



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica

**Progetto e validazione di un dispositivo per la misura del
disallineamento ottico di cristalli mediante conoscopia**

**Design and validation of a device for measuring
optical misalignment of crystals by conoscopy**

TESI DI LAUREA DI:
Nicolò Paganucci

RELATORE:
Prof. Daniele Rinaldi

CORRELATORE:
Dott. Luigi Montalto

Dott. Paolo Tarollo

A.A. 2023/2024

*Alla mia famiglia,
che mi ha sempre
sostenuto nei
momenti più
difficili e
impegnativi della
mia vita*

INTRODUZIONE	5
1. FOTOELASTICITÀ	7
1.1 Caratteristiche luce	7
1.1.1 Rifrazione	12
1.1.2 Terza legge di Snell	14
1.1.3 Polarizzazione	16
1.2 Birifrangenza	20
1.3 Leggi della fotoelasticità	27
1.4 Polariscopio	31
1.4.1 Polariscopio piano	31
1.4.2 Polariscopio circolare	33
1.5 Superfici di Bertin	35
1.6 Analisi di frangia	37
2 OTTICA GEOMETRICA	42
2.1 Lenti sferiche	42
2.2 Lenti sottili convergenti	44
2.3 Immagine reale e virtuale	45
2.4 Costruzione grafica delle immagini	45
2.5 Legge delle lenti sottili	46
2.6 Ingrandimento	47
2.7 Invariante ottico	49
2.8 Sistema telescopico (Beam Expander)	49
3 METODI DI PRODUZIONE PER CRISTALLI ANISOTROPI	51
3.1 Produzione	51
3.1.1 Metodo Czochralsky	52
3.1.2 Metodo Bridgman	53
3.1.3 Ricottura	54
4 TECNICHE DI MISURE FOTOELASTICHE	54
4.1 Confronto tra fotoelasticità in riflessione e trasmissione	54
4.2 Confronto tra differenti tipi di polariscopio piano	56
4.2.1 Polariscopio a luce diffusa	56
4.2.2 Conoscopia laser	57
5 MODALITA' SPERIMENTALI E RISULTATI	60
5.1 Componenti del sistema ottico	61
5.2 Progettazione di base del sistema ottico	62
5.3 Modifiche apportate al sistema ottico di base	69

5.4 Montaggio e allineamento del banco ottico	70
5.5 Campioni utilizzati	72
5.6 Analisi delle immagini conoscopiche di interferenza	75
5.7 Risultati dell'analisi delle immagini	79
6 CONCLUSIONI	83
BIBLIOGRAFIA	86
SITOGRAFIA	89

INTRODUZIONE

Un cristallo scintillatore ha la peculiare capacità di convertire, in luce visibile, l'energia di una particella che interagisce con il suo volume. L'eccitazione può derivare da diversi tipi di radiazioni o interazione energetica che è in grado di eccitare gli elettroni in modo da farli saltare ad una banda di energia più alta e tornare indietro al loro stato di equilibrio. Questo meccanismo può portare ad un rilascio di fotoni nel visibile. La luce prodotta dal cristallo è solitamente monocromatica e rappresenta il prodotto della conversione dell'energia incidente in energia di un gruppo di fotoni di energia molto inferiore quelli assorbiti, come avviene per tutti i tipi di conversione di energia.

La qualità della luce emessa da questi materiali, in termini di stabilità di lunghezza d'onda, coerenza e polarizzazione, è estremamente elevata.

Essi sono coinvolti in campi come la fisica nucleare e la fisica delle alte energie (ad esempio, CERN-Ginevra), in campo medico nell'ambito del bio-imaging (tomografia ad emissione di positroni PET-per la diagnosi del cancro), la ricerca geologica, la sicurezza e la tecnologia laser.

Le prestazioni degli scintillatori incidono sul comportamento degli strumenti e dei sistemi sfruttati in tali settori; Inoltre, la qualità del materiale stesso e l'efficienza di produzione, determinano il costo e la fattibilità delle suddette attività.

Una conoscenza approfondita e una buona caratterizzazione del materiale è fondamentale per prevedere il comportamento dei cristalli dal punto di vista sia meccanico-strutturale che ottico. Poiché il processo di produzione è piuttosto complesso, delicato e lungo, l'industria ha bisogno di strumenti per migliorare l'efficienza e l'efficacia della produzione di questi scintillatori cristallini. Sono materiali delicati e suscettibili alle condizioni ambientali. Piccole variazioni nei parametri di produzione o nelle condizioni ambientali possono creare difetti indesiderati che influenzano negativamente il comportamento del materiale.

Inoltre, la presenza di stress residui indotti dalla fase di crescita e solidificazione del cristallo modifica non solo le proprietà ottiche del cristallo come gli indici di rifrazione ma anche la sua integrità strutturale, modificando così la direzione e posizione del suo asse ottico.

Per questi motivi, si rende necessario conoscere il più possibile la struttura interna del cristallo, a partire dal suo asse ottico, per verificarne la qualità e

prevederne comportamenti anomali, malfunzionamenti, ottimizzando la produzione e i costi. Il controllo è fondamentale ad ogni stadio del ciclo di vita dello scintillatore: ricerca, produzione e applicazione.

Il lavoro presentato in questa tesi mira allo sviluppo di un metodo e sistema di misurazione non invasivo e affidabile basato sull'ispezione di materiali trasparenti naturalmente birifrangenti per valutare la qualità dei cristalli anisotropi attraverso la determinazione del disallineamento o spostamento dell'asse ottico del cristallo al variare della sua rotazione, che può essere un indicatore del comportamento del cristallo. In particolare ci si soffermerà a livello sperimentale sull'osservazione delle immagini di interferenza al variare dello spostamento angolare su un piano.

I metodi precedentemente sviluppati sono basati sulla fotoelasticità e la cristallografia ottica; permettono un'analisi molto dettagliata attraverso un'acquisizione di immagini di interferenza con elevata sensibilità e risoluzione spaziale del volume analizzato. La possibilità di avere una caratterizzazione completa dei materiali è stata migliorata riuscendo a misurare in direzione diversa rispetto agli assi ottici del cristallo.

L'insieme dei metodi sviluppati fino ad ora è completato da una nuova tecnica di osservazione denominata *Conoscopia*, che fornisce controlli affidabili del cristallo in un modo più veloce e semplificato. Questo sistema affidabile è in grado di valutare le condizioni del cristallo, consentendo di valutare la corrispondenza tra la forma del modello di frangia di interferenza e il livello di stress. Inoltre non è influenzato dalle condizioni ambientali e dalle influenze esterne come le vibrazioni, la temperatura e la qualità della superficie del cristallo.

Il vantaggio di questa tecnica è che rispetto ai metodi classici basati sul polariscopio, presenta minori limitazioni in termini di sensibilità, risoluzione spaziale e precisione, che spiegheremo nel corso della trattazione.

Dal momento che i metodi si basano sulla acquisizione di immagini di frange, i sistemi sono stati forniti di algoritmi dedicati per elaborare e analizzare accuratamente le immagini acquisite.

Le informazioni ottenute con questi metodi sono utili sia per gli enti di ricerca che per le industrie, produttori e utenti finali. Esse sono fondamentali per avere la possibilità di comprendere meglio il comportamento del materiale, a livello

strutturale, sviluppando modelli matematici predittivi, per impostare correttamente i parametri di produzione.

Con i risultati ottenuti, riusciamo a conoscere meglio un cristallo e prevenire un suo utilizzo scorretto.

In particolare, in questa tesi è stato progettato un polariscopio in configurazione di conoscopia. Inoltre sono stati studiati alcuni cristalli di $PbWO_4$ (detto PWO, cristallo tetragonale uniassico, i cristalli sono forniti da INFN (Bandiera), dall'Università di Giessen (Valera), CERN (Bogoroditsk)) variando sistematicamente la rotazione rispetto al sistema di illuminazione.

Mediante un software dedicato sono state analizzate le immagini di interferenza per mettere in relazione l'angolo di rotazione con lo spostamento dell'immagine. Durante il processo sono stati messi in evidenza i punti critici.

1. FOTOELASTICITÀ

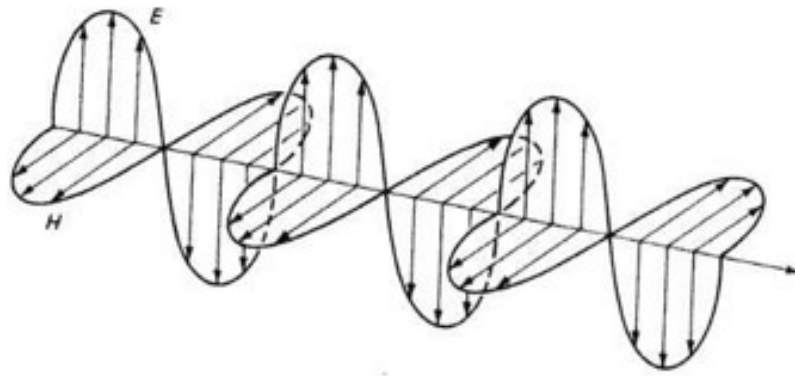
1.1 Caratteristiche luce

La luce è una radiazione elettromagnetica che si propaga sotto forma di onde aventi una lunghezza d'onda compresa in un intervallo ben definito.

Il modello ondulatorio descrive la luce come una composizione di campo elettrico E e magnetico H che sono in fase l'uno all'altro e che oscillano perpendicolarmente l'uno all'altro. La lunghezza d'onda λ e la frequenza f sono collegate tra loro dalla legge:

$$\lambda f = c \tag{1.1}$$

Dove c è la velocità della luce. Le onde luminose possono propagarsi in diverse direzioni. I luoghi dei punti in cui allo stesso tempo t i campi elettrici vibrano allo stesso modo (hanno la stessa fase) sono definiti *fronte d'onda*. La forma del fronte d'onda può essere geometricamente regolare o completamente casuale.



un

Figura 1.1 Rappresentazione dell'onda elettromagnetica come oscillazione di E, campo elettrico, e H, campo magnetico, in fase e reciprocamente ortogonali.

Se la radiazione emessa è caratterizzata da un'unica lunghezza d'onda λ , si parla di luce monocromatica, se invece contiene tutte le lunghezze d'onda visibili, si parla di luce bianca.

Inoltre, se tutte le radiazioni emesse sono in fase, si parla di luce monocromatica coerente.

Per visualizzare il fenomeno di propagazione si considera una sorgente monocromatica che emetta una radiazione in un'unica direzione z:

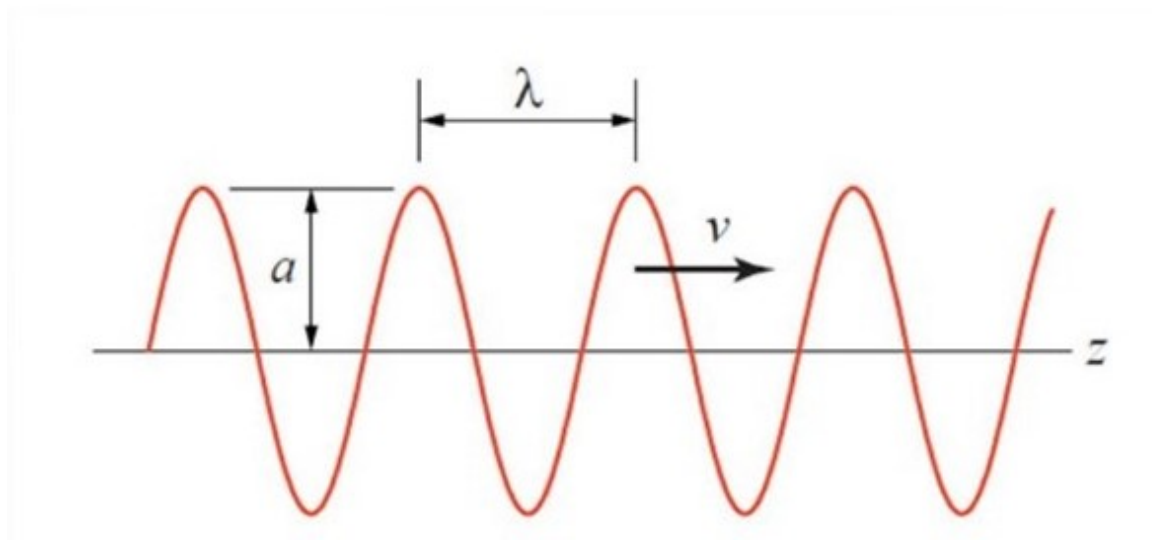


Figura 1.2 Rappresentazione grafica onda sinusoidale

In un certo istante, la radiazione sarà rappresentata da una oscillazione sinusoidale nello spazio di ampiezza a e lunghezza d'onda λ , con velocità v pari alla velocità della luce c nel nostro caso.

Per descrivere un'onda ottica si considera solo il vettore E , e la funzione del campo elettrico che soddisfa le equazioni di Maxwell che descrivono la propagazione delle onde è:

$$E = E_0 e^{i(kr - \omega t)} \quad (1.2)$$

Dove

$E_0 = A$ = ampiezza del vettore

k = vettore d'onda con ampiezza $\frac{2\pi}{\lambda}$ e parallelo alla direzione di propagazione

r = vettore di spostamento

ω = frequenza angolare o pulsazione

Siccome l'oscillazione avviene anche nel dominio del tempo, possiamo descrivere la radiazione tramite la legge di variazione del campo elettrico che nel caso di un'onda piana con fronte d'onda piano propagantesi in direzione z è possibile scrivere la funzione:

$$E = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(ct - z)\right) \quad (1.3)$$

Definiamo inoltre:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ numero d'onda}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{T} \text{ frequenza e periodo}$$

$$\omega = 2\pi f \text{ pulsazione}$$

L'espressione analitica di E si riferisce a quanto accade in uno specifico piano che ha come asse il cammino ottico, in realtà l'oscillazione avverrà in tutti i piani della stella di piani relativa alla direzione di propagazione z , per cui gli andamenti sinusoidali sui piani formano una superficie di rivoluzione a forma di fuso.

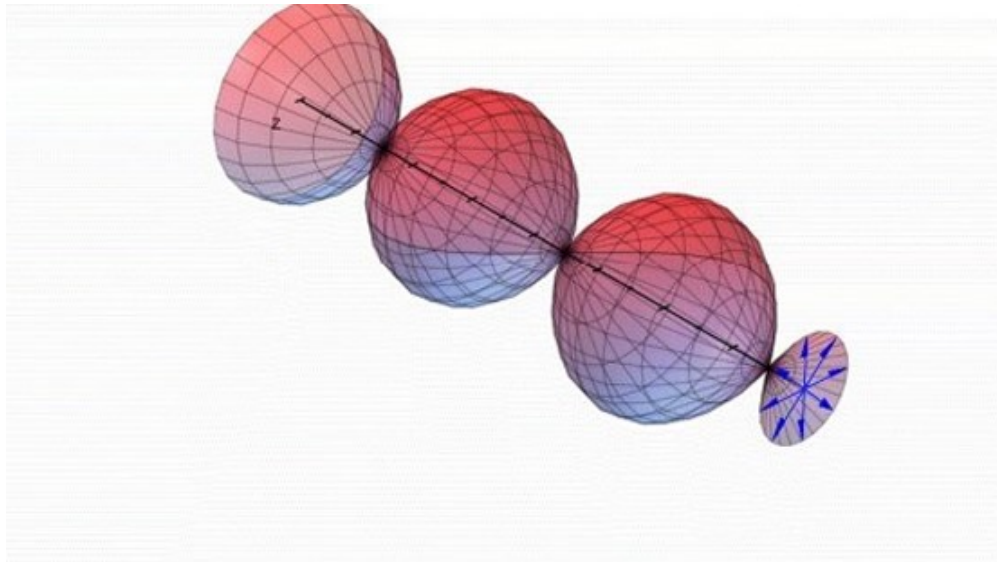


Figura 1.3 Stella dei piani di oscillazione dell'onda di luce

Le radiazioni possono avere stesse caratteristiche in termini di lunghezza d'onda λ , ampiezza E_0 e pulsazione ω ma un differente ritardo di fase δ . Esempio nel caso di figura sotto le tre radiazioni possono essere descritte dalle funzioni:

$$E = E_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (ct - z) \tag{1.4}$$

$$E_1 = E_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (ct - z - \delta_1) \tag{1.5}$$

$$E_2 = E_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (ct - z - \delta_2) \tag{1.6}$$

Una migliore rappresentazione delle funzioni si ottiene se vengono fatte le seguenti ipotesi.

Definiamo il ritardo di fase come

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 \tag{1.7}$$

E l'angolo di fase come

$$\Phi = (z + \delta) \frac{2\pi}{\lambda} \tag{1.8}$$

Allora le tre equazioni possono essere riscritte come:

$$E = E_0 \cos(\Phi - \omega t) \tag{1.9}$$

$$E_1 = E_0 \cos(\Phi_1 - \omega t) \tag{1.10}$$

$$E_2 = E_0 \cos(\Phi_2 - \omega t) \tag{1.11}$$

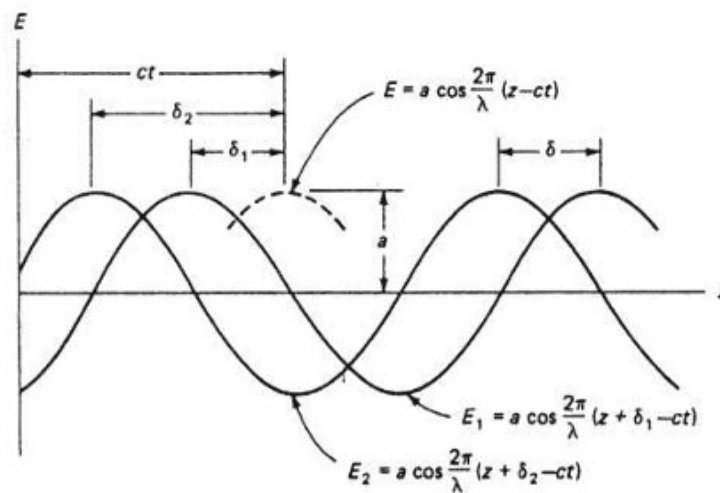


Figura 1.4 Rappresentazione di onde con le stesse caratteristiche in termini di λ , ampiezza e ω ma con ritardo di fase diverso δ

L'emissione di un'onda è composta da una serie di brevi impulsi e da un gran numero di atomi emettitori; ogni impulso contiene un discreto numero di oscillazioni chiamato *treno d'onda*.

Se le emissioni non sono coordinate ogni treno d'onda sarà diverso dall'altro in termini di ampiezza, fase e piano di vibrazione, cioè la luce non è coerente.

Altrimenti, se la luce ha un fronte d'onda regolare e vibra ordinatamente, allora è definita *coerente*.

1.1.1 Rifrazione

Quando la luce incide su un corpo, essa viene in parte riflessa e in parte rifratta.

Se il corpo è opaco, la quasi totalità della luce viene riflessa, se il corpo è trasparente, la maggioranza della luce viene rifratta.

La rifrazione determina oltre che una deviazione del raggio che attraversa il materiale, una diminuzione della velocità della luce, caratteristica del mezzo che essa attraversa.

Si definisce indice di rifrazione del materiale il rapporto tra la velocità di propagazione della luce nel vuoto e nel materiale: $n = \frac{c}{v}$. Siccome la velocità della luce nel vuoto è la massima velocità possibile, vale sempre $n \geq 1$.

Poiché nel passaggio da un mezzo all'altro la frequenza f della luce rimane costante, la lunghezza d'onda λ diminuisce in ragione dell'indice di rifrazione:

$$\lambda_1 = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n}$$

(1.12)

Di conseguenza, la lunghezza d'onda della luce che si propaga in un mezzo è sempre minore della lunghezza d'onda nel vuoto.

Se la stessa radiazione luminosa di lunghezza d'onda λ attraversa due mezzi con indici di rifrazione rispettivamente n_1 e n_2 , i tempi di attraversamento del medesimo spessore h sono dati:

$$t_1 = \frac{h}{v_1} = \frac{h}{c} n_1 \quad (1.13)$$

$$t_2 = \frac{h}{v_2} = \frac{h}{c} n_2 \quad (1.14)$$

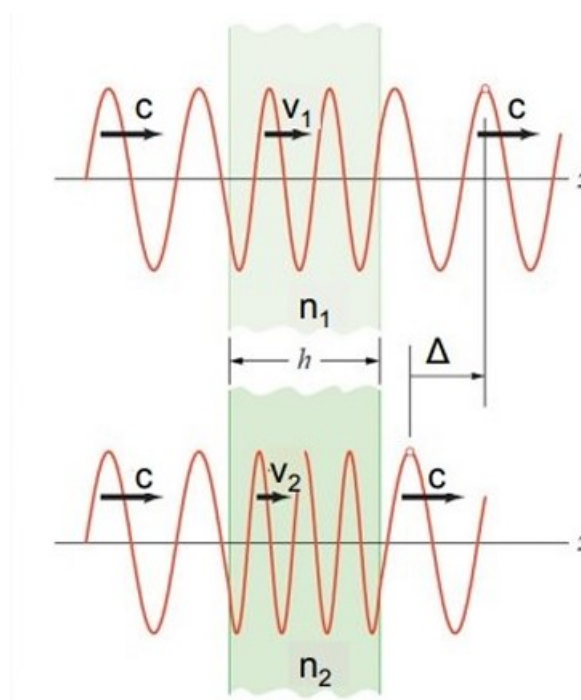


Figura 1.5 Modifica dell'onda sinusoidale al passaggio in un nuovo mezzo di propagazione

Si può quindi calcolare il ritardo temporale Δt e il corrispondente ritardo spaziale Δ :

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{h}{c} (n_1 - n_2) \quad (1.15)$$

$$\Delta = c \Delta t = (n_1 - n_2) h \quad (1.16)$$

Si osserva che esiste un angolo, detto *angolo di Brewster*, per il quale solo l'onda il cui campo elettrico oscilla nel piano ortogonale al piano d'incidenza può essere

riflessa. Per l'angolo di Brewster, la componente parallela è totalmente rifratta e il raggio riflesso è polarizzato perpendicolarmente.

1.1.2 Terza legge di Snell

Le leggi di Snell sono leggi di ottica geometrica, branca dell'ottica basata sul fatto che la luce si propaghi tramite raggi rettilinei. Esse valgono nel caso di mezzi trasparenti e omogenei, e definiscono il comportamento di una radiazione che incida su una superficie di separazione tra due mezzi di indice di rifrazione diverso, dove, come abbiamo detto precedentemente, viene in parte riflessa e in parte rifratta.

In questa tesi verranno trattate solo le leggi di Snell che riguardano il fenomeno della rifrazione e si trascura la riflessione, che rimane comunque un fenomeno presente e rilevante.

Definiamo quindi tre raggi diversi, che formano angoli differenti con la normale all'interfaccia: il raggio incidente forma con la normale un angolo di incidenza θ_i , il raggio riflesso un angolo di riflessione θ_s (non rappresentato in figura) e il raggio rifratto un angolo di rifrazione θ_r .

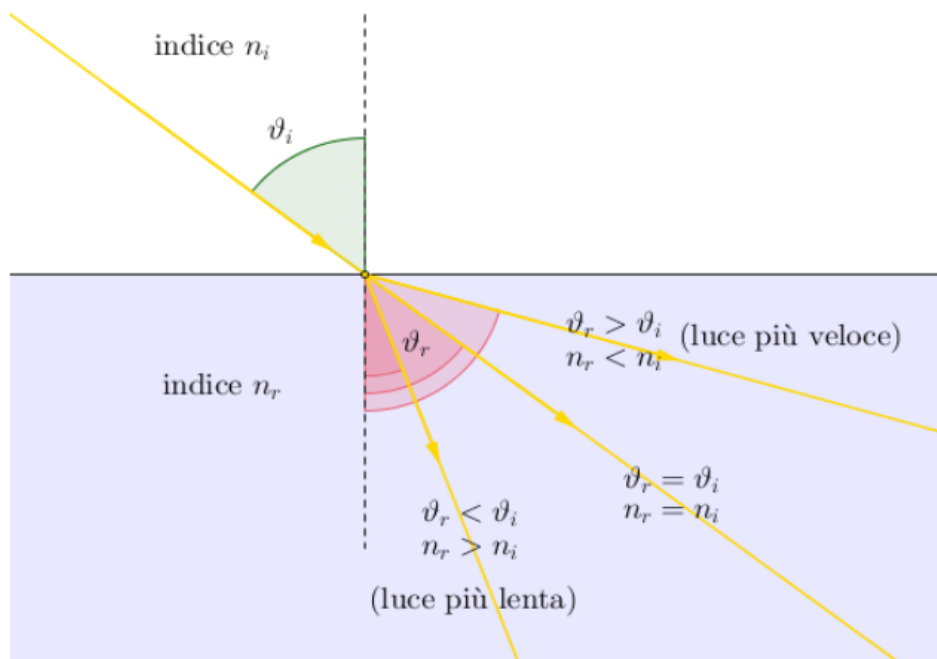


Figura 1.6 Rappresentazione grafica del fenomeno di rifrazione della luce

L'angolo di rifrazione dipende dalla densità del secondo mezzo:

se il secondo mezzo è più denso del primo mezzo, ad esempio l'acqua è più densa dell'aria, la deviazione si avvicina alla perpendicolare alla superficie di separazione. L'aria ha un indice di rifrazione minore rispetto all'acqua. Quindi, l'angolo incidente è superiore all'angolo rifratto; se il secondo mezzo è meno denso, la deviazione si allontana dalla perpendicolare alla superficie di separazione.

A questo punto possiamo enunciare le leggi di Snell:

La *prima legge di Snell* definisce il piano di incidenza, contenente i raggi incidente, riflesso, rifratto e la normale alla superficie di separazione tra i due mezzi; tale piano è quindi ortogonale alla interfaccia tra i due mezzi.

La *terza legge di Snell* stabilisce una relazione che lega angoli di incidenza e di rifrazione agli indici di rifrazione dei due mezzi considerati.

Chiamando n_1 l'indice di rifrazione del primo mezzo, quello da cui proviene la radiazione, e n_2 quello del secondo mezzo al di là della superficie rifrangente, si può scrivere:

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_r)$$

(1.17)

Da essa si può notare che, nel passaggio da un mezzo meno rifrangente ad uno più rifrangente ($n_1 < n_2$) il raggio rifratto tende ad avvicinarsi alla normale, e quindi l'angolo θ_r tende a diventare piccolo. Viceversa nel passaggio da un mezzo più rifrangente ad uno meno rifrangente.

1.1.3 Polarizzazione

La polarizzazione della luce riguarda il modo in cui l'onda luminosa vibra lungo il suo percorso di propagazione. Le onde luminose armoniche (definite come oscillazione del campo elettrico E) possono vibrare in un piano, quindi sono polarizzate lineari o polarizzate in piano, ma possono anche vibrare generando un'elica circolare o ellittica (polarizzazione circolare ed ellittica), o casualmente come la maggior parte delle sorgenti luminose.

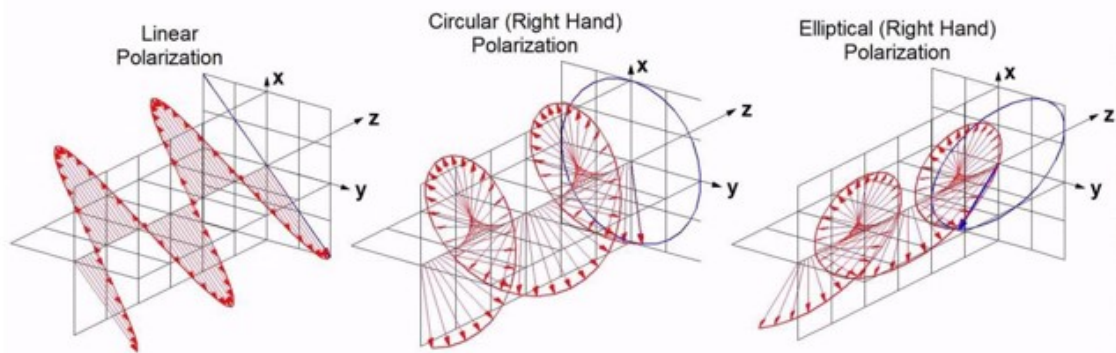


Figura 1.7 Polarizzazione dell'onda luminosa nel caso lineare, circolare ed ellittica.

Indicando con z la direzione di propagazione e con x, y due assi di riferimento nel piano ortogonale, la luce è descritta dal vettore campo elettrico: $E = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$

Nella luce ordinaria le due componenti E_x e E_y possono variare arbitrariamente nel tempo e nello spazio. Poiché la radiazione luminosa oscilla in tutti i piani della stella di piani con asse z , esistono infiniti vettori E . L'onda si dice *polarizzata* quando la giacitura del vettore campo elettrico è costante o varia con una legge definita.

Convenzionalmente si definisce piano di polarizzazione quello in cui oscilla il vettore campo elettrico e piano di vibrazione quello a esso perpendicolare, che è anche quello in cui oscilla il vettore campo magnetico.

Possiamo rappresentare un'onda polarizzata nel seguente modo:

$$E = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \tag{1.18}$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \tag{1.19}$$

φ rappresenta lo sfasamento iniziale dell'onda.

La luce polarizzata può essere piana (lineare), circolare, ellittica a seconda dei valori che assumono le ampiezze $\varphi_y - \varphi_x = 0, \pi$.

La luce polarizzata piana è caratterizzata dal fatto che il piano di vibrazione ha una giacitura costante.

In generale il piano di vibrazione varia nel tempo:

$$\tan \alpha = \frac{A_y \cos(\omega t - kz + \varphi_x)}{A_x \cos(\omega t - kz + \varphi_y)} \tag{1.20}$$

Si ha luce polarizzata piana quando $\varphi_y - \varphi_x = 0, \pi$.

In queste condizioni l'angolo α è indipendente dal tempo, infatti $\tan \alpha = \pm \frac{A_y}{A_x}$ dove i segni superiore e inferiore si riferiscono rispettivamente ai valori 0 e π : il piano formato dal vettore campo elettrico e dalla direzione di propagazione è costante nel tempo e nello spazio, l'angolo α definisce l'inclinazione del piano di polarizzazione.

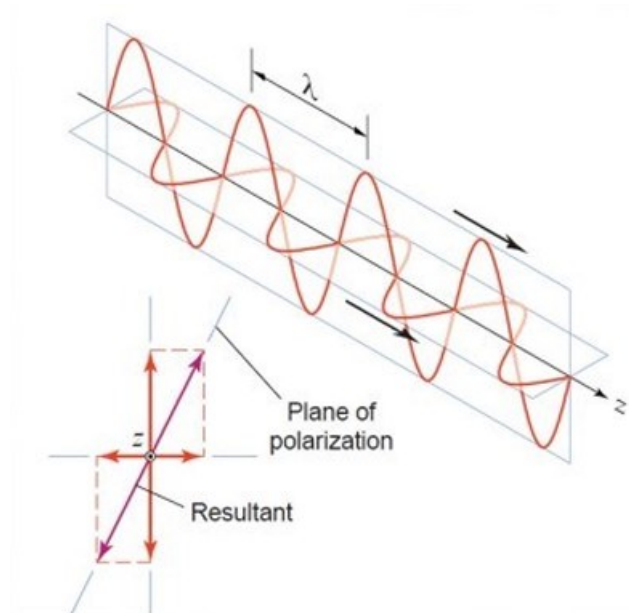


Figura 1.8 Rappresentazione grafica onda polarizzata linearmente

La luce polarizzata circolarmente è caratterizzata dal fatto che il vettore campo elettrico, per dato z , descrive una circonferenza. Nello spazio il vettore campo elettrico descrive un'elica.

Si ha luce polarizzata circolarmente quando $\varphi_y - \varphi_x = \pm \frac{\pi}{2}$ e $A_x = A_y = A$, in tal caso si ricava:

$$E_x^2 + E_y^2 = A^2 \tag{1.21}$$

Il vettore campo elettrico descrive un'elica che si avvolge su un cilindro, l'angolo α che definisce l'inclinazione del piano di polarizzazione varia nel tempo e nello spazio.

Se $\varphi_y - \varphi_x = +\frac{\pi}{2}$ la rotazione è oraria e la luce si dice *polarizzata circolarmente destra*; se $\varphi_y - \varphi_x = -\frac{\pi}{2}$ la rotazione è antioraria e la luce si dice *polarizzata circolarmente sinistra*.

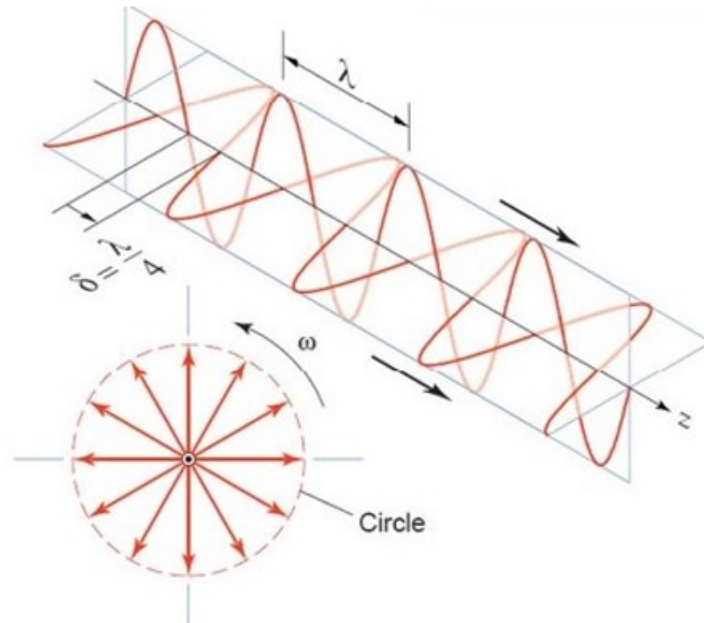


Figura 1. 9 Rappresentazione grafica onda polarizzata circolarmente

La luce polarizzata ellitticamente è caratterizzata dal fatto che il vettore campo elettrico descrive un'ellisse con semiassi diretti secondo gli assi x, y o più in generale con semiassi inclinati rispetto al sistema x, y.

Si ha luce polarizzata con assi secondo x, y quando $\varphi_y - \varphi_x = \pm\beta$ e $A_x \neq A_y$:

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} = 1$$

(1.22)

Che è l'equazione di un'ellisse con semiassi A_x, A_y diretti secondo gli assi x e y.

Il vettore campo elettrico descrive un'elica che si avvolge su un cilindro a base ellittica, gli assi dell'ellisse sono definiti dall'angolo β corrispondente alla differenza di fase.

Se $\varphi_y - \varphi_x = +\beta$ la rotazione è oraria e la luce si dice *polarizzata ellitticamente destra*; se $\varphi_y - \varphi_x = -\beta$ la rotazione è antioraria e la luce si dice *polarizzata ellitticamente sinistra*.

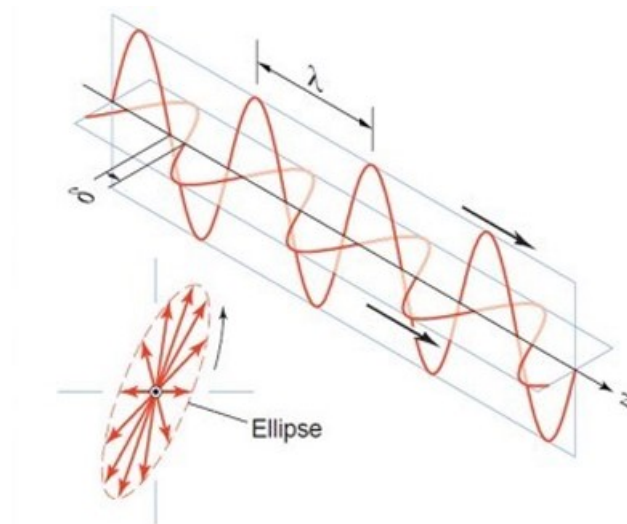


Figura 1.10 Rappresentazione grafica onda polarizzata ellitticamente

1.2 Birifrangenza

In natura esistono materiali, definiti *materiali anisotropi*, che non hanno le stesse caratteristiche in tutte le direzioni. Certi materiali, isotropi, manifestano il fenomeno della birifrangenza solo se sottoposti a carico. Questo fenomeno prende il nome di birifrangenza accidentale meccanica in quanto è reversibile e si tratta di una condizione ottica prodotta da una causa esterna.

Se si considerano materiali anisotropi il fenomeno della birifrangenza si verifica anche in assenza di carico.

Si può parlare di anisotropia meccanica, ma esiste anche una *anisotropia ottica*, che è quella che ci interessa, la quale è caratterizzata dal fatto che il mezzo reagisce in maniera differente a seconda della direzione e polarizzazione della luce incidente. Intuitivamente questo può essere spiegato utilizzando un modellino meccanico.

Supponiamo che gli elettroni, presenti nel reticolo cristallino di una certa sostanza, se spostati dalla loro posizione di equilibrio, risentano di forze di richiamo la cui intensità dipende dalla direzione nella quale sono stati spostati. Allora, essendo la costante elastica di richiamo funzione della direzione in cui è avvenuto lo spostamento, la polarizzazione indotta nel mezzo dal campo elettrico dell'onda che si propaga, dipende dalla direzione di propagazione e dalla direzione in cui l'onda è polarizzata.

In altre parole la costante dielettrica del mezzo, e quindi l'indice di rifrazione, può essere diverso e dipende dalla direzione del vettore elettrico e di conseguenza la velocità di propagazione dell'onda dipenderà dalla direzione di propagazione nel mezzo e dalla direzione di polarizzazione dell'onda.

Nel caso di materiale isotropo, l'indice di rifrazione è lo stesso per ogni direzione di propagazione, quindi una distribuzione uniforme rispetto alla direzione della luce. Se caricati le direzioni di polarizzazione ordinaria e straordinaria non è casuale ma sono quelle delle direzioni principali di sforzo.

La differenza tra gli indici di rifrazione è legata alle due tensioni principali ed è quindi misurabile. I materiali che presentano questo fenomeno vengono anche detti fotoelastici, perché possono essere utilizzati per la determinazione dello stato tensionale con il metodo fotoelastico.

Dalla teoria della propagazione di un'onda in un mezzo anisotropo si può dimostrare che in questi cristalli, in corrispondenza di ogni fissata direzione di propagazione è possibile la propagazione di due onde piane monocromatiche, in stati di polarizzazione tra loro ortogonali e differente velocità di propagazione. Questo porta a quello che è chiamato fenomeno della *birifrangenza*.



Figura 1.11 Schematizzazione del fenomeno della birifrangenza ottica

Il fenomeno della birifrangenza fu osservato per la prima volta in un cristallo di calcite (CaCO_3). Cristalli di calcite opportunamente tagliati secondo piani cristallini particolari possono dare origine a due raggi rifratti che si propagano in direzioni diverse. Ruotando il cristallo attorno alla direzione del fascio incidente osserviamo che uno dei due fasci resta stazionario, mentre il secondo ruota durante la rotazione del cristallo e forma una circonferenza concentrica al primo; il primo fascio viene detto *raggio ordinario*, mentre il secondo viene detto *raggio*

straordinario. Inoltre mentre l'indice di rifrazione del raggio ordinario non dipende dalla direzione del raggio incidente, l'indice di rifrazione del raggio straordinario varia con la direzione del raggio incidente.

I piani passanti per l'asse ottico e contenenti il vettore d'onda della luce incidente sono detti *piani principali*. Il raggio ordinario oscilla perpendicolare al piano principale e quindi alla direzione dell'asse ottico, mentre quello straordinario è polarizzato parallelamente ad una sezione del piano principale.

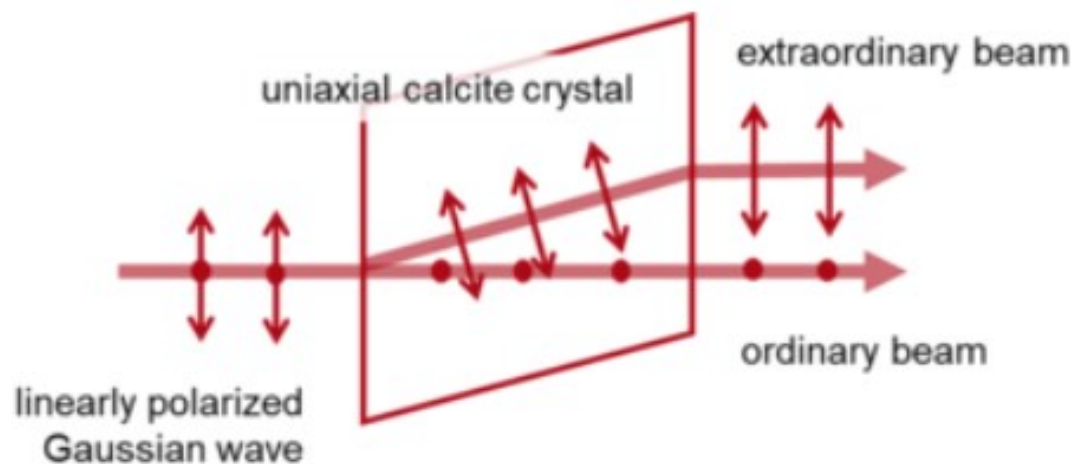


Figura 1.12 Effetto birfrangente del cristallo di calcite anisotropico

Infatti, il raggio ordinario segue la legge di Snell, mentre quello straordinario no.

I due piani di polarizzazione prendono il nome di *piano ordinario* e *piano straordinario* e il materiale, come detto, presenta due indici di rifrazione differenti nei due piani di polarizzazione. A causa della differenza degli indici di rifrazione, all'uscita dal materiale la luce presenta una differenza di fase relativa tra raggio ordinario e raggio straordinario, la quale dipende dallo spessore del cristallo.

Il secondo effetto citato consiste nel fatto che le velocità di propagazione del raggio ordinario e straordinario sono differenti, uno avrà velocità minore dell'altro.

Le direzioni dei due piani di propagazione non sono casuali ma dipendono dalla struttura cristallina del materiale.

Infatti un'oscillazione è forzata nelle particelle di una sostanza e le forze di ripristino dei dipoli vibranti indotti, dovute alla struttura cristallina, governano la propagazione dell'onda elettromagnetica. La velocità dell'onda luminosa è più lenta della velocità nel vuoto quando passa attraverso un mezzo e dipende dalle proprietà magnetiche e dielettriche del materiale:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (1.23)$$

Come definito in precedenza, il rapporto tra la velocità della luce nel vuoto c e la velocità nel materiale è l'indice di rifrazione. Siccome la costante μ è la stessa del vuoto, posso definire l'indice di rifrazione:

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \text{ che considerando l'impermeabilità dielettrica } B = \frac{1}{\varepsilon} \text{ diventa } n = \frac{1}{\sqrt{B}}$$

Nel caso di materiali isotropi è possibile definire un tensore simmetrico e definito positivo:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

Gli indici di rifrazione principali possono essere ricavati dagli autovalori di $[\varepsilon]$:

$$n_x = \sqrt{\varepsilon_x}, \quad n_y = \sqrt{\varepsilon_y}, \quad n_z = \sqrt{\varepsilon_z} \quad (1.25)$$

Da cui

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x} + \frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = C$$

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = C$$

(1.26)

Nei casi più generali la superficie con energia costante è un ellissoide, il quale descrive la distribuzione degli indici di rifrazione ed è chiamato *ellissoide di Fresnel* o *indicatrice ottica*. A questo punto si possono distinguere tre casi rispetto alla trasmissione della luce secondo gli autovalori dell'equazione (1.24).

I cristalli con struttura cubica e i materiali otticamente isotropi, avranno per indicatrice ottica una sfera, cioè i tre indici di rifrattioni sono uguali. Poiché ogni sezione della sfera è un cerchio, non c'è polarizzazione della luce trasmessa e la luce è trasmessa in ugual modo in tutte le direzioni. Il raggio della sfera è proporzionale all'indice di rifrazione.

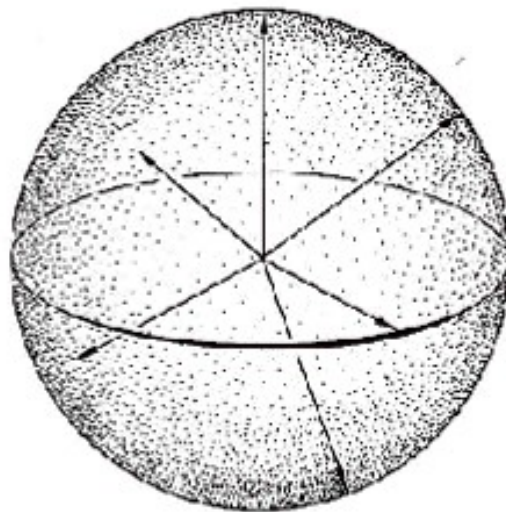


Figura 1.13 Rappresentazione della trasmissione di luce in una sostanza isotropa monorifrangente non stressata;

I cristalli con struttura tetragonale, trigonale ed esagonale hanno per indicatrice ottica un ellissoide di rotazione.

In tali cristalli esiste una direzione privilegiata attorno alla quale gli atomi si dispongono simmetricamente; questa direzione individua quello che viene definito *asse ottico* e i cristalli sono detti *uniassici*. La luce che si propaga nella direzione dell'asse ottico non subisce birifrangenza, poiché solo vista perpendicolarmente all'asse ottico la sezione sarà circolare, e la luce avrà una

sola velocità. Per direzioni di incidenza parallele all'asse ottico, questi cristalli sono monorifrangenti con comportamento isotropo e per questo motivo sono chiamati *uniassici*.

In questo specifico caso uniassico, due indici di rifrazione n_x e n_y hanno lo stesso valore e sono denominati indici *ordinari* n_o , l'altro indice n_z ha valore diverso ed è denominato indice *straordinario* n_e . Il raggio della sezione circolare è proporzionale a n_o . In direzioni differenti dall'asse ottico la perturbazione in ingresso si divide in due onde diverse polarizzate reciprocamente ortogonali e con velocità diverse (ritardo di fase).

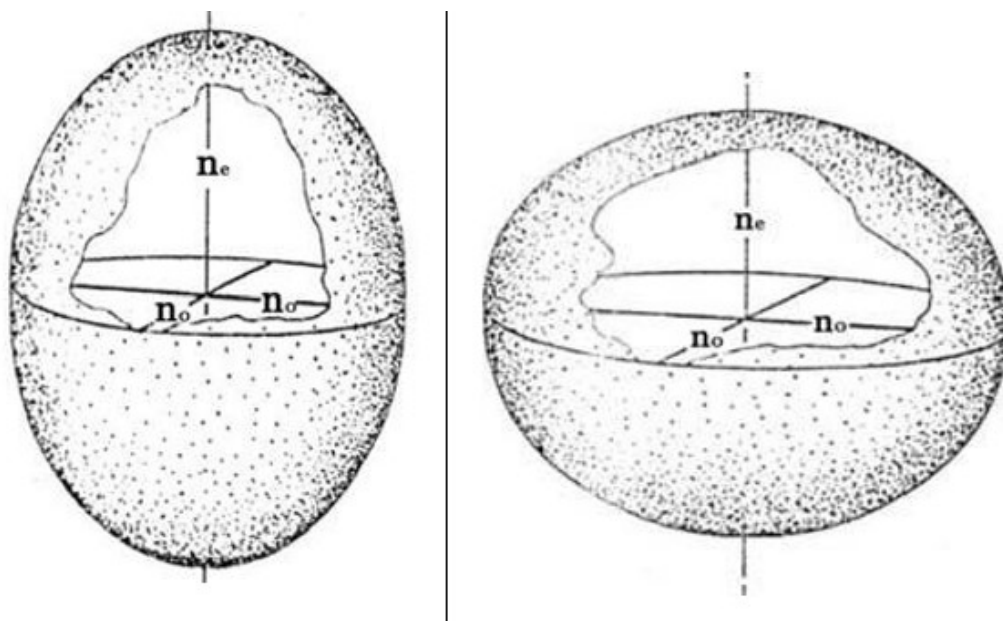


Figura 1.14 Comportamento uniassiale anisotropo in due casi diversi con indicatrice ottica uniassiale positiva a sinistra e negativa a destra

I cristalli dei sistemi triclino, monoclinico e ortorombico hanno per indicatrice ottica un ellissoide a tre assi, che presenta due sezioni circolari. Di conseguenza questi cristalli presentano due assi ottici che giacciono sul *piano ottico*, i quali sono ortogonali ai piani che tagliano l'ellissoide in sezioni circolari. Perciò questo tipo di cristalli saranno monorifrangenti con comportamento isotropo solo per le due direzioni di propagazione normali rispetto alle due sezioni circolari dell'indicatrice ottica e per questo motivo sono chiamati *biassici*.

In questo caso gli indici di rifrazione sono tutti diversi e sia gli indici ordinari che quelli straordinari possono essere riconosciuti come il raggio delle sezioni circolari.

Perciò lungo qualsiasi altra direzione la perturbazione risultante è composta da due onde ritardate (velocità diverse) e polarizzate come l'asse delle ellissi normale alla direzione specifica. Lo studio della birifrangenza in questa tipologia di cristalli può essere condotto nello stesso caso dei cristalli uniassici.

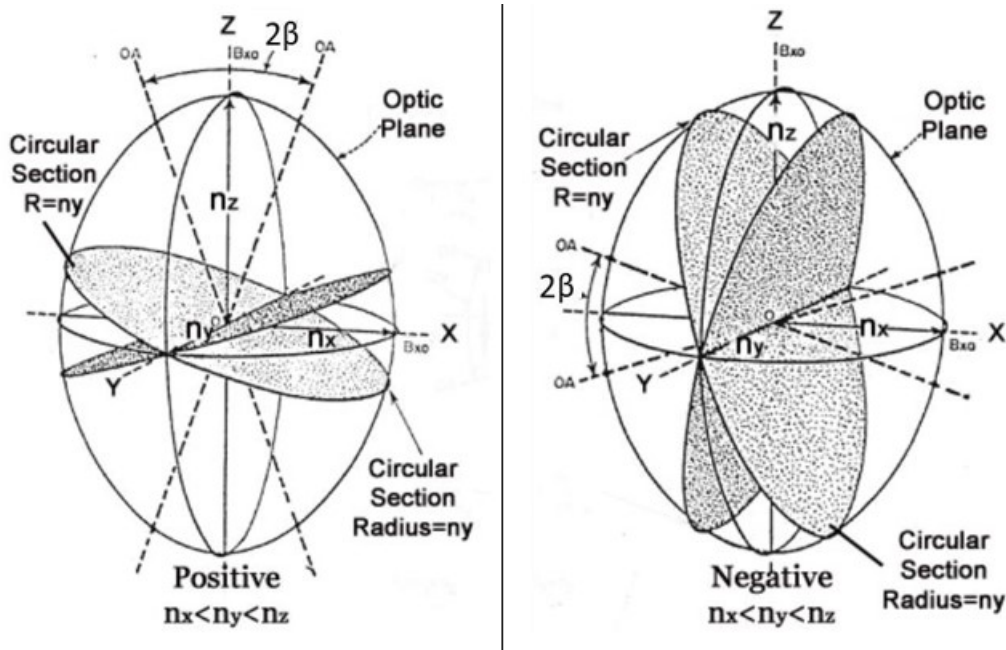


Figura 1.15 Comportamento biassiale anisotropo in due casi diversi con indicatrice positiva e negativa

Abbiamo già detto che per asse ottico si intende la direzione lungo la quale la velocità di propagazione del raggio ordinario è uguale a quella del raggio straordinario. In un cristallo uniassico esiste un solo asse ottico, in un cristallo biassico sono presenti due assi ottici che formano tra loro un angolo acuto 2β , definito angolo ottico, che può essere determinato attraverso una formula sperimentale noti gli indici di rifrazione:

$$\tan^2 \beta = \frac{\frac{1}{n_x^2} - \frac{1}{n_y^2}}{\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_z^2}}$$

(1.27)

1.3 Leggi della fotoelasticità

La fotoelasticità è una tecnica di misura classica adatta per osservare le sollecitazioni nei materiali isotropi trasparenti.

Come citato in precedenza, la distribuzione delle tensioni residue all'interno del cristallo è influenzata dai processi termici e meccanici a cui il cristallo è sottoposto, determinando una deformazione del cristallo.

In particolare un campo luminoso, polarizzato linearmente, incidente normalmente su di un modello in materiale fotoelastico soggetto a stato piano di tensione subisce le seguenti trasformazioni:

- 1) il campo incidente nel generico punto A del modello, si scinde in due campi (E_1, E_2) polarizzati linearmente secondo due direzioni ortogonali che coincidono con le direzioni delle tensioni principali σ_1 e σ_2 ;
- 2) le velocità v_1 e v_2 di propagazione dei due campi all'interno del modello e quindi i relativi indici di rifrazione ($n = \frac{c}{v}$) n_1 e n_2 dipendono dalle tensioni principali σ_1 e σ_2 .

Nel caso di un materiale isotropo, sottoponendolo ad un carico, possiamo sfruttare l'effetto della birifrangenza accidentale meccanica. Questa permette di stimare la condizione di stress dalla comparsa di un sistema di frange, dovute alla differenza degli indici di rifrazione.

Solitamente queste frange formano uno schema simmetrico, ma in casi di stress si osserva una variazione o distorsione delle simmetrie a causa della deformazione del reticolo.

In ogni materiale trasparente uno stato tensionale ne modifica le proprietà ottiche. Nei materiali isotropi il tensore delle tensioni interagisce con la struttura modificando lo sferoide di riferimento in un ellissoide, provocando una variazione delle condizioni di trasporto e trasmissione della luce, influenzando la disposizione elettronica. Inoltre si osserva una variazione dell'angolo ottico ogni volta che è presente stress.

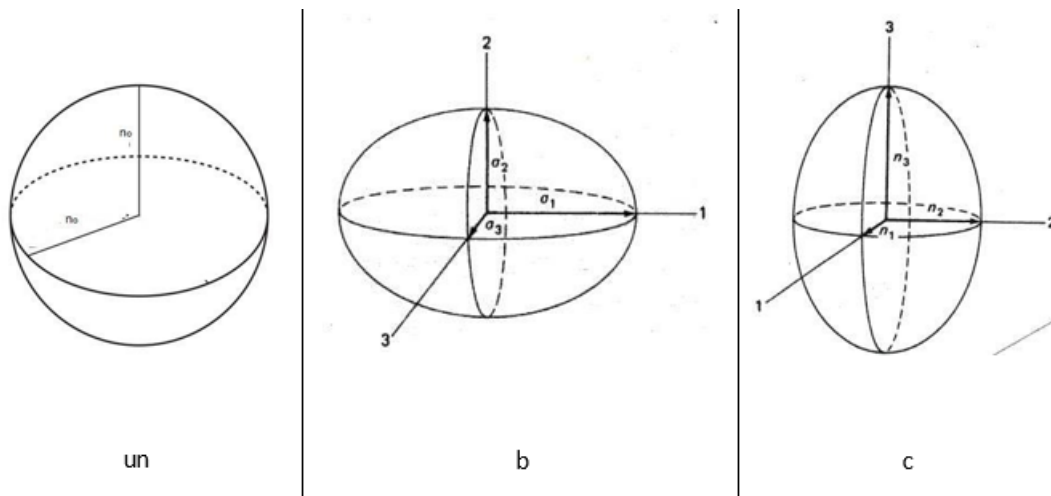


Figura 1.16 Rappresentazione grafica dell'interazione dell'indicatrice ottica isotropa (a) con il tensore di tensione (b). L'indicatrice sferica si modifica in un ellissoide generale (c)

A causa della distorsione, si instaurano delle forze per riordinare i dipoli oscillanti, cambia la distribuzione degli indici e l'indicatore ottico modifica la sua forma. Questo fenomeno prende il nome di *effetto piezo-ottico*. L'intensità e la forma della deformazione dipendono dalla matrice *piezo-ottica* π . Questa relazione il tensore delle tensioni con la variazione della distribuzione degli indici di rifrazione e con la deformazione del tensore dell'impermeabilità elettrica.

La relazione può essere espressa nel seguente modo:

$$[B] = [B_0] + [\Delta B] = [\varepsilon]^{-1} \quad (1.28)$$

Gli autovettori e autovalori di $[B]$ curvano l'ellissoide degli indici secondo la relazione $n_i = \frac{1}{\sqrt{B_i}}$ a causa dell'effetto piezo-ottico e modificano l'angolo ottico secondo la relazione.

Dunque, il materiale presenta indici di rifrazione differenti che sono legati alle tensioni principali attraverso le equazioni di Maxwell-Neumann:

$$\begin{cases} n_1 - n_0 = c_1 \sigma_1 + c_2 (\sigma_2 + \sigma_3) \\ n_2 - n_0 = c_1 \sigma_2 + c_2 (\sigma_1 + \sigma_3) \\ n_3 - n_0 = c_1 \sigma_3 + c_2 (\sigma_2 + \sigma_1) \end{cases}$$

(1.29)

Dove:

n_0 l'indice di rifrazione del materiale scarico.

c_1, c_2 sono coefficienti stress-ottici costanti.

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sono le tensioni principali.

In uno stato piano di sforzo, le tensioni nello spessore si possono trascurare, $\sigma_3 = 0$ e le equazioni diventano:

$$\begin{cases} n_1 - n_0 = c_1 \sigma_1 + c_2 \sigma_2 \\ n_2 - n_0 = c_1 \sigma_2 + c_2 \sigma_1 \end{cases}$$

(1.30)

Un'ulteriore semplificazione del sistema di equazioni consiste nell'eliminazione del termine n_0 ricavando per sottrazione le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} n_2 - n_1 = (c_2 - c_1)(\sigma_1 - \sigma_2) = C(\sigma_1 - \sigma_2) \\ n_3 - n_2 = (c_2 - c_1)(\sigma_2 - \sigma_3) = C(\sigma_2 - \sigma_3) \\ n_1 - n_3 = (c_2 - c_1)(\sigma_3 - \sigma_1) = C(\sigma_3 - \sigma_1) \end{cases}$$

(1.31)

Dove $C = c_2 - c_1$ è la costante fotoelastica del materiale.

Considerando un materiale fotoelastico bidimensionale ($\sigma_3 = 0$):

$$n_2 - n_1 = (c_2 - c_1)(\sigma_1 - \sigma_2) = C(\sigma_1 - \sigma_2)$$

(1.32)

Questa equazione vale anche nel caso tridimensionale: cioè, l'eventuale tensione σ_3 parallela alla direzione di propagazione del campo influenza in eguale misura gli indici n_1, n_2 e quindi non influenza la loro differenza. Da un punto di vista pratico, non è necessario assicurarsi che lo stato di tensione applicato al provino sia piano.

Come già visto in precedenza, i due raggi luminosi, a causa della diversa velocità di propagazione, all'uscita dal modello risultano sfasati nel senso che, quando il campo più lento esce dal modello, il campo più veloce ha già percorso nell'aria uno spazio Δ , che abbiamo definito in precedenza ritardo spaziale:

$$\Delta = h(n_1 - n_2) \tag{1.33}$$

Da cui

$$\Delta = Ch(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{1.34}$$

In fotoelasticità si considera solitamente il *ritardo spaziale relativo* alla lunghezza d'onda λ della luce utilizzata, che pertanto risulta:

$$\delta = \frac{Ch}{\lambda}(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{1.35}$$

La (numerazione) è la *relazione fondamentale della fotoelasticità*. Nota la costante C (media dell'operazione di taratura), lo spessore h e la lunghezza d'onda della luce λ , la misurazione del ritardo δ consente di determinare la differenza delle tensioni principali ($\sigma_1 - \sigma_2$).

Questa relazione può essere riscritta ponendo $N = \delta$ e $f_\sigma = \frac{\lambda}{C}$:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{h} \tag{1.36}$$

Dove N è l'ordine di frangia, mentre f_σ viene definita *costante di frangia* o *costante fotoelastica ingegneristica*.

Si noti che l'osservazione del modello nelle condizioni sopra indicate non consente direttamente la determinazione del ritardo δ dato che i due campi E_1, E_2 non possono interferire essendo polarizzati secondo due direzioni ortogonali. Per rilevare l'effetto fotoelastico e quindi determinare il ritardo, il modello deve essere osservato in un'apparecchiatura denominata *polariscopio*.

1.4 Polariscopio

Il polariscopio è uno strumento ottico che utilizza luce polarizzata per l'ispezione di un campione soggetto a sollecitazioni. La luce attraversa il materiale del campione e la sua polarizzazione è influenzata dalla distribuzione degli indici di rifrazione, che dipende dallo sforzo. In base al tipo di polarizzazione, è possibile considerare un *polariscopio piano* o *circolare*.

1.4.1 Polariscopio piano

Il polariscopio piano ad assi incrociati è costituito da una sorgente di luce e da due polarizzatori lineari con assi di trasmissione ortogonali. Il polarizzatore vicino all'osservatore è di solito chiamato *analizzatore*. Il polarizzatore è un elemento ottico che ha un asse preferenziale di trasmissione; pertanto, lascia passare solo la componente del campo diretta secondo tale asse, mentre la componente perpendicolare è totalmente assorbita o riflessa

All'uscita dal polarizzatore la luce è polarizzata piana qualunque sia il tipo di luce incidente: se la luce incidente è polarizzata secondo una direzione ortogonale a quella dell'asse di trasmissione del polarizzatore, allora la luce emergente è nulla.

Il campione fotoelastico viene inserito tra i due polarizzatori incrociati, evidentemente, se il modello isotropo è scarico, il campo emergente dall'analizzatore è nullo, per questo motivo il polariscopio è anche detto a *campo scuro*.

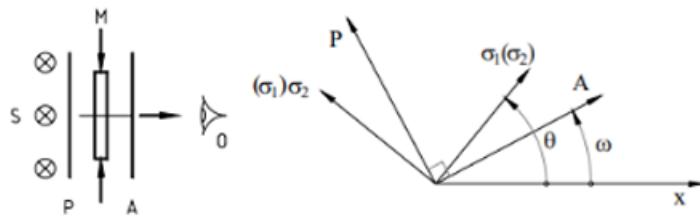


Figura 1.17 Polariscope piano ad assi incrociati: (a) schema, (b) orientamento generico delle tensioni principali (θ) e del polariscopio (ω) rispetto all'asse x di riferimento. (M=modello, O=osservatore, S=sorgente).

L'intensità luminosa del campo emergente dall'analizzatore a modello carico risulta:

$$I = A^2 \sin^2 2(\theta - \omega) \sin^2 \pi \delta \quad (1.37)$$

Dove A è l'ampiezza del campo incidente, δ è il ritardo relativo, θ e ω sono gli angoli che definiscono rispettivamente l'orientamento della croce delle tensioni principali e dell'analizzatore rispetto all'asse di riferimento.

La relazione mostra che l'intensità luminosa risulta nulla nei punti del modello nei quali:

$$\delta = n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \theta = \omega \quad (1.38)$$

Il modello appare solcato da un insieme di frange nere corrispondenti alle condizioni di estinzione sopra riportate. Le frange corrispondenti alla prima condizione sono il luogo dei punti nei quali il ritardo δ è costante ed uguale all'intero n che si chiama *ordine di frangia*.

Ricordando la relazione fondamentale della fotoelasticità sono anche il luogo dei punti nei quali è costante la differenza delle tensioni principali; esse sono chiamate *isocromatiche* e sono dovute al ritardo di fase correlato con lo stress del cristallo.

Le frange corrispondenti alla seconda condizione sono il luogo dei punti nei quali l'orientamento delle tensioni principali θ è costante ed uguale all'inclinazione dell'analizzatore rispetto all'asse di riferimento. Tali frange sono chiamate *isocline* e sono dovute alla coincidenza tra assi principali di tensione e assi del polarizzatore. Ruotando il polariscopio è possibile osservare le isocline di parametro variabile tra 0° e 90° .

Il vantaggio di questo sistema è che tutto ciò che viene osservato attraverso il polariscopio è dovuto alla sola interazione tra luce e cristallo. La luce non soggetta al fenomeno della birifrangenza non oltrepassa l'analizzatore perché non ha componenti del campo elettrico nella direzione dell'analizzatore.

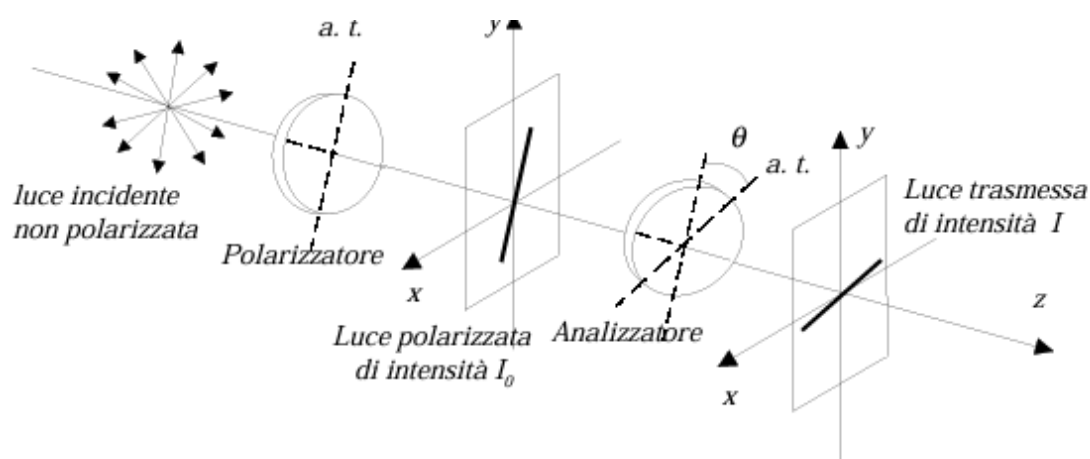


Figura 1.18 Rappresentazione schema in cui un fascio di luce incide su un polarizzatore con asse di trasmissione e la luce emergente viene poi analizzata da un secondo polarizzatore.

1.4.2 Polariscopio circolare

Si è visto che l'intensità luminosa emergente da un polariscopio piano dipende dalle isocromatiche e dalle isocline. È possibile eliminare l'influenza delle isocline orientando il polariscopio in modo che la croce delle tensioni principali intersechi la direzione dei polarizzatori $\theta = \omega = \pm 45^\circ$. Invece nei punti in cui una delle tensioni principali è parallela al polarizzatore o all'analizzatore $\theta = \omega$, sono presenti le isocline; in tali condizioni le isocromatiche non sono rilevabili.

Quindi la presenza delle isocline disturba la rilevazione delle isocromatiche. Le isocline possono essere rimosse utilizzando luce polarizzata circolarmente.

A questo scopo vengono utilizzati un polarizzatore piano e una lamina a quarto d'onda con gli assi a $\pm 45^\circ$ rispetto all'asse del polarizzatore. La lastra d'onda è costituita da un materiale naturalmente birfrangente che impone un ritardo relativo alle onde che lo attraversano, quindi con un asse lento e uno veloce lungo i quali viene scomposta l'onda polarizzata incidente. L'effetto che si ottiene è di polarizzare la luce secondo due piani tra loro ortogonali e introdurre un ritardo di fase tra essi. La lastra a quarto d'onda è una particolare lastra d'onda ritardatrice che introduce un ritardo spaziale $\delta = \frac{\lambda}{4}$.

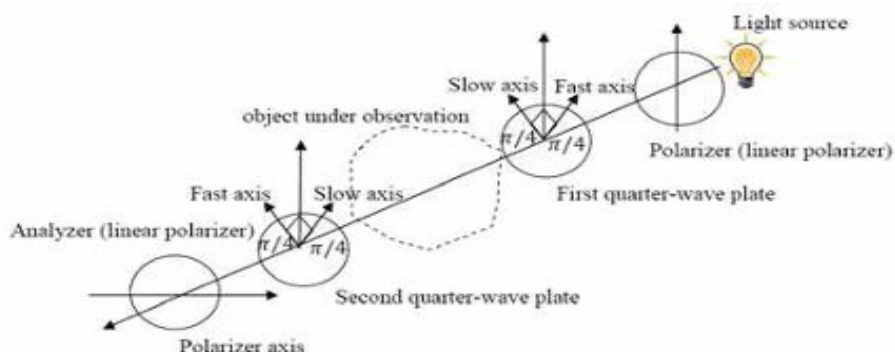


Figura 1.19 Schema base di un polariscopio circolare con lamine a quarto d'onda

Gli assi di trasmissione dei polarizzatori sono tra loro ortogonali, come anche gli assi delle lastre a quarto d'onda. Il campione viene inserito tra le due lastre a quarto d'onda.

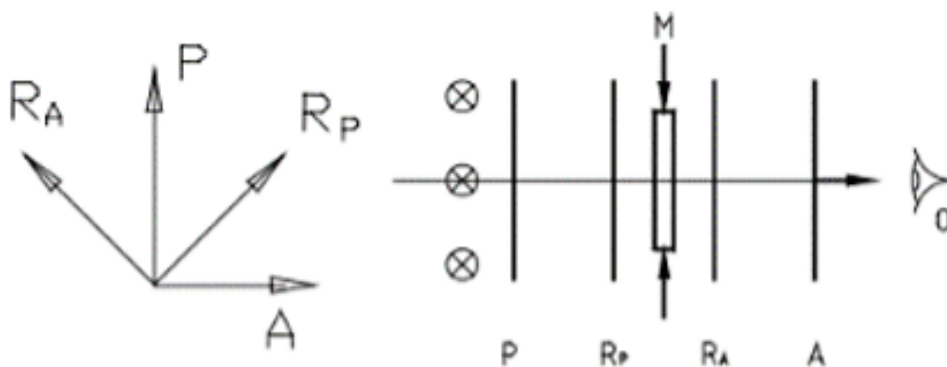


Figura 1.20 Schema del polariscopio circolare a campo scuro (M=modello fotoelastico, P,A=polarizzatori, Rp,Ra=lastre quarto d'onda)

A modello scarico, il campo emergente dall'analizzatore sarà nullo, essendo nullo il ritardo totale dei due ritardatori.

A modello carico, l'intensità del campo emergente è:

$$I = A_y^2 \sin^2 \pi \delta \quad (1.39)$$

In questo caso l'intensità luminosa dipende solo dal ritardo δ . La condizione di estinzione coincide con quella relativa al polariscopio piano che si riscrive

$$\delta = n(0,1,2\dots)$$

Il polariscopio circolare è particolarmente utile nello studio di cristalli anisotropi.

Infatti, l'interferenza positiva forma un insieme di superfici nel sistema di riferimento dell'indicatrice ottica, che prendono il nome di *superfici di Bertin*, luogo dei punti in cui si ha lo stesso ritardo di fase.

Sono chiamate isocromatiche perché, se si utilizza un polariscopio con una sorgente di luce bianca, le superfici con lo stesso ritardo hanno lo stesso colore.

1.5 Superfici di Bertin

Nei paragrafi precedenti è stato delineato come il ritardo tra le due onde luminose interagenti influisca su quella risultante.

Per quanto riguarda il ritardo di fase, dovuto allo spessore e ai diversi indici di rifrazione, è possibile tracciare punti con lo stesso ritardo di fase e ritardo ottico in termini di lunghezze d'onda.

Questi punti compongono appunto le *superfici di Bertin*.

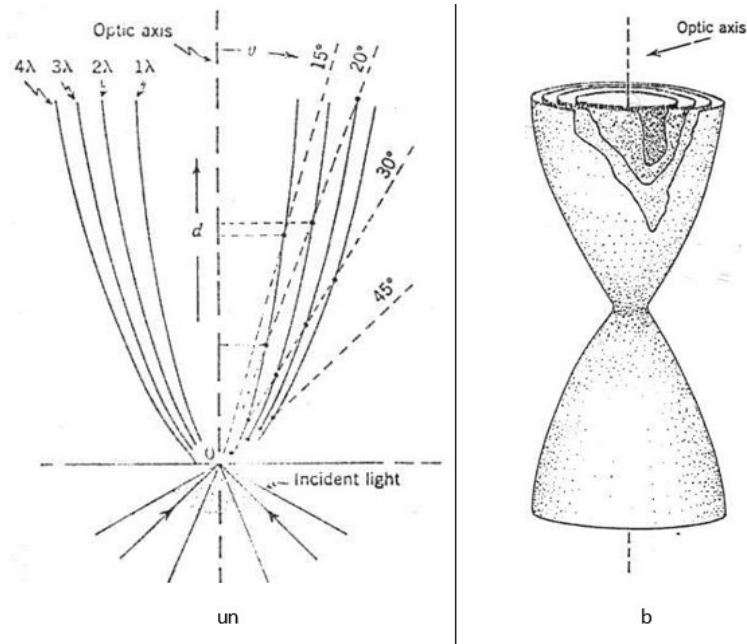


Figura 1.21 Rappresentazione bidimensionale dell'uguale ritardo o differenza di cammino ottico in funzione dell'angolo di rifrazione e ricostruzione tridimensionale mediante la simmetria circolare del comportamento della luce attorno all'asse ottico

Il ritardo può essere espresso considerando lo spessore del cristallo d :

$$\delta = n_e d - n_o d \tag{1.40}$$

Si può scrivere in maniera più conveniente il ritardo di fase come differenza di percorso ottico, quindi in funzione della lunghezza d'onda λ :

$$N\lambda = d(n_e - n_o) \tag{1.41}$$

Considerando un piccolo angolo tra il raggio ordinario e il raggio straordinario si può ottenere un'equazione simile alla (1.29):

$$N\lambda = \frac{d}{\cos \theta_m} (n_e - n_o) \sin^2 \theta \tag{1.42}$$

Dove θ è l'angolo tra il raggio rifratto e l'asse ottico, mentre θ_m è l'angolo tra l'asse ottico e la bisettrice del raggio ordinario e straordinario. In generale i due angoli coincidono. N rappresenta l'ordine di frangia (o ritardo). Infatti gli ordini di frangia sono dovuti alla differenza di percorso ottico secondo la relazione (1.42).

Allo stesso modo si possono tracciare le superfici di Bertin per i cristalli biassiali, i quali non verranno particolarmente trattati in questa tesi.

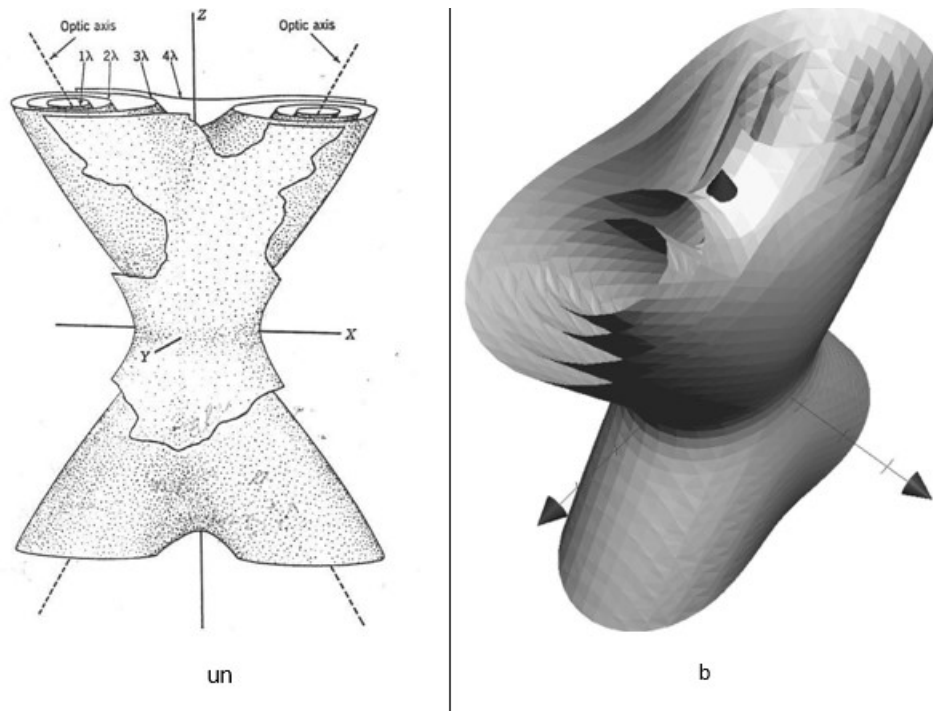


Figura 1.22 Ricostruzione tridimensionale delle curve di differenza di cammino uguale in cristalli biassiali e simulazione tridimensionale delle superfici di Bertin

Dall'immagine sopra si può subito notare la presenza dei due assi ottici tipici dei cristalli anisotropi biassiali.

1.6 Analisi di frangia

Le figure conoscopiche sono modellate come superfici di Bertin. Una volta attraversato il cristallo anisotropo i raggi ordinario e straordinario escono paralleli dalla superficie del campione. Infine ricombinando i raggi si ottiene una figura di interferenza.

Osservando il fenomeno per mezzo di un polariscopio piano nella direzione dell'asse ottico del campione è possibile visualizzare i motivi di frange, che non

sono altro che una sezione delle superfici di Bertin, cioè sono una intersezione di queste ultime con la superficie del cristallo.

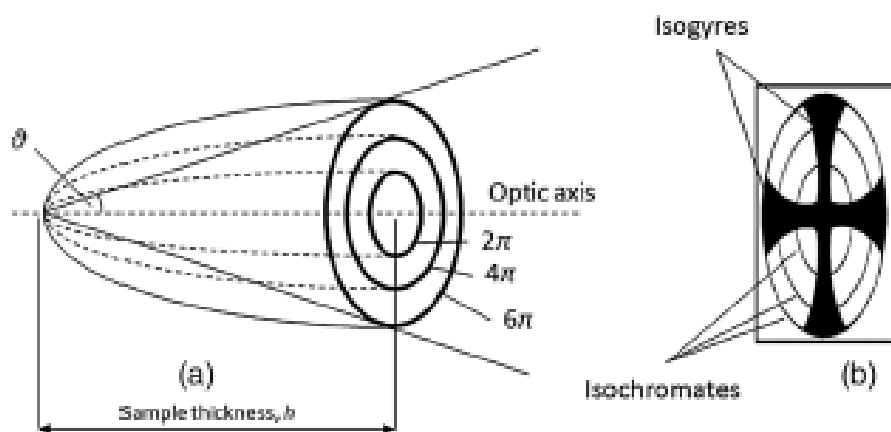


Figura 1.23 Rappresentazione delle superfici di Bertin e le relative immagini conoscopiche derivanti dal sezionamento in un piano delle curve isocromatiche

In una condizione priva di stress per cristalli anisotropi uniassiali le frange isocromatiche appaiono come una serie di cerchi concentrici a causa della simmetria del cristallo attorno all'asse ottico.

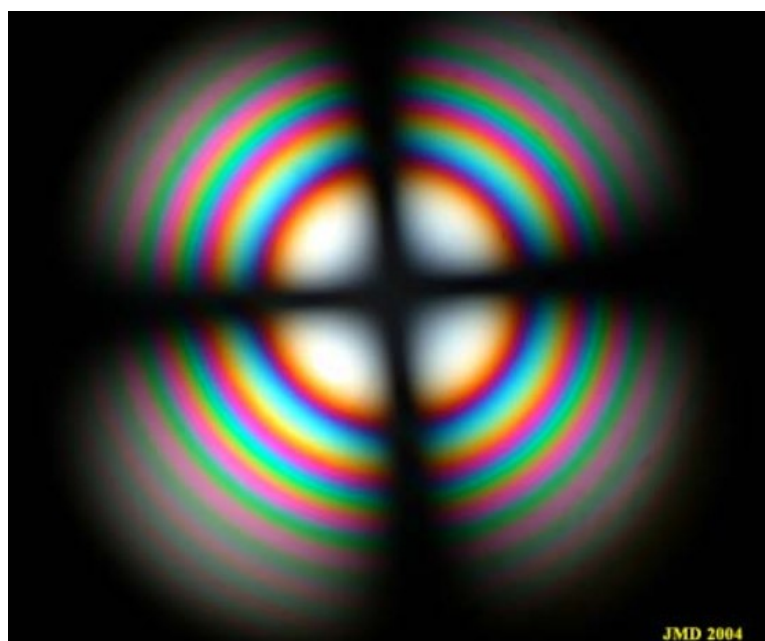


Figura 1.24 Rappresentazione della tipica immagine conoscopica di interferenza di un cristallo anisotropo uniassiale osservando il cristallo lungo il suo asse ottico, ottenuta con luce bianca

Il numero di ordini marginali che possono essere osservati dipende dall'angolo del cono di luce (ϑ) che incide sulla superficie, come si può osservare dalla seguente equazione:

$$\Delta = \frac{2\pi h}{\lambda \cos \vartheta_m} (n_o - n_e) \sin^2 \vartheta \quad (1.43)$$

Dove Δ è il ritardo, λ è la lunghezza d'onda, n_o e n_e sono gli indici di rifrazione ordinario e straordinario, h è lo spessore del campione, e ϑ è l'angolo di ingresso del cono di luce rispetto all'asse ottico.

Considerando che $\Delta = 2\pi N$ le frange scure si ottengono se N è un numero intero.

Quando viene applicato un carico al campione birifrangente, lo stress induce una distorsione delle frange dovuta alla variazione della distribuzione degli indici di rifrazione in funzione del carico, che dipende come detto prima dalla caratteristica matrice π piezo-ottica. Per stati di sollecitazioni semplici (stress monoassiale), viene indotto nel cristallo un comportamento biassiale e le superfici di Bertin si deformano di conseguenza, quindi il modello distorto delle frange isocromatiche assume la forma di *curve* simili a quelle di *Cassini* espresse come segue:

$$[(x-a^2) + y^2][(x+a^2)+y^2]=b^4 \quad (1.44)$$

In particolare quanto più è basso l'ordine delle frange, tanto più è evidente la distorsione della curva.

Nel caso in cui la deformazione non sia troppo grande, osservando il cristallo in direzione della superficie acuta degli assi ottici, si possono considerare le curve di Cassini come ellissi commettendo un errore trascurabile e possiamo relazionare lo stato tensionale all'ellitticità delle frange secondo:

$$\Delta\sigma = \frac{C}{f_\sigma} \quad (1.45)$$

Dove f_{σ} è la costante fotoelastica determinata durante la calibrazione oppure calcolata teoricamente, che dipende dalla matrice π e dallo spessore e dal cammino ottico. L'ellitticità viene valutata mediante il rapporto tra i semiassi maggiore a e minore b secondo la formula:

$$C = \frac{b}{a} - 1$$

(1.46)

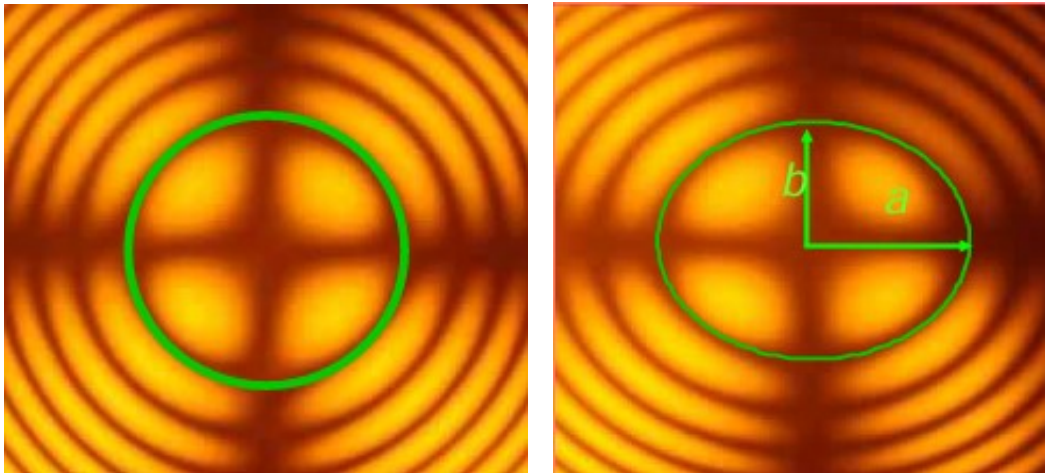


Figura 1.25 Immagini conoscopiche di interferenza: a sinistra il cristallo non è caricato, a destra il cristallo è soggetto ad una compressione uniforme uniassiale dalla cui immagine si ricavano i parametri dell'ellisse

In realtà, viene considerata l'ellitticità del primo ordine del modello di frangia.

In generale, questa approssimazione si adatta bene al caso di basso livello di stress e/o basso spessore del campione.

In aggiunta alle isocromatiche, si forma un altro tipo di frange, le isocline, di colore grigio o nero.

Se l'asse ottico del cristallo (o la bisettrice degli assi ottici) coincide con l'asse del polariscopio e la superficie da cui emerge la luce è perpendicolare a questo asse, le isocline formano una croce nera.

L'obiettivo di ampliare le possibilità di ottenere una caratterizzazione completa dei mezzi birifrangenti, richiede la necessità di analizzare il cristallo non solo lungo il suo asse ottico.

Di conseguenza si vuole anche osservare e analizzare il comportamento del cristallo nella direzione ortogonale al suo asse ottico. I tipici interferogrammi che si acquisiscono osservando in questa direzione sono di questo tipo:

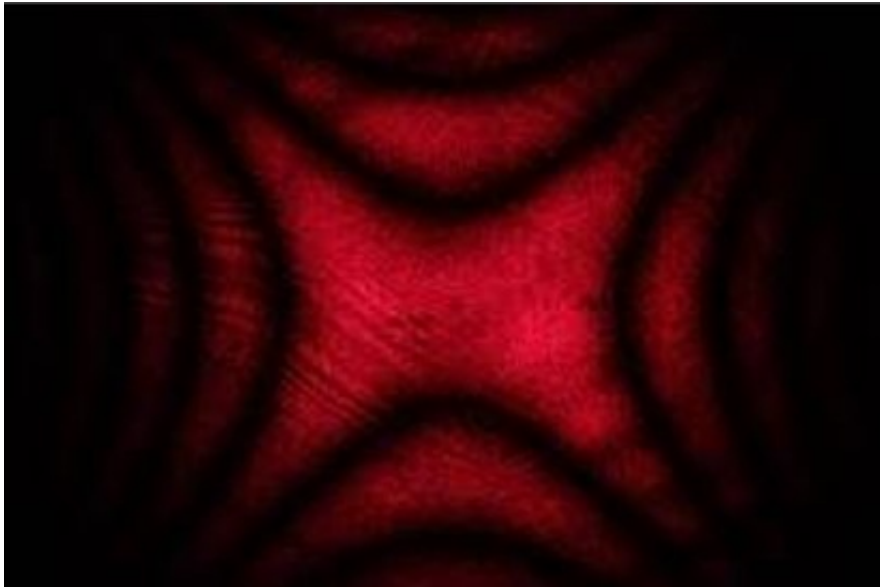


Figura 1.26 Rappresentazione della tipica immagine conoscopica di interferenza di un cristallo anisotropo uniassiale osservando il cristallo lungo una direzione perpendicolare all'asse ottico

Nella sezione "ottica cristallina" è stato delineato come il pattern di frangia possa essere considerato l'intersezione tra le superfici di Bertin e i piani che rappresentano le superfici geometriche dei bordi cristallini.

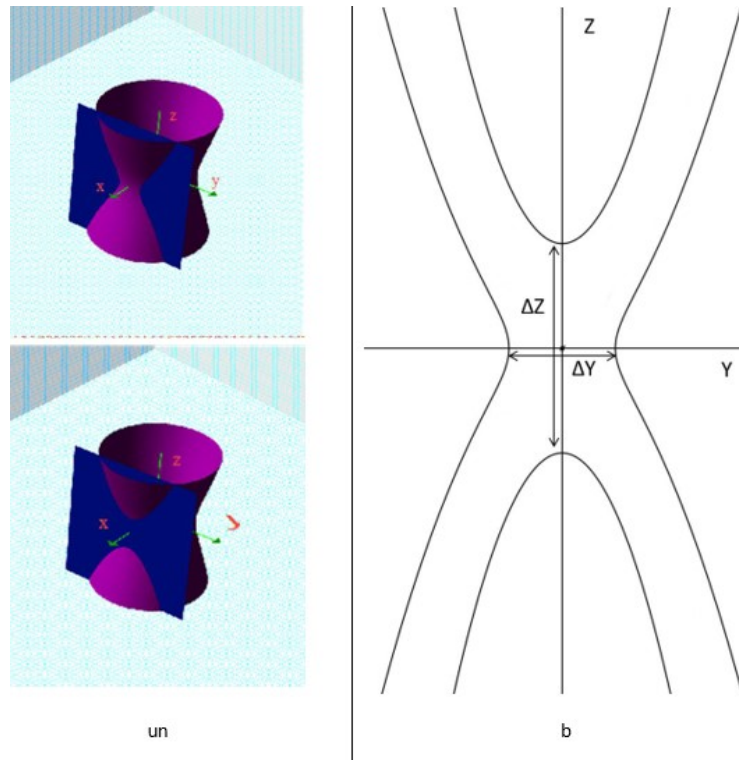


Figura 1.27 Intersezione delle superfici di Bertin con un piano parallelo all'asse ottico e le rispettive curve risultanti che rappresentano il modello di frangia previsto

Caratteristiche della figura sono le distanze ΔZ e ΔY che vengono misurate e utilizzate per avere un'indicazione numerica dello stato cristallino.

La loro differenza $R = \Delta Z - \Delta Y$ è una grandezza misurabile e rappresentativa dello stato cristallino e della sua variazione.

2 OTTICA GEOMETRICA

2.1 Lenti sferiche

Nei precedenti paragrafi si è visto come le leggi della riflessione e della rifrazione consentano di individuare il percorso dei raggi luminosi quando questi intercettano corpi opachi riflettenti o attraversano corpi trasparenti. Queste leggi sono alla base dei principi di funzionamento di numerosi strumenti e dispositivi nei quali i raggi luminosi sono guidati lungo un percorso predeterminato in relazione alle funzioni dello strumento stesso.

Questi strumenti ottici contengono come parti essenziali *lenti sferiche*. La lente è un sistema diottrico in cui il primo e l'ultimo mezzo sono uguali e il mezzo intermedio (vetro ottico, $n > 1$) è limitato da due superfici sferiche. Sono costituiti da materiale trasparente vetroso o simile opportunamente sagomati con i quali è possibile fare deviare i raggi di luce in modo da convergerli o divergerli in base al fenomeno della rifrazione. I due raggi di curvatura delle superfici sferiche, unitamente alla densità del materiale, quindi all'indice di rifrazione n , costituiscono gli elementi caratterizzanti ciascuna lente, che dal punto di vista dell'effetto che producono possono essere classificate in due famiglie:

Le *lenti convergenti* sono caratterizzate da un maggior spessore della parte centrale rispetto alle parti periferiche. Il loro nome deriva dalla proprietà che esse possiedono di far convergere in un punto un fascio di raggi luminosi paralleli.

Le *lenti divergenti* presentano uno spessore maggiore ai bordi e sono più sottili al centro. Quando un fascio di raggi luminosi paralleli le intercetta provocano la dispersione dello stesso fascio.

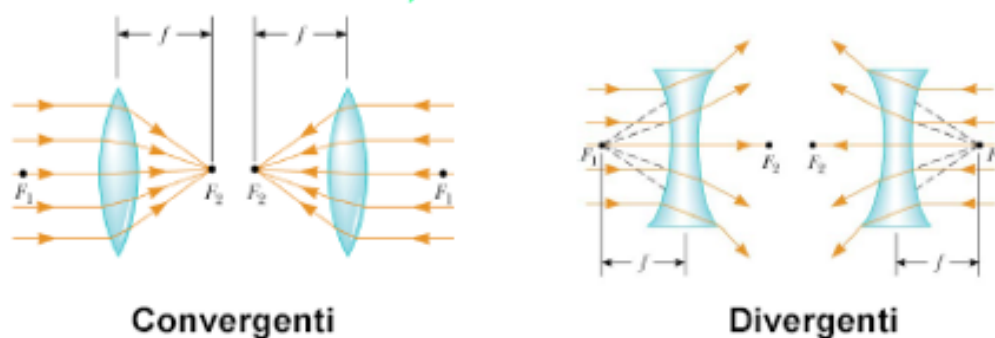


Figura 2.1 Lenti convergenti e divergenti

Il rapporto $\frac{1}{f}$ viene chiamato *potere diottrico* della lente. La sua unità di misura è pertanto m^{-1} che viene anche definita *diottria*, cioè il potere rifrangente di una lente con distanza focale di un metro.

Un raggio luminoso che intercetta una lente subisce il fenomeno della rifrazione per due volte. Una prima volta entrando dall'atmosfera nel vetro, e una seconda volta uscendo dal vetro nell'aria. Naturalmente il raggio emergente risulta deviato (rifratto) rispetto al raggio incidente.

Si può definire *asse ottico* di una lente sferica quella retta che passa per i centri delle due superfici sferiche.

2.2 Lenti sottili convergenti

Nella trattazione che seguirà faremo riferimento a lenti sferiche il cui spessore sia tanto piccolo da poter essere giudicato trascurabile rispetto alle altre grandezze in gioco (raggi di curvatura e distanze focali). Queste lenti sono chiamate *lenti sottili*.

In questo tipo di lenti il cambiamento nel percorso di un raggio che attraversa la lente può essere considerato istantaneo al centro della lente.

Naturalmente si tratta di una condizione ideale ben difficile da realizzare nella realtà, e tuttavia necessaria per semplificare e chiarire, almeno in prima approssimazione, l'esposizione.

Una lente sottile può essere rappresentata convenzionalmente con un segmento, perpendicolare all'asse ottico, il cui punto di mezzo rappresenta il centro ottico. Si definisce *centro ottico* O di una lente sottile il punto che è individuato dall'intersezione della lente con l'asse ottico.

Esso non provoca nessuna deviazione a qualunque raggio luminoso che lo intercetti.

Per lenti sottili si può ritenere che il centro ottico sia l'incontro della lente con l'asse, e che i raggi passanti per esso non vengano né deviati né spostati.

Quando una lente convergente intercetta un fascio di raggi luminosi, con una direzione parallela al suo asse ottico e provenienti dalla parte sinistra della lente stessa, questi emergono dalla parte opposta della lente formando un cono luminoso che converge in un punto sull'asse ottico della lente chiamato *fuoco*.

Siccome il fascio di raggi paralleli all'asse ottico può arrivare sulla lente dalle due parti opposte, ne deriva che ogni lente possiede due fuochi, indicati con F_1 ed F_2 entrambi sull'asse ottico, ma dalle parti opposte della lente.

In una lente sottile, anche con raggi di curvatura diversi, la distanza tra i due fuochi e il centro della lente è uguale. Essa viene chiamata *distanza focale* ed è indicata con f .

I punti di un *piano focale* (piano perpendicolare all'asse ottico passante per un fuoco) hanno per coniugati punti all'infinito. Per questo tutti i raggi uscenti da un punto del piano focale hanno come immagine raggi tra loro paralleli.

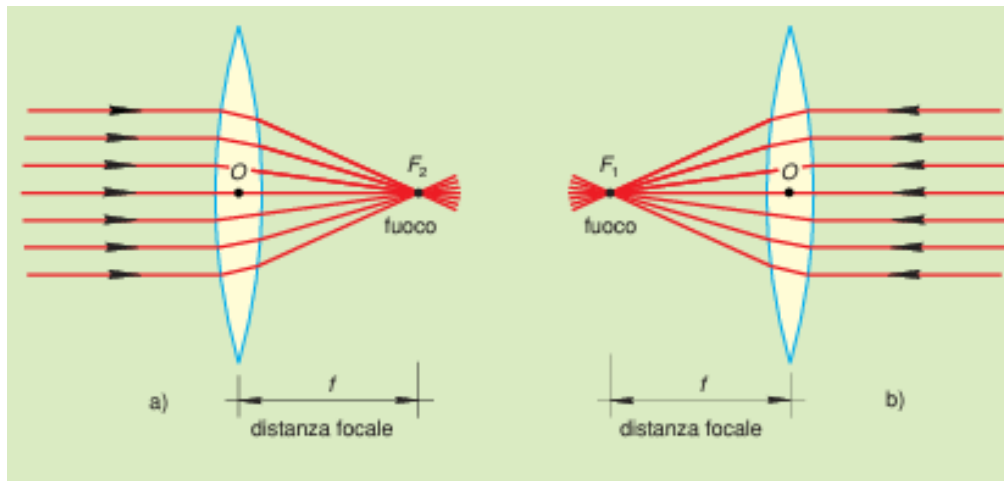


Figura 2.2 Caratteristiche di una lente convergente ed effetto prodotto su un fascio di raggi luminoso

2.3 Immagine reale e virtuale

L'esperienza ci insegna che se collochiamo davanti a una lente convergente un *oggetto*, non molto vicino alla lente, è possibile raccogliere l'immagine di questo oggetto su uno schermo opportunamente posizionato sul lato opposto rispetto alla lente. Essa è *reale* e capovolta.

La stessa esperienza insegna che se l'oggetto si trova molto vicino alla lente, cioè meno della distanza focale, non è possibile raccogliere un'immagine sullo schermo. In questo caso, tuttavia, guardando l'oggetto attraverso la lente si può cogliere un'immagine diritta e ingrandita. Essa, non potendo essere raccolta su uno schermo, viene detta *virtuale*.

2.4 Costruzione grafica delle immagini

Se consideriamo una sorgente luminosa puntiforme A alla sinistra del primo fuoco di una lente convergente, la sua immagine (reale) sarà il punto A' dove si intersecano i raggi provenienti da A dopo essere stati rifratti attraverso la lente.

Per costruire l'immagine di un oggetto si possono usare tre raggi quello parallelo all'asse ottico che ha come immagine il raggio passante per il secondo fuoco (1),

quello che passa per il centro ottico, che non viene deviato (2) e quello passante per il primo fuoco che ha come immagine il raggio parallelo all'asse ottico (3). Con la stessa lente l'immagine è reale o virtuale a seconda della posizione dell'oggetto.

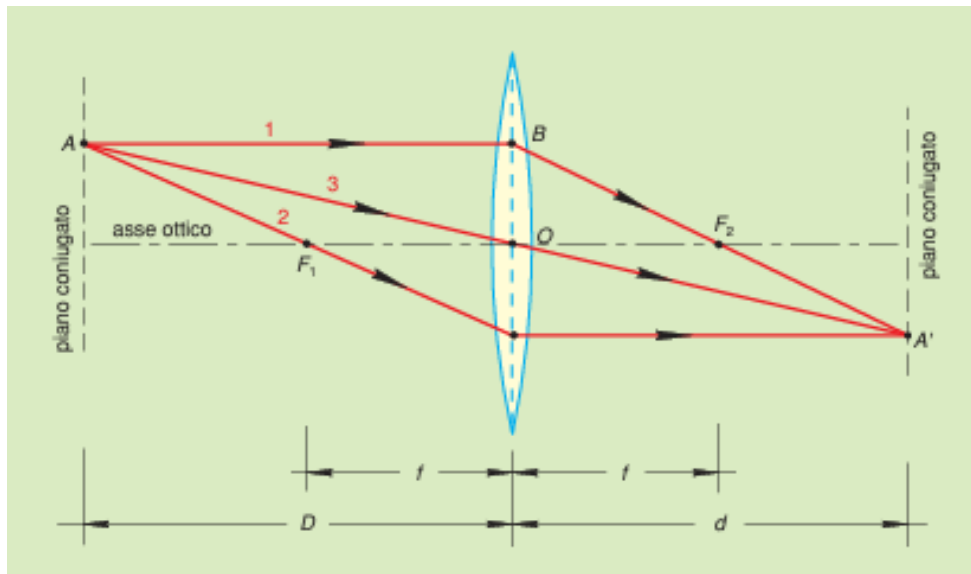


Figura 2.3 Costruzione grafica dell'immagine dell'oggetto puntiforme A

2.5 Legge delle lenti sottili

Assegnata una lente sottile convergente, le distanze D e d (rispettivamente dell'oggetto e dell'immagine dalla lente) e la distanza focale f della lente sono legate da una relazione fondamentale:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d}$$

(2.1)

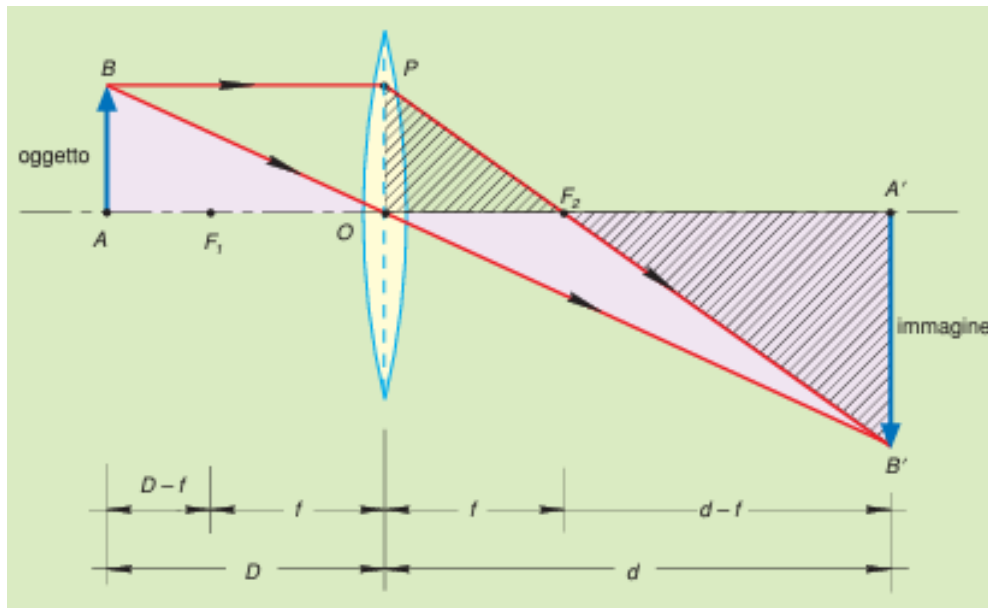


Figura 2.4 Parametri legati tra di loro dalla legge delle lenti sottili

Questa relazione prende il nome di *equazione delle lenti sottili*. Con essa, se conosciamo la distanza focale f della lente e la distanza D dell'oggetto dalla lente, siamo in grado di calcolare a quale distanza d si forma l'immagine.

Nella trattazione che segue per la progettazione del banco ottico, chiameremo D e d , come p e q .

2.6 Ingrandimento

Possiamo usare la geometria di base per osservare l'ingrandimento di una lente. Nella Figura sotto, abbiamo la stessa figura di tracciamento dei raggi con alcuni segmenti di linea particolari evidenziati. Il raggio attraverso il centro della lente e l'asse ottico si intersecano a un angolo φ . Ricorda che gli angoli opposti di due linee intersecanti sono uguali. Pertanto, abbiamo due triangoli simili. Prendendo i rapporti dei lati, abbiamo:

$$\varphi = \frac{y_1}{s_1} = \frac{y_2}{s_2}$$

(2.2)

Dove y_1 rappresenta l'altezza dell'oggetto, nel nostro caso sarà il diametro del cono di luce uscente dal cristallo, y_2 è l'altezza dell'immagine, che per noi è il

diametro del cono di luce che esce dalla quarta lente, mentre s_1 e s_2 sono le relative distanze di oggetto e immagine dalla lente, da noi chiamate p e q .

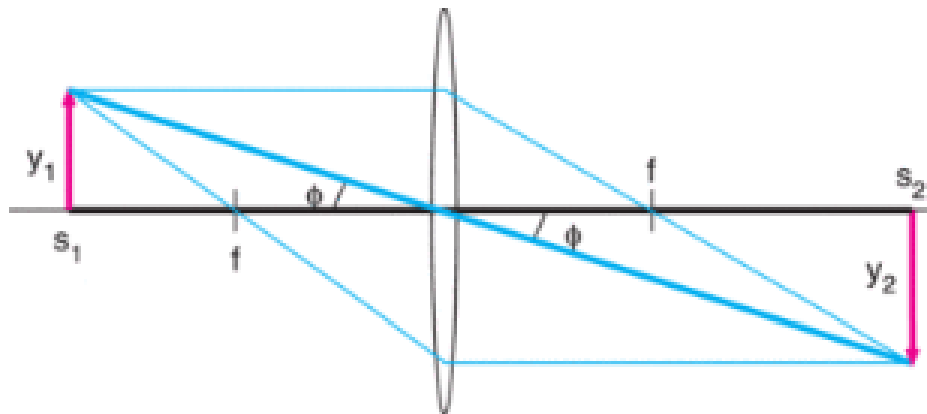


Figura 2.5 Rappresentazione grafica dei parametri utili per la definizione di ingrandimento

Questo può quindi essere riorganizzato per dare

$$M = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2}{s_1}$$

(2.3)

La quantità M è l'*ingrandimento* dell'oggetto da parte della lente. L'ingrandimento è il rapporto tra la dimensione dell'immagine e la dimensione dell'oggetto, ed è anche il rapporto tra la distanza dell'immagine e la distanza dell'oggetto.

Ciò pone una limitazione fondamentale alla geometria di un sistema ottico.

Se un sistema ottico di una data dimensione deve produrre un particolare ingrandimento, allora esiste solo una posizione della lente che soddisferà tale requisito.

D'altra parte, un grande vantaggio è che non è necessario effettuare una misurazione diretta dell'oggetto e delle dimensioni dell'immagine per conoscere l'ingrandimento; è determinato dalla geometria del sistema di imaging stesso.

2.7 Invariante ottico

Nella figura sotto abbiamo scelto il raggio massimo, il quale rappresenta quello di maggiore importanza nella progettazione, cioè il raggio che forma l'angolo massimo con l'asse ottico quando lascia l'oggetto, passando attraverso la lente alla sua massima apertura chiara.

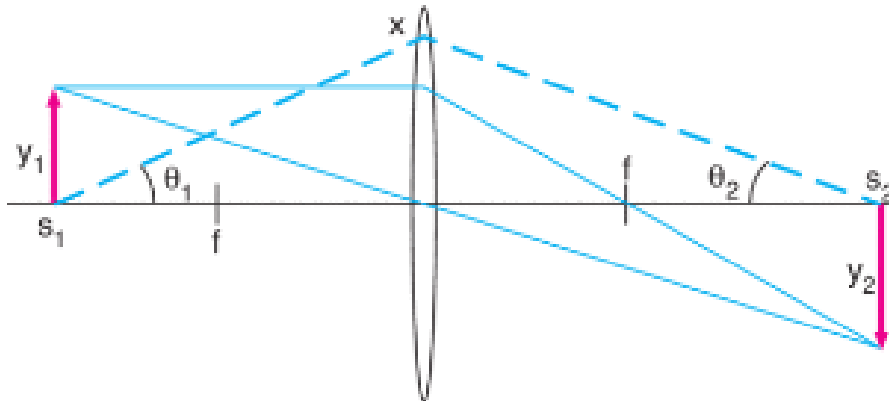


Figura 2.6 Rappresentazione grafica della definizione di invariante ottico

Questo raggio arbitrario attraversa la lente a una distanza x dall'asse ottico. Se applichiamo ancora un po' di geometria di base, otteniamo, utilizzando la nostra definizione di ingrandimento, la definizione di *invariante ottico*, che rappresenta una legge fondamentale dell'ottica:

$$y_2\theta_2 = y_1\theta_1 \quad (2.4)$$

In qualsiasi sistema ottico comprendente solo lenti, il prodotto della dimensione dell'immagine e dell'angolo del raggio è una costante, o invariante, del sistema. Il risultato è valido per un numero qualsiasi di lenti, come si potrebbe verificare tracciando il raggio attraverso una serie di lenti.

2.8 Sistema telescopico (Beam Expander)

L'accoppiamento di due lenti si definisce afocale quando il secondo fuoco F'_2 della prima lente coincide con il primo fuoco F''_1 della seconda. In questo caso si ha $\Delta = f_1 + f_2$, cioè la somma delle due distanze focali è pari alla distanza tra le lenti.

Questo sistema viene definito *telescopico*, e un fascio di raggi incidenti paralleli all'asse e di diametro h , è trasformato in un fascio di raggi emergenti, ancora paralleli allo stesso asse, ma di diametro h' .

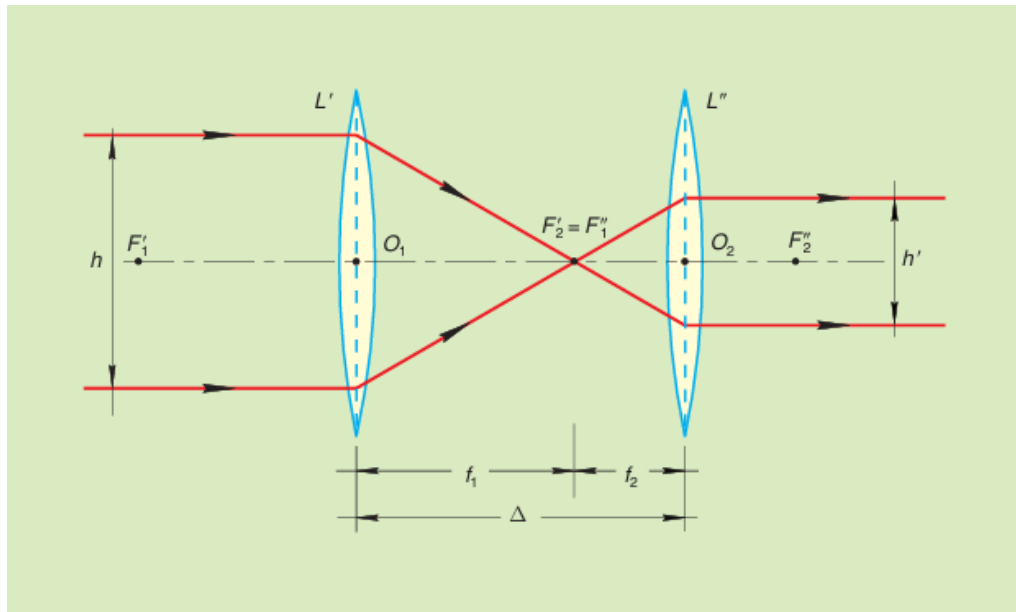


Figura 2.7 Il sistema di due lenti in posizione telescopica

3 METODI DI PRODUZIONE PER CRISTALLI ANISOTROPI

Uno *scintillatore* è un materiale che manifesta il fenomeno della scintillazione, quando viene eccitato da radiazioni ionizzanti o particelle cariche, cioè, emette luce. I materiali luminescenti, quando investiti da una particella, assorbono la sua energia e scintillano, ovvero rilasciano l'energia assorbita sotto forma di luce. Questa, se opportunamente raccolta, può fornire informazioni sulle caratteristiche delle particelle che hanno interagito con il materiale.

Se si accoppia allo scintillatore un sensore di luce come un tubo fotomoltiplicatore o un fotodiodo si ottiene un rivelatore a scintillazione. Questi rivelatori sfruttano l'effetto fotoelettrico: la luce che viene assorbita dal cristallo viene emessa sotto forma di elettroni, producendo un segnale elettrico.

Il funzionamento di questi cristalli si basa sul processo di *scintillazione*. Quando il materiale viene investito da una particella o da radiazione ionizzante ne assorbe l'energia e permette ad uno o più elettroni di effettuare un salto dallo stato fondamentale ad uno eccitato. Perdendo spontaneamente energia nel corso del tempo, l'elettrone si sposta nuovamente da un livello energetico più esterno ad uno più interno a minore energia. Pertanto, per stabilizzarsi nel nuovo stato l'elettrone rilascia la quantità di energia in eccesso sotto forma di luce, che viene poi raccolta e rilevata attraverso un fototubo.

3.1 Produzione

La produzione dei cristalli scintillatori copre un vasto campo che va dal laboratorio chimico alla scala industriale. I cristalli sono prodotti attraverso metodi di crescita specifici per ogni composto, dimensione e quantità.

Il controllo delle materie prime gioca un ruolo importante nella qualità finale del cristallo.

I materiali devono presentare un buon livello di purezza, che influenza caratteristiche come scintillazione, trasparenza e resistenza alla radiazione, pur sempre ricercando un buon compromesso economico. I componenti vengono fusi con proporzioni diverse da quelle stechiometriche per compensare le perdite dovute all'evaporazione o la formazione di composti indesiderati.

Due sono gli ostacoli da affrontare, primo fra tutti la segregazione che rende la produzione di luce non uniforme sul volume del cristallo, e la distorsione reticolare che può indurre sollecitazioni meccaniche ed essere dannosa per la resa produttiva.

Il processo rimane complesso e richiede il controllo di tutti i parametri fisici in gioco.

Per la crescita del cristallo si utilizzano due tecniche principali.

3.1.1 Metodo Czochralsky

I materiali vengono fusi in un recipiente metallico e mantenuti ad una temperatura di poco superiore al punto di fusione. Viene inserito un monocristallo dello stesso materiale, che costituisce il seme, in contatto con il bagno fuso e sollevato per permettere la risalita di un piccolo menisco di liquido dovuto alla capillarità dando inizio alla solidificazione.

La solidificazione avviene in una posizione e ad una velocità regolate da diversi parametri.

Il gradiente termico viene regolato tramite un sistema di riscaldamento continuo ad induzione e la temperatura di fusione deve essere omogeneizzata. Durante la crescita, il cristallo assume la forma desiderata, tipicamente conica alle estremità e cilindrica nella restante zona.

La scelta delle condizioni ottimali conduce alla completa solidificazione nel volume del lingotto. La velocità di trazione conferisce al lingotto le sue estremità coniche superiore e inferiore e la sua forma cilindrica complessiva. Le condizioni ottimali portano a trasformare l'intero fuso nel volume del lingotto.

Una volta conclusa la solidificazione, bisogna prestare molta attenzione alla superficie libera del cristallo che potrebbe essere sede di reazioni chimiche con l'atmosfera circostante, per questo il processo deve avvenire in ambiente controllato; la scelta del tipo di atmosfera dipende dal cristallo da produrre. Il contenitore viene realizzato in materiale metallico, per favorire la trasmissione

di calore tramite induzione. Deve avere un elevato punto di fusione e scarsa affinità chimica con il fuso.

Il platino è l'elemento che meglio si presta a questa applicazione, ma viene spesso sostituito da palladio e osmio per il suo costo elevato.

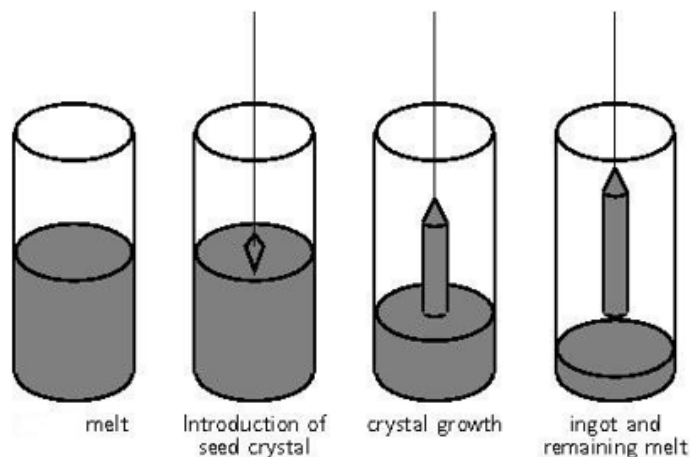


Figura 3.1 Rappresentazione schematica del metodo di crescita di Czochralsky

3.1.2 Metodo Bridgman

Questo metodo è un'evoluzione del metodo di raffinazione della zona di fusione. La zona calda si muove lungo la lunghezza del forno mentre il cristallo cresce.

Il materiale di partenza si trova sotto forma di polvere, modellato verso le proporzioni finali con uno spessore aggiuntivo, necessario alle successive lavorazioni meccaniche.

La forma viene conferita tramite macinazione, ottenendo prismi allungati. Un seme monocristallino viene inserito ad una delle estremità, il tutto viene contenuto in un involucro metallico, solitamente di Platino e viene inserito all'interno della fornace. Il fronte di solidificazione si sposta dal seme attraverso la lunghezza del lingotto. Il tasso di crescita è simile al processo di Czochralsky, ma l'operazione deve essere ripetuta più volte per raggiungere la purezza e la monocristallinità richiesti.

Il metodo dà un vantaggio quando si utilizzano più forni, utilizzando più lingottiere, per avere una produzione parallela, in modo tale da avere più elementi di forma simile a quella finale.

3.1.3 Ricottura

Durante il processo di solidificazione possono insorgere degli stress termici, che compromettono la qualità del cristallo. Per questo motivo il materiale viene sottoposto ad un trattamento di ricottura ad una temperatura di poco superiore al punto di fusione, per favorire il movimento e l'eliminazione delle dislocazioni, in cui l'effetto termico di rilascio delle tensioni si combina spesso con uno chimico, tramite un'atmosfera controllata per ripristinare l'equilibrio del reticolo cristallino. Il processo potrebbe impiegare diversi giorni, inoltre la fornace è un dispositivo complesso, evidenziando così l'elevato costo di questo tipo di operazione.

Inoltre, la fase di ricottura viene eseguita anche per recuperare il danno da radiazioni; Poiché in questo processo il gradiente temporale termico potrebbe essere più veloce, la distribuzione dell'eventuale stress residuo può essere critica.

In seguito alla ricottura i cristalli vengono sottoposti a operazioni meccaniche e di taglio per ottenere la forma e le dimensioni desiderate.

4 TECNICHE DI MISURE FOTOELASTICHE

4.1 Confronto tra fotoelasticità in riflessione e trasmissione

L'osservazione fotoelastica avviene in seguito all'illuminazione del materiale trasparente che, una volta illuminato e caricato, presenta delle frange le cui caratteristiche danno informazioni sul comportamento del pezzo e sul relativo stato tensionale, l'acquisizione dell'immagine avviene attraverso un polariscopio.

Possiamo illuminare il campione trasparente in modo tale da utilizzare due tecniche: la *fotoelasticità in trasmissione* o in *riflessione*.

La scelta di utilizzare le tecniche di fotoelasticità in riflessione piuttosto che in trasmissione è dettata da più motivazioni. Non richiede campioni sottili, consente di analizzare campioni più spessi rispetto a quella in trasmissione.

Questo è particolarmente utile quando si lavora con materiali che non possono essere facilmente sottilizzati o quando si vogliono studiare componenti reali di dimensioni significative.

La fotoelasticità in riflessione è meno suscettibile a distorsioni ottiche causate da curvatura o irregolarità superficiale del campione rispetto alla tecnica in trasmissione. Ciò significa che è più adatta per campioni complessi o non ideali.

C'è un maggior controllo sulla luce incidente. Nel caso della fotoelasticità in riflessione, è possibile controllare meglio la direzione e l'angolo della luce incidente sul campione. Ciò consente di studiare il comportamento dei materiali sotto diverse condizioni di illuminazione e di ottenere informazioni più dettagliate sulle tensioni.

Mentre la fotoelasticità in trasmissione richiede materiali trasparenti o traslucidi, quella in riflessione può essere utilizzata con materiali opachi. Questo rende possibile studiare tensioni in materiali come metalli, che non sono adatti per la fotoelasticità in trasmissione.

Per ultimo, la fotoelasticità in riflessione consente di variare l'orientamento del campione rispetto alla luce incidente in modo più semplice rispetto a quella in trasmissione. Questo può essere utile per studiare tensioni in diverse direzioni.

Tuttavia, è importante notare che entrambe le tecniche di fotoelasticità hanno i propri utilizzi specifici e limitazioni, e la scelta tra le due dipenderà dalle esigenze specifiche dell'analisi e dalle caratteristiche del materiale in studio. In alcuni casi, potrebbe essere utile utilizzare entrambe le tecniche per ottenere una comprensione completa del comportamento del materiale sotto stress.

Nel nostro caso di setup del banco e nell'acquisizione delle immagini utilizziamo la fotoelasticità in trasmissione per analizzare il cristallo.

4.2 Confronto tra differenti tipi di polariscopio piano

La fotoelasticità e la cristallografia ottica, mediante *Conoscopia*, sono alla base di questa attività di ricerca in combinazione con le tecniche di elaborazione e analisi delle immagini. Questo metodo di misura, implementato mediante osservazione in luce polarizzata tramite polariscopi, fornisce informazioni sulla qualità del cristallo, in relazione alla deformazione meccanica e allo stress, e permette di osservare e valutare le proprietà ottiche dei materiali trasparenti naturalmente birifrangenti.

L'analisi fotoelastica si basa solitamente sull'utilizzo di un polariscopio piano.

4.2.1 Polariscopio a luce diffusa

È il sistema più semplice e, attualmente lo stato dell'arte per la valutazione fotoelastica della distribuzione delle sollecitazioni in materiale trasparente. Il campione è posto tra due polarizzatori incrociati ed è illuminato da una luce monocromatica diffusa generata da una lampada al sodio. Per catturare il motivo della frangia, il dispositivo di acquisizione dell'immagine deve essere messo a fuoco all'infinito.

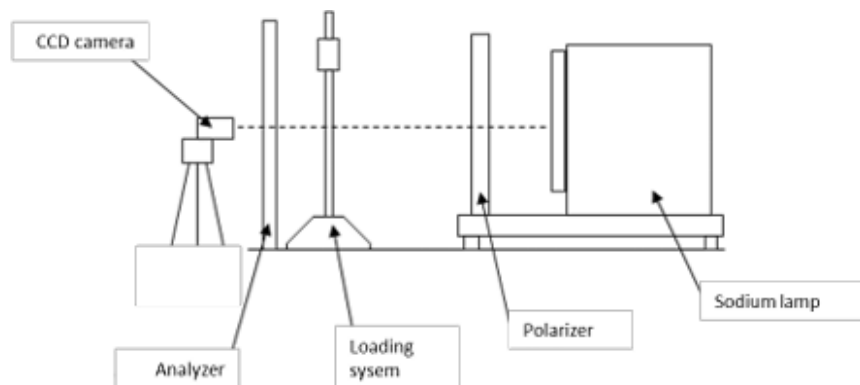


Figura 4.1 Layout del polariscopio a luce diffusa

Con questa configurazione i raggi paralleli emergenti dalla superficie cristallina, dovuti alla birifrangenza, sono ricombinati sul sensore, si ottiene l'interferenza e la corrispondenza biunivoca dai punti dell'immagine all'angolo.

Poiché la sorgente luminosa illumina l'intero campione, è difficile definire il volume a cui si riferiscono le frange osservate, il cui motivo non trasmetterà

informazioni sul comportamento locale, ma dipenderà dalla struttura complessiva dell'intero campione.

Pertanto è ottenibile solo una valutazione globale e grossolana del comportamento del cristallo tramite *DLP*.

Nel caso di stress interno, questa tecnica "media" il comportamento su un volume relativamente grande, quindi le grandezze puntuali sono difficili da rilevare.

Questo metodo ha dimostrato di essere sensibile alle condizioni generali dei cristalli. Le condizioni ambientali come le vibrazioni, la temperatura e la lucidatura delle superfici cristalline non sono critiche per questo sistema di misura, ma presenta alcune limitazioni.

In primis la luce diffusa impatta sul cristallo con angoli infiniti e in modo casuale, e ciò può influire sulla formazione delle frange.

Inoltre è difficile riferire il modello a una posizione specifica all'interno del volume del cristallo, quindi non si ha un'ispezione locale spazialmente risolta se tutto il volume è illuminato, e ciò influisce negativamente sulla risoluzione spaziale della misurazione.

Anche la sensibilità è influenzata, è difficile rilevare la distribuzione locale della struttura poiché si ottiene un modello univoco dell'intero volume e il difetto locale è mediato sul volume complessivo del campione.

Infine con questo metodo si ottiene una forma complessa del pattern di frangia, e diventa difficile analizzarlo per identificare la struttura localmente.

4.2.2 Conoscopia laser

I metodi e sistemi sviluppati per superare i limiti citati, hanno migliorato la capacità di un'analisi affidabile e precisa, in particolare la sensibilità e la risoluzione delle misurazioni, e sono dotati di un algoritmo dedicato in modo da analizzare le immagini di pattern di frangia con una bassa incertezza.

Utilizzando una sorgente di luce laser è stato sviluppato il *polariscopio conoscopico laser (LCP)*, che ci permette di controllare il volume del campione, consentendo un'ispezione locale e puntuale.

La luce laser ha caratteristiche di alta qualità in termini di polarizzazione, direttività, stabilità della lunghezza d'onda e coerenza, ma questo non è l'unico vantaggio.

La luce coerente è confinata con precisione in una parte specifica del volume del campione, quindi il cristallo non è illuminato completamente e in modo casuale, gli angoli di impatto del cono di luce e il volume illuminato sono noti. Poiché come vedremo il volume analizzato può essere gestito, riducendo le sue dimensioni, la sensibilità e la risoluzione spaziale sono ampiamente migliorate.

Il volume può essere ridotto a dimensioni in cui la struttura interna può essere considerata uniforme, quindi si ottengono motivi di frange non complesse, e la concentrazione di stress o il comportamento uniforme sono facilmente rilevabili.

Inoltre il volume controllabile permette di ottenere uno studio e una caratterizzazione precisa del materiale, in quanto il numero di ordini marginali da generare può essere deciso a priori verificando il modello.

Il modello di frangia risultante è dovuto unicamente al volume illuminato, per questo l'immagine è più accurata, precisa, sensibile, e dipende esclusivamente dalla struttura interna locale.

E' importante osservare che la risoluzione spaziale è limitata solo dal sistema di posizione e non dal volume del cristallo.

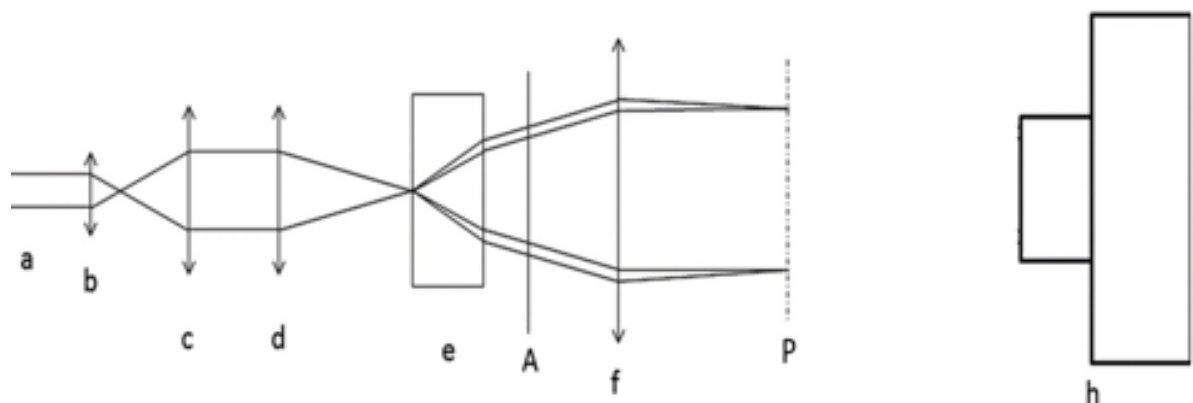


Figura 4.2 Rappresentazione layout di Conoscopia laser

Il laser produce un fascio di luce coerente e polarizzato linearmente.

Quel fascio viene espanso dal sistema di lenti di espansione del fascio (b e c) e, quindi, focalizzato dalla lente sferica (d) sulla superficie di ingresso del cristallo. All'interno del cristallo (e) si genera un volume conico di luce e si realizza l'effetto birifrangente. Questa parte del sistema permette di confinare la luce in una parte specifica del volume del cristallo, in quanto il volume del campione analizzato è regolato dal sistema ottico (b,c,d), che varia l'angolo solido di ingresso per ottenere il numero di ordini di frange desiderato. In questo modo il volume del campione può essere analizzato localmente e ottenere una scansione su una griglia virtuale di punti sulla superficie del cristallo.

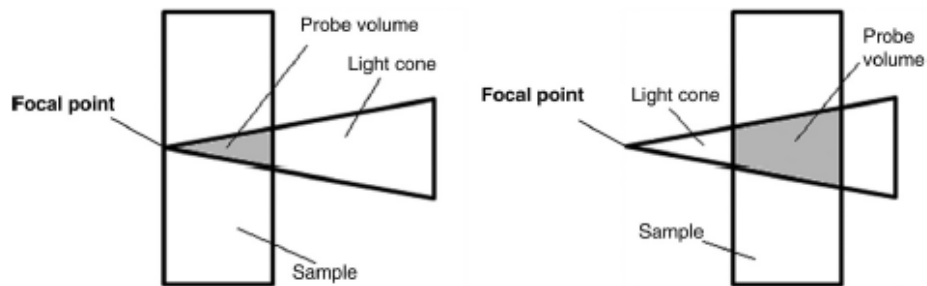


Figura 4.3 Rappresentazione del cono di luce interno al cristallo al variare del sistema ottico

Di conseguenza modificando la distanza focale della terza lente (d) è possibile variare la porzione di volume del cristallo effettivamente analizzato, e in questo modo la luce viene confinata nell'area in cui deve essere effettuata l'ispezione.

Se l'origine del fascio, che è rappresentato da un cerchio, è coincidente con la superficie del cristallo, allora il volume ispezionato è ridotto, se invece è vicino alla superficie il volume campionato è maggiore.

Questo influisce sulla risoluzione della scansione e sui dettagli dell'analisi, che dipendono dalla dimensione del volume illuminato dal cono di luce. Più piccolo è il volume e più fine è la griglia virtuale di punti sulla superficie del cristallo.

Inoltre se l'angolo solido del cono di luce in ingresso aumenta allora aumenterà anche il numero di frange osservabili.

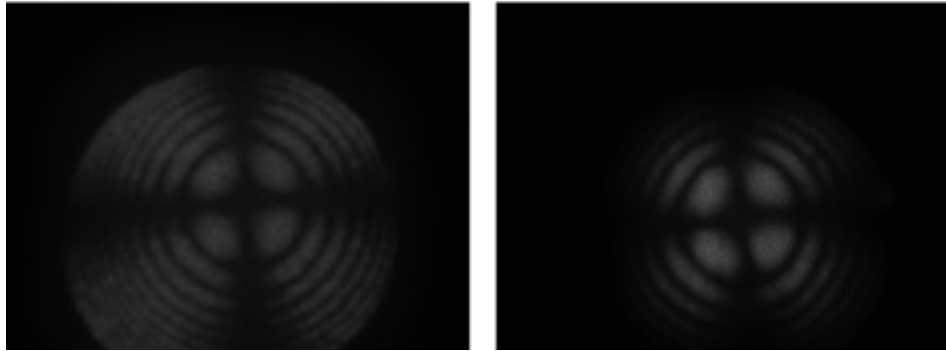


Figura 4.4 Modelli di frange dello stesso campione al variare dell'apertura del cono di luce entrante

Come spiegato nelle sezioni precedenti, per ogni raggio che colpisce il campione, due raggi polarizzati ortogonalmente emergono dal campione e attraversano l'analizzatore incrociato (A). La posizione dell'analizzatore nel lay-out evita qualsiasi rischio di effetto fotoelastico indesiderato della lente (f) e dello schermo (p).

Le onde luminose vengono ricombinate sullo schermo (sensore della fotocamera in p) posto alla distanza focale della lente (f), e il modello di frangia viene acquisito dalla fotocamera stessa.

L'utilizzo della luce coerente e la riduzione delle dimensioni del volume della sonda, hanno migliorato la sensibilità anche rispetto alle condizioni di misura. Le vibrazioni e le condizioni superficiali possono influire negativamente sulla qualità delle immagini conoscopiche acquisite. A maggior ragione il sistema progettato in questo modo ha bisogno di un allineamento accurato di ogni singolo componente.

5 MODALITA' SPERIMENTALI E RISULTATI

Come già spiegato in precedenza, nel caso di polariscopio conoscopico laser (LCP), il fascio di luce polarizzata proveniente dalla sorgente viene diviso in due fasci rifratti in maniera differente, con polarizzazione ortogonale tra loro, dal campione in esame e giunge al sensore di acquisizione della fotocamera con due raggi che manifestano un ritardo relativo, per questo sul sensore posizionato sul piano focale della quarta lente si formano delle frange d'interferenza.

In questo capitolo si descrive il sistema che è stato progettato, montato e successivamente utilizzato per l'acquisizione di immagini conoscopiche di interferenza, analizzandone lo spostamento relativo delle frange al variare della rotazione del cristallo, per valutare il disallineamento del suo asse ottico rispetto all'asse geometrico. Questo sarà utile per studiare il comportamento del cristallo anisotropo piuttosto che valutare lo stato tensionale interno.

5.1 Componenti del sistema ottico

Il primo passo è stato progettare il set-up base del banco formato da un sistema ottico di più lenti in serie. Per ottenere delle immagini di conoscopia si utilizza il layout spiegato in precedenza, che sarà la nostra guida per la progettazione.

Il primo componente che è stato fissato è la nostra sorgente di luce polarizzata e coerente, ovvero il laser, il quale emette un fascio di raggi paralleli con diametro pari a 1mm.

Il resto dei componenti è formato per gran parte dalle lenti, che ricordiamo essere quattro. Tra quelle che avevamo a disposizione abbiamo utilizzato in ordine di montaggio, una prima lente da 5mm (f_1) di distanza focale, la seconda di 150mm (f_2), la terza di 50mm (f_3) e la quarta lente di 60mm (f_4).

Importante citare anche il diametro della terza lente e quarta lente pari rispettivamente a 28mm (D_3) e 24mm (D_4).

Per ottenere un polariscopio a campo scuro si utilizzano due polarizzatori, posti perpendicolarmente tra loro. Il secondo polarizzatore, detto anche *analizzatore*, viene posizionato poco prima del sensore della fotocamera, che rappresenta il nostro rilevatore, mentre non è necessario un polarizzatore ad inizio sistema in quanto i raggi che escono da laser sono già polarizzati.

Incrociando l'analizzatore con la direzione di polarizzazione del laser, è possibile eliminare tutti o la maggior parte dei riflessi che non influiscono sull'immagine da catturare.

Senza il polarizzatore, non è possibile distinguere i due fasci, che determinano i ritardi relativi, quindi non si possono ottenere frange d'interferenza.

Da non dimenticare il cristallo che sarà posizionato a distanza opportuna tra la terza e quarta lente, su un supporto a sua volta fissato ad un *goniometro*, il quale

permette la rotazione del cristallo su un piano, con una sensibilità di 0,04 gradi, poiché ogni grado del goniometro è suddiviso in 25 tacche.

Ogni cristallo avrà un proprio spessore, che sarà un parametro variabile della nostra progettazione, ma che non modifica il posizionamento relativo dei componenti.

Successivamente vedremo quali saranno i campioni utilizzati per le misure fotoelastiche, per ora ci limitiamo ad ipotizzare, a livello di progettazione, un cristallo con spessore di 10mm, come il nostro cilindretto di prova.

5.2 Progettazione di base del sistema ottico

Lo schema del sistema LCP da cui siamo partiti per una prima progettazione è mostrato nella figura sotto, il quale rappresenta il classico layout di un polariscopio piano utilizzato per la conoscopia, al quale possono essere fatte diverse modifiche o aggiunte in una seconda fase di progettazione.

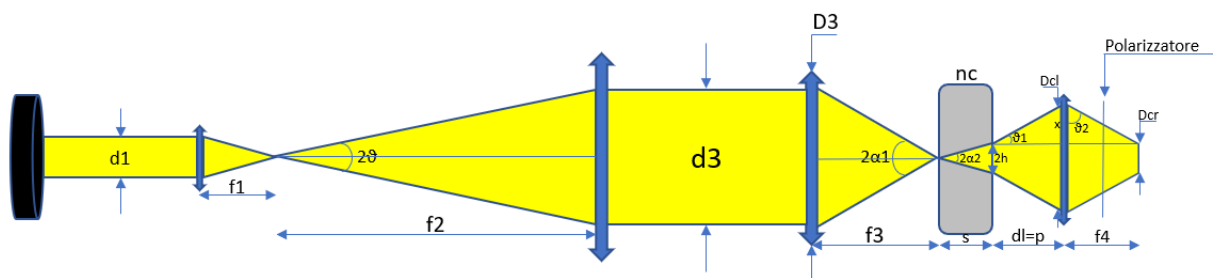


Figura 5.1 Rappresentazione dello schema del sistema LCP in prima fase di progettazione

Per progettare al meglio il banco è necessario conoscere le dimensioni del fascio di luce in ogni punto del sistema, cioè come si comporta la luce, per garantire il corretto posizionamento e funzionamento del sistema ottico.

Con semplici calcoli di trigonometria fatti sui triangoli rappresentanti metà del cono di luce, si sono trovati tutti gli angoli di apertura dei coni e i relativi diametri in determinate posizioni utili per la progettazione.

Si è partiti dalla sorgente laser, che come abbiamo detto emette raggi paralleli, polarizzati e coerenti, quindi avremo in ingresso sulla prima lente un cilindro di luce con diametro pari a 1mm.

Il sottosistema composto da prima e seconda lente è definito Beam Expander, poiché le due lenti posizionate in modo tale che i rispettivi fuochi coincidano, consente di espandere il diametro del fascio di 30 volte rispetto a quello prodotto dal laser, quindi il diametro del fascio in uscita dalla seconda lente avrà un valore di 30mm, calcolato semplicemente utilizzando la trigonometria.

In primis è stato calcolato l'angolo θ :

$$\theta = \arctan\left(\frac{0,5}{f_1}\right) \quad (5.1)$$

Dove 0,5 è il raggio del cilindro di luce in ingresso e f_1 è la distanza focale della prima lente. Moltiplicando per due si ottiene il corrispettivo angolo 2θ che corrisponde anche all'angolo del cono di luce uscente dal fuoco in comune.

$$d_2 = 2f_2 \tan \theta \quad (5.2)$$

Per ciò che è stato detto le due lenti saranno posizionate ad una distanza relativa di 15,5cm.

A questo punto i raggi vengono diretti in modo parallelo verso la terza lente che ha una distanza focale di 50mm (f_3) che converge il fascio sulla superficie del cristallo posizionato proprio sul suo fuoco. Quest'ultima lente ha un diametro di 28mm, quindi non è in grado di deviare la totalità del cono di luce il cui diametro è maggiore.

Con i dati che abbiamo calcoliamo l'angolo α_1 e il corrispettivo angolo $2\alpha_1$, che rappresenta l'angolo di apertura massimo del cono di luce entrante sulla superficie del cristallo:

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{\frac{D_3}{2}}{f_3}\right) \quad (5.3)$$

Il fascio di luce entra nel cristallo, dove come spiegato in precedenza, avverrà il fenomeno di birifrangenza, quindi in base a come entra il raggio di luce, al variare del suo angolo di incidenza, si dividerà in due raggi con diverse velocità e diversi angoli di rifrazione. Nel nostro caso di progettazione del setup del banco ottico supponiamo che il cristallo abbia un unico indice di rifrazione medio pari a 2,1.

Studiamo il fenomeno della rifrazione dei raggi utilizzando la legge di Snell la quale, utilizzando gli indici di rifrazione del cristallo e dell'aria, ci permette di trovare conoscendo l'angolo di incidenza di ingresso, l'angolo con cui viene rifratto il raggio. In questo modo troviamo l'angolo α_2 e il corrispettivo angolo $2\alpha_2$:

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_a \sin \alpha_1}{n_c}\right) \quad (5.4)$$

Dove n_a è l'indice di rifrazione dell'aria, quindi pari a 1, n_c è l'indice di rifrazione medio del cristallo supposto pari a 2,1, $2\alpha_2$ rappresenta l'angolo di apertura massima del cono di luce all'interno del cristallo.

Nei successivi calcoli consideriamo in particolare il raggio medio degli effettivi raggi sdoppiati, con angolo di ampiezza massima rispetto all'asse ottico.

Procediamo con la trigonometria all'interno del campione e tramite lo spessore s del cristallo, supposto pari a 10mm ricaviamo il diametro $2h$ con cui il fascio di luce esce dalla superficie del cristallo, in particolare ci concentriamo per simmetria sul raggio del fascio h .

$$h = s \tan \alpha_2 \quad (5.5)$$

I raggi usciranno dalla superficie del cristallo con lo stesso angolo α_1 con cui sono entrati, per comodità lo chiameremo ϑ_1 . A questo punto è necessario posizionare una quarta lente che consenta di convogliare i raggi che realmente escono a due a due paralleli dal cristallo (in questo caso per semplicità consideriamo solo il rispettivo raggio medio) sul piano focale della lente stessa.

La lente va scelta e posizionata correttamente per garantire che il rilevatore posizionato alla fine del sistema sia in grado di ricevere l'intero cono di luce. Partiamo ipotizzando una distanza tra la superficie del cristallo e la quarta lente pari a 6,5cm che rappresenta la distanza oggetto-lente (p) e scegliamo una lente con un determinato valore f_4 di distanza focale pari a 60mm.

Anche la lente stessa dovrà essere scelta con un diametro adeguato in modo tale da ricevere in ingresso tutto il cono di luce, quindi è necessario calcolare il diametro di quest'ultimo. Procediamo quindi con la trigonometria e ricaviamo il raggio R_{cl} e il rispettivo diametro D_{cl} utilizzando la distanza d_l ipotizzata e l'angolo ϑ_1 .

$$R_{cl} = d_l \tan \alpha_1 + h \tag{5.6}$$

In questo modo conoscendo D_{cl} possiamo scegliere una lente con diametro maggiore che soddisfi la condizione prima citata. Come accennato in precedenza noi utilizzeremo una lente di diametro $D_4 = 24mm$, quindi non si intercetterà tutto il fascio di luce che dai conti ha un diametro maggiore quando incide sulla lente.

Per completare il setup dobbiamo scegliere il giusto rilevatore e posizionarlo sul piano focale della lente dove si formerà l'immagine di interferenza che cerchiamo.

Come detto prima il rilevatore scelto dovrà avere le dimensioni tali da comprendere tutto il cono di luce, quindi dobbiamo necessariamente trovare il diametro che avrà il cono alla distanza del piano focale della lente che abbiamo detto di supporre pari a $f_4 = 60mm$.

Per tale scopo dobbiamo prima fare un'analisi sull'ottica della lente, cioè il modo in cui la lente devierà i raggi provenienti dall'oggetto per formare l'immagine. Utilizzando la legge delle lenti sottili possiamo ricavare, conoscendo la distanza oggetto-lente $p = d_l = 6,5cm$ e il fuoco della stessa, la distanza lente-immagine utile per trovare poi le dimensioni dell'immagine.

$$q = \frac{p}{\frac{p}{f_4} - 1} \tag{5.7}$$

Infatti utilizziamo la definizione di *ingrandimento* di una lente che rappresenta il rapporto tra la dimensione dell'immagine e la dimensione dell'oggetto ma anche il rapporto tra la distanza dell'immagine e quella dell'oggetto dalla lente.

Tramite l'ingrandimento, che con i valori ipotizzati è pari a 12, troviamo l'altezza dell'immagine.

$$y_2 = \frac{h}{\frac{p}{f_4 - 1}}$$

(5.8)

Ora abbiamo tutti i valori per ricavare, nuovamente tramite trigonometria, l'angolo ϑ_2 tra il raggio deviato dalla lente e la perpendicolare all'asse ottico. A questo proposito consideriamo il triangolo rettangolo che ha per cateti la distanza q dell'immagine e la somma del raggio R_{cl} del cono di luce e la dimensione dell'immagine. Troviamo l'angolo ϑ_2 che ci permette di ricavare tramite formule trigonometriche o sfruttando la similitudine tra triangoli la lunghezza x e il rispettivo $2x$ da sottrarre al valore D_{cl} trovato precedentemente per ricavare alla fine il diametro del cono di luce D_{cr} in corrispondenza del piano focale della lente dove si formerà l'immagine di interferenza.

$$\vartheta_2 = \arctan\left(\frac{q}{h + y_2 + p \tan \vartheta_1}\right)$$

(5.9)

Dove ricordiamo che h è il raggio del cono di luce uscente dal cristallo, y_2 l'altezza dell'oggetto sul piano immagine e ϑ_1 l'angolo di apertura del cono di luce in uscita, che coincide con α_1 .

$$x = \frac{f_4}{\tan \vartheta_2}$$

(5.10)

$$D_{cr} = D_4 - 2x$$

(5.11)

Detto ciò siamo in grado di scegliere un rilevatore di dimensioni idonee per analizzare l'intero cono di luce.

Nel nostro caso il rilevatore è rappresentato dal sensore di una fotocamera Canon EOS1200D, priva di obiettivo, il quale ha una forma rettangolare, quindi il diametro del cono di luce non deve essere più grande del lato maggiore del rettangolo. Per ottenere una buona acquisizione delle immagini il cono di luce non deve superare i $22,3\text{mm}$ di diametro.

Tutti i precedenti conti sono stati svolti su Excel, e le unità di misura delle lunghezze sono in mm , mentre per gli angoli in radianti , ma sono stati trovati anche i corrispettivi valori in gradi per praticità.

Per vedere meglio il setup del banco ottico, in particolare la disposizione delle lenti e le relative dimensioni e distanza focale, si è utilizzato un simulatore online Phydemo, che permette di posizionare una sorgente di raggi luminosi collimati, che idealmente rappresenta nel nostro banco ottico la sorgente di raggi laser, un sistema di lenti ideali in serie e un oggetto poligonale a cui assegnare un valore di indice di rifrazione che rappresenta il nostro cristallo.

Il simulatore quindi permette di visualizzare il percorso del cono di luce al variare della disposizione e scelta delle lenti, e si può verificare facilmente se i valori delle grandezze ricavate in precedenza tramite conti algebrici sono corretti, in particolare i diametri del cono di luce lungo il percorso.

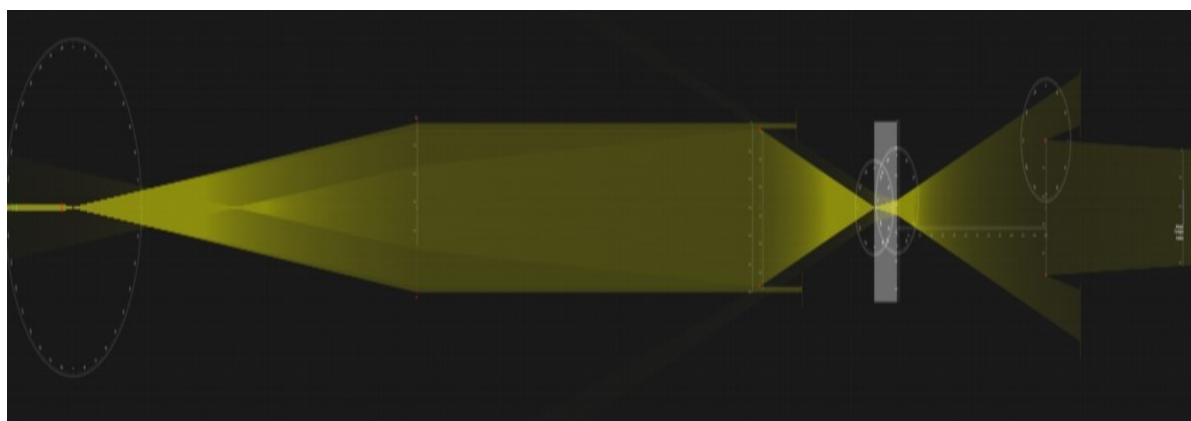


Figura 5.2 Immagine simulazione del comportamento del cono di luce al passaggio attraverso il cristallo e il sistema di lenti, nel caso senza diaframma ma con quarta lente con diametro più piccolo del cono di luce.

Il simulatore adotta come unità di misura il *pixel*, infatti per costruire il sistema si utilizza una griglia di cui un quadratino rappresenta un certo numero di pixel. Nel nostro caso la griglia è stata settata con un Grid Size pari a 10 pixel.

Le dimensioni dei nostri oggetti sono in mm, quindi è necessario scegliere un numero di pixel che rappresenta 1mm.

Nel nostro caso è stato scelto di utilizzare $20\text{px}=1\text{mm}$. Detto ciò abbiamo posizionato un Beam Source all'inizio del sistema, 3 lenti in serie con dimensioni scelte e disposte a opportune distanze in pixel, un oggetto poligonale e una quarta lente, come da progetto.

Per ogni lente è stato inserito il corrispettivo valore di distanza focale riportato sempre in pixel, quindi 100px per la prima lente, 3000px per la seconda e 1000px per la terza lente.

Per il Polygonal Glass è stato scelto 2,1 come valore di indice di rifrazione medio e infine per la quarta lente è stato inserito una distanza focale pari a 100px.

Tramite la funzione Ruler e Protractor che permettono di utilizzare all'interno della simulazione un righello e un goniometro con unità di misura in px, si è potuto verificare i valori di tutte le grandezze in modo approssimativo.

In prima fase di progettazione il banco ottico è stato montato secondo i risultati numerici trovati, in particolare per le distanze tra le lenti, fatta eccezione per la distanza tra il laser e la prima lente e tra seconda e terza lente, poiché i raggi sono paralleli, quindi la distanza di montaggio è indifferente, e si considera solo l'ingombro del banco ottico.

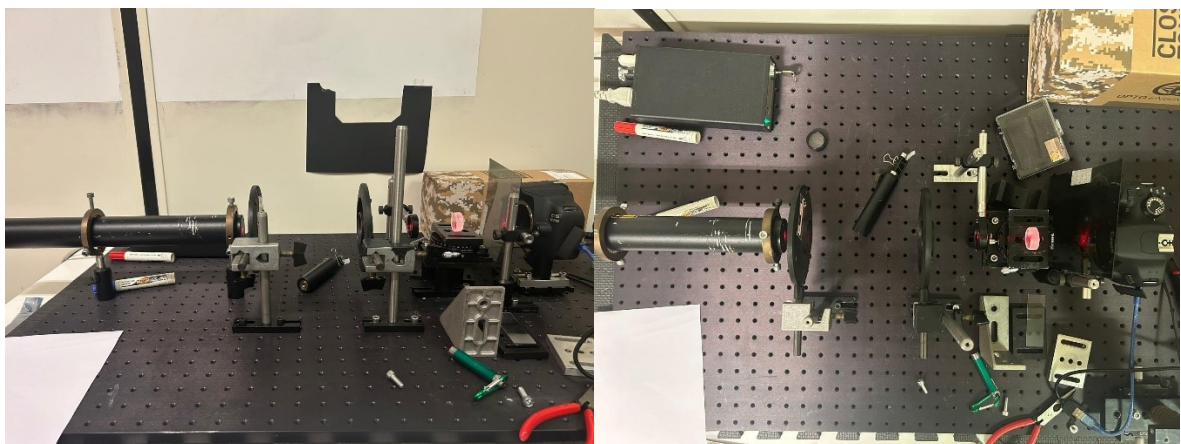


Figura 5.3 Immagini setup iniziale del banco ottico senza diaframma, vista frontale e vista dall'alto

5.3 Modifiche apportate al sistema ottico di base

Come abbiamo accennato precedentemente, la quarta lente a nostra disposizione ha un diametro più piccolo del cono di luce in quell'esatta posizione di montaggio. Per una buona acquisizione delle immagini sarebbe meglio cercare di intercettare la totalità del cono per ricevere tutte le informazioni sul volume analizzato.

Perciò il problema è stato risolto inserendo un *diaframma*, tra la seconda e terza lente, in modo tale che il diametro del cilindro di luce uscente dalla seconda lente si riduca dal valore precedente di 30mm a un valore minore specifico e regolabile. Nel nostro caso il diametro del diaframma è stato regolato per avere un valore di uscita del fascio di 14mm .

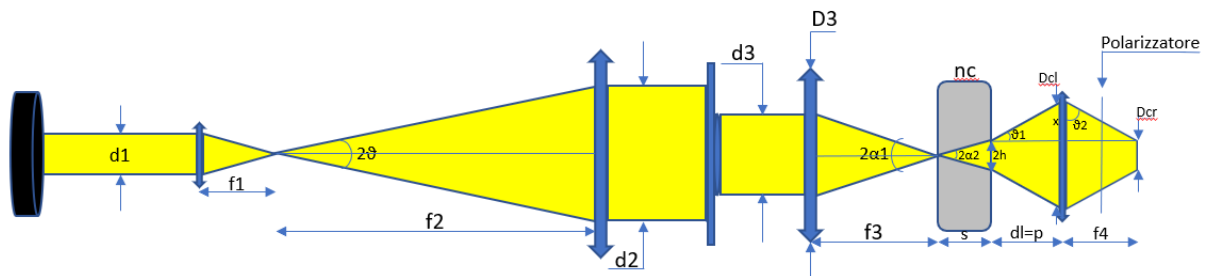


Figura 5.4 Rappresentazione dello schema del sistema LCP con diaframma

In questo modo la quarta lente riesce ad intercettare tutto il cono di luce entrante.

Bisogna osservare che l'utilizzo del diaframma non è cruciale in maniera significativa sull'acquisizione delle immagini di interferenza, in quanto il numero di frange ottenute dipende dalle dimensioni del sensore e dalla focale dell'ultima lente.

Quindi, a partire dal nuovo diametro, se continuo ad aprire il diaframma non si vedrà un aumento del numero di frange.

I conti svolti per il layout di base sono stati modificati sostituendo nelle formule che contengono $d_3 = 30\text{mm}$, ora chiamato d_2 , il nuovo $d_3 = 14\text{mm}$.

Di conseguenza è stato modificato il banco ottico con il montaggio e posizionamento del diaframma.

Come già accennato in precedenza, la dimensione del cono di luce che entra nel campione può essere gestita regolandone l'angolo solido con cui entra nel cristallo per ottenere il numero di frange desiderato.

Per la nostra analisi delle immagini conoscopiche, valutiamo quindi solo due ordini di frange. Di conseguenza con le formule (1.41), (1.42), illustrate nei precedenti paragrafi, per angoli piccoli e $\vartheta_m = \vartheta$, esplicitando ϑ si è riusciti a ricavare l'angolo α_2 e $2\alpha_2$ massimo che ci consente di ricavare solo i due ordini necessari. A questo punto è possibile valutare il giusto bilanciamento tra diametro del diaframma e distanza focale f_4 in modo tale da avvicinarsi all'angolo ideale per avere due ordini di frange.

5.4 Montaggio e allineamento del banco ottico

In questo paragrafo si descrive il sistema che è stato montato e successivamente utilizzato per l'acquisizione di immagini conoscopiche di interferenza su due cristalli anisotropi visti da due direzioni parallelamente all'asse ottico e perpendicolarmente, facendo ruotare direttamente il goniometro con il supporto in cui è posizionato il cristallo, in modo tale da analizzare una porzione di volume che compie solamente una rotazione.

Prima di eseguire questa misura, è necessario mettere a punto il banco e assicurarsi che vengano utilizzati i parametri e la configurazione ottimali, per quanto effettivamente possibile.

Prima di acquisire le immagini ovviamente va allineato il sistema di lenti che compongono il banco, partendo dal sensore della fotocamera Canon Eos 1200D, montato nella parte finale del banco.

La fotocamera è focalizzata all'infinito, quindi le frange conoscopiche sono formate sul sensore CCD della fotocamera.

L'allineamento della fotocamera è stato fatto in modo che il cono di luce finale abbia un diametro che rientri il più possibile all'interno del sensore rettangolare, in modo tale che il riquadro dell'immagine visualizzata nel software sia simmetrico rispetto a x e y, regolando la rotazione e l'altezza della camera.

Poi si posiziona la quarta lente ad una distanza di 6cm, dal sensore, che rappresenta appunto la distanza dal suo piano focale.

Per l'allineamento delle lenti in serie si parte sempre dall'ultima e poi si montano a ritroso fino ad arrivare alla prima, cercando di mantenere sempre al centro della lente il raggio laser.

Tra la quarta e la terza lente si è montato il goniometro, ad una distanza di $6,5\text{cm}$, che conferisce un solo grado di libertà, quindi può essere ruotato liberamente su un piano, e sopra esso si è montato un supporto porta-campione, dove poi si è posizionato il cristallo di prova (cilindretto di spessore 10mm).

Poi si è passati al montaggio e allineamento della terza lente, dove si possono notare maggiori fenomeni di riflessione che trascuriamo.

Come abbiamo già accennato prima la terza lente è posizionata ad una distanza pari al suo fuoco (5cm) dalla superficie del cristallo. Subito dopo abbiamo posizionato il diaframma, con un'apertura stabilita di 14mm .

Successivamente viene inserita la seconda lente ad una distanza generica e indifferente, poiché i raggi che escono da essa sono paralleli e infine viene posizionata la prima lente in modo tale che i fuochi di essa e della seconda lente combacino ($f_1 = 5\text{mm}$) ($f_2 = 150\text{mm}$), quindi ad una distanza relativa totale di $15,5\text{cm}$.

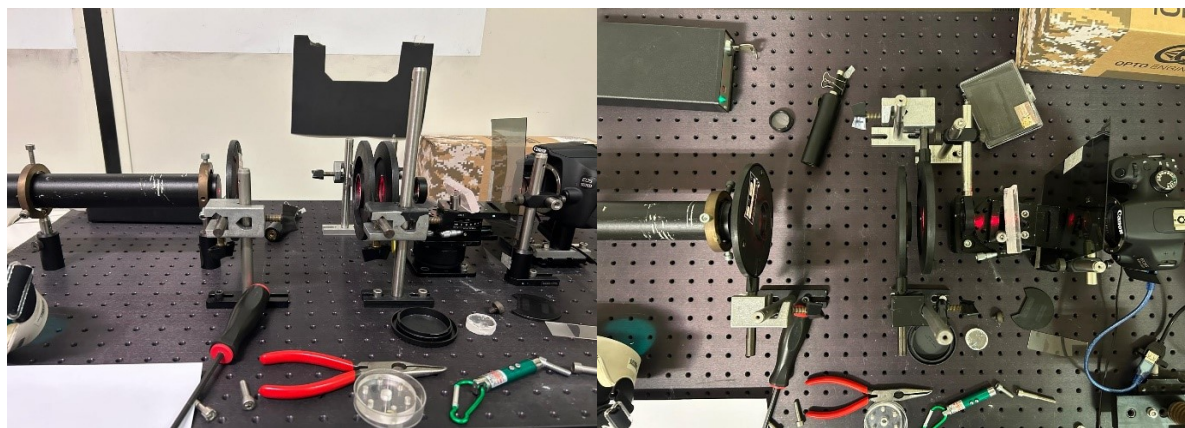


Figura 5.5 Immagini setup finale del banco ottico con diaframma, vista frontale e vista dall'alto

In fase di allineamento è importante posizionare il goniometro in modo tale che il suo asse di rotazione, e conseguentemente il centro di rotazione del cristallo, sia incidente con l'asse ottico del sistema.

Se ciò non è verificato, al variare della rotazione ottengo anche una traslazione del volume analizzato, il quale rimane lo stesso in quantità ma con posizione diversa.

Questi ultimi miglioramenti costituiscono a grandi linee il sistema definitivo per le misure di fotoelasticità obiettivo di questa tesi. In seguito, possono essere fatte piccole modifiche ma non ci saranno cambiamenti sostanziali nel montaggio.

5.5 Campioni utilizzati

Lo scopo di questo sistema ottico sperimentale è quello di eseguire misure fotoelastiche per verificare e quantificare il disallineamento dell'asse ottico su cristalli anisotropi destinati ad applicazioni tecniche.

Per verificare il corretto funzionamento del banco ottico, le prime acquisizioni di immagini sono state effettuate su varie tipologie di cristalli anisotropi.



Figura 5.6 Immagine di un cristallo anisotropo a forma di cilindretto preso come cristallo di prova per il progetto e validazione del sistema ottico

Il primo campione utilizzato per il primo set-up e prima acquisizione è un cilindretto di prova, di spessore 10mm , osservato lungo il suo asse ottico essendo opaco in direzione ortogonale. Dalle immagini si può notare che il cristallo non è perfettamente centrato, l'asse ottico non corrisponde perfettamente con l'asse geometrico.

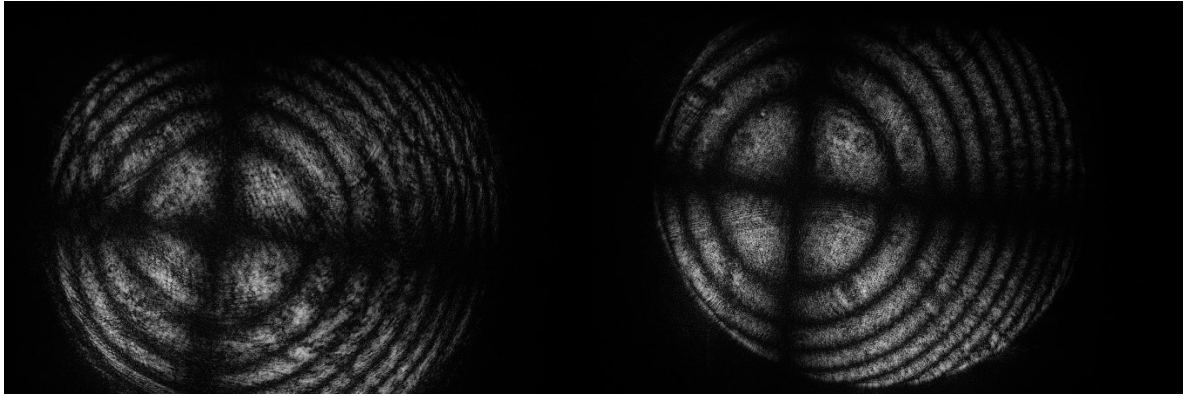


Figura 5.7 Immagini conoscopiche di interferenza a sinistra del cilindretto di prova, a destra del cristallo PWO Bogoroditsdk, entrambi ruotati di 0 gradi.

Il secondo campione è un cristallo PWO Bogoroditsk, la cui immagine è stata ottenuta inclinando il cristallo di un certo angolo, sostenuto con un supporto.

Di conseguenza l'asse ottico del cristallo si discosta molto dal suo asse geometrico, essendo molto inclinato.

Successivamente sono state acquisite le immagini di un cristallo PWO Bandiera, da cui notiamo anche qui un disallineamento dell'asse ottico e si possono notare molti più ordini di frangia.

Inoltre in questo caso sono state fatte acquisizioni in direzione parallela e perpendicolare all'asse ottico.

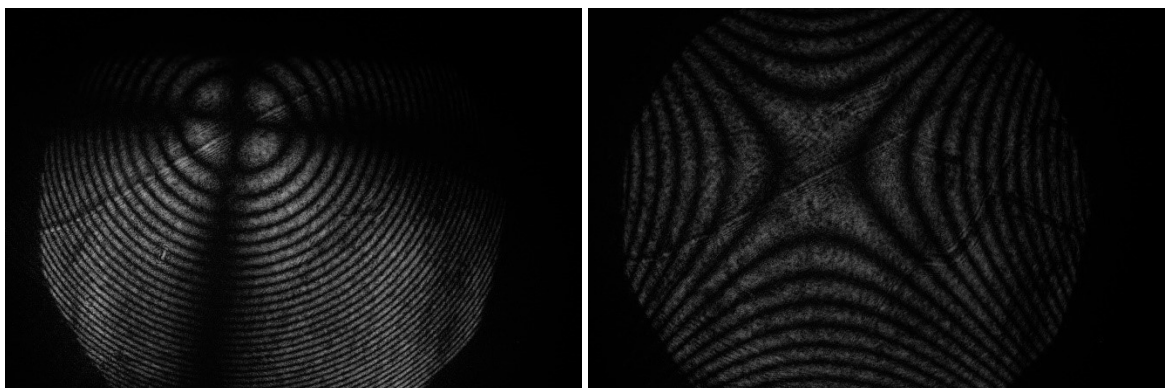


Figura 5.8 Immagini conoscopiche di interferenza di un cristallo PWO Bandiera, a sinistra in direzione dell'asse ottico, a destra in direzione perpendicolare all'asse ottico, ruotato di 0 gradi.

Infine il sistema ottico è stato utilizzato per acquisire le immagini conoscopiche di due campioni di cristallo PWO Valera, che sarà il nostro oggetto di misura del disallineamento, che vedremo in seguito.

Per tutti i cinque campioni sono state fatte diverse acquisizioni a diversi valori di angolo di rotazione del cristallo, ma non entreremo nel dettaglio delle immagini per i primi tre cristalli.

Nelle immagini sono rappresentati solo i casi di rotazione a 0 gradi dei cristalli.

Nel prossimo paragrafo vedremo più nel dettaglio anche come sono state acquisite queste immagini per i primi cristalli di prova tramite software della fotocamera.



Figura 5.9 Immagini dei due campioni analizzati di un cristallo anisotropo PWO Valera

5.6 Analisi delle immagini conoscopiche di interferenza

Una volta montato il banco ottico siamo quasi pronti per acquisire le immagini. L'obiettivo della tesi è acquisire immagini conoscopiche di più cristalli, in questo caso ne vedremo nel dettaglio due, in direzione parallela e perpendicolare all'asse ottico, facendo ruotare il goniometro, e osservare il cambiamento dell'immagine, che anticipiamo traslerà di una certa lunghezza.

Quello che possiamo analizzare tramite software è il variare del centro delle circonferenze concentriche nel primo caso, o il variare del centro delle iperboli nel secondo caso, al variare dell'angolo di rotazione del cristallo.

Per ottenere ciò abbiamo fatto un'acquisizione di 25 immagini per tipologia di cristallo, in cui ciascuna si distingue dalle altre per un angolo di rotazione di $0,0014$ radianti, che equivalgono a $0,08$ gradi, fino a un massimo di $0,0349$ radianti, ovvero 2 gradi di rotazione complessiva.

Le immagini sono state acquisite con il software della fotocamera, EOS Utility 2, che permette il controllo da remoto dei parametri della camera.

Tra i principali parametri utilizzati è importante il *tempo di esposizione*. Il *tempo di esposizione* è l'intervallo di tempo in cui l'otturatore rimane aperto per consentire alla luce di entrare nel sensore; più lungo è il tempo di esposizione, più luce viene catturata. Le sequenze di regolazione più tradizionali utilizzano una serie di tempi di posa che vengono raddoppiati o dimezzati per ogni serie di passi.

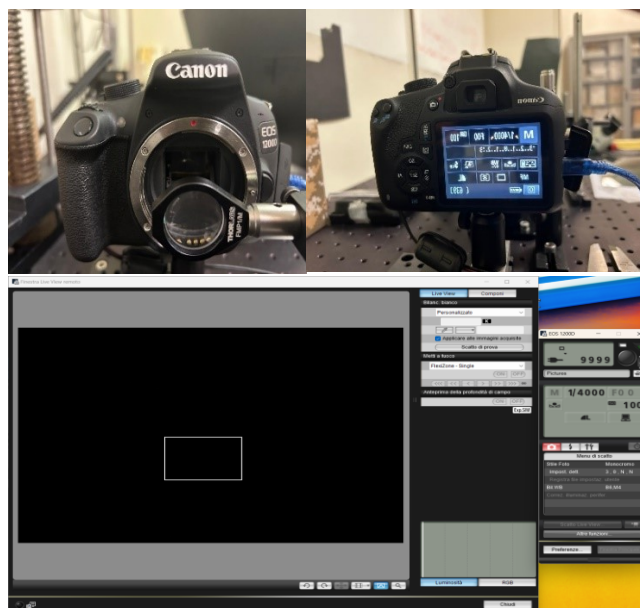


Figura 5.10 Camera Canon 1200D e software di acquisizione EOS utility 2

Nell'immagine, il tempo di esposizione utilizzato nel nostro caso è di 1/4000 per il primo campione e 1/800 per il secondo campione, perché gli assi ottici del cristallo sono molto vicini agli assi del polarizzatore, quindi diminuisce l'intensità.

Di base diminuendo l'esposizione si distingue meglio il sistema di frange perché, limitando la quantità di luce in ingresso, vengono marcati maggiormente i solchi neri, ma in questo caso utilizzando una sorgente di raggi laser, per non danneggiare la fotocamera abbiamo utilizzato una esposizione di 1/4000.

Nella schermata del software in basso a destra, si trova un riquadro che mostra un grafico definito *istogramma di luminosità*, il quale nella fotografia digitale è uno strumento indispensabile per valutare la corretta esposizione di un'immagine.

L'istogramma è una rappresentazione visiva della quantità di pixel in un'immagine che hanno una determinata luminosità.

A sinistra dell'istogramma sono presenti i toni scuri, mentre a destra i toni luminosi e al centro i toni medi. L'altezza di ogni barra indica il numero di pixel che hanno una determinata luminosità.

Questo grafico consente di visualizzare la distribuzione dei toni luminosi presenti nell'immagine permettendo di fare delle correzioni o aggiustamenti necessari per ottenere un'immagine completamente in campo scuro.

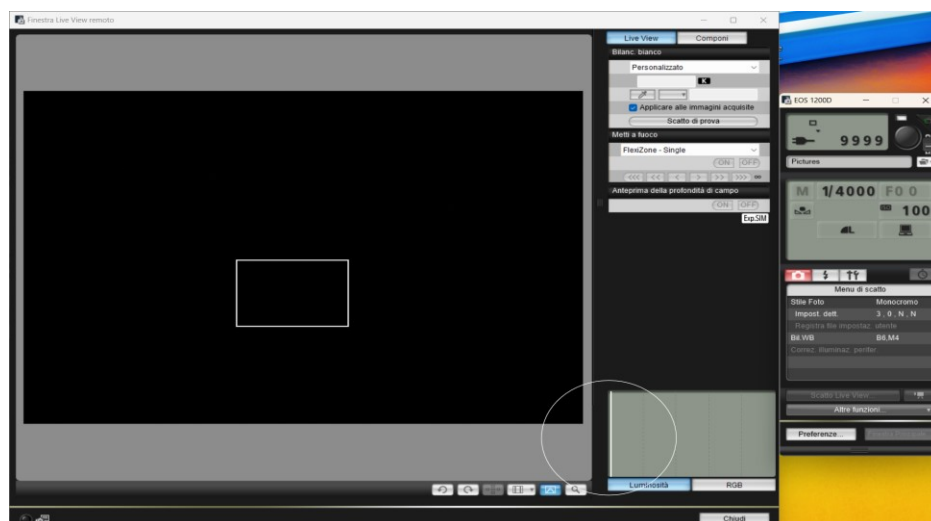


Figura 5.11 Istogramma presente nel software di acquisizione della fotocamera

Per ottenere delle immagini di buona qualità in campo scuro, dobbiamo avere una luminosità molto bassa, dove il minimo si ha quando l'area bianca si trova

all'estremo sinistro dell'istogramma, in modo tale che la maggior parte dei pixel sono di tonalità scure.

L'utilizzo dell'istogramma è stato fondamentale per posizionare correttamente l'analizzatore prima di inserire il cristallo, in modo tale da incrociare perpendicolarmente la luce polarizzata e ricadere in campo scuro.

A questo punto sono state acquisite le immagini di due campioni di uno stesso tipo di cristallo anisotropo PWO Valera, con spessore pari a 10mm , il primo nella direzione parallela al suo asse ottico, ruotandolo di volta in volta di un angolo pari a $0,08$ gradi per 25 acquisizioni, fatte con una esposizione di $1/4000$.

Inizialmente si apriva la sezione scatto live view del software della camera per osservare le immagini e subito si può notare che l'asse ottico non corrisponde con l'asse geometrico, poiché il campione è stato posizionato perpendicolare al cono di luce e lungo il suo asse geometrico, mentre dalle immagini i cerchi concentrici non sono perfettamente centrati, anche se di poco, tuttavia si può dire che rispetto ad altri cristalli questo è molto centrato.

Nelle immagini sotto sono rappresentati i casi in cui il cristallo è ruotato di 0 gradi, quindi perfettamente perpendicolare al laser, mentre nella seconda immagine ho il caso in cui il cristallo è ruotato di 2 gradi rispetto al caso iniziale, non sono stati inseriti anche se presenti i casi precedenti.

E' importante notare che è stato osservato tramite software che una rotazione di $0,08$ gradi del cristallo, è la minima rotazione che ci consente di osservare uno spostamento apprezzabile.

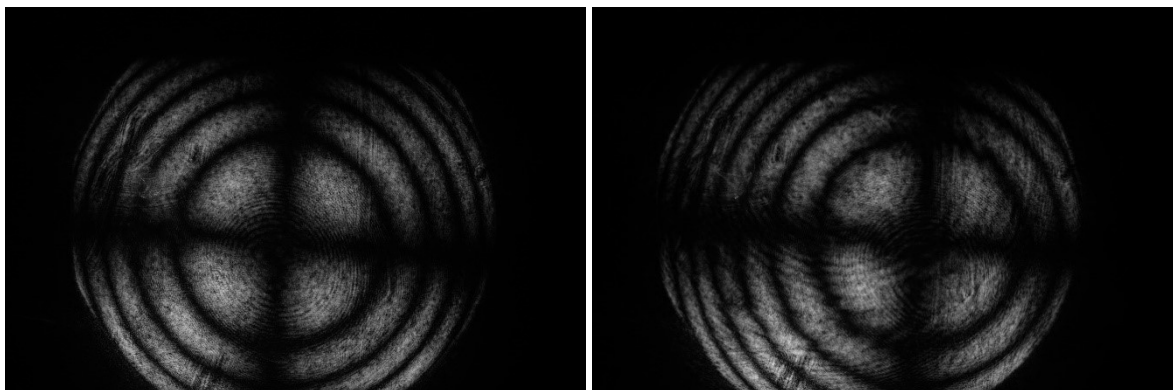


Figura 5.12 Immagini conoscopiche di interferenza di un cristallo PWO Valera osservato lungo il suo asse ottico. A sinistra caso 0 gradi, a destra caso 2 gradi.

Come si può vedere dalle immagini c'è uno spostamento, traslazione dell'immagine tra i due casi iniziale e finale.

In particolare è possibile stimare lo spostamento relativo del centro dei cerchi.

Allo stesso modo sono state acquisite le immagini conoscopiche del secondo cristallo PWO Valera, lungo la direzione perpendicolare all'asse ottico, e come dalla teoria sappiamo vengono visualizzate delle iperboli. Anche in questo caso è possibile osservare che l'asse ottico non è allineato e non corrisponde con l'asse geometrico, in quanto il centro delle iperboli non è perfettamente centrato con l'immagine, ed inoltre le iperboli non hanno asse orizzontale ma inclinato in quanto sono leggermente ruotate.

Una osservazione particolare sulle immagini è la leggera modifica delle iperboli che si schiacciano di poco tra loro.

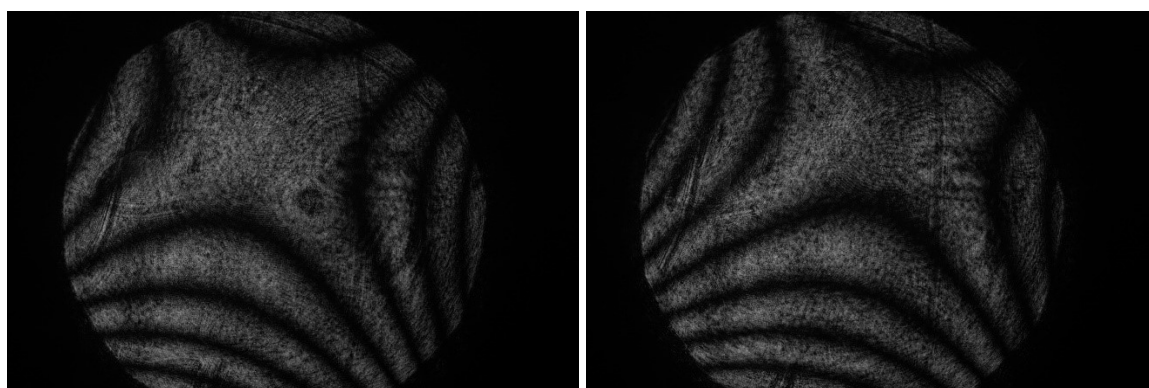


Figura 5.13 Immagini conoscopiche di interferenza di un cristallo PWO Valera osservato in direzione perpendicolare al suo asse ottico. A sinistra caso 0 gradi, a destra caso 2 gradi.

Anche qui sono state effettuate 25 acquisizioni con una variazione tra ognuna di 0,08 gradi per un totale di 2 gradi.

Nelle immagini sono sempre rappresentate le rotazioni del cristallo a 0 gradi e 2 gradi. Anche qui si può notare lo spostamento, traslazione dell'immagine e quindi del centro dell'iperbole.

Questo spostamento è possibile stimarlo a livello software e grafico e lo vedremo successivamente.

5.7 Risultati dell'analisi delle immagini

Per ogni immagine relativa al secondo campione (PWO Valera) si è trovato tramite software le coordinate del centro dell'iperbole, ruotando e tagliando l'immagine per l'analisi.

Tuttavia il nostro obiettivo è trovare il centro dell'iperbole per l'immagine originale attraverso formule inverse.

Unendo i dati ottenuti si ottiene il seguente grafico per il secondo campione:

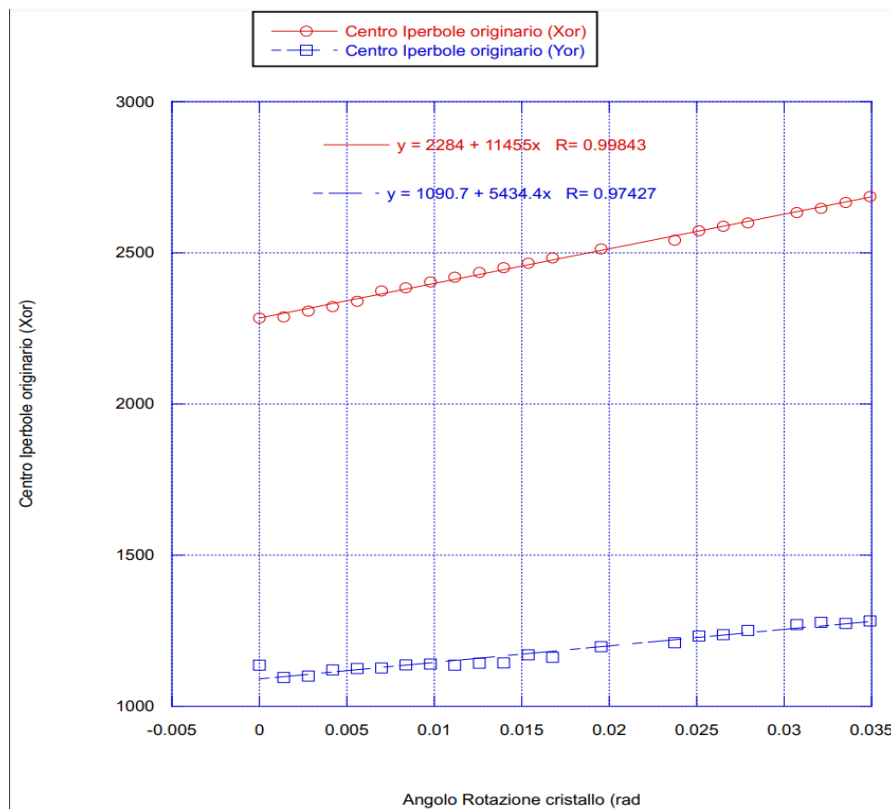


Figura 5.14 Grafico di variazione delle coordinate (in ordinata, in pixel) del centro dell'iperbole al variare dell'angolo di rotazione del cristallo (in ascissa).

Dove in ascissa abbiamo l'angolo ϑ in radianti di cui viene ruotato il cristallo, mentre in ordinata abbiamo i valori delle coordinate X_{or} , Y_{or} dell'immagine in pixel.

Si possono osservare due curve che sono approssimabili con due rette che rappresentano la variazione delle coordinate del centro dell'iperbole prese singolarmente, al variare dell'angolo di rotazione del cristallo.

Ricordiamo che le unità di misura dell'angolo di rotazione è radianti, mentre le coordinate sono state trovate tramite software, quindi i valori sono in *pixel*.

Come si può vedere dal grafico, la coordinata Y rimane quasi costante al ruotare del cristallo, mentre la coordinata X varia in maniera maggiore ruotando il cristallo con andamento lineare in modo approssimato.

Dal grafico otteniamo anche i coefficienti angolari delle due rette, che rappresentano il legame tra spostamento relativo in pixel e in radianti.

Questi risultati forniscono un'indicazione sul comportamento del cristallo, a livello strutturale, e ci danno una stima del disallineamento e posizionamento dell'asse ottico.

E' importante osservare che idealmente la coordinata Y dovrebbe rimanere perfettamente costante durante la rotazione, mentre nel nostro caso dal grafico si nota subito che c'è una piccola variazione di coordinata, anche se minima.

Questo fatto può essere dovuto a un disassamento o disallineamento dell'asse di rotazione del cristallo rispetto al suo asse geometrico, di un certo angolo.

Quando ruoto il cristallo l'asse ottico del cristallo ruotando forma un cono, la cui base rappresenta appunto le due coordinate del centro dell'iperbole.

Nel caso ideale di coincidenza tra asse di rotazione e geometrico la base non è inclinata ma si mantiene su un piano, quindi una coordinata è vincolata e rimane costante.

Nel caso reale quando i due assi non coincidono la base del cono è inclinata, quindi necessariamente variano entrambe le coordinate.

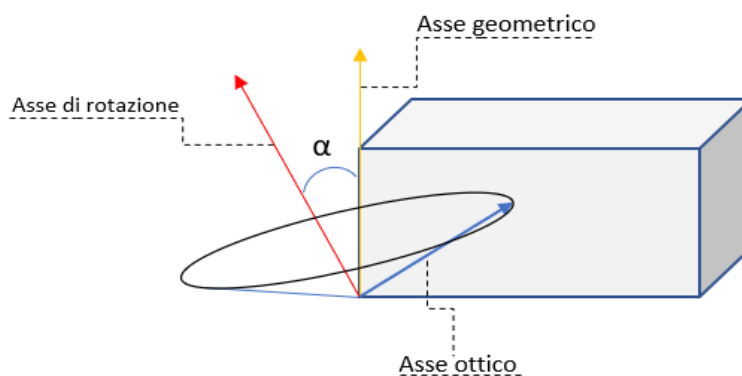


Figura 5.15 Caso reale di disallineamento dell'asse di rotazione rispetto all'asse geometrico

L'angolo che determina il disallineamento tra i due assi è calcolabile tramite le formule di Eulero, ma in questa tesi non si vedranno le risoluzioni.

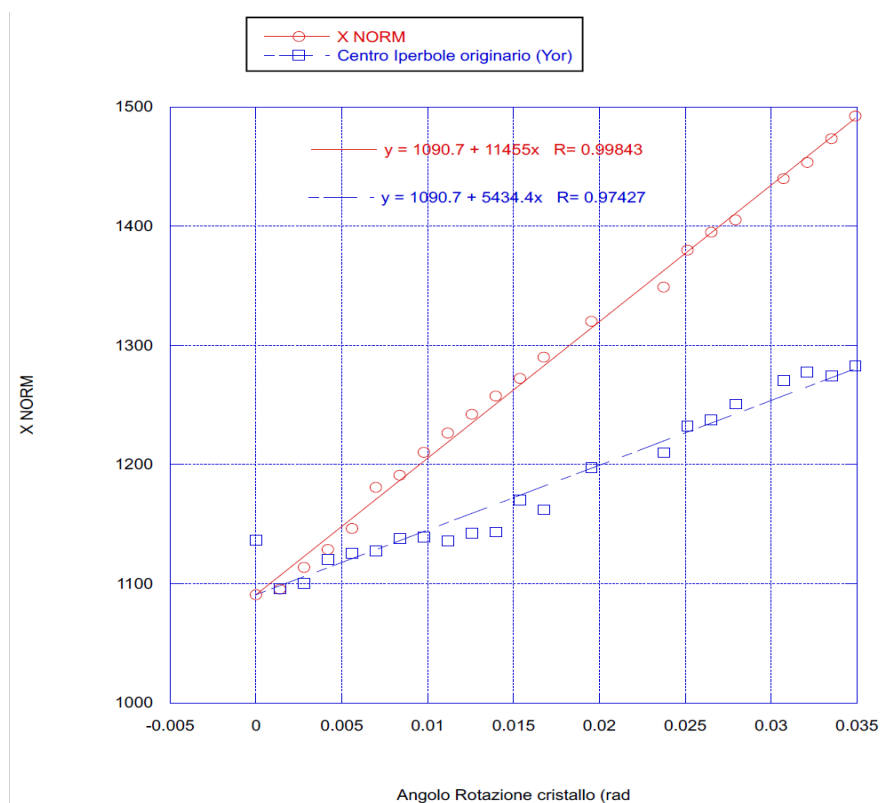


Figura 5.16 Grafico di variazione delle coordinate del centro dell'iperbole al variare dell'angolo di rotazione con coordinata X_{or} normalizzata.

Per evidenziare meglio la differenza tra l'andamento delle coordinate del centro dell'iperbole si è modificato il grafico precedente, sempre relativo al secondo campione, in modo tale da normalizzare le coordinate X_{or} , Y_{or} , facendo coincidere le origini delle due rette.

Il coefficiente angolare delle rette rappresenta la sensibilità di misura in quanto è espresso in radianti/pixel.

A questo punto possiamo trovare anche l'andamento delle coordinate al variare dello spostamento relativo dell'asse ottico in termini di lunghezze, quindi in metri.

Tramite lo spessore d noto del secondo campione del cristallo PWO Valera (pari a $0,01m$) si trova, moltiplicando per la tangente dell'angolo di rotazione, lo spostamento lineare Δx in metri dell'asse ottico in ingresso, che corrisponde alla rotazione angolare del cristallo.

In questo modo valutiamo lo spostamento dell'immagine in pixel in relazione ad uno spostamento in metri, prendendo come riferimento il centro dell'immagine.

Con i dati ottenuti si ricava il seguente grafico:

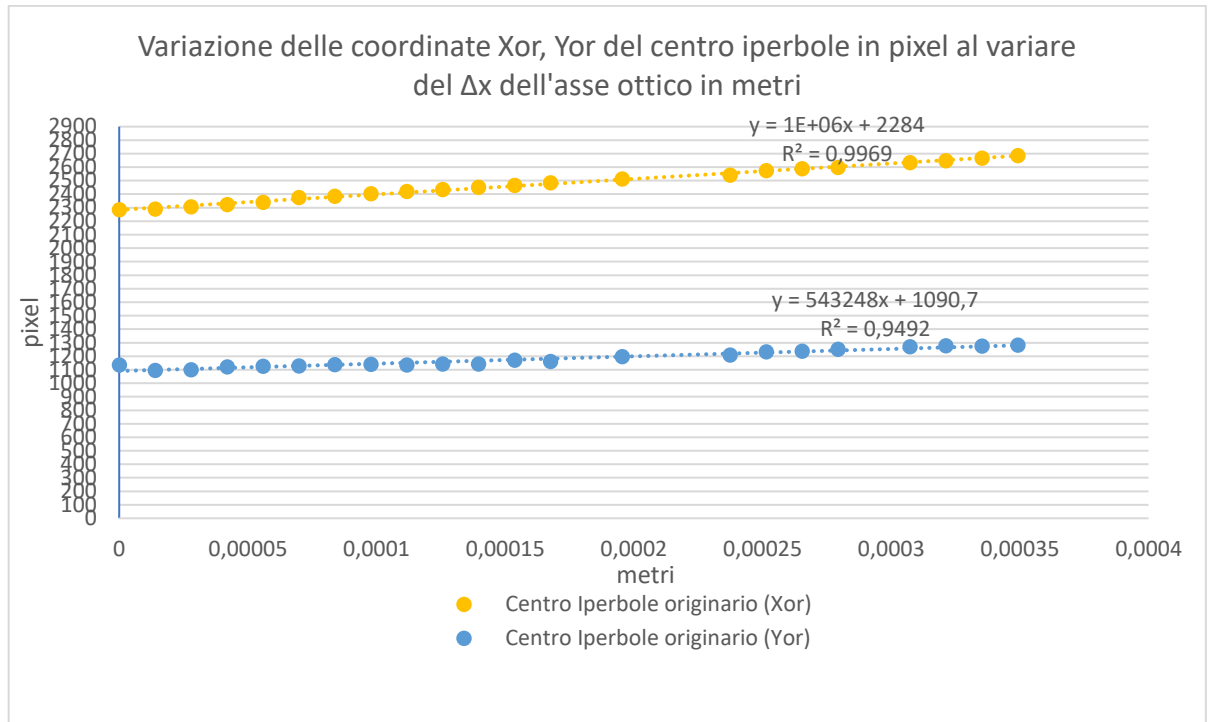


Figura 5.17 Grafico della variazione delle coordinate del centro dell'iperbole (in pixel) al variare dello spostamento lineare dell'asse ottico (in metri).

Dove in ascissa ho appunto lo spostamento lineare Δx dell'immagine dovuto alla rotazione del cristallo, in metri; mentre in ordinata ho le coordinate X_{or} e Y_{or} del centro dell'iperbole sempre misurati in pixel.

I coefficienti angolari delle due rette approssimate rappresentano il legame tra lo spostamento relativo in pixel e in metri e sono espressi in pixel/metro.

Anche in questo grafico si osserva che la coordinata Y non si mantiene costante, poiché nel caso reale è presente un disallineamento tra asse di rotazione e asse geometrico del campione.

6 CONCLUSIONI

Concludiamo questo lavoro di tesi riassumendo i passaggi che sono stati fatti per progettare un sistema ottico per l'acquisizione di immagini di cristalli anisotropi mediante conosopia.

Per prima cosa abbiamo progettato un banco ottico, studiando nel dettaglio il percorso e dimensione del fascio di luce laser e tutti i parametri utili per dimensionare le distanze tra il sistema di lenti, cristallo e rivelatore.

Abbiamo montato il banco ottico per misure di conosopia, per la valutazione del disallineamento e spostamento dell'asse ottico dei cristalli, con i componenti descritti in precedenza. Utilizzando vari campioni di cristalli ($PbWO_4$) abbiamo acquisito numerose immagini, in modo tale da poter regolare i parametri e il set-up dei componenti.

Il primo problema è stato garantire una perfetta misurazione, regolando l'allineamento del sistema di lenti e fotocamera, partendo proprio da quest'ultima e andando poi a ritroso fino alla prima lente.

Solo successivamente è stato possibile montare il goniometro e un supporto fissato ad esso in modo tale da posizionare il cristallo e ruotarlo tra una misurazione e l'altra.

Il supporto conferisce solo un grado di libertà al campione, tuttavia si è rivelato non solo sufficiente ma ottimo per le successive acquisizioni e per le nostre analisi. Da questo punto si può aggiungere un supporto a 3 gradi di libertà in modo da ottenere delle misurazioni anche in altre direzioni.

Importante notare che anche il goniometro e il cristallo stesso devono essere allineati perfettamente con il sistema ottico, in modo tale che il centro di rotazione o asse di rotazione passi per l'asse ottico del sistema, per ottenere le misurazioni che vogliamo.

Abbiamo studiato in una prima fase un sistema ottico di base, modificandolo ulteriormente con l'aggiunta di un diaframma, anche se si può affermare che i due sistemi sono sostanzialmente equivalenti a livello di immagini ottenute.

Sono state quindi acquisite le immagini di cinque campioni, citati in precedenza, in tutti i casi lungo la direzione dell'asse ottico e ruotando i cristalli rispetto all'asse ottico del sistema.

In particolare abbiamo analizzato più nel dettaglio due campioni diversi di un cristallo anisotropo (forniti dall'Università di Giessen), osservato anche nella direzione perpendicolare all'asse ottico.

Dall'analisi delle immagini ottenute variando l'angolo di rotazione del campione, si è subito osservato una traslazione delle frange, e quindi del centro delle figure di interferenza.

Questo spostamento relativo del centro tra un'acquisizione e l'altra, è stato valutato tramite software, trovando l'andamento della variazione delle coordinate X e Y del centro originario in pixel, al variare dell'angolo di rotazione o spostamento angolare.

A questo punto si è risaliti alla valutazione dello spostamento lineare dell'asse ottico misurato in metri, corrispondente alla rotazione in radianti, trovando anche l'andamento della variazione delle coordinate X e Y del centro originario in pixel, al variare dello spostamento in metri.

La linearità dei risultati corrobora la validità della metodologia, fornendo, tramite i coefficienti angolari, la sensibilità della misura relativa al sistema di lenti progettato.

Alla fine di questo iter possiamo affermare che il banco ottico progettato e montato funziona perfettamente per l'analisi conoscopica di cristalli anisotropi, la tecnica di conoscopia utilizzata per l'acquisizione delle immagini è valida, in particolare è necessario prestare particolare attenzione e precisione all'allineamento del sistema di lenti, e a maggior ragione del goniometro e del campione.

Questa tesi ha messo in evidenza come sia importante porre attenzione al sistema di rotazione, che rappresenta un punto di grande criticità.

Il prossimo passo, che non è scopo di questa trattazione, può essere la modifica del banco ottico con l'aggiunta di un supporto per il cristallo con tre gradi di libertà, per osservazioni del suo comportamento in altre direzioni, e la sostituzione della quarta lente da 60mm di focale con una da 100mm, e allo

stesso tempo modificando l'apertura del diaframma in modo tale da avere gli ordini di frange minimi necessari per la valutazione del disallineamento del cristallo.

La possibile continuazione di questa tesi sarà lo sviluppo di un metodo di calcolo della posizione relativa dell'asse ottico rispetto all'asse geometrico del cristallo partendo dai risultati di base forniti da questa tesi.

BIBLIOGRAFIA

Daniele Rinaldi, Michel Lebeau, Nicola Paone, Lorenzo Scalise and Paolo Pietroni, *Quality control and characterization of scintillating crystals for high energy physics and medical applications*, Wide Spectra of Quality Control (2011)

D. Rinaldi, P. Pietroni, F. Davì, *Isochromate fringes simulation by Cassini-like curves for photoelastic analysis of birefringent crystals*, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research (2009)

L. Montalto, N. Paone, L. Scalise, and D. Rinaldi, *A photoelastic measurement system for residual stress analysis in scintillating crystals by conoscopic imaging*, Review of Scientific Instruments 86 (2015)

D. Rinaldi, A. Ciriaco, M. Lebeau, N. Paone, *Quality control on pre-serial Bridgman production of PbWO₄ scintillating crystals by means of photoelasticity*, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A 615 254–258 (2010)

P. P. Natali, L. Montalto, F. Davì, P. Mengucci, A. Ciriaco, N. Paone, D. Rinaldi, *Theoretical and experimental evaluation of piezo-optic parameters and photoelastic constant in tetragonal PWO*, Applied Optics Vol. 57, No. 4 / 1 (2018)

L.Montalto, P.P. Natali, F. Davì, P. Mengucci. N. Paone and D. Rinaldi, *Characterization of a defective PBWO₄ crystal cut along the a-c crystallographic plane: structural assessment and a novel photoelastic stress analysis*. Journal of Instrumentation, Volume 12, (2017)

Cocozzella N., Lebeau M., Majni G., Paone N., Rinaldi D, *Quality inspection of anisotropic scintillating lead tungstate (PbWO₄) crystals through measurement of interferometric fringe pattern parameters*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A (NIM A) 469 3 pp.331-339 (2001)

L. Montalto, *Inspection and characterization of birefringent materials: development of methods and systems for scintillating anisotropic crystals*, Università Politecnica delle Marche (2017)

Luigi Montalto, Nicola Paone, Daniele Rinaldi, and Lorenzo Scalise, *Inspection of birefringent media by photoelasticity: from diffuse light polariscope to laser conoscopic technique*, *Optical Engineering* 54(8), 081210 (2015)

Pier Paolo Natali, Luigi Montalto, Fabrizio Davì, Nicola Paone, Daniele Rinaldi, Lorenzo Scalise, *Optimization of the photoelastic fringe pattern processing for the stress evaluation in scintillating anisotropic media*, IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (2017)

Luigi Montalto, Pier Paolo Natali, Lorenzo Scalise, Nicola Paone, Fabrizio Davì, Daniele Rinaldi, Gianni Barucca, Paolo Mengucci, *Quality Control and Structural Assessment of Anisotropic Scintillating Crystals*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute (2019)

F. Davì, D. Rinaldi, *Mechanical and Optical Properties of Anisotropic Single-Crystal Prisms*, *J. Elast.*, vol. 120, no. 2 (2015)

L. Montalto, D. Rinaldi, N. Paone, L. Scalise and F. Davì, *Photoelastic sphenoscopic analysis of crystals*, *Review of Scientific Instruments*, 87(1), 015113 (2016)

Augusto Ajovalasit, *Analisi sperimentale delle tensioni con la fotomeccanica*, Aracne (2009)

Augusto Ajovalasit, *Introduzione all'analisi sperimentale delle tensioni* (2009)

P. Lecoq, A. Annenkov, A. Gektin, M. Korzhik, and C. Pedrini, *Inorganic Scintillators for Detector Systems, Physical Principles and Crystal Engineering*, Series: Particle Acceleration and Detection, XII Springer (2006)

C. Grupen, *Particle Detectors*, Cambridge University Press (1996)

R. Fernow, *Introduction to Experimental Particle Physics*, Cambridge University Press (1992)

W.R.Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer Verlag (1994)

G.F. Knoll, *Radiation detection and measurement*, John Wiley & Sons (2000)

SITOGRAFIA

<https://wauniversity.it/riflessione-rifrazione/>

<https://martinelli.faculty.polimi.it/fascicolo%20polarizzazione.pdf>

https://www.phys.uniroma1.it/fisica/sites/default/files/file_PLS/Polarizzazione.pdf

<https://www.luchsinger.it/it/sensori/deformazione/fotoelasticita/>

https://www.fisica.uniud.it/urdf/secif/ottica/birf_2.htm

https://www0.mi.infn.it/~bracco/pdf-lab/laboratorio_gamma_4.pdf

https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=860

<http://jm-derochette.be/conoscopy.htm>

http://jm-derochette.be/Conoscopy/Uniaxial_minerals_5.htm

<https://wauniversity.it/legge-lenti-sottili/>

<https://www.newport.com/n/optical-lens-physics>

<https://www.newport.com/resourceListing/technical-notes>

<https://www.newport.com/n/optics-formulas>

<https://www.newport.com/n/optics-fundamentals>

<https://web.inge.unige.it/DidRes/Fisica/Polar.pdf>

https://online.scuola.zanichelli.it/cannarozzo/avanella-files/Topografia/Unita/Zanichelli_Topografia_UnitaB2.pdf

http://personalpages.to.infn.it/~botta/SDM/2003-2004/ott_c0304.pd

<https://www.canon.it/pro/infobank/how-to-read-and-use-histogram/>

<https://www.canon.it/pro/infobank/how-to-read-and-use-histogram/>

<http://personalpages.to.infn.it/~beole/otticageom.pdf>

Vorrei sfruttare queste poche righe per ringraziare tutte le persone che mi hanno accompagnato in questo percorso impegnativo e che mi hanno sempre supportato e soprattutto sollevato nei momenti più difficili della mia carriera da studente.

Ringrazio in primis il Prof. Rinaldi per l'opportunità del tirocinio e per avermi aiutato a scrivere la tesi, cercando di stimolarmi a risolvere gli eventuali problemi riguardanti questo progetto. Ringrazio vivamente il Dott. Luigi Montalto per avermi sempre seguito e aiutato passo dopo passo nella realizzazione del progetto.

Ringrazio ovviamente anche il Dott. Paolo Tarollo, un ragazzo con un cuore grandissimo, sempre disponibile, altruista e premuroso. Grazie per avermi accompagnato in questo lungo e tortuoso percorso, tra numerose difficoltà e concetti non chiari, siamo riusciti a completare questo progetto. Grazie per avermi fatto fare ogni tanto una pausa dallo studio, perché diciamolo ad una certa ora ci vuole. Grazie per aver condiviso con me pranzi e caffè al bar con il Prof., però la prossima volta offro io. Grazie per gli stimoli e i ragionamenti fatti durante il progetto. Grazie per la gentilezza e simpatia ma soprattutto la serenità che mi hai trasmesso durante questo periodo, che ci ha permesso di finire nel migliore dei modi il progetto. Grazie per avermi dato una mano a montare tutti i componenti, e in particolare per non rompere tutto. Non ti ringrazierò mai abbastanza.

Un grazie enorme alla mia famiglia che mi ha sempre sostenuto e sollevato in ogni momento difficile della mia vita, mi è sempre stata accanto e mi ha stimolato a superare questi momenti. Un grazie speciale in particolare alla mia mamma che ha sempre voluto il meglio per me spingendomi a fare sempre di più sia nello studio sia nel mio percorso di vita. La quantità di amore e affetto nei miei confronti è indescrivibile.

Grazie anche al mio nipotino Francesco, con il quale ho passato dei bei momenti di svago dopo una giornata di studio, e mi ha fatto rivivere il me stesso da piccolo.

Grazie ai miei zii, che mi hanno riempito di affetto, con cui ho passato sempre nei migliori di modi le festività in famiglia.

In particolare ringrazio di cuore mio zio Luciano, per tutte le chiacchierate e gli spunti di riflessione, con i quali sono maturato e ho saputo intraprendere una scelta. Mi hai sempre voluto un gran bene e hai sempre voluto il meglio per me stesso. Spero tanto che sarai con me anche nei miei prossimi traguardi.

Grazie ai miei amatissimi nonni, che mi hanno lasciato troppo presto, ma che si sono presi cura di me e trasmesso i giusti valori della vita. Spero tanto che da lassù mi vediate e siate orgogliosi di me.

Grazie al mio amico di infanzia Tommaso S, con cui ho passato dei momenti unici e indimenticabili dall'asilo fino ad oggi, con il quale posso sempre parlare liberamente e divertirmi nelle giornate più storte.

Grazie a tutti i miei amici di Liceo, per la mole di risate e per l'ironia e l'umorismo con cui abbiamo trascorso cinque anni impegnativi, ma sempre con il sorriso.

Ringrazio a tutti gli amici conosciuti in Università, con cui i pranzi e le lezioni non avrebbero avuto lo stesso gusto, e per le risate, a volte incontenibili, che provocate.

In particolare ringrazio di cuore Giovanni e Diego, miei concittadini, per i bei momenti passati insieme in Università, vi ammiro per la vostra genuinità e maturità, e la serenità che trasmettete.

Voglio ringraziare anche Matteo, un ragazzo simpaticissimo con cui è stato un piacere studiare, tra uno scherzo e l'altro siamo riusciti insieme a ottenere la laurea, e sinceramente ho perso il conto delle risate che abbiamo fatto.

Non posso non ringraziare Tommaso M, che mi ha fatto scoprire alcune bellezze di Ancona e non solo, grazie anche per aver condiviso la tua immensa conoscenza.

Infine, ringrazio il me stesso del passato, che ha superato molti momenti difficili, che ha saputo prendere una scelta quando ce n'è stato bisogno, che ha fatto sacrifici per ciò che pensava fosse stato meglio per la sua vita, che ha saputo porsi un obiettivo ed è riuscito a ottenerlo nel migliore dei modi, che guarda già in avanti con ambizione, che è riuscito lentamente a raggiungere una maturità personale, che ha arricchito le proprie conoscenze, che ha saputo finalmente dare un senso alla propria vita.