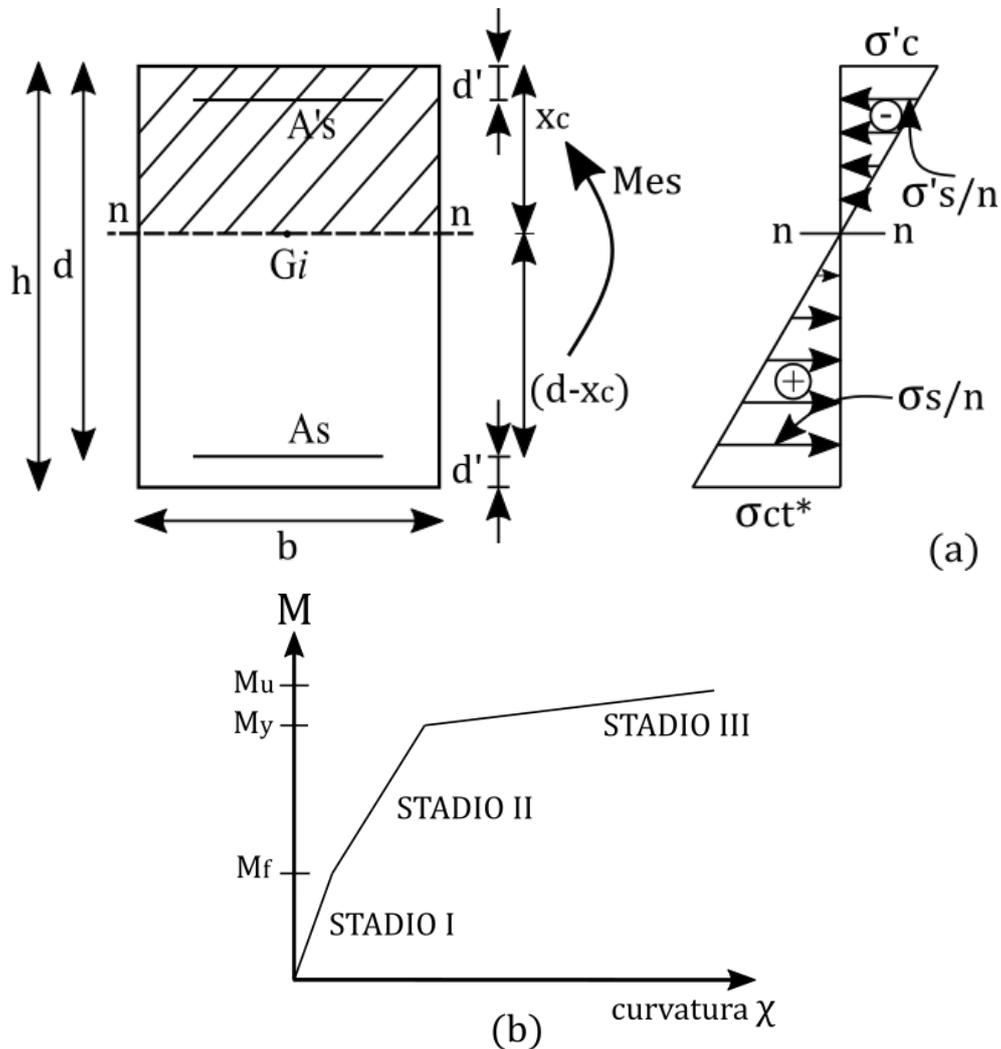


Figura 3.2.1 – (a) Sezione rettangolare in c.a. sottoposta a momento flettente, M_{es} , di esercizio; (b) Diagramma tre stadi in funzione di Momento-Curvatura

Il calcolo va condotto nel campo elastico non fessurato per sezione omogeneizzata al calcestruzzo compresso con dei coefficienti di omogeneizzazione $n = E_s/E_c$; $n' = E_{tc}/E_c$. Essendo E_{ct} il modulo di elasticità del calcestruzzo teso.

In Figura 3.2.1.a si presenta la sezione rettangolare con lo stato tensionale di compressione e trazione con σ_{ct}^* la tensione massima di trazione per la resistenza del calcestruzzo teso.

Per determinare la posizione dell'asse neutro, essendo il problema in campo elastico, si può considerare nullo il momento statico della sezione rispetto all'asse neutro a.n.:

$$S_n = 0 \rightarrow \frac{bx_c^2}{2} + nA'_s(x_c - d') - nA_s(d - x_c) - n' \frac{b}{2}(h - x_c)^2 = 0 \quad (3.2.1)$$

Dalla (3.2.1) si ricava la posizione di x_c per l'asse neutro.

Il momento d'inerzia della sezione omogeneizzata risulta:

$$I_{c,i} = \frac{b}{3} [x_c^3 n' (h - x_c)^3] + n A_s (d - x_c)^2 + n A'_s (x_c - d')^2 \quad (3.2.2)$$

Ed infine la tensione al lembo teso:

$$\sigma_{ct} = n' \frac{M}{I_{ci}} (h - x_c) \quad (3.2.3)$$

Secondo la vigente normativa (NTC18), per lo stato limite si formano delle fessure

$$\sigma_{ct} = \frac{f_{ctm}}{1,2} \quad \text{con} \quad f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{classi} \leq \text{C50/60})$$

Si determina quindi il valore del momento di fessurazione M_F come valore di separazione fra il primo stadio di flessione (Figura 3.2.1.b) ed il secondo stadio di sezione parzializzata e fessurata. Si ha dalla (3.2.3):

$$M_F = \frac{f_{ctm}}{1,2 \cdot n'} \cdot \frac{I_{c,i}}{(h - x_c)} \quad (3.2.4)$$

La verifica è soddisfatta se:

$$M_F \geq M_{esercizio} \quad (3.2.5)$$

N.B. In modo sufficientemente approssimato, senza distinzione fra calcestruzzo compresso e teso e facendo riferimento alla sola capacità resistente del calcestruzzo, quindi tralasciando la presenza di armatura, si ha:

$$M_F = \sigma_{ct} \cdot W_c = \sigma_{ct} \cdot \frac{bh^2}{6} \quad (3.2.6)$$

Essendo il modulo resistente per sezione rettangolare

$$W_c = \frac{\frac{1}{12} bh^3}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6} \quad (3.2.7)$$

3.3 Stato Limite di apertura delle fessure

Il controllo dell'apertura delle fessure in strutture in calcestruzzo armato è argomento di particolare impegno perché è necessario far riferimento a modelli complessi di che tengano conto di diversi parametri meccanici e geometrici oltre ai dettagli costruttivi. Quindi, dal

punto di vista, dell'analisi teorica si sviluppano dei procedimenti spesso approssimati che vanno poi verificati sperimentalmente. In effetti nelle normative si suggeriscono controlli dell'ampiezza delle formazioni riferendosi a valori medi.

Nello spirito del procedimento semiprobabilistico, viene definito un valore caratteristico dell'ampiezza delle fessure nella zona di efficienza dell'armatura detto ω_k dato da:

$$\omega_k = 1,7 \cdot \omega_m \quad (3.3.1)$$

Essendo ω_m l'apertura media delle fessure.

Si controlla quindi che ω_k sia minore ed uguale al valore limite di apertura delle fessure $\bar{\omega}$ che è pari ad uno dei seguenti valori nominali: $\omega_1 = 0,2$ mm; $\omega_2 = 0,3$ mm; $\omega_3 = 0,4$ mm.

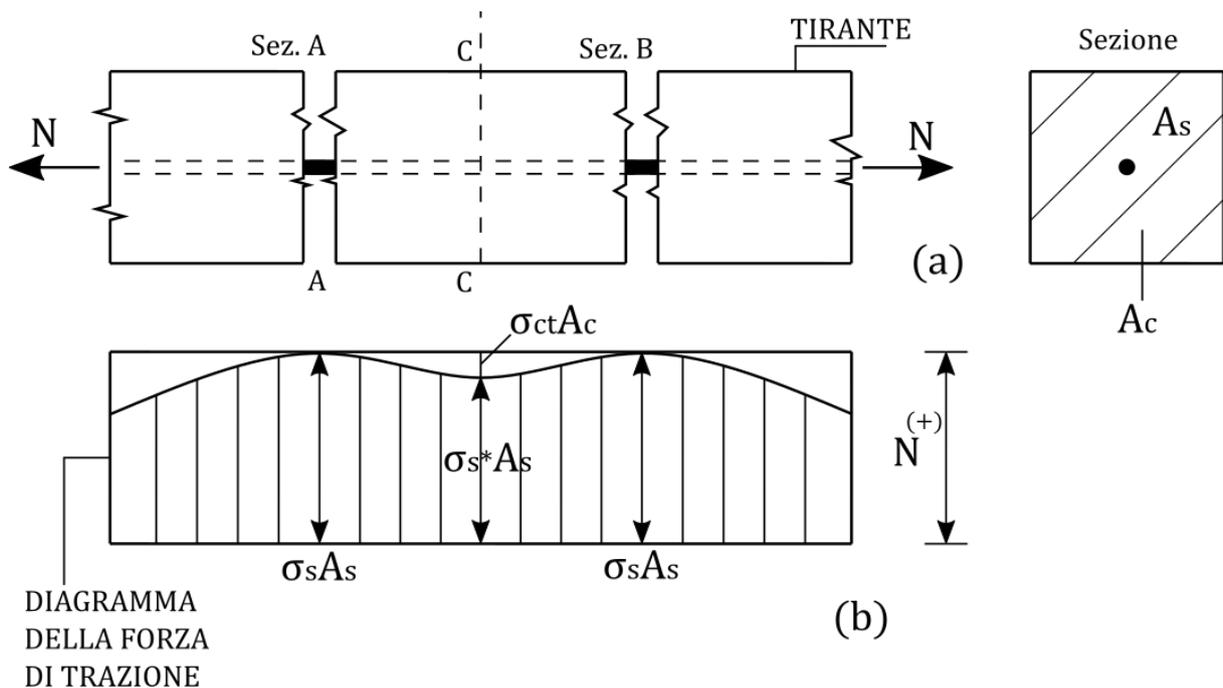
Ovviamente il valore limite di fessurazione è fissato in funzione delle condizioni ambientali e della sensibilità delle armature alla corrosione. Per le combinazioni delle azioni, inoltre, si prendono in considerazione le combinazioni quasi permanenti e frequenti (NTC 18).

Il valore medio dell'ampiezza della fessura è definito come il prodotto della deformazione media dell'acciaio, ε_{sm} , per la distorsione anch'essa media fra le fessure S_{rm} ; si ha quindi:

$$\omega_m \cong \varepsilon_{sm} \cdot S_{rm} \quad (3.3.2)$$

Caso a: Tirante in cemento armato.

Si considera un caso fra i più semplici, quella di un tirante costituito da un elemento con un solo tondino, come indicato nella Figura 3.3.1



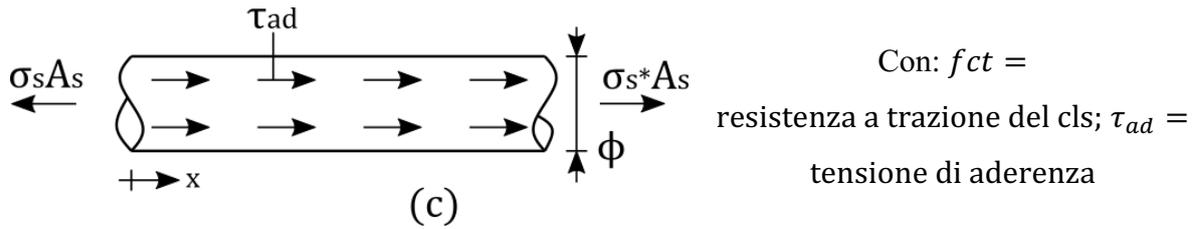


Figura 3.3.1 – (a) Tirante con un tondino; (b) Diagramma delle forze di trazione;
(c) Tensione di aderenza agente sul tondino

Per livelli di carico bassi, la trave si trova nello stadio di interamente reagente. Quando in una sezione del tirante, la tensione sul calcestruzzo è vicina alla capacità resistente, in una sezione dell'asta si forma una prima fessura. Supposto il tirante fessurato nelle sezioni A e B, all'aumentare della trazione $N^{(+)}$ si ha un'evoluzione del quadro fessurativo con incremento di tensione $\sigma_{ct} \rightarrow f_{ct}$ nella sezione di probabile fessurazione C-C per ragioni di simmetria. Le tensioni si annullano sul calcestruzzo nelle sezioni fessurate mentre quelle sull'acciaio aumentano sino al valore $\sigma_s = \frac{N^{(+)}}{A_s}$ con deformazione dell'acciaio "nudo" pari a $\frac{\sigma_s}{E_s} = \varepsilon_s$.

Distanza media tra le fessure: $S_{r,m}$

Si può scrivere l'equazione di equilibrio del tondino nella sezione C-C:

$$\sigma_s \cdot A_s = \sigma_{ct} \cdot A_c + \sigma_s^* \cdot A_s \quad (3.3.3)$$

Considerando una generica legge della tensione di aderenza $\tau_{ad} = \tau_{ad}(x)$ si ha:

$$\sigma_s \cdot A_s = \sigma_s^* \cdot A_s + p \int_0^{S_{r,m}/2} \tau_{ad}(x) \cdot dx \quad (3.3.4)$$

Con $p = 2\pi R$ circonferenza del tondino.

Nell'ipotesi semplificata di Brice si può assumere che $\tau_{ad} = \text{cost}$:

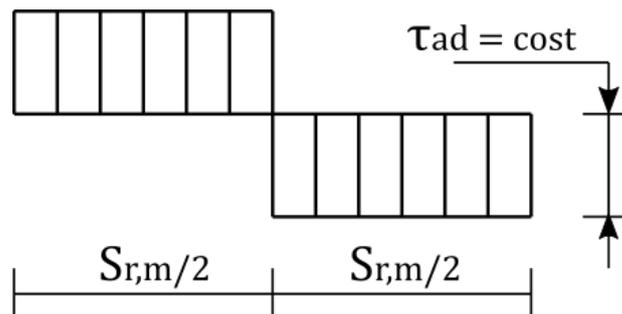
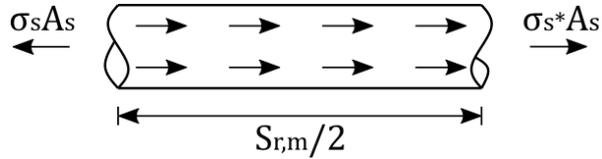


Figura 3.3.2 – Distanza delle fessure con $\tau_{ad} = cost$

Dalla 3.3.4 si determina la $S_{r,m}$:

$$(\sigma_s A_s - \sigma_s^* A_s) = p \int_0^{S_{r,m}/2} \tau_{ad}(x) \cdot dx \quad (3.3.5)$$

Con: $\sigma_{ct} A_c = p \int_0^{S_{r,m}/2} \tau_{ad}(x) \cdot dx$



E per $\sigma_{ct} \rightarrow fct \Rightarrow fct \cdot A_c = p \int_0^{S_{r,m}/2} \tau_{ad}(x) \cdot dx$

Inoltre per il modello di Brice: $fct \cdot A_c = p \cdot \tau_{ad} \cdot S_{r,m}/2$

Da cui

$$S_{r,m} = \frac{2 \cdot fct \cdot A_c}{p \cdot \tau_{ad}} \quad (3.3.6)$$

$$S_{r,m} = \frac{2 \cdot fct \cdot \pi \cdot \frac{\phi^2}{4}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi}{2} \cdot \tau_{ad}} = \frac{fct \cdot \phi}{2 \cdot \tau_{ad}}$$

La distanza delle fessure è quindi funzione della resistenza del calcestruzzo e del diametro del tondino.

Nella NTC18 si forniscono formule operative per controllare la distanza fra le fessure sia nel caso di elemento completamente teso che inflesso.

Molto importante nel determinare l'apertura delle fessure è l'area di calcestruzzo che è effettivamente collaborante con l'armatura a trazione. Nella pratica si definisce un'area efficace convenzionale secondo le indicazioni normative.

Ovviamente i valori di S_{p1m} per elemento teso o inflesso differiscono e con un modello fessurativo analogo dei tiranti, si può studiare il completamento nel caso di elemento inflesso e parzializzato.

Definizione unitaria media dell'armatura: $\varepsilon_{s,m}$

Il significato di $\varepsilon_{s,m}$ è quello di deformazione media dell'acciaio nel tratto $S_{r,m}$. Con riferimento al singolo tondino si valuta l'equazione di equilibrio:

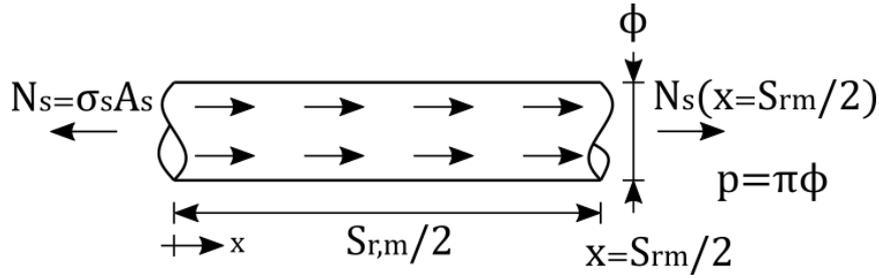


Figura 3.3.3 – Tondino

$$N_s \left(x = S_{r,m}/2 \right) + p \int_0^{S_{r,m}/2} \tau_{ad}(x) \cdot dx = \sigma_s A_s \quad (3.3.7)$$

Il valore medio delle forze di trazione nel tratto $(0; S_{r,m}/2)$ è pari a:

$$\begin{aligned} N_{s,m} &= \frac{N_s(x=0) + N(x=S_{r,m}/2)}{2} = \frac{1}{2} \left[\left(\sigma_s A_s - p \int_0^{S_{r,m}/2} \tau_{ad}(x) \cdot dx + \sigma_s A_s \right) \right] \\ &= \sigma_s A_s - \frac{p \int_0^{S_{r,m}/2} \tau_{ad}(x) \cdot dx}{2} \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

Quindi la tensione media nell'acciaio è:

$$\sigma_{sm} = \frac{N_{sm}}{A_s} = \sigma_s - \frac{p \int_0^{S_{r,m}/2} \tau_{ad} \cdot dx}{2A_s} \quad (3.3.9)$$

Il valore della tensione media nell'acciaio è pari al valore della tensione σ_s per l'acciaio nudo diminuito del contributo di resistenza fornito dal calcestruzzo teso compreso fra le fessure che è detto Tension Stiffening.

Nell'ipotesi di Brice: $\tau_{ad} = cost$ si ricava:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\tau_{ad} \cdot S_{rm}}{\phi E_s} \quad (3.3.10)$$

A vigore l'ampiezza della fessura può determinarsi come differenza delle deformazioni dell'acciaio e del calcestruzzo nel tratto considerato:

$$\omega = 2 \int_0^{S_{r,m}/2} (\varepsilon_{s,m} - \varepsilon_{c,m}) \cdot dx \quad \text{con } \varepsilon_{c,m} = 0$$

Da cui:

$$\omega_m = \varepsilon_{s,m} \cdot S_{r,m} \quad (3.3.11)$$

Nota: il diagramma della tensione σ_s in funzione della deformazione $\varepsilon_{s,m}$ è quello suggerito in seguito.

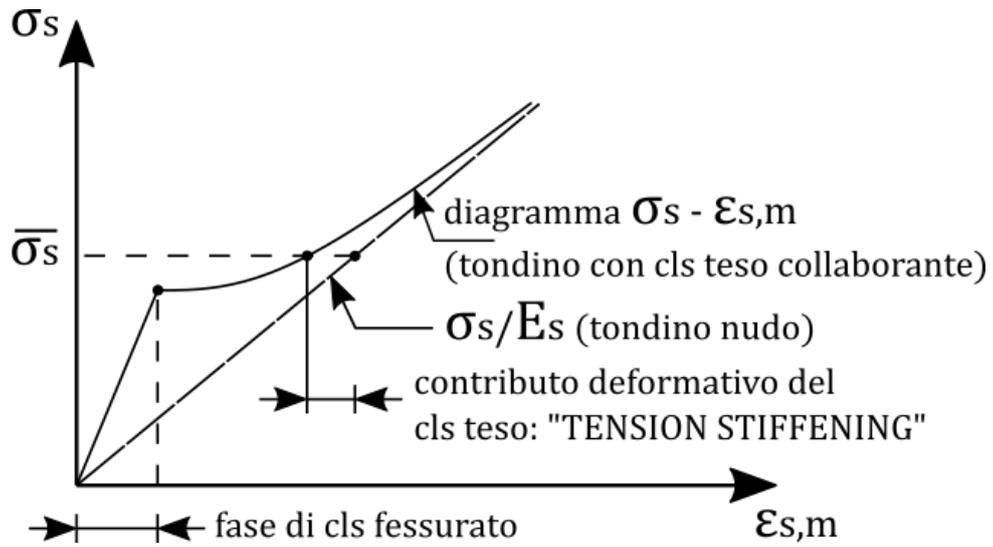


Figura 3.3.4 – Diagramma $\sigma_s - \varepsilon_{s,m}$

Secondo il C.E.B. il TENSION STIFFENING si può esprimere $\left[\beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{s,r}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$

CAP 4. Stato limite di deformazione

4.1 Generalità

Il controllo della deformazione di un elemento, o di una struttura nella sua complessità, è basato sulla necessità che non venga compromessa la funzionalità.

Nella pratica tecnica, le limitazioni che vengono dalle norme riguardano le frecce, cioè gli spostamenti dell'elemento in relazione alla luce; quindi il rapporto di riferimento è dato da "freccia/luce".

La verifica consiste nel riscontrare che le per le condizioni di carico relative agli stati limite di esercizio, il livello deformativo sia minore del livello accettabile fissato.

Per l'analisi delle deformazioni, si può ricavare il valore della curvatura per ogni sezione e, dall'integrazione delle curvature nell'elemento, si ottengono i valori delle rotazioni e degli spostamenti.

È bene ricordare che in pratica ci si basa sulla definizione di una curvatura media per la trave in calcestruzzo armato.

La curvatura della trave in c.a. soggetta a flessione è data localmente dalla ben nota espressione:

$$X = \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d} \quad (4.1.1)$$

con d = altezza utile; ε_s = deformazione dell'armatura tesa; ε_c = deformazione del calcestruzzo al bordo più compresso.

È altresì noto che la curvatura nella fase fessurata, attraverso la tecnica dell'omogeneizzazione delle sezioni in calcestruzzo armato, può essere espressa anche come

$$X = \frac{1}{R} = \frac{M}{(EI)_0} \quad (4.1.2)$$

A meno del segno.

4.2 Esempio di calcolo della deformazione (freccia) considerando la curvatura

Definita la curvatura media ($\chi_m = \frac{1}{R_m}$) si calcola il valore della freccia in una prefissata sezione S_1 . Si fa riferimento alla Figura 4.2.1:

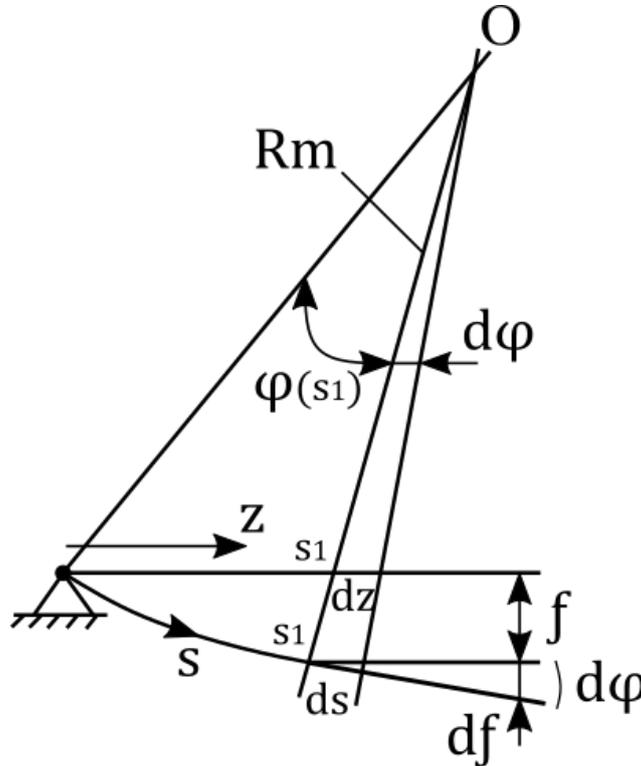


Figura 4.2.1 – Freccia generica sezione

Si ha che: $d\varphi = \frac{ds}{R_m}$ $d\varphi = \frac{df}{dz}$ Da cui: $\frac{df}{dz} = \frac{ds}{R_m}$ quindi $df = \frac{ds}{R_m} \cdot dz$

Integrando in z ed in s si ha:

$$f = \int_0^z \int_s^{s=s_1} \frac{1}{R_m} \cdot ds \cdot dz = \int_0^z \varphi(s = s_1) dz \quad (4.2.1)$$

Quindi la freccia in una generica sezione si ottiene attraverso l'integrazione della curvatura $\frac{1}{R_m}$ nella lunghezza $s = s_1$. Questo primo integrale definisce l'angolo di rotazione $\varphi(s = s_1)$; quindi attraverso una successiva integrazione si determina la freccia f nella sezione z .

La difficoltà nel calcolo delle deformazioni di travi in calcestruzzo armato è insita nella valutazione della rigidità flessionale che è variabile da zona a zona e da sezione a sezione. Esaminando un tratto di trave fessurata si individua la sezione fessurata (nello stadio 2) mentre fra due fessure contigue, per l'effetto irrigidente del calcestruzzo reagente per

“Tension stiffening” il comportamento è pensato come quello di sezione interamente reagente (Figura 4.2.2):

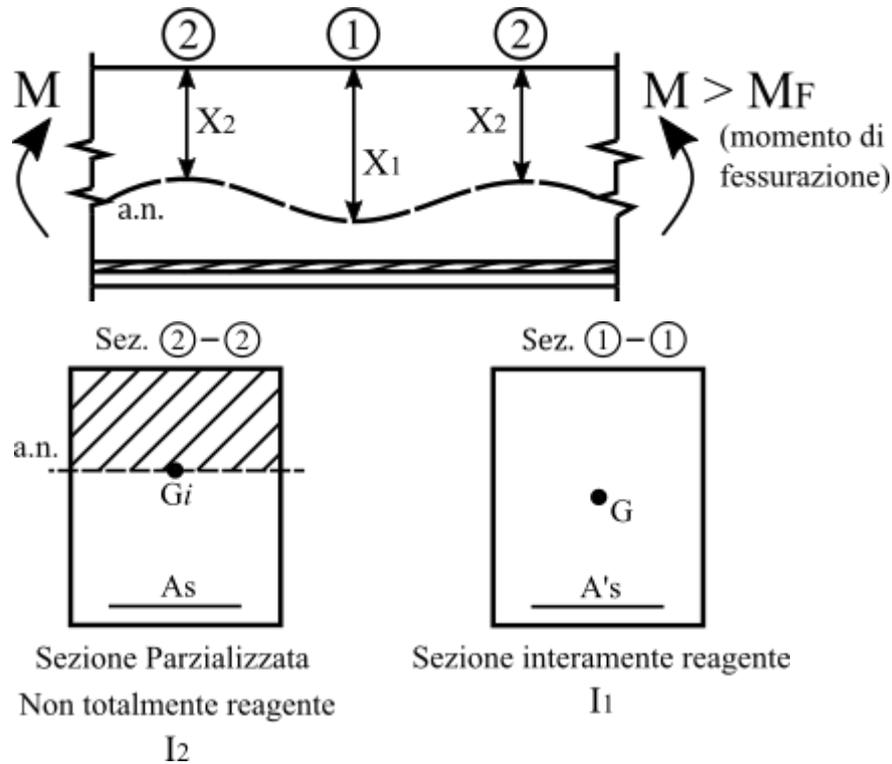


Figura 4.2.2 – Tratto di trave fessurata

I valori dei momenti di inerzia delle sezioni fessurate e non fessurate ovviamente non sono uguali ($I_1 > I_2$) e sono diverse le espressioni della curvatura: $\frac{1}{R_1} \neq \frac{1}{R_2}$. Nei tratti non soggetti a valori di momento flettente minore del momento di formazione M_F si possono considerare le sezioni interamente reagenti come pure nei tratti in cui la sezione non si fessura ed è compresa, per esempio, fra le sezioni ② – ②.

Si deve notare che però, nelle zone con $M > M_F$, nelle sezioni fra due successive fessure, si ha il parziale trasferimento di tensioni di trazione dell'acciaio teso al calcestruzzo teso detto “Tension stiffening”. Pertanto nei tratti di trave in cui si ha $M > M_F$ è necessario valutare la curvatura media $\frac{1}{R_m}$.

Secondo le indicazioni dell'Eurocodice (EC2) per gli elementi inflessi una stima adeguata del comportamento e della curvatura media, per il tratto con $M > M_F$ è data:

$$\frac{1}{R_m} = \gamma \left(\frac{1}{R_2} \right) + (1 - \gamma) \left(\frac{1}{R_1} \right) \quad \text{con} \quad \gamma = \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_F}{M} \right)^2 \right] \quad (4.2.2)$$

4.3 Modello di trave inflessa fessurata

Il comportamento di una trave inflessa può essere analizzato con un modello a due fasi (Figura 4.3.1) dove un tratto di lunghezza ℓ_1 è nello stadio 1 non fessurato e un tratto di lunghezza ℓ_2 è nello stadio 2 fessurato in cui si tiene conto della parte compressa e delle armature.

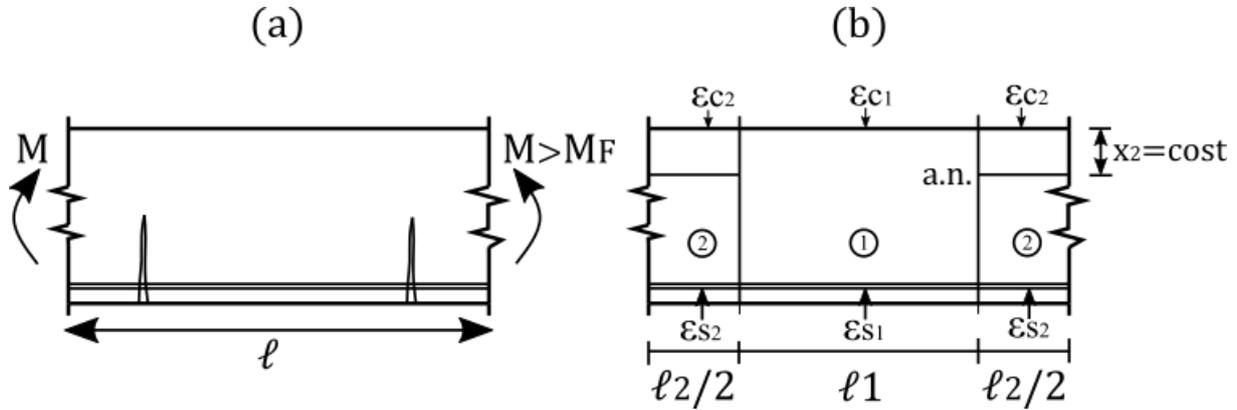


Figura 4.3.1 – (a) Elemento reale di trave; (b) Modello a due fasi.

Si ha quindi:

$$\ell_2 = \gamma \ell \quad \ell_1 = \ell - \ell_2 = \ell - \gamma \ell = (1 - \gamma) \ell \quad (4.3.1)$$

Conseguentemente si deve definire un coefficiente γ (coefficiente di ripartizione) che consente di calcolare le lunghezze dei tratti nello stadio ① e ②, tralasciando per semplicità i problemi di aderenza.

In generale la curvatura media $\frac{1}{R_m} = X_m$ può essere definita nel modo seguente:

$$\frac{1}{R_m} = \frac{(\epsilon_{s,m} + |\epsilon_{c,m}|)}{d} \quad (4.3.2)$$

Con $\epsilon_{s,m}$ e $\epsilon_{c,m}$, rispettivamente, le deformazioni medie sull'acciaio teso e sul bordo più compresso del calcestruzzo. Il problema dunque viene a spostarsi sulla ricerca delle deformazioni medie nelle zone con $M > M_F$.

Per l'armatura si ha una deformazione media $\epsilon_{s,m}$ pari a:

$$\epsilon_{s,m} = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{(\Delta \ell_1 + \Delta \ell_2)}{\ell} = \frac{\ell_1 \epsilon_{s,1} + \ell_2 \epsilon_{s,2}}{\ell} \quad (4.3.3)$$

Ed introducendo le lunghezze ℓ_1 e ℓ_2 in funzione del coefficiente γ si ottiene:

$$\epsilon_{sm} = (1 - \gamma) \epsilon_{s1} + \gamma \epsilon_{s2} \quad (4.3.4)$$

Per il calcestruzzo compresso, in modo analogo:

$$\epsilon_{cm} = (1 - \gamma) \epsilon_{c1} + \gamma \epsilon_{c2} \quad (4.3.5)$$

Si deduce dalle (4.3.4) e (4.3.5) che la curvatura media è proprio la relazione già introdotta:

$$\frac{1}{R_m} = (1 - \gamma) \frac{\varepsilon_{s1} + |\varepsilon_{c1}|}{d} + \gamma \frac{\varepsilon_{s2} + |\varepsilon_{c2}|}{d} = \gamma \left(\frac{1}{R_2} \right) + (1 - \gamma) \left(\frac{1}{R_1} \right) \quad (4.3.6)$$

L'espressione (4.3.6) è indicata, seppure con simboli diversi, nella NTC18. Essendo il coefficiente γ rappresentabile come precisato sopra, si ricava che:

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_F}{M} \right)^2 + \frac{1}{R_2} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_F}{M} \right)^2 \right] \quad (4.3.7)$$

Con i valori β_1 e β_2 che dipendono dalle barre di acciaio (per barre ad aderenza migliorata $\beta_1 = 1$; $\beta_1 = 0,5$ per barre lisce) e dal carico (se di breve durata $\beta_2 = 1$; se permanente $\beta_2 = 0,5$).

4.4 Calcolo delle frecce in una trave in c.a. (Metodo generale)

Gli spostamenti nelle travi in c.a. possono essere ottenuti applicando i metodi di calcolo noti dalla Scienza delle Costruzioni. Avendo definito la curvatura media $\frac{1}{R_m}$ nei tratti fessurati della trave e $\frac{1}{R_1} = \frac{M}{EI_1}$ nelle parti non fessurate è possibile procedere al calcolo.

Come esempio si considera la trave in Figura 4.4.1 isostatica e sottoposta ad un carico uniforme. Si applica il PLV considerando una struttura di servizio con carico concentrato unitario applicato nella sezione di massimo spostamento.

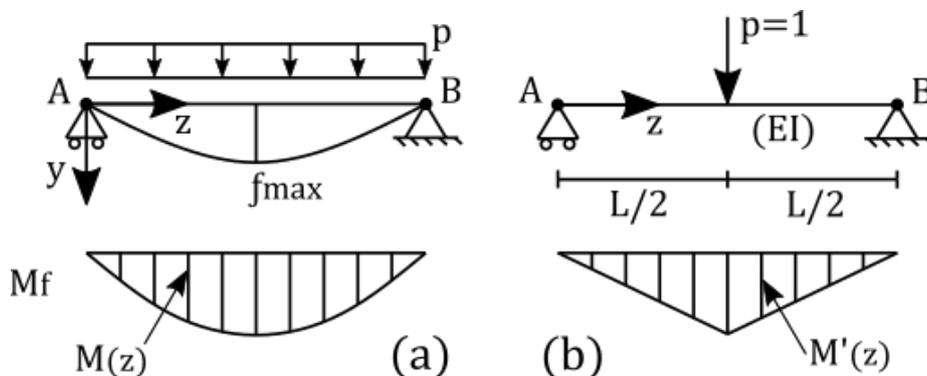


Figura 4.4.1 – (a) Trave sottoposta a carico uniforme
– (b) Struttura di servizio con carico concentrato

Considerando, in modo approssimato, tutta la trave sostanzialmente in fase fessurata, dall'applicazione del PLV si ha

$$f_{max} \cdot 1 = \int_{(Struttura:S)} M' \frac{M dz}{EI_m} = \int_S M' \frac{1}{R_m} dz \quad (4.4.1)$$

Considerando una parte di asta non fessurata, ΔS_1 , e una parte fessurata ΔS_2 , si può scrivere:

$$f_{max} \cdot 1 = \int_{\Delta S_1} M' \frac{1}{R_1} dz + \int_{\Delta S_2} M' \frac{1}{R_m} dz \quad (4.4.2)$$

Nel calcolo degli spostamenti è sicuramente utile il Teorema di Mohr ed i suoi corollari.

L'inflessione di un'asta è uguale al diagramma del momento flettente della trave associata caricata con un carico distribuito equivalente pari alla curvatura.

Il diagramma del taglio della trave associata fornisce invece l'inclinazione della deformata della trave reale.

Con riferimento alla trave dell'esempio precedente si può procedere applicando i corollari di Mohr.

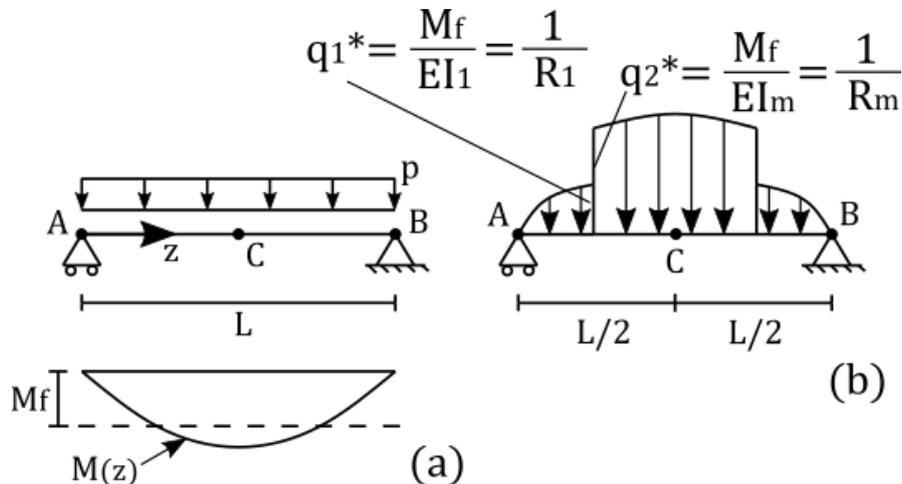


Figura 4.4.2 – (a) Trave reale – (b) Trave ausiliaria

Sia:

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_F}{M} \right)^2 + \frac{1}{R_2} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_F}{M} \right)^2 \right] \quad (4.4.3)$$

Il valore della freccia nel punto C è ricavabile dal valore del momento sulla trave ausiliaria M_c^*

4.5 Calcolo tecnico delle frecce

Per semplificare le procedure di calcolo, in particolare per schemi statici più complessi di quelli indicati, si può effettuare una valutazione diretta degli spostamenti senza calcolare le curvature. Secondo il Model Code 2010 ed anche l'Eurocodice (EC2) si ha la possibilità di eseguire un calcolo tecnico delle frecce secondo la seguente formula:

$$f = f_1 \beta \left(\frac{M_F}{M} \right)^2 + f_2 \left[1 - \beta \left(\frac{M_F}{M} \right)^2 \right] \quad (4.5.1)$$

Con: f_1, f_2 = frecce calcolate con riferimento ai momenti d'inerzia I_1, I_2 ;

$\beta = 1$ per carichi di breve durata; $\beta = 0,5$ per carichi di lunga durata;

M_F = Momento di fessurazione.

Dalle indicazioni normative, le frecce di travi e solai, sotto la condizione quasi permanente dei carichi, non dovrebbero superare di 1/500 della luce.

Nel lungo termine le frecce di travi e solai, calcolate sotto la condizione quasi permanente dei carichi, non dovrebbero superare il limite di 1/250 della luce.

Esempio: Trave semplicemente appoggiata di luce 6.0 m

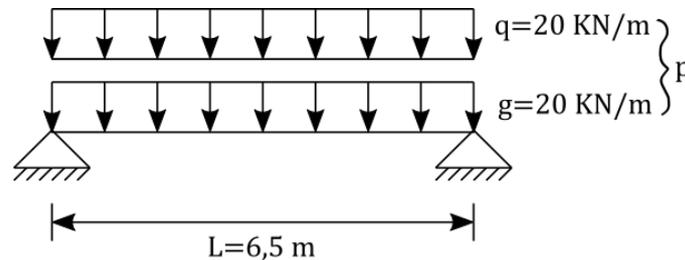


Figura 4.5.1 – Trave semplicemente appoggiata

$$M_{max} = \frac{1}{8} p l^2 = 180 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Si considera una combinazione rara di carico per il controllo dello Stato Limite di Deformazione a breve periodo ($t = 0$)

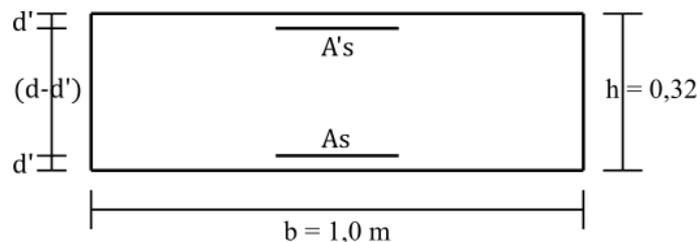


Figura 4.5.2 – Sezione della trave

$$A'_s = A_s = 14\emptyset 16 \quad d' = 30 \text{ mm} \quad d = 290 \text{ mm}$$

$$\text{Materiali: } f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2; f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3}; f_{ctm,fl} = 1,2 \cdot f_{ctm} = 2,64 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{B450C; } E_s = 200000 \text{ N/mm}^2; n_{eff}(t=0) = E_s/E_{cm} = 6,7$$

$$\text{Modulo del calcestruzzo: } E_{cm} = 22000 \left(f_{cm}/10 \right)^{0,3} = 29936 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{N.B. } f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2 = 28 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Momento di fessurazione: } M_F \cong f_{ctm} \cdot \frac{bh^2}{6} = 45,0 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

- Calcolo delle caratteristiche della sezione non fessurata (Stadio 1)

$$I_1 = 3049 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$f_1 = \frac{5}{384} \cdot \frac{p\ell^4}{E_{cm}I_1} = 7,4 \text{ mm}$$

- Calcolo delle caratteristiche della sezione fessurata (Stadio 2);

ponendo il momento statico della sezione reagente nullo, si calcola la nuova posizione dell'asse neutro con il coefficiente $n=6,7$

$$x_{c_2} = 160 \text{ mm}; I_1 = 1049 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

La freccia f_2 è pari a:

$$f_2 = \frac{5}{384} \cdot \frac{p\ell^4}{E_{cm}I_2} = 21,5 \text{ mm}$$

$$M_{max} = \frac{40 \cdot 6^2}{8} = 180 \text{ KN} \cdot \text{m} \quad (\text{Momento massimo per la sezione piú fessurata})$$

Utilizzando la formula (4.5.1) si ha quindi:

$$f = 7,4 \cdot 0,0625 + 21,5(1 - 0,0625) = 20,6 \text{ mm}$$

Il rapporto

$$f/L = \frac{20,6 \text{ mm}}{6000 \text{ mm}} = \frac{1}{291} > \frac{1}{500}$$

Non risulta f/L quindi compatibile con i limiti. Si può operare modificando la sezione e migliorando il momento d'inerzia I.

CAP5. Prescrizioni Normative

5.1 Generalità

Le NTC 2008 hanno lasciato spazio alle NTC 2018 approvate con il decreto del 17 gennaio 2018. Ricordiamo che le NTC 2018 sono normative che definiscono i principi da seguire per il progetto, l'esecuzione e il collaudo delle costruzioni e specificano le prestazioni che gli edifici devono raggiungere in termini di resistenza meccanica e stabilità.

Le appendici agli Eurocodici costituiscono inoltre il collegamento tra le NTC nazionali e gli Eurocodici, indispensabili per consentire l'uso nell'ambito della normativa nazionale.

Le Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 sono articolate in 12 capitoli.

Ci soffermeremo sul Capitolo 4 – Costruzioni Civili e Industriali.

In questo capitolo, nel paragrafo 4.1.2.2, si trattano gli Stati Limite di Esercizio.

5.2 Stato limite di fessurazione (4.1.2.2.4)

Si definisce Stato Limite di Esercizio (SLE) una qualunque condizione, anche di danneggiamento locale, superata la quale l'opera non soddisfa più le prestazioni necessarie per il corretto funzionamento in esercizio della struttura, anche in termini di durabilità o di aspetto.

Cap. 4 – Paragrafo 4.1.2.2 “Stati limite di esercizio”

Per quanto concerne l'ambito degli Stati Limite di Esercizio, l'attuale normativa prevede il rispetto dei seguenti stati limite:

- deformazione (4.1.2.2.2);
- vibrazione;
- fessurazione (4.1.2.2.4);
- tensioni di esercizio;
- fatica per quanto riguarda eventuali danni che possano compromettere la durabilità, per la quale vengono definite regole specifiche.

Stato Limite di fessurazione (par. 4.1.2.2.4)

Nella normativa italiana vengono individuate tre condizioni possibili nei confronti della fessurazione, di seguito elencate in ordine crescente di severità:

- Stato limite di decompressione

Si raggiunge quando la tensione normale è ovunque di compressione ed al più uguale a 0. Questo stato limite individua quindi il passaggio da sezione interamente compressa a sezione parzialmente tesa.

- Stato limite di formazione delle fessure

La tensione normale di trazione nella fibra più sollecitata raggiunge il valore di

$$\sigma_t = \frac{f_{ctm}}{1,2}$$

Dove f_{ctm} è la resistenza media a trazione semplice del calcestruzzo definita al Par.11.2.10.2. Questo stato limite corrisponde alla situazione limite al di sopra della quale si possono formare fessure nel calcestruzzo teso.

- Stato limite di apertura delle fessure

Il valore limite di apertura della fessura calcolato al livello considerato è pari ad uno dei seguenti valori nominali:

$$w_1 = 0,2 \text{ mm} \quad w_2 = 0,3 \text{ mm} \quad w_3 = 0,4 \text{ mm}$$

In questo stato limite si accetta la formazione delle fessure, ma se ne controlla il valore caratteristico w_k di apertura.

Combinazioni di carico (par. 4.1.2.2.4.1)

Per effettuare le verifiche allo SLE per fessurazione si prendono in considerazione:

- Combinazione quasi permanente
- Combinazione frequente

Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili:

$$G_1 + G_2 + P + \Psi_{11} \cdot Q_{k1} + \Psi_{22} \cdot Q_{k2} + \Psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.3)$$

Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:

$$G_1 + G_2 + P + \Psi_{21} \cdot Q_{k1} + \Psi_{22} \cdot Q_{k2} + \Psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.4)$$

Lo stato limite di fessurazione da considerare deve essere fissato in funzione delle condizioni ambientali e della sensibilità delle armature alla corrosione.

Nella Tabella 4.1.IV sono indicati i criteri di scelta dello stato limite di fessurazione con riferimento alle differenti esigenze (par. 4.1.2.2.4.4):

Gruppi di Esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_k	Stato limite	w_k
A	Ordinarie	frequente	apertura fessure	$\leq w_2$	apertura fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	apertura fessure	$\leq w_1$	apertura fessure	$\leq w_2$
B	Aggressive	frequente	apertura fessure	$\leq w_1$	apertura fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	apertura fessure	$\leq w_1$
C	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	apertura fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	apertura fessure	$\leq w_1$

Tabella 4.1.IV - Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione

Condizioni ambientali

Ai fini della protezione contro la corrosione delle armature metalliche e della protezione contro il degrado del calcestruzzo, le condizioni ambientali possono essere suddivise in ordinarie, aggressive e molto aggressive (Tabella 4.1.III) con riferimento alle classi di esposizione definite nelle Linee Guida per il calcestruzzo strutturale emesse dal Servizio Tecnico Centrale del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici nonché nella UNI EN 206:2016 (par. 4.1.2.2.4.2).

Condizioni ambientali	Classe di esposizione
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

Tabella 4.1.III – Descrizione delle condizioni ambientali

Classi di esposizione:

- X0 assenza di rischio di corrosione o attacco

Rischio di corrosione dell'armatura:

- XC corrosione indotta da carbonatazione (XC1-XC2-XC3-XC4)
- XD corrosione indotta dai cloruri (esclusi quelli dell'acqua di mare) (XD1-XD2-XD3)
- XS corrosione indotta dai cloruri presenti nell'acqua di mare (XS1-XS2-XS3)

Attacco del calcestruzzo da parte di agenti esterni:

- XF attacco dei cicli di gelo/disgelo (XF1-XF2-XF3-XF4)
- XA attacco chimico (XA1-XA2-XA3)

Sensibilità delle armature alla corrosione

La normativa distingue le armature in due gruppi:

- armature sensibili
- armature poco sensibili

Appartengono al primo gruppo gli acciai da precompresso.

Appartengono al secondo gruppo gli acciai ordinari.

Per gli acciai zincati e per quelli inossidabili, si può tener conto della loro minor sensibilità alla corrosione sulla base di documenti di comprovata validità (par.4.1.2.2.4.4).

Verifica dello stato limite di fessurazione (par. 4.1.2.2.4.5)

- Stato limite di decompressione e di formazione delle fessure

Le tensioni sono calcolate in base alle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione omogeneizzata non fessurata.

- Stato limite di apertura delle fessure

Il valore caratteristico di apertura delle fessure (w_k) non deve superare i valori nominali w_1 , w_2 , w_3 (in relazione alle condizioni ambientali e alla sensibilità delle armature alla corrosione).

$$w_k < w_1, w_2, w_3$$

1) Metodo con calcolo indiretto

La verifica dell'ampiezza di fessurazione può essere condotta senza calcolo diretto, limitando la tensione di trazione nell'armatura, valutata nella sezione parzializzata per la combinazione di carico pertinente, ad un massimo correlato al diametro delle barre ed alla loro spaziatura.

2) Metodo con calcolo diretto

L'ampiezza caratteristica delle fessure w_k è calcolata come 1,7 volte il prodotto della deformazione media delle barre d'armatura ε_m per la distanza media tra le fessure Δ_m :

$$w_k = 1,7\varepsilon_m\Delta_m$$

Per il calcolo di ε_m e Δ_m vanno utilizzati criteri consolidati riportati in documenti di comprovata validità (es. Circolare Esplicativa n.7 del 21 Gennaio 2019).

5.3 Metodo con calcolo indiretto proposto dalla Circolare n. 7 del 21 Gennaio 2019 (par. C4.1.2.2.4.5)

Le attuali Norme Tecniche consentono di effettuare una verifica dell'ampiezza delle fessure procedendo per via indiretta.

Facendo riferimento alle indicazioni della Circolare 7 associata alle NTC è necessario che venga disposta un'armatura minima (par. 4.1.6.1.1) e che siano verificati i seguenti punti:

1) In corrispondenza dei diametri prescelti siano soddisfatte alcune limitazioni tensionali riportate nella Tabella C4.1.II, che si riferiscono ad un copriferro di 25 mm e ad una resistenza a trazione del calcestruzzo $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ MPa}$

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Diametro massimo ϕ delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4 \text{ mm}$	$w_2 = 0,3 \text{ mm}$	$w_1 = 0,2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

Tabella C4.1.II – Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione

2) Siano rispettate le distanze minime fra le barre riportate nella Tabella C4.1.III.

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Spaziatura massima s delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4 \text{ mm}$	$w_2 = 0,3 \text{ mm}$	$w_1 = 0,2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Tabella C4.1.III – Spaziatura massima delle barre per il controllo della fessurazione

La tensione σ_s è quella nell'acciaio d'armatura prossimo al lembo teso della sezione calcolata nella sezione parzializzata per la combinazione di carico pertinente secondo le indicazioni fornite nella Tabella 4.1.IV delle NTC (par. C4.1.2.2.4.5).

La verifica è condotta limitando la tensione di trazione nell'armatura, valutata nella sezione parzializzata per la combinazione di carico pertinente, ad un massimo correlato al diametro delle barre ed alla loro spaziatura.

- A parità di armatura è importante limitare la tensione nell'acciaio e limitare il diametro delle barre.
- La limitazione del diametro (requisito 2) garantisce che le barre siano sufficientemente diffuse.

Se sono soddisfatti i requisiti presentati nelle Tabelle C4.1.II e C4.1.III, viene garantito che l'ampiezza delle fessure non abbia un valore superiore ai limiti 0,4, 0,3 e 0,2 mm.

Tali limitazioni sono ovviamente cautelative rispetto ad un calcolo esatto.

Esempio: verifica dell'ampiezza di fessurazione con il metodo indiretto

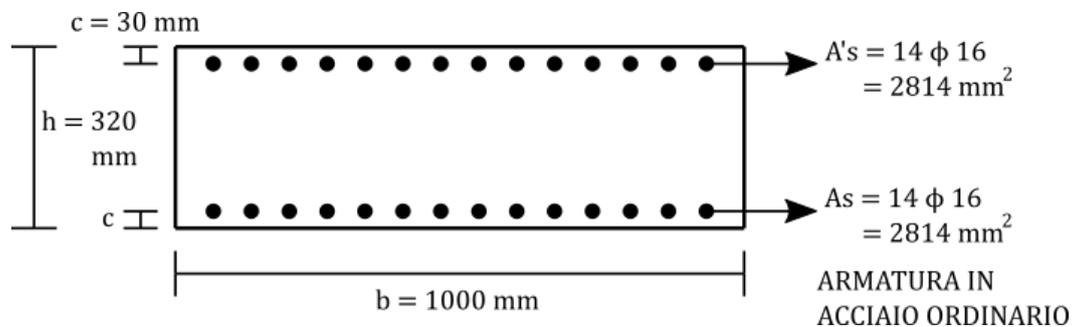


Figura 5.1.1 – Sezione esempio verifica ampiezza

Gruppi di Esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_k	Stato limite	w_k
A	Ordinarie	frequente	apertura fessure	$\leq w_2$	apertura fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	apertura fessure	$\leq w_1$	apertura fessure	$\leq w_2$
B	Aggressive	frequente	apertura fessure	$\leq w_1$	apertura fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	apertura fessure	$\leq w_1$
C	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	apertura fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	apertura fessure	$\leq w_1$

Tabella 4.1.IV - Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione

$$G_1 + G_2 = 30 \text{ kN/m}$$

$$Q_{k1} = 20 \text{ kN/m (sovraccarico variabile cat. A)}$$

Combinazione frequente:

$$F_k = G_1 + G_2 + \Psi_{11} Q_{k1} = 30 + 0,5 \cdot 20 = 40 \text{ kN/m}$$

Combinazione Quasi-permanente:

$$F_k = G_1 + G_2 + \Psi_{21} Q_{k1} = 30 + 0,3 \cdot 20 = 36 \text{ kN/m}$$

Consideriamo uno schema di trave semplicemente appoggiata:

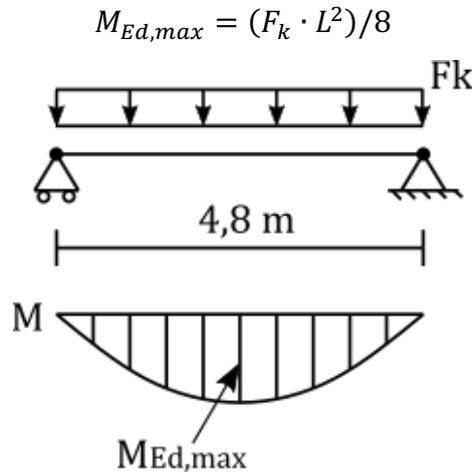


Figura 5.1.2 – Trave appoggiata

Combinazione Frequente:

$$M_{Ed,max} = (40 \cdot 4,8^2)/8 = 115,2 \text{ kNm}$$

Combinazione Quasi Permanente:

$$M_{Ed,max} = (36 \cdot 4,8^2)/8 = 103,7 \text{ kNm}$$

La tensione in corrispondenza dell'armatura tesa può essere calcolata con la formula di Navier:

$$\sigma_s = n \cdot \frac{M_{ed,max}}{I_{c,i}} \cdot (d - x_c)$$

La posizione dell'asse neutro, x_c , può essere calcolata attraverso l'annullamento del momento statico della sezione parzializzata omogenizzata. Una volta trovato x_c , è possibile determinare l'inerzia corrispondente.

$$S_n = 0 \rightarrow \frac{b \cdot x_c^2}{2} + n \cdot A'_s \cdot (x_c - c) - n \cdot A_s \cdot (d - x_c) = 0$$

$$\frac{1000 \cdot x_c^2}{2} + 15 \cdot 2814 \cdot (x_c - 30) - 15 \cdot 2814 \cdot (290 - x_c) = 0 \rightarrow x_c = 100 \text{ mm}$$

$$I_n = \frac{b \cdot x_c^3}{3} + n \cdot A'_s \cdot (x_c - c)^2 - n \cdot A_s \cdot (d - x_c)^2$$

$$I_n = \frac{1000 \cdot 100^3}{3} + 15 \cdot 2814 \cdot (100 - 30)^2 - 15 \cdot 2814 \cdot (290 - 100)^2$$

$$I_n = 2064,6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Combinazione frequente:

$$\sigma_s = 15 \cdot [115,2 \cdot 10^6 / (2064,6 \cdot 10^6)] \cdot (290 - 100) = 143 \text{ MPa}$$

Combinazioni quasi permanente:

$$\sigma_s = 15 \cdot [103,7 \cdot 10^6 / (2064,6 \cdot 10^6)] \cdot (290 - 100) = 143 \text{ MPa}$$

Verifica Combinazione frequente

Considerando la combinazione frequente, è necessario verificare che $w_k < w_2$.

Entriamo nella tabella con la tensione di lavoro dell'armatura, σ_s , e vediamo il diametro massimo consentito per le barre.

Il diametro massimo prescritto è di 32 mm.

Essendo il diametro delle barre utilizzate pari a 16 mm, la verifica è soddisfatta.

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Diametro massimo ϕ delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

Tabella C4.1.II - Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione

Considerando la combinazione frequente, è necessario verificare che $w_k < w_2$.

Entriamo nella tabella con la tensione di lavoro dell'armatura, σ_s , e vediamo la spaziatura massima consentita tra le barre.

La spaziatura massima prescritta è di 300 mm.

Essendo la distanza tra le barre pari a circa 70 mm, la verifica è soddisfatta.

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Spaziatura massima s delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Tabella C4.1.III - Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione

Verifica Combinazione quasi permanente

Considerando la combinazione quasi permanente, è necessario verificare che $w_k < w_1$.

Entriamo nella tabella con la tensione di lavoro dell'armatura, σ_s , e vediamo il diametro massimo consentito per le barre.

Il diametro massimo prescritto è di 25 mm.

Essendo il diametro delle barre utilizzate pari a 16 mm, la verifica è soddisfatta.

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Diametro massimo ϕ delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

Tabella C4.1.II - Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione

Considerando la combinazione quasi permanente, è necessario verificare che $w_k < w_1$.

Entriamo nella tabella con la tensione di lavoro dell'armatura, σ_s , e vediamo la spaziatura massima consentita tra le barre.

La spaziatura massima prescritta è di 200 mm.

Essendo la distanza tra le barre pari a circa 70 mm, la verifica è soddisfatta.

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Spaziatura massima s delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Tabella C4.1.III - Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione

5.4 Metodo con calcolo diretto proposto dalla Circolare n.7 del 21 Gennaio 2019 (par. C4.1.2.2.4.5)

Viene definito un valore caratteristico dell'ampiezza delle fessure, w_k , dato da:

$$w_k = 1,7w_m$$

Essendo w_m l'apertura media delle fessure.

L'ampiezza media delle fessure w_m è calcolata come il prodotto della deformazione media delle barre d'armatura ε_m per la distanza media tra le fessure Δ_m :

$$w_m = \varepsilon_m \Delta_m$$

Per il calcolo di ε_m e Δ_m vanno utilizzati criteri consolidati riportati in documenti di comprovata validità (es. Circolare Esplicativa n.7 del 21 Gennaio 2019).

La verifica si effettua confrontando il valore caratteristico w_k , con il valore limite di progetto w_{lim} , pari ad uno dei valori nominali $w_1 = 0,2$ mm, $w_2 = 0,3$ mm, $w_4 = 0,4$ mm.

$$w_k \leq w_{lim}$$

Valutazione della deformazione media delle barre di armatura ε_m

La deformazione unitaria media delle barre ε_{sm} può essere calcolata con l'espressione:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

In cui:

σ_s è la tensione nell'armatura tesa considerando la sezione fessurata;

α_e è il rapporto E_s/E_{cm} ;

ρ_{eff} è pari a $A_s/A_{c,eff}$;

$A_{c,eff}$ è l'area efficace di calcestruzzo teso attorno all'armatura, di altezza $h_{c,ef}$, dove $h_{c,ef}$ è il valore minore tra $2,5(h-d)$, $(h-x)/3$ o $h/2$ (vedere Figura C4.1.10); nel caso di elementi di trazione, in cui esistono due aree efficaci, l'una all'estradosso e l'altra all'intradosso, entrambe le aree vanno considerate separatamente;

k_t è un fattore dipendente dalla durata del carico e vale:

$k_t = 0,6$ per carichi di breve durata;

$k_t = 0,4$ per carichi di lunga durata.

Valutazione area efficace

Legenda

- a) Trave
- A Livello del baricentro dell'acciaio
- B Area tesa efficace, $A_{c,eff}$

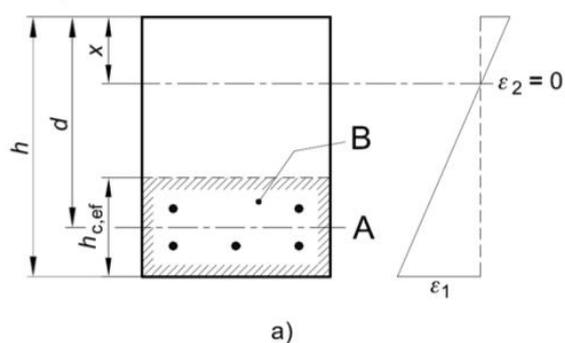


Figura 5.2.1 – Trave inflessa

- b) Piastra
- B Area tesa efficace, $A_{c,eff}$

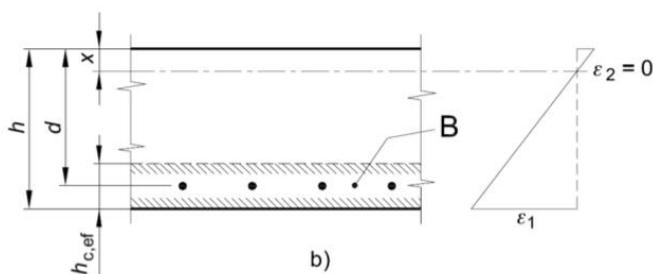


Figura 5.2.2 – Piastra

- c) Elemento in trazione
 B Area tesa efficace di estradosso, $A_{ct,eff}$
 C Area tesa efficace di intradosso, $A_{cb,eff}$

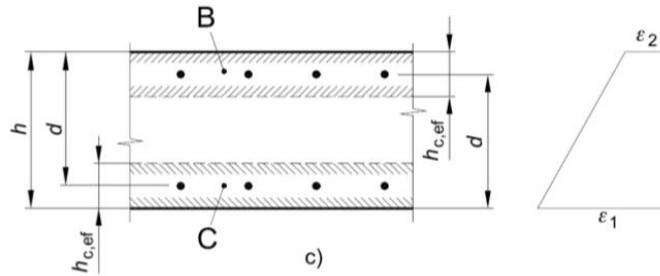


Figura 5.2.3 – Elemento in trazione

$A_{c,eff}$ è l'area efficace di calcestruzzo teso attorno all'armatura, di altezza $h_{c,eff}$, dove $h_{c,eff}$ è il valore minore tra:

- $2,5(h - d)$
- $(h - x)/3$
- $h/2$

Dove: h = altezza della sezione; d = altezza utile della sezione

L'area efficace sarà pari a $b \cdot h_{c,eff}$ dove b è la base della sezione.

Nel caso di elementi in trazione, in cui esistono due aree efficaci, l'una all'estradosso e l'altra all'intradosso, entrambe le aree vanno considerate separatamente (par. C4.1.2.2.4.5)

Valutazione della distanza media tra le fessure Δ_m

Nei casi in cui l'armatura sia disposta con una spaziatura non superiore a $5(c + \phi/2)$ (vedi Figura C4.1.11), la distanza media tra le fessure, Δ_{sm} , può essere valutata con l'espressione:

$$\Delta_{sm} = \left(k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} \right) / 1,7$$

in cui:

ϕ è il diametro delle barre. Se nella sezione considerata sono impiegate barre di diametro diverso, si raccomanda di adottare un opportuno diametro equivalente ϕ_{eq} . Se n_1 è il numero di barre di diametro ϕ_1 ed n_2 il numero di barre di diametro ϕ_2 , si raccomanda di utilizzare l'espressione seguente:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}$$

c è il ricoprimento dell'armatura;

$k_1 = 0,8$ per barre ad aderenza migliorata; $k_1 = 1,6$ per barre lisce;

$k_2 = 0,5$ nel caso di flessione; $k_2 = 1$ nel caso di trazione semplice.

In caso di trazione eccentrica, o per singole parti di sezione, si raccomanda di utilizzare valori intermedi di k_2 , che possono essere calcolati con la relazione:

$$k_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2\varepsilon_1$$

In cui ε_1 e ε_2 sono rispettivamente la più grande e la più piccola deformazione di trazione alle estremità della sezione considerata, calcolate considerando la sezione fessurata.

$$k_3 = 3,4$$

$$k_4 = 0,425$$

Nelle zone in cui l'armatura è disposta con una spaziatura superiore a $5(c + \phi/2)$ (vedi figura C4.1.11), per la parte di estensione $5(c + \phi/2)$ nell'intorno delle barre la distanza media tra le fessure, Δ_{sm} , può essere valutata ancora con l'espressione C4.1.7.

Nella parte rimanente, la distanza media tra le fessure Δ_{sm} può invece essere valutata con l'espressione:

$$\Delta\sigma\mu = 0,75(h - x)$$

In cui:

h e x sono definite in Figura C4.1.10;

$(h - x)$ è la distanza tra l'asse neutro e il lembo teso della membratura.

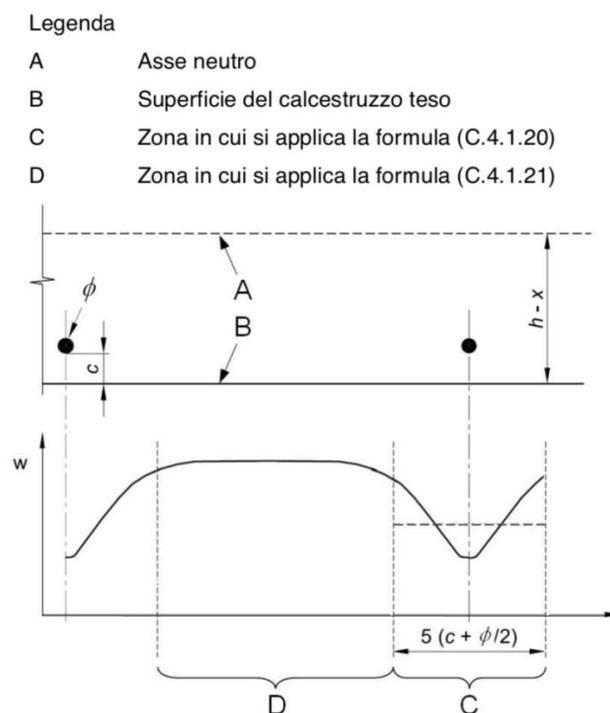


Figura 5.2.4 – Armatura con una spaziatura superiore a $5(c + \phi/2)$

5.5 Stato limite di deformazione (4.1.2.2.2)

I limiti di deformabilità devono essere congruenti con le prestazioni richieste alla struttura anche in relazione alla destinazione d'uso, con riferimento alle esigenze statiche, funzionali ed estetiche.

I valori limite devono essere commisurati a specifiche esigenze e possono essere dedotti da documentazione tecnica di comprovata validità (es. Circolare Esplicativa n.7 del 21 Gennaio 2019).

Metodo di verifica proposto dalla Circolare n. 7 del 21 Gennaio 2019 (par. C4.1.2.2.2)

Lo stato limite di deformazione può essere verificato:

- confrontando una deflessione calcolata con un valore limite (Metodo diretto)
- limitando il rapporto luce/altezza (Metodo indiretto)

Metodo di verifica diretto proposto dalla Circolare n. 7 del 21 Gennaio 2019 (par. C4.1.2.2.2)

Il calcolo della deformazione flessionale di solai e travi si effettua, in genere, mediante integrazione delle curvature, tenendo conto della viscosità del calcestruzzo e, se del caso, degli effetti del ritiro.

Si considera lo stato non fessurato (sezione interamente reagente) per tutte le parti della struttura per le quali, nelle condizioni di carico considerate, le tensioni di trazione nel calcestruzzo non superano la sua resistenza media f_{ctm} a trazione.

Per le altre parti si fa riferimento allo stato fessurato, potendosi considerare l'effetto irrigidente del calcestruzzo teso fra le fessure.

Al riguardo, detto p_f il valore assunto dal parametro di deformazione nella membratura interamente fessurata e p il valore assunto da detto parametro nella membratura interamente reagente, il valore di calcolo p^* del parametro è dato da:

$$p^* = \xi p_f + (1 - \xi)p \quad [C4.1.2]$$

In cui

$$\xi = 1 - c\beta^2 \quad [C4.1.3]$$

$$p^* = \xi p_f + (1 - \xi)p \quad [C4.1.2]$$

$$\xi = 1 - c\beta^2 \quad [C4.1.3]$$

Nella (C.4.1.3) si assume:

- $\beta = M_f/M$ (rapporto tra il momento di fessurazione M_f e il momento flettente effettivo M)

Oppure

- $\beta = N_f/N$ (rapporto tra la forza normale di fessurazione N_f e la forza normale effettiva N)

A seconda che la membratura sia soggetta a flessione o a trazione;

- Il coefficiente c assume il valore 1, nel caso di applicazione di un singolo carico di breve durata, o il valore 0,50, nel caso di carichi permanenti o per cicli di carico ripetuti.

L'espressione operativa della curvatura media $1/R_m$ – (NTC)

$$p^* = \xi p_f + (1 - \xi)p \quad [C4.1.2]$$

$$\xi = 1 - c\beta^2 \quad [C4.1.3]$$

L'espressione proposta dalle NTC è del tutto analoga, seppur con simboli diversi, a quella ricavabile per il calcolo della curvatura media $1/R_m$ dal modello teorico su trave inflessa fessurata:

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_f}{M} \right)^2 + \frac{1}{R_2} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_f}{M} \right)^2 \right]$$

Con i valori β_1 e β_2 che dipendono dal tipo di barre di acciaio (per barre ad aderenza migliorata $\beta_1 = 1$; $\beta_1 = 0,5$ per barre lisce) e dalla durata del carico (se di breve durata $\beta_2 = 1$; se permanente $\beta_2 = 0,5$).

Calcolo delle frecce:

1) Dalle curvature, applicando i metodi di calcolo della Scienza delle Costruzioni, si ricavano le frecce.

2) Valutazione diretta degli spostamenti (frecce) senza calcolare le curvature:

$$p^* = \xi p_f + (1 - \xi)p \quad [C4.1.2]$$

$$\xi = 1 - c\beta^2 \quad [C4.1.3]$$

Diventano

$$f^* = \xi f_f + (1 - \xi)f \quad [C4.1.2]$$

$$\xi = 1 - c\beta^2 \quad [C4.1.3]$$

Per quanto riguarda la salvaguardia dell'aspetto e della funzionalità dell'opera, le frecce a lungo termine di travi e solai, calcolate sotto la condizione quasi permanente dei carichi, non dovrebbero superare il limite di 1/250 della luce.

$$f/l \leq 250$$

In relazione all'integrità delle pareti portate divisorie e di tamponamento, le frecce di travi e solai, sotto la condizione quasi permanente dei carichi, non dovrebbero superare il limite di 1/500 della luce.

$$f/l \leq 500$$

In tale verifica la freccia totale calcolata può essere depurata della parte presente prima dell'esecuzione delle pareti.

Detto valore si riferisce al caso di pareti divisorie in muratura.

Per altri tipi di pareti si dovranno valutare specificatamente i limiti di inflessione ammissibili.

Metodo di verifica indiretto proposto dalla Circolare n. 7 del 21 Gennaio 2019 (par. C4.1.2.2.2)

Per travi e solai con luci non superiori a 10 m è possibile omettere la verifica (diretta) delle inflessioni, ritenendola implicitamente soddisfatta, se il rapporto l/h tra luce e altezza rispetta la limitazione:

$$\frac{h}{l} \leq K \left[11 + \frac{0,015 f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \left[\frac{500 A_{s,eff}}{f_{yk} A_{s,calc}} \right] \quad [C4.1.4]$$

Dove f_{ck} e f_{yk} sono espressi in MPa;

ρ e ρ' sono, rispettivamente, i rapporti tra armatura tesa e compressa;

$A_{s,eff}$ e $A_{s,calc}$ sono, rispettivamente, l'armatura tesa effettivamente presente nella sezione più sollecitata e l'armatura di progetto nella stessa sezione;

K è un coefficiente correttivo, che dipende dallo schema strutturale.

Per sezioni a T aventi larghezza dell'ala almeno tre volte maggiore dello spessore dell'anima, i valori dati dalla [C4.1.4] devono essere ridotti del 20%.

Per travi e piastre nervate caricate da tramezzi che possano subire danni a causa di inflessioni eccessive, i valori dati dalla [C4.1.4] devono essere moltiplicati per il rapporto $7/l$ essendo l la luce di progetto in m.

Per piastre non nervate la cui luce maggiore l ecceda 8,5 m, caricate da tramezzi che possano subire danni a causa di inflessioni eccessive, i valori dati dalla [C4.1.4] devono essere moltiplicati per il rapporto 8,5/ l , con l in m.

I valori da attribuire a K nel caso di calcestruzzo molto sollecitato ($\rho = 1,5\%$) o poco sollecitato ($\rho = 0,5\%$) sono riportati in Tabella C.4.I. insieme con i valori limite di l/h .

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato $\rho=1,5\%$	Calcestruzzo poco sollecitato $\rho=0,5\%$
Travi semplicemente appoggiate, piastre incernierate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campate terminali di travi continue o piastre continue monodirezionali o bidirezionali continue sul lato maggiore	1,3	18	26
Campate intermedie di travi o piastre continue mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre non nervate sostenute da pilastri (snellezza relativa alla luce maggiore)	1,2	17	24
Mensole	0,4	6	8

Tabella C4.1.I – Valori di K e snellezze l/h limite per elementi inflessi di c.a. in assenza di compressione assiale

Note: le snellezze limite sono state valutate ponendo, nella formula C.4.1.4, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e

$$\left[\frac{500 \cdot A_{s,eff}}{f_{yk} \cdot A_{s,calc}} \right] = 1.$$

Per piastre bidirezionali si fa riferimento alla luce minore; per piastre non nervate si considera la luce maggiore.

I limiti per piastre non nervate sostenute da pilastri corrispondono ad una freccia in mezzeria maggiore di 1/250 della luce: l'esperienza ha dimostrato che, comunque, tali limiti sono soddisfacenti.

Nel caso di elementi di calcestruzzo armato precompresso, si può applicare la Tabella C4.1.I moltiplicando il valore di K per 1,2.

Bibliografia

Roberto Capozucca "Teoria e Tecnica delle Strutture in Muratura" Pitagora Editrice Bologna, 2014.

Renato Giannini "Teoria e Tecnica delle Costruzioni Civili" Città Studi Edizioni, 2017.

Norme Tecniche per le Costruzioni DM 17 gennaio 2018.

Eurocodice 2 (EN 1992).

Fib Model code for Concrete Structures 2010.

Ringraziamenti

Al Professore Roberto Capozucca, per l'enorme disponibilità e l'aiuto fornitomi nella realizzazione della tesi.

Alle lezioni dell'Ing. Cerroni.

Ai miei genitori e a mia sorella, per i valori, il sostegno economico e per non avermi mai fatto dubitare delle mie capacità.

Ad Elisa, per il suo amorevole ed incondizionato appoggio.

Agli amici, per i consigli e le partite di calcetto.

A Flash.