



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

---

Dipartimento di Ingegneria Industriale e Scienze Matematiche

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

PROGETTAZIONE FUNZIONALE DELLE  
SOSPENSIONI DI UNA VETTURA ELETTRICA DI  
FORMULA SAE

FUNCTIONAL DESIGN OF A FORMULA SAE  
ELECTRIC VEHICLE'S SUSPENSION SYSTEM

*Relatore:*  
Prof. Matteo Claudio Palpacelli

*Tesi di laurea di:*  
Alessandro Baccelli

*Anno accademico 2020/2021*

*Per aspera ad astra*

# INDICE

Sommario	1
1 La Formula SAE e il veicolo elettrico	2
1.1 La competizione	2
1.2 Il Polimarche Racing Team	4
1.3 Il veicolo elettrico	5
2 Gli pneumatici	7
2.1 Introduzione	7
2.2 Forza laterale	7
2.3 Forza longitudinale	11
2.4 Effetto della campanatura	13
2.5 Sistema di riferimento	14
2.6 FSAE Test Tire Consortium (TTC)	15
2.7 Normalizzazione dei dati degli pneumatici	18
2.8 Riconversione dei dati normalizzati	21
3 Dinamica del veicolo	24
3.1 Sistema di riferimento	24
3.2 Comportamento in curva in condizioni di stazionarietà	26
3.2.1 Modello monotraccia	26
3.2.2 Veicolo neutro in curva in condizioni stazionarie	28
3.2.3 Veicolo sottosterzante in curva in condizioni stazionarie	29
3.2.4 Veicolo sovrasterzante in curva in condizioni stazionarie	30
3.2.5 Relazioni cinematiche fra Slip Angle	31
3.2.6 Dal modello monotraccia al veicolo a quattro ruote	32
3.3 Geometria del sistema sospensivo	34
3.3.1 Introduzione alla geometria delle sospensioni	34
3.3.2 Centro di istantanea rotazione	35
3.3.3 Sospensioni indipendenti: vista frontale	36
3.3.4 Sospensioni indipendenti: vista laterale	37
3.4 Ride Rate e Roll Rate	40
3.5 Trasferimenti di carico	42

3.5.1	Trasferimento di carico laterale _____	42
3.5.2	Trasferimento di carico longitudinale _____	45
4	Progettazione funzionale della sospensione in vista frontale _____	46
4.1	Introduzione all'analisi _____	46
4.2	Calcolo delle masse e dei centri di gravità _____	47
4.3	La prova di Skidpad: trasferimento di carico _____	52
4.4	La prova di Skidpad: forze laterali degli pneumatici _____	56
4.5	La prova di Skidpad: risultati _____	59
4.5.1	Tempo obiettivo _____	59
4.5.2	Gradiente di rollio _____	60
4.5.3	Ratio _____	64
4.5.4	Altezze dei centro di rollio _____	66
4.5.5	Differenza di altezza fra centri di rollio _____	69
4.5.6	Centro di massa sospesa _____	72
4.5.7	Carreggiata _____	74
4.5.8	Passo _____	77
4.5.9	Campanatura _____	79
4.6	Determinazione del CIR in vista frontale _____	82
5	Progettazione funzionale della sospensione in vista laterale _____	85
5.1	Introduzione all'analisi _____	85
5.2	Ripartizione di frenata _____	86
5.3	Determinazione del centro di beccheggio _____	88
5.4	Rigidezza a beccheggio _____	91
5.5	Verifica della lunghezza del fvsa _____	93
6	Conclusioni e lavori futuri _____	97
	BIBLIOGRAFIA _____	99
	Ringraziamenti _____	100

## Sommario

Il presente elaborato ha l'obiettivo di descrivere un modello semplificato di una vettura elettrica di Formula SAE, volto ad individuare i valori dei parametri dinamici caratterizzanti il sistema sospensivo che permettano di ottenere un determinato comportamento dell'auto. Il comportamento dell'auto desiderato è definito tramite l'impostazione di un tempo obiettivo nella prova di "Skidpad" e il calcolo della decelerazione durante il "Brake Test", che risulta essere la massima accelerazione che il veicolo subisce durante la competizione. I parametri dinamici in questione sono: la rigidità delle sospensioni (e come conseguenza il gradiente di rollio), le altezze dei centri di rollio anteriore e posteriore, la posizione longitudinale del centro di massa dell'intero veicolo, la carreggiata, il passo e la campanatura delle ruote.

Una volta individuate le grandezze dei parametri in questione, è possibile determinare la posizione dei centri di istantanea rotazione trasversale e longitudinale delle sospensioni, così da avere una base fondamentale per individuare la geometria finale del sistema sospensivo.

# 1 La Formula SAE e il veicolo elettrico

## 1.1 La competizione

La Formula SAE è una competizione universitaria internazionale istituita dalla Society of Automotive Engineering (SAE), che prevede una serie di eventi in cui sono messe alla prova delle monoposto a ruote scoperte, la cui progettazione e produzione vengono completamente gestite da squadre di studenti universitari. Attualmente le categorie della competizione sono: “Classe 1C” (Combustion), per veicoli a combustione interna, “Classe 1E” (Electric), per monoposto elettriche, e infine “Classe 1D” (Driverless), per vetture a guida autonoma. A queste se ne aggiunge una quarta, la “Classe 3”, a cui partecipano i team che presentano solo il progetto della vettura, senza prendere parte ai test su pista.



Figura 1.1 - Evento Formula SAE Italy2019, Varano de' Melegari (PR)

Ogni evento è suddiviso in sette prove: le prime tre sono dette “statiche” e prevedono la valutazione delle vetture da parte di una commissione di giudici (professionisti del settore), in termini di scelte progettuali, di gestione dei costi e di strategia di marketing; le restanti quattro vengono dette “dinamiche” e sono volte a mostrare le potenzialità delle monoposto in pista. Per ogni prova viene assegnato un punteggio e il team che totalizza il maggiore, ottenuto sommando i risultati parziali dei singoli test, vince l’evento.

Le prove statiche sono:

- *Business Plan Presentation Event*;
- *Cost and Manufacturing Event*;
- *Engineering Design Event*.

Le prove dinamiche invece sono:

- *Skidpad Event*, in cui la vettura deve percorrere un tracciato a forma di "8" nel minor tempo possibile;
- *Acceleration Event*, in cui la monoposto deve coprire un rettilineo di 75 metri nel minor tempo possibile partendo da ferma;
- *Autocross Event*, che prevede una sorta di "giro di qualifica" attorno ad un tracciato lungo circa un chilometro e composto da rettilinei, curve con diverso raggio, slalom e chicane;
- *Endurance & Efficiency Event*, in cui la vettura deve coprire nel minor tempo possibile una distanza di circa 22 km all'interno dello stesso tracciato dell'autocross, considerando anche la sostituzione del pilota a metà prova. Viene valutato anche il consumo di carburante, nel caso di veicolo termico, o di energia elettrica, nel caso di veicolo elettrico.



Figura 1.2 - Vettura P4M del Polimarche Racing Team durante una prova dinamica

Prima però di eseguire le sette prove appena elencate, le vetture sono sottoposte ad una "*Technical Inspection*", ovvero a verifiche e ispezioni tecniche atte ad appurarne la conformità al regolamento, soprattutto per

quanto concerne la sicurezza e l'incolumità del pilota. Per prendere parte alle prove statiche e dinamiche infatti, le vetture devono superare:

- un'ispezione generale;
- il *"Tilt Test"*, in cui l'auto viene inclinata su entrambi i lati fino a 60 gradi per certificare che non ci sia perdita di liquidi;
- il *"Noise Test"* per i veicoli termici, così da verificare che il motore non superi i 110 dB di rumore, o il *"Rain Test"* per i veicoli elettrici, per appurare che non ci siano malfunzionamenti in caso di pioggia;
- il *"Brake Test"*, in cui la vettura deve essere in grado, dopo una lunga accelerazione, di bloccare contemporaneamente tutte e quattro le ruote senza arrivare allo spegnimento del motore.

Come si intuisce dalla tipologia di prove a cui vengono sottoposte le monoposto, l'idea di base della Formula SAE è che un'azienda fittizia ingaggi il team affinché realizzi un prototipo di auto da corsa con determinate caratteristiche, che occupi il segmento di mercato dedicato a piloti non professionisti. Questo è il motivo per cui le prove non vertono solo sulla valutazione della progettazione, costruzione e collaudo dei prototipi, ma anche della loro promozione e pubblicizzazione. La vision della SAE è dunque quella di creare un evento universitario che permetta agli studenti di prepararsi alla reale vita lavorativa e di acquisire competenze professionali.

## 1.2 Il Polimarche Racing Team



Figura 1.3 - Logo del Polimarche Racing Team raffigurante un pavone, simbolo dell'università

Il Polimarche Racing Team è il team di Formula SAE dell'Università Politecnica delle Marche. Fin dal suo esordio, la squadra di studenti dell'ateneo ha partecipato agli eventi di Formula SAE con veicoli a combustione interna, arrivando a sviluppare l'ultimo prototipo, chiamato P4, con cui il team ha vinto la *"Classe 3"* all'evento 'Italy2018'. Con la sua evoluzione, la P4M, ha partecipato agli eventi 'Italy2019' e 'Germany2019' in *"Classe 1C"*.

Dato il crescente sviluppo dell'elettrico nel settore Automotive, quest'anno la squadra ha deciso di dedicarsi ad un progetto completamente nuovo, che prevede lo sviluppo di una monoposto elettrica con cui partecipare in futuro alla *"Classe 1E"*.



### 1.3 Il veicolo elettrico

Data la sua diversa natura, il veicolo elettrico pone delle sfide progettuali molto diverse da quelle del veicolo a combustione interna. Oltre al totale cambio di paradigma per quanto riguarda la sicurezza - le potenze e i voltaggi da gestire sono enormi - la disposizione dei motori elettrici e dei sistemi di accumulo dell'energia sulla monoposto pone dei problemi sia dal punto di vista aerodinamico, in termini di raffreddamento delle batterie e di tutte le componenti elettriche, che dal punto di vista dinamico, data la diversa distribuzione delle masse.

Si passa infatti da un unico motore a combustione interna posto dietro la schiena del pilota a quattro singoli motori elettrici posti direttamente sui gruppi ruota assieme alle relative trasmissioni epicicloidali, le quali conferiscono il giusto rapporto di velocità di rotazione fra l'albero dei motori e i mozzi delle ruote.

Da un veicolo a trazione posteriore si passa dunque ad uno a trazione integrale e ciò porta alla modifica della distribuzione delle forze a terra tramite le gomme. In aggiunta a ciò, la disposizione dei motori elettrici e la loro capacità di rapida modulazione, dà la possibilità di installare un dispositivo per il *Torque Vectoring*, che cambia il comportamento dell'auto.

Inoltre l'aumento delle masse sulle ruote cambia il rapporto fra le *masse sospese*, ovvero le masse che subiscono una variazione della distanza dal suolo (telaio, pilota, batterie, etc...), e quelle *non sospese* (pneumatici, pinze freni, mozzi e portamozzi, motori elettrici, trasmissione, etc...). Le *masse non sospese* sono da minimizzare il più possibile, dato che conferiscono un'inerzia nella risposta dell'apparato sospensivo del veicolo, causando un eventuale distacco dello pneumatico da terra e una conseguente minore tenuta di strada.

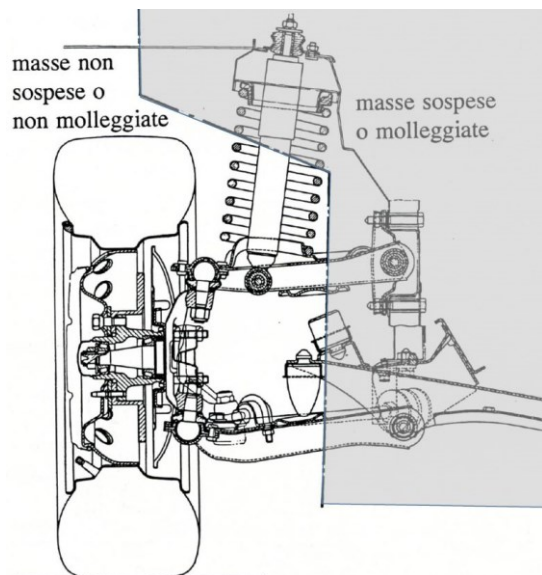


Figura 1.4 - Masse sospese e masse non sospese

Infine, è importante tenere conto anche che le coppie che si devono gestire nel caso dei motori elettrici sono maggiori rispetto al caso del motore termico, soprattutto nelle prove dinamiche previste dalla Formula SAE, i cui tracciati sono relativamente corti e rapidi, con velocità di punta non molto alte.

Considerando quanto la diversa tipologia di propulsione abbia un impatto sugli aspetti dinamici e aerodinamici del veicolo, il passaggio all'elettrico non può essere una semplice evoluzione progettuale, ma necessita di un approccio più radicale. Partendo dagli obiettivi definiti dal team, in ogni area è quindi necessario eseguire una serie di studi preliminari che permettano di definire i nuovi parametri progettuali che dovrà rispettare la vettura. In particolare, per quanto riguarda il reparto di "Dinamica del Veicolo" è stato ridefinito il modello di geometria delle sospensioni, che è lo scopo di questo studio.

Inizialmente è stato stabilito il comportamento della vettura desiderato a partire dall'impostazione di un tempo obiettivo nella prova di "Skidpad" e dalla conoscenza della decelerazione massima nel "Brake Test". Sono state prese in considerazione queste due prove perché sono quelle che meglio descrivono il comportamento dell'auto rispettivamente in condizioni di accelerazione laterale e di accelerazione longitudinale. Successivamente, tenendo conto delle maggiori masse non sospese, è stato creato il modello della vettura nelle due diverse tipologie di condizioni esterne per studiare gli intervalli ottimali all'interno dei quali devono rimanere i valori dei parametri dinamici che caratterizzano le sospensioni, in modo tale da ottenere gli obiettivi preposti. Determinati dunque i valori ideali di rigidità delle sospensioni, altezze dei centri di rollio anteriore e posteriore, posizione longitudinale del centro di massa totale, carreggiata, passo e campanatura delle ruote, è stato possibile ottenere i centri di istantanea rotazione trasversali e longitudinali degli apparati sospensivi anteriore e posteriore. Eseguendo ulteriori considerazioni, si potrà dunque definire la geometria finale dell'intero sistema sospensivo del veicolo.

## 2 Gli pneumatici

### 2.1 Introduzione

Prima di poter approfondire lo studio sulle sospensioni, è di fondamentale importanza introdurre una delle componenti più complesse ma allo stesso tempo più significative della dinamica del veicolo: gli pneumatici. Essi sono infatti responsabili dello scambio di forze e momenti fra asfalto e vettura e provvedono al controllo e alla stabilità di quest'ultima. Oltre a sostenere il peso del veicolo e altre forze verticali come la deportanza aerodinamica e l'effetto dell'inclinazione della strada in curva, lo pneumatico fornisce le forze di trazione, frenatura e tenuta laterale che consentono la manovrabilità dell'auto e smorza i disturbi esterni dovuti al vento e al manto stradale. La contropartita di questi benefici sono le perdite per attrito e la resistenza al rotolamento.

Poiché risulta essere un argomento molto vasto e complesso, si isoleranno e si tratteranno singolarmente solo alcune caratteristiche degli pneumatici. Di particolare interesse sono la forza laterale sviluppata dagli stessi, fondamentale nella prova di *"Skidpad"*, e la forza di trazione/frenatura, centrale nel *"Brake Test"* (ma anche nella prova di accelerazione). Verranno anche presi in esame gli effetti della campanatura. Seppur interessanti, le restanti caratteristiche esulano dall'elaborato.

### 2.2 Forza laterale

La capacità di un veicolo di eseguire una curva è ascrivibile all'applicazione di una forza laterale da parte degli pneumatici, che nasce come reazione all'accelerazione laterale dovuta alla forza centripeta. Considerando la singola ruota, la forza laterale si origina al centro dell'impronta di contatto fra gomma e asfalto, giace sul piano stradale ed è perpendicolare alla direzione in cui lo pneumatico è rivolto.

Per capire come si comporta la ruota quando subisce una forza laterale, la si può pensare come un disco sottile di gomma dura compresa fra due dischi rigidi metallici di diametro inferiore [1], come in Figura 2.1.

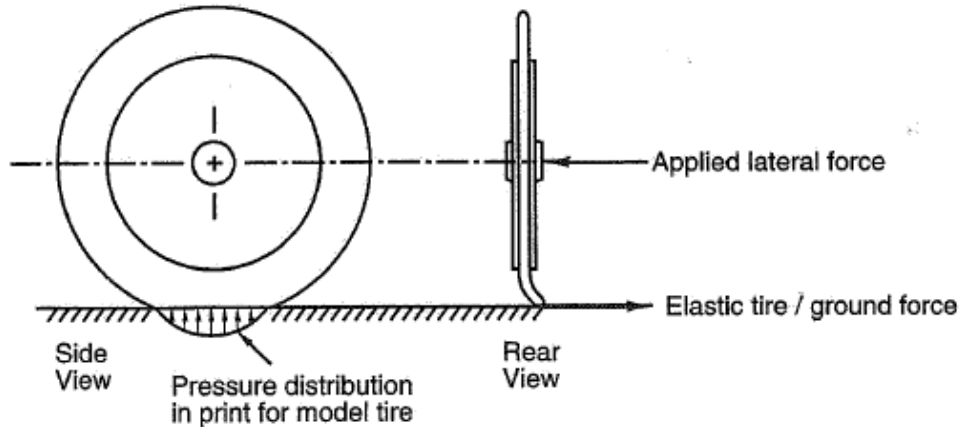


Figura 2.1 - Modello semplificato della ruota

Applicando una forza verticale costante sulla ruota ferma, la gomma si deforma sempre di più verso un lato a mano a mano che si aumenta la forza laterale applicata al mozzo perpendicolarmente al disco. Sostanzialmente lo pneumatico si comporta come una molla, tanto che si può introdurre una rigidità laterale intesa come rapporto fra la forza in N e la deformazione in mm. Aumentando sempre più il carico trasversale, si arriva ad un valore di forza che corrisponde alla deformazione massima della gomma; a quel punto la ruota comincia a slittare lateralmente. Tale valore di forza è funzione del *coefficiente di attrito*  $\mu_y$ , definito come il rapporto fra il carico laterale e quello verticale.

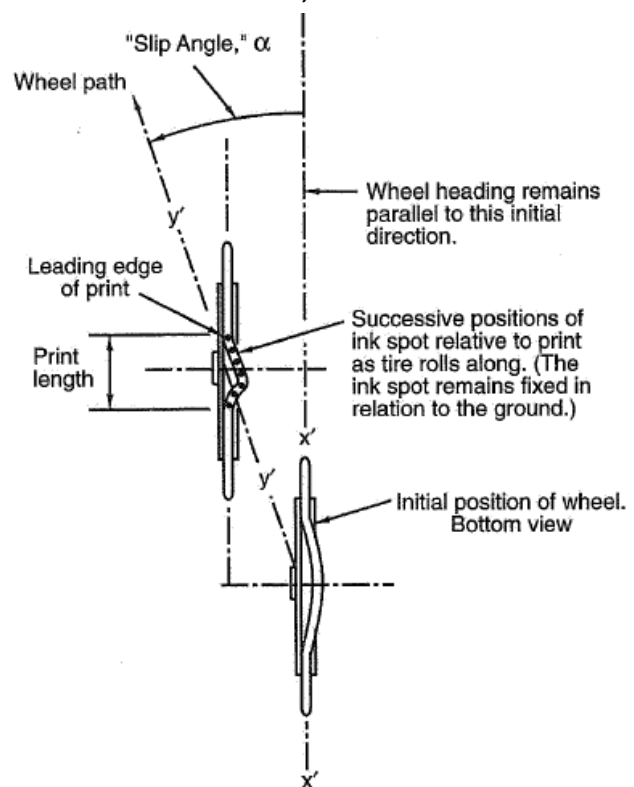


Figura 2.2 - Forza laterale e Slip Angle

Se si ripetesse lo stesso procedimento, ma con la ruota che rotola sul piano stradale, essa si muoverebbe in una direzione inclinata di un certo angolo rispetto a quella in cui è rivolta. Questo angolo viene detto "**Slip Angle**", o "*angolo di deriva*". In pratica, ogni punto del battistrada indeformato che entra a far parte dell'impronta aderisce alla strada e, con la rotazione della ruota, si sposta verso la parte posteriore

dell'area di contatto e allo stesso si muove trasversalmente a causa della forza laterale. In Figura 2.2 questo movimento è rappresentato tramite dei puntini neri sull'impronta. Quando raggiunge la parte finale dell'area di contatto, la forza verticale locale diventa molto piccola (vedi la distribuzione della pressione di contatto in Figura 2.1) e così il coefficiente di attrito  $\mu_y$  non è più in grado di mantenere la distorsione laterale e il punto torna rapidamente alla posizione indeformata, lasciando poi l'impronta. Si intuisce dunque che, mentre nella parte iniziale del contatto lo pneumatico aderisce alla strada, nella parte finale si ha slittamento.

Via via che la forza laterale aumenta, la distorsione della gomma si accresce, incrementando lo Slip Angle. Il processo è progressivo fino a che lo slittamento non interessa tutta l'impronta e, a quel punto, il valore della forza laterale è determinato dal coefficiente di attrito laterale  $\mu_y$ .

Eseguendo determinati test sulle gomme, è possibile ottenere l'andamento della forza laterale in funzione dello Slip Angle, Figura 2.3.

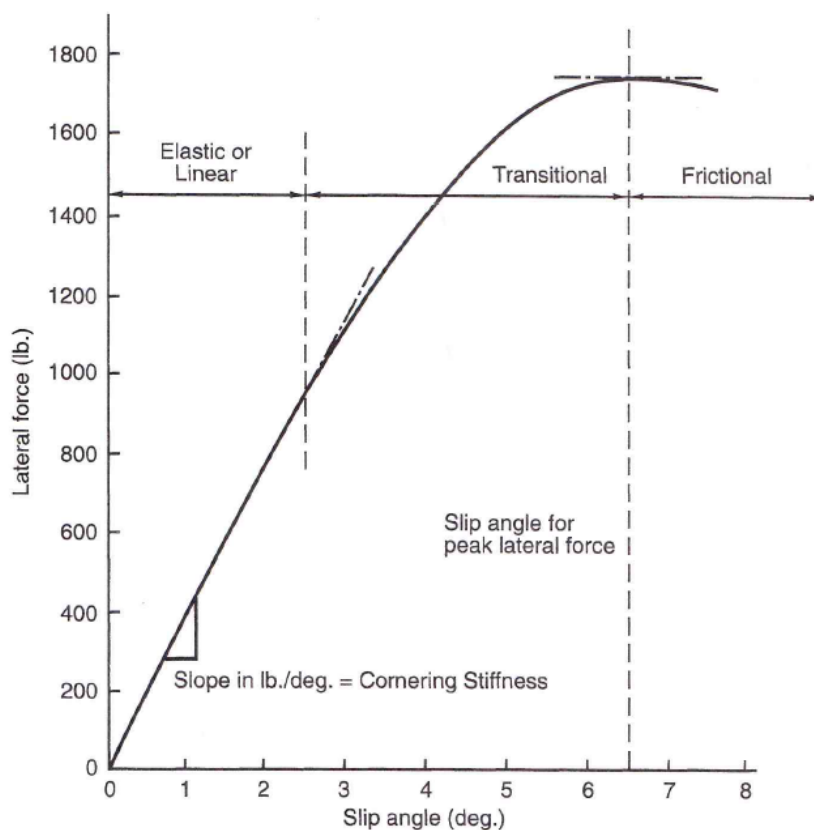


Figura 2.3 - Forza laterale vs. Slip Angle

Nella parte iniziale, la curva ha un andamento pressoché lineare. L'inclinazione del tratto lineare viene chiamato "Cornering Stiffness" e generalmente indicato con "C" oppure anche " $C_\alpha$ ": in termini matematici, è

la derivata della funzione calcolata nell'origine. Il secondo tratto della curva è detto transitorio e si discosta dall'andamento lineare. Il picco massimo della forza rappresenta il punto di separazione fra il transitorio e l'area caratterizzata da totale slittamento: dopo il picco la forza laterale rimane costante o diminuisce leggermente.

Il grafico in Figura 2.3 è relativo ad un determinato valore di carico verticale, ma le gomme vengono testate a diversi livelli di forza verticale, come si può vedere in Figura 2.4, grafico di sinistra. Con l'aumentare del carico, il picco massimo della forza laterale si sposta verso l'alto e verso destra e aumenta il Cornering Stiffness.

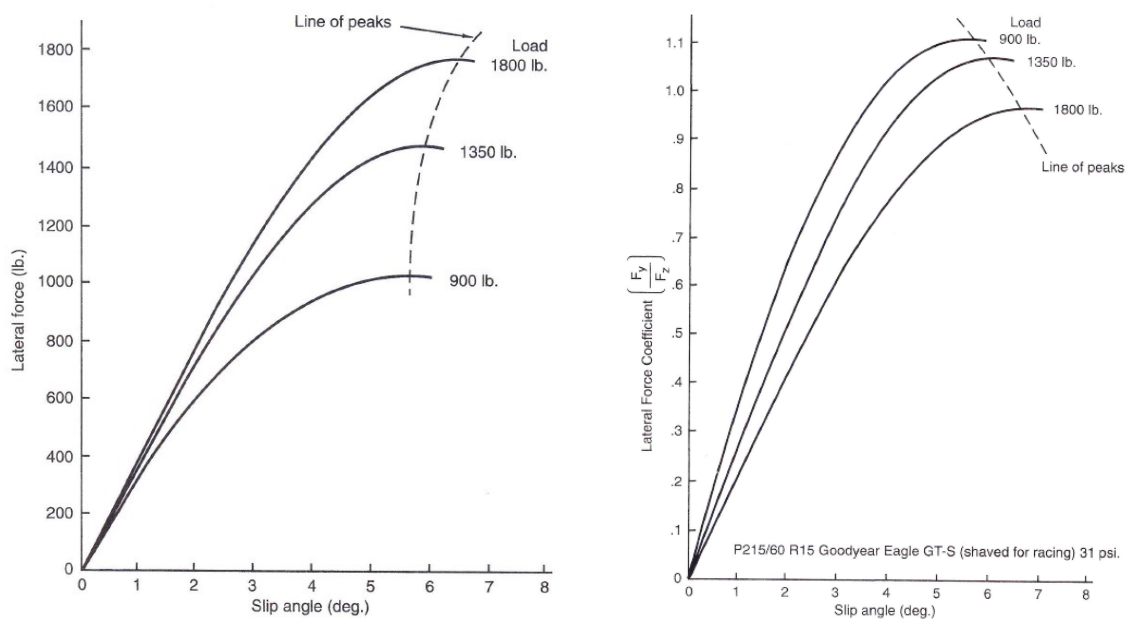


Figura 2.4 - A sx: Forza verticale vs. Slip Angle, per diversi valori di carico verticale. A dx: Coefficiente di attrito laterale vs. Slip Angle, per diversi valori di carico verticale

È preferibile però adimensionalizzare la curva della forza laterale in funzione dello Slip Angle, dividendo i valori per il carico verticale e ottenendo l'andamento del coefficiente di attrito laterale (grafico di destra di Figura 2.4). I dati delle gomme visualizzati in questa maniera danno delle informazioni molto importanti e anche controintuitive: infatti il picco del coefficiente  $\mu_y$  diminuisce via via che si aumenta il carico verticale. Questo fenomeno prende il nome di *Tire Load Sensitivity* ed avviene perché l'incremento del picco di forza laterale è minore del corrispondente aumento di carico verticale.

## 2.3 Forza longitudinale

Il meccanismo di sviluppo di forze longitudinali da parte dello pneumatico presenta in realtà diverse analogie con il comportamento laterale. Anche in questo caso infatti l'impronta è divisa in due regioni: quella distorta elasticamente e quella che presenta slittamento.

Si prenda in considerazione una ruota che subisce una coppia motrice a Slip Angle nullo (Figura 2.5). La coppia  $M_T$  produce una forza di trazione  $F_T$  in avanti che comprime il battistrada nella parte anteriore, deformando circonferenzialmente lo pneumatico: l'elemento deformato  $C_1$  in figura risulta essere più piccolo dell'elemento indeformato  $C_2$ . Data la forza di trazione, quando la gomma entra nell'area di contatto e aderisce all'asfalto, si flette in avanti rispetto alla carcassa della ruota. Quando poi nella regione più arretrata dell'impronta le componenti locali del carico verticale locale diminuiscono, il battistrada tende a tornare alle condizioni indeformate iniziali, subendo slittamento.

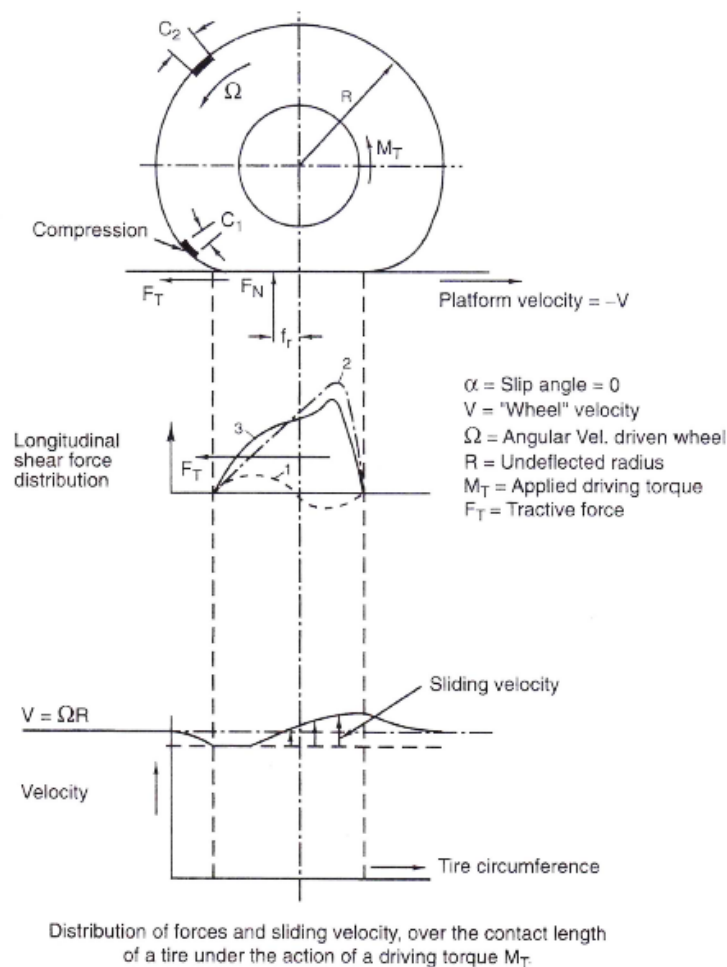
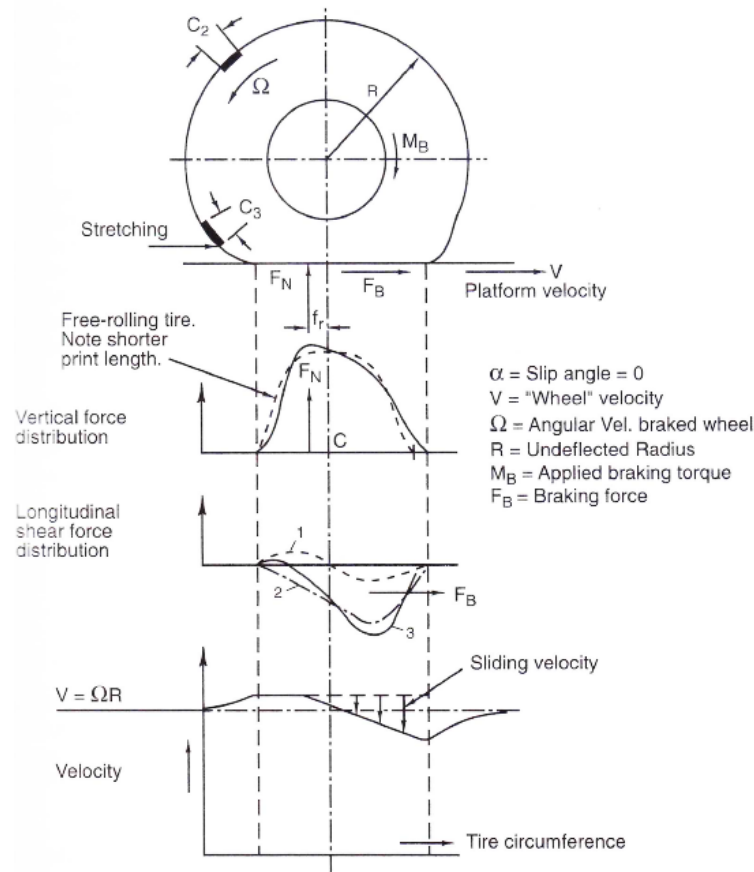


Figura 2.5 - Comportamento longitudinale della gomma in trazione

Se invece si considera il caso di frenatura (che equivale al caso di ruota folle trascinata), la coppia frenante  $M_B$  dà origine ad una forza longitudinale  $F_B$  rivolta all'indietro che stira il battistrada piuttosto che comprimerlo, come si può vedere in Figura 2.6. Nella prima parte dell'impronta dunque la gomma si fletterà all'indietro, mentre nella regione posteriore slitterà per tornare alle condizioni indeformate. In entrambi i casi analizzati comunque, l'area di contatto può essere divisa nella regione di aderenza e nella regione di slittamento.



Distribution of forces and sliding velocity over the contact length of a tire under the action of a braking torque  $M_B$ .

Figura 2.6 - Comportamento longitudinale della gomma in frenata

A questo punto si può introdurre una quantità adimensionale chiamata "Scorrimento", in inglese "**Slip Ratio**", indicato con  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_0} = \frac{\Omega}{\Omega_0} - 1 \quad (2.1)$$

Nella formula,  $\Omega_0$  è la velocità angolare della ruota in puro rotolamento, mentre  $\Omega$  è la velocità angolare della ruota frenata o in trazione. Se la ruota è in puro rotolamento ( $\Omega = \Omega_0$ ), lo Slip Ratio è pari 0, ovvero scorrimento nullo: nessuna regione dell'impronta subisce slittamento. Nel caso di ruota



in trazione, la velocità angolare  $\Omega$  risulta maggiore di quella della ruota in

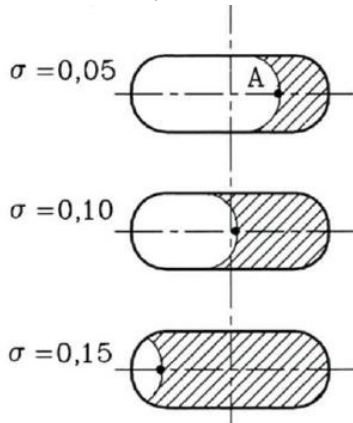


Figura 2.7 - Slip Ratio e zona di scorrimento

puro rotolamento e lo Slip Ratio è positivo. Lo scorrimento può anche tendere all'infinito, come nel caso di rotazione senza rotolamento ("Burnout"), per il quale  $\Omega$  è infinitamente maggiore di  $\Omega_0$ . Con ruota frenata infine lo Slip Ratio è negativo, fino all'estremo inferiore pari a -1: ruota completamente bloccata,  $\Omega=0$ . Lo scorrimento  $\sigma$  è utile per valutare l'estensione della *zona di scorrimento* nell'impronta, come si può vedere in Figura 2.6.

È stato introdotto lo Slip Ratio in quanto le forze di trazione e di frenatura sono in funzione dello stesso: con l'aumentare di  $\sigma$  (in modulo), le forze si accrescono rapidamente fino a raggiungere un massimo, per poi tornare a scendere più o meno velocemente. Anche in questo caso è possibile introdurre un coefficiente di attrito longitudinale  $\mu_x$  pari al rapporto fra la forza longitudinale - di trazione o di frenatura che sia - e il carico verticale, in modo tale da effettuare un'adimensionalizzazione. In Figura 2.8, è possibile vedere l'andamento delle forze longitudinali adimensionalizzate.

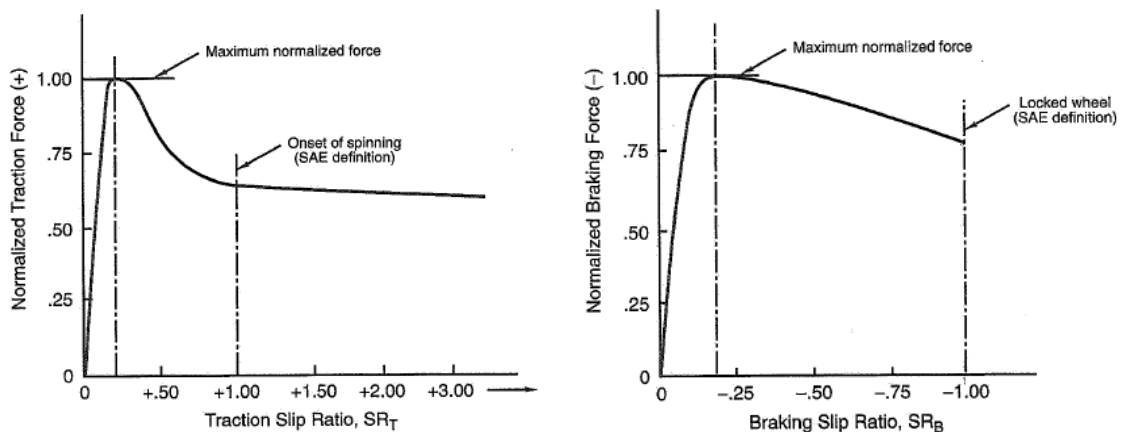


Figura 2.8 - Forza di trazione (a sx) e forza di frenatura (a dx) adimensionalizzate vs. Slip Ratio

## 2.4 Effetto della campanatura

La campanatura, o camber, è definita come l'angolo di inclinazione del piano longitudinale della ruota rispetto alla verticale. È negativa quando l'inclinazione è verso l'interno, ovvero verso il telaio, positiva se verso l'esterno. È importante introdurre la campanatura in quanto modifica la curva della forza laterale in funzione dello Slip Angle. Infatti, se si considera

uno pneumatico inclinato verso la direzione della curva (un esempio sono le ruote esterne di un veicolo in curva, caratterizzate da campanatura negativa), la relativa curva di forza laterale risulta spostata verso l'alto rispetto al caso di ruota perfettamente verticale alla strada. Come si può vedere dalla Figura 2.9, all'interno del tratto lineare l'inclinazione della curva rimane la stessa, mentre all'esterno di esso l'effetto dell'aumento di camber cresce più lentamente: questo fenomeno di abbassamento della curva della forza laterale viene chiamato "camber roll-off". Viceversa, se la campanatura è positiva, la curva tende a spostarsi verso il basso, facendo sì che a parità di Slip Angle si abbiano valori di forza laterale minori.

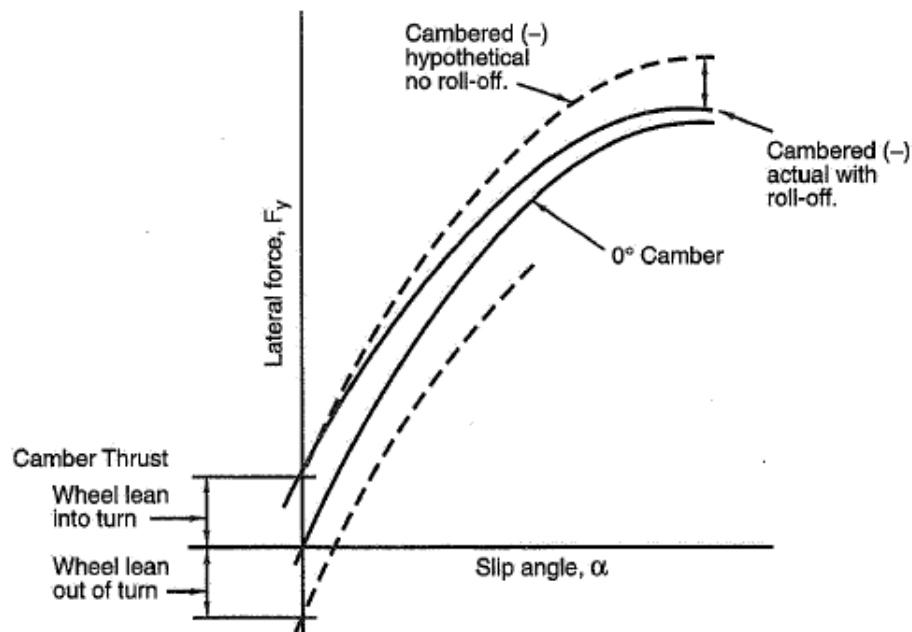


Figura 2.9 - Effetto della campanatura sulla curva della forza laterale

## 2.5 Sistema di riferimento

Il sistema di riferimento che si prenderà in considerazione per lo studio dello pneumatico è quello proposto dalla Society of Automotive Engineering (SAE), Figura 2.10. L'origine O si trova al centro dell'impronta della gomma, l'asse delle x è dato dall'intersezione fra il piano longitudinale della ruota e il piano stradale, mentre l'asse z è quello verticale, rivolto verso il basso e passante per O. L'asse y dunque rimane sul piano stradale ed è diretto secondo la regola della mano destra. Lo Slip Angle di conseguenza sarà positivo quando si apre in senso orario (nella vista in pianta). Un altro angolo importante è l'angolo di inclinazione del piano longitudinale della ruota rispetto alla verticale, detto "Inclination Angle" e indicato con  $\gamma$ , da non confondere con la campanatura.

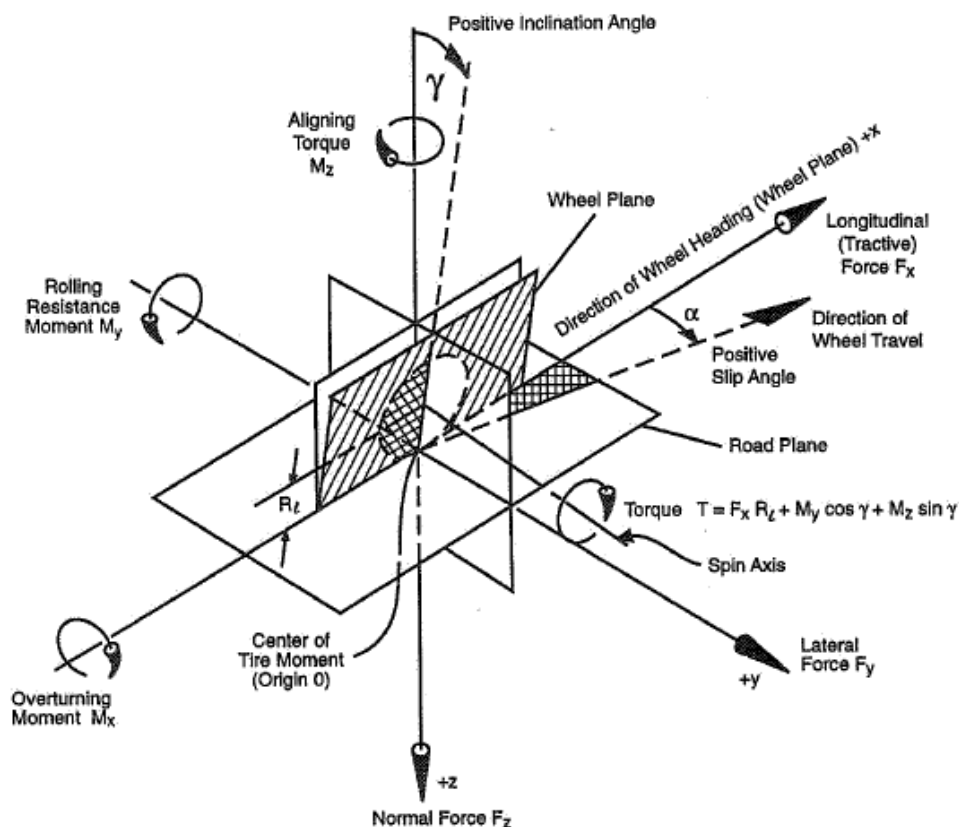


Figura 2.10 - Sistema di riferimento SAE per la ruota

Infatti, l'angolo di inclinazione è relativo al sistema di riferimento SAE della ruota, mentre la campanatura è relativa al telaio del veicolo. Seppur in modulo abbiano lo stesso valore, sottostanno ad una diversa convenzione dei segni, Figura 2.11.

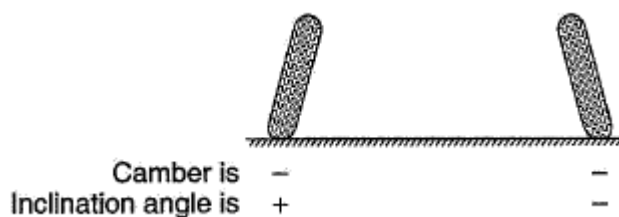


Figura 2.11 - Camber e Inclination Angle: convenzione dei segni

## 2.6 FSAE Test Tire Consortium (TTC)

La Formula SAE Test Tire Consortium (TTC) è un'organizzazione che allestisce e conduce test sugli pneumatici tipicamente utilizzati nelle competizioni di FSAE, in modo tale da ottenere i dati delle gomme relativi alle forze e ai momenti e metterli a disposizione di tutti i team che partecipano alle gare. È stato coinvolto anche l'istituto Calspan, che fornisce

la *Calspan Tire Test Machine*, ovvero la macchina per eseguire le prove sugli pneumatici. Essa prevede l'utilizzo di un nastro in movimento che simula l'asfalto, su cui viene fatta rotolare la ruota opportunamente sensorizzata: facendo variare lo Slip Angle o lo Slip Ratio o entrambi e misurando le forze e i momenti in gioco, è possibile caratterizzare il comportamento laterale, il comportamento longitudinale e quello in condizioni miste dello pneumatico. In particolare, si possono ricavare la curva della forza laterale in funzione dello Slip Angle e la curva della forza longitudinale in funzione dello Slip Ratio.

In prima istanza, per eseguire lo studio della vettura elettrica si è scelto di utilizzare i dati relativi agli pneumatici impiegati nella vettura precedente, già familiari alla squadra, ma questo non esclude di poter partire da pneumatici diversi. Le coperture scelte sono le Hoosier 18x6x10R25B, di cui il TTC ha fornito le curve di forza laterale in funzione dello Slip Angle per cinque livelli di forza verticale, come si può vedere in Figura 2.12.

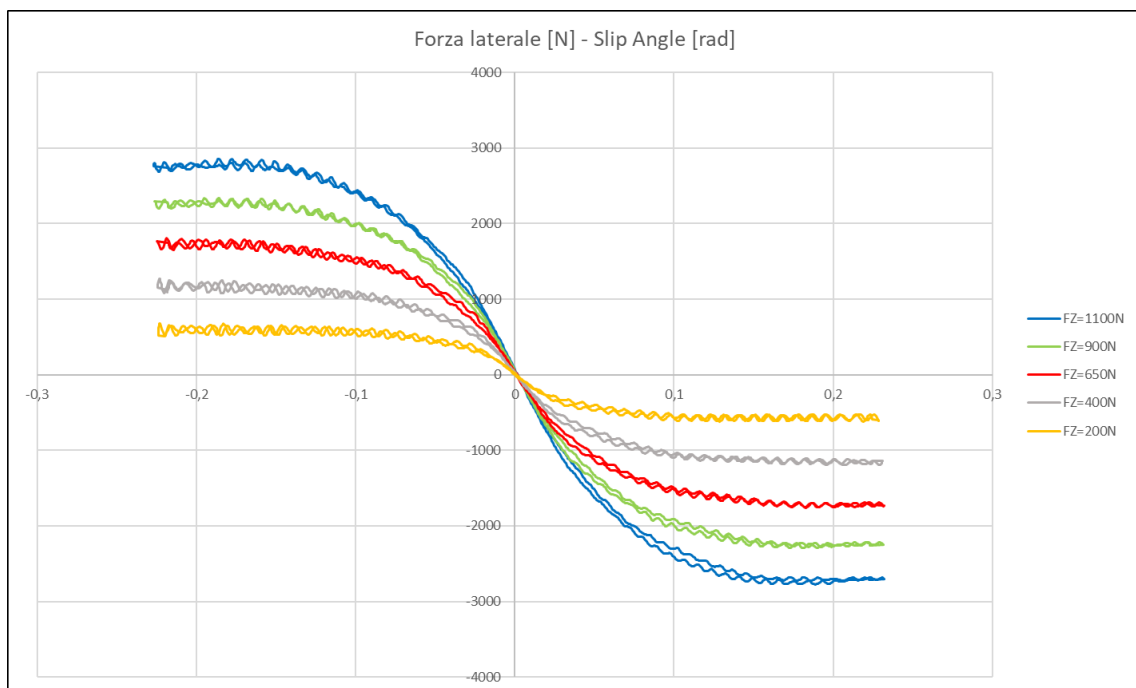


Figura 2.12 - Forza laterale vs. Slip Angle, per diversi valori di forza verticale

Essendo dei dati grezzi, registrano il fenomeno di isteresi della gomma e le oscillazioni della forza dovute alle vibrazioni nei test. Dal punto di vista qualitativo tali curve sono equivalenti a quelle di Figura 2.4, con la differenza che, avendo considerato un sistema di riferimento diverso, risultano simmetriche rispetto all'asse delle ordinate.

Per ogni livello di forza verticale, gli pneumatici sono stati testati imponendo tre valori diversi di angolo di inclinazione, come si può notare in Figura 2.13.

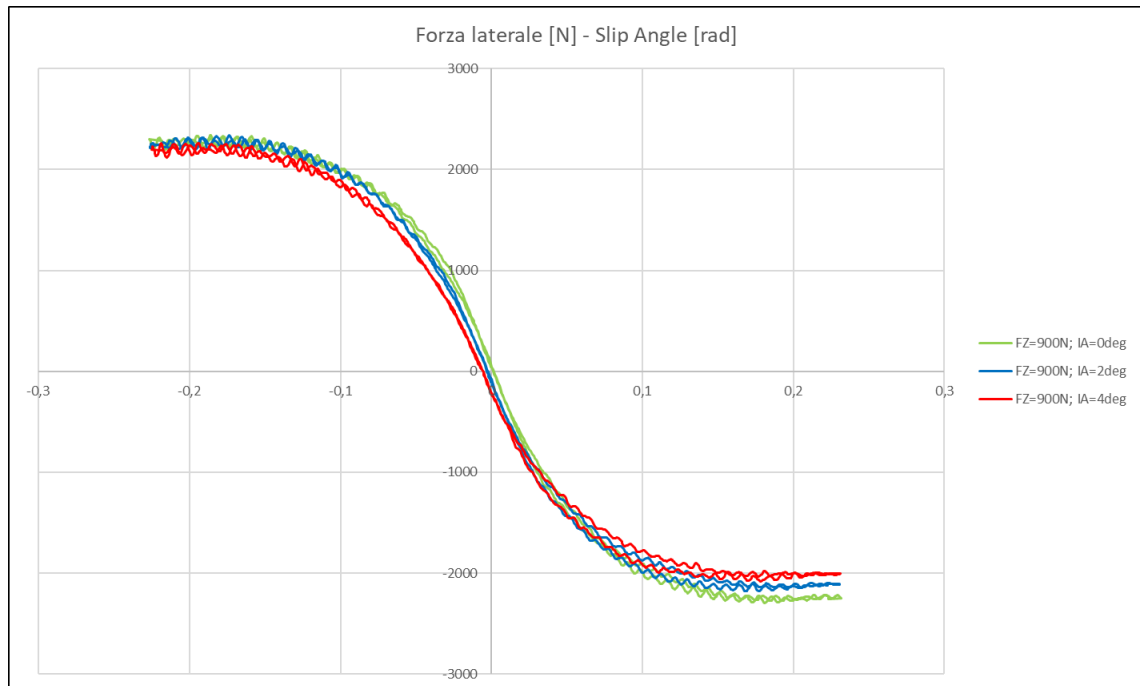


Figura 2.13 - Forza laterale vs. Slip Angle, per diversi valori di angolo di inclinazione

Nelle Figure 2.14 e 2.15, si possono vedere invece i dati grezzi di forza longitudinale in funzione dello Slip Ratio, anch'essi per diversi valori di carico verticale e di campanatura.

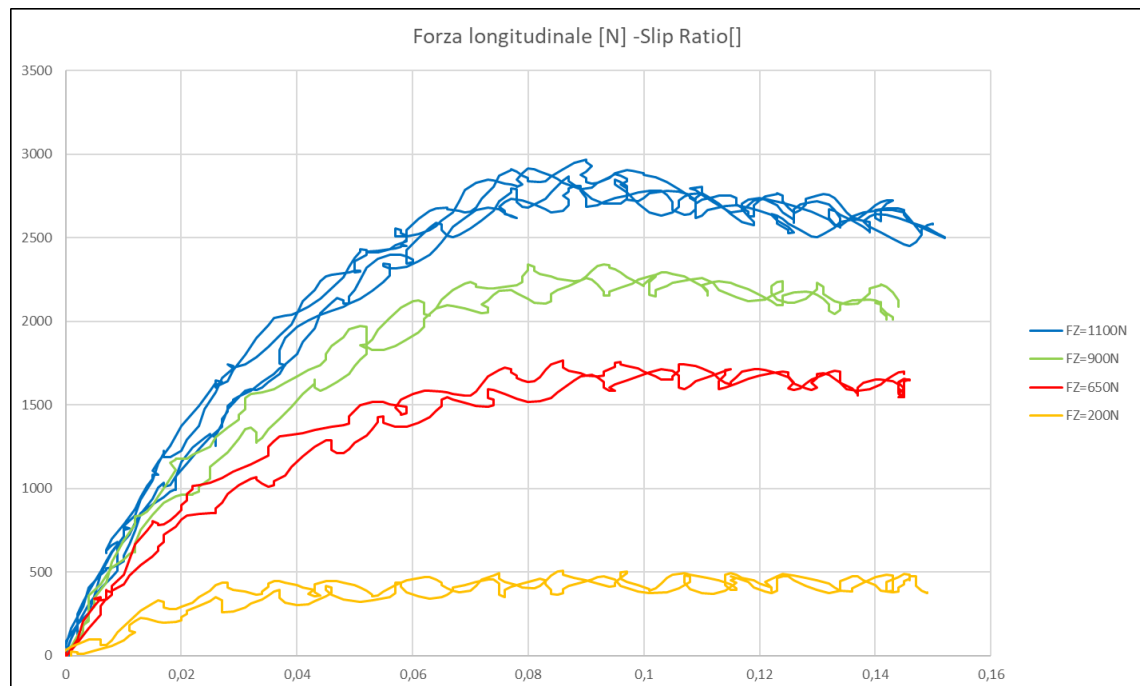


Figura 2.14 - Forza longitudinale vs. Slip Ratio, per diversi valori di forza verticale

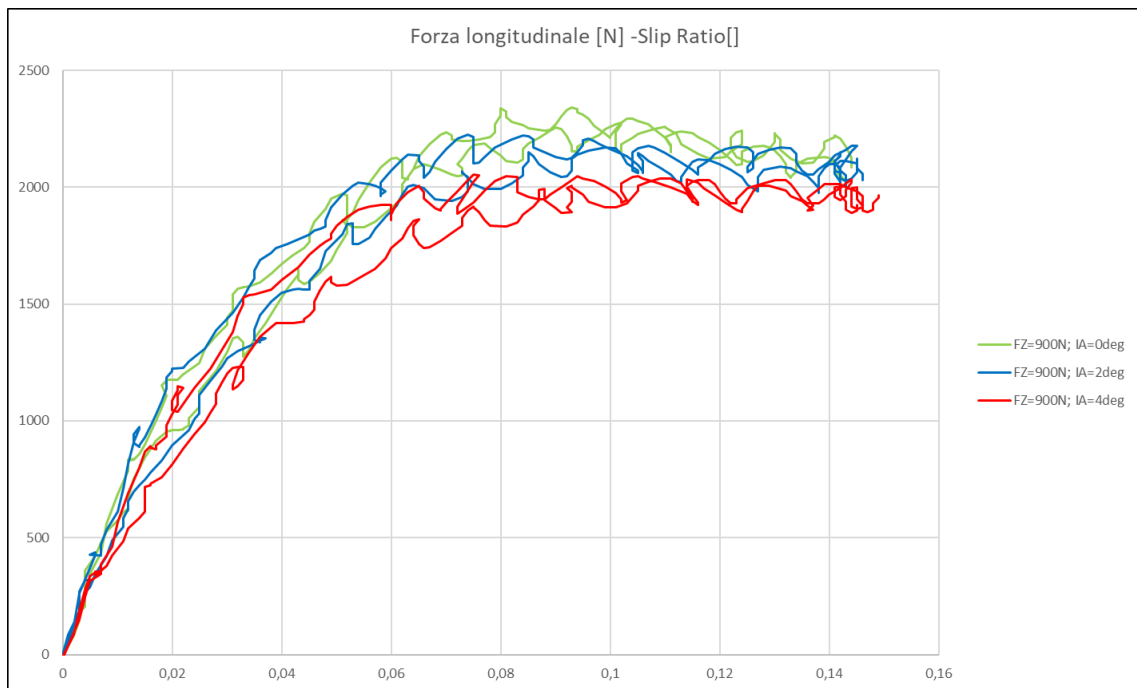


Figura 2.15 - Forza longitudinale vs. Slip Ratio, per diversi valori di angolo di inclinazione

## 2.7 Normalizzazione dei dati degli pneumatici

I dati degli pneumatici acquisiti dal TTC sono di fondamentale importanza per lo studio del comportamento dinamico del veicolo, ma presi in questa forma non risultano di alcuna utilità. Innanzitutto, sono presentati come una nuvola di punti nei piani Forza laterale-Slip Angle e Forza longitudinale-Slip Ratio, perciò debbono essere opportunamente interpolati per ottenere dei dati numerici usufruibili. Una valida interpolazione può essere eseguita con la “**Magic Formula**” proposta dall’ingegnere olandese Hans B. Pacejka, che ha la seguente forma:

$$y(x) = D \cdot \sin\{C \cdot \tan^{-1}[B(1 - E)x + E \cdot \tan^{-1}(Bx)]\} \quad (2.2)$$

dove  $x$  e  $y$  sono rispettivamente lo Slip Angle e la forza laterale oppure lo Slip Ratio e la forza longitudinale, mentre gli altri parametri danno forma alla curva in modo tale che corrisponda alla nuvola di punti relativa ad un determinato valore di carico verticale.

Tuttavia anche se si eseguisse correttamente il *fitting* delle curve, si hanno a disposizione solamente i dati relativi a quattro o cinque livelli di forza verticale, che potrebbero essere ben distanti dalle condizioni di carico che subiscono le ruote nella realtà. In aggiunta a ciò, bisogna considerare che i test vengono condotti utilizzando un nastro caratterizzato da un *grip* molto

più alto di quello tipico stradale, perciò i coefficienti di attrito laterale e longitudinali ( $\mu_x$  e  $\mu_y$ ) risultano essere più elevati. Ciò avviene sia perché il nastro è composto da un materiale diverso dall'asfalto in quanto deve essere flessibile per ruotare continuamente su se stesso, sia perché via via che il test procede si deposita sempre più gomma su di esso (in gergo si dice per l'appunto che "si gomma").

Per i motivi elencati, le curve dei dati grezzi, per essere utilizzate, devono subire un processo di **normalizzazione**. Il primo passo da fare è quello di preparare le curve: è necessario fare una media fra le forze laterali (o longitudinali) corrispondenti a valori opposti della variabile indipendente, così da rendere le curve grezze simmetriche rispetto all'origine e passanti per essa. Successivamente si procede con la vera e propria normalizzazione. La forza laterale normalizzata è definita come:

$$\bar{F}_y = \frac{F_y}{\mu_y \cdot F_z} \quad (2.3)$$

mentre lo Slip Angle normalizzato diventa:

$$\bar{\alpha} = \frac{C \cdot \tan \alpha}{\mu_y \cdot F_z} \quad (2.4)$$

dove  $\alpha$  e  $F_y$  sono rispettivamente lo Slip Angle e la forza laterale dei dati grezzi,  $\mu_y$  è il coefficiente di attrito laterale e  $C$  è il *cornering stiffness* accennato precedentemente.

Per quanto riguarda la forza longitudinale, le formule sono analoghe:

$$\bar{F}_x = \frac{F_x}{\mu_x \cdot F_z}; \quad \bar{\sigma} = \frac{k_x \cdot \sigma}{\mu_x \cdot F_z} \quad (2.5)$$

In questo caso  $k_x$  è l'inclinazione della curva di forza longitudinale in funzione dello Slip Ratio nell'origine, ovvero l'equivalente di  $C$ .

Il risultato di questa normalizzazione è che, per ogni angolo di inclinazione, tutte le curve relative a carichi verticali diversi si "comprimono" in una singola nuvola di punti (Figura 2.16) che può essere interpolata, in maniera unica, con la Magic Formula (Figura 2.17). La normalizzazione "specchia" le curve, ma come si vedrà questo non inficerà sul risultato.

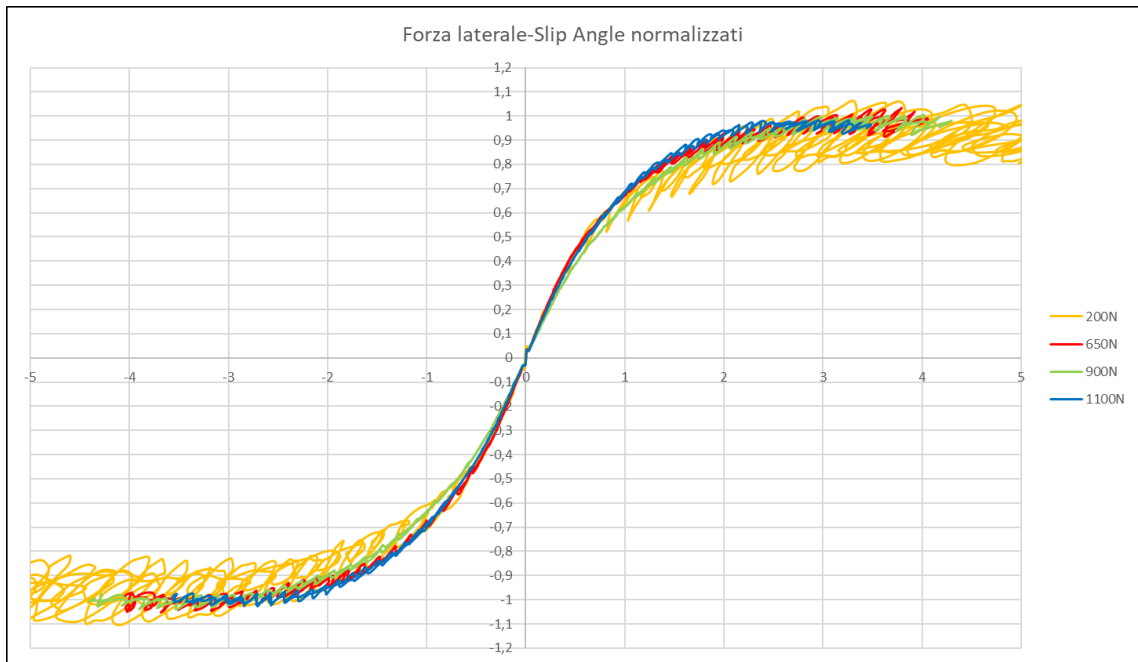


Figura 2.17 - Normalizzazione dei dati grezzi degli pneumatici

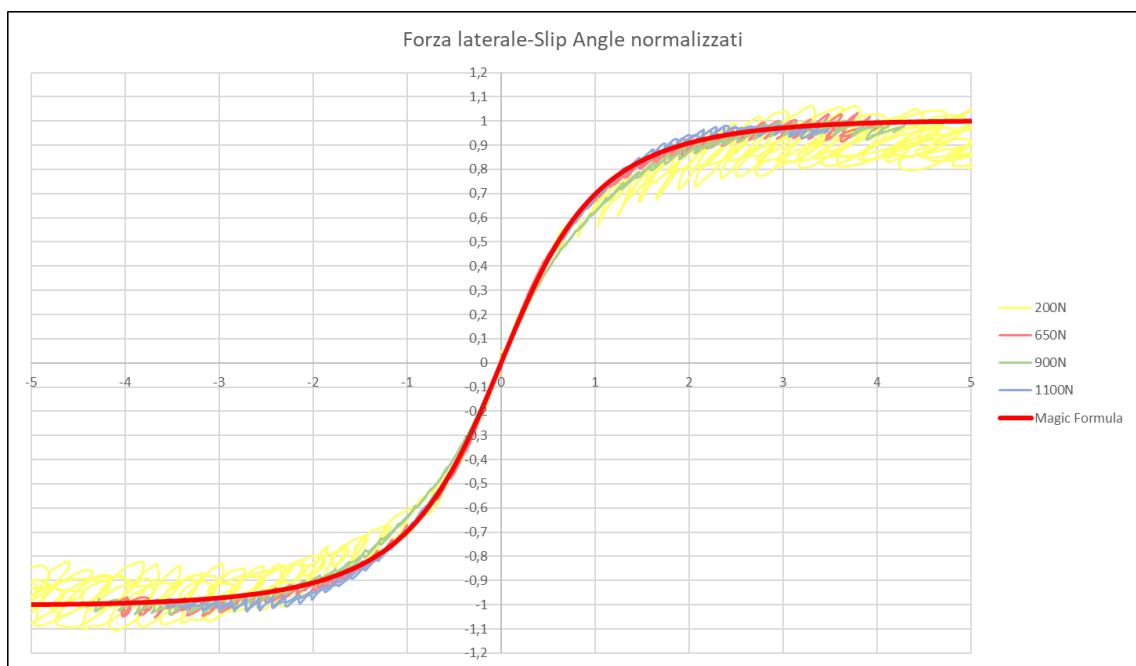


Figura 2.16 - Interpolazione con Magic Formula dei dati normalizzati

Per il processo di normalizzazione dei dati grezzi relativi agli pneumatici Hoosier presi in considerazione, è stato utilizzato un *Live Script* di MATLAB creato da un ex membro del team di Formula SAE "Monash Motorsport" e messo a disposizione di tutti. Grazie a tale programma, è stato possibile trovare i valori dei parametri di B, C, D ed E della Magic Formula in modo tale da interpolare con un'unica funzione le curve normalizzate ("comprese").



In realtà, tali parametri B, C, D ed E vengono forniti sottoforma di funzioni algebriche polinomiali: essi infatti dipendono dalla campanatura e dalla pressione. Essendo la pressione fissa, la dipendenza si riduce solamente all'angolo di inclinazione della ruota. Nella pratica, per ogni valore di campanatura, le curve relative a ciascun livello di carico verticale vengono compresse in un'unica nuvola di punti che viene interpolata con la Magic Formula. Variando l'angolo di camber, si modifica la nuvola di punti e così i parametri della formula interpolante devono essere corretti in modo tale da adattare la curva alla nuova configurazione.

## 2.8 Riconversione dei dati normalizzati

Ora risulta chiaro il motivo per cui si esegue la normalizzazione. A questo punto infatti, a partire dalla funzione  $\bar{F}_y(\bar{\alpha})$  o  $\bar{F}_x(\bar{\sigma})$ , ottenuta con la Magic Formula per un determinato valore di campanatura, sarà sufficiente ripercorrere a ritroso il processo di normalizzazione, per "riespandere" i dati degli pneumatici e ottenere così le curve delle forze laterale e longitudinale relative ai valori richiesti di carico verticale, campanatura e coefficiente di attrito. Ciò significa che si dovranno utilizzare le formule inverse delle equazioni (2.3), (2.4) e (2.5), inserendo i valori desiderati di  $F_z$ ,  $\mu$  e di C (o  $k_x$ ).

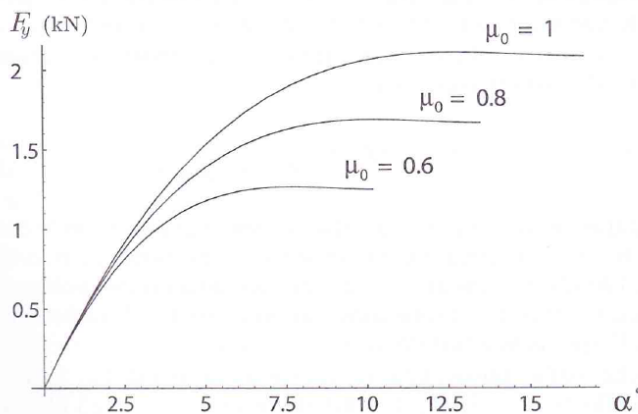


Figura 2.18 - Indipendenza di C dal coefficiente di attrito laterale

Mentre la campanatura, il carico verticale e il coefficiente di attrito dipendono dalla posizione della ruota rispetto alla strada, dalla distribuzione delle forze verticali e dallo stato dell'asfalto – ovvero dalle condizioni esterne – C e  $k_x$  dipendono dal carico

verticale e dalle caratteristiche della mescola dello pneumatico, ma non da quelle della strada. In Figura 2.18 [2], si può cogliere l'indipendenza del Cornering Stiffness, ovvero l'inclinazione della curva di forza laterale all'origine, dal coefficiente di attrito laterale  $\mu_y$ .

Per questo motivo, sarà sufficiente ottenere la curva di C - o di  $k_x$  - in funzione del carico verticale dai dati grezzi forniti dal TTC e inserire nella

formula inversa di (2.4) – o di (2.5) – il valore corretto. Ovviamente si hanno a disposizione solo le quantità relative ai quattro o cinque livelli di forza verticale, ma queste si possono interpolare con una formula molto simile a quella proposta da Pacejka, che è la seguente [2]:

$$C(o k_x) = a_0 \cdot \sin[2 \cdot \tan^{-1}(F_z/a_1)] \quad (2.6)$$

la quale corrisponde alla curva di Figura 2.19.

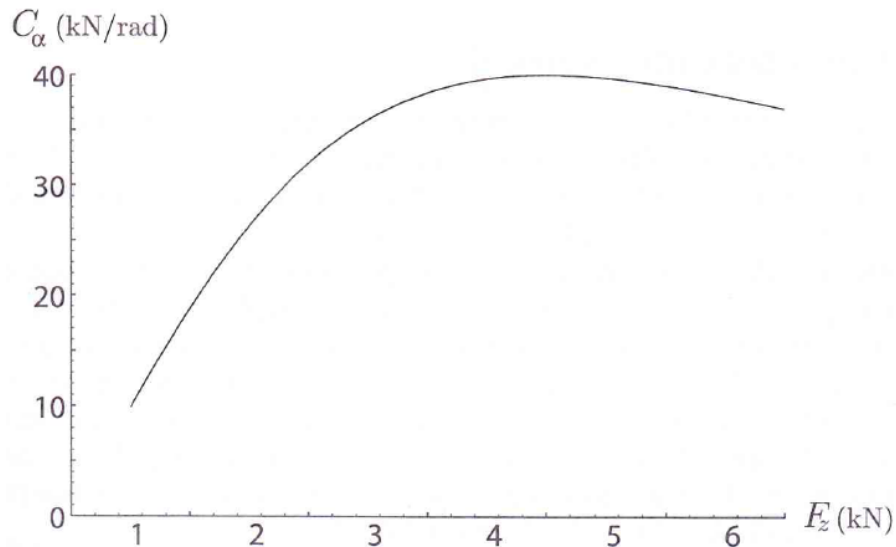


Figura 2.19 - Cornering Stiffness vs. Carico Verticale

Alla fine della riconversione, si ottengono dei dati delle gomme che possono essere utilizzati nello studio della vettura elettrica, Figura 2.20. In blu si può vedere la curva Forza Laterale-Slip Angle per un determinato valore di forza verticale e relativa al coefficiente di attrito laterale dei test, stimato attorno a 2,6. In rosso invece è rappresentata la curva per lo stesso carico verticale, ma relativa al  $\mu_y$  reale, stimato attorno a 1,55 in base ai dati delle vetture precedenti. Da notare come la pendenza a Slip Angle nullo sia la stessa.

Con la riconversione, le curve tornano alla configurazione iniziale, a riprova del fatto che la “specchiatura” subita dalle curve per via della normalizzazione non influenza il risultato finale.

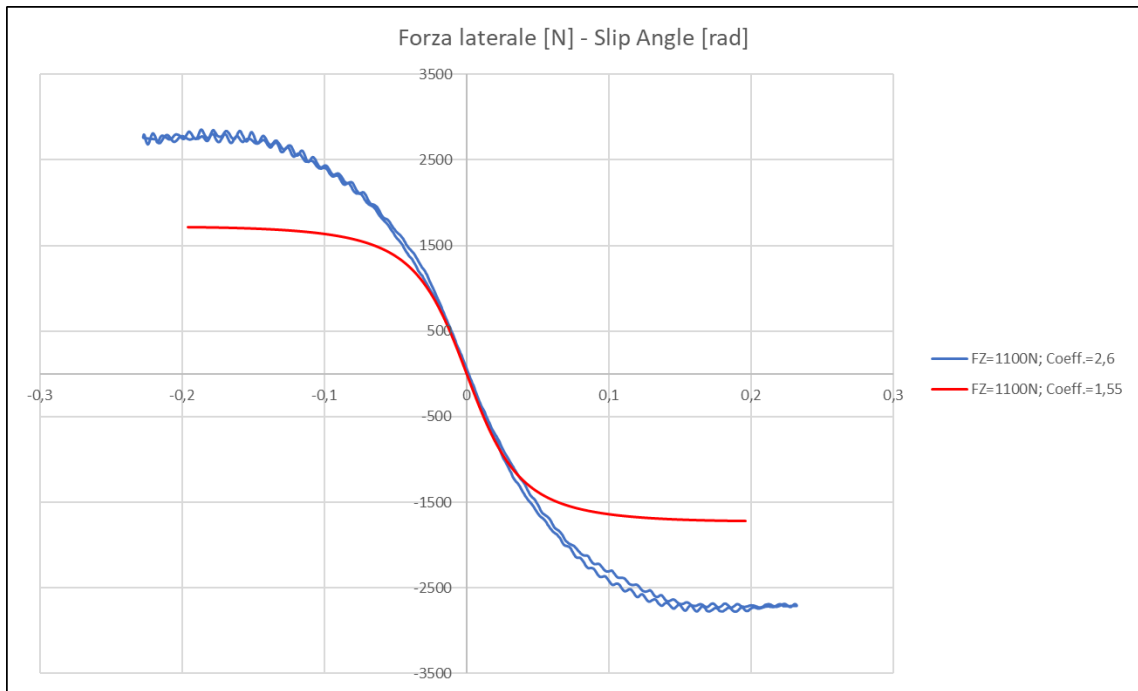


Figura 2.20 - Forza laterale vs. Slip Angle a diversi valori di coefficiente di attrito laterale

Per quanto riguarda il comportamento longitudinale, il procedimento e i risultati sono analoghi.

### 3 Dinamica del veicolo

#### 3.1 Sistema di riferimento

Il sistema di riferimento che si prende in considerazione per lo studio della dinamica del veicolo è un sistema di assi cartesiani che rimane fisso alla vettura e si muove con la stessa [1]. Esso viene determinato considerando l'auto come composta dalla *massa non sospesa* e dalla *massa sospesa*, collegate fra loro dall'asse di rollio (l'angolo di rollio può essere ritenuto una variabile che specifica la relazione cinematica fra i due sistemi). La Figura 3.1 mostra il sistema di riferimento ottenuto dall'unione dei sistemi relativi alle due masse.

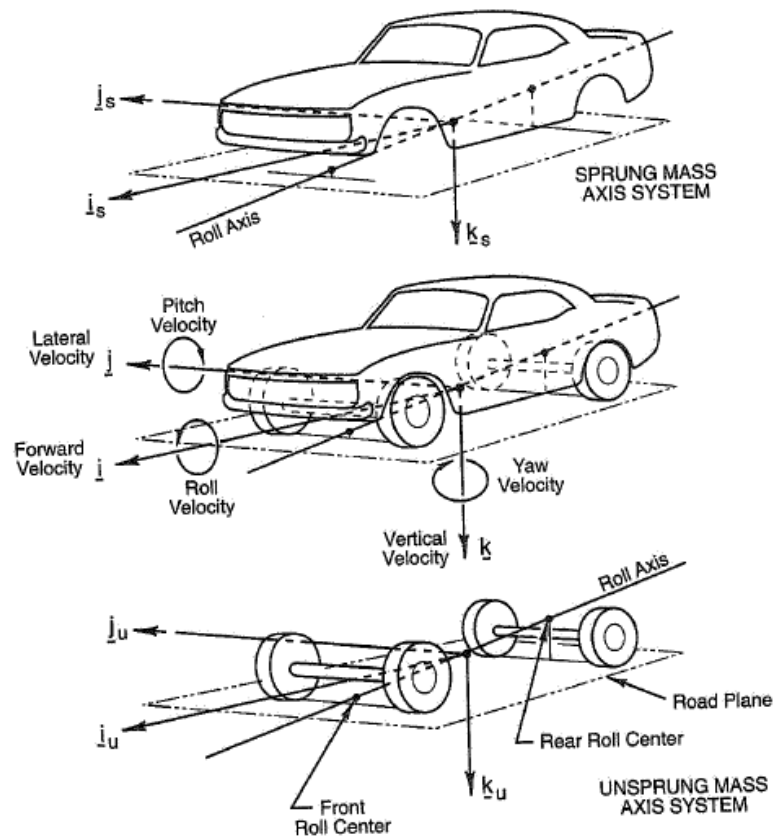


Figura 3.1 - Determinazione del sistema di riferimento del veicolo

Si arriva così al sistema di riferimento ortogonale proposto dalla SAE, che prevede l'asse  $x$  in posizione longitudinale e positivo verso avanti, lungo cui giace la componente longitudinale "u" della velocità. L'asse  $z$  è perpendicolare alla strada e rivolto verso il basso. L'asse  $y$  invece è in posizione trasversale e positivo verso la destra del pilota: lungo  $y$  si trova la componente laterale "v" della velocità del veicolo. L'origine del sistema di

riferimento è lo stesso di quelli delle masse *sospese* e *non sospese* ed è determinato dall'intersezione fra l'asse di rollio e la perpendicolare passante per il centro di massa della vettura, Figura 3.2.

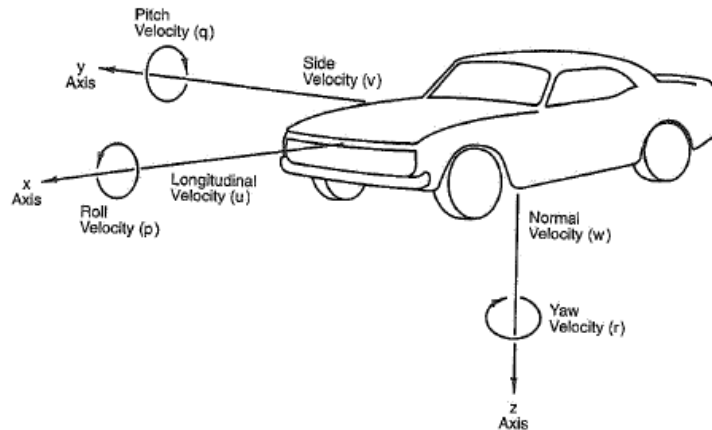


Figura 3.2 - Sistema di riferimento SAE

Si possono anche definire le velocità di rotazione attorno agli assi: la velocità di rollio attorno a x, la velocità di beccheggio attorno a y e la velocità di imbardata attorno a z.

Se a questo punto si considera un sistema di riferimento XY fisso alla strada su cui si muove il veicolo (Figura 3.3), si possono definire l'accelerazione longitudinale in direzione x della vettura e l'accelerazione laterale in direzione y, la quale in condizioni di stazionarietà è pari al prodotto fra l'accelerazione centripeta e il coseno dell'*angolo di assetto* " $\beta$ ", detto anche *Sideslip Angle*.

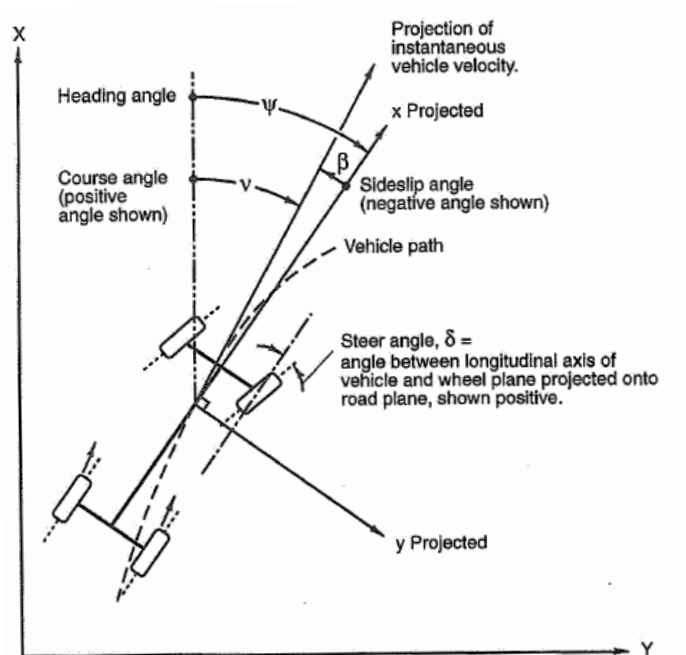


Figura 3.3 - Sideslip Angle

Quest'ultimo è l'angolo fra la direzione in cui è rivolto l'asse longitudinale del veicolo e la direzione della velocità. Essendo in genere molto piccolo, si può considerare l'accelerazione laterale uguale a quella centripeta.

## 3.2 Comportamento in curva in condizioni di stazionarietà

### 3.2.1 Modello monotraccia

Per l'analisi del comportamento in curva in condizioni di stazionarietà, che sta alla base dello studio della vettura elettrica durante la prova di Skidpad, si parte da una prima grande semplificazione: il modello monotraccia. Tale modello considera il veicolo come un sistema a due ruote che percorre una curva a velocità costante, senza trasferimento longitudinale né movimenti di rollio e beccheggio. Grazie a tale modello semplificato si possono studiare gli effetti del Cornering Stiffness, della posizione del centro di massa e dell'angolo di sterzo sull'imbardata e l'angolo di Sideslip.

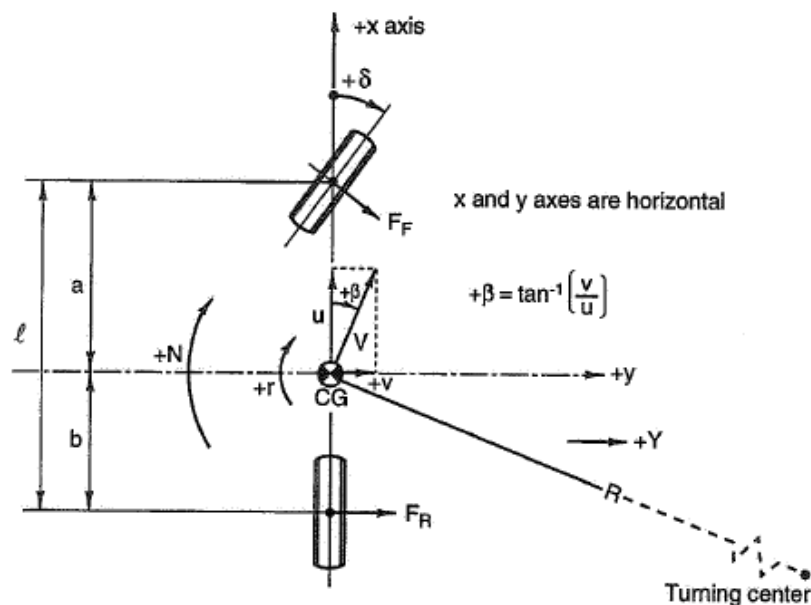


Figura 3.4 - Modello monotraccia

Un'altra assunzione che si fa per rendere lo studio semplificato ma pur sempre affidabile riguarda gli angoli, che saranno considerati piccoli. In questo modo il seno può essere sostituito con l'angolo e il coseno con il valore 1. L'approssimazione del seno non va oltre il 2% per angoli minori di 20 gradi; per il coseno invece non si deve andare oltre ai 10 gradi.

Ora, una vettura che percorre una curva in condizioni di stazionarietà a velocità molto basse può essere descritta fedelmente dal modello presentato: le accelerazioni longitudinali e laterali sono trascurabili, gli Slip Angle sono nulli e le ruote rotolano su dei cerchi concentrici, uno leggermente più grande dell'altro. L'angolo di sterzo si può calcolare geometricamente come  $\delta_{\text{Ackermann}}=l/R$ , dove "l" è il passo del veicolo e "R" è

il raggio della curva, Figura 3.5. Tale angolo viene detto “*Angolo di sterzo Ackermann*”, da non confondere con lo “*Sterzo di Ackermann*”, che invece è una configurazione dello sterzo che fa sì che la ruota più interna giri con un angolo maggiore di quella esterna, in modo tale che tutti gli pneumatici siano tangenti ai cerchi concentrici che hanno i centri coincidenti al centro curva, Figura 3.6. Le altre configurazioni sono lo “*sterzo parallelo*”, che sarà la tipologia considerata durante tutto lo studio presentato in questo elaborato, e lo “*sterzo Anti-Ackermann*”.

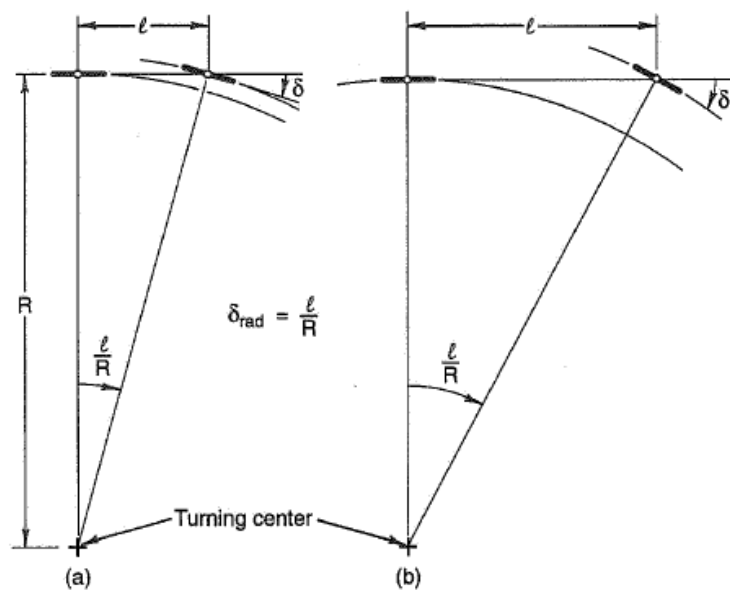


Figura 3.5 - Angolo di sterzo Ackermann

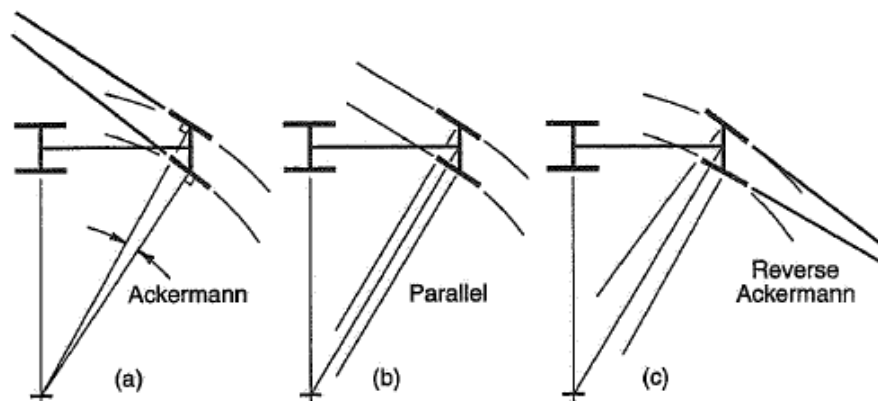


Figura 3.6 - Sterzo di Ackermann, sterzo parallelo e sterzo Anti-Ackermann (Reverse Ackermann)

### 3.2.2 Veicolo neutro in curva in condizioni stazionarie

Tramite il modello monotraccia si può eseguire lo studio del veicolo neutro (cioè che non subisce né sovrasterzo né sottosterzo) che percorre una curva in condizioni stazionarie a velocità costante e sostenuta, tale per cui l'accelerazione laterale non può più essere trascurata. La forza inerziale posseduta dal veicolo - massa  $m$  moltiplicata per l'accelerazione laterale centripeta ( $V^2/R$ ) - deve essere contrastata dalle reazioni degli pneumatici,  $Y_F$  e  $Y_R$  (Figura 3.7, nel disegno  $C_F = C_R$  = forza centrifuga).

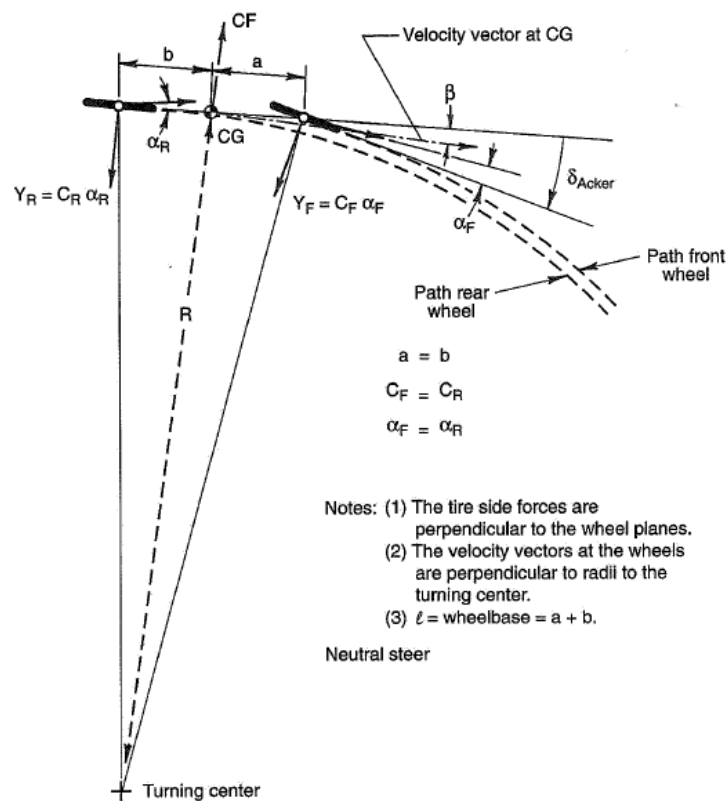


Figura 3.7 - Veicolo neutro che percorre una curva in condizioni stazionarie

Considerando in prima battuta un andamento lineare del comportamento delle gomme ( $F_{laterale} = Y = C \cdot \alpha$ ), l'equazione di equilibrio delle forze è:

$$m \cdot a_{lat} = Y_F + Y_R = C_F \cdot \alpha_F + C_R \cdot \alpha_R \quad (3.1)$$

mentre quella dei momenti è:

$$C_F \cdot \alpha_F \cdot a = C_R \cdot \alpha_R \cdot b. \quad (3.2)$$

Se si assume che il centro di massa sia a metà del passo ( $a=b=l/2$ ) e che le ruote anteriore e posteriore sono uguali ( $C_F=C_R$ ), allora per la 3.2 si ha  $\alpha_F=\alpha_R$ .



Anche se compare un angolo di assetto  $\beta$ , lo Slip Angle posteriore  $\alpha_R$  fa "sterzare" il veicolo in modo tale da compensare l'effetto sottosterzante dello Slip Angle anteriore  $\alpha_F$  e così l'angolo di sterzo rimane quello cinematico di Ackermann ( $\delta=l/R$ ). Il veicolo dunque non presenta né sovrasterzo né sottosterzo.

### 3.2.3 Veicolo sottosterzante in curva in condizioni stazionarie

Se ora si sposta in avanti il centro di massa ( $a < b$ ), sempre considerando  $C_F = C_R$ , per la 3.2 si ha che  $\alpha_F > \alpha_R$ .

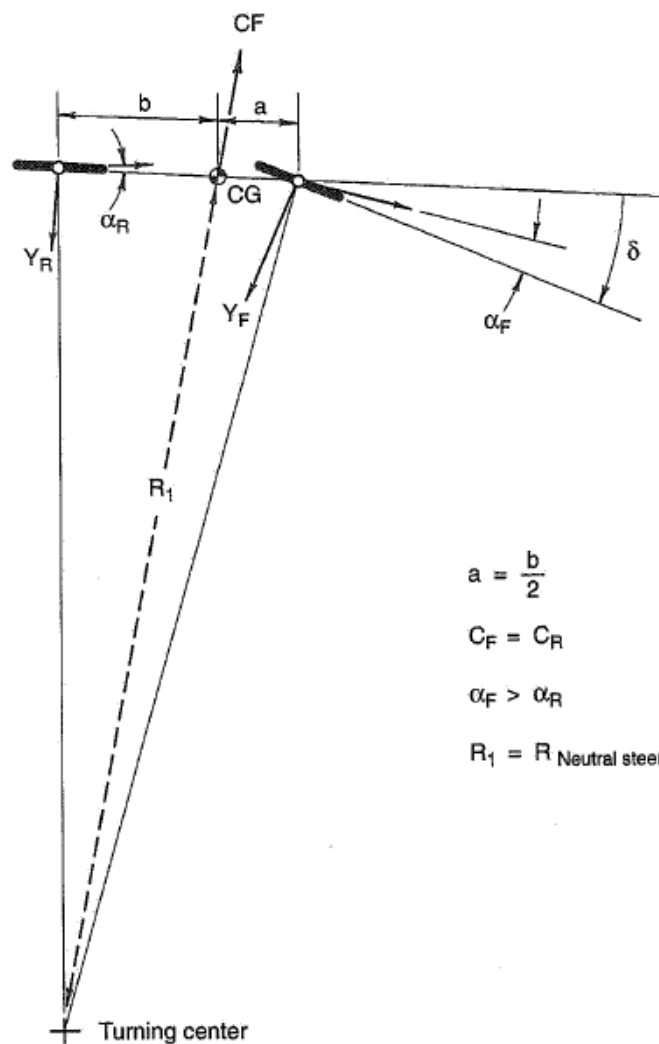


Figura 3.8 - Veicolo sottosterzante che percorre una curva in condizioni stazionarie

In questo caso dunque, l'angolo di deriva posteriore non riesce a compensare l'effetto di quello anteriore e così, per percorrere la curva, è necessario imporre un angolo di sterzo maggiore di quello di Ackermann:

$$\delta = \delta_{Ackermann} + (-\alpha_F + \alpha_R) = \frac{l}{R} + (-\alpha_F + \alpha_R). \quad (3.3)$$

Da notare che gli  $\alpha$  sono negativi nelle curve a destra per la convenzione dei segni dettata dalla SAE.

Il veicolo in questo caso risulta avere un comportamento sottosterzante.

### 3.2.4 Veicolo sovrasterzante in curva in condizioni stazionarie

Se invece il centro di massa si sposta indietro ( $a > b$ ), si ottiene il caso opposto, ovvero  $\alpha_F < \alpha_R$ .

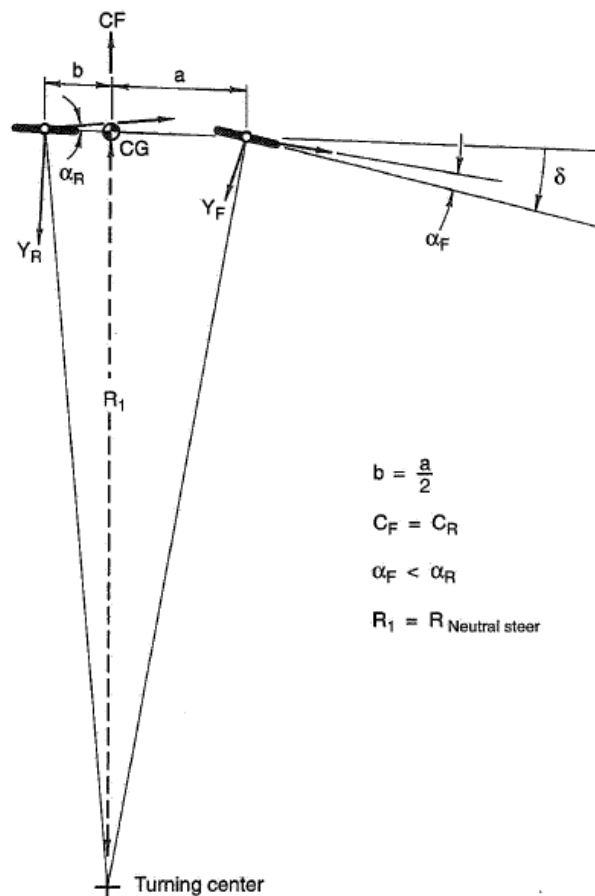


Figura 3.9 - Veicolo sovrasterzante che percorre una curva in condizioni stazionarie

L'angolo di sterzo questa volta sarà minore di quello geometrico di Ackermann (la formula rimane la 3.3) e il veicolo sarà sovrasterzante.

Lo studio delle tre tipologie di veicolo in curva in condizioni stazionarie evidenzia l'effetto della posizione del centro di massa sugli Slip Angle e sulla distribuzione delle forze laterali fra i due assali, fondamentale nell'analisi della vettura elettrica che percorre il tracciato della prova di Skidpad.

### 3.2.5 Relazioni cinematiche fra Slip Angle

Per legare gli Slip Angle anteriore e posteriore al Sideslip Angle  $\beta$  e quindi alla componente laterale della velocità ( $v=V \cdot \sin\beta \approx V \cdot \beta$ ), si possono analizzare singolarmente le due ruote del modello monotraccia. La Figura 3.10 mostra lo Slip Angle e le velocità nel posteriore.

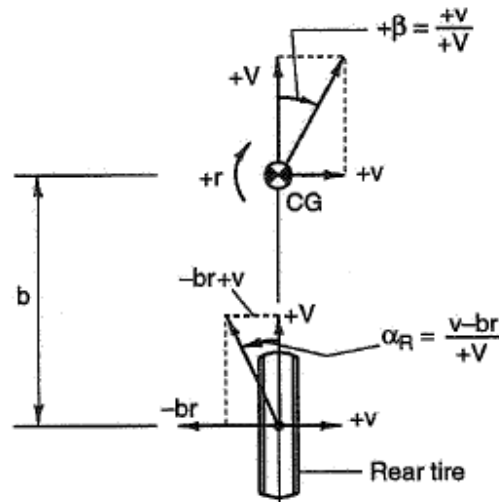


Figura 3.10 - Velocità sulla ruota posteriore

Se il veicolo sperimenta una velocità longitudinale  $V$  ( $V=u/\cos\beta \approx u$ ) e una velocità laterale  $v$  in corrispondenza del centro di massa, anche la ruota posteriore avrà tali velocità. Inoltre, se nel centro di massa si ha una velocità di imbardata  $r$  pari a  $V/R$ , allora sulla ruota posteriore si avrà una componente di velocità laterale pari a  $-b \cdot r$  che si va a sottrarre a  $v$ . L'angolo di deriva posteriore si può dunque scrivere come:

$$\alpha_R = \frac{v - b \cdot r}{V} = \frac{v}{V} - \frac{b \cdot r}{V} = \beta - \frac{b \cdot r}{V} \quad (3.4)$$

All'anteriore la situazione è analoga (Figura 3.11 ed equazione 3.5).

$$\alpha_F = \frac{v + a \cdot r}{V} - \delta = \frac{v}{V} + \frac{a \cdot r}{V} - \delta = \beta + \frac{a \cdot r}{V} - \delta. \quad (3.5)$$

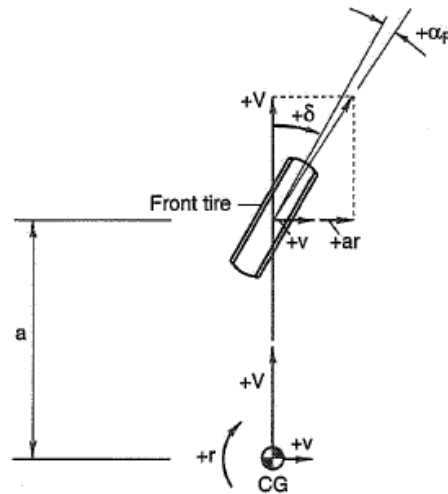


Figura 3.11 - Velocità sulla ruota posteriore

### 3.2.6 Dal modello monotraccia al veicolo a quattro ruote

A questo punto si vuole generalizzare la trattazione passando dal semplice modello monotraccia al veicolo a quattro ruote. In particolare, per lo studio della vettura elettrica in curva sarà interessante trovare le relazioni che legano i due Slip Angle nella schematizzazione a due ruote ai quattro Slip Angle del veicolo reale.

Nel modello monotraccia, conoscendo le condizioni di percorrenza della curva ( $r$  e  $V$ ) e la posizione del centro di massa ( $a$  e  $b$ ), è possibile calcolare l'angolo di assetto  $\beta$  a partire da  $\alpha_F$  e  $\alpha_R$  tramite le formule 3.4 e 3.5. Di conseguenza sarà nota la velocità laterale  $v = V \cdot \sin \beta \approx V \cdot \beta$ .

In questo modo, grazie a delle relazioni puramente cinematiche (Figure 3.12 e 3.13), si possono trovare gli Slip Angle delle gomme del veicolo reale [2]:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{ant\_int} &= -\delta + \tan^{-1} \left( \frac{v + r \cdot a}{V - r \cdot t_F/2} \right) \\
 \alpha_{ant\_est} &= -\delta + \tan^{-1} \left( \frac{v + r \cdot a}{V + r \cdot t_F/2} \right) \\
 \alpha_{post\_int} &= \tan^{-1} \left( \frac{v - r \cdot b}{V - r \cdot t_R/2} \right) \\
 \alpha_{post\_est} &= \tan^{-1} \left( \frac{v - r \cdot b}{V + r \cdot t_R/2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Nelle formule i termini  $t_F$  e  $t_R$  rappresentano le carreggiate anteriore e posteriore.

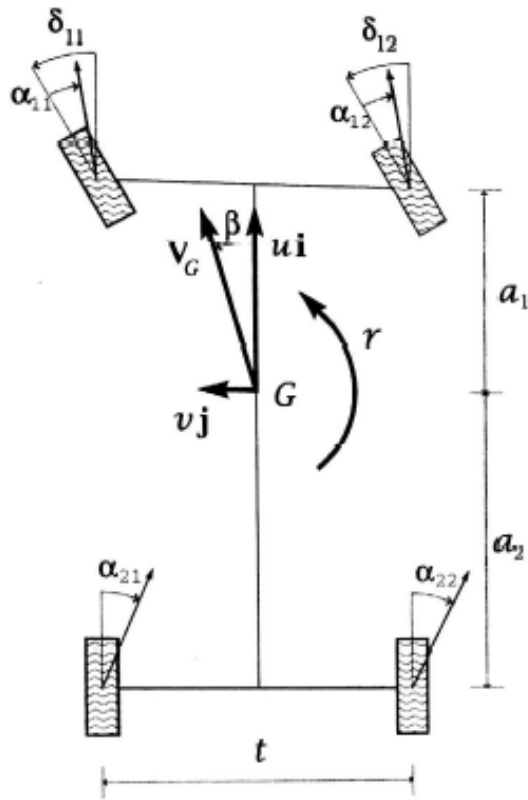


Figura 3.12 - Slip Angle nel veicolo a quattro ruote

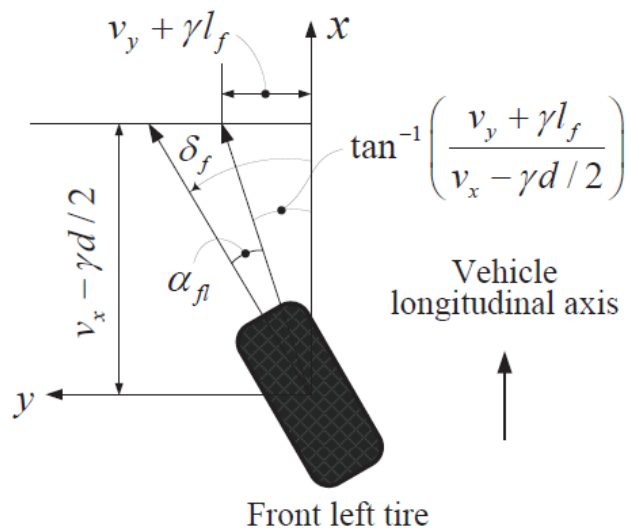


Figura 3.13 - Relazioni cinematiche degli Slip Angle

### 3.3 Geometria del sistema sospensivo

#### 3.3.1 Introduzione alla geometria delle sospensioni

Il sistema sospensivo e la sua geometria sono fondamentali per la dinamica del veicolo in quanto dettano il movimento relativo fra la *massa sospesa* e quella *non sospesa* e controllano le forze scambiate fra di loro.

Esistono diverse tipologie di sospensioni, ma in questo studio si prenderanno in considerazione le sospensioni indipendenti, in particolare quelle composte da una coppia di triangoli (“*double A-arm*”) più un braccetto per la convergenza e/o lo sterzo, Figura 3.14.

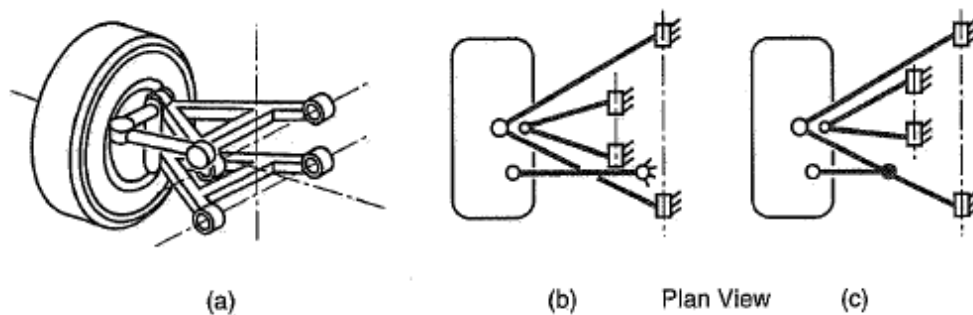


Figura 3.14 – Sospensione con coppia di triangoli e braccetto della convergenza. Quest’ultimo può essere collegato direttamente al telaio (b) oppure ad un triangolo (c)

Al posteriore, il braccetto della convergenza evita alla ruota di sterzare attorno all’asse che passa fra le punte dei triangoli. Inoltre, in base alla sua lunghezza, regola l’angolo di inclinazione fra la direzione della ruota e la direzione longitudinale del veicolo. Tale angolo viene detto per l’appunto “*angolo di convergenza*”, Figura 3.15.



Figura 3.15 - Convergenza

All’anteriore, il braccetto in questione è quello dello sterzo, che oltre a manovrare le ruote, serve anche a regolarne la convergenza.

### 3.3.2 Centro di istantanea rotazione

Il centro di istantanea rotazione è un punto immaginario attorno cui ruota la sospensione in una determinata posizione (ecco perché “istantanea”). Osservandola in vista frontale (front view), la sospensione può essere considerata come un quadrilatero e i triangoli superiore e inferiore come delle aste. La Figura 3.16 mostra come trovare il centro di istantanea rotazione a partire dalla posizione dei braccetti e come questi ultimi possono essere sostituiti da un’unica asta di collegamento.

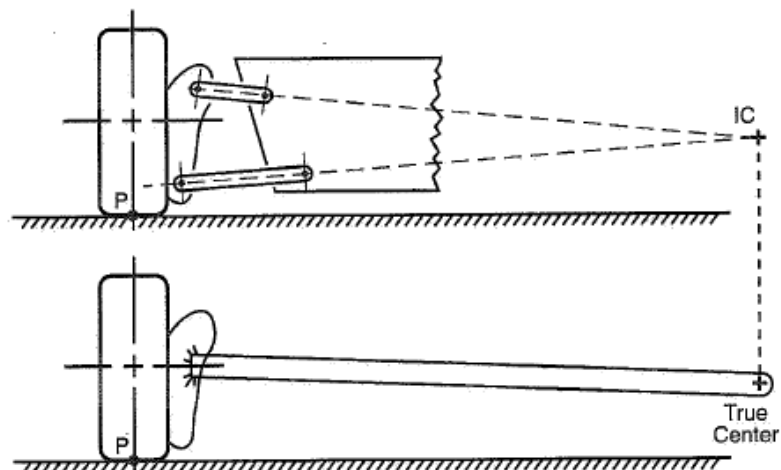


Figura 3.16 - Centro di istantanea rotazione in vista frontale

Ovviamente, quando il sistema sospensivo si muove, il centro si sposta. La sua posizione istante per istante e la velocità con cui si muove con il modificarsi della collocazione della sospensione dipende dalle lunghezze assoluta e relativa dei braccetti. Nelle vetture da competizione si cerca di avere i triangoli superiori più corti rispetto a quelli inferiori (come rappresentati in Figura 3.16) in modo tale che con l’escursione della ruota si modifichi la campanatura.

Analogamente si può trovare il centro di istantanea rotazione in vista laterale (side view).

Passando dalle viste bidimensionali allo studio tridimensionale, si può individuare l’asse che passa per i centri appena descritti. Tale asse prende il nome di “Asse di istantanea rotazione” della sospensione, Figura 3.17.

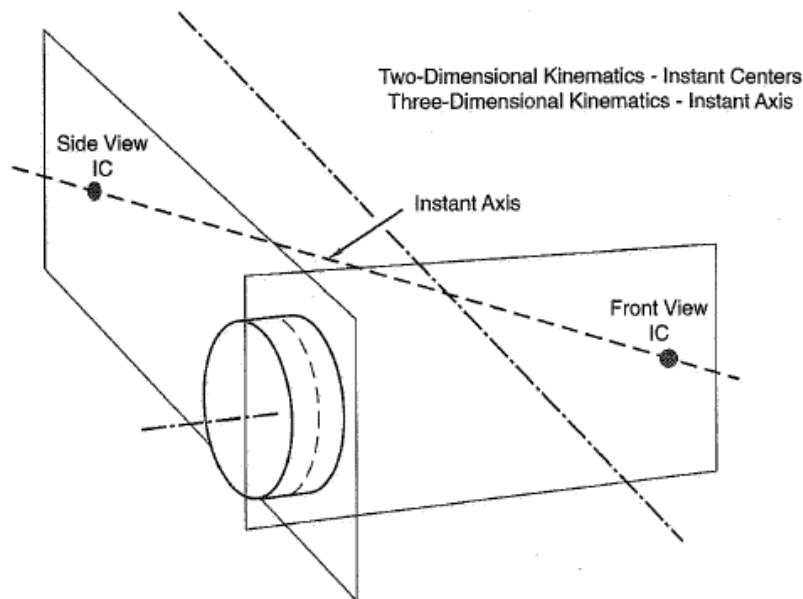


Figura 3.17 - Asse di istantanea rotazione

### 3.3.3 Sospensioni indipendenti: vista frontale

Nelle sospensioni indipendenti il centro di istantanea rotazione in vista frontale controlla le forze e i movimenti legati alle accelerazioni laterali.

Il front view swing arm (fvsa), ovvero l'asta che collega la ruota al centro di istantanea rotazione frontale (Figura 3.18), governa l'altezza del centro di rollio e come si modifica la campanatura. Infatti, una volta individuati i centri di istantanea rotazione (CIR) delle sospensioni di un assale tramite la posizione dei braccetti, il **centro di rollio** si trova intersecando le rette che uniscono i CIR ai centri delle zone di contatto delle gomme con l'asfalto, come mostrato in Figura 3.18.

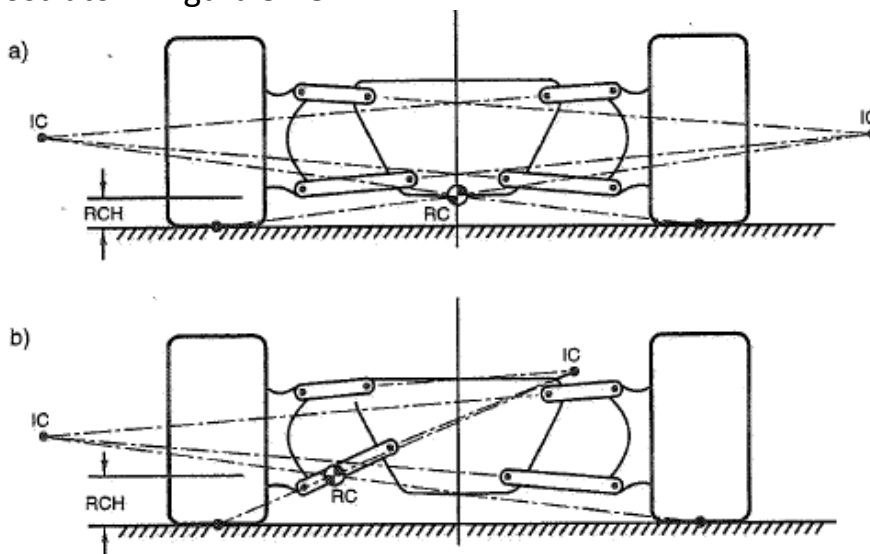


Figura 3.18 - Costruzione geometrica del centro di rollio



È ovvio che la posizione del centro di rollio è controllato dall'altezza da terra del CIR e dalla lunghezza del fvsa.

Ora, quando la vettura percorre una curva, la forza inerziale (centrifuga) applicata al centro di massa può essere trasferita al centro di rollio, ma solo se si aggiunge anche un momento pari al prodotto fra la forza laterale e la distanza fra il centro di massa e il centro di rollio. Tale momento viene detto **momento di rollio** ed è responsabile dell'inclinazione del veicolo in curva. Minore è la distanza fra i due centri, minore è il momento e più piccolo sarà l'angolo di rollio. Tuttavia, più si avvicina il centro di rollio al centro di massa, più lo si allontana dall'asfalto. In questo modo si incrementa il **momento di ribaltamento** (*nonrolling overturning moment*), che è appunto dato dal prodotto fra l'altezza del centro di rollio da terra e la forza laterale: la scelta della posizione del centro di rollio deve essere dunque un compromesso fra questi due momenti.

Mentre il centro di rollio dipende dall'altezza e dalla lunghezza del fvsa, il modo in cui si modifica la campanatura con l'escursione della ruota dipende solo dalla sua lunghezza. L'aumento in gradi della campanatura per ogni millimetro di escursione della ruota viene chiamato "*Camber Gain*" e si calcola come:

$$CG = \tan^{-1} \left( \frac{1}{fvsa} \right) \quad (3.7)$$

Dato che le lunghezze assolute e relative dei braccetti fanno variare la posizione del CIR e la lunghezza del fvsa con il movimento della sospensione, la curva della campanatura in funzione dell'escursione della ruota può essere modificata agendo per l'appunto su tali lunghezze.

### 3.3.4 Sospensioni indipendenti: vista laterale

Il centro di istantanea rotazione in vista laterale controlla le forze e i movimenti in direzione longitudinale. I tipici parametri che caratterizzano le sospensioni in tale direzione sono i cosiddetti "*anti-feature*" e il "*caster change rate*".

Gli anti-feature sono l'anti-dive, l'anti-lift e l'anti-squat e sono dei termini che descrivono come le forze dovute al trasferimento di carico longitudinale si scaricano sulla massa sospesa e non sospesa. Essi però non modificano il trasferimento di carico, il quale dipende dal passo "l", dall'altezza del centro di massa "h", dalla massa totale "m" e dall'accelerazione longitudinale "a<sub>x</sub>", (Figura 3.19). Nel caso di frenata infatti, si ha:

$$\Delta Load \cdot l = m \cdot a_x \cdot h \Rightarrow \Delta Load = m \cdot a_x \cdot \frac{h}{l} \quad (3.8)$$

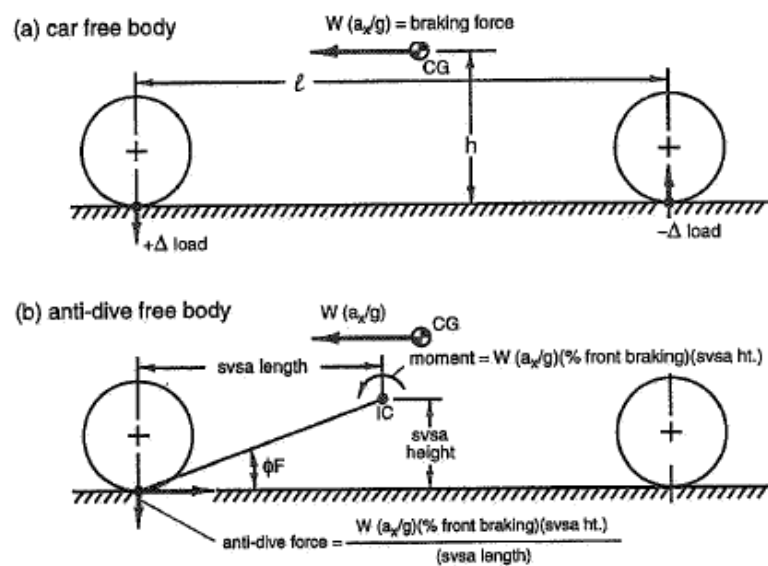


Figura 3.19 - Anti-dive.

*N.B. I simboli e le unità di misura rappresentati in figura seguono la notazione anglosassone, pertanto non corrispondono a quelli usati nel testo; ciò si ripercuote anche sulla scrittura delle formule. Analoga osservazione per alcune figure che seguono.*

Ciò che gli anti-feature modificano è l'aliquota di trasferimento di carico che viene effettivamente trasmesso alla massa sospesa facendole subire un movimento di beccheggio. In altre parole, determinano quanto carico viene ceduto alle molle delle sospensioni e quanto invece viene sostenuto dai braccetti. Nel caso della frenata in questione, per un veicolo con i freni direttamente sulle ruote, si possono calcolare le percentuali di anti-dive delle ruote anteriori e di anti-lift delle ruote posteriori come:

$$\begin{aligned} \%anti - dive &= \frac{m \cdot a_x \cdot \%front\ braking \cdot \frac{SVSA_{height}}{SVSA_{length}}}{m \cdot a_x \cdot \frac{h}{l}} \\ &= \%front\ braking \cdot \tan \Phi_F \cdot \frac{l}{h} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \%anti - lift &= \frac{m \cdot a_x \cdot \%rear\ braking \cdot \frac{SVSA_{height}}{SVSA_{length}}}{m \cdot a_x \cdot \frac{h}{l}} \\ &= \%rear\ braking \cdot \tan \Phi_R \cdot \frac{l}{h} \end{aligned} \quad (3.10)$$

dove “%front braking” e “%rear braking” descrivono la ripartizione di frenata fra anteriore e posteriore. Se una sospensione è caratterizzata dal 100% di anti-feature, tutto il trasferimento di carico longitudinale è sostenuto dai braccetti e non c’è beccheggio; se invece è caratterizzata dallo 0% di anti-feature, il trasferimento è ceduto interamente alle molle della sospensione.

In accelerazione invece si parlerà di anti-lift all’anteriore e di anti-squat al posteriore. L’anti-lift viene considerato solo se le ruote anteriori sono motrici: essendo la vettura elettrica a trazione integrale, questo anti-feature va calcolato e per farlo si usa la stessa formula dell’anti-dive in frenata (3.9). In generale, nel caso di sospensioni indipendenti, la formula dell’anti-squat invece è leggermente diversa da quella dell’anti-lift in frenata (3.10). Il veicolo elettrico però rientra in una situazione particolare: avendo i motori direttamente montati sulla ruota, la coppia motrice si scarica direttamente sui triangoli come succede nelle sospensioni ad assale unico e così la formula dell’anti-squat è esattamente la 3.10.

Per concludere, il “*caster change rate*” è il tasso di variazione dell’*angolo di caster*. Quest’ ultimo è l’angolo compreso fra l’asse passante per le punte dei triangoli in vista laterale e la verticale della ruota, Figura 3.20. Come si modifica tale angolo con il movimento della sospensione dipende esclusivamente dalla lunghezza dell’equivalente del fvsa, ovvero il side view swing arm (svsa).

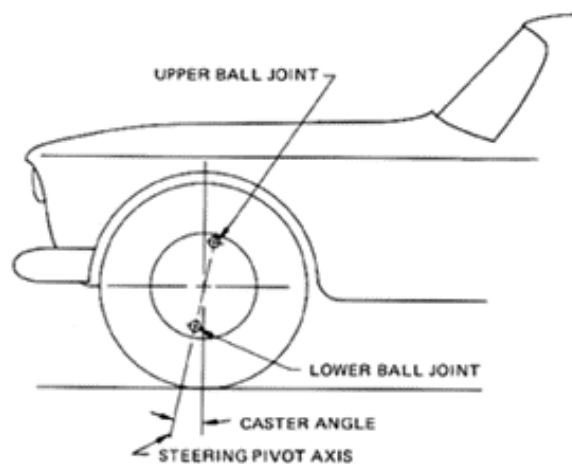


Figura 3.20 - Angolo di caster

Non essendoci alcun vantaggio a modificare intenzionalmente l'angolo di caster, è preferibile avere una lunghezza del svsa molto elevata così da avere un basso "caster change rate".

### 3.4 Ride Rate e Roll Rate

Il "*Ride Rate*" e il "*Roll Rate*" sono due elementi fondamentali nella dinamica del veicolo. Il ride rate mette in relazione la forza normale su una ruota con il suo spostamento verticale, perciò la sua unità di misura è N/mm. Il roll rate invece si riferisce ad un assale dell'auto e correla la coppia prodotta dalla differenza di carico verticale tra un lato e l'altro della vettura in curva con l'angolo di rollio: l'unità di misura dunque sarà Nmm/deg. Questi due parametri hanno degli effetti significativi sulla performance in curva dell'auto in quanto influenzano la distribuzione delle forze normali sulle gomme e di conseguenza le forze laterali generate dalle stesse. Il ride rate inoltre è legato anche alla frequenza naturale di oscillazione del gruppo ruota – massa non sospesa – in condizioni non smorzate [1].

Nel processo di progettazione, a partire dai valori di ride e roll rate desiderati, si può determinare la rigidità delle molle dei quattro gruppi ruota.

Tale rigidità, che prende anche il nome di "*spring rate*" e che esprime la forza necessaria a comprimere la molla di un millimetro, non è da confondere con la rigidità del centro ruota ("*wheel center rate*"), che invece è la forza normale per unità di spostamento del mozzo. Questo termine è collegato allo spring rate attraverso l' "*installation ratio*", che è il rapporto fra lo spostamento in millimetri del mozzo e quello della molla ed è dovuto al leveraggio del cinematismo della sospensione che collega il centro ruota all'ammortizzatore. Un altro tasso importante è il "*tire rate*", ovvero la rigidità dello pneumatico, espressa nelle stesse unità di misura delle altre rigidità. Si intuisce che il ride rate è dato dalla somma degli effetti del wheel center rate (legato allo spring rate) e il tire rate.

La Figura 3.21 mostra invece la relazione fra il ride rate e il roll rate.

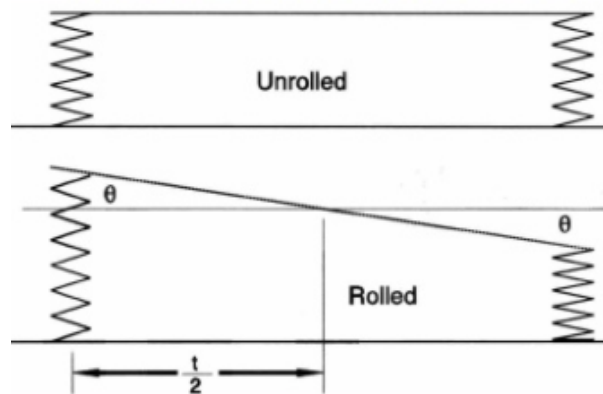


Figura 3.21 - Relazione fra Ride Rate e Roll Rate

Se le ruote del medesimo assale hanno lo stesso ride rate, la coppia che serve per ruotare la massa sospesa di un angolo di rollio pari a  $\theta$  è:

$$T = \frac{1}{2} \cdot t^2 \cdot K_{ride} \cdot \theta \quad (3.11)$$

dove  $t$  è la carreggiata e  $K_{ride}$  è per l'appunto il ride rate.

Per definizione, il roll rate è il rapporto fra la coppia e l'angolo di rollio, perciò:

$$K_{\phi} = \frac{T}{\theta} = \frac{t^2 \cdot K_{ride}}{(2 \cdot 57,3)} \quad (3.12)$$

I roll rate dei due assali, come ci si può aspettare, influenzano il comportamento del veicolo in curva. In particolare, contribuiscono insieme al cosiddetto "**gradiente di rollio**", che esprime l'ammontare dell'angolo di rollio per ogni "g" di accelerazione laterale: la sua unità di misura dunque è deg/g. Nella pratica, quando una vettura percorre una curva, subisce un'accelerazione centripeta che può essere espressa in unità di accelerazione gravitazionale "g". Si genera così un momento di rollio che fa ruotare la massa sospesa di un determinato angolo di rollio dipendentemente da quanto sono rigide le sospensioni. Il gradiente di rollio perciò dà una misura del tasso di rigidità a rollio della vettura ed è strettamente legato ai roll rate dei singoli assali.

Nella progettazione generalmente si impone un gradiente di rollio desiderato (in base agli obiettivi preposti) e si risale allo spring rate che devono avere le molle delle sospensioni passando attraverso il calcolo del roll rate, del ride rate e del installation ratio.

### 3.5 Trasferimenti di carico

#### 3.5.1 Trasferimento di carico laterale

Quando la vettura percorre una curva in condizioni stazionarie, si ha un trasferimento del carico verticale dalle ruote interne a quelle esterne per il fatto che il centro di gravità è sopra il manto stradale.

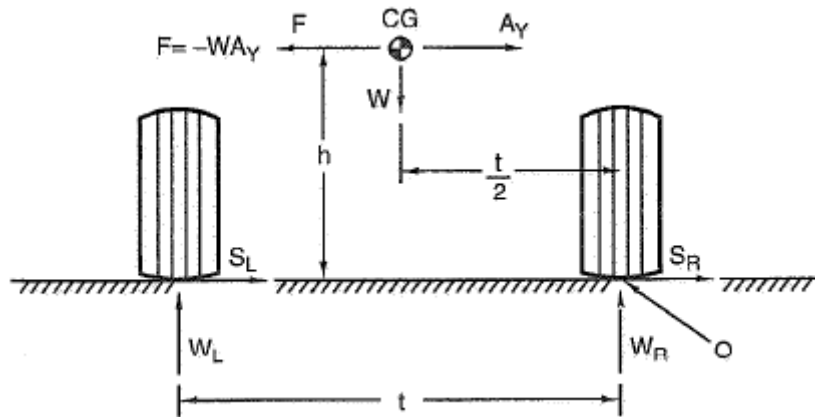


Figura 3.22 - Trasferimento di carico totale

Infatti, in presenza di un'accelerazione laterale, le forze prodotte dalle gomme,  $S_L$  e  $S_R$  (Figura 3.22), si oppongono alla forza inerziale  $-m \cdot a_y$  che si genera. Facendo l'equilibrio dei momenti rispetto al punto O, si ha:

$$W_L \cdot t = m \cdot g \cdot \frac{t}{2} + m \cdot a_y \cdot h \Rightarrow W_L = \frac{m \cdot g}{2} + \frac{m \cdot a_y \cdot h}{t} \quad (3.13)$$

Dal momento che il carico verticale iniziale sul lato sinistro di una vettura perfettamente simmetrica è pari a  $m \cdot g/2$ , ovvero la metà del peso totale, il trasferimento di carico totale dovuto alla accelerazione laterale sarà:

$$\Delta W = W_L - \frac{m \cdot g}{2} = \frac{m \cdot a_y \cdot h}{t} \quad (3.14)$$

Le ruote interne dunque saranno alleggerite di una quantità pari a  $\Delta W$ , mentre sulle ruote esterne il carico verticale aumenterà di  $\Delta W$ .

Ciò che è stato appena analizzato è il trasferimento di carico totale da un lato all'altro del veicolo in curva, ma è interessante anche studiare come questo si ripartisce fra i due assali: tale ripartizione infatti influenza la distribuzione sulle ruote delle forze verticali e quindi delle forze laterali generate dagli pneumatici, avendo un effetto sul comportamento in curva.

La distribuzione di trasferimento di carico dipende principalmente dai roll stiffness (altro nome di roll rate) dei due assali e dai centri di rollio anteriore e posteriore. Si studierà tale dipendenza attraverso la Figura 3.23.

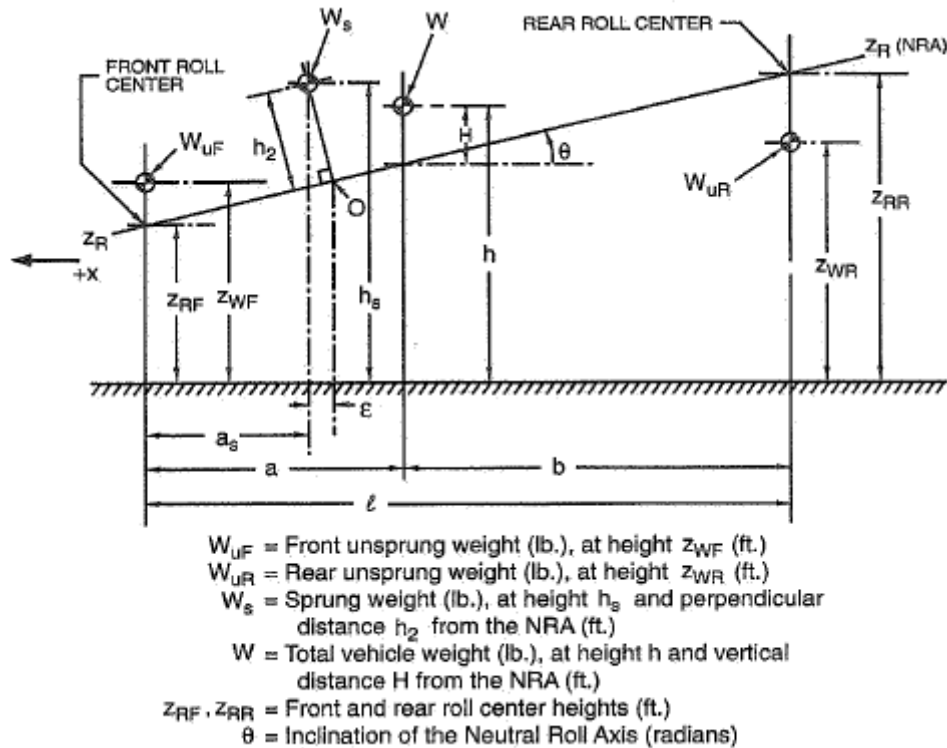


Figura 3.23 - Schema della vettura in vista laterale

Nella rappresentazione schematica del veicolo in vista laterale si possono notare i centri delle masse sospese ( $m_s$ ), di quelle non sospese ( $m_{uF}$  e  $m_{uR}$ ) e il centro di massa totale ( $m$ ). Inoltre sono riportati i centri di rollio anteriore ( $Z_F$ ) e ( $Z_R$ ) e l'asse di rollio dell'auto che passa per essi. Di fondamentale importanza è la distanza  $h_2$  fra il centro delle masse sospese e l'asse di rollio, in quanto rientra nel calcolo del momento di rollio  $M_S$ :

$$M_S = -m_s \cdot g \cdot h_2 \cdot \left( \frac{a_y}{g} - \phi \right) \quad (3.15)$$

dove  $\phi$  è l'angolo di rollio. Nell'equazione si include anche il momento generato dalla forza gravitazionale per via del fatto che quando la vettura rolla, il suo centro di massa si sposta da un lato.

La distanza  $h_2$  si trova tramite delle semplici relazioni geometriche e si calcola come:

$$h_2 = h_s - \left[ Z_F + (Z_R - Z_F) \cdot \left( 1 - \frac{m_{SF}}{m_s} \right) \right] \quad (3.16)$$

dove  $m_{SF}$  è la massa sospesa attribuita all'anteriore e  $h_S$  è l'altezza del centro della massa sospesa da terra.

Se ora si considera la monoposto come una molla torsionale sottoposta ad una coppia (ovvero al momento di rollio), la sua rigidità a rollio totale  $K_{Tot}$  sarà pari alla somma dei roll rate dei singoli assali, in quanto sono due molle in parallelo, e il momento di rollio potrà essere calcolato come:

$$M_S = K_{Tot} \cdot \Phi = (K_F + K_R) \cdot \Phi \quad (3.17)$$

dove  $K_F$  e  $K_R$  sono rispettivamente il roll rate anteriore e quello posteriore.

Si comprende così che nella progettazione si può passare dal gradiente di rollio (da qui in poi indicato con GR) alle rigidità degli assali. Infatti eguagliando le due equazioni del momento di rollio  $M_S$ , ovvero la 3.15 e la 3.17, si può trovare la relazione fra i due parametri:

$$GR = \frac{\Phi}{a_y/g} = \frac{-m_S \cdot g \cdot h_2}{K_{Tot} - m_S \cdot g \cdot h_2} = \frac{-m_S \cdot g \cdot h_2}{(K_F + K_R) - m_S \cdot g \cdot h_2} \quad (3.18)$$

Dalla 3.18 si può calcolare la formula inversa che, a partire dal gradiente di rollio che, per definizione, è l'angolo di rollio per unità di accelerazione laterale espressa in "g", permette di determinare la rigidità totale a rollio della vettura:

$$K_{Tot} = K_F + K_R = \frac{m_S \cdot g \cdot h_2 \cdot (GR - 1)}{GR} \quad (3.19)$$

Da notare che il gradiente di rollio è in realtà sempre negativo: quando la vettura percorre una curva a destra, nel sistema di riferimento considerato precedentemente, l'accelerazione laterale (ovvero quella centripeta) è positiva, mentre l'angolo di rollio è negativo, in quanto l'auto si corica verso l'esterno della curva. Se la curva è a sinistra, i segni sono opposti.

A questo punto, in fase di progetto si decide la ripartizione della rigidità totale sugli assali e dunque i valori dei roll rate  $K_F$  e  $K_R$ . Con la formula 3.12 vista precedentemente si risale successivamente ai ride rate delle singole ruote.

Questi valori di roll rate saranno fondamentali per trovare la distribuzione del trasferimento di carico laterale. Il testo "Race Car Vehicle Dynamics" [1] dei fratelli Milliken propone le seguenti formule per il calcolo dei trasferimenti di carico relativi all'anteriore e al posteriore:



$$\frac{\Delta W_F}{a_y/g} = \frac{m_S \cdot g}{t_F} \cdot \left( \frac{h_2 \cdot K_{F'}}{K_F + K_R - m_S \cdot g \cdot h_2} + \frac{l - a_S}{l} \cdot Z_{RF} \right) + \frac{m_{uF} \cdot g}{t_F} \cdot Z_{WF} \quad (3.20)$$

$$\frac{\Delta W_R}{a_y/g} = \frac{m_S \cdot g}{t_R} \cdot \left( \frac{h_2 \cdot K_{R'}}{K_F + K_R - m_S \cdot g \cdot h_2} + \frac{a_S}{l} \cdot Z_{RR} \right) + \frac{m_{uR} \cdot g}{t_R} \cdot Z_{WR} \quad (3.21)$$

dove  $t_F$  è la carreggiata dell'assale anteriore,  $a_S$  è la posizione del centro di massa sospesa,  $K_{F'}$  è  $K_{F'} = K_F - (l - a_S) \cdot m_S \cdot g \cdot h_2/l$  e  $K_{R'}$  è invece  $K_{R'} = K_R - a_S \cdot m_S \cdot g \cdot h_2/l$ .

### 3.5.2 Trasferimento di carico longitudinale

Il trasferimento di carico in direzione longitudinale è decisamente più semplice da analizzare. Quando la vettura sperimenta un'accelerazione positiva, ovvero in avanti, si genera una forza inerziale all'indietro alla stregua della forza centrifuga in curva. Essendo applicata al centro di massa, che sta al di sopra del manto stradale, si produce un momento di beccheggio che deve essere contrastato da un trasferimento di carico verticale dall'anteriore al posteriore. Durante la frenata – accelerazione negativa – la situazione è analoga ma a segni invertiti. Come si può vedere dalla Figura 3.24, si può trovare il trasferimento di carico longitudinale in caso di accelerazione positiva attraverso l'equilibrio dei momenti attorno al polo O:

$$\Delta W_x \cdot l = m_S \cdot a_x \cdot h \Rightarrow \Delta W_x = m_S \cdot a_x \cdot \frac{h}{l} \quad (3.22)$$

dove  $\Delta W_x$  è l'incremento di carico verticale al posteriore e il decremento all'anteriore. In caso di frenata la formula è la stessa, ma in questo caso l'incremento interessa l'assale anteriore e il decremento quello posteriore.

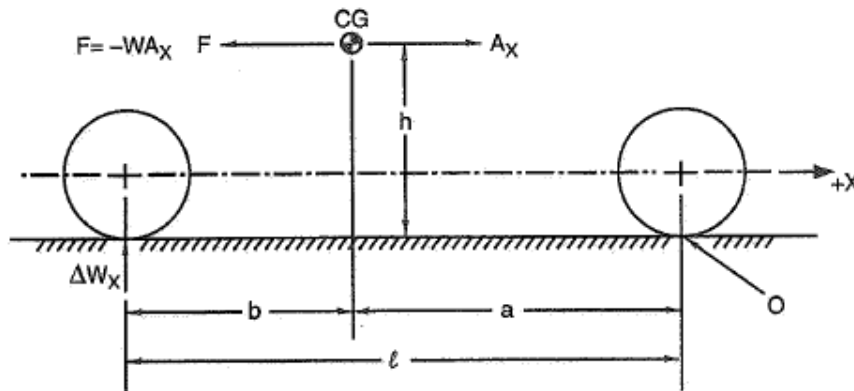


Figura 3.24 - Trasferimento longitudinale in accelerazione

## 4 Progettazione funzionale della sospensione in vista frontale

### 4.1 Introduzione all'analisi

Come anticipato, l'obiettivo del presente elaborato è di eseguire una progettazione funzionale del sistema sospensivo della nuova vettura elettrica di Formula SAE. L'obiettivo del progetto prevede la determinazione della posizione dei centri di istantanea rotazione delle sospensioni, in modo tale che il veicolo abbia uno specifico comportamento in pista. Per fare ciò è stato necessario creare un modello della monoposto ed eseguire uno studio in condizioni di accelerazione laterale e longitudinale per definire quali sono i valori dei parametri dinamici che permettono di individuare la posizione corretta dei centri di istantanea rotazione.

Dunque, una volta creato il modello che descrive al meglio la vettura, sono stati fatti variare i parametri dinamici e si è analizzata la loro influenza sul comportamento dell'auto, in modo tale da comprendere per quali valori si raggiungono gli obiettivi preposti dal team.

Per quanto riguarda la determinazione dei centri di istantanea rotazione in vista frontale, è stato eseguito uno studio in condizioni di accelerazione laterale. In particolare si è presa in considerazione la prova di Skidpad, che prevede la percorrenza di una curva a raggio costante ad una velocità che rimane pressoché la stessa. Per questo motivo tale prova si avvicina molto alle condizioni di stazionarietà viste nei capitoli precedenti e rappresenta un ottimo punto di partenza per lo studio.

Il procedimento è il seguente. Sulla base dei risultati delle migliori squadre di Formula SAE nello Skidpad, si è imposto un tempo obiettivo di esecuzione della prova. Conoscendo il raggio di curvatura del tracciato e la sua lunghezza, è stato possibile trovare la velocità media di percorrenza e l'accelerazione laterale subita dalla vettura in tali condizioni. I dati di partenza dello studio sono le masse, in parte note dallo storico e in parte dedotte da semplici calcoli, e le curve degli pneumatici, che sono stati scelti uguali a quelli degli anni scorsi. Successivamente sono stati definiti i parametri dinamici che influenzano maggiormente il comportamento della vettura in curva. Essi sono:

- il gradiente di rollio (e la rigidità totale a rollio, che sono strettamente legati fra di loro, come si è visto nella 3.19);
- i roll rate degli assali,  $K_F$  e  $K_R$  (d'ora in poi si parlerà di Ratio, che rappresenta l'aliquota della rigidità totale a rollio relativa all'assale anteriore: con Ratio uguale a 1,  $K_R$  è pari a zero e  $K_F$  è massima; con Ratio pari a 0, vale il contrario; mentre se il Ratio è pari a 0,5,  $K_F$  e  $K_R$  sono uguali e pari alla metà della rigidità totale);
- le altezze dei centri di rollio anteriore e posteriore (in realtà i parametri presi in considerazione sono  $h_{CR\_front}$ , ovvero l'altezza del centro di rollio anteriore, e  $\Delta h$ , ovvero la differenza di altezza del centro di rollio posteriore rispetto a quello anteriore);
- la posizione longitudinale del centro di massa sospesa,  $x_{CoG}$ ;
- la carreggiata, track;
- il passo, wheelbase;
- l'angolo di inclinazione delle gomme rispetto alla verticale.

Facendo variare ogni parametro singolarmente, è stato possibile capire quali sono i loro effetti sulla forza laterale generata dagli pneumatici, sull'angolo di rollio e sull'escursione delle sospensioni, che non deve essere troppo elevata altrimenti si rischia di toccare terra durante la curva, creando situazioni di possibile sbandamento e quindi di pericolo, oltre che di mancata performance.

A quel punto è stato possibile definire il centro di istantanea rotazione delle sospensioni in vista frontale.

Si approfondirà ora il procedimento seguito.

## 4.2 Calcolo delle masse e dei centri di gravità

Il veicolo è stato suddiviso in più parti in modo tale da studiarne l'effettiva massa. Ovviamente il progetto della vettura elettrica è nelle sue fasi preliminari e così si può solo fare una stima, seppur sufficientemente affidabile, di quelle che saranno le masse in gioco. Se con l'avanzare della progettazione, i pesi risultano molto lontani dalle previsioni, il modello presentato si può comunque adattare alle modifiche.

Per stimare la massa e il baricentro del pilota si è preso spunto dal modello antropometrico di Dempster. Il corpo è stato diviso in quattro segmenti collegati fra loro da delle cerniere, stilizzando la testa (comprensiva di

casco), il tronco, le braccia e le gambe. A ciascuno di essi è stata assegnata una percentuale del peso totale e dell'altezza del pilota, in modo tale da distribuire in maniera proporzionata la massa e la lunghezza. Nella tabella 4.1 si possono vedere i valori dei parametri percentuali assegnati ad ogni segmento, considerando un pilota medio di 80 kg e alto 180 cm.

Parte del corpo	% massa	massa [kg]	% lunghezza	lunghezza [mm]
Testa+casco	9%	7,2	18%	324
Tronco	42%	33,6	30%	540
Braccia	10%	8	35%	630
Gambe	39%	31,2	52%	936
TOT	100%	80	100%	1800

Tabella 4.1 – Pesi e lunghezze delle parti del corpo

Moltiplicando ogni lunghezza per ulteriori parametri percentuali relativi alla posizione del centro di massa, si sono potute trovare le distanze di ciascun centro di gravità da uno dei due estremi dei relativi segmenti (Tabella 4.2).

Parte del corpo	% pos. CoG	pos. CoG [mm]
Testa+casco	56%	181,44
Tronco	50%	270
Braccia	43%	270,9
Gambe	43%	402,48

Tabella 4.2 - Posizione dei centri di massa rispetto ad un estremo dei relativi segmenti

A questo punto si sono stati disposti i segmenti nello spazio. Si è considerato innanzitutto un sistema di riferimento che prevede l'asse x in direzione longitudinale verso avanti, l'asse z in direzione verticale verso l'alto e l'asse y posizionato di conseguenza. L'origine è stata considerata al centro del veicolo e sulla strada, a metà del passo in direzione longitudinale e a metà della carreggiata in direzione laterale. Per la disposizione spaziale dei segmenti si è fatto riferimento ad un primo studio del nuovo telaio, costruito attorno a quello che nel regolamento della Formula SAE [3] viene chiamato Percy, ovvero un adulto maschio appartenente al 95esimo percentile, che secondo le regole deve essere in grado di entrare perfettamente nell'auto. Il regolamento fornisce una rappresentazione stilizzata delle forme e della lunghezza di Percy, mostrate in Figura 4.1.

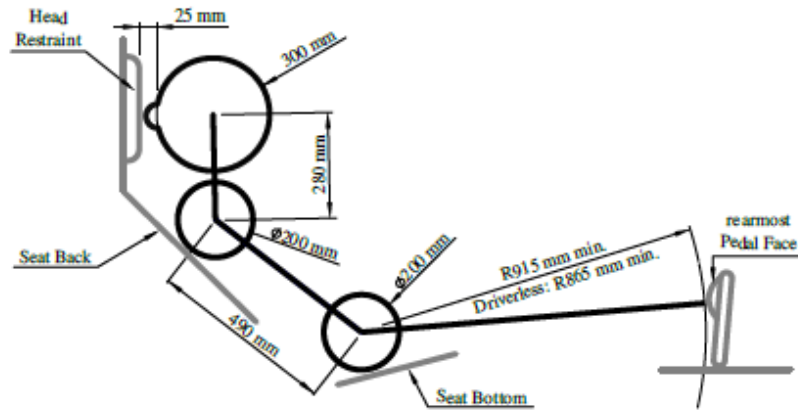


Figura 4.1 - Percy

Dunque attraverso una prima bozza del telaio costruito attorno a Percy (Figura 4.2), è possibile trovare la probabile posizione spaziale del bacino del pilota.

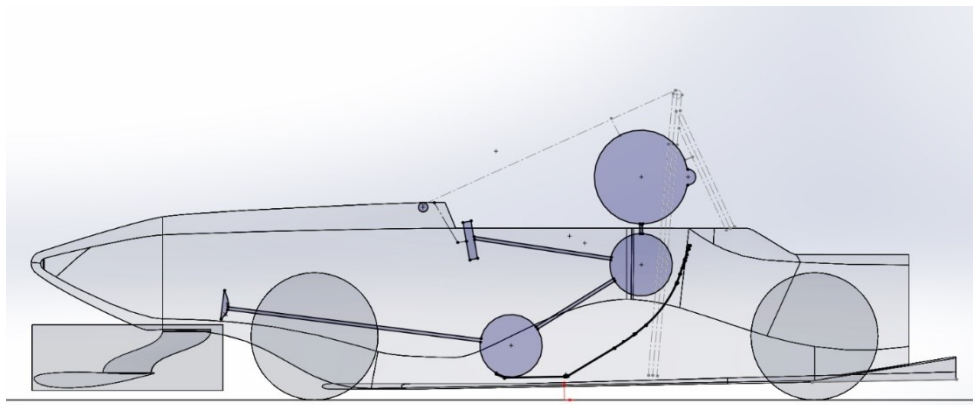


Figura 4.2 - Posizionamento di Percy all'interno del telaio

A partire da quest'ultima, considerando il pilota posto con le braccia e le gambe in avanti, il tronco inclinato indietro di 60 gradi e la testa in verticale, si possono conoscere le posizioni spaziali di tutti i segmenti del corpo e quindi l'ubicazione dei centri di massa (Tabella 4.3).

Parte del corpo	x CoG [mm]	z CoG [mm]
Testa+casco	-37,00	621,44
Tronco	196,83	305,01
Braccia	233,90	440,00
Gambe	833,14	170,02
TOT	427,66	294,34

Tabella 4.3 - Posizioni dei centri di massa dei singoli segmenti nel piano x-z

In questo modo si può determinare il baricentro del pilota, rappresentato in nero nella Figura 4.3.

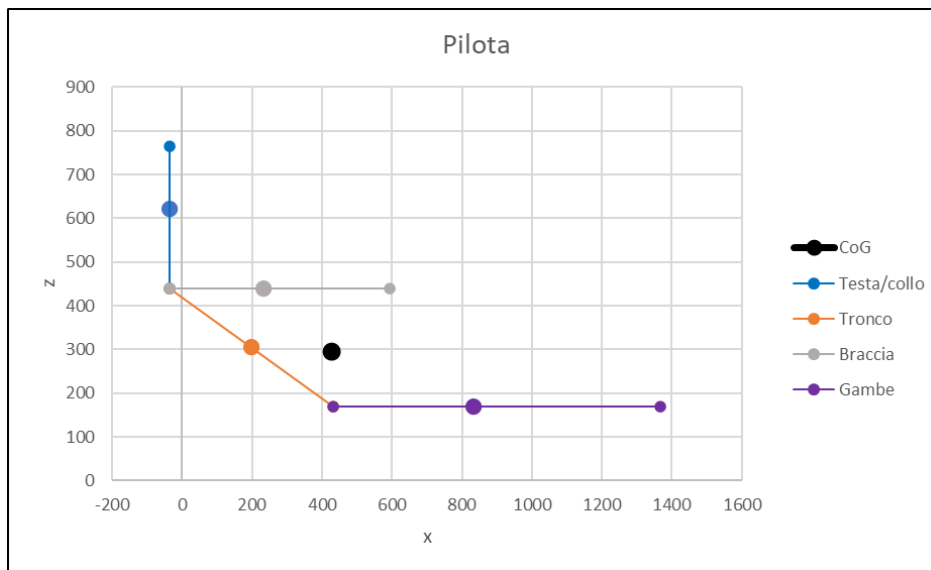


Figura 4.3 - Baricentro del pilota

Per quanto riguarda il telaio, si è deciso di fare riferimento ai dati della vettura precedente. Infatti, seppur il telaio verrà completamente riprogettato, è previsto che sarà costituito da una monoscocca in materiale composito dalle dimensioni non molto differenti da quelle della P4M. Non si commettono grandi errori di approssimazione dunque se si considera la massa e il baricentro della scocca della vettura a combustione interna.

Un discorso molto simile vale per l'aerodinamica: nonostante il veicolo elettrico vedrà un fondo totalmente rivisitato e nuove appendici aerodinamiche, in prima battuta è possibile utilizzare senza elevate approssimazioni i dati storici.

Diverso invece è il ragionamento applicato alla propulsione. Nella P4M il motore a combustione interna e tutte le sue componenti si trovano dietro al sedile del pilota, mentre i nuovi motori elettrici saranno alloggiati nelle ruote. A prendere il posto del propulsore termico, però, saranno le batterie, l'inverter e i restanti dispositivi elettronici. Il reparto EV (Electric Vehicle), che si occupa della progettazione di tutta la parte elettrica della futura auto, ha già fornito un primo concept del pacco batteria e un possibile alloggiamento, perciò si è potuto ricavare la massa e il baricentro di tutte le parti che sostituiranno il motore termico.

Pilota, telaio, batterie e appendici aerodinamiche rappresentano le masse sospese del nuovo veicolo. La Tabella 4.4 mostra le masse e la posizione dei centri di gravità dei singoli sistemi.

MASSE SOSPESE		Coordinate CoG (mm)		
		x	y	z
Telaio	39 kg	483,87	0	333,96
Aerodinamica	69 kg	-26,68	0	346,24
Pacco batterie	40 kg	-452,73	0	181,75
Pilota	80 kg	427,66	0	294,34
<b>TOT masse sospese</b>	<b>228 kg</b>	<b>145,32</b>	<b>0</b>	<b>297,07</b>

Tabella 4.5 - Masse sospese e corrispondenti baricentri

Le masse non sospese invece sono costituite dai motori elettrici, il cui peso è stimato attorno ai 3,55 kg, e dalle trasmissioni epicicloidali che collegano i propulsori alle ruote, dalla massa di circa 3 kg (anche questi dati sono stati forniti dal reparto EV del team). Le restanti masse non sospese sono i freni, parte delle sospensioni e le ruote, costituite da cerchi da 10 pollici e dagli pneumatici. Essendo queste parti in comune con il veicolo termico, le masse sono state prese dallo storico (Tabella 4.5).

MASSE NON SOSPESE (per ruota)	
Motore elettrico	3,55 kg
Trasmissione epicicloidale	3 kg
Sospensione+freno	1 kg
Cerchio (10 inch)	2 kg
Pneumatico	4 kg
<b>TOT masse non sospese</b>	<b>13,55 kg</b>

Tabella 4.4 Massa non sospesa relativa al singolo gruppo ruota

Il loro baricentro è stato considerato al centro ruota, ovvero distante metà del passo dall'origine in direzione longitudinale, metà della carreggiata in direzione laterale e ad un'altezza di 228,6 mm, che è esattamente metà del diametro esterno dello pneumatico.

La massa totale e il baricentro dell'intera vettura sarà dunque:

		Coordinate CoG (mm)		
		x	y	z
<b>MASSA TOTALE</b>	<b>282,2 kg</b>	<b>117,4106</b>	<b>0</b>	<b>240,015</b>

Tabella 4.6 - Massa totale e coordinate del baricentro

Nei passaggi appena visti, è stata calcolata la posizione longitudinale del centro di massa totale dell'auto. Come descritto precedentemente, tale parametro non deve essere però un dato del problema, bensì una variabile (o meglio, la variabile è  $x_{CoG}$ , ovvero la posizione del baricentro delle masse sospese), il cui valore sarà fornito dai risultati dell'analisi. Ciò significa che durante la progettazione definitiva della vettura, si dovrà cercare di

disporre le masse in gioco in modo tale che la posizione del centro di massa si avvicini il più possibile a quella desiderata.

Nello studio a seguire dunque si prenderanno come riferimento i valori delle masse e delle altezze dei centri di gravità, ma si farà variare la  $x$  così da analizzare la sua influenza sul comportamento dell'auto.

### 4.3 La prova di Skidpad: trasferimento di carico

Nello studio del comportamento dinamico della vettura elettrica che esegue la prova di Skidpad, è stato fissato innanzitutto un tempo obiettivo di percorrenza, sulla base dei migliori risultati dei ottenuti dai team concorrenti: 4,75 s per compiere un "run", ovvero un cerchio completo corrispondente a metà "8". Sapendo il raggio esterno del cerchio ( $R_{Skidpad}$ ) e aggiungendo l'eventuale distanza delle ruote interne dai coni del tracciato (stimata a 0,5 m), si è potuto calcolare la velocità  $V$  del veicolo e la conseguente accelerazione laterale  $a_y$  in corrispondenza del centro di massa, la cui posizione, si ricorda, è stimata a metà della carreggiata t:

$$R_{curva} = R_{Skidpad} + 0,5 + \frac{t}{2} = 8,75m \Rightarrow$$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot R_{curva} = 54,98m \Rightarrow$$

$$V = \frac{L}{T_{obiettivo}} = 11,57 m/s \Rightarrow$$

(4.1)

$$a_y = \frac{V^2}{R_{curva}} = 15,31 m/s^2 = 1,56g$$

dove  $L$  è la distanza che si percorre compiendo un giro completo lungo il cerchio di raggio  $R_{curva}$ .

Si ricordano i termini che sono stati considerati come dei parametri. Per primi, la carreggiata e il passo. Poi la posizione longitudinale del centro di massa sospesa  $x_{CoG}$ , con cui si determinano i valori delle le distanze del baricentro dai due assali,  $a$  e  $b$  (Figura 3.4). In aggiunta ad essi vi sono le altezze dei due centri di rollio anteriore e posteriore, per cui passa l'asse di rollio dell'auto: la distanza fra quest'ultimo e il centro di massa è  $h_2$ , calcolato tramite la 3.16. I parametri rimanenti sono il gradiente di rollio GR



e il Ratio, con cui si possono calcolare le rigidezze delle sospensioni. Per finire si hanno gli angoli di inclinazione delle ruote rispetto alla verticale.

A partire dal GR e da  $h_2$ , tramite la 3.19 si può calcolare la rigidezza totale a rollio  $K_{Tot}$ , che è pari alla somma dei roll rate dei due assali,  $K_F$  e  $K_R$ . Grazie al Ratio si trovano i valori dei singoli roll rate: si ricorda infatti che questo parametro, per come è stato definito, dà un'indicazione della porzione della rigidezza  $K_{Tot}$  attribuita all'assale anteriore ( $K_F$ ) e di quella attribuita all'assale posteriore ( $K_R$ ). A questo punto, tramite l'inversa della 3.12 è possibile ottenere i ride rate delle ruote anteriori e di quelle posteriori. Come suggerisce il Milliken [1], la frequenza naturale dei singoli gruppi ruota è calcolata come:

$$\omega_{nat} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{K_{ride}}{m_{s\_ruota}}} \quad (4.2)$$

dove  $m_{s\_ruota}$  è la massa sospesa sostenuta dallo specifico gruppo ruota. Sapendo la posizione del baricentro della massa sospesa, si possono conoscere anche le distanze di quest'ultimo dai due assali,  $a_s$  e  $b_s$  (Figura 3.23). In questo modo si trovano la massa sospesa  $m_{s\_ant}$  attribuibile all'anteriore e la massa sospesa  $m_{s\_post}$  attribuibile al posteriore:

$$m_{s\_ant} = m_s \cdot \frac{b_s}{l}; \quad m_{s\_post} = m_s \cdot \frac{a_s}{l} \quad (4.3)$$

A questo punto  $m_{s\_ruota}$  relativa alle ruote davanti è la metà di  $m_{s\_ant}$  e quella relativa alle ruote dietro è la metà di  $m_{s\_post}$ .

Per le vetture da competizione con appendici aerodinamiche, il Milliken [1] consiglia frequenze naturali delle ruote comprese fra 3 Hz e 5 Hz.

Grazie alle rigidezze a rollio, si può studiare il trasferimento di carico e di conseguenza le forze verticali agenti sugli pneumatici, nelle condizioni di accelerazione laterale descritte. Infatti a questo punto sono noti tutti i termini dei secondi membri delle 3.20 e 3.21 ed è possibile calcolare il trasferimento di carico laterale. Si ricorda che la carreggiata  $t$  ( $t_F=t_R=t$ ), il passo e i centri di rollio anteriore e posteriore ( $Z_{RF}$  e  $Z_{RR}$ , che nello studio sono indicati rispettivamente " $h_{CR\_front}$ " e " $h_{CR\_front} + \Delta h$ ") sono dei parametri del sistema e quindi possono assumere i valori desiderati, mentre gli altri termini sono dati noti.

Le forze verticali a questo punto saranno le seguenti:

$$W_{ant\_int} = \frac{m_{s\_ant}}{2} + m_{ns\_ruota} + \frac{F_{aero}}{4} - \Delta W_F \cdot \frac{a_y}{g};$$

$$W_{ant\_est} = \frac{m_{s\_ant}}{2} + m_{ns\_ruota} + \frac{F_{aero}}{4} + \Delta W_F \cdot \frac{a_y}{g};$$

(4.4)

$$W_{post\_int} = \frac{m_{s\_post}}{2} + m_{ns\_ruota} + \frac{F_{aero}}{4} - \Delta W_R \cdot \frac{a_y}{g};$$

$$W_{post\_est} = \frac{m_{s\_post}}{2} + m_{ns\_ruota} + \frac{F_{aero}}{4} + \Delta W_R \cdot \frac{a_y}{g};$$

dove  $m_{ns\_ruota}$  è la massa non sospesa del singolo gruppo ruota stimata nel capitolo precedente e  $F_{aero}$  è la deportanza, che per semplicità si suppone distribuita equamente fra le quattro gomme. I trasferimenti di carico anteriore e posteriore sono espressi in N/g, perciò devono essere moltiplicati per l'accelerazione laterale espressa in "g".

La Tabella 4.7 riassume i risultati numerici calcolati a partire da determinati valori dei parametri:

Tempo obiettivo	$T_{ob}$	4,75	s
Acc. lat. media	$a_{lat}$	1,56	g
Passo	$l$	1550	mm
Carreggiata	$t$	1250	mm
$x_{CoG}$ masse sospese	$x_{CoG}$	0,00	mm
Gradiente di rollio	GR	0,5	deg/g
Distrib. rigidezza rollio	Ratio	0,53	
Altezza CR ant.	$h_{CR\_front}$	55	mm
Diff. altezza CR ant.-post.	$\Delta h$	-5	mm
Rigidezza a rollio tot.	$K_{Tot}$	1103,60	Nm/deg
Rigidezza a rollio ant.	$K_{roll,ant}$	584,91	Nm/deg
Rigidezza a rollio post.	$K_{roll,post}$	518,69	Nm/deg
Ride rate ant.	$K_{ride,ant}$	42,90	N/mm
Ride rate post.	$K_{ride,post}$	38,04	N/mm
Frequenza nat. ant.	$\omega_{front}$	4,37	Hz
Frequenza nat. post.	$\omega_{rear}$	4,11	Hz
Trasfer. carico ant.	$\Delta W_{front}$	329,88	N/g
Trasfer. carico post.	$\Delta W_{rear}$	298,92	N/g
Carico ruota ant. int.	$W_{FI}$	214,41	N
Carico ruota ant. est.	$W_{FE}$	1244,08	N
Carico ruota post. int.	$W_{RI}$	262,73	N
Carico ruota post. est.	$W_{RE}$	1195,77	N

Tabella 4.7 - Trasferimento di carico per determinati valori dei parametri

In arancione è segnato l'obiettivo, in azzurro i parametri mentre in verde le forze verticali risultanti.

I carichi normali trovati, oltre ad essere necessari nel procedimento per determinare le forze laterali generate dalle gomme, permettono di calcolare anche l'escursione della sospensione. Se infatti si divide la forza verticale di ciascuna ruota per il relativo ride rate, si trova di quanto sale lo pneumatico rispetto al telaio, o invertendo l'osservatore, di quanto scende il telaio verso terra. Per il regolamento, l'altezza minima da terra che deve avere qualsiasi punto del fondo della vettura deve essere di 30 mm. Fissato dunque questo limite, si dovranno scegliere dei valori di rigidezza a rollio sufficientemente elevati da evitare che l'escursione delle sospensioni superi questo valore e che quindi la parte più esterna dell'auto tocchi terra quando si corica in curva.

Angolo di rollio	$\phi$	0,78	deg
Escursione ruota int. ant.	$H_{ant\_int}$	-12,00	mm
Escursione ruota est. ant.	$H_{ant\_est}$	12,00	mm
Escursione ruota int. post.	$H_{post\_int}$	-12,26	mm
Escursione ruota est. post.	$H_{post\_est}$	12,26	mm

Tabella 4.8 - Angolo di rollio ed escursioni dei gruppi ruota

La Tabella 4.8 mostra i valori delle escursioni dei singoli gruppi ruota corrispondenti ai ride rate e ai carichi normali di Tabella 4.7. È riportato anche l'angolo di rollio che subisce la vettura, calcolato come il prodotto fra l'accelerazione laterale in g e il GR.

Come si può vedere, il GR scelto fa sì che l'escursione delle ruote esterne sia ampiamente al sotto del limite di 30 mm. Dato il margine elevato, è permesso aumentare il valore del gradiente di rollio, ma senza mai superare un certo limite. Infatti l'incremento del GR porta ad un abbassamento dei ride rate e quindi delle frequenze naturali, che potrebbero uscire dall'intervallo consigliato di 3-5 Hz. Inoltre aumenta anche l'angolo di rollio della vettura e così, a parità di camber gain, gli pneumatici si ritroverebbero con un maggiore angolo di inclinazione rispetto alla normale dell'asfalto, perdendo performance.

#### 4.4 La prova di Skidpad: forze laterali degli pneumatici

La determinazione dei carichi verticali sugli pneumatici rappresenta uno dei diversi step necessari ad arrivare a calcolare le forze laterali generate dagli stessi.

Il procedimento parte prima di tutto dal modello monotraccia. Conoscendo le distanze,  $a_s$  e  $b_s$ , si possono calcolare, come visto nella 4.3, le masse sospese attribuibili ai due assali,  $m_{s\_ant}$  e  $m_{s\_post}$ , da cui è possibile conoscere i carichi verticali sulle due ruote del modello:

$$F_{ant} = (m_{s\_ant} + 2 \cdot m_{ns\_ruota}) \cdot g + \frac{F_{aero}}{2}; \quad (4.5)$$

$$F_{post} = (m_{s\_post} + 2 \cdot m_{ns\_ruota}) \cdot g + \frac{F_{aero}}{2}.$$

$F_{ant}$  è il carico verticale sulla ruota avanti, che sarà dato dalla somma di metà della deportanza (considerando che si scarichi equamente fra l'anteriore e il posteriore) con il peso della parte avanti della vettura, ovvero il peso della

massa sospesa attribuibile all'assale anteriore più l'equivalente del peso dei due gruppi ruota. Discorso analogo vale per  $F_{post}$ .

Ora, nel capitolo 3 è stata studiata la cinematica del modello monotraccia in curva e si è visto che, per l'equilibrio dei momenti attorno al centro di massa, vale la formula 3.2. Da notare che quest'ultima non ha validità solo per il veicolo neutro, ma anche per la vettura con sottosterzo e per quella con sovrasterzo: i valori di  $a$  e  $b$  cambiano, ma l'equazione rimane la stessa. Avendo in quella trattazione considerato un andamento degli pneumatici lineare, si erano espresse le forze laterali in funzione dei Cornering Stiffness. Passando agli pneumatici reali e dunque superando la semplicità dell'andamento lineare, la relazione  $Y=C \cdot \alpha$  non può più essere utilizzata, ma l'equilibrio dei momenti non perde di validità, perciò la 3.2 diventa:

$$Y_F \cdot a = Y_R \cdot b \quad (4.6)$$

Conoscendo la posizione del centro di massa totale del veicolo, che è strettamente legato a quello di massa sospesa  $x_{CoG}$ , sono determinati anche i valori di  $a$  e  $b$ : sarà dunque noto il rapporto  $Y_F/Y_R$ .

In aggiunta a ciò, la forza inerziale che subisce l'auto in curva, calcolata a partire dall'accelerazione laterale, deve essere controbilanciata dalle reazioni degli pneumatici e perciò sarà pari a:

$$F_{inerziale} = m \cdot a_y = Y_F + Y_R \quad (4.7)$$

Risolvendo il sistema delle due equazioni appena viste (4.6 e 4.7), si trovano i valori di  $Y_F$  e di  $Y_R$ .

A questo punto, per ciascuna delle due gomme sono noti i carichi verticali e le forze laterali che devono essere generate affinché ci sia tenuta di strada. Dai dati in possesso grazie al TTC, per ogni pneumatico si può individuare la curva "Forza laterale-Slip Angle" relativa alla forza normale calcolata ( $F_{ant}$  per la ruota anteriore e  $F_{post}$  per quella posteriore) e determinare tramite essa gli Slip Angle corrispondenti alle forze laterali richieste per contrastare la forza inerziale,  $Y_F$  e  $Y_R$ . In poche parole, si trovano i valori di  $\alpha_F$  e di  $\alpha_R$ , ma invece che utilizzare la 3.2 nel campo lineare, si generalizza il comportamento degli pneumatici utilizzando le curve fornite dal TTC. Si ricorda che per utilizzare correttamente i dati degli pneumatici, le curve grezze devono prima subire un processo di normalizzazione (tramite il software MatLab) e successivamente devono

essere “riespanse” considerando le condizioni di grip reali. Dallo storico, il reparto di dinamica del team ha potuto stimare il coefficiente di attrito dell’asfalto reale  $\mu_y$  pari a 1,55. In questo modo, grazie al processo inverso di normalizzazione, si sono potute trovare le curve “Forza laterale-Slip Angle” relative a tutti i livelli di carico verticale.

A questo punto si può passare dal modello monotraccia al veicolo a quattro ruote, sfruttando le relazioni puramente cinematiche 3.6, che forniscono gli Slip Angle delle singole gomme della vettura reale a partire da  $\alpha_F$  e  $\alpha_R$ . Tali angoli rappresentano gli angoli di deriva che posseggono i quattro pneumatici per quelle determinate condizioni di percorrenza della curva. Il processo di calcolo è semplice e diretto. Infatti, essendo noti i termini  $a$ ,  $b$ ,  $r=V/R$  e  $\delta=l/R-\alpha_F+\alpha_R$ , grazie alla 3.4 (o all’equivalente 3.5) si calcola il valore di  $\beta$  e di conseguenza la velocità laterale  $v$ . Perciò, tramite le 3.6 (con  $t=t_F=t_R$ ), i valori degli Slip Angle delle quattro gomme sono totalmente determinati.

Il passo conclusivo prevede un procedimento comparativo. Grazie al calcolo del trasferimento di carico laterale, per ciascuna ruota si conosce la forza verticale applicata ad essa e così si può individuare la corrispondente curva “Forza laterale-Slip Angle”. Sapendo, a partire dalle relazioni cinematiche, lo Slip angle che ogni pneumatico possiede nelle condizioni analizzate, si può determinare la forza laterale generata dalla singola gomma per quella specifica forza laterale e quello specifico angolo di deriva. La somma delle forze laterali di tutte e quattro le gomme sarà la forza laterale totale messa a disposizione dagli pneumatici. A questo punto si esegue la comparazione: se la forza disponibile è maggiore di quella richiesta, ovvero la forza inerziale che subisce l’auto a causa dell’accelerazione laterale in curva, allora si è condizioni di tenuta di strada, in caso contrario si ha la perdita di aderenza.

In questo modo, si può innanzitutto verificare che al tempo obiettivo di 4,75 s ci sia effettivamente tenuta di strada. Inoltre è possibile comprendere l’influenza dei singoli parametri dinamici presi in considerazione sulla performance della vettura, sia in termini di tenuta laterale sia in termini di escursione delle singole sospensioni. Infatti facendone variare uno alla volta e tenendo fissi gli altri, si possono individuare gli intervalli all’interno dei quali devono rimanere i valori dei parametri affinché la forza degli pneumatici disponibile eguagli quella richiesta dalle condizioni in curva.

Non solo: avendo a disposizione l'andamento della forza totale disponibile in funzione dei parametri, si possono anche valutare i valori ottimali di questi ultimi in modo tale da avere la migliore performance.

## 4.5 La prova di Skidpad: risultati

### 4.5.1 Tempo obiettivo

Come accennato, grazie al procedimento visto è possibile verificare che ci sia tenuta per il tempo obiettivo di 4,75 s. Per far ciò si può far variare il tempo con cui si intende percorrere un "run" della prova di Skidpad e valutare come si modificano la forza disponibile e la forza richiesta, Figura 4.4. La forza richiesta ha un andamento monotono decrescente, in quanto, all'aumentare del tempo con cui si percorre il "run", diminuisce la velocità e quindi l'accelerazione laterale. Anche la forza disponibile ha un andamento decrescente, dato che ad un abbassamento della forza inerziale corrisponde un decremento degli Slip Angle degli pneumatici, ma la pendenza è meno accentuata rispetto a quella della forza richiesta: inevitabilmente si individua un punto di intersezione, che divide la parte del grafico caratterizzata dalla tenuta di strada (parte di destra, in cui la forza disponibile è maggiore di quella richiesta) dalla parte in assenza di tenuta (parte di sinistra).

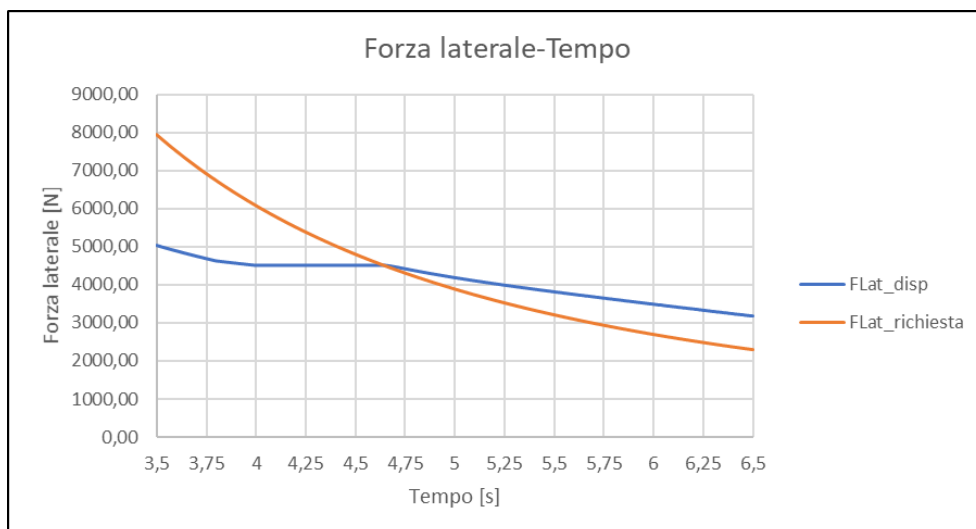


Figura 4.4 - Forza laterale disponibile e forza laterale richiesta vs. tempo obiettivo

Come si può vedere dal grafico, al tempo 4,75 s, la forza disponibile (in blu) è maggiore di quella richiesta (in arancione) e così la tenuta è garantita.

L'andamento particolare della prima parte della curva in blu è conseguenza del fatto che, per tempi di percorrenza molto bassi, le velocità e quindi le

accelerazioni laterali diventano tali da far sollevare da terra una o entrambe le ruote interne: essendo nulla la forza laterale generata dagli pneumatici che non toccano l'asfalto, il totale della forza disponibile non raggiunge valori elevati.

Le quantità che assumono i parametri dinamici sono riassunti in Tabella 4.9. Il motivo per cui sono stati scelti tali valori sarà chiaro con l'avanzare dell'analisi.

Passo	$l$	1550	mm
Carreggiata	$t$	1250	mm
$x_{CoG}$ masse sospese	$x$	0,00	mm
Gradiente di rollio	Grad. Roll.	0,5	deg/g
Distrib. rigidità rollio	Ratio	0,53	
Altezza CR ant.	$h_{CR\_front}$	55	mm
Diff. altezza CR ant.-post.	$\Delta h$	-5	mm
Coefficiente attrito asfalto	$\mu_{y\_asfalto}$	1,55	
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	0	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0	deg

Tabella 4.9 - Valori dei parametri dinamici tenuti fissi nella valutazione del tempo obiettivo

#### 4.5.2 Gradiente di rollio

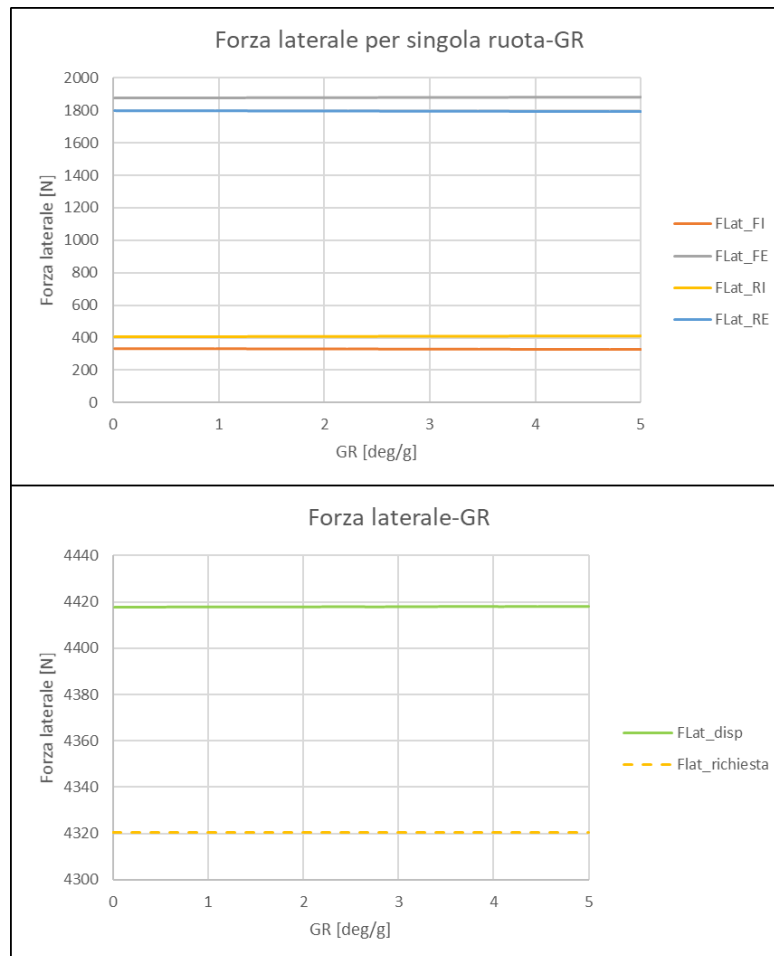


Figura 4.5 - Forza laterale vs. gradiente di rollio



La Figura 4.5 mostra l'andamento delle forze generate dai singoli pneumatici e della forza disponibile totale in funzione del gradiente di rollio. Come ci si aspetta, al tempo obiettivo di 4,75 s, la tenuta di strada è garantita, dato che la forza disponibile è maggiore di quella richiesta. Oltre al fatto che il contributo alla forza laterale totale è offerto maggiormente dalle gomme esterne in quanto subiscono un maggiore carico verticale per il trasferimento del peso, è interessante notare come la forza disponibile sia completamente indipendente dal gradiente di rollio, che è legato alla rigidità  $K_{Tot}$ . Questo perché nelle formule 3.20 e 3.21 del trasferimento di carico laterale, non compare la rigidità totale  $K_{Tot}$ , bensì le frazioni dei roll rate rispetto ad essa –  $K_F/(K_F+K_R)$  e  $K_R/(K_F+K_R)$ . Per questo motivo, come si vedrà più avanti, la forza disponibile varia con il Ratio, non con il gradiente di rollio.

Dato che il GR è la misura dell'angolo di rollio per ogni "g" di accelerazione laterale, l'andamento dell'angolo in funzione del GR è lineare, come anche l'escursione dei gruppi ruota esterni (Figura 4.6).

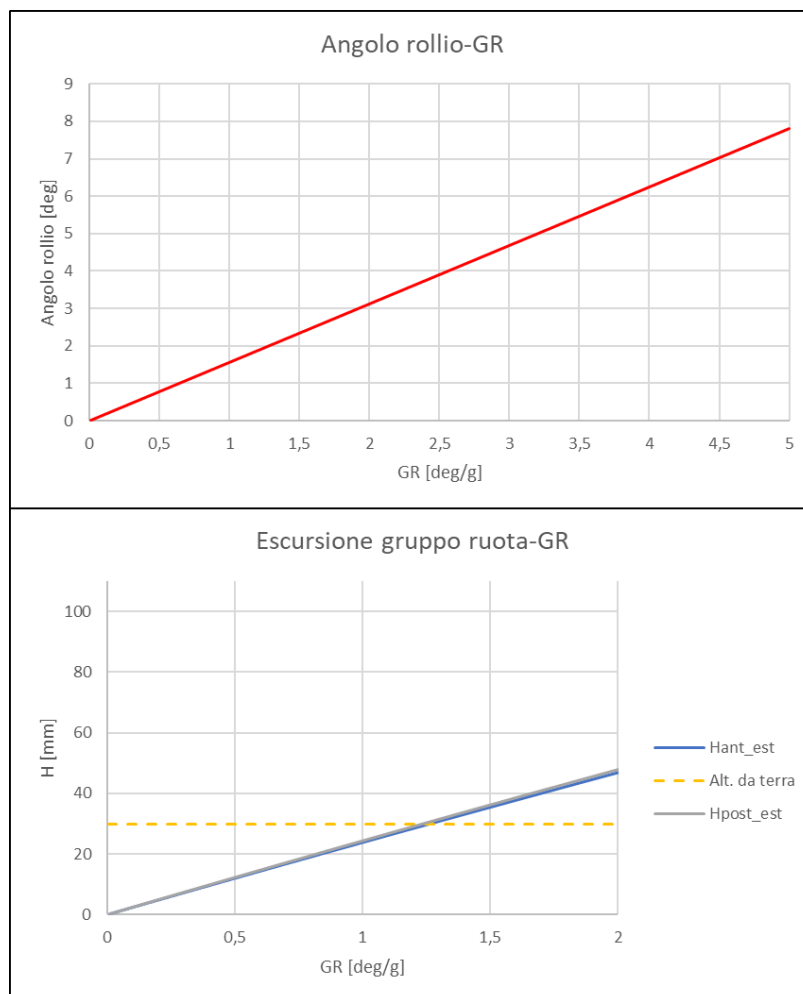


Figura 4.6 - Angolo di rollio ed escursioni dei gruppi ruota esterni vs. gradiente di rollio

Dalla figura si può vedere che non si possono scegliere valori di gradiente di rollio maggiori di 1,27 deg/g, altrimenti si rischia di toccare terra con la parte esterna della vettura durante la curva.

La Figura 4.7 mostra infine la dipendenza dal GR della frequenza naturale dei gruppi ruota anteriori (in blu) e posteriori (in grigio). Si ricorda che la frequenza naturale è proporzionale al ride rate delle sospensioni, il quale è legato al gradiente di rollio.

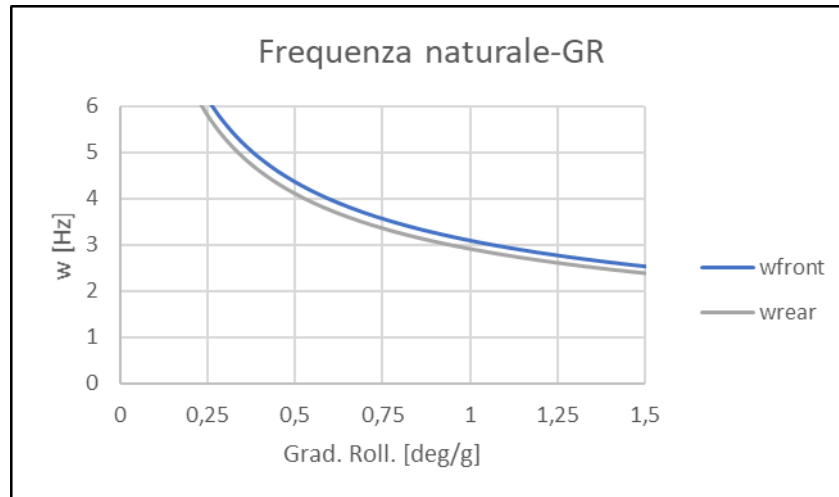


Figura 4.7 - Frequenza naturale vs. gradiente di rollio

Nell'analisi si è scelto un gradiente di rollio pari a 0,5 deg/g, a cui corrisponde, nel caso i centri di rollio anteriore e posteriore siano ad un'altezza rispettivamente di 55 mm e di 50 mm, una rigidità a rollio  $K_{Tot}$  di circa 1100 Nm/deg. In questo modo si è perfettamente all'interno degli intervalli di frequenza naturale consigliati e si è ben lontani dal toccare terra con la parte esterna della vettura. Ovviamente il valore di GR è stato scelto in modo arbitrario per eseguire lo studio degli altri parametri dinamici, ma ciò non toglie che possa essere successivamente modificato, anche dopo la progettazione, purché si rimanga negli intervalli di fattibilità. D'altra parte, una delle caratteristiche fondamentali che devono possedere le sospensioni è quella di poter essere opportunamente modulabili in rigidità: come già accennato, lo scopo del modello proposto non è solo quello di suggerire dei valori ottimali dei parametri dinamici, ma anche di fornire degli intervalli di fattibilità all'interno dei quali devono ricadere le grandezze. Essendo la forza laterale generata dagli pneumatici indipendente dal GR, tutti i valori fattibili possono essere considerati ottimali.

A questo punto è doveroso fare una precisazione. Nella formula 3.19 che lega la rigidezza a rollio  $K_{Tot}$  al gradiente, è presente anche il termine  $h_2$ , ovvero la distanza fra l'asse di rollio e il centro di massa sospesa, la quale dipende dall'altezza dei centri di rollio anteriore e posteriore e dal baricentro della vettura. Ciò significa che ad un determinato valore di GR possono corrispondere più rigidezze, una per ogni  $h_2$ . È per questo che alcuni testi in realtà nella progettazione partono direttamente dal valore di rigidezza, ottenendo il gradiente di conseguenza. In questo caso però, è più comodo fissare il GR – e accettare la rigidezza che risulta – in quanto indirettamente si assicura un determinato valore dell'angolo di rollio, che come si vedrà, sarà utile per trovare il centro di istantanea rotazione delle sospensioni in vista frontale.

Infine, la Tabella 4.10 di seguito riassume le grandezze assunte dagli altri parametri dinamici nello studio del gradiente di rollio.

T obiettivo	$T_{ob}$	4,75	s
Passo	$l$	1550	mm
Carreggiata	$t$	1250	mm
$x_{CoG}$ masse sospese	$x$	0,00	mm
Distrib. rigidezza rollio	Ratio	0,53	
Altezza CR ant.	$h_{CR\_front}$	55	mm
Diff. altezza CR ant.-post.	$\Delta h$	-5	mm
Coefficiente attrito asfalto	$\mu_{y\_asfalto}$	1,55	
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	0	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0	deg

Tabella 4.10 - Valori dei parametri dinamici tenuti fissi nella valutazione del gradiente di rollio

Per semplicità, i valori di camber sono stati considerati nulli, seppur non corrispondenti perfettamente alla realtà. L'inclinazione della ruota però non influenza l'andamento della forza disponibile in funzione del GR, ma sposta la curva verso l'alto o verso il basso, avvicinandola o allontanandola dalla curva di forza richiesta a seconda del valore di camber. Quest'ultima considerazione varrà anche nello studio di tutti gli altri parametri che seguiranno.

### 4.5.3 Ratio

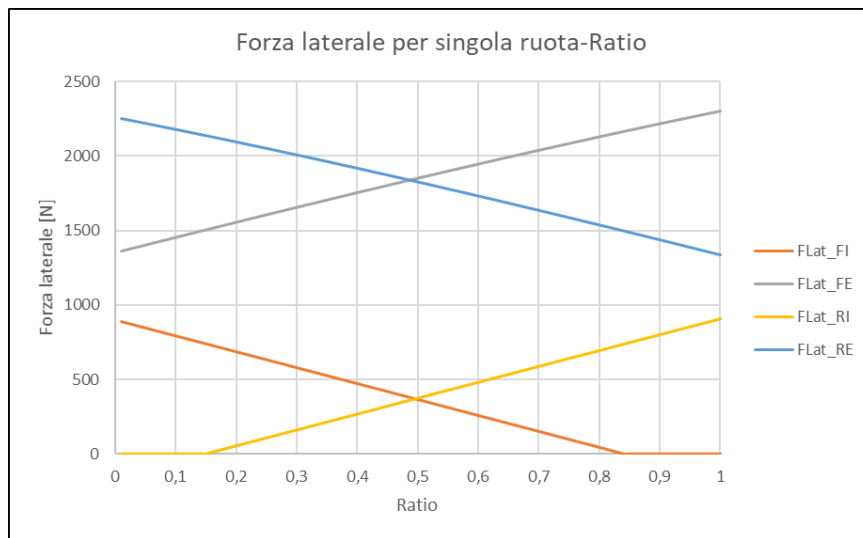


Figura 4.8 - Forze laterali dei singoli pneumatici vs. ratio

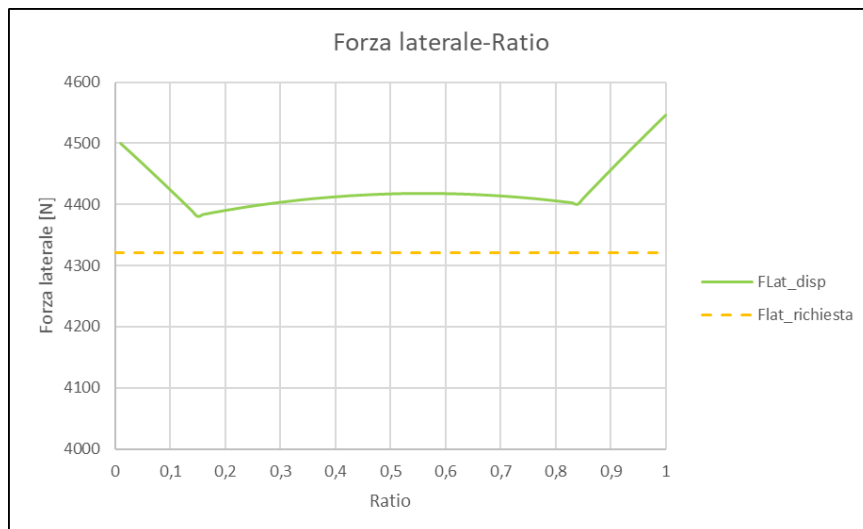


Figura 4.9 - Forza laterale vs. ratio

Per i motivi spiegati precedentemente, la forza laterale generata da ciascuna gomma e, di conseguenza, la forza disponibile totale dipendono dal Ratio (Figure 4.8 e 4.9), il quale deve rimanere compreso fra un minimo di 0,16 e un massimo di 0,83 (inclusi). Al di fuori di questi valori infatti, una delle ruote interne si solleva da terra: nella Figura 4.9 si può notare come le curve di forza laterale relative alle due gomme interne crollino a zero. A quel punto, seppur aumentino repentinamente, i valori della forza totale (Figura 4.9 in verde) non sono più affidabili.

In aggiunta a ciò, come si può vedere in Figura 4.10, uscire dal range indicato può anche condurre alla situazione in cui la parte esterna della vettura tocca terra con l'anteriore o con il posteriore (a seconda del valore del Ratio),

introducendo una condizione di instabilità e dunque di mancanza di sicurezza.

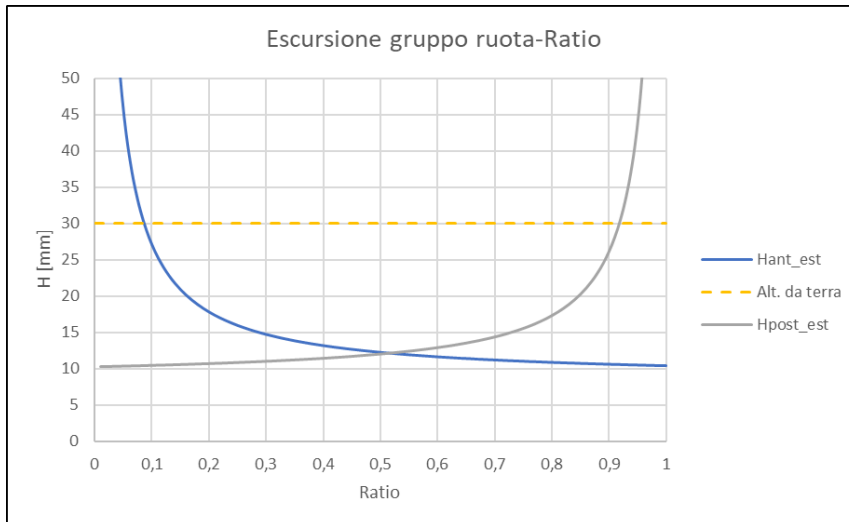


Figura 4.10 - Escursione dei gruppi ruota esterni vs. ratio

L'angolo di rollio invece è indipendente dal Ratio, in quanto è in funzione solo del gradiente di rollio e dell'accelerazione laterale.

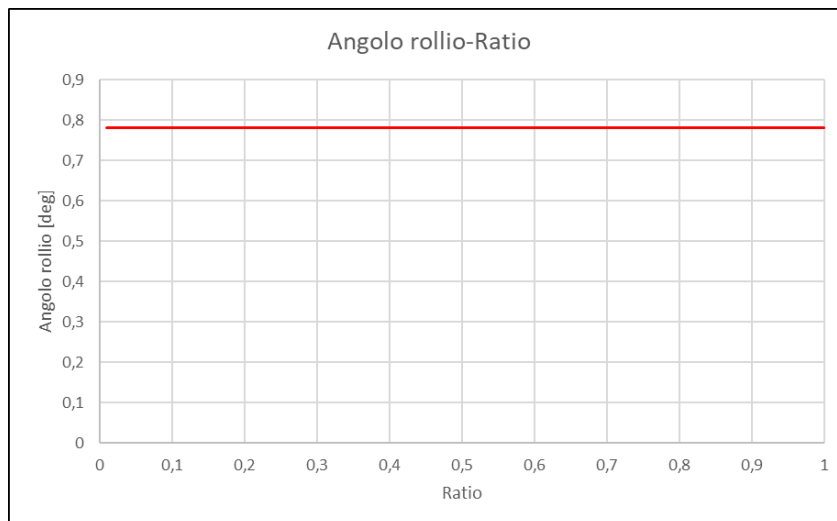


Figura 4.11 - Angolo di rollio vs. ratio

Infine, la Figura 4.12 mostra le frequenze naturali dei gruppi ruota anteriori (in blu) e di quelli posteriori (in grigio).

In base al grafico di Figura 4.9, il massimo della forza laterale disponibile si trova ad un valore del Ratio maggiore di 0,5, in particolare a 0,56. Ciò significa che è consigliabile aumentare la rigidità dell'anteriore rispetto al posteriore. Nello studio si è deciso di optare per un Ratio pari a 0,53 in quanto il valore della forza laterale disponibile è pressoché identico a quello corrispondente a 0,56 e, dato che una maggiore rigidità dell'anteriore fa sì che il veicolo sia caratterizzato da più sottosterzo, si è preferito non

aumentare troppo la differenza fra i due roll rate. A 0,53 peraltro le escursioni delle sospensioni anteriori e posteriori sono uguali.

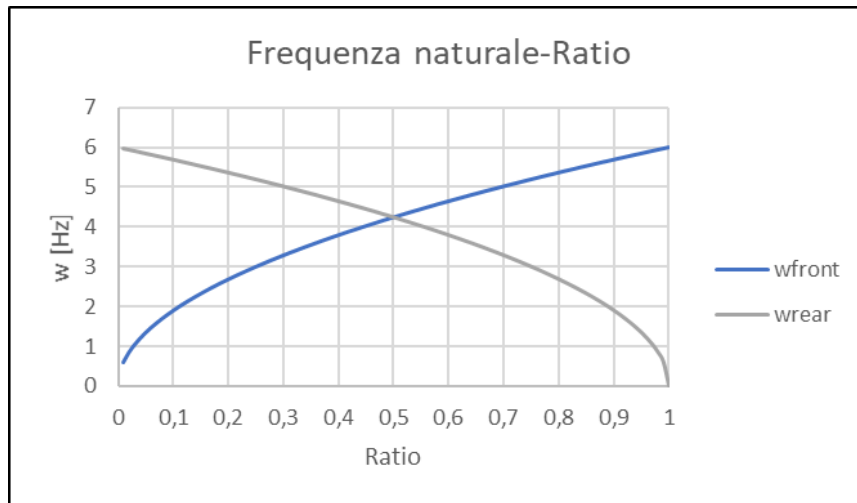


Figura 4.12 - Frequenza naturali vs. ratio

Per concludere, la Tabella 4.11 riassume le grandezze degli altri parametri dinamici.

T obiettivo	$T_{ob}$	4,75	s
Passo	$l$	1550	mm
Carreggiata	$t$	1250	mm
$x_{CoG}$ masse sospese	$x$	0,00	mm
Gradiente di rollio	Grad. Roll.	0,5	deg/g
Altezza CR ant.	$h_{CR\_front}$	55	mm
Diff. altezza CR ant.-post.	$\Delta h$	-5	mm
Coefficiente attrito asfalto	$\mu_{y\_asfalto}$	1,55	
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	0	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0	deg

Tabella 4.11 - Valori dei parametri dinamici tenuti fissi nella valutazione del Ratio

#### 4.5.4 Altezze dei centro di rollio

Nello studio è stata analizzata l'influenza sulla performance delle posizioni dei due centri di rollio anteriore e posteriore in maniera congiunta. Si è deciso cioè di non tenere fisso uno dei due facendo variare l'altezza dell'altro, ma si sono introdotti come parametri l'altezza del centro di rollio anteriore  $h_{CR\_front}$  e la differenza fra le altezze dei due centri,  $\Delta h$ . In questa maniera, fissare il secondo e far variare il primo significa spostare in direzione verticale tutto l'asse di rollio (vedi Figura 3.23), conservando la stessa inclinazione rispetto al piano stradale. Modificando il  $\Delta h$  e mantenendo fisso  $h_{CR\_front}$ , si agisce invece sull'inclinazione dell'asse di

rollio. In questo paragrafo si studierà la prima situazione, nel prossimo la seconda.

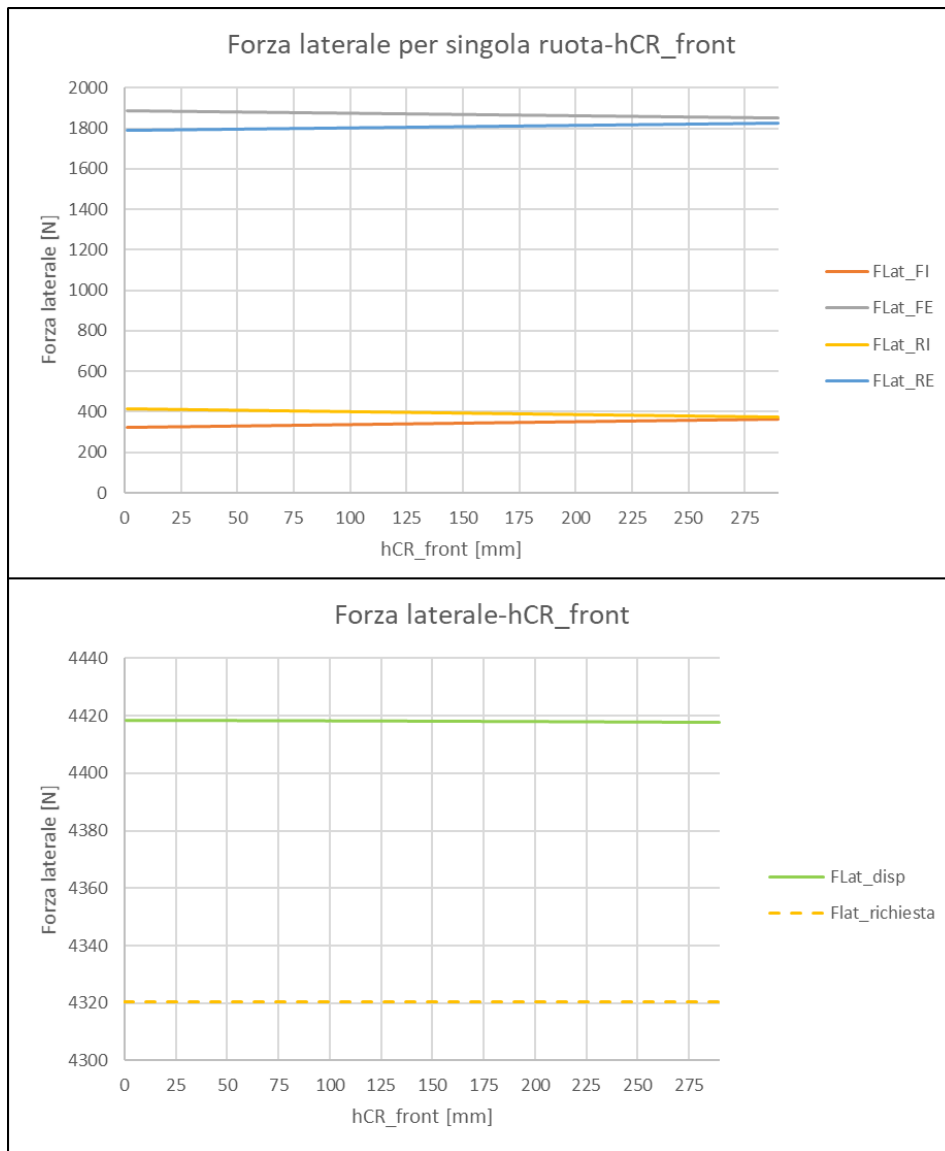


Figura 4.13 - Forze laterali vs. altezza dell'asse di rollio

La Figura 4.13 mostra come l'altezza dell'asse di rollio, controllata tramite  $h_{CR\_front}$  ( $\Delta h$  è fisso), abbia una leggera influenza sui trasferimenti di carico laterale registrati sui due assali, che si traduce in una tiepida dipendenza delle forze laterali generate dalle singole ruote. Nel risultato complessivo però gli effetti di tale dipendenza si annullano a vicenda e così la forza totale disponibile è pressoché costante.

Anche in questo caso dunque, analogamente al gradiente di rollio, non esiste un valore ottimale, ma lo si può scegliere arbitrariamente, purché non sia troppo elevato, altrimenti i gruppi ruota subiscono un'escursione

talmente cospicua che la parte esterna della vettura rischia di colpire l'asfalto (Figura 4.14).

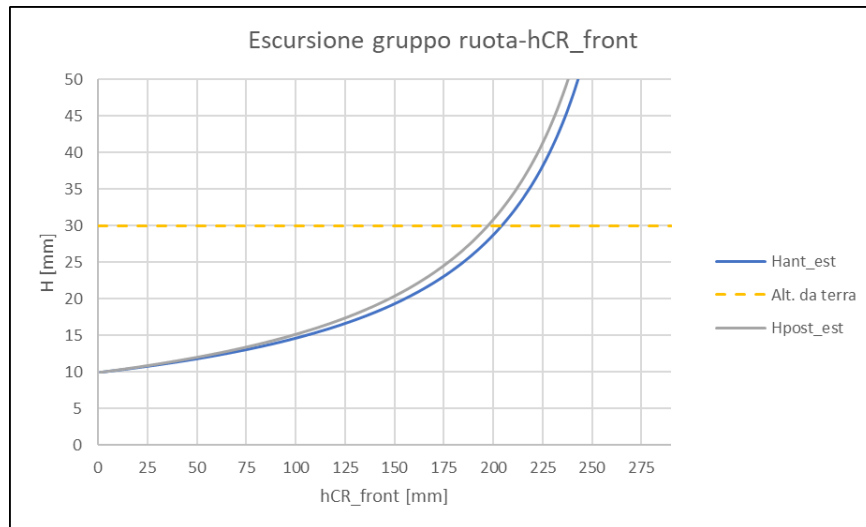


Figura 4.14 - Escursione dei gruppi ruota vs. altezza del centro di rollio

In questo caso si è optato per un  $h_{CR\_front}$  pari a 55 mm e, come si vedrà più avanti, per un  $\Delta h$  di -5 mm: il centro di rollio posteriore è dunque leggermente più in basso dell'anteriore. La scelta è stata dettata in parte dall'esperienza in parte dal compromesso. L'esperienza suggerisce infatti che per i veicoli a trazione integrale il centro di rollio posteriore debba essere ad un'altezza appena inferiore di quello anteriore e che entrambi devono essere posizionati ad una distanza da terra pari al 20-25% dell'altezza del centro di massa totale, che in questo caso è di circa 240 mm (Tabella 4.6). In termini di compromesso, si ricorda che alzare l'asse di rollio avvicinandolo al baricentro della vettura fa sì che, nonostante si riduca il momento di rollio, aumenti l'indesiderato *nonrolling overturning moment*. È ragionevole dunque scegliere i valori indicati.

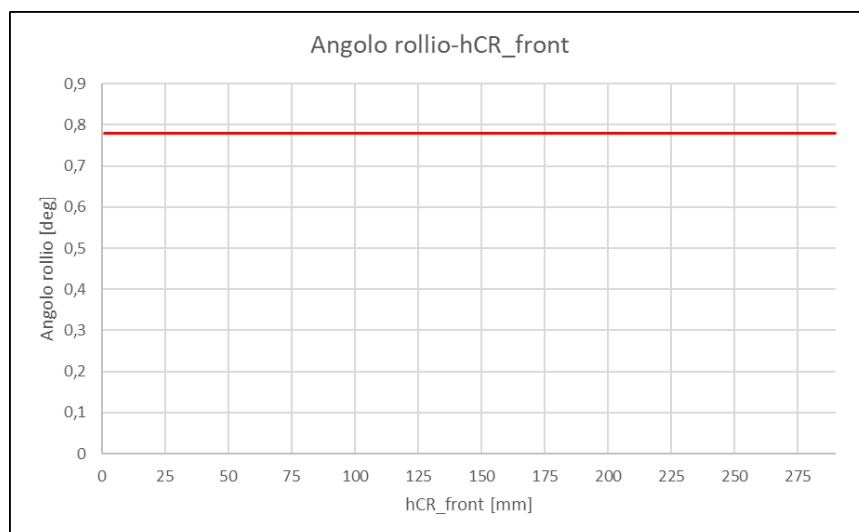


Figura 4.15 - Angolo di rollio vs. altezza dell'asse di rollio



Per quanto riguarda l'angolo di rollio, esso rimane costante con il modificarsi dell'altezza dell'asse di rollio, per le stesse ragioni che valgono per il Ratio (Figura 4.15).

La Figura 4.16 invece mostra l'andamento delle frequenze naturali dei gruppi ruota anteriore e posteriore in funzione dell' $h_{CR\_front}$ .

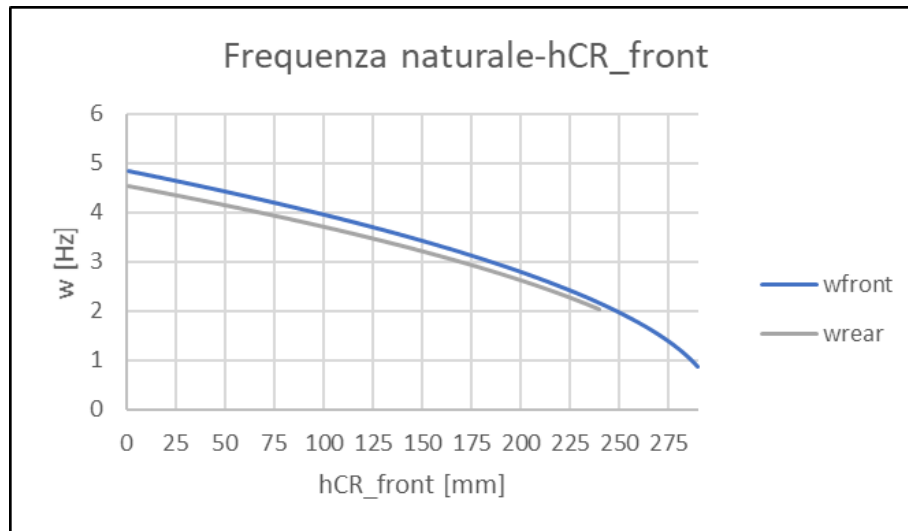


Figura 4.16 - Frequenza naturale vs. altezza dell'asse di rollio

Per concludere, la Tabella 4.12 riassume i valori degli altri parametri.

T obiettivo	$T_{ob}$	4,75	s
Passo	$l$	1550	mm
Carreggiata	$t$	1250	mm
$X_{CoG}$ masse sospese	$x$	0,00	mm
Gradiente di rollio	Grad. Roll.	0,5	deg/g
Distrib. rigidezza rollio	Ratio	0,53	
Diff. altezza CR ant.-post.	$\Delta h$	-5	mm
Coefficiente attrito asfalto	$\mu_{y\_asfalto}$	1,55	
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	0	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0	deg

Tabella 4.12 - Valori dei parametri dinamici tenuti fissi nella valutazione dell'altezza dell'asse di rollio

#### 4.5.5 Differenza di altezza fra centri di rollio

Con la differenza fra le altezze del centro di rollio anteriore e di quello posteriore, indicata con  $\Delta h$ , si modifica l'inclinazione dell'asse di rollio rispetto alla strada e quindi anche la sua distanza dal centro di massa sospesa  $h_2$ . L'effetto sulle forze laterali generate dagli pneumatici è molto simile a quello dell' $h_{CR\_front}$ . Come si nota dalla Figura 4.17, la curva della forza totale disponibile è lievemente inclinata e suggerisce di scegliere un valore di  $\Delta h$  negativo, in linea con le considerazioni dettate dall'esperienza.

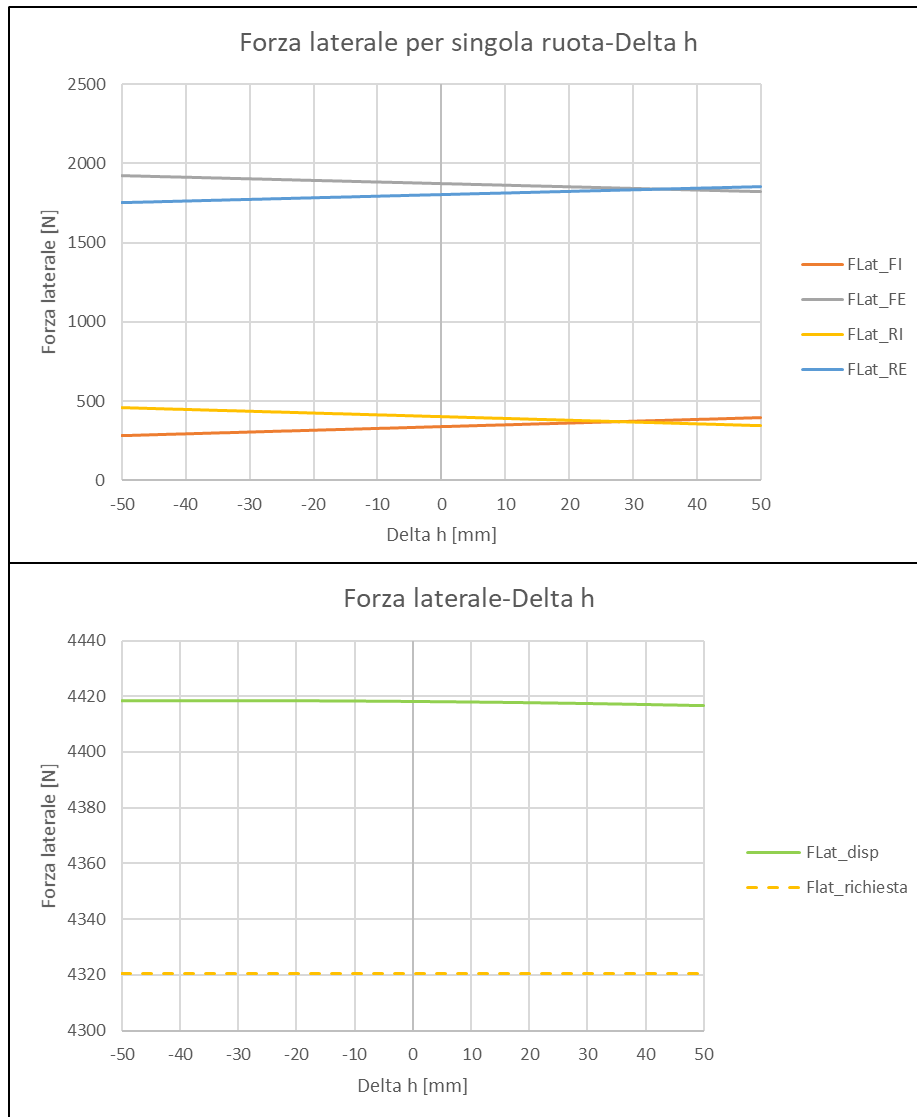


Figura 4.17 - Forza laterale vs.  $\Delta h$

Inoltre un  $\Delta h$  negativo, come quello scelto, introduce una maggiore simmetria fra le escursioni delle sospensioni anteriori e posteriori.

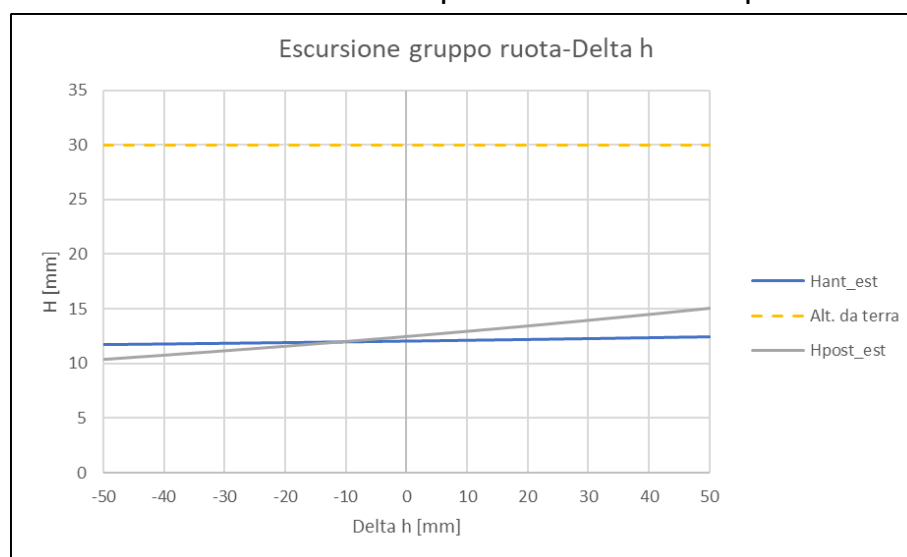


Figura 4.18 - Escursione gruppi ruota vs.  $\Delta h$

Per quanto riguarda l'angolo di rollio invece, esso rimane costante, per gli stessi motivi visti nello studio del Ratio.

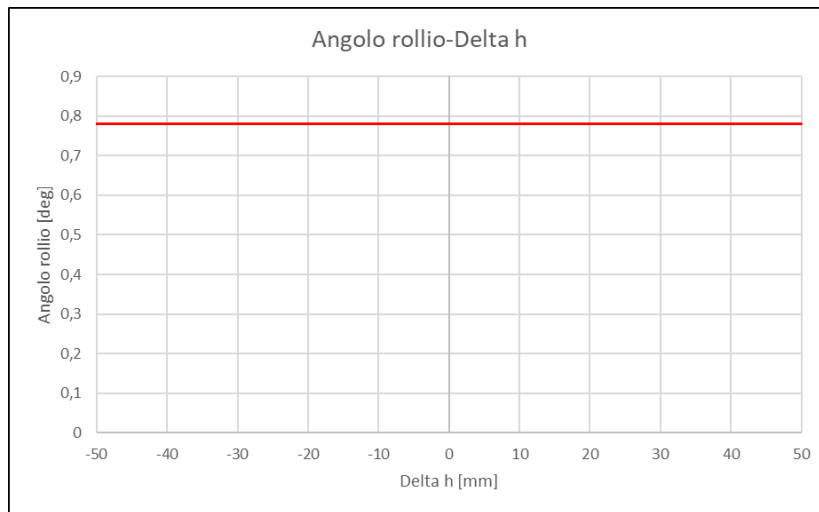


Figura 4.19 - Angolo di rollio vs.  $\Delta h$

Infine, le frequenze naturali risultanti dall'analisi sono perfettamente in linea con i valori suggeriti dal Milliken [1].

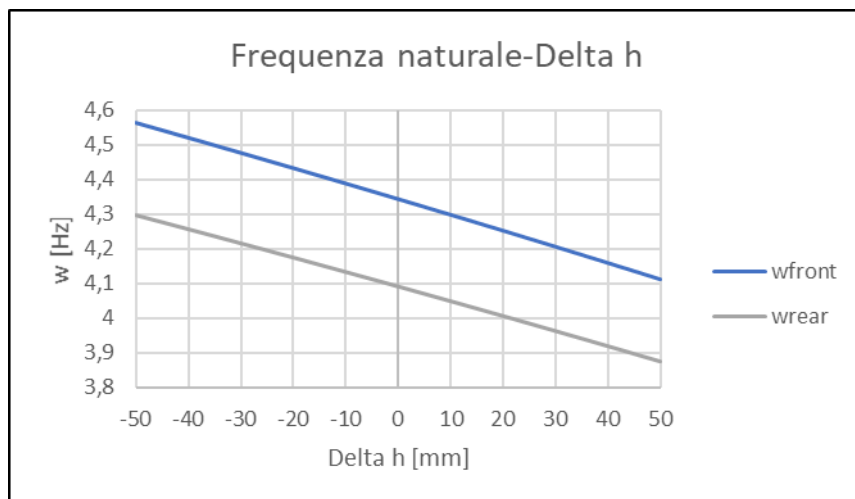


Figura 4.20 - Frequenza naturale vs.  $\Delta h$

Per concludere, la Tabella 4.13 riassume i valori degli altri parametri.

T obiettivo	$T_{ob}$	4,75	s
Passo	$l$	1550	mm
Carreggiata	$t$	1250	mm
$x_{CoG}$ masse sospese	$x$	0,00	mm
Gradiente di rollio	Grad. Roll.	0,5	deg/g
Distrib. rigidzza rollio	Ratio	0,53	
Altezza CR ant.	$h_{CR\_front}$	55	mm
Coefficiente attrito asfalto	$\mu_{y\_asfalto}$	1,55	
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	0	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0	deg

Tabella 4.13 - Valori dei parametri dinamici tenuti fissi nella valutazione del  $\Delta h$

#### 4.5.6 Centro di massa sospesa

L'analisi dell'influenza del centro di massa sospesa sulla performance del veicolo conferma un concetto scontato a livello intuitivo: il baricentro deve rimanere il più possibile al centro della vettura. Al massimo può essere leggermente avanzato (Figura 4.21), anche per cercare un leggero sottosterzo che alle volte è desiderato. Nello studio si è scelto di porre  $x_{CoG}$  pari a zero, per una questione di simmetria.

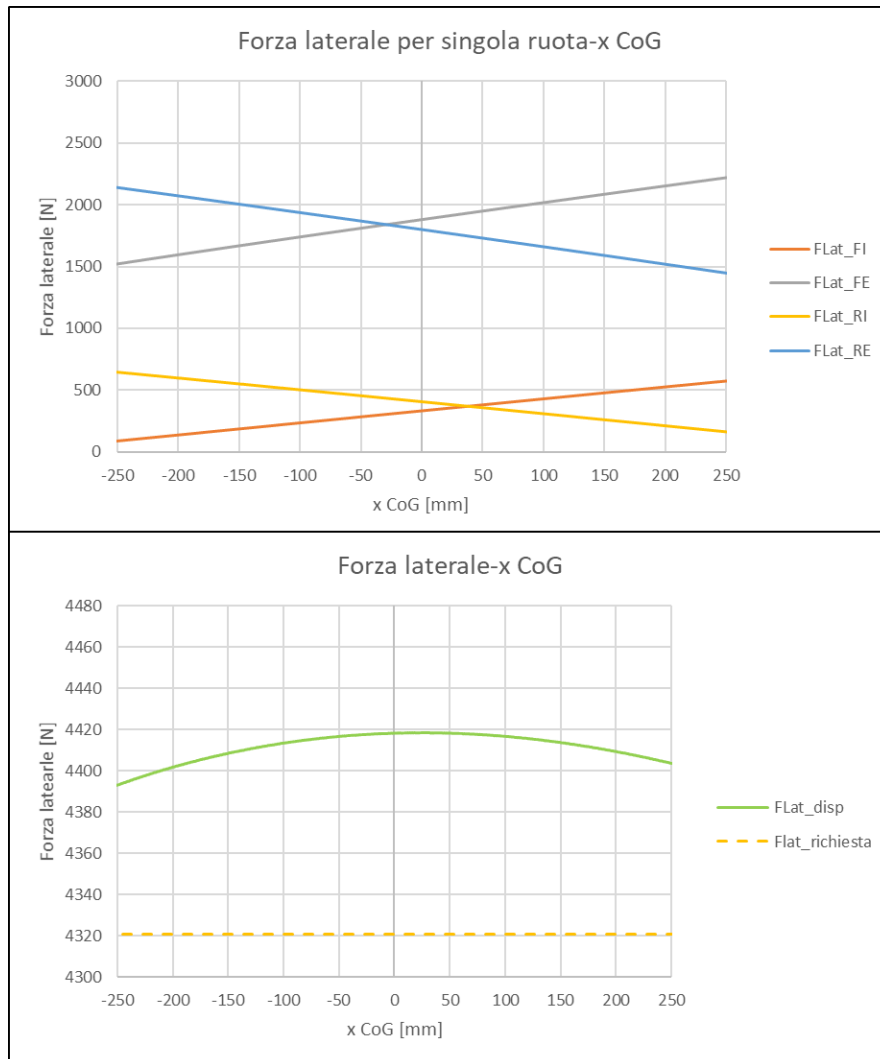


Figura 4.21 - Forza laterale vs. posizione del centro di massa sospesa

La Figura 4.21 mostra che il massimo della forza laterale si trova a valori di  $x_{CoG}$  di poco maggiori di zero, per i quali, peraltro, si ha un'uguaglianza fra dei valori delle frequenze naturali e delle escursioni delle sospensioni anteriori e posteriori (Figure 4.22 e 4.23). Ciò deriva dal fatto che nell'analisi il valore del Ratio è maggiore di 0,5. Comunque sia si è deciso di fissare  $x_{CoG}$  pari a zero, dato che i valori di rigidità possono essere modificati in fase di

assetto dell'auto e sarebbe inutile ottimizzare il parametro relativo al baricentro per una specifica rigidezza.

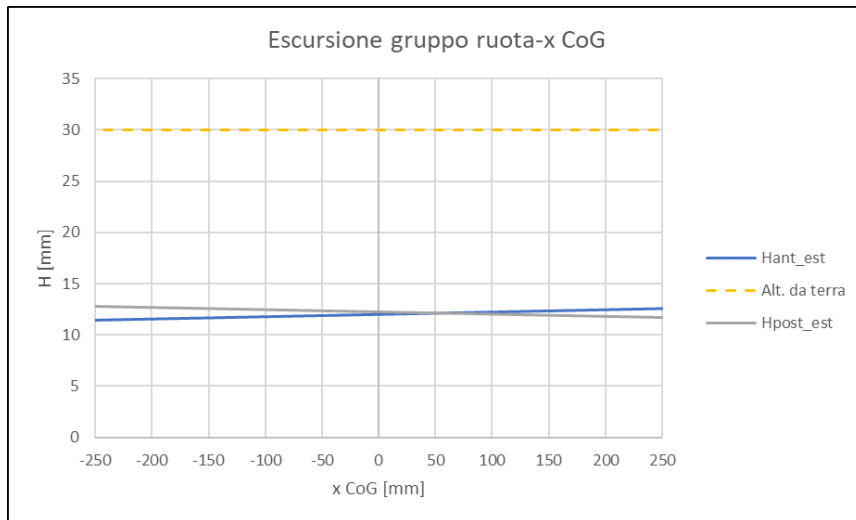


Figura 4.22 – Escursione gruppi ruota vs. posizione del centro di massa sospesa

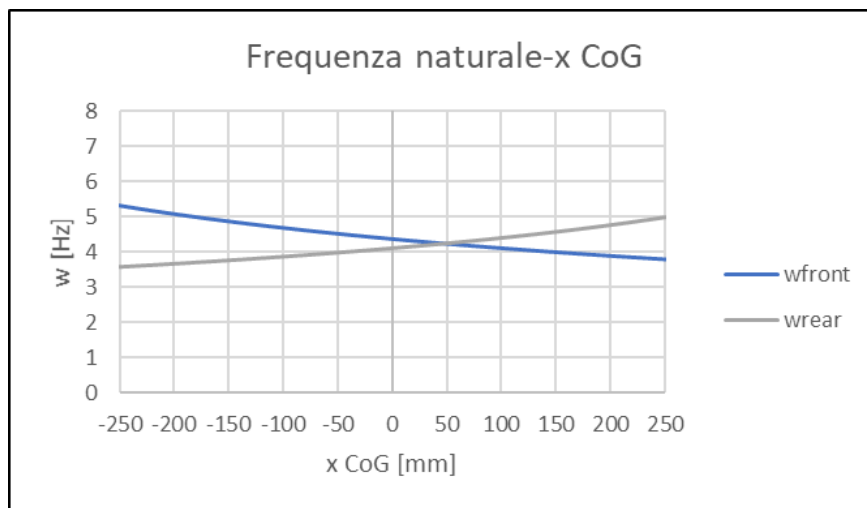


Figura 4.23 - Frequenza naturale vs. posizione del centro di massa sospesa

Come sempre, l'angolo di rollio rimane costante.

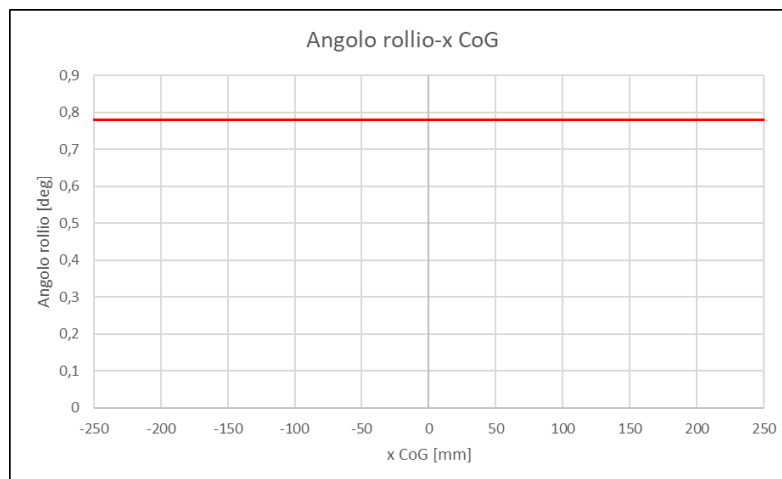


Figura 4.24 - Angolo di rollio vs. posizione del centro di massa sospesa

Per concludere, la Tabella 4.14 riassume i valori degli altri parametri.

T obiettivo	$T_{ob}$	4,75	s
Passo	$l$	1550	mm
Carreggiata	$t$	1250	mm
Gradiente di rollio	Grad. Roll.	0,5	deg/g
Distrib. rigidità rollio	Ratio	0,53	
Altezza CR ant.	$h_{CR\_front}$	55	mm
Diff. altezza CR ant.-post.	$\Delta h$	-5	mm
Coefficiente attrito asfalto	$\mu_{y\_asfalto}$	1,55	
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	0	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0	deg

Tabella 4.14 - Valori dei parametri dinamici tenuti fissi nella valutazione della posizione del centro di massa sospesa

### 4.5.7 Carreggiata

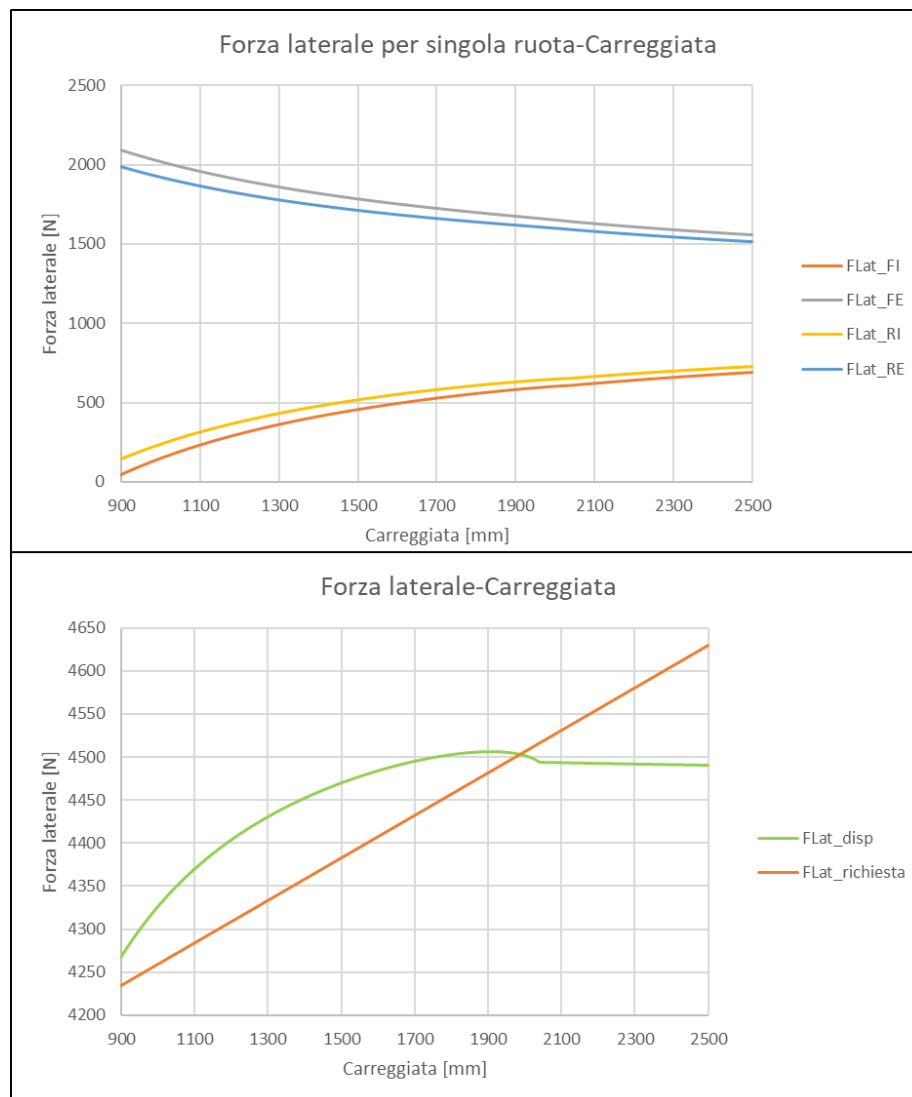


Figura 4.25 - Forza laterale vs. carreggiata

Di particolare interesse risulta lo studio della carreggiata. Come si può notare dai grafici di Figura 4.25, con l'aumentare di essa si ha un aumento

della performance: il trasferimento di carico laterale è meno accentuato e ciò permette agli pneumatici di generare forze laterali più uniformi ma soprattutto più elevate. Allo stesso tempo però, la carreggiata influisce anche sulla forza inerziale (ovvero quella richiesta), che aumenterà proporzionalmente ad essa (vedi formule 4.1). Per cogliere dunque quali siano i valori ottimali del parametro in questione è più utile valutare l'andamento della differenza fra le due forze in funzione della *track*:

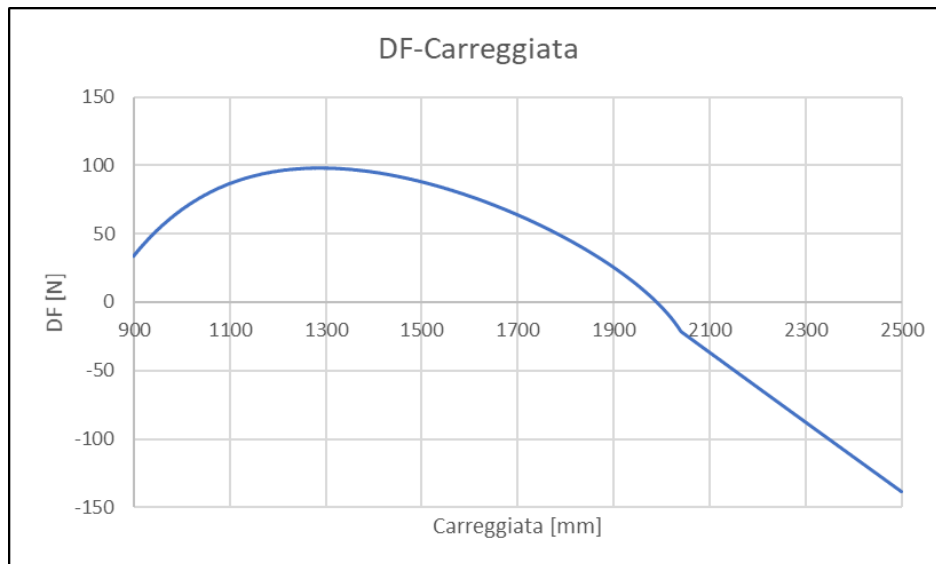


Figura 4.26 - Differenza fra forza disponibile e forza richiesta vs. carreggiata

Il massimo della curva si attesta fra un valore di 1250 mm e 1300 mm, ma in tale intervallo la differenza delle forze assume grandezze pressoché costanti. Si è deciso di optare dunque per una carreggiata di 1250 mm, anche perché con l'aumentare della track si ha un incremento delle escursioni dei gruppi ruota esterni (Figura 4.27): pur rimanendo al di sotto dei limiti consentiti, si preferisce comunque essere più cautelativi.

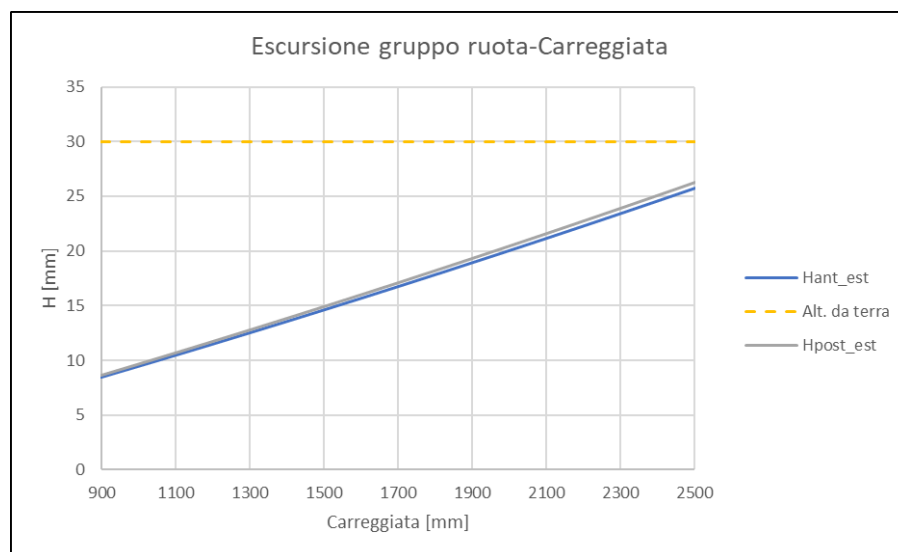


Figura 4.27 - Escursione gruppi ruota vs. carreggiata

Poiché con l'aumento della carreggiata, si ha un incremento della forza inerziale, l'accelerazione laterale subita dalla vettura sarà più elevata e così, a parità di gradiente di rollio, l'angolo di rollio sarà più accentuato. Questo spiega il suo andamento lineare in funzione della track (Figura 4.28).

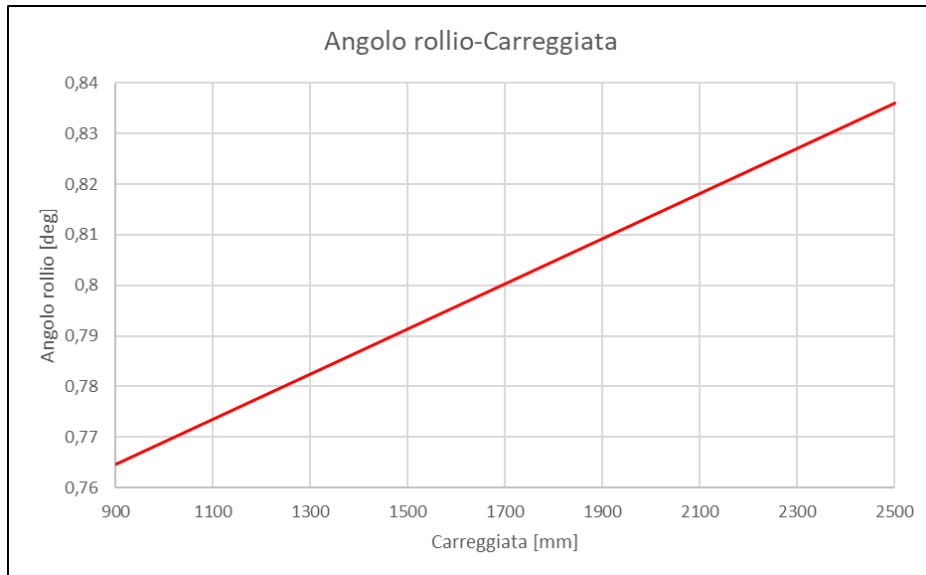


Figura 4.28 - Angolo di rollio vs. carreggiata

Infine, la Figura 4.29 mostra come per il valore di carreggiata scelto, la frequenza naturale dei gruppi ruota sia all'interno dell'intervallo consigliato di 3-5 Hz. La track entra in gioco nel passaggio dai roll rate ai ride rate (formula 3.12) e così influenza la frequenza naturale.

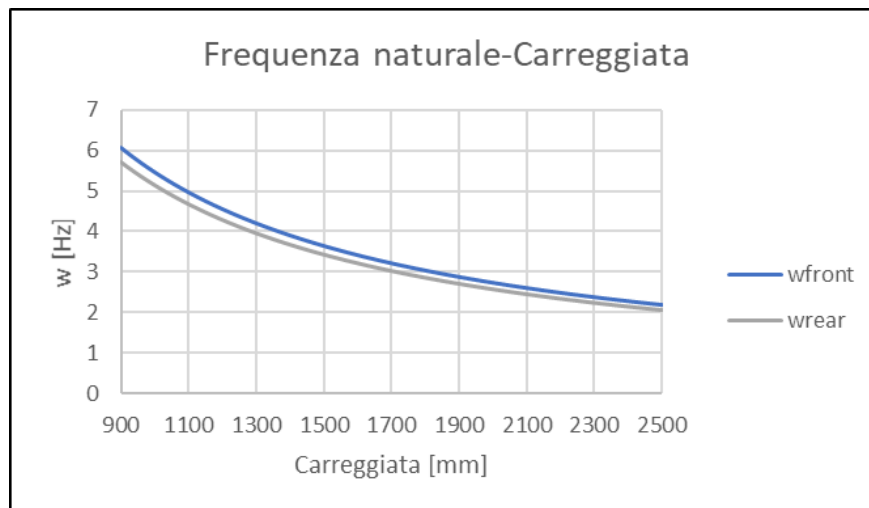


Figura 4.29 - Frequenza naturale vs. carreggiata

Per concludere, si ricordano, tramite la Tabella 4.15, i valori degli altri parametri dinamici considerati nell'analisi.



T obiettivo	$T_{ob}$	4,75	s
Passo	$l$	1550	mm
$x_{CoG}$ masse sospese	$x$	0,00	mm
Gradiente di rollio	Grad. Roll.	0,5	deg/g
Distrib. rigidzza rollio	Ratio	0,53	
Altezza CR ant.	$h_{CR\_front}$	50	mm
Diff. altezza CR ant.-post.	$\Delta h$	-5	mm
Coefficiente attrito asfalto	$\mu_{y\_asfalto}$	1,55	
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	0	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0	deg

Tabella 4.15 - Valori dei parametri dinamici tenuti fissi nella valutazione della carreggiata

#### 4.5.8 Passo

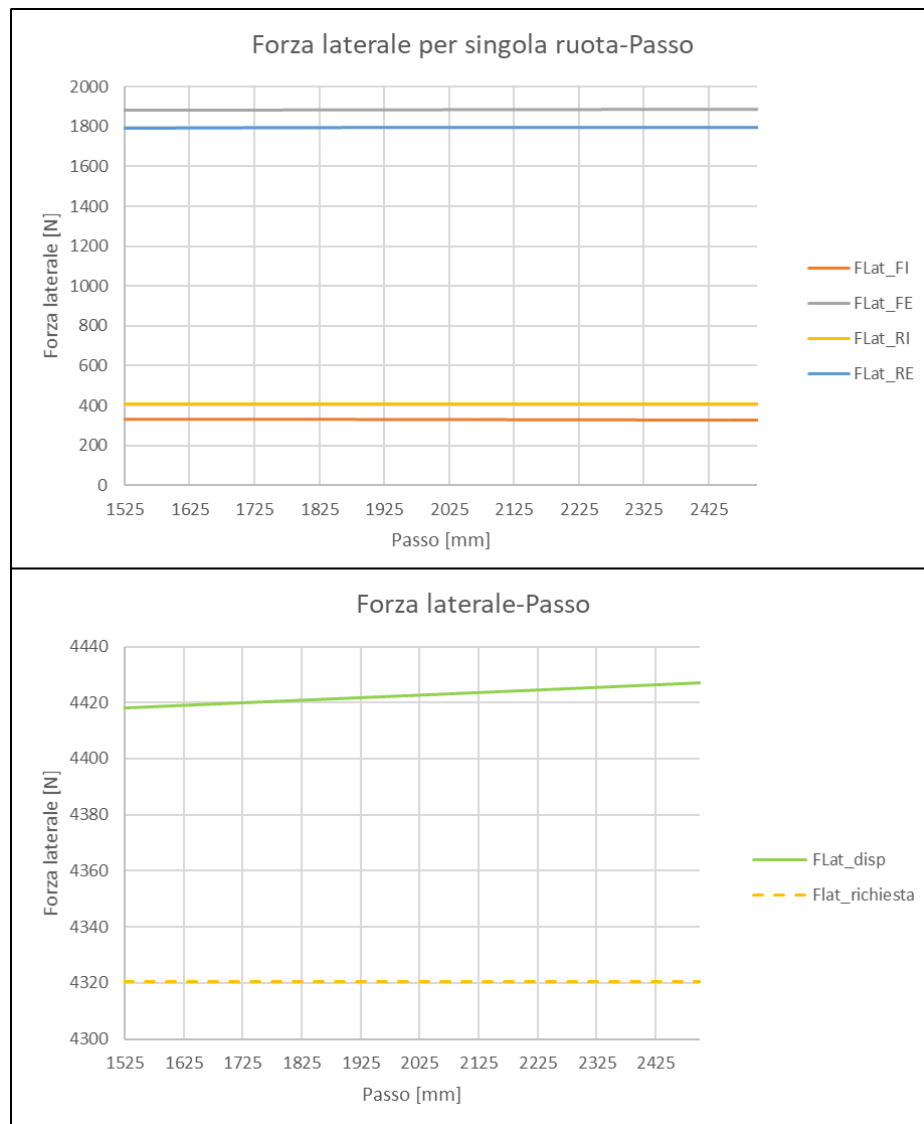


Figura 4.30 - Forza laterale vs. passo

Dal grafico in alto della Figura 4.30 non è apprezzabile come varino le forze laterali generate dalle singole gomme al variare del passo, ma una

dipendenza c'è ed è evidenziata dal grafico in basso: all'aumentare del *wheelbase*, si ha un effettivo incremento della forza laterale disponibile. La scelta del passo pari a 1550 mm che è stata fatta nell'analisi sembra dunque controproducente. In realtà, è necessario fare anche altre considerazioni. Aumentare il passo infatti porta ad una minore maneggevolezza dell'auto, soprattutto in tracciati corti, stretti e ricchi di curve a corto raggio come quelli delle competizioni di Formula SAE. Visto che la forza disponibile cala solo di qualche Newton su un totale di circa 4420 N, si preferisce ridurre al minimo il passo per massimizzare la maneggevolezza. Poiché il regolamento non permette un *wheelbase* più corto di 1525 mm, si è scelto il valore di 1550 mm, in modo tale da avere un certo margine di sicurezza negli ingombri durante la produzione.

Per quanto riguarda l'angolo di rollio, le escursioni dei gruppi ruota e le frequenze naturali, il passo non ha alcuna influenza su di essi.

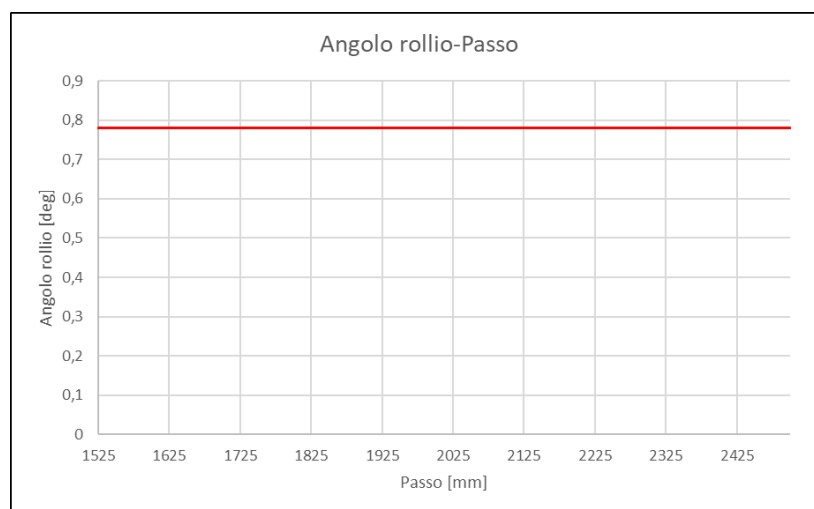


Figura 4.31 - Angolo di rollio vs. passo

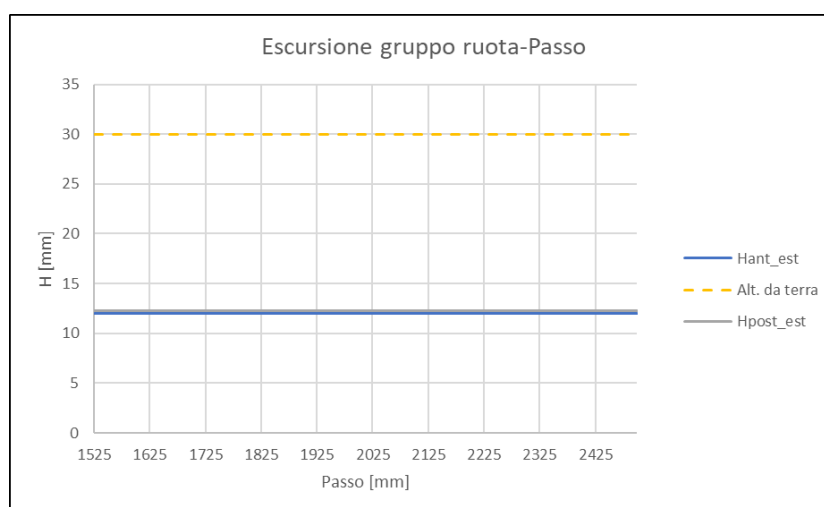


Figura 4.32 - Escursione gruppi ruota vs. passo

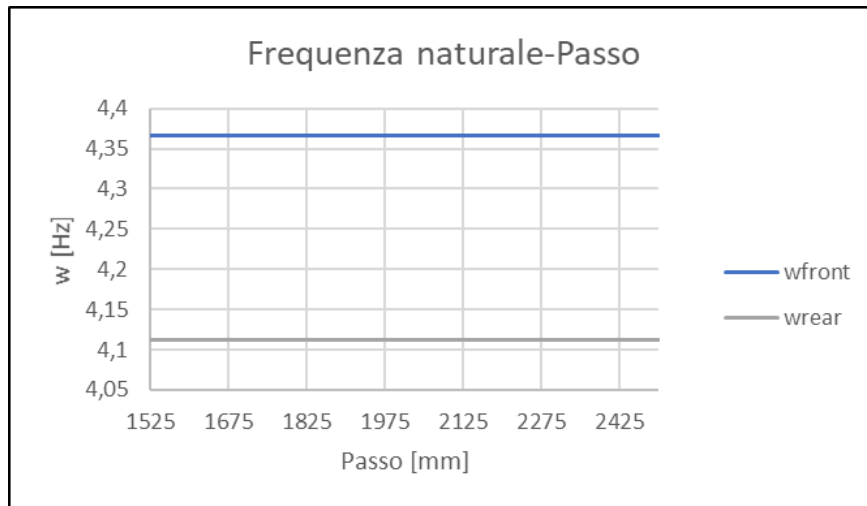


Figura 4.33 - Frequenza naturale vs. passo

Per concludere, la Tabella 4.16 mostra i valori degli altri parametri dinamici.

T obiettivo	$T_{ob}$	4,75	s
Carreggiata	t	1250	mm
$x_{CoG}$ masse sospese	x	0,00	mm
Gradiente di rollio	Grad. Roll.	0,5	deg/g
Distrib. rigidità rollio	Ratio	0,53	
Altezza CR ant.	$h_{CR\_front}$	50	mm
Diff. altezza CR ant.-post.	$\Delta h$	-5	mm
Coefficiente attrito asfalto	$\mu_{y\_asfalto}$	1,55	
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	0	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0	deg

Tabella 4.16 - Valori dei parametri dinamici tenuti fissi nella valutazione del passo

#### 4.5.9 Campanatura

La campanatura gioca un ruolo fondamentale nella determinazione del centro di istantanea rotazione. Infatti, come noto, la posizione del CIR in vista frontale controlla la lunghezza del  $f_{vsa}$  e di conseguenza il *camber gain*. Se il CIR fosse all'infinito e quindi i triangoli superiori e inferiori delle sospensioni fossero perfettamente paralleli, quando la ruota si muove in direzione verticale non ci sarebbe alcun cambiamento nella campanatura: se in condizioni statiche si ha camber nulla, rimane nulla in tutte le posizioni della ruota. In questo caso, se la vettura rolla di un determinato angolo  $\phi$ , le gomme ruotano dello stesso angolo e così gli pneumatici si ritrovano con una campanatura positiva, deleteria per la tenuta di strada (Figura 4.34).

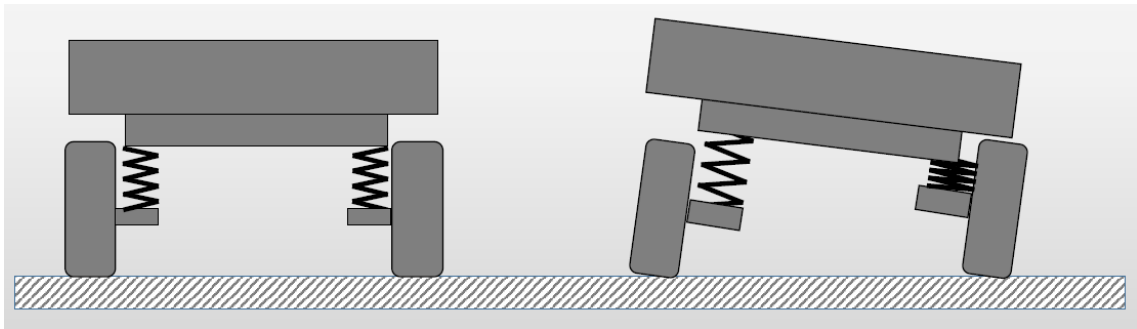


Figura 4.34 - Camber gain nullo

È bene dunque che il CIR sia ad una distanza finita, verso l'interno dell'auto. In questo modo, è presente un determinato camber gain, ovvero un guadagno di campanatura, e così con l'escursione della ruota si può recuperare parte della camber perduta. Ciò vale sia per gli pneumatici esterni, che guadagnano camber negativa mentre salgono, sia per gli interni, che si "raddrizzano" rispetto al piano stradale mentre scendono.

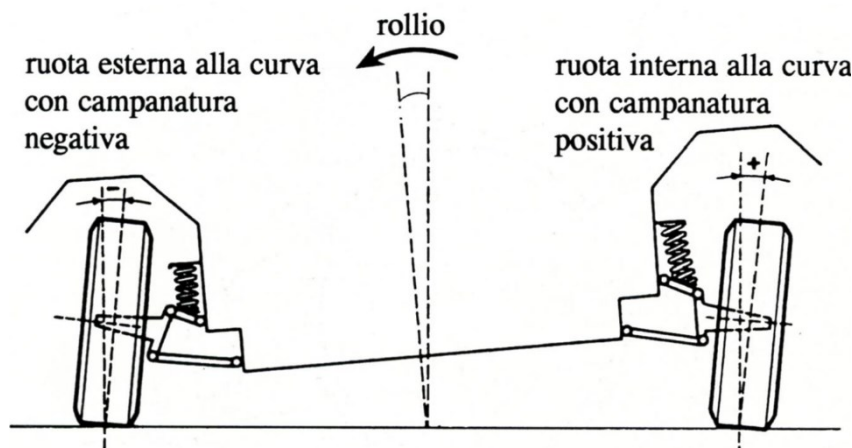


Figura 4.35 - Recupero di campanatura in curva

Ovviamente non è possibile recuperare completamente tutta la campanatura perduta. Per questo motivo si introducono nel modello dei valori di camber positivi in modo tale da determinare per quali di essi non si ha più tenuta di strada e dunque quanto recupero è necessario.

Nel grafico di Figura 4.36 si può vedere come, all'aumentare della campanatura positiva delle ruote anteriori e posteriori, la forza laterale disponibile diminuisca repentinamente, fino a scendere a valori ben più bassi della forza richiesta dalle condizioni imposte dalla curva.

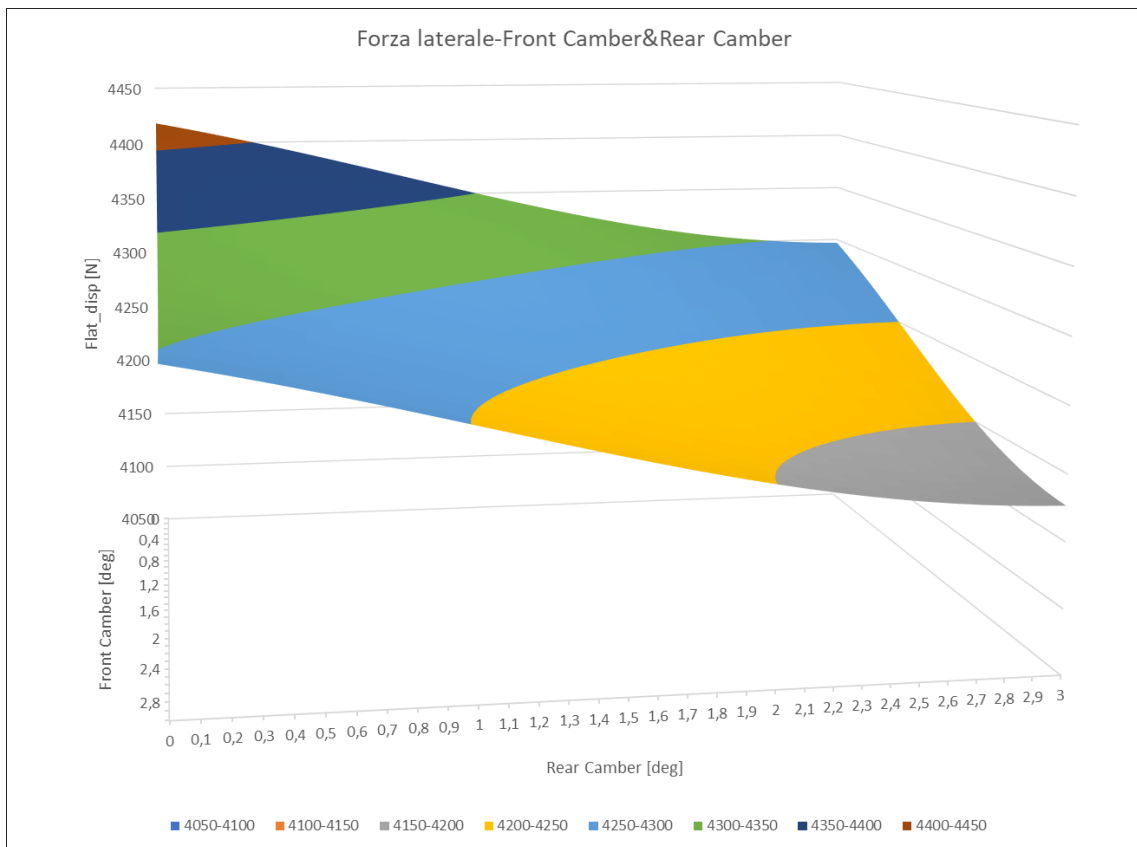


Figura 4.36 - Forza laterale vs. campanatura delle ruote anteriori e campanatura delle ruote posteriori

Se ora si immagina di tagliare la superficie nel grafico con un piano orizzontale posto all'altezza del valore della forza richiesta (in questo caso circa 4320 N), la curva di intersezione che ne risulta, guardando dall'alto il grafico di Figura 4.36, sarebbe quella rappresentata in Figura 4.37.

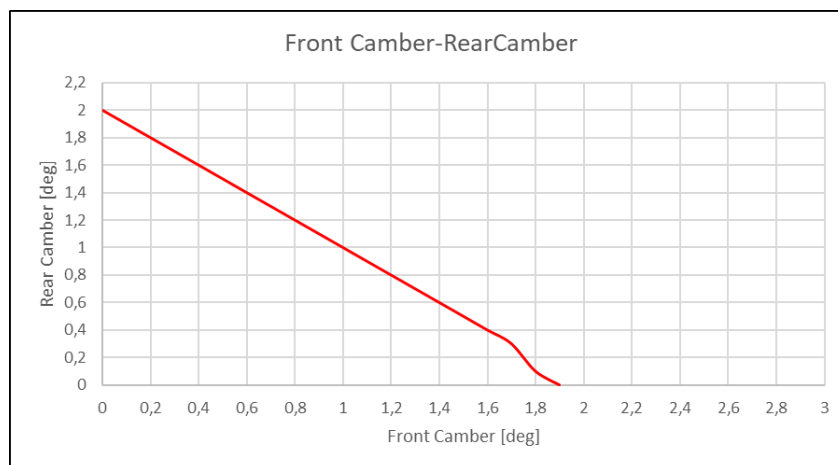


Figura 4.37 - Curva limite di aderenza

Tale curva rappresenta il limite di aderenza: al di sopra di essa infatti la forza disponibile è minore di quella richiesta e così non c'è tenuta di strada, al di sotto invece la forza disponibile è maggiore di quella richiesta e c'è dunque aderenza.

Come si può vedere dalla Tabella 4.8, l'angolo di rollio del veicolo durante la curva è di 0,78 gradi e così, anche se non ci fosse recupero di campanatura, si rimarrebbe comunque nella regione di aderenza.

Da notare che nello studio si sono considerate le condizioni peggiori: si sono infatti posti i valori di campanatura statica (ovvero quando l'auto è ferma) pari a zero. Ciò significa che, nel caso di camber gain nullo, l'angolo di inclinazione delle ruote rispetto alla strada, durante la curva, è esattamente pari all'angolo di rollio  $\phi$ . Se si fosse introdotta una campanatura statica negativa, sempre nel caso di camber gain nullo, l'angolo di inclinazione rispetto alla strada sarebbe stato minore di quello di rollio e ci sarebbero state sicuramente le condizioni di tenuta di strada.

#### 4.6 Determinazione del CIR in vista frontale

Grazie ai risultati ottenuti dallo studio del comportamento del veicolo elettrico che percorre il tracciato della prova di Skidpad, è stato possibile determinare il centro di istantanea rotazione in vista frontale di tutte e quattro le sospensioni.

Il Milliken [1] suggerisce una formula diretta che serve per calcolare la lunghezza del fvsa:

$$fvsa_{length} = \frac{t/2}{(1 - roll\ camber)} \quad (4.8)$$

dove il termine "roll camber" è espresso tramite la seguente equazione:

$$roll\ camber = \frac{wheel\ camber\ angle}{chassis\ roll\ angle} \quad (4.9)$$

Nella 4.9, lo "chassis roll angle" è l'angolo di rollio del telaio in curva, ovvero  $\phi$ , mentre il "wheel camber angle" è l'angolo di inclinazione della ruota rispetto alla verticale desiderato. Una volta imposto quest'ultimo valore, è sufficiente eseguire i calcoli per trovare il valore di lunghezza del fvsa. In questo modo è possibile determinare completamente la posizione del centro di istantanea rotazione.

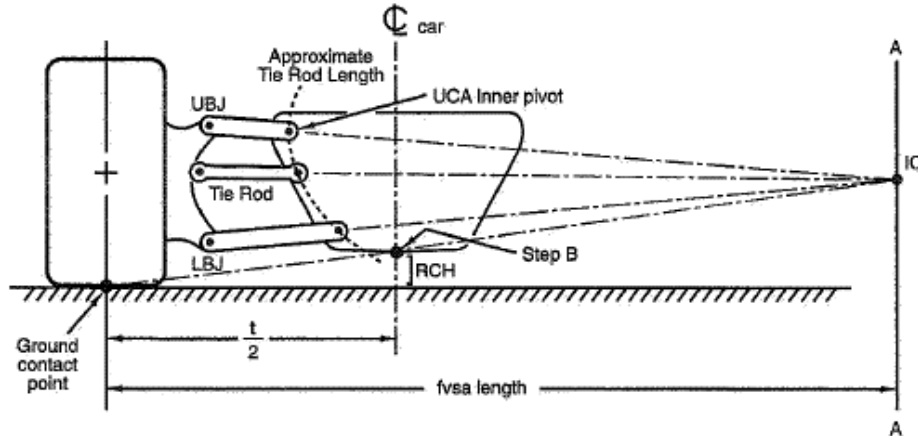


Figura 4.38 - Geometria delle sospensioni

Infatti, la lunghezza del  $fvsa$  è esattamente la distanza del CIR dal piano di mezzeria longitudinale delle ruote, mentre l'altezza da terra è calcolabile a partire dall'altezza del centro di rollio (indicata nella 4.10 con  $h_{CR}$ ) tramite le relazioni geometriche derivanti dalle proprietà dei triangoli simili:

$$h_{CIR} = \frac{h_{CR}}{t/2} \cdot fvsa_{length} \quad (4.10)$$

Per dare sostanza numerica alle formule, è necessario inserire il valore desiderato di wheel camber angle all'interno della 4.9 e calcolare la lunghezza del  $fvsa$  prima e l'altezza  $h_{CIR}$  dopo, sapendo che  $t$  è pari a 1250 mm e  $h_{CR}$  è 55 mm per le sospensioni anteriori e 50 per quelle posteriori.

Il wheel camber angle è un valore arbitrario, ma che comunque deve essere scelto con un certo criterio. Porlo pari a zero significa recuperare completamente gli 0,78 gradi di campanatura che si creano con il rollio. Ma significa anche posizionare il CIR esattamente a metà della carreggiata: con roll camber nullo infatti, la lunghezza del  $fvsa$  nella 4.8 risulta essere pari a  $t/2$ . Di conseguenza, il camber gain CG, per la 3.7, assume un valore molto elevato. Ciò garantisce delle ottime prestazioni in curva, ma introduce allo stesso tempo notevoli problemi in trazione e in frenata. Quando il veicolo è sottoposto ad un'accelerazione longitudinale infatti, le sospensioni di uno dei due assali si comprimono e quelle dell'altro si estendono (a seconda del verso dell'accelerazione): durante la compressione o l'estensione, con un elevato CG, si modificano fortemente gli angoli di inclinazione delle quattro gomme, che a quel punto sarebbero caratterizzate da una zona di contatto con l'asfalto molto più piccola e non sarebbero dunque più capaci di trasferire a terra la coppia motrice o frenante.

Per valutare l'influenza sul comportamento longitudinale del camber gain, o prima ancora del wheel camber angle, si dovrà fare uno studio della vettura in condizioni di trazione o frenatura (argomento del prossimo capitolo), valutare le estensioni e le compressioni con il massimo valore di accelerazione longitudinale, calcolare l'angolo di inclinazione che ne risulta e, tramite i dati sugli pneumatici a disposizione, verificare che ci sia ancora aderenza nonostante la minore area di contatto fra gomma e asfalto.

Alla fine del prossimo capitolo verranno spiegati i motivi per cui si è optato per un valore del wheel camber angle pari a 0,6 gradi, con un recupero dunque di 0,18 gradi sull'angolo di rollio.

Nella Tabella 4.17 sono riassunti tutti i risultati:

LUNGHEZZA FVSA			
Carreggiata	t	1250	mm
Angolo di rollio	$\phi$	0,78	deg
Anteriore			
Camber angle ant.	$\gamma_{ant}$	0,6	deg
Roll camber ant.	$RC_{ant}$	0,769	deg/deg
FVSA length ant.	$FVSA_{length\_ant}$	2708,33	mm
Camber gain ant.	$CG_{ant}$	0,021157	deg/mm
Posteriore			
Camber angle post.	$\gamma_{post}$	0,6	deg
Roll camber post.	$RC_{post}$	0,769	deg/deg
FVSA length ant.	$FVSA_{length\_post}$	2708,33	mm
Camber gain post.	$CG_{post}$	0,021157	deg/mm
ALTEZZA DEL CENTRO DI INSTANTANEA ROTAZIONE (CIR)			
Anteriore			
Altezza centro rollio ant.	$h_{CR\_front}$	55	mm
Altezza CIR ant.	$h_{CIR\_front}$	238,33	mm
Posteriore			
Altezza centro rollio post.	$h_{CR\_rear}$	50	mm
Altezza CIR post.	$h_{CIR\_rear}$	216,67	mm

Tabella 4.17 - Posizione del CIR in vista frontale

Ovviamente, i valori si riferiscono ad entrambe le ruote dello stesso assale, così da avere perfetta simmetria fra destra e sinistra.



# 5 Progettazione funzionale della sospensione in vista laterale

## 5.1 Introduzione all'analisi

La determinazione dei centri di istantanea rotazione delle sospensioni in vista laterale prevede un'analisi del comportamento del veicolo in condizioni di accelerazione longitudinale. In particolare si sono prese in considerazione due prove: l'Acceleration Test e il Brake Test. Il primo prevede la percorrenza di un rettilineo nel minor tempo possibile, partendo da fermi; il secondo consta in una brusca frenata da eseguire dopo una lunga accelerazione, in modo tale da testare la potenza dei freni. Si capisce che entrambe le prove costituiscono le situazioni in cui si possono registrare i massimi valori di accelerazione longitudinale dell'intera competizione. Nello studio del comportamento longitudinale del nuovo veicolo elettrico si sono presi in considerazione entrambi i test, ma una volta determinata l'accelerazione longitudinale che li caratterizza è stata selezionata solamente la prova che impone sulla vettura le peggiori condizioni.

L'analisi è stata eseguita secondo il seguente procedimento. Analogamente allo Skidpad, si è imposto un tempo obiettivo ( $T_{ob}=3,5$  s) per realizzare la prova di Acceleration. Conoscendo la lunghezza ( $L=75$  m) del rettilineo da percorrere, è stato possibile calcolare l'accelerazione longitudinale media:

$$a_{media} = \frac{2 \cdot L}{(T_{ob})^2} = 12,25 \text{ m/s}^2 = 1,25g \quad (5.1)$$

In base ai dati storici invece è noto che la decelerazione massima che la monoposto subisce durante il Brake Test non supera  $12,75 \text{ m/s}^2$ , ovvero  $1,3$  g. Tale prova dunque costituisce la situazione peggiore dal punto di vista dell'accelerazione longitudinale ed è per questo che si è scelto di progettare il sistema sospensivo sulla base di essa.

A partire dalla decelerazione durante il Brake Test e dalla ripartizione della frenata fra i freni anteriori e quelli posteriori, si è potuto trovare, dopo aver imposto i valori desiderati di anti-feature, la posizione del centro di beccheggio. A quel punto si è definita come parametro da far variare la rigidità a beccheggio, analoga al roll rate nello studio relativo alla prova di Skidpad. In questa maniera si è potuto conoscere, in funzione di tale

rigidezza, l'escursione della parte anteriore e di quella posteriore della vettura, individuando un range di fattibilità.

Lo studio poi può essere utile anche per verificare che il valore del camber gain non influenzi in maniera negativa il comportamento a trazione o in frenata della monoposto.

Si approfondirà ora il procedimento seguito, partendo dalla ripartizione della frenata.

## 5.2 Ripartizione di frenata

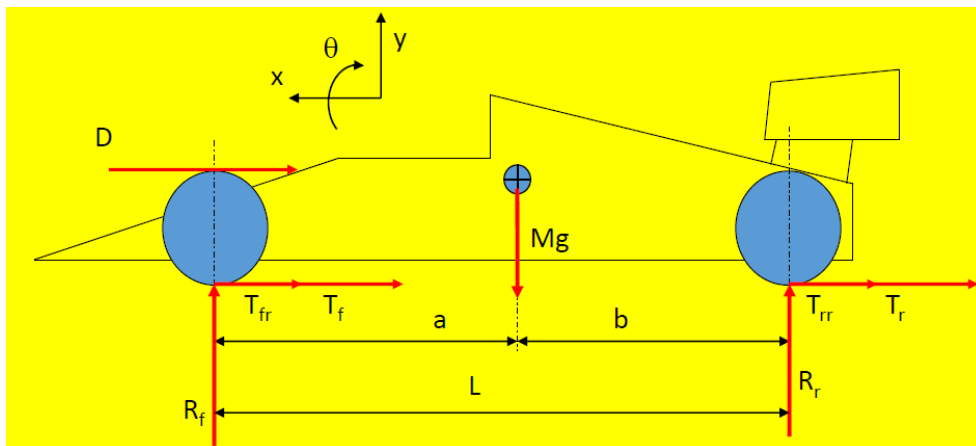


Figura 5.1 - Schema delle forze in frenata

Quando la vettura subisce una decelerazione, per il trasferimento di carico longitudinale l'avantreno viene caricato più del retrotreno. Se si ripartisse la forza frenante in maniera perfettamente uguale fra i due, le gomme posteriori, scariche, subirebbero un bloccaggio con conseguente slittamento, mentre quelle anteriori, che invece hanno maggior carico verticale, non sfrutterebbero al massimo la loro capacità frenante. È per questo che è necessario ripartire adeguatamente la forza di frenatura fra gli pneumatici anteriori e quelli posteriori.

Il calcolo di ripartizione della frenata è suggerito da Timoteo Briet nel suo libro "How to design a race car step by step" [4]. In Figura 5.1 si può vedere una schematizzazione delle forze agenti sulla vettura in fase di frenata: la resistenza aerodinamica  $D$  e le forze di resistenza a rotolamento  $T_{fr}$  e  $T_{rr}$  saranno trascurate, mentre si considereranno solo i carichi verticali sui due assali  $R_f$  e  $R_r$  e le forze longitudinali generate dagli pneumatici  $T_f$  e  $T_r$ . Nello studio, per semplicità, si tratteranno gli pneumatici come lineari, con un coefficiente di attrito longitudinale  $\mu_x$  pari a 1,5 (anche questo valore è stato ricavato dallo storico dei dati in possesso del team).

Ora, per l'equilibrio delle forze in direzione orizzontale, si può scrivere:

$$T_f + T_r = M \cdot a_x = M \cdot g \cdot z = P \cdot z \quad (5.2)$$

dove  $z=a_x/g$  è l'accelerazione longitudinale espressa in g e  $P=M \cdot g$  è il peso dell'auto.

Per il trasferimento di carico in frenata (vedi capitolo 3.5.2), le equazioni dei carichi verticali sono:

$$R_f = \frac{M \cdot g \cdot b}{L} + \frac{h}{L} \cdot (T_f + T_r) = \frac{P \cdot b}{L} + \frac{P \cdot z \cdot h}{L} \quad (5.3)$$

$$R_r = \frac{M \cdot g \cdot a}{L} - \frac{h}{L} \cdot (T_f + T_r) = \frac{P \cdot a}{L} - \frac{P \cdot z \cdot h}{L} \quad (5.4)$$

Assumendo che  $\mu_x$  sia indipendente dal carico verticale, si può affermare che le forze disponibili per la frenata su ciascun asse sono:

$$T_{f\_avail} = \mu_x \cdot R_f = \mu_x \cdot \frac{P \cdot (b + z \cdot h)}{L} \quad (5.5)$$

$$T_{r\_avail} = \mu_x \cdot R_r = \mu_x \cdot \frac{P \cdot (a - z \cdot h)}{L} \quad (5.6)$$

Invece le forze longitudinali richieste dalle condizioni di frenata si potranno scrivere come:

$$T_{f\_dem} = x_f \cdot T = x_f \cdot P \cdot z \quad (5.7)$$

$$T_{r\_dem} = x_r \cdot T = x_r \cdot P \cdot z \quad (5.8)$$

dove  $x_f$  e  $x_r$  sono le percentuali di coppia frenante che vengono assegnate rispettivamente alle gomme anteriori e a quelle posteriori: equivalgono ai termini %front braking e %rear braking introdotti precedentemente.

Ora, la massima decelerazione  $z_f$  che può subire l'assale anteriore senza che ci sia slittamento si ha quando la forza richiesta è pari a quella disponibile. Eguagliando la 5.5 con la 5.7 e risolvendo tutto in termini di  $z_f$ , si trova:

$$z_f = \frac{\mu_x \cdot b}{x_f \cdot L - \mu_x \cdot h} \quad (5.9)$$

Per l'assale posteriore invece vale:

$$z_r = \frac{\mu_x \cdot a}{x_r \cdot L + \mu_x \cdot h} \quad (5.10)$$

A questo punto, sfruttando la ricerca obiettivo del software di calcolo "Excel" è possibile trovare i valori di  $x_f$  e di  $x_r$  in modo tale che si eguagliano le due accelerazioni  $z_f$  e  $z_r$  che devono subire gli assali in modo tale che non ci sia slittamento.

Essendo noti i termini  $a$ ,  $b$ ,  $L$  (ovvero il passo, indicato precedentemente con  $l$ ) e  $h$ , si possono eseguire i calcoli numerici, che danno come risultati  $x_f=73,21\%$  e  $x_r=26,79\%$ .

### 5.3 Determinazione del centro di beccheggio

Il calcolo della ripartizione di frenata fra l'anteriore e il posteriore è il primo passo per la determinazione della posizione dei centri di istantanea rotazione delle sospensioni in vista laterale e di conseguenza del centro di beccheggio.

Innanzitutto è necessario definire i valori desiderati di anti-dive e di anti-lift, che, come visto, giocano un ruolo significativo durante la fase di frenatura. Essendo dei termini che definiscono la quantità del trasferimento di carico che viene supportata dai braccetti e quella che invece viene trasmessa alle molle, si devono scegliere dei valori sulla base di un compromesso: lo 0% di anti-feature porta ad un movimento di beccheggio molto accentuato, il 100% invece comporta una sollecitazione dei triangoli troppo elevata. Esistono diverse scuole di pensiero a tal proposito: alcuni ritengono che sia consigliabile un valore sotto il 20%, altri sopra il 30% e altri ancora fra lo 0% e il 50%. In base all'esperienza e ad un confronto con le scelte degli altri team, si è deciso di porre sia l'anti-dive che l'anti-lift pari al 30%.

Avendo calcolato la ripartizione della frenata e conoscendo le grandezze come il passo e l'altezza da terra del centro di massa del veicolo, è possibile trovare, tramite le formule 3.9 e 3.10, gli angoli  $\phi_F$  e  $\phi_R$ , ovvero gli angoli di inclinazione delle rette che congiungono i centri ruota con i CIR delle sospensioni rispettivamente anteriori e posteriori (Figura 3.19).

A questo punto, si intuisce che è sufficiente impostare arbitrariamente la lunghezza del svsa per definire totalmente le posizioni dei centri di istantanea rotazione (Figura 5.2):

$$svsa_{height} = svsa_{length} \cdot \tan \Phi \quad (5.11)$$

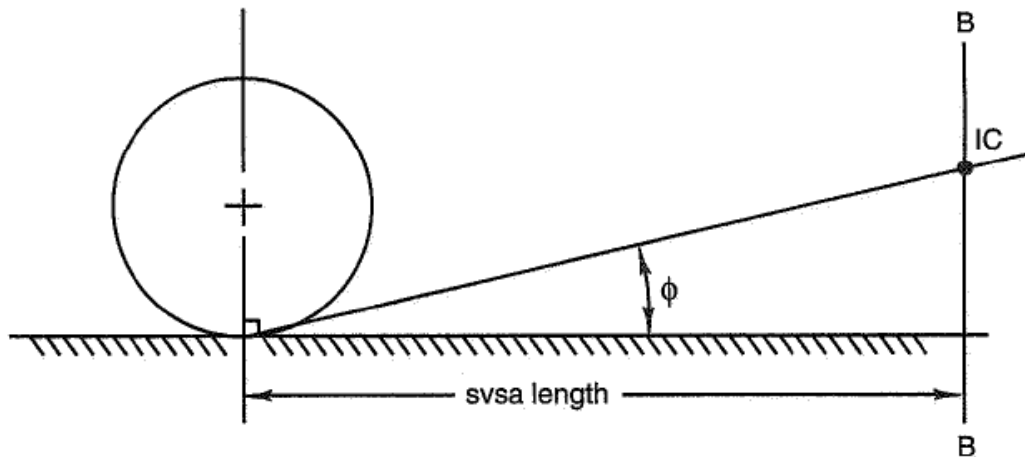


Figura 5.2 - Geometria delle sospensioni in vista laterale

La scelta del valore di lunghezza del svsa deve essere fatta tenendo conto della sua influenza sul *caster change rate*. Come si è visto nel capitolo 3.3.4, è preferibile fare in modo che l'angolo di caster si modifichi il meno possibile con l'escursione delle sospensioni e per far ciò è bene che la lunghezza del svsa sia elevata. Dato che il valore di svsa influenza l'angolo di caster allo stesso modo in cui la lunghezza del fvsa influenza il camber gain, si è scelta una grandezza del svsa più o meno simile a quella del fvsa, ovvero 2500 mm, ritenendo accettabile avere un *caster change rate* che si avvicina al valore del recupero di campanatura. Le altezze dei CIR sono determinate di conseguenza (Tabella 5.1).

Angolo svsa anteriore	$\phi_F$	0,075	rad
Angolo svsa posteriore	$\phi_R$	0,202	rad
Lunghezza svsa ant.	$L_{svsa\_ant}$	2500	mm
Altezza svsa ant.	$h_{svsa\_ant}$	187,65	mm
Lunghezza svsa post.	$L_{svsa\_post}$	2500	mm
Altezza svsa post.	$h_{svsa\_post}$	512,84	mm

Tabella 5.1 – Posizione dei centri di istantanea rotazione in vista laterale

A questo punto è possibile calcolare, a partire dai centri di istantanea rotazione in vista laterale, il centro di beccheggio dell'intera monoposto.

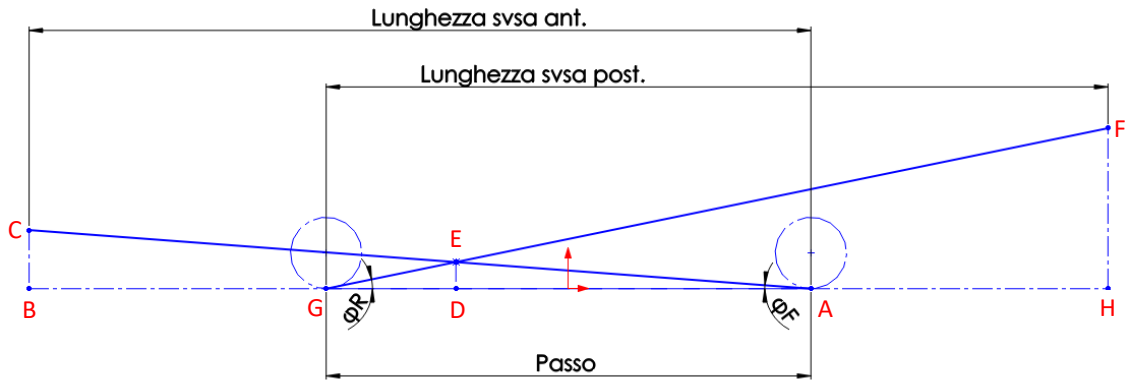


Figura 5.3 - Schizzo per il calcolo del centro di beccheggio

Infatti, per le relazioni trigonometriche dei triangoli rettangoli, si possono scrivere le seguenti espressioni (facendo riferimento alla Figura 5.3):

$$BC = AB \cdot \tan \Phi_F \text{ ovvero } h_{svsa \text{ ant}} = L_{svsa \text{ ant}} \cdot \tan \Phi_F \quad (5.12)$$

$$FH = HG \cdot \tan \Phi_F \text{ ovvero } h_{svsa \text{ post}} = L_{svsa \text{ post}} \cdot \tan \Phi_R$$

Per le proprietà dei triangoli simili invece sono valide le seguenti relazioni:

$$ED:BC = AD:AB \Rightarrow ED = \frac{BC \cdot AD}{AB} \quad (5.13)$$

$$ED:FH = DG:HG \Rightarrow ED = \frac{FH \cdot DG}{HG}$$

da cui:

$$\frac{BC \cdot AD}{AB} = \frac{FH \cdot DG}{HG} \quad (5.14)$$

Inoltre si sa che:

$$AD + DG = l \Rightarrow DG = l - AD \quad (5.15)$$

Mettendo a sistema la 5.14 con la 5.15 e risolvendo rispetto ad AD e ED, ovvero la posizione longitudinale e l'altezza del centro di beccheggio, si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$AD = \frac{l \cdot \tan \Phi_R}{\tan \Phi_F + \tan \Phi_R} \quad (5.16)$$

$$ED = AD \cdot \tan \Phi_F = \frac{l \cdot \tan \Phi_F \cdot \tan \Phi_R}{\tan \Phi_F + \tan \Phi_R}$$

Da notare che la posizione del baricentro non dipende affatto dalla lunghezza degli svsa delle sospensioni.

Per concludere, si calcola la differenza fra l'altezza del baricentro totale della monoposto e quella del centro di beccheggio: questa distanza verticale rappresenta il braccio con cui la forza longitudinale di frenata (o di accelerazione) genera un momento e quindi un movimento di beccheggio. È utile per studiare la rigidità a beccheggio che deve avere il veicolo per evitare di toccare terra con le estremità.

x centro di beccheggio	$x_{CB}$	-359,78	mm
h centro di beccheggio	$h_{CB}$	85,18	mm
Dist. CoG <sub>masse_sosp</sub> -CB	$\Delta h$	211,90	mm

Tabella 5.2 - Posizione del centro di beccheggio e distanza verticale fra esso e il baricentro

## 5.4 Rigidità a beccheggio

Come accennato, la rigidità a beccheggio  $K_{pitch}$  fa parte dell'insieme dei parametri dinamici di cui si vuole studiare l'influenza sul comportamento del veicolo. Facendola variare all'interno di un certo intervallo di valori si può comprendere quale deve essere la rigidità minima per la quale si è sicuri di non toccare terra con l'estremità anteriore della monoposto durante il Brake Test.

Il procedimento di tale analisi è stato il seguente. Si è indicato l'equivalente del gradiente di rollio come "gradiente di beccheggio" GB, che rappresenta appunto l'angolo di beccheggio che subisce il veicolo per ogni g di accelerazione longitudinale. L'unità di misura dunque è deg/g. Esattamente come per il GR, il GB è dato dal rapporto fra il momento di beccheggio (normalizzato per l'accelerazione longitudinale in modo tale che sia espresso in Nm/g) e la rigidità  $K_{pitch}$ :

$$GB = \frac{M_{pitch}}{K_{pitch}} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{K_{pitch}} \quad (5.17)$$

dove  $\Delta h$  è la distanza verticale fra il baricentro della monoposto e il centro di beccheggio (vedi Tabella 5.2) e  $m$  è la massa totale del veicolo.

Ora, poiché per il regolamento della Formula SAE [3] le appendici aerodinamiche non possono superare i 700 mm dall'estremità più avanzata delle gomme (Figura 5.4), nello studio dell'abbassamento della parte anteriore dell'auto in frenata si è deciso di considerare un punto della

vettura distante dal mozzo 928,6 mm, ovvero i 700 mm maggiorati della lunghezza di metà ruota da 10 pollici, cioè 228,6 mm.

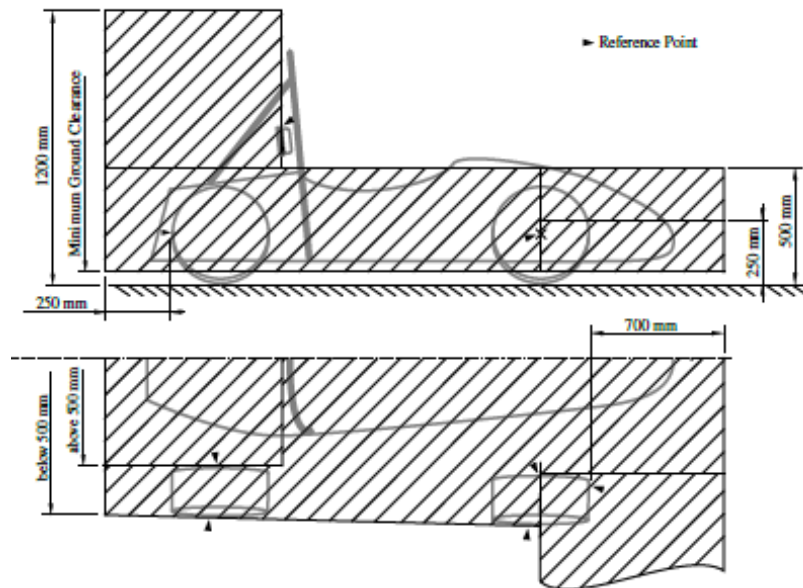


Figura 5.4 - Zone consentite per il posizionamento delle appendici aerodinamiche

Si può calcolare l'escursione del punto considerato tramite le relazioni geometriche degli archi di circonferenza: la lunghezza di un arco è pari al prodotto fra il raggio della circonferenza e l'angolo sotteso dall'arco stesso, espresso in radianti. Se l'angolo è piccolo, l'arco si può confondere con la corda che unisce le sue due estremità: tale corda, nel caso in questione, è proprio l'escursione interessata.

È stato dunque sufficiente moltiplicare il GB per la decelerazione subita durante il Brake Test espressa in g, ovvero  $a_x=1,3$  g, in modo tale da trovare l'angolo di beccheggio, e successivamente moltiplicare quest'ultimo, opportunamente convertito in radianti, per la distanza fra il centro di beccheggio e l'estremità della vettura. Tale distanza è data dalla somma di 928,6 mm e la lunghezza AD=1134,8 mm di Figura 5.3.

La Figura 5.5 mostra la dipendenza dell'abbassamento dell'estremità più avanzata della vettura in funzione della rigidezza  $K_{pitch}$ .

Ricordando che l'altezza da terra minima è 30 mm, il minimo valore di rigidezza a beccheggio che deve avere la monoposto per evitare che l'escursione delle appendici aerodinamiche superino il limite di 30 mm è 740 Nm/deg.





Figura 5.5 - Escursione estremità anteriore vettura vs. rigidezza a beccheggio

La Tabella 5.3 riassume i valori delle altre grandezze che sono state fissate e/o calcolate per lo studio della rigidezza a beccheggio.

Passo	$l$	1550	mm
Lunghezza svsa ant.	$L_{svsa\_ant}$	1550	mm
Lunghezza svsa post.	$L_{svsa\_post}$	1550	mm
Max estensione aero front	$\Delta x_{max\_front}$	928,6	mm
Max estensione aero rear	$\Delta x_{max\_rear}$	478,6	mm
Decelerazione	$a$	1,3	g
Percentuale Anti-Dive	%Anti-Dive	30%	
Percentuale Anti-Lift	%Anti-Lift	30%	
Percentuale front braking	% front braking	73,21%	
Percentuale rear braking	% rear braking	26,79%	

Tabella 5.3 - Valori delle grandezze dinamiche nello studio della rigidezza a beccheggio

## 5.5 Verifica della lunghezza del fvsa

A conclusione dello studio, è stata eseguita la verifica di fattibilità del valore di camber gain trovato alla fine dell'analisi del comportamento laterale della vettura.

Per far ciò, si è preso in considerazione il caso peggiore, ovvero quello che prevede la minima rigidezza a beccheggio possibile (740 Nm/deg), per la quale si ha la massima compressione delle sospensioni anteriori e la massima estensione di quelle posteriori. Con la stessa relazione degli archi di circonferenza vista precedentemente si è calcolato l'escursione dei gruppi ruota come la moltiplicazione fra GB (espresso in rad/g),

l'accelerazione longitudinale in g e la distanza dei mozzi ruota dal centro di beccheggio: per le sospensioni anteriori tale distanza è pari ad  $AD=1134,8$  mm (Figura 5.3), mentre per le posteriori è uguale a  $GD=415,2$  mm.

Moltiplicando i risultati ottenuti relativamente all'avantreno e al retrotreno per i rispettivi valori di camber gain, si è trovato di quanti gradi (o meglio di decimi di grado) varia la campanatura dei gruppi sospensivi durante il Brake Test. A quel punto, conoscendo i carichi verticali e le forze longitudinali su ciascuna ruota si è potuto trovare il valore dello Slip Ratio in tali condizioni e confrontarlo con quello che si ha nel caso di variazione di campanatura nulla.

I carichi verticali degli pneumatici anteriori sono dati dalla somma del peso su di essi (massa sospesa attribuita all'anteriore e masse non sospese dei due gruppi ruota) e il trasferimento di carico longitudinale calcolato tramite la formula 3.22 a partire dalla decelerazione subita nel test. I carichi normali sugli pneumatici posteriori invece sono frutto della sottrazione fra le due quantità. Per quanto riguarda invece le forze longitudinali, è stato sufficiente calcolare la forza totale come prodotto fra la massa del veicolo e la decelerazione e distribuirla fra le ruote anteriori e posteriori secondo le percentuali dettate dalla ripartizione di frenata. Una volta selezionate le corrette curve "Forza longitudinale-Slip Ratio" relative ai carichi verticali calcolati, si trovano gli Slip Ratio degli pneumatici corrispondenti alle forze longitudinali di frenatura trovate.

Come accenato nel capitolo precedente, si è scelto un valore di wheel camber angle di 0,6 gradi, che conduce ad una lunghezza del fvs a pari a circa 2700 mm. Il camber gain legato a tale lunghezza, di conseguenza, assume un valore di 0,021 gradi/mm, come indicato in Tabella 4.17. Dai calcoli derivanti dallo studio del comportamento del veicolo in frenata, si è potuto constatare che le escursioni delle sospensioni anteriori e posteriori sono rispettivamente pari a 16,5 mm (in compressione) e 6 mm (in estensione). Moltiplicando tali valori per il camber gain, sono stati calcolati i valori degli angoli di inclinazione rispetto alla verticale che assumono le ruote anteriori e posteriori durante il Brake Test:

Escursione ruote ant.	$\Delta h_{ant}$	16,49	mm
Escursione ruote post.	$\Delta h_{post}$	-6,03	mm
Camber anteriore	$\gamma_{ant}$	-0,35	deg
Camber posteriore	$\gamma_{post}$	0,13	deg

Tabella 5.4 - Escursione gruppi ruota anteriori e posteriori e relativi angoli di campanatura

Purtroppo, si è constatato che nonostante i valori di camber prossimi allo zero gli Slip Ratio degli pneumatici assumono valori tanto diversi da quelli relativi alla situazione in cui si ha campanatura nulla.

Il motivo di questa forte incongruenza si nasconde dietro alla normalizzazione dei dati degli pneumatici eseguita tramite il Live Script di MatLab cui si è accennato precedentemente. Infatti, se da una parte la curva di fitting riesce a interpolare molto bene la nuvola di punti dei dati normalizzati relativi ad un valore nullo di campanatura (Figura 5.6), non risulta affatto avere la stessa accuratezza per valori di campanatura anche di poco diversi da zero (Figura 5.7 e 5.8). Ciò non accade invece nello studio dei dati relativi alle forze laterali, che invece vengono interpolate perfettamente.

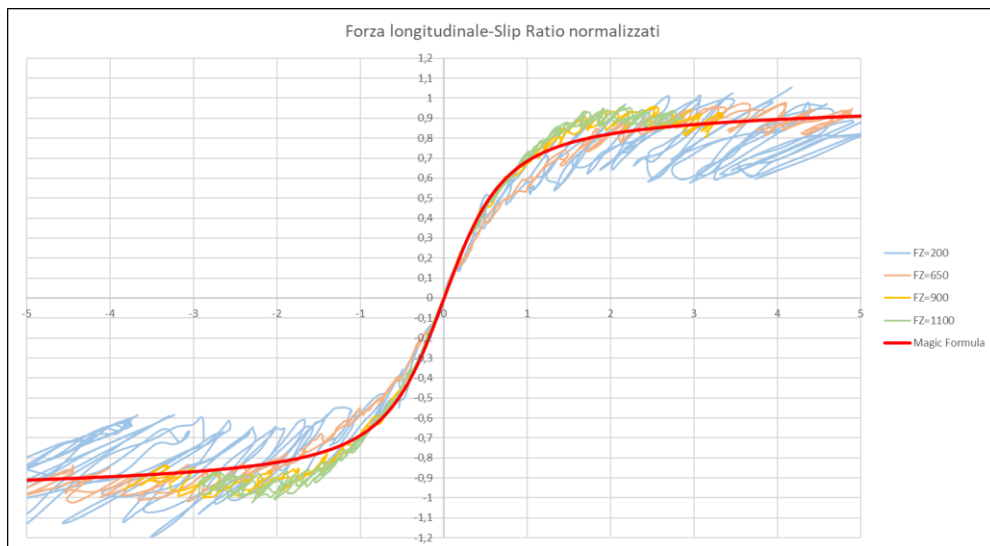


Figura 5.6 - Magic Formula Forza Longitudinale-Slip Ratio per campanatura=0 gradi

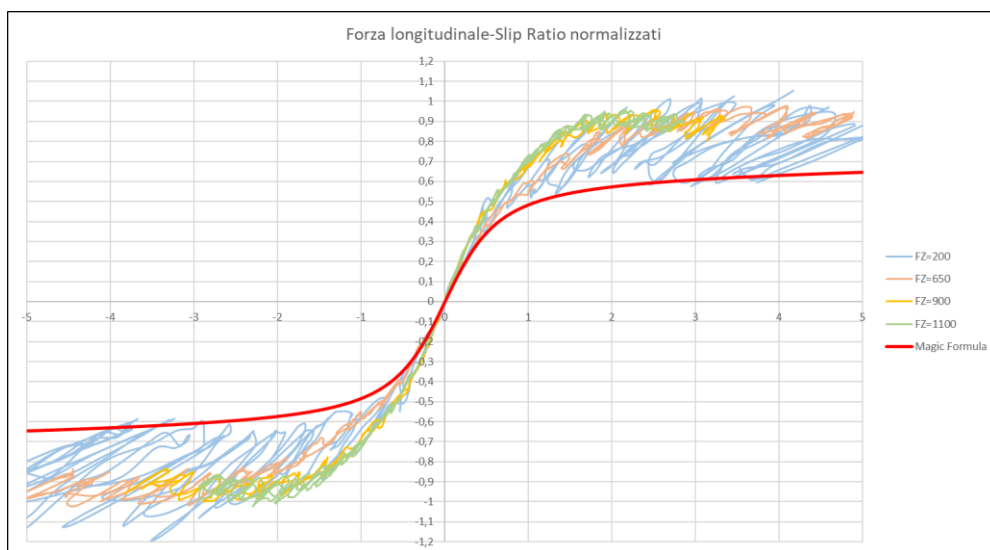


Figura 5.7 - Magic Formula Forza Longitudinale-Slip Ratio per campanatura=-1 gradi

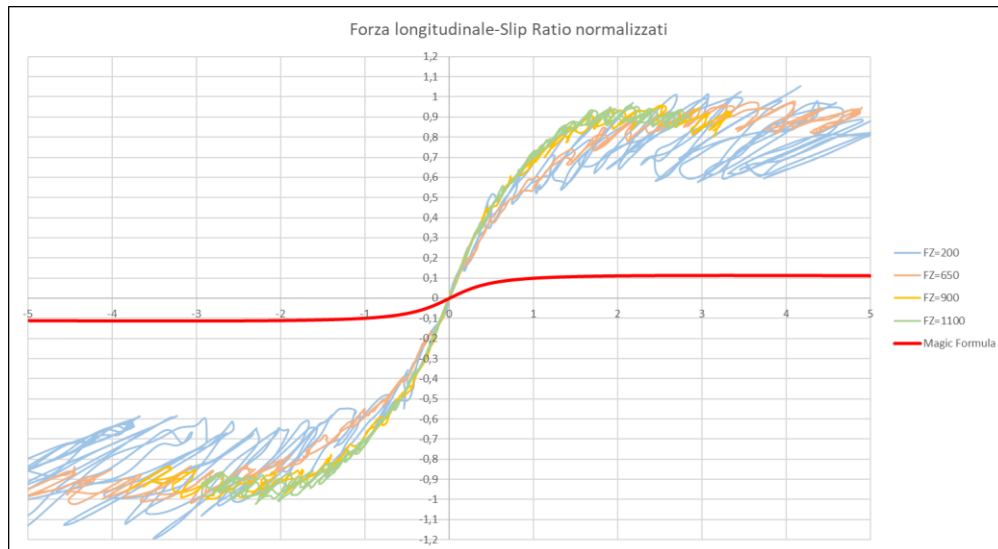


Figura 5.8 - Magic Formula Forza Longitudinale-Slip Ratio per campanatura=-2 gradi

Nonostante i problemi riscontrati, si è voluto comunque provare a dare un risultato numerico. Si è infatti deciso di impostare il wheel camber angle pari a 0,6 gradi dato che tale valore, come si è potuto vedere dallo studio del comportamento della vettura in curva, garantisce sufficiente tenuta di strada. Infine, oltre al fatto che la lunghezza del fvsr risultante si avvicina molto ai valori suggeriti dall'esperienza, da un punto di vista puramente intuitivo si può affermare che la lieve modifica di campanatura che si è calcolata a partire dal valore impostato di wheel camber angle non influisce in maniera significativa sulla frenata durante il Brake Test.

## 6 Conclusioni e lavori futuri

L'analisi presentata in questo elaborato ha avuto come fine ultimo quello di determinare la posizione spaziale dei centri di istantanea rotazione per il sistema sospensivo del nuovo veicolo elettrico di Formula SAE del Polimarche Racing Team. La conoscenza dell'ubicazione di tali punti è fondamentale per definire la geometria dei triangoli che caratterizza le sospensioni della vettura. Nel Milliken [1] è descritta nel dettaglio la procedura geometrica che dalla posizione del CIR del singolo gruppo ruota porta alla determinazione delle rette su cui devono giacere i braccetti e alla collocazione dei punti di ancoraggio dei triangoli sul telaio.

Tuttavia, per seguire tale procedura è prima necessario fissare la posizione delle punte dei triangoli collegati alla ruota, che prendono il nome di Joint Ball proprio perché sono dei giunti sferici. La progettazione futura dovrà quindi orientarsi

verso la determinazione di tale posizione prima di procedere con la definizione della geometria completa. Poiché la collocazione dei Joint

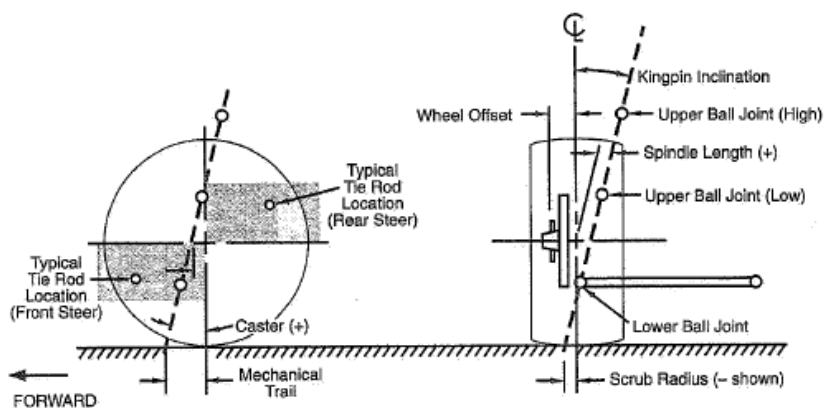


Tabella 6.1 - Angoli di Caster e di Kingpin, Mechanical Trail e Scrub Radius

Ball dei triangoli superiori e di quelli inferiori stabilisce gli angoli di *caster* e di *kingpin* e di conseguenza il *mechanical trail* e lo *scrub radius* (Figura 6.1), sarà necessario fare un adeguato studio per conoscere gli effetti di queste grandezze sulla forza da applicare allo sterzo e per determinarne quindi i valori ottimali. Essendo tali parametri legati ai momenti di autoallineamento e di ribaltamento degli pneumatici, si dovrà cominciare proprio dai dati delle gomme. Anche in questo caso ci sono due scuole di pensiero: alcuni partono dalla definizione degli angoli di *caster* e di *kingpin* e accettano i valori di *mechanical trail* e di *scrub radius* che ne conseguono, altri seguono il procedimento opposto. Avendo in possesso i dati delle gomme, è consigliabile la seconda alternativa. Ovviamente, come nella maggior parte delle decisioni da prendere in fase di progettazione, soprattutto nel campo della dinamica del veicolo, anche in questo caso si

dovranno considerare nella scelta della posizione dei Joint Ball gli eventuali vincoli di ingombro dettati dalla forma e dalla dimensione delle trasmissioni epicicloidali su cui verranno montati i triangoli e dalle dimensioni del pacco freni e dei motori elettrici.

In questa maniera, la geometria definitiva dell'intero gruppo sospensivo del nuovo veicolo elettrico sarà completamente determinata.

Inoltre, sarebbe necessario approfondire i motivi della scarsa accuratezza con cui le curve di fitting interpolano le nuvole di punti dei dati delle forze longitudinali normalizzate relative ai diversi valori di campanatura (Figure 5.6, 5.7 e 5.8).

## BIBLIOGRAFIA

- [1]- Milliken W. F. & Milliken D. L., *RACE CAR VEHICLE DYNAMICS* – SAE INTERNATIONAL, 1995
- [2]- Guiggiani M., *DINAMICA DEL VEICOLO* – CITTÀ STUDI, 2007
- [3]- Formula SAE, *RULES 2020* – SAE INTERNATIONAL, VERSION 2.1, 02/01/2020
- [4]- Briet Blanes T., *HOW TO DESIGN A RACE CAR STEP BY STEP*

## **Ringraziamenti**

Un sentito ringraziamento al Professor Matteo Claudio Palpacelli per la disponibilità e il continuo supporto ricevuti durante lo svolgimento del lavoro e un particolare ringraziamento al Polimarche Racing Team che mi ha dato la possibilità di partecipare a questo progetto che mi ha coinvolto entusiasticamente.