UNIVERSITÀ
POLITECNICA
DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Calibrazione Cinematica di un Robot Parallelo: Analisi di Sensibilità dei parametri Geometrici

Kinematic Calibration of a Parallel Robot: Sensitivity Analysis of Geometric Parameters

Relatore

Prof.Ing. Matteo Palpacelli

Tesi di Laurea di:

Paolo Tiberi

Anno Accademico 2019/ 2020

Capitolo 1
Introduzione

Negli ultimi decenni la necessità di migliorare la produzione industriale ha portato alla creazione di dispositivi sempre più efficienti in grado di aiutare o sostituire un operatore umano nel suo lavoro, migliorando spesso la qualità dell'operazione. Questi dispositivi meccanici vengono comunemente chiamati robot industriali

Per robot industriale si intende una struttura meccanica articolata che ha come obiettivo di muovere un end-effector,ovvero la sua parte operativa in modo da eseguire al meglio la funzione per la quale è stato progettato. Questi dispositivi sono costituiti da 4 parti fondamentali:

- il manipolatore che consiste nell'insieme dei corpi rigidi collegati fra loro tramite dei giunti. Il manipolatore è costituito da una struttura portante che assicura la mobilità del sistema e da un terminale che esegue il compito per il quale il robot è stato progettato.

- Gli attuatori che imprimono il moto della macchina azionando i giunti.
- I sensori che forniscono lo stato del manipolatore.
- L'unità di governo che ha il compito di controllare e supervisionare i movimenti del robot.

I robot industriali si possono dividere in due categorie in base alla loro cinematica:

-robot seriali caratterizzati da una struttura cinematica aperta, ovvero esiste un membro del robot con un solo accoppiamento come nel caso del braccio meccanico.

-robot paralleli (o PKM, ossia parallel kinematics machines) caratterizzati da una catena cinematica chiusa, ovvero ogni parte del robot è accoppiata da entrambe le parti. L'esempio più rappresentativo di questa tipologia di manipolatori è dato dalla piattaforma di Gough-Stewart, composta da una base fissa e una piattaforma mobile collegate tramite sei gambe, o link, il cui movimento determina lo spostamento del terminale. Questa particolare cinematica attribuisce ai manipolatori paralleli diversi vantaggi:

- elevata rigidità
- elevata capacità di carico dovuta al fatto che le forze vengono suddivise nelle diverse gambe
- elevate frequenze naturali, quindi poco suscettibile alle vibrazioni
- basse masse in movimento che permettono di raggiungere accelerazioni elevate
- alta precisione.

I robot con questa struttura cinematica però presentano anche alcuni svantaggi:

- progettazione complicata
- spazio di lavoro limitato e dalla geometria complessa
- sensibilità agli effetti termici, che causano problemi soprattutto durante operazioni di precisione.

La calibrazione cinematica permette di migliorare la precisione della macchina operando una correzione dei parametri che descrivono il robot affinché l'unità di governo riesca a far raggiungere al manipolatore la posa desiderata.

Questa tesi ha come scopo quello di individuare una procedura per l’identificazione e la conseguente eliminazione preliminare dei parametri, di un robot parallelo, che non sono identificabili e che quindi creano dei problemi nella fase di calibrazione.

Capitolo 2
Robot parallelo 6-PUS

Il robot oggetto dello studio di calibrazione e identificazione dei parametri cinematici è un manipolatore a cinematica parallela riconducibile ad una piattaforma di Gough-Stewart di tipo 6-PUS, formato quindi da una parte fissa, il telaio, e da una piattaforma mobile che funge da terminale, collegate tramite 6 gambe, ognuna delle quali ha una configurazione di giunto prismatica-universale-sferica.

2.1 Telaio

Il telaio rappresenta la parte fissa della macchina, solidale quindi alla terna di riferimento fissa e su cui sono fissati gli attuatori che hanno il compito di muovere il robot. È formato da 6 guide parallele su ognuna delle quali è attaccata una gamba del manipolatore. La posizione degli attuatori sul telaio è decritta dalla seguente relazione:

$$\vec{S}_i = \vec{S}_{0.i} + q_i \hat{s}_i \qquad (2.1)$$

dove:

- $\vec{S}_i$ è la posizione, in ogni istante, del i-esimo attuatore sul telaio, ovvero il punto di attacco della gamba i-esima.
- $\vec{S}_{0,i}$ è la posizione del punto di attacco della gamba nella configurazione di home
- q_i è il valore caratteristico dell i-esimo giunto e rappresenta la distanza tra $\vec{S}_{0,i}$ e $\vec{S}_i$
- $\hat{s}_i$ è il versore che indica la direzione in cui trasla l' i-esimo giunto, quindi la direzione delle guide del telaio.

L' insieme di tutti gli q_i compongono il vettore q di spostamento dei giunti

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{pmatrix} \qquad (2.2)$$

2.2 Gambe

Per gamba si intende l'insieme degli elementi meccanici e dei giunti che connettono il telaio e l' end-effector e che muovendosi in modo solidale danno vita al moto del terminale.

Ogni gamba è descritta dalla seguente relazione:

$$\vec{L}_i = \vec{P}_i - \vec{S}_i = L_i \hat{l}_i \qquad (2.3)$$

Dove:

- L_i è la lunghezza della gamba i-esima
- $\hat{l}_i$ è il versore che indica la posa della gamba
- $\vec{P}_i$ è la posizione del punto di attacco dell’ i-esima gamba sul terminale
- $\vec{S}_i$ è la posizione del punto di attacco dell’ i-esima gamba sul telaio.

La lunghezza delle gambe è un dato di progetto ed è uguale per ogni gamba del robot: L_i =0.116 m

2.3 End-effector

L’ end-effector, o terminale, del robot parallelo è rappresentato dalla piattaforma mobile, la cui forma e dimensione influiscono notevolmente sulle prestazioni della macchina, ed è il corpo del quale è fontamentale conoscere la posa.

Per questo robot si è voluta evitare una disposizione perfettamente assial-simmetrica dei punti di attacco delle gambe sul terminale al fine di evitare singolarità nello spazio di lavoro, così si è scelta di disporre tre coppie di punti su una circonferenza di raggio r=0.056m con un passo di α=120° e la spaziatura angolare fra i due punti di ogni coppia è rappresentata dall’ angolo φ=60°.

2.4 Spazio di lavoro

Lo spazio di lavoro è definito come l’insieme delle pose che possono essere raggiunte dal terminale e dipende dalla geometria del manipolatore e dalla meccanica dei giunti.

Traslazione in direzione x di 50 mm.

Traslazione in direzione y di 50 mm.

Traslazione massima in direzione z di 25 mm.

$\theta_x = \pm 5°$, $\theta_y = \pm 5°$ $\theta_z = \pm 5°$

2.5 Posa

Conoscere la posa del manipolatore significa conoscere la matrice di trasformazione omogenea T che trasforma le coordinate calcolate in un sistema di riferimento mobile solidale al terminale e posto al centro di quest'ultimo in quelle calcolate in un sistema di riferimento fisso a telaio posto al centro dei motori nella configurazione di home.

$$T = \begin{pmatrix} R & \vec{p} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

Dove:

- R è la matrice di rotazione calcolata come segue:

$$R = R_x \cdot R_y \cdot R_z \tag{2.5}$$

$$\text{con} \quad R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_x & -\sin\theta_x \\ 0 & \sin\theta_x & \cos\theta_x \end{pmatrix} \qquad R_y = \begin{pmatrix} \cos\theta_y & 0 & \sin\theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_y & 0 & \cos\theta_y \end{pmatrix}$$

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos\theta_z & -\sin\theta_z & 0 \\ \sin\theta_z & \cos\theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

dove θ_x θ_y e θ_z ci da l'orientazione del sistema di riferimento mobile ottenuta tramite rotazioni attorno ad assi fissi, rispettivamente x, y e z.

- $\vec{p}$ è il vettore di traslazione dell'end-effector, e corrisponde alle coordinate del centro del sistema di riferimento mobile calcolate nella terna fissa.

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

La conoscenza di T ci permette di calcolare il vettore posizione $\vec{P}_i$ dei punti di attacco delle gambe sul terminale. Ciò è molto importante perché, sebbene teoricamente questi ultimi siano funzione solo di r e φ, sono le coordinate esatte dei punti $\vec{P}_i = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ ad essere oggetto di calibrazione.

Si parte calcolando ${}^1\vec{P}_i$, ovvero le coordinate dei punti di attacco delle gambe calcolate nel sistema di riferimento solidale al terminale.

$${}^1\vec{P}_1 = R_2 \cdot [r;0;0] \tag{2.8}$$

$${}^1\vec{P}_2 = R_1 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot [r;0;0] \tag{2.9}$$

$${}^1\vec{P}_3 = R_1 \cdot R_2 \cdot [r;0;0] \tag{2.10}$$

$${}^1\vec{P}_4 = R_2 \cdot [r;0;0] \tag{2.11}$$

$${}^1\vec{P}_5 = R_1 \cdot R_2 \cdot [r;0;0] \tag{2.12}$$

$${}^1\vec{P}_6 = R_1 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot [r;0;0] \tag{2.13}$$

Dove R_1 e R_2 sono le matrici di rotazione che ci permettono di calcolare i punti di attacco delle gambe sulla piattaforma mobile.

$$R_1 = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{con } \alpha=120°$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \cos\varphi/2 & -\sin\varphi/2 & 0 \\ \sin\varphi/2 & \cos\varphi/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{con } \varphi=60° \tag{2.14}$$

Ora siamo capaci di calcolare i vettori di posizione dei 6 punti dell’ end-effector nella terna di riferimento fissa a telaio come segue:

$$\begin{pmatrix} \vec{P}_i \\ \\ 1 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} {}^1\vec{P}_i \\ \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (2.15)$$

2.6 Cinematica

La posizione del terminale in funzione degli spostamenti dei motori ci viene fornita dalla risoluzione del problema cinematico di posizione, che , nel caso della piattaforma 6-PUS, viene affrontato scrivendo le 6 equazioni che vincolano ogni punto di attacco gamba-manipolatore a giacere su una sfera con centro nel punto di attacco della gamba a telaio e con raggio pari alla lunghezza della gamba L_i

$$(P_i - S_i)^T \cdot (P_i - S_i) - L_i^2 = 0 \qquad (2.16)$$

Queste 6 equazioni permettono di risolvere sia la cinematica diretta che la cinematica inversa.

La cinematica diretta ci permette di conoscere la posizione dell’end-effector una volta specificati gli spostamenti degli attuatori a telaio. Lo studio della cinematica diretta risulta molto complesso per la piattaforma 6-PUS,e per i robot paralleli in generale, per via del grande numero di soluzioni ammissibili dal problema, fino a 40.

La cinematica inversa si occupa di calcolare lo spostamento dei motori una volta nota la posizione dell’end-effector. Il problema cinematico inverso per la piattaforma 6-PUS ammette due soluzioni:

$$\begin{aligned} q_{i,1} = & -S_{i,x} \cdot s_{i,x} + S_{i,y} \cdot s_{i,y} + S_{i,z} \cdot s_z - X_i \cdot s_{i,x} - Y_i \cdot s_{i,y} - Z_i \cdot s_{i,z} \; + (\; -S_{i,x}^2 \cdot s_{i,y}^2 \\ & -S_{i,x}^2 \cdot s_{i,z}^2 + 2 \cdot S_{i,x} \cdot S i,y \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,y} + 2 \cdot S_{i,x} \cdot S_{i,z} \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} + 2 \cdot S_{i,x} \cdot X_i \cdot s_{i,y}^2 \\ & + 2 \cdot S_{i,x} \cdot X_i \cdot s_{i,z}^2 - 2 \cdot S_{i,x} \cdot Y_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,y} - 2 \cdot S_{i,x} \cdot Z_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} - S_{i,y}^2 \cdot s_{i,x}^2 \\ & - S_{i,y}^2 \cdot s_{i,z}^2 + 2 \cdot S_{i,y} \cdot S_{i,z} \cdot s_{i,y} \cdot s_{i,z} - 2 \cdot S_{i,y} \cdot X_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,y} + 2 \cdot S_{i,y} \cdot Y_i \cdot s_{i,x}^2 \\ & + 2 \cdot S_{i,y} \cdot Y_i \cdot s_z^2 - 2 \cdot S_{i,y} \cdot Z_i \cdot s_{i,y} \cdot s_{i,z} - S_{i,z}^2 \cdot s_{i,x}^2 - S_{i,z}^2 \cdot s_{i,y}^2 - 2 \cdot S_{i,z} \cdot X_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} \\ & - 2 \cdot S_{i,z} \cdot Y_i \cdot s_{i,y} \cdot s_{i,z} + 2 \cdot S_{i,z} \cdot Z_i \cdot s_{i,x}^2 + 2 \cdot S_{i,z} \cdot Z_i \cdot s_{i,y}^2 - X_i^2 \cdot s_{i,y}^2 - X_i^2 \cdot s_{i,z}^2 \\ & + 2 \cdot X_i \cdot Y_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,y} + 2 \cdot X_i \cdot Z_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} - Y_i^2 \cdot s_{i,x}^2 - Y_i^2 \cdot s_{i,z}^2 + 2 \cdot Y_i \cdot Z_i \cdot s_{i,y} \cdot s_{i,z} \end{aligned}$$

$$-Z^2 \cdot s_{i,x}^2 - Z^2 \cdot s_{i,y}^2 + L_i^2 \cdot s_{i,x}^2 + L_i^2 \cdot s_{i,y}^2 + L_i^2 \cdot s_{i,z}^2 \Big)^{\frac{1}{2}} \tag{2.17a}$$

$$\begin{aligned} q_{i,1} = & -S_{i,x} \cdot s_{i,x} + S_{i,y} \cdot s_{i,y} + S_{i,z} \cdot s_z - X_i \cdot s_{i,x} - Y_i \cdot s_{i,y} - Z_i \cdot s_{i,z} \text{ - } \Big(-S_{i,x}^2 \cdot s_{i,y}^2 \\ & -S_{i,x}^2 \cdot s_{i,z}^2 + 2 \cdot S_{i,x} \cdot S i, y \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,y} + 2 \cdot S_{i,x} \cdot S_{i,z} \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} + 2 \cdot S_{i,x} \cdot X_i \cdot s_{i,y}^2 \\ & + 2 \cdot S_{i,x} \cdot X_i \cdot s_{i,z}^2 - 2 \cdot S_{i,x} \cdot Y_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,y} - 2 \cdot S_{i,x} \cdot Z_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} - S_{i,y}^2 \cdot s_{i,x}^2 \\ & - S_{i,y}^2 \cdot s_{i,z}^2 + 2 \cdot S_{i,y} \cdot S_{i,z} \cdot s_{i,y} \cdot s_{i,z} - 2 \cdot S_{i,y} \cdot X_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,y} + 2 \cdot S_{i,y} \cdot Y_i \cdot s_{i,x}^2 \\ & + 2 \cdot S_{i,y} \cdot Y_i \cdot s_z^2 - 2 \cdot S_{i,y} \cdot Z_i \cdot s_{i,y} \cdot s_{i,z} - S_{i,z}^2 \cdot s_{i,x}^2 - S_{i,z}^2 \cdot s_{i,y}^2 - 2 \cdot S_{i,z} \cdot X_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} \\ & - 2 \cdot S_{i,z} \cdot Y_i \cdot s_{i,y} \cdot s_{i,z} + 2 \cdot S_{i,z} \cdot Z_i \cdot s_{i,x}^2 + 2 \cdot S_{i,z} \cdot Z_i \cdot s_{i,y}^2 - X_i^2 \cdot s_{i,y}^2 - X_i^2 \cdot s_{i,z}^2 \\ & + 2 \cdot X_i \cdot Y_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,y} + 2 \cdot X_i \cdot Z_i \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} - Y_i^2 \cdot s_{i,x}^2 - Y_i^2 \cdot s_{i,z}^2 + 2 \cdot Y_i \cdot Z_i \cdot s_{i,y} \cdot s_{i,z} \\ & - Z^2 \cdot s_{i,x}^2 - Z^2 \cdot s_{i,y}^2 + L_i^2 \cdot s_{i,x}^2 + L_i^2 \cdot s_{i,y}^2 + L_i^2 \cdot s_{i,z}^2 \Big)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{2.17b}$$

dove :

- q_i rappresenta lo spostamento dei motori sulla guida per la gamba i
- $s_{i,x}; s_{i,y}; s_{i,z}$ sono le coordinate del versore $\hat{s}_i$ che indica la direzione delle guide del telaio
- $X_i; Y_i; Z_i$ sono le coordinate del vettore posizione $\vec{P}_i$ che individua il punto di attacco gamba-terminale nel sistema di riferimento fisso
- $S_{i,x}; S_{i,y}; S_{i,z}$ sono le componenti del vettore $S_{0,i}$ che individua la posizione dei motori quando q_i = 0
- L_i è la lunghezza della gamba i

La duplicità della soluzione fa si che l'intero sistema può presentarsi in molteplici configurazioni, 64 per esattezza, tutte matematicamente ammissibili, perciò bisogna fare delle considerazioni geometriche e fisiche per selezionare la giusta combinazione di soluzioni

1) q_i deve avere sempre un valore positivo e non deve superare la corsa massima dei giunti attuati.

$$0 \leqslant q_i \leqslant q_{max} \qquad \forall i = 1,2, \ldots, 6$$

2) Nessuna gamba deve passare per un orientamento verticale al fine di evitare singolarità durante il funzionamento, perciò i punti di attacco delle gambe a telaio S_1, S_3, S_4 devono avere componente x maggiore del rispettivo punto di

attacco sulla piattaforma mobile, mentre i punti S_2, S_5, S_6 devono avere componente x minore del rispettivo punto di attacco sul terminale.

$$[1\ 0\ 0]^T \cdot (\vec{S}_{0,i} + q_i \cdot \hat{s}_i) \geq [1\ 0\ 0]^T \cdot P_i \qquad \text{per } i = 1,3,4$$

$$[1\ 0\ 0]^T \cdot (\vec{S}_{0,i} + q_i \cdot \hat{s}_i) \geq [1\ 0\ 0]^T \cdot P_i \qquad \text{per } i = 2,5,6$$

Capitolo 3
Calibrazione cinematica

La precisione, o accuratezza, misura il massimo errore di posizione che si ha quando si muove il terminale in un certo punto dello spazio. Quindi un robot è quanto più preciso se il suo sistema di controllo è capace di far spostare i giunti così da ottenere la posa desiderata con il minimo errore. Il sistema che regola la posa del manipolatore è governato da un modello matematico che lega la posizione dell'end-effector con lo spostamento dei giunti attuati, perciò una variazione dei parametri reali rispetto a quelli nominali che descrivono la geometria del robot porta quest'ultimo a compiere errori di posizione e quindi ad avere un'accuratezza minore.
Questa variazione è dovuta a diverse fonti di errore:

- Errori geometrici dovuti alle tolleranze utilizzate nel processo di lavorazione dei componenti che costituiscono il robot. Tolleranze più strette, ovvero lavorazioni più precise, provocano errori minori.

- Errori termici dovuti alla dilatazione del metallo che costituisce il robot. Questi errori sono molto difficile da compensare, quindi vengo inclusi neglio errori geometrici.
- Errori dinamici causati dalle forze dinamiche e vibrazioni che si generano durante il movimento del robot. In genere vengono trascurati poiché si

annullano, dopo un tempo di transitorio, quando il robot si ferma, a meno che no si ha a che fare con applicazioni dinamiche, come il taglio laser, in cui il moto lungo una traiettoria particolare è importante.

- Errori di sistema dovuti agli errori commessi dai sensori durante le misurazioni.

La calibrazione cinematica ha quindi l'obiettivo di migliorare la precisione del manipolatore stimando gli errori e operando una variazione nel set di parametri che descrivono la cinematica del sistema in modo da recuperare gli errori di posa del terminale, così che il modello matematico corrisponda il più possibile alle prestazioni reali del robot.
Il primo step del processo di calibrazione è la modellazione che si occupa di determinare una funzione matematica che descriva il comportamento della macchina. Questa viene effettuata utilizzando il metodo di Denavit e Hartenberg che consiste nello stabilire dei sistemi di riferimento solidali per ogni membro della macchina per poi trovare l'orientamento del terminale con una serie di trasformazioni omogenee, ognuna delle quali fornisce l' orientamento del membro successivo fino al terminale.
Il secondo step consiste nel misurare la posa del terminale in funzione degli spostamenti dei giunti attuati. Questa operazione viene ripetuta per diverse pose del manipolatore fino ad arrivare ad un numero di misurazioni adatto per il processo.
Il terzo step è rappresentato dalla identificazione del minimo numero di parametri necessari al processo di calibrazione. Questa fase è molto importante per i robot paralleli perché permette di eliminare quei parametri che sono non-identificabili che rendono la matrice jacobiana di posizione non invertibile.
Il quarto step è l'implementazione che consiste nello sfruttare le informazioni fornite dalle tre precedenti operazioni per modificare il modello matematico del sistema di controllo del manipolatore.

$$\vec{y}_i = f_i(\vec{x}_i, \vec{\eta}) \tag{3.1}$$

rappresenta la funzione matematica che descrive la macchina, dove $\vec{y}_i$ e $\vec{x}_i$ corrispondono rispettivamente ai valori degli output e degli input della misurazione i=1,…,P , e $\vec{\eta}$ è il vettore dei parametri reali che descrivono il comportamento del robot. Si può linearizzare questa relazione considerando il vettore $\vec{x}_i$ come una serie di costanti che vengono assorbite nella funzione f':

$$\vec{y}_i = f_i'(\vec{\eta}) \qquad (3.2)$$

e operando un espansione di taylor al primo ordine:

$$\vec{\eta} = \vec{\eta^k} + \Delta\vec{\eta}$$

$$\vec{y}_i = f(\vec{\eta^k} + \Delta\vec{\eta})$$

$$\vec{y}_i = f_i(\vec{\eta^k}) + \frac{\delta f_i(\vec{\eta})}{\delta\vec{\eta}}(\vec{\eta} = \vec{\eta^k}) \cdot \Delta\vec{\eta} \qquad (3.3)$$

dove $\vec{\eta^k}$ rappresenta il vettore dei parametri nominali mentre $\vec{\eta}$ quello dei parametri reali.

Considerando $\Delta\vec{y}_i = \vec{y}_i - f_i(\vec{\eta^k})$ e combinando le informazioni derivanti dalle differenti misurazioni si arriva alla seguente equazione lineare:

$$\Delta\vec{y} = J\Delta\vec{\eta} \qquad (3.4)$$

dove J è la matrice jacobiana di posizione, o matrice di regressione i cui componenti sono:

$$J_{i,j} = \frac{\delta f_i(\vec{\eta})}{\delta\eta_j} \qquad (3.5)$$

con i=1,…,P che rappresenta il numero della misurazione e j=1,…,n il numero di parametri.

Lo scopo della calibrazione è conoscere i valori del vettore $\Delta\vec{\eta}$ calcolati come segue:

$$\Delta\vec{\eta} = J^p \Delta\vec{y}$$

$$\Delta\vec{\eta} = (J^T J)^{-1} J^T \Delta y \qquad (3.6)$$

dove $J^p = (J^T J)^{-1} J^T$ è la matrice pseudoinversa di J.

Infine il processo viene ripetuto calcolando la matrice J per un set di parametri $\vec{\eta^{k+1}} = \vec{\eta^k} + \Delta\vec{\eta}$ finché l'errore $\Delta\vec{\eta}$ non raggiunge un valore sufficientemente basso.

3.1 Identificazione.

A seconda dello scopo del processo di identificazione possiamo avere due diversi approcci per gestire i parametri non identificabili.

3.1.1 Modello strutturale

il modello strutturale ha come obiettivo quello di fornire il minimo set di parametri che ci da una descrizione fisica del sistema operando una attenta valutazione dell'effetto che ha ogni parametro sulla posa del robot.
l'identificazione dei parametri porta ad una riduzione del rango della matrice di regressione operando una decomposizione QR oppure una decomposizione ai valori singolari, SVD.
Nel primo caso la matrice di regressione viene fattorizzata come segue:

$$J = Q \begin{pmatrix} R \\ \\ 0_{P-n,n} \end{pmatrix} \qquad (3.7)$$

dove Q è una matrice ortogonale $P \times P$, R è una matrice triangolare superiore $n \times n$ e $0_{P-n,n}$ è una matrice nulla di dimensioni $P-n \times n$.
I parametri non identificabili sono quelli che corrispondono agli elementi sulla diagonale di R che sono prossimi a zero.
Nel secondo caso la matrice di regressione diventa:

$$J = U \Sigma V^T \qquad (3.8)$$

dove U è una matrice ortogonale $P \times P$, V è una matrice ortogonale $n \times n$ e

$$\Sigma = \begin{pmatrix} S \\ \\ 0_{P-n,n} \end{pmatrix} \qquad (3.9)$$

è la matrice $P \times n$ dei valori singolari con S=diag $(\mu_1, \ldots, \mu_r, 0, \ldots 0)$ è la matrice $n \times n$ dei valori singolari ordinati con μ_1 il più grande e μ_r il più piccolo.
Il rapporto tra questi due valori singolari viene chiamato condition number.

$$k(J) = \frac{\mu_1}{\mu_r} \qquad (3.10)$$

Se k(J) >100 viene esaminata la colonna v_r della matrice V corrispondente al più piccolo valore singolare μ_r i cui elementi sono in corrispondenza con gli elementi di $\Delta\vec{\eta}$, per cui se esiste un elemento j di v_r che ha un valore maggiore degli altri, il rispettivo parametro η_j viene eliminato.
Il processo si ripete fino a che k(J) < 100.

3.1.2 Modello di previsione

Il modello di previsione ha come obiettivo quello di abbinare gli output agli input più fedelmente possibile.
Si arriva al modello di previsione operando prima una decomposizione SVD in cui ci sono diversi elementi di v_r più grandi degli altri, con valori confrontabili, che possono essere identificabili solo in combinazione lineare per poi andare a risolvere queste combinazioni lineari azzerando tutti i parametri tranne uno.

$$J^p = \left(J^T J\right)^{-1} J^T = V\left(S^{-1}, 0_{n,P-n}\right) U^T \qquad (3.11)$$

perciò possiamo scrivere la soluzione di (3.6):

$$\Delta\vec{\eta} = \sum_{j=1}^{n} \frac{u_j \Delta y}{\mu_j} v_j \qquad (3.12)$$

dove si vede che piccoli valori μ_j perturbano maggiormente la stima di $\Delta\vec{\eta}$ poiché il loro peso $\frac{1}{\mu_j}$ è molto elevato, quindi è necessario rimuovere la loro influenza.
In questa procedura i parametri che non so identificabili bene vengono ignorati, che quindi ci fornisce un set di parametri identificabili.
Lo svantaggio del modello di previsione è che i parametri risultanti non corrispondono al modello reale del sistema.

3.1.3 Scalare i parametri

Nella decomposizione ai valori singolari sorge il problema delle differenti unità di misura che rendono i valori singolari non comparabili fra loro, perciò prima di iniziare il processo di identificazione dei parametri è opportuno rendere adimensionali i valori della matrice di regressione J. Ciò avviene utilizzando la matrice diagonale H=diag $\left(h_1, \ldots, h_n\right)$ i cui elementi sono:

$$h_j = \begin{cases} \|j_j\|^{-1} & \text{se} \quad \|j_j\| \neq 0 \\ 1 & \text{se} \quad \|j_j\| = 0 \end{cases} \tag{3.13}$$

con j_j che rappresenta la colonna j-esima della matrice J.
Dunque possiamo scrivere la relazione (3.4) come:

$$\Delta\vec{y} = (J\,H)(H^{-1}\Delta\vec{\eta}) = \bar{J}\,\Delta\vec{\eta}\,'$$

$$\Delta\vec{y} = \sum_{j=1}^{n} \frac{j_j}{\|j_j\|}\|j_j\|\Delta\eta_j \tag{3.14}$$

Scalare la matrice J non comporta una variazione nel risultato finale ma ci fornisce una nuova matrice $\bar{J}$ i cui valori singolari possono essere comparati.

Capitolo 4
Calibrazione cinematica di un robot parallelo 6-PUS

Il robot parallelo 6-PUS descritto in precedenza deve il suo moto ai giunti attuati posizionati nel punto di attacco di ogni singola gamba a telaio i cui spostamenti sono descritti dalla relazione (2.2) .
Risolvendo il problema cinematico inverso, che ci fornisce il valore di ogni singolo q_i , si può notare che questo dipende dal vettore dei parametri:

$$\vec{\eta}_i = [X_i; Y_i; Z_i; S_{i,x}; S_{i,y} S_{i,z}; L_i; s_{i,x}; s_{i,y}; s_{i,z}]^T = [\vec{P}_i^T; \vec{S}_i^T; L_i; \hat{s}_i^T]^T \qquad (4.1)$$

dove $X_i; Y_i; Z_i$ sono le coordinate del vettore posizione $\vec{P}_i$ che individua il punto di attacco gamba-terminale, sono le coordinate della posizione dei motori quando $q_i = 0$, $s_{i,x}; s_{i,y}; s_{i,z}$ sono le componenti del versore dell’i-esima guida e L_i è la lunghezza della gamba i. Dunque il comportamento del robot è descritto in totale da 60 parametri, 10 per ogni gamba:

$$\vec{\eta}_{tot} = [\vec{\eta}_1^T; \vec{\eta}_2^T; \vec{\eta}_3^T; \vec{\eta}_4^T; \vec{\eta}_5^T; \vec{\eta}_6^T]^T = [\eta_1; \eta_2; \eta_3; \dots; \eta_{60}]^T \qquad (4.2)$$

Le misurazioni vengono effettuate posizionando il terminale in pose predefinite per poi calcolare lo spostamento reale dei motori e andarlo a confrontare con lo spostamento teorico dato dalla risoluzione della cinematica nominale. Ogni misurazione ci fornisce un valore $dq_i = q_{ki} - q_i$ per ciascuna delle sei gambe, con q_{ki} il valore dello spostamento dei motori calcolato con il valore nominale dei parametri e q_i che rappresenta invece quello reale, perciò sono necessarie un minimo di 10 misurazioni per fornirci abbastanza dati per calcolare $\Delta \vec{\eta}$:

$$dq_{i,p} = \vec{J}_{i,p}^{T} \begin{pmatrix} d\vec{\eta}_1 \\ d\vec{\eta}_2 \\ d\vec{\eta}_3 \\ d\vec{\eta}_4 \\ d\vec{\eta}_5 \\ d\vec{\eta}_6 \end{pmatrix}$$

$$dq_{i,p} = [\ J_{i,p}^{\eta_1}\ ;\ J_{i,p}^{\eta_2}\ ; \ldots ;\ J_{i,p}^{\eta_{60}}\ ] \begin{pmatrix} d\eta_1 \\ d\eta_2 \\ d\eta_3 \\ . \\ . \\ . \\ d\eta_{60} \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

dove i=1,…,6 rappresenta la gamba , p=1,…,10 il numero della misurazione

$$J_{i,p}^{\eta_j} = \frac{dq_i}{d\eta_j} \tag{4.4}$$

con η_j che rappresenta un generico parametro η , mentre $\vec{\eta}_i$ è il vettore dei parametri relativi alla gamba i e il vettore dei rispettivi errori è:

$$d\vec{\eta}_i = [dX_i; dY_i; dZ_i; dS_{i,x}; dS_{i,y} dS_{i,z}; dL_i; ds_{i,x}; ds_{i,y}; ds_{i,z}]^T \tag{4.5}$$

L’insieme dei vettori $\vec{J}_{i,p}$ calcolati in ogni misurazione per ciascuna delle sei gambe va a formare la matrice di regressione J:

$$J = [\ \vec{J}_{1,1}\quad \vec{J}_{2,1}\ \ldots\ \vec{J}_{1,2}\ \ldots\ \vec{J}_{6,10}\ ]^T \tag{4.6}$$

Dalle relazioni della cinematica inversa,ovvero la (2.17[a]) e (2.17b),si può notare come ogni singolo spostamento dei motori può essere scritto come $q_i = f(\vec{\eta}_i)$ ovvero dipende solo dal valore dei parametri corrispondenti alla gamba relativa al motore considerato, ne deriva che:

$$\vec{J}_{i,j} = \frac{d\,q_i}{d\vec{\eta}_j} = \vec{0} \qquad \text{quando} \quad i \neq j \tag{4.7}$$

ciò comporta la possibilità di calibrare separatamente le sei gambe del robot 6-PUS utilizzando una procedura analoga per ognuna di loro.
Considerando solo la gamba 1 e data la parametrizzazione fatta precedentemente per le gambe, che ci permette di individuare la soluzione esatta tra le due possibili, che nel caso di questa gamba viene rappresentata dalla relazione (2.17a):

$$\begin{aligned} q = & -S_x \cdot s_x + S_y \cdot s_y + S_z \cdot s_z - X \cdot s_x - Y \cdot s_y - Z_i \cdot s_z \ + (\ -S_x^2 \cdot s_y^2 \\ & -S_x^2 \cdot s_z^2 + 2 \cdot S_x \cdot S_y \cdot s_x \cdot s_y + 2 \cdot S_x \cdot S_z \cdot s_x \cdot s_z + 2 \cdot S_x \cdot X \cdot s_y^2 \\ & + 2 \cdot S_x \cdot X \cdot s_z^2 - 2 \cdot S_x \cdot Y \cdot s_x \cdot s_y - 2 \cdot S_x \cdot Z \cdot s_x \cdot s_z - S_y^2 \cdot s_x^2 \\ & - S_y^2 \cdot s_z^2 + 2 \cdot S_y \cdot S_z \cdot s_y \cdot s_z - 2 \cdot S_y \cdot X \cdot s_x \cdot s_y + 2 \cdot S_y \cdot Y \cdot s_x^2 \\ & + 2 \cdot S_y \cdot Y \cdot s_z^2 - 2 \cdot S_y \cdot Z \cdot s_y \cdot s_z - S_z^2 \cdot s_x^2 - S_z^2 \cdot s_y^2 - 2 \cdot S_z \cdot X \cdot s_{i,x} \cdot s_{i,z} \\ & - 2 \cdot S_z \cdot Y \cdot s_y \cdot s_z + 2 \cdot S_z \cdot Z \cdot s_x^2 + 2 \cdot S_z \cdot Z_i \cdot s_y^2 - X^2 \cdot s_y^2 - X^2 \cdot s_z^2 \\ & + 2 \cdot X \cdot Y \cdot s_x \cdot s_y + 2 \cdot X \cdot Z_i \cdot s_x \cdot s_z - Y^2 \cdot s_x^2 - Y^2 \cdot s_z^2 + 2 \cdot Y \cdot Z \cdot s_y \cdot s_z \\ & - Z^2 \cdot s_x^2 - Z^2 \cdot s_y^2 + L^2 \cdot s_{i,x}^2 + L^2 \cdot s_y^2 + L^2 \cdot s_z^2 \ )^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

con $\hat{s}_1 = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix}$ il versore della guida relativa alla gamba 1,

$\vec{S}_1 = \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{pmatrix}$ il vettore posizione del punto di 0 dello slider,

L è la lunghezza della gamba 1 e $\vec{P}_1 = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ è il vettore che individua il punto di attacco della gamba 1 sull'end-effector.

$$\vec{dq} = \begin{pmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ . \\ . \\ . \\ dq_{10} \end{pmatrix} = J \cdot d\vec{\eta} = \begin{pmatrix} \vec{J}_1^T \\ \vec{J}_2^T \\ . \\ . \\ . \\ J_{10}^T \end{pmatrix} [dX; dY; dZ; dS_x; dS_y dS_z; dL; ds_x; ds_y; ds_z]^T \tag{4.8}$$

dove $\vec{J}_p$ rappresenta il vettore "jacobiano" calcolato con i valori nominali della p-esima misurazione, ovvero:

$$\vec{J}_p = [J_{X,p}; J_{Y,p} J_{Z,p} J_{S_x,p} J_{S_y,p} J_{S_Z,p} J_{L,p} J_{s_x,p} J_{s_y,p} J_{s_z,p}]^T$$

$$\vec{J}_p = [\frac{dq_p}{dX}; \frac{dq_p}{dY}; \frac{dq_p}{dZ}; \frac{dq_p}{dS_x}; \frac{dq_p}{dS_y}; \frac{dq_p}{dS_z}; \frac{dq_p}{dL}; \frac{dq_p}{ds_x}; \frac{dq_p}{ds_y}; \frac{dq_p}{ds_z}]^T \tag{4.9}$$

Lo scopo dello studio del robot 6-PUS è quello di trovare una procedura che ci permette l'identificazione dei parametri e la calibrazione dello stesso robot.
Si effettuano 10 misure con pose differenti dell'end-effector e per ognuna delle quali viene calcolato il rispettivo $\vec{J}_p$ usando il valore nominale dei parametri.
L'insieme dei vettori $\vec{J}_p$ va a formare la matrice di regressione J che poi verrà analizzata per procedere all'eliminazione dei parametri non identificabili.
La posa del manipolatore viene definita da θ_x , θ_y e θ_z che ci forniscono l'orientamento della piattaforma mobile rispetto agli assi x, y e z del sistema di riferimento fisso, e dal vettore $\vec{p}$ che indica la posizione del centro del sistema di riferimento mobile solidale al terminale. La conoscenza di $\vec{p}$ e dei vari θ ci permette di costruire la matrice di trasformazione omogenea T, che consente di conoscere la posizione del punto di attacco della gamba al manipolatore, come in (2.15), una volta nota la sua posizione nella terna solidale al terminale, che è data dalla (2.8). Nella seguente tabella vengono riportati i valori dei parametri nominali.

S_x	S_y	S_z	L	s_x	s_y	s_z
-0,085 m	0,0200 m	0 m	0,116 m	1	0	0

Tabella 4.1-valore nominale dei parametri

4.1 fase di misurazione

Non avendo disponibile la macchina fisica, le misurazioni sono state simulate utilizzando un programma di calcolo e i dati sono ottenuti sostituendo i valori reali ipotizzati.

4.1.1 Misurazione 1

$\theta_x = 0$	$\theta_y = 0$	$\theta_z = 0$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0{,}085 \end{pmatrix}$

Tabella 4.2-posa della misurazione 1

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{dS_x}$	$\frac{dq}{dS_y}$	$\frac{dq}{dS_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{ds_x}$	$\frac{dq}{ds_y}$	$\frac{dq}{ds_z}$
1	0,1019	1,0824	-1	-0,1019	-1,0824	-1,4771	-0,0550	-0,0056	-0.0595

Tabella 4.3-vettore $\vec{J}_1$

4.1.2 Misurazione 2

$\theta_x = 1$	$\theta_y = 1$	$\theta_z = 1$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0{,}085 \end{pmatrix}$

Tabella 4.4-posa della misurazione 2

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{dS_x}$	$\frac{dq}{dS_y}$	$\frac{dq}{dS_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{ds_x}$	$\frac{dq}{ds_y}$	$\frac{dq}{ds_z}$
1	0,1121	1,0738	-1	-0,1121	-1,0738	-1,4716	-0,0542	-0,0061	-0.0582

Tabella 4.5-vettore $\vec{J}_2$

4.1.3 Misurazione 3

$\theta_x = 1$	$\theta_y = 4$	$\theta_z = -3$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0,050 \\ 0,050 \\ 0,090 \end{pmatrix}$

Tabella 4.6-posa della misurazione 3

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{dS_x}$	$\frac{dq}{dS_y}$	$\frac{dq}{dS_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{ds_x}$	$\frac{dq}{ds_y}$	$\frac{dq}{ds_z}$
1	1,0480	1,6470	-1	-1,0480	-1,6470	-2,1934	-0,1319	-0,1383	-0.2173

Tabella 4.7-vettore $\vec{J}_3$

4.1.4 Misurazione 4

$\theta_x = -1$	$\theta_y = 1$	$\theta_z = 2$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0 \\ 0,075 \end{pmatrix}$

Tabella 4.8-posa della misurazione 4

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{dS_x}$	$\frac{dq}{dS_y}$	$\frac{dq}{dS_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{ds_x}$	$\frac{dq}{ds_y}$	$\frac{dq}{ds_z}$
1	0,1086	0,8269	-1	-0,1086	-0,8269	-1,3021	-0,0634	-0,0069	-0.0524

Tabella 4.9-vettore $\vec{J}_4$

4.1.5 Misurazione 5

$\theta_x = 0$	$\theta_y = 4$	$\theta_z = 0$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0{,}015 \\ 0{,}02 \\ 0{,}040 \end{pmatrix}$

Tabella 4.10-posa della misurazione 5

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{dS_x}$	$\frac{dq}{dS_y}$	$\frac{dq}{dS_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{ds_x}$	$\frac{dq}{ds_y}$	$\frac{dq}{ds_z}$
1	0,2630	0,3440	-1	-0,2630	-0,3440	-1,0897	-0,0419	-0,0110	-0.0144

Tabella 4.11-vettore $\vec{J}_5$

4.1.6 Misurazione 6

$\theta_x = 5$	$\theta_y = 4$	$\theta_z = 1$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} -0{,}010 \\ 0{,}07 \\ 0{,}018 \end{pmatrix}$

Tabella 4.12-posa della misurazione 6

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{dS_x}$	$\frac{dq}{dS_y}$	$\frac{dq}{dS_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{ds_x}$	$\frac{dq}{ds_y}$	$\frac{dq}{ds_z}$
1	0,9434	0,2043	-1	-0,9434	-0,2043	-1,3899	-0,0446	-0,0421	-0.0091

Tabella 4.13-vettore $\vec{J}_6$

4.1.7 Misurazione 7

$\theta_x = -4$	$\theta_y = 3$	$\theta_z = -5$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} -0{,}040 \\ 0{,}010 \\ 0{,}065 \end{pmatrix}$

Tabella 4.14-posa della misurazione 7

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{dS_x}$	$\frac{dq}{dS_y}$	$\frac{dq}{dS_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{ds_x}$	$\frac{dq}{ds_y}$	$\frac{dq}{ds_z}$
1	0,1389	0,6173	-1	-0,1389	-0,6173	-1,1834	-0,0026	-0,0004	-0.0016

Tabella 4.15-vettore $\vec{J}_7$

4.1.8 Misurazione 8

$\theta_x = 0$	$\theta_y = 2$	$\theta_z = -3$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} -0,023 \\ -0,019 \\ 0,100 \end{pmatrix}$

Tabella 4.16-posa della misurazione 8

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{dS_x}$	$\frac{dq}{dS_y}$	$\frac{dq}{dS_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{ds_x}$	$\frac{dq}{ds_y}$	$\frac{dq}{ds_z}$
1	0,2260	1,6368	-1	-0,2260	-1,6368	-1,9314	-0,0518	-0,0117	-0.0848

Tabella 4.17-vettore $\vec{J}_8$

4.1.9 Misurazione 9

$\theta_x = 5$	$\theta_y = 5$	$\theta_z = 5$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} -0,038 \\ -0,009 \\ 0,100 \end{pmatrix}$

Tabella 4.18-posa della misurazione 9

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{d S_x}$	$\frac{dq}{d S_y}$	$\frac{dq}{d S_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{d s_x}$	$\frac{dq}{d s_y}$	$\frac{dq}{d s_z}$
1	0,0489	1,5925	-1	-0,0489	-1,5925	-1,8811	-0,0312	-0,0015	-0.0498

Tabella 4.19-vettore $\vec{J}_9$

4.1.10 Misurazione 10

$\theta_x = 2$	$\theta_y = 5$	$\theta_z = 0$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0,050 \\ -0,040 \\ 0,063 \end{pmatrix}$

Tabella 4.20-posa della misurazione 10

$\frac{dq}{dX}$	$\frac{dq}{dY}$	$\frac{dq}{dZ}$	$\frac{dq}{d S_x}$	$\frac{dq}{d S_y}$	$\frac{dq}{d S_z}$	$\frac{dq}{dL}$	$\frac{dq}{d s_x}$	$\frac{dq}{d s_y}$	$\frac{dq}{d s_z}$
1	-0,3401	0,6347	-1	0,3401	-0,6347	-1,2323	-0,0893	-0,0304	-0.0567

Tabella 4.21-vettore $\vec{J}_{10}$

4.2 Matrice di regressione

Combinando i dati derivanti dalle differenti misurazioni possiamo scrivere la matrice di regressione J per la gamba 1.

$$J = \begin{pmatrix} \vec{J}_1 \\ \vec{J}_2 \\ . \\ . \\ . \\ \vec{J}_{10} \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

1	0,1019	1,0824	-1	-0,1019	-1,0824	-1,4771	-0,0550	-0,0056	-0.0595
1	0,1121	1,0738	-1	-0,1121	-1,0738	-1,4716	-0,0542	-0,0061	-0.0582
1	1,0480	1,6470	-1	-1,0480	-1,6470	-2,1934	-0,1319	-0,1383	-0.2173
1	0,1086	0,8269	-1	-0,1086	-0,8269	-1,3021	-0,0634	-0,0069	-0.0524
1	0,2630	0,3440	-1	-0,2630	-0,3440	-1,0897	-0,0419	-0,0110	-0.0144
1	0,9434	0,2043	-1	-0,9434	-0,2043	-1,3899	-0,0446	-0,0421	-0.0091
1	0,1389	0,6173	-1	-0,1389	-0,6173	-1,1834	-0,0026	-0,0004	-0.0016
1	0,2260	1,6368	-1	-0,2260	-1,6368	-1,9314	-0,0518	-0,0117	-0.0848
1	0,0489	1,5925	-1	-0,0489	-1,5925	-1,8811	-0,0312	-0,0015	-0.0498
1	-0,3401	0,6347	-1	0,3401	-0,6347	-1,2323	-0,0893	-0,0304	-0.0567

Tabella 4.22-matrice di regressione J

La matrice J così scritta crea dei problemi nel calcolo della matrice pseudoinversa, infatti la presenza di elementi non identificabili rende non invertibile la matrice $J^T J$, quindi gli errori $\Delta\eta$ sono impossibili da valutare.
Operando una decomposizione QR si vede che glie elementi della matrice R R_{44} , R_{55} e R_{66} sono prossimi a 0, più precisamente dell’ordine di 10^{-16} , perciò i parametri corrispondenti a questi elementi, ovvero S_x , S_y e S_z , sono oggetto di eliminazione.
Questa valutazione poteva essere fatta, in questo caso, osservando la matrice di regressione J in cui risulta evidente come le colonne 4,5 e 6 siano combinazioni

lineari delle colonne 1,2 e 3.
Studiando a priori la matrice J per le pose in cui si posiziona il manipolatore durante le misurazioni, si possono eliminare tante misurazioni quanti sono i parametri eliminati con la decomposizione QR, così da semplificare questa fase del processo di calibrazione.

Bibliografia

[Cal03] Massimo Callegari.“Architetture robotiche innovative”. Corso introduttivo Automazione Industriale e Robotica, Brescia, Giugno-Luglio 2003.

[PaC19] M.C.Palpacelli, L.Carbonari .“ Progettazione funzionale di un robot di manipolazione parallelo ad elevata precisione”, relazione preliminare per la consulenza tecnica di prestazione c/terzi. DIISM Ancona. 2019.

[HKG08] J.Hollerbach, W.Khalil, M.Gautier. 2008. “Model Identification”. In: B.Siciliano, O.Khatib, “Springer Handbook of Robotics”. Springer, Berlin, Heidelberg.

[PPC17] M.C.Palpacelli,G.Palmieri, L.Carbonari,D.Corinaldi.2017.“Sensitivity Analysis an Model Validation of a mini 2-DOF Spherical Robot”,Springer Science+Business Media B.V. 2017.

[MRD91] B.W.Mooring, Z.S.Roth, M.R.Driels. 1991. “fundamental of manipulator calibration”. Wiley-Interscience Publication.

[LTA06] G.Legnani, D.Tosi, R.Adamini, I.Fassi. 2006. “Calibration of Parallel Kinematichs Machines: Theory and Application”. National Research Council, Milano.

[Bon02] B.Bona. 2002. “Le Prestazioni Geometriche dei Robot”. Dipartimento di Automatica e Informatica di Torino.

[SSV08] B.Siciliano, L.Sciavicco, L.Villani, G.Oriolo.2008. “Robotica-Modellistica, Pianificazione e Controllo”. McGraw-Hill Italia,Milano.