

## UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE

## FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea triennale INGEGNERIA MECCANICA

# PROGETTO E ALLESTIMENTO DI UN SISTEMA DI CARICO A FLESSIONE PER OSSERVAZIONI FOTOELASTICHE, VALIDAZIONE MEDIANTE LA MISURA DI UN CAMPIONE DI PLEXIGLASS

# DESIGN AND SET UP OF A BENDING LOADING SYSTEM FOR PHOTOELASTIC OBSERVATIONS, VALIDATION BY PLEXIGLASS SPECIMEN

Relatore:

Prof. Daniele Rinaldi
Correlatori:
Prof. Paolo Mengucci
Dott. Luigi Montalto

Tesi di Laurea di: *Grilli Francesco* 

A.A. 2022 / 2023

A mio padre Giordano,

che ho perso appena prima

di questo importante traguardo.

# Indice

INTRODUZIONE				
САРІТ	OLO 1: FOTOELASTICITA'			
1.1	INTRODUZIONE FOTOELASTICITA'7			
1.2	CONFRONTO TRA TECNICHE FOTOELASTICHE IN8			
TRA	SMISSIONE E IN RIFLESSIONE8			
1.3 L	EGGI DELLA FOTOELASTICITA'9			
1.4 E	BIRIFRANGENZA13			
1.5 P	OLARISCOPIO14			
1.5	5.1 POLARISCOPIO PIANO			
CAP	ITOLO 2: FLESSIONE SEMPLICE RETTA			
CAPIT	OLO 3: PROGETTO DEL SISTEMA DI CARICO 22			
3.1 S	ISTEMA DI CARICO 22			
3.2 E	DIAGRAMMA TAGLIO E MOMENTO AGENTI SUL PROVINO24			
3.3 P	ROGETTO LAYOUT SISTEMA DI CARICO25			
3.3	3.1 DISTINTA COMPONENTI			
3.4 A	NALISI STATICA DEL SISTEMA DI CARICO27			
3.5 L	AYOUT SISTEMA DI CARICO 29			
3.5	5.1 ANALISI COMPONENTI PRINCIPALI DEL SISTEMA DI CARICO: 29			
3.6 A	NALISI TENSIONALE DEL PROVINO DI PLEXIGLASS			
4.1 F	ASI PER L'ALLESTIMENTO DEL SISTEMA DI CARICO			
САРІТ	OLO 5: ACQUISIZIONE DELLE IMMAGINI E CALCOLO DELLA			
COST	ANTE FOTOELASTICA DEL PLEXIGLASS			
5.1 S	TATO TENSIONALE DEL PROVINO SENZA CARICO IMPOSTO41			

BIBLIOGRAFIA	
SITOGRAFIA	52
RINGRAZIAMENTI	53

### **INTRODUZIONE**

Lo scopo di questa tesi è quello di progettare e allestire un sistema di carico a flessione per osservazioni fotoelastiche su dei provini di cui si vuole studiare lo stato tensionale partendo da un carico noto.

Il nostro sistema è stato progettato per sottoporre a flessione un campione di plexiglass di sezione quadrata di  $100[mm^2]$  e di lunghezza pari a 90 [mm].

Grazie alla teoria della *fotoelasticità* e grazie alla conoscenza del carico applicato al provino possiamo ricavare la costante fotoelastica del plexiglass. Lo studio effettuato sul plexiglass può essere esteso anche ai cristalli scintillatori cubici di cui possiamo ricavare in maniera del tutto analoga la costante fotoelastica e osservarne il comportamento dopo l'applicazione del carico.

Analizzare il comportamento di questi cristalli è molto utile poiché sono utilizzati in numerosi ambiti.

I cristalli scintillatori sono prevalentemente usati come sensori, grazie alla capacità di convertire la radiazione ad alta energia incidente, in luce visibile.

Tra i principali ambiti possiamo inoltre citare la fisica delle alte energie, con nuovi progetti come i calorimetri elettromagnetici, utilizzati per la rivelazione di particelle tramite la misurazione della loro energia.

Nella ricerca geologica dove la crescente domanda di materie prime e carburante si oppone alla sempre maggiore carenza di quest'ultime, infatti si analizzano le zone di trivellazione tramite scanner, per verificare l'effettiva presenza di minerali o materiale radioattivo.

In ambito clinico, sono componenti essenziali di tecnologie come la PET (positron emission tomography) per la rivelazione e la caratterizzazione di cellule tumorali e imaging generale.

Infine, possono essere adoperati per controlli rapidi e non invasivi di trasporto carichi, container ma anche bagagli e passeggeri.

In tutte queste aree di applicazione sono richieste tecnologie avanzate e complesse, che portano alla necessità di sviluppare cristalli con buone proprietà e alte prestazioni. Sono materiali delicati e suscettibili alle condizioni ambientali, inoltre il processo di produzione richiede particolare attenzione. Piccole variazioni nei parametri di produzione o nelle condizioni ambientali possono creare difetti indesiderati che influenzano negativamente il comportamento del materiale. Inoltre, la presenza di stress residui indotti dalla fase di crescita e solidificazione del cristallo modifica non solo le proprietà ottiche del cristallo come gli indici di rifrazione ma anche la sua integrità strutturale.

Per questi motivi, si rende necessario verificare la qualità e lo stress residuo del cristallo per prevenire danneggiamenti e malfunzionamenti, ottimizzando la produzione e i costi. Il controllo è fondamentale ad ogni stadio del ciclo di vita dello scintillatore: ricerca, produzione e applicazione.

## **CAPITOLO 1: FOTOELASTICITA'**

## 1.1 INTRODUZIONE FOTOELASTICITA'

La fotoelasticità è un metodo sperimentale utilizzato dall'ingegneria per analizzare i campi di tensione su materiali solidi mediante l'uso di modelli fisici. La tecnica implica l'utilizzo di materiali fotoelastici, che sono materiali trasparenti che presentano proprietà fotoelastiche. Quando questi materiali subiscono qualche tensione, producono una deformazione nell'ambito lineare proporzionale al campo di tensione del materiale.

L'osservazione fotoelastica avviene in seguito all'illuminazione del materiale trasparente che, una volta illuminato e caricato, presenta delle frange le cui caratteristiche danno informazioni sul comportamento del pezzo e sul relativo stato tensionale, l'acquisizione dell'immagine avviene attraverso un polariscopio.

Possiamo illuminare il campione trasparente in modo tale da utilizzare due tecniche: *la fotoelasticità in trasmissione* o *in riflessione*.

# 1.2 CONFRONTO TRA TECNICHE FOTOELASTICHE IN TRASMISSIONE E IN RIFLESSIONE

Il metodo fotoelastico a riflessione sarebbe preferito al metodo fotoelastico a trasmissione per diversi motivi.

Il metodo della riflessione non richiede campioni sottili e può analizzare campioni più spessi rispetto al metodo della trasmissione. Ciò è particolarmente utile quando si tratta di materiali difficili da rendere sottili o quando si desidera analizzare componenti reali di grandi dimensioni.

La fotoelasticità a riflessione è meno influenzata dalle distorsioni ottiche dovute alla curvatura del campione e alle irregolarità della superficie rispetto ai metodi a trasmissione. Ciò significa che è adatta a campioni complessi o non ideali.

Tuttavia nel nostro caso, le dimensioni del provino sono limitate per vincoli di progetto legati alle dimensioni del sistema di carico preesistente, di cui abbiamo riutilizzato il telaio. Di conseguenza per facilitare il montaggio del sistema e per preparare il set up per l'acquisizione delle immagini nel laboratorio di ottica, abbiamo scelto di utilizzare la tecnica fotoelastica in trasmissione.

### 1.3 LEGGI DELLA FOTOELASTICITA'

La distribuzione delle tensioni residue all'interno di un cristallo è influenzata dai processi termici e meccanici a cui il cristallo è sottoposto, determinandone la deformazione.

Nei materiali isotropi, l'effetto della *birifrangenza* meccanica accidentale può essere sfruttato applicando un carico. Ciò consente di stimare lo stato di stress dalla comparsa di frange dovute a differenze nell'indice di rifrazione.

Normalmente, queste frange formano un disegno simmetrico, ma quando vengono sollecitate, si può osservare un cambiamento o una rottura della simmetria dovuta alla deformazione del reticolo.

In qualsiasi materiale trasparente, lo stato di stress modifica le proprietà ottiche. Nei materiali isotropi, lo stress interagisce con la struttura trasformando la l'ellissoide degli indici (indicatrice ottica) da sfera in ellissoide, causando cambiamenti nella configurazione degli elettroni e di conseguenza le condizioni di trasporto e trasmissione della luce.

A causa delle sollecitazioni, le forze riorganizzano i dipoli oscillanti, la distribuzione degli esponenti cambia e l'indicatore ottico cambia forma. Questo fenomeno è noto come effetto piezo-ottico. La forza e la forma della deformazione dipendono dalla matrice piezo-ottica  $\pi$ . Questa mette in relazione la deformazione del tensore di deformazione con le variazioni dell'indice di rifrazione.

La relazione può essere espressa nel seguente modo:

$$[B] = [B_0] + [\Delta B] = [\varepsilon]^{-1}$$
(1.1)

Gli autovettori e autovalori di [*B*] (tensore di impermeabilità dielettrica) modificano l'ellissoide degli indici secondo la relazione  $n_i = \frac{1}{\sqrt{B_i}}$  a causa dell'effetto piezo-ottico e modificano l'angolo ottico secondo la relazione. Dunque, il materiale presenta indici di rifrazione differenti che sono legati alle tensioni principali attraverso le equazioni di Maxwell-Neumann:

$$\begin{cases} n_1 - n_0 = c_1 \sigma_1 + c_2 (\sigma_2 + \sigma_3) \\ n_2 - n_0 = c_1 \sigma_2 + c_2 (\sigma_1 + \sigma_3) \\ n_3 - n_0 = c_1 \sigma_3 + c_2 (\sigma_2 + \sigma_1) \end{cases}$$
(1.2)

Dove:

 $n_0$ è l'indice di rifrazione del materiale scarico.

 $c_1, c_2$  sono coefficienti stress-ottici costanti.

 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  sono le tensioni principali.

In uno stato piano di sforzo, le tensioni nello spessore si possono trascurare,  $\sigma_3 = 0$  e le equazioni diventano:

$$\begin{cases} n_1 - n_0 = c_1 \sigma_1 + c_2 \sigma_2 \\ n_2 - n_0 = c_1 \sigma_2 + c_2 \sigma_1 \end{cases}$$
(1.3)

Un'ulteriore semplificazione del sistema di equazioni consiste nell'eliminazione del termine  $n_0$  ricavando per sottrazione le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} n_2 - n_1 = (c_2 - c_1)(\sigma_1 - \sigma_2) = \mathcal{C}(\sigma_1 - \sigma_2) \\ n_3 - n_2 = (c_2 - c_1)(\sigma_2 - \sigma_3) = \mathcal{C}(\sigma_2 - \sigma_3) \\ n_1 - n_3 = (c_2 - c_1)(\sigma_3 - \sigma_1) = \mathcal{C}(\sigma_3 - \sigma_1) \end{cases}$$
(1.4)

Dove  $C = c_2 - c_1$  è la costante fotoelastica del materiale.

Considerando un materiale fotoelastico bidimensionale ( $\sigma_3 = 0$ ):

$$n_2 - n_1 = (c_2 - c_1)(\sigma_1 - \sigma_2) = \mathcal{C}(\sigma_1 - \sigma_2)$$
(1.5)

Ciò significa che la sollecitazione  $\sigma_3$  nel caso tridimensionale, parallela alla direzione di propagazione del campo incide ugualmente sugli indici  $n_2 e n_1$  e quindi non influisce sulla differenza tra di essi. Da un punto di vista pratico, non è quindi necessario garantire che lo stato di sollecitazione applicato al provino sia piano.

I due raggi luminosi hanno velocità di propagazione diverse e sono quindi sfasati quando lasciano il modello. Ciò significa che quando il campo più lento lascia il modello, il campo più veloce ha già attraversato l'aria per un'area  $\Delta$  definita ritardo spaziale:

$$\Delta = h(n_1 - n_2)$$
 (1.6)

Da cui

$$\Delta = Ch(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{1.7}$$

In fotoelasticità si considera solitamente il *ritardo spaziale* relativo alla lunghezza d'onda  $\lambda$  della luce utilizzata, che pertanto risulta:

$$\delta = \frac{Ch}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \tag{1.8}$$

La numerazione è la *relazione fondamentale della fotoelasticità*. Nota la costante C (media dell'operazione di taratura), lo spessore h e la lunghezza d'onda della luce  $\lambda$ , la misurazione del ritardo  $\delta$  consente di determinare la differenza delle tensioni principali  $(\sigma_1 - \sigma_2)$ .

Questa relazione può essere riscritta ponendo:

$$N = \delta e f_{\sigma} = \frac{\lambda}{c}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N f_\sigma}{h} \tag{1.9}$$

Dove N è l'ordine di frangia, mentre  $f_{\sigma}$  viene definita costante di frangia o costante fotoelastica ingegneristica.

Si noti che l'osservazione del modello nelle condizioni sopra indicate non consente direttamente la determinazione del ritardo  $\delta$  dato che i due campi elettrici, dovuti alla birifrangenza (vedi paragrafo seguente) generata dallo stress,  $E_1, E_2$  non possono interferire essendo polarizzati secondo due direzioni ortogonali.

## 1.4 BIRIFRANGENZA

La birifrangenza è un fenomeno ottico che si verifica in alcuni materiali anisotropi, ovvero materiali che presentano proprietà ottiche diverse in direzioni diverse. Questo fenomeno è dovuto alla risposta non uniforme dei materiali alla luce polarizzata in funzione della sua direzione di propagazione. Quando la luce polarizzata attraversa un materiale birifrangente, il materiale induce una separazione della luce in due componenti polarizzate in modo perpendicolare, con velocità di propagazione diverse. Questa separazione delle onde luminose può essere causata da strutture microscopiche o da molecole nel materiale. La birifrangenza è comunemente osservata attraverso l'uso di strumenti ottici come il *polariscopio*.



Figura 1.: Schematizzazione del fenomeno della birifrangenza ottica

## 1.5 POLARISCOPIO

Il polariscopio è uno strumento ottico utilizzato per studiare e visualizzare i modelli di stress in materiali trasparenti. Questo strumento è particolarmente utile nell'ambito dell'ingegneria e della meccanica dei materiali per analizzare la distribuzione di tensione e deformazioni in oggetti sotto carichi applicati. Esso rileva l'effetto fotoelastico sul modello e quindi è in grado di determinare il ritardo spaziale  $\delta$  sopracitato.

Il sistema costituito dal campione e dal polariscopio inizia con una sorgente di luce polarizzata. La luce polarizzata è quella in cui le vibrazioni delle onde luminose sono confinate a una direzione specifica.

Essa passa attraverso il campione e la sua polarizzazione è influenzata dalla indicatrice ottica che dipendente anche dalle sollecitazioni. A seconda del tipo di polarizzazione, esistono polariscopi piani e circolari.

Per il nostro esperimento abbiamo adoperato un polariscopio piano.

### 1.5.1 POLARISCOPIO PIANO

Il polariscopio piano ad assi incrociati è costituito da una sorgente di luce e da due polarizzatori lineari con assi di trasmissione ortogonali. Il polarizzatore vicino all'osservatore è di solito chiamato analizzatore. Il polarizzatore è un elemento ottico che ha un asse preferenziale di trasmissione; pertanto, lascia passare solo la componente del campo elettrico del fenomeno luminoso diretta secondo tale asse.

All'uscita dal polarizzatore la luce è polarizzata piana qualunque sia il tipo di luce incidente: se la luce incidente è polarizzata secondo una direzione ortogonale a quella dell'asse di trasmissione del polarizzatore, allora la luce emergente è nulla.

Il campione fotoelastico viene inserito tra i due polarizzatori incrociati, evidentemente, se il modello isotropo è scarico (indicatrice ottica circolare, un solo indice di rifrazione), il campo emergente dall'analizzatore è nullo, per questo motivo il polariscopio è anche detto a campo scuro.



Figura 2: Polariscopio piano ad assi incrociati: a) sistema, b) orientamento generico delle tensioni principali ( $\theta$ ) e del polariscopio ( $\omega$ ) rispetto all'asse x. (M=modello, , S=sorgente O=osservatore A,P= polarizzatori)

L'intensità luminosa del campo emergente dall'analizzatore a modello carico risulta:

$$I = A^2 \sin^2 2(\theta - \omega) \sin^2 \pi \delta$$
(1.10)

Dove A è l'ampiezza del campo incidente,  $\delta$  è il ritardo relativo,  $\theta$  e  $\omega$  sono gli angoli che definiscono rispettivamente l'orientamento della croce delle tensioni principali e dell'analizzatore rispetto all'asse di riferimento.

L'equazione mostra che l'intensità luminosa risulta nulla nei punti del modello nei quali:

$$\delta = N$$
 ( $N = 0, 1, 2...$ )  $\theta = \omega$ 

Il modello appare solcato da una serie di frange nere che corrispondono alle condizioni di estinzione descritte in precedenza.

Le frange corrispondenti alla prima condizione sono traiettorie di punti con ritardo costante  $\delta$  e pari a un numero intero N, detto ordine di frangia.

Ricordando la relazione fondamentale della fotoelasticità sono anche il luogo dei punti nei quali è costante la differenza delle tensioni principali; esse sono chiamate isocromatiche.

Le frange corrispondenti alla seconda condizione sono il luogo dei punti nei quali l'orientamento delle tensioni principali  $\theta$  è costante ed uguale all'inclinazione dell'analizzatore rispetto all'asse di riferimento. Tali frange sono chiamate isocline.

Il vantaggio di questo sistema è che tutto ciò che si osserva attraverso il polariscopio è dovuto esclusivamente all'interazione tra luce ed il provino fotoelastico.

### **CAPITOLO 2: FLESSIONE SEMPLICE RETTA**

Una trave viene sottoposta a flessione semplice quando ai suoi estremi agiscono dei momenti flettenti. La flessione può essere definita retta quando il momento flettente agisce lungo il piano principale d'inerzia, viceversa, quando non agisce lungo tale piano viene definita flessione deviata. La flessione deviata può essere scomposta in due flessioni rette poiché il momento flettente può essere scomposto lungo gli assi principali d'inerzia. Ciò permette di andare ad analizzare le singole flessioni rette e, una volta trovate, grazie al principio di sovrapposizione degli effetti, si sommano le componenti degli stati elastici delle singole flessioni.

Nel nostro caso andremo ad analizzare la flessione semplice retta:

La tensione si ricava attraverso la formula di Navier:

$$\sigma_f(y) = \frac{M_x}{J_x} y \tag{2.1}$$

L'andamento della tensione è quindi lineare e presenta un grafico a "farfalla" che possiamo dividere in due metà simmetriche:

la metà superiore presenta una sollecitazione a compressione, la metà inferiore presenta una sollecitazione a trazione. Entrambe le zone sono separate da un asse ove lo stato tensionale è nullo: l'asse neutro (figura 3).

Per convenzione si considera la tensione di compressione con segno negativo e quella di trazione con segno positivo:

$$\sigma_{max}^{c} = -\frac{M_x}{W^c} \quad e \quad \sigma_{max}^{t} = \frac{M_x}{W^t}$$

(2.2) e (2.3)

$$W^{c} = -\frac{J_{x}}{y_{min}} \quad e \qquad W^{t} = \frac{J_{x}}{y_{max}}$$

$$(2.3) e (2.4)$$

Dove  $\sigma_{max}^c$  e  $\sigma_{max}^t$ sono rispettivamente le tensioni massime di compressione e di trazione,  $W^c e \ W^t$  sono rispettivamente i moduli di resistenza a compressione e di trazione,  $M_x$  il momento flettente,  $J_x$  il momento d'inerzia,  $y_{min}$  e  $y_{max}$  rispettivamente le quota minima e massima.

In generale quindi la tensione di flessione può essere scritta come:

$$\sigma_f(y) = \frac{M_f}{W_f}$$

(2.5)

Con  $W_f$  modulo di resistenza a flessione generico.



Figura 3: Schema flessione semplice

Dal punto di vista pratico avremmo potuto scegliere due tipi di modalità con cui sollecitare il provino: la flessione "a tre punti" o "a quattro punti".

Il motivo per quale abbiamo scartato la prima opzione è evidente se si osserva il diagramma del momento flettente. (figura 4)



Figura 4: Flessione "a tre punti", diagramma momento flettente triangolare

Come si evince dal diagramma triangolare, il momento flettente presenta un andamento lineare e mai costante, infatti esso cresce linearmente fino ad arrivare ad un valore massimo nella metà della trave ove è applicato il carico, e poi decresce linearmente fino ad annullarsi nel secondo appoggio inferiore. Ciò rende praticamente impossibile avere un valore del momento flettente che corrisponda al punto da noi scelto proprio perché esso varia da punto a punto.

Se volessimo ad esempio calcolare il valore del momento nel punto in cui è massimo, avremmo per mancanza di precisione assoluta, un valore non attendibile. Per ovviare a questo problema si è scelta quindi la flessione "a quattro punti".

### **CAPITOLO 3: PROGETTO DEL SISTEMA DI CARICO**

#### 3.1 SISTEMA DI CARICO

Per produrre uno stato di sollecitazione noto all'interno di una barra prismatica, è stato scelto un sistema di carico che applica la cosiddetta "flessione a quattro punti": questo stato di sollecitazione può essere ottenuto semplicemente da una trave sostenuta a entrambe le estremità e da quattro appoggi: due superiori e due inferiori. Il campione, cioè la trave, è sostenuto alle due estremità, ovvero gli appoggi inferiori separati da

L=60 mm, ed è caricato da due forze verticali i cui punti d'applicazione corrispondono ai relativi appoggi superiori. Queste forze, uguali per direzione e grandezza (P/2), sono applicate a una distanza L/3 = 30 mm. Questo schema di carico sollecita la trave con un momento flettente *M* costante nella regione centrale della trave (figura 4), limitato dai due punti di applicazione delle forze:

$$Mfmax = \frac{P}{2}\frac{L}{6} = \frac{PL}{12}$$

La distribuzione assiale planare delle sollecitazioni che ne risulta ha un diagramma trapezoidale, con asse neutro sull'asse mediano del provino:

$$\sigma_f(y) = \frac{M_f}{J}y = \frac{M_f}{W_f}$$

Per una sezione rettangolare:

$$W_{f} = \frac{bh^{2}}{6}$$

$$J = \frac{bh^{3}}{12}$$

$$y_{max} = -y_{min} = \frac{h}{2}$$

$$b$$

$$H$$

$$Y$$

$$Y$$

$$Y$$

$$Y$$

$$Y$$



Figura 5: Flessione a 4 punti, diagramma del taglio e del momento flettente trapezoidale



Figura 6: Progetto sistema di carico

## 3.3.1 DISTINTA COMPONENTI

POSIZIONE	DESCRIZIONE	N° PEZZI	MATERIALE	MASSA [g]
1	Vite esagonale M8	1	Acciaio al carbonio	25
2	Rondella	2	Acciaio al carbonio	Trascurabile*
3	Dado esagonale M16	1	Acciaio al carbonio	Trascurabile*
4	Attuatore piezoelettrico	1	/	Trascurabile*
5	Vite esagonale M12	2	Acciaio al carbonio	40
6	Cella di carico	1	/	500
7	Sfera	1	Alluminio	7
8	Blocco	2	Alluminio	400
9	Appoggi cilindrici	4	Alluminio	13
10	Barra prismatica	1	Plexiglass	10
11	Cuscinetti attrito radente	2	Bronzo	125**
12	Guide cilindriche filettate	2	Teflon	Trascurabile*

\*Abbiamo trascurato la massa dei componenti 2,3,4,12 poiché sono sorretti dal telaio e non gravano sul provino.

\*\*I cuscinetti (componente 11) non sono stati utilizzati in questa tesi ma verranno utilizzati in futuri esperimenti.

## 3.4 ANALISI STATICA DEL SISTEMA DI CARICO

Dall'analisi statica si evince che la cella di carico non tiene conto delle masse M5, M7, M9, M8 e M13 (figura 7). Nell'analisi tensionale dovremmo tenere conto di tali masse aggiungendole al carico letto sul display della cella.





Figura 7: Schema analisi statica del sistema di carico

## 3.5 LAYOUT SISTEMA DI CARICO



Figura 8: Layout sistema di carico

#### 3.5.1 ANALISI COMPONENTI PRINCIPALI DEL SISTEMA DI CARICO:

- 1) ATTUATORE PIEZOELETTRICO
- 2) CELLA DI CARICO
- 3) BLOCCHI E GUIDE
- 4) SFERA DI ALLUMINIO E APPOGGI CILINDRICI
- L'attuatore piezoelettrico è un componente in grado di convertire la corrente in entrata con una piccola deformazione in uscita. A piccole deformazioni si hanno grandi carichi e questo ci permette di ottenere valori di pressione elevati e significativi dell'ordine di 10 [MPa]. L'attuatore è stato fissato al telaio con un dado e una vite compatibile. Dal momento che il foro presente nel telaio ha un diametro maggiore

rispetto alla vite, per il fissaggio, sono state utilizzate delle rondelle. Per la riuscita dell'esperimento è fondamentale che il piezoelettrico sia fissato in modo da non avere oscillazioni e spostamenti durante la prova di carico poiché non sopporta carichi trasversali che ne provocherebbero il danneggiamento o la rottura. L'attuatore esercita quindi il carico su una vite avvitata alla cella.



Figura 9: Attuatore piezoelettrico con cella di carico

2) La cella di carico permette di leggere il valore del carico imposto dal piezoelettrico, tuttavia essa deve essere calibrata in modo tale da avere valori di lettura attendibili. La calibrazione è stata ottenuta tramite una *macchina di carico pneumatica* compatibile con la cella il cui fondo scala è di 250 [kg]. La macchina di carico impone un carico a "compressione" sulla cella in modo tale da avere un valore noto in ingresso per poi leggere il conseguente valore in uscita sul display della cella. La macchina è stata impostata su "spostamento" e affinché la calibrazione sia completa è necessario

imporre un carico minimo e uno massimo. Come valore minimo corrispondente al valore di carico nullo si è scelto di imporre il peso della cella stessa ovvero 0.5 [kg] invece come valore massimo abbiamo imposto un carico di 160 [kg].

La cella è stata fissata alla barra inferiore del nostro sistema di carico mediante una vite compatibile con essa, passante per il foro della barra inferiore e avente diametro maggiore rispetto alla vite. Si è scelto di non utilizzare rondelle, per avere un piccolo margine di movimento della cella, in modo tale da facilitare l'inserimento del provino nel sistema di carico. Durante la prova di carico la cella risulta comunque fissata grazie alla vite superiore la quale, una volta regolata, annulla la distanza tra la cella e l'attuatore. Di seguito sono riportate le immagini della calibrazione della cella di carico:



Figura 10: Calibrazione cella di carico

#### SCHEMA CARICO IMPOSTO SULLA CELLA



Figura 11 Calibrazione cella di carico schematizzata

3) I blocchi metallici sono stati puliti per evitare attriti elevati che avrebbero influenzato il risultato dell'esperimento, inizialmente presentavano parti di colla adesiva. Le guide metalliche sono state sostituite da guide in teflon poiché quelle precedenti sviluppavano attrito troppo elevato che avrebbe impedito al carico di "scaricarsi" sul provino. Nonostante la loro filettatura, le guide in Teflon sviluppano meno attrito di quelle metalliche, ma vanno poste in modo tale da non essere flesse dal carico. Esse inoltre sono state fissate al blocco inferiore mediante una piastra forata, i cui fori sono stati raccordati attraverso delle rondelle che hanno permesso il fissaggio delle viti al loro interno (figura 12).



Figura 12 Vista da dietro dei blocchi assemblati con le guide mediante piastra forata

4) La sfera (figura 13) viene usata come "cerniera": il trasferimento di carico dalla vite alla sfera permette di non avere un "momento interferente" dovuto all'appoggio diretto della vite sul blocco superiore che presenta una sede all'interno della quale viene inserita la sfera (figura 14). La sfera è in grado di trasferire il carico al blocco grazie al contatto puntiforme che ha con esso.

I quattro appoggi cilindrici garantiscono la stessa funzione della sfera attraverso però un contatto lineare tra i blocchi, superiore ed inferiore, e il provino. Essi vengono inseriti assieme alle guide, nelle sedi presenti nei blocchi e trasferiscono il carico in modo tale da avere un intervallo (tra i due appoggi superiori) in cui il momento flettente è costante.



Figura 13: Sistema di carico visto lateralmente



Figura 14: Sedi

## 3.6 ANALISI TENSIONALE DEL PROVINO DI PLEXIGLASS

La prova di flessione è stata effettuata su un provino di plexiglass di sezione quadrata di 100  $[mm^2]$ , di lunghezza 90 [mm] e di densità  $\rho = 1.2 \ g/cm^3$ . Di seguito è riportata l'analisi tensionale del campione.



$$Mfmax = \frac{PL}{26} = \frac{PL}{12} = 7,5P[Nmm]$$

$$W_f = \frac{bh^2}{6} = \frac{h^3}{6} = 166.7 \ [mm^3]$$

$$con b = h = \frac{L}{9} = 10 \ [mm]$$

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_{fmax}}{W_f} = \frac{\frac{PL}{12}}{\frac{L^3}{4374}} = \frac{729}{2} \frac{P}{L^2} = \frac{9}{200}P = 0.045P \ [MPa]$$

con P = mg con m la massa e  $e g = 9,81 [m/s^2]$  l'accelerazione gravitazionale. Fattore correttivo che tiene conto dei pesi influenti sul provino non misurati dalla cella e del precarico ottenuto tramite l'avvitamento della vite sul piezoelettrico:

$$m' = m_a + m_p + k$$

dove  $m_a$  è il carico massimo imposto dall'attuatore, $m_p$  la massa degli elementi non misurata dalla cella osservati nell'analisi statica e k il precarico imposto.

$$m_a$$
=17.2 [kg]  
 $m_p = M5 + M7 + M9 + M8 + M13 = 0.04 + 0.007 + 0.026 + 0.4 + 0.75 =$   
1,223 [kg]

Dove M5, M7, M9, M8 e M13 sono rispettivamente le masse della vite esagonale di fissaggio della cella, della sfera, dei due appoggi superiori, del blocco superiore e della sbarra su cui poggia la cella.

k=26.7 [kg]  
m'=45.123 [kg]  

$$\Rightarrow$$
 P=m'g=443 [N]  
 $\Rightarrow \sigma_{fmax} = \frac{M_{fmax}}{W_f} = \frac{\frac{PL}{12}}{\frac{L^3}{4374}} = \frac{9}{200}P = 0,045P \cong 20 [MPa]$   
La tensione massima applicabile dal sistema di carico alla barra prismatica è quindi

La tensione massima applicabile dal sistema di carico alla barra prismatica è quindi di 20 [MPa] e si ha come visto in precedenza a  $y=\pm h/2$ . Tale valore si raggiunge tramite

(3.1)

l'applicazione del carico massimo imponibile ottenuto dal precarico e dall'attuatore corrispondente a 443 [N].

## **CAPITOLO 4: ALLESTIMENTO DEL SISTEMA DI CARICO**

## 4.1 FASI PER L'ALLESTIMENTO DEL SISTEMA DI CARICO

- 1. VERIFICA DEI COMPONENTI E DEGLI INGOMBRI
- 2. MONTAGGIO DEL SISTEMA NEL LABORATORIO DI OTTICA E PREPARAZIONE DEL SETUP PER L'ACQUISIZIONE DELLE IMMAGINI
- 3. ANALISI TENSIONALE DEL CAMPIONE

## 1. VERIFICA COMPONENTI E INGOMBRI:

In questa fase sono stati verificati attraverso misurazioni le dimensioni dei componenti e gli ingombri dei raccordi necessari per montare e far funzionare in maniera corretta il sistema di carico. Si è partiti da un sistema preesistente che è stato ottimizzato attraverso l'utilizzo dell'attuatore piezoelettrico.



Figura 15: Sistema di carico preesistente

### 2. MONTAGGIO DEL SISTEMA NEL LABORATORIO DI OTTICA E PREPARAZIONE DEL SETUP PER L'ACQUISIZIONE DELLE IMMAGINI:

### ELEMENTI COSTITUENTI IL SETUP:

*I.* Fonte di luce bianca monocromatica:



Figura 16

### *II. Polarizzatore inclinato:*

Il polarizzatore è stato inclinato rispetto al piano di montaggio del setup in modo tale da non essere solidale con le tensioni che agiscono orizzontalmente e parallelamente al piano di montaggio. Ciò è fondamentale perché in caso di parallelismo tra gli assi del polarizzatore e la direzione delle tensioni, esse non sarebbero visibili. Esso è stato accoppiato con il polarizzatore della fotocamera che ci permette quindi di ottenere il campo scuro, condizione fondamentale per l'acquisizione delle immagini.





## III. Fotocamera Canon 1200D

Polarizzatore della fotocamera



Figura 18

Configurazione fotocamera:

Immagini acquisite attraverso il programma Eos Utility



Figura 19

## PIANTA SETUP



Figura 20

## CAPITOLO 5: ACQUISIZIONE DELLE IMMAGINI E CALCOLO DELLA COSTANTE FOTOELASTICA DEL PLEXIGLASS



Figura 21: Campo visivo camera

Il campo visivo della fotocamera comprende la parte sinistra dell'appoggio superiore ove il momento flettente cresce linearmente e la zona centrale del sistema a destra dell'appoggio ove il momento è costante

## 5.1 STATO TENSIONALE DEL PROVINO SENZA CARICO IMPOSTO



Figura 22

Il provino presenta uno stato di tensione residua dovuto probabilmente al fatto che è stato realizzato per estrusione. In corrispondenza delle due frange nere abbiamo tensione nulla. Se non avessimo avuto tensioni residue nel provino, in condizioni di campo scuro, avremmo dovuto avere il campione completamente oscurato senza le zone bianche ove lo stato tensionale è ignoto. Per tale motivo il calcolo della tensione totale, dovuta alla sovrapposizione dello stato tensionale di flessione noto, a quello preesistente ignoto, risulta non essere banale.

Di seguito viene riportato il grafico che indica la distanza tra le frange presenti nel campione senza carico imposto.

Sull'asse delle ascisse abbiamo la distanza verticale della frangia dal bordo superiore del provino, su quello delle ordinate abbiamo l'intensità di scala di grigi.



Figura 23 Grafico distanza frange 1

Dal grafico si evince che la frangia nera superiore, ove lo stato tensionale è nullo, si trova a 1.8 [mm] dal bordo superiore del provino. Nel grafico corrisponde al primo "picco" inferiore.

Per calcolare la costante fotoelastica sono necessarie due condizioni:

1. Comparsa della frangia di primo ordine sul provino

2. Tale frangia deve essere allineata con la frangia nera superiore corrispondente alla situazione senza carico imposto

Bisogna quindi caricare gradualmente il provino fino a trovare il carico in cui entrambe le condizioni sono soddisfatte.

Ci aspettiamo che andando a caricare il provino si manifesti la frangia di primo ordine e che all'aumentare del carico essa si sposti verso l'asse neutro della barra. Ciò significa che nel grafico della distanza delle frange il "picco" inferiore dovrebbe traslare verso destra fino a raggiungere l'ordinata che ci interessa.

# 5.2 STATO TENSIONALE DEL PROVINO CON CARICO P=262 [N]



#### Figura 24

Al carico corrispondente si incomincia a vedere la frangia di primo ordine, tuttavia come si evince dal grafico successivo tale frangia non è allineata alla frangia nera nella condizione senza carico poiché il "picco" corrispondente si trova a 1.2 [mm].



Figura 25: Grafico distanza frange 2



Figura 26: a) Ipotesi di tensione interna, ipoteticamente di tipo parabolico dovuto ad estrusione b) Carico imposto dalla macchina di carico

Sovrapposizione dello stato tensionale di flessione noto allo stato tensionale preesistente ignoto (si suppone di tipo parabolico, vedi figura 26): il calcolo della tensione è stato effettuato nel punto in cui lo stato tensionale preesistente è nullo (nello schema precedente di figura 26 corrisponde a y').



Figura 27 Frangia di primo ordine situata a 1.8 [mm] dal bordo superiore ove lo stato tensionale preesistente era nullo

Nella figura 27, tale punto corrisponde alla frangia di primo ordine ove è quindi nota la tensione risultante. L'immagine è fondamentale poiché valida il sistema di carico:

nella zona a destra dell'appoggio superiore non abbiamo variazione di distribuzione della frangia. L'andamento è infatti orizzontale e questo è ciò che ci aspettavamo poiché siamo nell'intervallo in cui avevamo previsto che il momento flettente fosse costante. Un'ulteriore conferma l'abbiamo dal fatto che, a sinistra dell'appoggio, questo andamento orizzontale non c'è, poiché, come da aspettativa, il momento flettente in questo caso varia linearmente (figura 21). Si nota inoltre come la distribuzione delle frange si "addensa" in corrispondenza dell'appoggio: ciò è dovuto al contatto non puntiforme che esso ha con il provino.

Se avessimo notato un addensamento delle frange anche a destra dell'appoggio o avessimo avuto ivi un andamento non orizzontale, il sistema non sarebbe stato valido e non saremmo stati di conseguenza in grado di calcolare la costante fotoelastica.



Figura 28: Grafico distanza frange 3

Dal grafico 3 si evince che il "picco" inferiore corrispondente alla frangia di primo ordine è a 1.8 [mm] dal bordo superiore della barra, la quale si trova a

$$\overline{y} = h/2-y' = 5-1.8 = 3.2 \text{ [mm]}$$

dall'asse neutro del campione.

Come ci aspettavamo la frangia di primo ordine si è "spostata" verso l'asse neutro e ha "raggiunto" l'ordinata in cui lo stato tensionale preesistente era nullo.

Le condizioni vengono quindi soddisfatte nel caso del carico massimo imponibile al sistema di carico.

Calcolo costante fotoelastica plexiglass:

Nel nostro caso della flessione semplice il nostro stato tensionale è monoassiale quindi

$$\sigma_2 = 0$$

per cui l'equazione (1.9):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N f_\sigma}{h}$$

Diventa:

$$\sigma_1 = N \frac{f_{\sigma}}{h}$$

(5.	1)
•	

(5.2)

$$\sigma_f(y) = \frac{M_f}{J} y = \frac{\frac{PL}{12}}{\frac{L^4}{9^4 * 12}} \bar{y} = \frac{6561P}{L^3} \bar{y} = 12.8 \ [MPa]$$

$$\sigma_f(y) = \sigma_1 = N \frac{f_\sigma}{h}$$

5.3)

$$\Rightarrow f_{\sigma} = \sigma_1 \frac{h}{N}$$
(5.4)  
Con N = 1 e h = 10 [mm]

$$\Rightarrow f_{\sigma} = 10\sigma_1 = 128 \text{ [N/mm]}$$

Dove N è l'ordine della frangia, h lo spessore del provino e  $f_{\sigma}$  la costante fotoelastica. Utilizzando le equazioni (5.2) e (5.3) otteniamo la (5.4) da cui ricaviamo la costante fotoelastica del campione di plexiglass ( $\rho = 1.2 \ g/cm^3$ ) che dalle nostre misure sperimentali è  $f_{\sigma} = 128$  [N/mm].

## CONCLUSIONI

E' stato progettato e allestito un sistema di carico a flessione "a quattro punti" per un provino di sezione quadrata di 100[ $mm^2$ ], di lunghezza L=90 [mm] e di densità  $\rho=1,2[g/cm^3]$ .

La validazione del sistema di carico è stata ottenuta mediante polariscopio piano: dalle immagini si evince che la distribuzione delle tensioni tra i due appoggi superiori risulta essere costante come previsto dal progetto iniziale.

Abbiamo ricavato la costante fotoelastica del plexiglass:  $f_{\sigma}$ =128[N/mm].

Questo risultato è molto importante dal momento che ,a nostra miglior conoscenza, non è presente in letteratura uno studio della costante fotoelastica del plexiglass ( $\rho$ =1,2 [g/cm<sup>3</sup>]) analogo a ciò che è stato fatto in questa tesi.

Tale sistema di carico e tale studio può essere utilizzato anche per i cristalli scintillatori di cui vorremmo conoscere la costante fotoelastica e il comportamento sotto stress tensionale.

### **BIBLIOGRAFIA**

Daniele Rinaldi, Michel Lebeau, Nicola Paone, Lorenzo Scalise and Paolo Pietroni, Quality control and characterization of scintillating crystals for high energy physics and medical applications, Wide Spectra of Quality Control (2011)

D. Rinaldi, P. Pietroni, F. Davì, *Isochromate fringes simulation by Cassini-like curves for photoelastic analysis of birefringent crystals*, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research (2009)

L. Montalto, N. Paone, L. Scalise, and D. Rinaldi, *A photoelastic measurement system for residual stress analysis in scintillating crystals by conoscopic imaging*, Review of Scientific Instruments 86 (2015)

D. Rinaldi, A. Ciriaco, M. Lebeau, N. Paone, *Quality control on pre-serial Bridgman production of PbWO4 scintillating crystals by means of photoelasticity*, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A 615 254–258 (2010)

P. P. Natali, L. Montalto, F. Daví, P. Mengucci, A. Ciriaco, N. Paone, D. Rinaldi, *Theoretical and experimental evaluation of piezo-optic parameters and photoelastic constant in tetragonal PWO*, Applied Optics Vol. 57, No. 4 / 1 (2018)

Montalto, P.P. Natali, F. Daví, P. Mengucci. N. Paone and D. Rinaldi, *Characterization of a defective PBWO4 crystal cut along the a-c crystallographic plane: structural assessment and a novel photoelastic stress analysis.* Journal of Instrumentation, Volume 12, (2017) Cocozzella N., Lebeau M., Majni G., Paone N., Rinaldi D, *Quality inspection of anisotropic scintillating lead tungstate (PbWO4) crystals through measurement of interferometric fringe pattern parameters*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A (NIM A) 469 3 pp.331-339 (2001)

L. Montalto, Inspection and characterization of birefringent materials: development of methods and systems for scintillating anisotropic crystals, Università Politecnica delle Marche (2017)

Luigi Montalto, Nicola Paone, Daniele Rinaldi, and Lorenzo Scalise, *Inspection of birefringent media by photoelasticity: from diffuse light polariscope to laser conoscopic technique*, Optical Engineering 54(8), 081210 (2015)

Dally J. W., Riley W. F, *Experimental Stress Analysis*, McGraw-Hill Book Company, (1987)

Pier Paolo Natali, Luigi Montalto, Fabrizio Davì, Nicola Paone, Daniele Rinaldi, Lorenzo Scalise, *Optimization of the photoelastic fringe pattern processing for the stress evaluation in scintillating anisotropic media*, IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (2017)

F. Daví and D. Rinaldi, *Mechanical and Optical Properties of Anisotropic Single-Crystal Prisms*, J. Elast., vol. 120, no. 2 (2015)

L. Montalto, D. Rinaldi, N. Paone, L. Scalise and F. Davì, *Photoelastic sphenoscopic* analysis of crystals, Review of Scientific Instruments, 87(1), 015113 (2016)

Augusto Ajovalasit, Analisi sperimentale delle tensioni con la fotomeccanica, Aracne (2009)

Augusto Ajovalasit, Introduzione all'analisi sperimentale delle tensioni (2009)

P. Lecoq, A. Annenkov, A. Gektin, M. Korzhik, and C. Pedrini, *Inorganic Scintillators for Detector Systems, Physical Principles and Crystal Engineering*, Series: Particle Acceleration and Detection, XII Springer (2006)

C. Grupen, Particle Detectors, Cambridge University Press (1996)

R. Fernow, *Introduction to Experimental Particle Physics*, Cambridge University Press (1992)

W.R.Leo, *Tecniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer Verlang (1994)

G.F. Knoll, Radiation detection and measurement, John Wiley & Sons (2000)

Manuale d'uso cella di carico IL-L and IJ-L

Manuale d'uso amplificatore E-461 USER PZ53E230

## SITOGRAFIA

https://www.luchsinger.it/it/sensori/deformazione/fotoelasticita/ https://physicsopenlab.org/2017/08/10/cristalli-scintillatori/ https://italian.kinheng.com/quality-14516722-gagg-scintillator-crystal https://www.fisica.uniud.it/urdf/secif/ottica/birf\_2.htm https://www.bjultrasonic.com/it/what-is-a-piezo-actuator/ https://www.hbm.com/it/6768/how-exactly-does-a-load-cell-based-on-strain-gaugeswork/

### RINGRAZIAMENTI

Vorrei utilizzare queste poche righe per ringraziare le persone importanti che mi hanno accompagnato in questo percorso impegnativo e che mi hanno sempre supportato anche e soprattutto nei momenti di difficoltà.

Ringrazio il Prof. Mengucci per l'opportunità del tirocinio. Ringrazio il Prof. Daniele Rinaldi e il Dott. Luigi Montalto per avermi seguito e aiutato a completare il tirocinio e a scrivere questa tesi.

Ringrazio la mia amica Arianna per esserci sempre stata fin da quando eravamo solo bambini.

Ringrazio i miei amici Gabriele, Edoardo, Loris e Flavio con cui abbiamo passato dei momenti indimenticabili.

Ringrazio i miei amici conosciuti in università, Tommaso, Luca, Giovanni, Armando, Stefano, Gianlorenzo, Jacopo, Vincenzo e Gianluca. Non sarebbe stata la stessa cosa senza di loro, hanno portato tanta leggerezza e felicità anche nei momenti di studio e soprattutto durante le lezioni.

Un grazie enorme a Gaia che mi è stata vicino in quest'ultimo periodo così importante e difficile allo stesso tempo.

Ringrazio Edoardo, mio amico e compagno di studi, in questi tre anni abbiamo condiviso delusioni e soddisfazioni, ansie e gioie, e devo dire che ne è valsa la pena.

Ringrazio mio cugino e soprattutto amico Nicolas per i consigli utili e la motivazione che mi dà ogni giorno.

Infine ringrazio la mia famiglia per avermi sempre supportato e sopportato, un grazie a mia mamma Donatella e a mio fratello Andrea.

Come ultimo vorrei ringraziare mio padre Giordano che è mancato proprio quando ero ad un passo dal traguardo. Non basterebbero mille pagine per spiegare ciò che hai significato per me. Semplicemente "il mio punto di riferimento per tutto" o ancora meglio "il mio tutto".

Spero ovunque tu sia che sarai orgoglioso di me.