UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

STUDIO NUMERICO DEI MECCANISMI DI INSTABILITÀ STRUTTURALE IN TUBAZIONI SUBSEA

NUMERICAL STUDY OF LOCAL INSTABILITY MECHANISMS IN SUBSEA PIPELINES

Studente:
ENRICO BARTOLONI

Relatore:
PROF. MARCO SASSO

Correlatore:
DOTT. ALESSIO PIERRO

ANNO ACCADEMICO 2025-2026

SOMMARIO

ELENCO DELLE TABELLE 5

ELENCO DELLE FIGURE 6

INTRODUZIONE E SCOPO DELLA TESI 9

CAPITOLO 1 INSTABILITÀ ELASTICA DI TUBAZIONI SOGGETTE A PRESSIONE ESTERNA 13

1.1 Buckling di anelli elastici 13

1.1.1 Anelli elastici con imperfezione iniziale 19

1.2 Normativa DNVGL-ST-F101 22

1.2.1 Pressione di collasso 23

1.2.2 Pressione di propagazione 24

1.2.3 Buckle arrestors 25

CAPITOLO 2 INSTABILITÀ ELASTICA DI TUBAZIONI SOGGETTE A MOMENTO FLETTENTE 30

2.1 Teoria di Brazier 30

2.2 Teoria di Guarracino 33

2.2.1 Momento critico 34

2.2.2 Axial wrinkles e distribuzione delle tensioni assiali 40

CAPITOLO 3 METODO DEGLI ELEMENTI FINITI 44

3.1 Elementi shell 44

3.2 Analisi Riks (Arc-Length Method) 46

CAPITOLO 4 SIMULAZIONI NUMERICHE DI TUBAZIONI SOGGETTE A PRESSIONE ESTERNA 49

4.1 Modello numerico 49

4.2 Risultati delle simulazioni 56

4.2.1 Diagrammi pressione–variazione di volume 57

4.2.2 Pressione di collasso 62

4.2.3 Risultati pressione di propagazione 65

CAPITOLO 5 SIMULAZIONI NUMERICHE DI TUBAZIONI CON INTEGRAL BUCKLE ARRESTOR 67

5.1 Modello numerico 67

5.2 Risultati delle simulazioni 71

5.2.1 Evoluzione del buckle e pressione di crossover 71

5.2.2 Pressione di crossover 74

CAPITOLO 6 SIMULAZIONI NUMERICHE DI TUBAZIONI SOGGETTE A MOMENTO FLETTENTE IN CAMPO ELASTICO 76

6.1 Modello numerico 76

6.2 Risultati 79

6.2.1 Momento critico 80

6.2.2 Axial wrinkles 82

6.2.3 Distribuzione delle tensioni assiali 85

CAPITOLO 7 SIMULAZIONI NUMERICHE DI TUBAZIONI SOGGETTE A MOMENTO FLETTENTE CON COMPORTAMENTO ELASTOPLASTICO 90

7.1 Modello numerico 90

7.1.1 Risultati delle simulazioni 92

CONCLUSIONI 100

BIBLIOGRAFIA 103

ELENCO DELLE TABELLE

Tabella 4-1: Geometrie considerate nelle simulazioni di tubazioni soggette a pressione esterna 50
Tabella 4-2: Dati di tensione-deformazione nominali dell'acciaio X65 51
Tabella 4-3: Dati di tensione-deformazione vera dell'acciaio X65 52
Tabella 4-4: Valori dei semiassi considerati per geometria iniziale ellittica 56
Tabella 4-5: Risultati pressione di collasso e comparazione rispetto valori di calcolo da normativa per modello D/t=30 64
Tabella 4-6: Risultati pressione di collasso e comparazione rispetto valori di calcolo da normativa per modello D/t=20 64
Tabella 4-7: Risultati pressione di propagazione e comparazione rispetto valori di calcolo da normativa per modello D/t=30 65
Tabella 4-8: Risultati pressione di propagazione e comparazione rispetto valori di calcolo da normativa per modello D/t=20 65
Tabella 5-1: Confronto tra pressione di crossover FEM e calcolo normativo 75
Tabella 6-1: Geometrie considerate nelle simulazioni elastiche 77
Tabella 6-2: Confronto tra tensioni assiali teoriche e tensioni FEM medie nella regione centrale della tubazione estradosso e intradosso 89
Tabella 7-1: Ovalizzazione e deformazione assiale corrispondenti alla tensione di snervamento e alla tensione ultima 97
Tabella 7-2: Tensione equivalente di Von Mises in corrispondenza di un'ovalizzazione del 5% 98

ELENCO DELLE FIGURE

Figura 0-1: Rappresentazione schematica delle principali tecniche di installazione delle pipeline offshore: S-lay, J-lay e Reel-lay 10
Figura 1-1: Elementi della sezione trasversale 15
Figura 1-2: Deformazione della sezione di un anello inizialmente ovalizzato, con indicazione dei punti di massimo sforzo (A, B, C, D) lungo la circonferenza 21
Figura 1-3: Integral buckle arrestor 27
Figura 1-4: Integral collar buckle arrestor 27
Figura 1-5: Propagazione del buckling su slip on buckle arrestor 28
Figura 1-6: Clamp-on buckle arrestor 29
Figura 1-7: Spiral buckle arrestor 29
Figura 2-1: Sezione trasversale del tubo 31
Figura 2-2: Momento flettente - curvatura 33
Figura 2-3: Tubo sottoposto a momento flettente 34
Figura 2-4: Sezione trasversale 35
Figura 2-5: Porzione assiale del tubo con tensioni assiali e pressione di ovalizzazione 36
Figura 2-6: Confronto forma deformata della sezione tra soluzione analitica (linea continua) e forma ellittica (linea trattegiata) 39
Figura 2-7: Deformata della sezione trasversale a causa delle axial wrinkles nella regione compressa 41
Figura 2-8: Comportamento della fibra longitudinale sotto compressione 42
Figura 3-1: Percorso di equilibrio seguito dall'algoritmo di Riks nello spazio carico–spostamento 47
Figura 4-1: Curva tensione-deformazione nominali acciaio X65 51
Figura 4-2: Geometria simmetrica del modello shell con mesh 53
Figura 4-3: Condizioni al contorno con spostamento alla sezione terminale 55
Figura 4-4: Realizzazione sketch per geometria iniziale ellittica 55
Figura 4-5: Diagramma pressione-variazione di volume con individuazione delle principali fasi del collasso 57
Figura 4-6: Evoluzione della configurazione deformata della tubazione durante il collasso e la propagazione del buckle 58
Figura 4-7: Diagrammi pressione-variazione di volume per il modello con D/t=30 Metodo 1 (ovalizzazione introdotta mediante deformazione permanente) 59

Figura 4-8: Diagrammi pressione-variazione di volume per il modello con D/t=20 Metodo 1 (ovalizzazione introdotta mediante deformazione permanente) 60
Figura 4-9: Diagrammi pressione-variazione di volume per il modello con D/t=30 Metodo 2 (geometria inizialmente ellittica) 61
Figura 4-10: Diagrammi pressione-variazione di volume per il modello con D/t=20 Metodo 2 (geometria inizialmente ellittica) 61
Figura 4-11: Ovalità pressione di collasso modello D/t=30 confronto tra normativa e i due metodi adottati nel FEM 62
Figura 4-12. Ovalità pressione di collasso modello D/t=20 confronto tra normativa e i due metodi adottati nel FEM 63
Figura 5-1: Dettaglio della geometria del buckle arrestor con spessore 40mm. Opzione render shell thickness attivata 69
Figura 5-2: Raffinamento della mesh nella regione di interazione tra buckle propagante e buckle arrestor con spessore 50 mm. Opzione render shell thickness attivata..... 70
Figura 5-3: Diagrammi pressione-variazione di volume per i differenti spessori del buckle arrestor 71
Figura 5-4: Configurazione deformata dopo l'attraversamento del buckle arrestor con spessore 30 mm..... 72
Figura 5-5: Configurazione deformata dopo l'attraversamento del buckle arrestor con spessore 40 mm..... 73
Figura 5-6: Configurazione deformata dopo l'attraversamento del buckle arrestor con spessore 50 mm..... 73
Figura 5-7: Confronto tra pressione di crossover FEM e previsione normativa al variare dello spessore del buckle arrestor 74
Figura 6-1: Geometria di metà tubo con mesh, modello 3..... 78
Figura 6-2: Condizioni al contorno, modello 3..... 79
Figura 6-3: Confronto tra momento critico teorico e numerico al variare dello spessore. 81
Figura 6-4: Confronto tra momento critico teorico e numerico al variare del rapporto D/t 81
Figura 6-5: Sviluppo delle axial wrinkles modello D/t=300..... 82
Figura 6-6: Sviluppo delle axial wrinkles modello D/t=100..... 83
Figura 6-7: Sviluppo delle axial wrinkles modello D/t=40..... 83
Figura 6-8: Confronto tra lunghezza delle axial wrinkles teorica e numerica al variare dello spessore..... 84

Figura 6-9: Confronto tra lunghezza delle axial wrinkles teorica e numerica al variare del rapporto D/t 85
Figura 6-10: Distribuzione della tensione assiale nel modello D/t=60 e sezione deformata 86
Figura 6-11: Distribuzione delle tensioni assiali all'estradosso e all'intradosso per D/t = 400 87
Figura 6-12: Distribuzione delle tensioni assiali all'estradosso e all'intradosso per D/t = 150 87
Figura 6-13: Distribuzione delle tensioni assiali all'estradosso e all'intradosso per D/t = 60 88
Figura 7-1: Condizioni al contorno e applicazione del momento flettente mediante rotazioni imposte ai Reference Point 92
Figura 7-2: Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione dell'ovalizzazione per il modello con t = 15 mm (D/t = 40) 93
Figura 7-3: Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione della deformazione assiale per il modello con t = 15 mm (D/t = 40) 93
Figura 7-4: Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione dell'ovalizzazione per il modello con t = 20 mm (D/t = 30) 94
Figura 7-5: Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione della deformazione assiale per il modello con t = 20 mm (D/t = 30) 94
Figura 7-6: Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione dell'ovalizzazione per il modello con t = 30 mm (D/t = 20) 95
Figura 7-7: Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione della deformazione assiale per il modello con t = 30 mm (D/t = 20) 95
Figura 7-8: Configurazione deformata della tubazione e distribuzione della tensione equivalente di Von Mises al raggiungimento della tensione di snervamento 96
Figura 7-9: Configurazione deformata della tubazione e distribuzione della tensione equivalente di Von Mises al raggiungimento della tensione ultima del materiale 97

INTRODUZIONE E SCOPO DELLA TESI

Le pipeline sottomarine rappresentano uno degli elementi fondamentali per il trasporto di fluidi nel settore offshore e vengono utilizzate per collegare impianti di produzione, piattaforme e strutture situate sul fondale marino. La realizzazione di queste condotte richiede particolare attenzione sia nella fase di progettazione sia durante le operazioni di installazione, poiché la tubazione è sottoposta a condizioni di carico che possono risultare molto diverse da quelle presenti durante il normale esercizio. Il comportamento strutturale della pipeline deve quindi essere valutato considerando l'intero ciclo di vita della condotta, dalle operazioni di posa fino alle condizioni di esercizio e agli eventuali eventi eccezionali che possono interessarla.

Le principali tecniche utilizzate per l'installazione delle pipeline offshore sono lo S-lay, il J-lay e il reel-lay. Sebbene differenti per configurazione e modalità operative, tutte queste tecniche prevedono che la tubazione assuma configurazioni caratterizzate da curvature anche elevate durante la discesa verso il fondale. Nel caso dello S-lay, la pipeline assume una configurazione a S tra la nave di posa e il fondale, con una regione di overbend in prossimità del sistema di posa e una regione di sagbend che conduce al punto di contatto con il fondale. Nel J-lay, invece, la condotta viene calata con un'inclinazione prossima alla verticale, riducendo la lunghezza della parte sospesa e concentrando la deformazione principalmente nella regione di sagbend. Il reel-lay prevede infine la fabbricazione e l'assemblaggio della condotta prima della posa, con il successivo avvolgimento su un grande tamburo e lo svolgimento durante l'installazione. Questa procedura sottopone la tubazione a ripetuti cicli di deformazione durante le operazioni di avvolgimento, svolgimento e raddrizzamento [1].

Durante l'installazione, la tubazione è quindi soggetta alla combinazione di differenti azioni. Il peso proprio e la tensione applicata dal sistema di posa si combinano con la flessione associata alla curvatura della linea sospesa, mentre all'aumentare della profondità diventa sempre più rilevante anche l'azione della pressione idrostatica esterna. In particolare, nella regione di sagbend prossima al fondale possono coesistere pressione esterna, momento flettente e tensione assiale, determinando una condizione di carico particolarmente significativa dal punto di vista strutturale. Una volta raggiunto il fondale, la risposta della condotta è inoltre influenzata dall'interazione con il terreno e dagli eventuali movimenti del fondale marino. Durante la vita operativa possono poi verificarsi ulteriori condizioni di carico dovute a variazioni di pressione e temperatura, movimenti del terreno, frane, faglie o altri fenomeni naturali che possono imporre alla pipeline deformazioni significative.

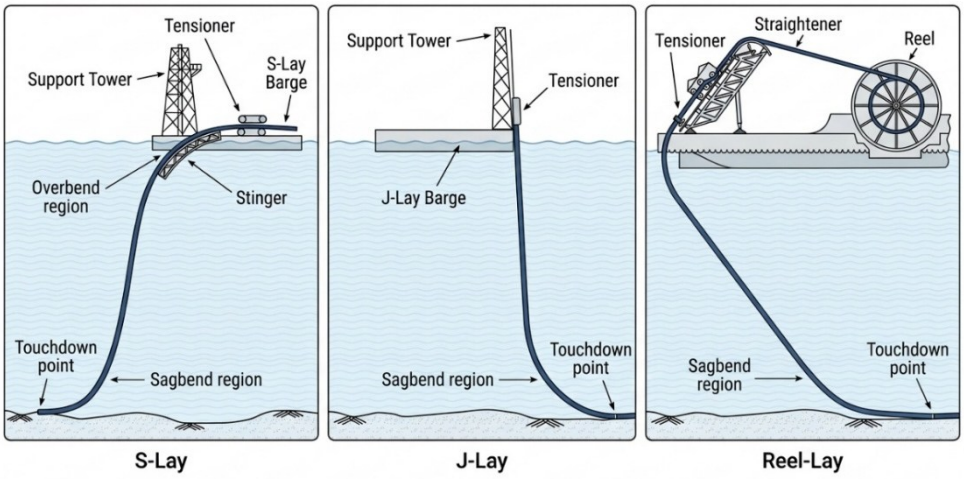


Figura 0-1: *Rappresentazione schematica delle principali tecniche di installazione delle pipeline offshore: S-lay, J-lay e Reel-lay*

In queste condizioni, uno degli aspetti principali da considerare è la possibilità che la tubazione perda la propria configurazione stabile dando origine a fenomeni di instabilità strutturale, comunemente indicati con il termine buckling. Il buckling non rappresenta un unico fenomeno, ma può manifestarsi attraverso differenti modalità in funzione delle condizioni di carico e delle caratteristiche geometriche della condotta. Nel caso di tubazioni soggette a pressione esterna, come può avvenire in acque profonde, la pressione idrostatica può provocare una progressiva deformazione della sezione trasversale fino al raggiungimento di una condizione di collasso locale. Una volta innescato, il collasso può inoltre propagarsi lungo la tubazione anche per valori di pressione inferiori a quelli necessari per la sua formazione, dando origine al fenomeno di buckle propagation. La propagazione può interessare tratti estesi della condotta e rappresenta pertanto una delle principali criticità associate alle pipeline installate in acque profonde. Per limitarne l'estensione vengono impiegati dispositivi di arresto, denominati buckle arrestor, che aumentano localmente la resistenza della tubazione alla propagazione del collasso. La normativa DNVGL-ST-F101 costituisce uno dei principali riferimenti per la progettazione e la verifica delle pipeline sottomarine e considera, tra gli altri aspetti, la valutazione della pressione di collasso, della pressione di propagazione e dei sistemi di arresto.

Un comportamento differente si osserva invece quando la tubazione è sottoposta a momento flettente. Nel caso di tubazioni a parete sottile, la sezione trasversale non può infatti

essere considerata indeformabile come avviene nella teoria classica della flessione delle travi. L'aumento della curvatura provoca una progressiva ovalizzazione della sezione, con conseguente riduzione della rigidezza flessionale e modifica della relazione tra momento e curvatura. Questo fenomeno è stato studiato inizialmente da Brazier, la cui formulazione rappresenta il riferimento classico per la descrizione dell'ovalizzazione e permette di determinare il valore del momento critico elastico. Il modello proposto da Guarracino consente successivamente di descrivere in maniera più completa l'evoluzione della sezione durante la flessione, considerando anche la formazione di instabilità locali nella regione compressa, note come axial wrinkles, e la conseguente distribuzione delle tensioni assiali lungo la tubazione.

La valutazione di questi fenomeni assume particolare importanza perché il raggiungimento di una condizione di instabilità o della tensione di snervamento non coincide necessariamente con un'immediata perdita di funzionalità della tubazione. Il comportamento strutturale può infatti continuare a evolvere anche dopo l'inizio della plasticizzazione, sviluppando deformazioni significative prima del raggiungimento delle condizioni ultime del materiale. Per questo motivo, un approccio basato esclusivamente sul confronto tra la tensione calcolata e una tensione ammissibile può non essere sufficiente a descrivere completamente la risposta della condotta nelle condizioni di carico più severe. L'attenzione viene quindi rivolta anche a grandezze direttamente legate alla deformazione della struttura, quali deformazione assiale, curvatura e ovalizzazione della sezione, che permettono di descrivere in maniera più completa l'evoluzione del comportamento strutturale.

In questo contesto, il metodo degli elementi finiti rappresenta uno strumento particolarmente utile per l'analisi delle pipeline offshore. I fenomeni considerati sono infatti caratterizzati dalla presenza contemporanea di non linearità geometriche, comportamento non lineare del materiale, grandi deformazioni e possibili instabilità locali, condizioni che rendono difficoltosa una descrizione completa mediante sole formulazioni analitiche. Il metodo degli elementi finiti consente invece di seguire l'evoluzione della struttura durante l'applicazione del carico, analizzando non solo il valore del carico critico, ma anche la configurazione deformata, la distribuzione delle tensioni e lo sviluppo delle deformazioni. Nel presente lavoro tale approccio è stato sviluppato mediante modelli numerici realizzati con il software Abaqus, utilizzando elementi shell per la modellazione delle tubazioni e analisi non lineari con procedura Riks, o Arc-Length Method, per seguire il percorso di equilibrio anche in prossimità delle condizioni di instabilità.

L'obiettivo della presente tesi è quindi lo studio numerico dei principali meccanismi di instabilità strutturale che possono interessare le tubazioni subsea, considerando sia la risposta

a pressione esterna sia quella a momento flettente. In una prima parte vengono analizzati, mediante formulazioni teoriche e normative, il comportamento di tubazioni soggette a pressione esterna, il collasso della sezione trasversale e la successiva propagazione del buckle. I risultati numerici vengono quindi confrontati con le previsioni della normativa DNVGL-ST-F101, valutando anche l'influenza delle imperfezioni geometriche iniziali sulla risposta della struttura. Successivamente viene studiato il comportamento degli integral buckle arrestor e la loro capacità di limitare la propagazione del collasso.

La seconda parte del lavoro è dedicata al comportamento flessionale delle tubazioni. Vengono inizialmente considerate condizioni di comportamento elastico, con l'obiettivo di confrontare i risultati delle simulazioni numeriche con le formulazioni teoriche di Brazier e Guarracino, analizzando l'evoluzione dell'ovalizzazione, il momento critico e la formazione delle axial wrinkles. L'analisi viene infine estesa al comportamento elastoplastico dell'acciaio API X65, con particolare attenzione all'evoluzione della tensione equivalente, dell'ovalizzazione e della deformazione assiale oltre il raggiungimento della tensione di snervamento. In questo modo il lavoro si propone di fornire una descrizione numerica del comportamento della tubazione lungo un intervallo di deformazione più ampio, evidenziando il ruolo delle grandezze deformative nella valutazione della capacità strutturale della condotta.

Capitolo 1
INSTABILITÀ ELASTICA DI TUBAZIONI SOGGETTE A PRESSIONE ESTERNA

In questo primo capitolo verrà mostrata una trattazione teorica di come ricavare la pressione critica di anelli elastici sottoposti a pressione esterna e come le formule ricavate si avvicinano a quelle previste dalle normative e standard tecnici di riferimento per il *sizing*, ovvero la procedura utilizzata, conoscendo il diametro, per progettare lo spessore adeguato delle tubazioni in ambito off-shore. Verranno quindi analizzate le formule della normativa di riferimento per questo settore DNVGL-ST-F101 e come viene contrastato il fenomeno della propagazione del buckling.

1.1 **Buckling di anelli elastici**

Come mostrato anche da Timoshenko [2], il comportamento di un lungo guscio cilindrico sottoposto a pressione esterna può essere ben approssimato dalla seguente trattazione per anelli elastici sottili.

Si considera una sezione anulare di spessore costante, appartenente a un cilindro di lunghezza elevata. Per la definizione delle relazioni cinematiche che governano la deformazione della sezione trasversale, si introduce un punto arbitrario «A» appartenente alla circonferenza media, detta anche "linea di riferimento", avente raggio medio R_m e spessore t. Si assumono deformazioni nel piano e quindi che le sezioni piane rimangano piane anche dopo la deformazione e che restino normali alla linea media deformata. In questo contesto, viene analizzata la posizione del punto A prima e dopo la deformazione, indicata rispettivamente con A e A'. Le componenti dello spostamento del punto lungo la direzione radiale e tangenziale sono descritte dalle funzioni $w(\theta)$ e $v(\theta)$ e, sulla base della configurazione geometrica mostrata in **Figura 1-1**, è possibile determinare le coordinate del punto A nello stato iniziale (x, y) e nello stato deformato (x^*, y^*) come segue:

$$x = r\cos\theta \tag{1.1}$$

$$y = r\sin\theta \tag{1.2}$$

$$x^* = (R_m + w)\cos\theta - v\sin\theta \tag{1.3}$$

$$y^* = (R_m + w)\sin\theta + v\cos\theta \tag{1.4}$$

Usando la notazione $(*)' = \frac{d(*)}{d\theta}$ per descrivere la derivata di una variabile rispetto θ la deformazione circonferenziale è postulata come segue [2], [3], [4]

$$\varepsilon_s = \varepsilon_0 + zk \tag{1.5}$$

con

$$\varepsilon_0 = \left(\frac{v' + w}{R_m}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{v - w'}{R_m}\right) \tag{1.6}$$

$$k = \frac{v' - w''}{{R_m}^2} \tag{1.7}$$

Il primo termine dell'equazione (1.6) rappresenta la deformazione assiale ε_a nella direzione tangenziale, mentre il secondo, moltiplicato per $\frac{1}{2}$ la rotazione β della sezione trasversale:

$$\varepsilon_a = \frac{v' + w}{R_m} \tag{1.8}$$

$$\beta = \frac{v - w'}{R_m} \tag{1.9}$$

L'equazione (1.7) rappresenta la variazione della curvatura della linea di riferimento dell'elemento preso in considerazione.
Sull'elemento agiscono la forza N ed il momento M, che possono essere ricavate integrando sulla sezione trasversale di area $A = bt$

$$N = E^* A\, \varepsilon_0 \tag{1.10}$$

$$M = E^* I\, k \tag{1.11}$$

Con $I = \frac{bt^3}{12}$ e $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$ considerati con E il modulo elastico e ν il coefficiente di Poisson.

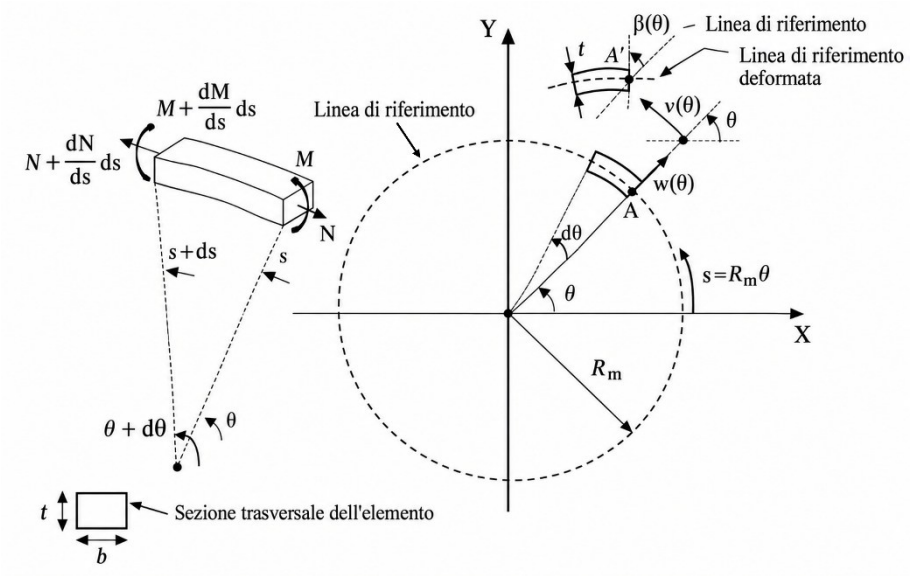


Figura 1-1: *Elementi della sezione trasversale*

Per ricavare le equazioni di equilibrio dell'anello si fa ricorso al principio dell'energia potenziale. L'energia potenziale totale Π è data dalla somma dell'energia di deformazione U e dell'energia potenziale V associata ai carichi esterni agenti sull'elemento. L'energia di deformazione si esprime come segue

$$U = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} (N\varepsilon_0 + Mk)\, R_m d\theta = \frac{E^* A R_m}{2}\int_0^{2\pi} {\varepsilon_0}^2\, d\theta + \frac{E^* I R_m}{2}\int_0^{2\pi} k^2\, d\theta \qquad (1.12)$$

Nel caso in esame il carico applicato è una pressione esterna uniforme P. È noto che l'energia potenziale associata a tale tipologia di carico può essere espressa come $V = -P\Delta A$, dove ΔA rappresenta la variazione (riduzione) dell'area sottesa. L'area iniziale è pari a ${A_0} = \pi {R_m}^2$, mentre l'area deformata A^* può essere determinata come segue

$$A^* = \int_0^{2\pi} \left(\frac{dx^*}{dx^*} + \frac{dy^*}{dy^*}\right) dA^* = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} divx^* dA^* \qquad (1.13)$$

E sostituendoci le equazioni (1.3) e (1.4) si può scrivere

$$A^* = \int_0^{2\pi} (2R_m w + v^2 - vw' + v'w + w^2)\, d\theta \; + \pi {R_m}^2 \tag{1.14}$$

Essendo la riduzione dell'area sottesa $\Delta A = \; A_0 - A^*$ si ottiene

$$\Delta A = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} (2R_m w + v^2 - vw' + v'w + w^2)\, d\theta \tag{1.15}$$

Dato che $W = -V$, segue

$$W = \frac{P}{2}\int_0^{2\pi} (2R_m w + v^2 - vw' + v'w + w^2)\, d\theta \tag{1.16}$$

Sommando la (1.15) e (1.16) si ottiene l'energia potenziale

$$\Pi = R_m \int_0^{2\pi} \left(\frac{E^*(A\, {\varepsilon_0}^2 + Ik^2)}{2} + P\left(w + \frac{v^2 - vw' + v'w + w^2}{2R_m} \right) \right) d\theta \tag{1.17}$$

Per imporre le condizioni di equilibrio si ricerca il valore stazionario dell'energia potenziale totale Π; applicando il calcolo variazionale si perviene alle equazioni finali di equilibrio [2], [3], [4]

$$\begin{gathered} R_m N' + M' - RN\beta - P{R_m}^2 \beta = 0 \\ M'' - R_m N - R_m (N\beta)' - PR_m (v' + w) = P{R_m}^2 \end{gathered} \tag{1.18}$$

La soluzione nello stato pre-instabile fornisce uno sforzo normale $N_0 = -PR_m$ e ne consegue che la deformazione media risulti espressa come ${\varepsilon_0}^0 = \frac{w_0}{R_m}$. Da tali relazioni si possono quindi derivare le espressioni successive, con le componenti di spostamento w_0 e v_0 che descrivono la configurazione circolare nello stato pre-instabile.

$$\begin{aligned} N_0 &= E^* A \frac{w_0}{R_m} \\ w_0 &= -\frac{P{R_m}^2}{E^* t} \\ v_0 &= 0 \end{aligned} \tag{1.19}$$

Al raggiungimento dell'instabilità per biforcazione, l'anello assume una configurazione leggermente non circolare. Le equazioni che governano questo regime si ottengono introducendo una perturbazione degli spostamenti rispetto allo stato pre-instabile, secondo le relazioni

$$\begin{aligned} w &\rightarrow w_0 + w_1 \\ v &\rightarrow v_0 + v_1 \end{aligned} \tag{1.20}$$

Sostituendo le espressioni perturbate nelle relazioni (1.18) e trascurando i termini di ordine superiore al secondo in w_1 e v_1, si ottengono le equazioni che descrivono la perdita di stabilità dell'anello

$$\begin{aligned} E^* A {R_m}^2 ({v_1}' + w_1)' + E^* I (v_1 - {w_1}')'' = 0 \\ E^* A {R_m}^2 ({v_1}' + w_1) - E^* I (v_1 - {w_1}')''' + P{R_m}^3 ({w_1}'' + w_1) = 0 \end{aligned} \tag{1.21}$$

Tali equazioni (1.21) hanno soluzioni della seguente forma

$$\begin{aligned} v_1 &= C_1 \sin n\theta \\ w_1 &= C_2 \cos n\theta \end{aligned} \tag{1.22}$$

con $n = 1,2,3, \ldots$

Sostituendo (1.22) in (1.21) si ottiene il seguente sistema lineare

$$\begin{pmatrix} n^2(1+a) & n(1+an^2) \\ n(1+an^2) & (1+an^4)-(n^2-1)\gamma \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = 0$$

con $a = \frac{I}{AR_m{}^2}$ e $\gamma = \frac{PR_m}{AE^*}$.

Per ottenere soluzioni non banali è necessario che C_1 e C_2 siano diverse da zero; ciò implica che il determinante della matrice del sistema si annulli, per cui si ricava la seguente condizione

$$\begin{pmatrix} n^2(1+a) & n(1+an^2) \\ n(1+an^2) & (1+an^4)-(n^2-1)\gamma \end{pmatrix} = 0$$

A seguito di opportuni passaggi algebrici, si ottiene la seguente successione di autovalori

$$P_n = \frac{2E^*(n^2-1)}{3(1+a)}\left(\frac{t}{D_m}\right)^3 \quad n = 2,3, \ldots \tag{1.23}$$

con $D_m = 2R_m$ diametro medio.

Il parametro a risulta generalmente molto inferiore all'unità per valori elevati del rapporto $D_m/_t$, di conseguenza si può assumere $1 + a \cong 1$. La pressione minima si ottiene per n=2 e il corrispondente autovalore identifica la pressione critica elastica P_{cr}, ossia il carico di instabilità dell'anello in condizioni di deformazione piana [1], [2], [3]

$$P_{cr} = \frac{2E}{(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{D_m}\right)^3 \tag{1.24}$$

La soluzione per le componenti di spostamento perturbate risulta

$$w_1 = \omega \cos 2\theta \tag{1.25}$$

$$v_1 = \omega \sin 2\theta$$

Con $\omega = C_2 = -2C_1$.

Dall'espressione (1.24) si osserva come un parametro determinante nella valutazione della pressione critica di buckling sia il rapporto diametro/spessore $\left({}^{D}/_{t}\right)$. L'analisi è stata condotta facendo riferimento al diametro medio della sezione.

Fino a questo punto, la pressione di collasso è stata determinata assumendo un tubo lungo, realizzato in materiale elastico e privo di imperfezioni geometriche. Tuttavia, nelle applicazioni in acque profonde, le tubazioni metalliche presentano pareti relativamente spesse; secondo quanto riportato anche dalla normativa DNVGL-ST-F101, il rapporto D/t risulta generalmente compreso tra 15 e 45 [5]. In tali condizioni, è stato osservato [6], [7] che il collasso si verifica per valori di pressione prossimi alla tensione di snervamento, esprimibile come

$$P_y = 2\sigma_y \frac{t}{D_m} \tag{1.26}$$

La condizione affinché si verifichi instabilità elastica in un anello metallico ideale, privo di imperfezioni, è quindi $P_{cr} \leq P_y$ da cui, sostituendo e riordinando le espressioni delle pressioni critica elastica e di snervamento, si ottiene

$$\frac{D_m}{t} \geq \sqrt{\frac{E}{(1-\upsilon^2)\sigma_y}} \tag{1.27}$$

Il risultato della (1.27) consente di individuare il valore critico del rapporto D/t che discrimina tra comportamento di instabilità elastica e instabilità plastica in un anello ideale privo di imperfezioni.

1.1.1 *Anelli elastici con imperfezione iniziale*

Si consideri un anello elastico caratterizzato dalla presenza di un'imperfezione iniziale, descritta attraverso le componenti di spostamento (w_0, v_0), assunte nella forma del modo di instabilità fondamentale (1.25)

$$w_0 = \omega \cos 2\theta$$
$$v_0 = -\frac{\omega}{2} \sin 2\theta \tag{1.28}$$

Tale configurazione rappresenta una iniziale ovalizzazione dell'anello, di ampiezza ω, come illustrato in **Figura 1-2**. Quando viene applicata una pressione esterna uniforme, questa imperfezione geometrica tende ad amplificarsi, causando una progressiva deviazione dalla configurazione circolare iniziale. Di conseguenza, la risposta strutturale dell'anello risulta fortemente influenzata dalla presenza dell'imperfezione stessa, che introduce effetti flessionali anche a bassi livelli di carico. Lo stato tensionale nella parete dell'anello può essere espresso come somma di un contributo membranale e di uno flessionale:

$$\sigma(\theta) = \frac{N_\theta}{t} + 12\frac{M(\theta)}{t^2}\frac{t}{2} \tag{1.29}$$

Dove N_θ rappresenta lo sforzo normale lungo la circonferenza e $M(\theta)$ il momento flettente. Quest'ultimo risulta direttamente legato all'ovalizzazione dell'anello e può essere espresso come

$$M(\theta) = \frac{3EI}{{R_m}^2}\left(\frac{\omega}{1-\frac{P}{P_{cr}}}\right)\cos 2\theta \tag{1.30}$$

Dall'espressione del momento si osserva che le massime tensioni flessionali si verificano per i valori $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$, indicati come punti A, B, C e D in **Figura 1-2**. La tensione massima in tali sezioni può quindi essere espressa come

$$\sigma_{max} = \frac{-PR_m}{t} \pm \left(\frac{PR_m\omega}{1-\frac{P}{P_{cr}}}\right)\frac{1}{\frac{t^2}{6}} \tag{1.31}$$

dove il primo termine rappresenta la tensione membranale, mentre il secondo è associato al contributo flessionale indotto dall'imperfezione iniziale.

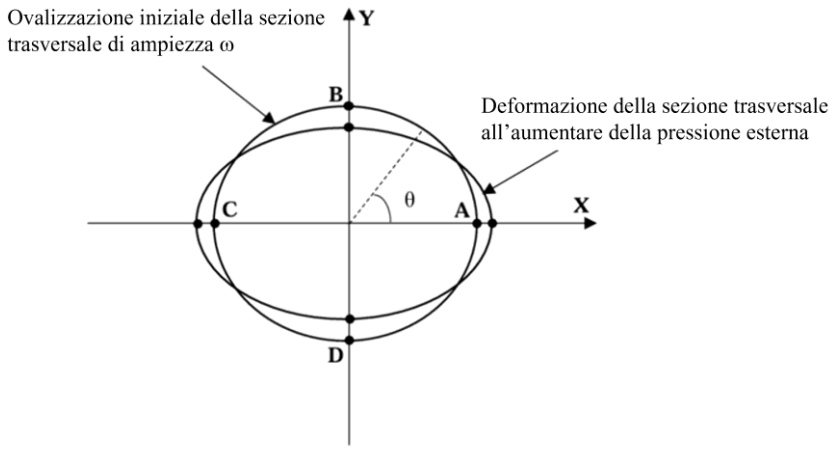


***Figura 1-2**: Deformazione della sezione di un anello inizialmente ovalizzato, con indicazione dei punti di massimo sforzo (A, B, C, D) lungo la circonferenza*

La condizione di primo snervamento si verifica quando la combinazione dei contributi membranale e flessionale raggiunge la tensione di snervamento del materiale σ_y. La corrispondente pressione viene indicata con P_f (pressione di primo snervamento) e può essere determinata mediante la seguente relazione, attribuita a Timoshenko [8]

$$P_f{}^2 - \left(P_y + \zeta P_{cr}\right)P_f + P_y P_{cr} = 0 \tag{1.32}$$

con il parametro $\zeta = 1 + 6\frac{R_m}{t}\left(\frac{\omega}{R_m}\right)$ che tiene conto dell'imperfezione iniziale.

La soluzione dell'equazione (1.30) consente di determinare la pressione alla quale si verifica il primo snervamento locale, evidenziando il ruolo cruciale delle imperfezioni geometriche nella riduzione della capacità resistente dell'anello [2]

$$P_f = \frac{P_y + \zeta P_{cr} - \sqrt{\left(P_y + \zeta P_{cr}\right)^2 - 4P_y P_{cr}}}{2} \tag{1.33}$$

Le relazioni fin qui sviluppate permettono di descrivere analiticamente il comportamento di anelli elastici ideali, mettendo in luce il ruolo delle imperfezioni geometriche nella determinazione della pressione di collasso. Nelle applicazioni ingegneristiche reali, in particolare nel settore delle pipeline offshore, il problema si presenta in forma più articolata, a causa della presenza di effetti plastici, tolleranze costruttive e condizioni operative variabili. Per questo motivo, la progettazione non si basa esclusivamente su modelli teorici ideali, ma fa riferimento a normative tecniche che integrano risultati sperimentali, modelli semi-empirici e criteri di sicurezza. Tra queste, un ruolo di primo piano è svolto dalla normativa DNVGL-ST-F101, che fornisce formulazioni operative per la valutazione della pressione di collasso e della propagazione del buckling.
Nel seguito vengono quindi richiamate le principali relazioni proposte dalla normativa DNVGL-ST-F101.

1.2 **Normativa DNVGL-ST-F101**

La normativa DNVGL-ST-F101 rappresenta uno dei principali riferimenti per la progettazione delle pipeline offshore, fornendo criteri unificati per la verifica degli stati limite in presenza di diverse condizioni di carico. In particolare, essa include procedure specifiche per la valutazione della resistenza al collasso sotto pressione esterna, della pressione di propagazione del buckling e della pressione di superamento del buckle arrestor (crossover pressure), fenomeni di fondamentale importanza nelle applicazioni in acque profonde.

A differenza delle formulazioni analitiche classiche, basate su modelli ideali di gusci cilindrici perfetti e comportamento lineare elastico, le relazioni proposte dalla normativa derivano da un approccio semi-empirico. Esse integrano risultati sperimentali, analisi numeriche e criteri di sicurezza, consentendo di tenere conto, in maniera implicita, degli effetti delle imperfezioni geometriche, della non linearità del materiale e delle inevitabili variabilità legate ai processi produttivi.

Nel seguito vengono quindi richiamate le principali relazioni previste dalla normativa [5] per la determinazione della pressione di collasso, della pressione di propagazione del buckling e della pressione di superamento del buckle arrestor, fornendo le basi per il successivo confronto con i risultati ottenuti mediante simulazioni numeriche.

1.2.1 *Pressione di collasso*

La normativa DNVGL-ST-F101 definisce la resistenza al collasso locale di una tubazione soggetta a pressione esterna attraverso una formulazione che combina i contributi elastici, plastici e gli effetti delle imperfezioni geometriche.
La verifica di collasso viene espressa imponendo che la pressione esterna P_e agente lungo la tubazione non superi la capacità resistente caratteristica, secondo la relazione

$$P_e - P_{min} \leq \frac{P_c}{\gamma_m \gamma_{SC,LB}} \tag{1.34}$$

dove P_c rappresenta la pressione di collasso, mentre γ_m e $\gamma_{SC,LB}$ sono coefficienti di sicurezza rispettivamente per tenere in considerazione il materiale e lo stato limite. Per pipeline posate sul fondale marino, la pressione interna P_{min} può generalmente essere assunta nulla, ipotizzando un tubo installato vuoto.
La determinazione della pressione di collasso P_c avviene mediante una relazione implicita che tiene conto dell'interazione tra collasso elastico, collasso plastico e ovalizzazione iniziale

$$(P_c - P_{el})\left({P_c}^2 - {P_{el}}^2\right) = P_c\, P_{el}\, P_p\, O_o \frac{D}{t} \tag{1.35}$$

dove:

$$P_{el} = \frac{2E}{(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{D}\right)^3$$

è la pressione di collasso elastico che è in accordo con la formulazione teorica derivata per gusci cilindrici sottili (1.24);

$$P_p = \alpha_{fab} 2\sigma_y \frac{t}{D}$$

è la pressione di collasso plastico, che, a meno del coefficiente α_{fab} per tener conto degli effetti del processo produttivo del tubo, è l'espressione (1.26);

e O_o è l'ovalizzazione iniziale che rappresenta una misura della deviazione della sezione reale rispetto alla configurazione circolare ideale, definita come

$$O_o = \frac{D_{max} - D_{min}}{D} \tag{1.36}$$

Con D la normativa fa riferimento al diametro esterno nominale.
La normativa prescrive un valore minimo pari allo 0.5%, includendo quindi in maniera esplicita il contributo delle imperfezioni geometriche.

La relazione di collasso proposta dalla DNVGL-ST-F101 rappresenta una formulazione di tipo semi-empirico, in grado di interpolare il comportamento della tubazione tra i due limiti ideali: il collasso elastico, dominante per elevati rapporti D/t e il collasso plastico, prevalente per tubi a parete spessa caratterizzati da bassi valori di D/t. Il rapporto geometrico D/t emerge quindi come parametro chiave, in linea con quanto evidenziato anche nella trattazione teorica precedente. Inoltre, la presenza dell'ovalizzazione iniziale mette in evidenza il ruolo delle imperfezioni geometriche, il cui effetto comporta una riduzione della pressione di collasso.
La normativa introduce quindi una formulazione generale, che incorpora in modo implicito effetti non lineari e risultati sperimentali, risultando direttamente applicabile in ambito progettuale.

Nel prosieguo del lavoro, tale formulazione verrà utilizzata come riferimento per il confronto con i risultati ottenuti mediante simulazioni agli elementi finiti, al fine di valutarne il grado di accuratezza e conservatività.

1.2.2 *Pressione di propagazione*

Il fenomeno di propagation buckling rappresenta una modalità di collasso progressivo che può verificarsi nelle tubazioni offshore soggette a pressione esterna. Una volta che si è innescato un collasso locale, tipicamente causato dal superamento della pressione critica di collasso, la deformazione non rimane localizzata ma può propagarsi lungo la tubazione. In questa fase, la pressione necessaria a sostenere la propagazione della deformazione risulta generalmente inferiore alla pressione di inizio collasso. Questo valore prende il nome di pressione di propagazione.
Secondo la normativa DNVGL-ST-F101, la condizione di propagazione del buckle è espressa come

$$P_e - P_{min} \leq \frac{P_{pr}}{\gamma_m \, \gamma_{SC,LB}} \tag{1.37}$$

dove

$$P_{pr} = 35 \, \sigma_y \, \alpha_{fab} \left(\frac{t}{D}\right)^{2.5} \tag{1.38}$$

è la pressione di propagazione valida per intervalli tipici del rapporto geometrico $15 < {}^{D}/_{t} < 45$.

Si osserva come la pressione di propagazione sia inferiore rispetto alla pressione necessaria per l'innesco del collasso locale, perciò, una volta che il buckle si è formato, la sua propagazione lungo la pipeline può avvenire anche in condizioni di pressione esterna inferiori a quelle che hanno generato il collasso iniziale. Di conseguenza, il fenomeno di propagazione risulta particolarmente critico, in quanto può portare a un collasso esteso della tubazione anche su lunghezze considerevoli. Per questo motivo, nelle applicazioni offshore, si rende spesso necessario l'impiego di dispositivi specifici, noti come buckle arrestor, progettati per interrompere la propagazione del collasso plastico attraverso un incremento locale della resistenza strutturale. Questa applicazione dei buckle arrestor è valida soprattutto durante la fase di posa, perché bloccando la propagazione del collasso è possibile procedere più rapidamente all'abbandono e al successivo recupero e sostituzione dei tratti di tubo danneggiati.

1.2.3 *Buckle arrestors*

Il collasso locale di una pipeline può verificarsi, ad esempio, in corrispondenza di difetti geometrici o danneggiamenti accidentali durante le fasi di installazione. In presenza di pressione esterna elevata, tale collasso può evolvere in un fenomeno di instabilità globale, in cui la deformazione si propaga rapidamente lungo la tubazione, causando un appiattimento progressivo della sezione lungo tratti anche molto estesi della pipeline. L'arresto del fenomeno può avvenire esclusivamente in presenza di un ostacolo fisico in grado di contrastare la deformazione, come nel caso di sezioni rinforzate locali o dispositivi specifici. Per questo motivo, nelle applicazioni offshore in acque profonde, vengono installati buckle arrestor a distanze opportune lungo la pipeline, al fine di limitare l'estensione del collasso a porzioni confinabili tra due arrestor consecutivi [9].

La normativa DNVGL-ST-F101 fornisce criteri di progettazione per i buckle arrestor di tipo integrale (**Figura 1-4**), la cui condizione di verifica è espressa come:

$$P_e \leq \frac{P_x}{1.1\,\gamma_m\,\gamma_{SC,LB}} \tag{1.39}$$

Dove P_x è la cosiddetta pressione di crossover, che rappresenta la capacità dell'arrestor di impedire la propagazione ed è definita come:

$$P_x = P_{pr} + \left(P_{pr,BA} - P_{pr}\right)\left(1 - e^{-20\,\frac{t\,L_{BA}}{D^2}}\right) \tag{1.40}$$

con P_{pr}, t, D, pressione di propagazione, spessore e diametro della pipeline; $P_{pr,BA}$ pressione di propagazione di un arrestor di lunghezza infinita e L_{BA} la lunghezza del buckle arrestor. La formulazione evidenzia come l'efficacia dell'arrestor dipenda fortemente dalle sue caratteristiche geometriche, in particolare spessore e lunghezza.

Esistono diverse tipologie di buckle arrestor, sviluppate per rispondere a differenti esigenze di installazione e prestazioni, le maggiormente utilizzate sono descritte nel seguito.

Gli *integral buckle arrestor* sono costituiti da sezioni di tubo a spessore maggiorato saldate direttamente alla pipeline, con transizioni geometriche graduali per garantire continuità strutturale. Tra le diverse soluzioni, quella integrale risulta generalmente la più efficiente grazie alla continuità strutturale e alla maggiore resistenza alla propagazione, risultando particolarmente adatta per applicazioni in acque profonde e installazioni mediante reel-lay.

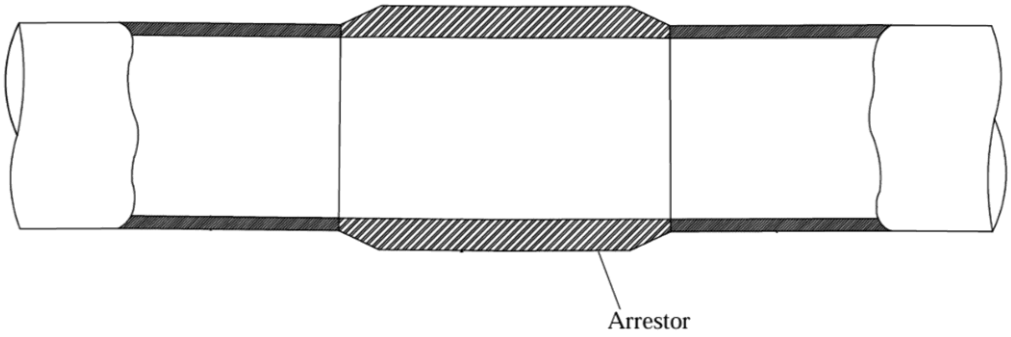


Figura 1-3: *Integral buckle arrestor*

Gli *integral collar buckle arrestor* sono costituiti da sezioni a spessore maggiorato integrate nella pipeline, generalmente mediante forgiatura o lavorazione meccanica. Questa soluzione è tipicamente utilizzata nelle installazioni in J-lay e consente di aumentare significativamente la rigidezza locale, limitando la propagazione del collasso tra due arrestor consecutivi.



Figura 1-4: *Integral collar buckle arrestor*

Gli *slip-on buckle arrestor* consistono in anelli montati per accoppiamento sull'esterno della tubazione, pur essendo semplici dal punto di vista costruttivo, presentano limiti legati

alla loro efficienza, in quanto il buckle può penetrare l'arrestor anche per valori di pressione superiori alla pressione di propagazione ma inferiori alla pressione di collasso.

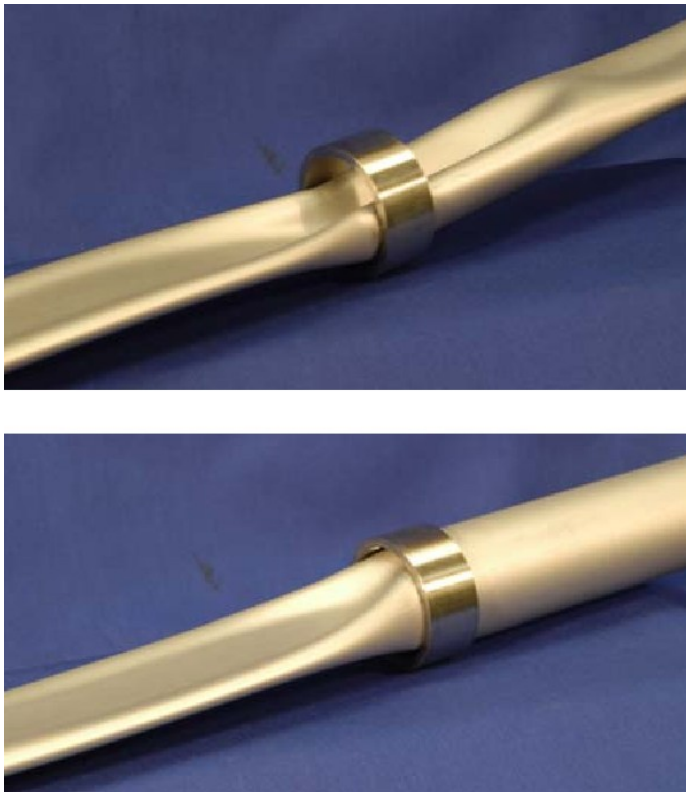


Figura 1-5: *Propagazione del buckling su slip on buckle arrestor*

I *clamp-on buckle arrestor* sono dispositivi costituiti da gusci esterni serrati attorno alla pipeline tramite bullonature. Questa configurazione consente l'installazione anche offshore e mantiene il diametro interno costante, ma presenta una affidabilità inferiore rispetto alle soluzioni integrali, specialmente nel lungo termine.



Figura 1-6: *Clamp-on buckle arrestor*

Gli *spiral buckle arrestor* sono formati da elementi metallici avvolti ad elica attorno alla tubazione. Questa soluzione è compatibile con processi di installazione continua (reel-lay) e consente di limitare le concentrazioni di tensione mantenendo una buona efficienza complessiva.

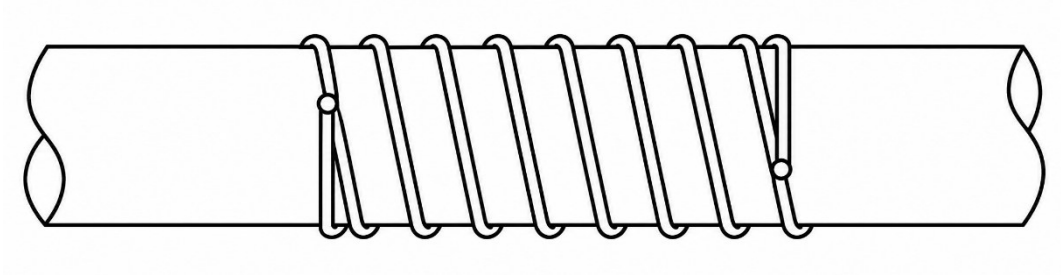


Figura 1-7: *Spiral buckle arrestor*

Capitolo 2
INSTABILITÀ ELASTICA DI TUBAZIONI SOGGETTE A MOMENTO FLETTENTE

Il presente capitolo è dedicato all'analisi del comportamento delle tubazioni cilindriche soggette a momento flettente, con particolare attenzione ai fenomeni di instabilità e alle modifiche della risposta strutturale indotte dalla deformazione della sezione trasversale.

A differenza del caso di pressione esterna, in cui il collasso è prevalentemente governato da fenomeni di instabilità globale o locale della sezione, la risposta a flessione di tubi a parete sottile è fortemente influenzata dall'ovalizzazione della sezione, che comporta una progressiva riduzione della rigidezza flessionale. In questo contesto, verrà inizialmente richiamata la teoria di Brazier, che rappresenta il riferimento classico per la descrizione del fenomeno di ovalizzazione e consente di determinare il valore del momento critico elastico. Successivamente, verrà analizzato il modello proposto da Guarracino, che permette di descrivere in maniera più completa il comportamento delle tubazioni introducendo ulteriori aspetti rilevanti dal punto di vista ingegneristico come la possibile differenza tra gli stati tensionali in corrispondenza di intradosso ed estradosso e la comparsa di instabilità locali nella zona compressa sotto forma di axial wrinkles.

Le formulazioni teoriche presentate costituiranno la base per l'analisi numerica sviluppata nei capitoli successivi, nella quale verranno utilizzati modelli agli elementi finiti per studiare il comportamento della tubazione sia in campo elastico che in campo plastico, con particolare riferimento all'evoluzione dell'ovalizzazione, alla distribuzione delle tensioni e alla capacità deformativa del sistema.

Le considerazioni in merito all'instabilità elastica di tubazioni soggette a momento flettente sono importanti non solo in ambito offshore ma anche in ambito onshore, soprattutto per i fenomeni legati ai geohazard (e.g. frane, faglie, liquefazione), dove l'approccio ASD (Allowable Stress Design) risulta limitativo e si rende necessaria una analisi agli stati limite, spostandosi nell'analisi delle deformazioni.

2.1 **Teoria di Brazier**

Nel caso di tubazioni cilindriche a parete sottile soggette a momento flettente, il comportamento strutturale risulta significativamente diverso rispetto a quanto previsto dalla teoria classica della flessione di travi di St. Venant, in cui il legame tra momento flettente e curvatura della trave è lineare e la sezione trasversale è assunta indeformabile. Tale ipotesi

non risulta valida nel caso di sezioni sottili, nelle quali anche piccoli livelli di deformazione possono dar luogo a spostamenti significativi della geometria della sezione; infatti, si osserva un fenomeno di ovalizzazione della sezione trasversale, che comporta una progressiva riduzione della rigidezza flessionale e modifica la relazione tra momento e curvatura della struttura [10].

Brazier considera un tubo di materiale lineare elastico di lunghezza elevata, avente raggio medio R_m e spessore t molto minore del raggio. Per eliminare gli effetti di bordo, il tubo viene idealmente considerato come una struttura toroidale ottenuta piegando il cilindro in un anello di grande raggio di curvatura. L'analisi si basa sulle ipotesi di piccole deformazioni, sul fatto che la deformazione della sezione avvenga nel suo piano e che il sistema di spostamenti siano inestensibili, così da minimizzare l'energia di deformazione.

Secondo la soluzione di St. Venant gli spostamenti nel piano della sezione (**Figura 2-1**) sono

$$w_o = \frac{\rho v {R_m}^2}{2}\cos\theta$$
$$v_o = -\frac{\rho v {R_m}^2}{2}\sin\theta \qquad (2.1)$$

dove ρ è la curvatura dell'asse del tubo.

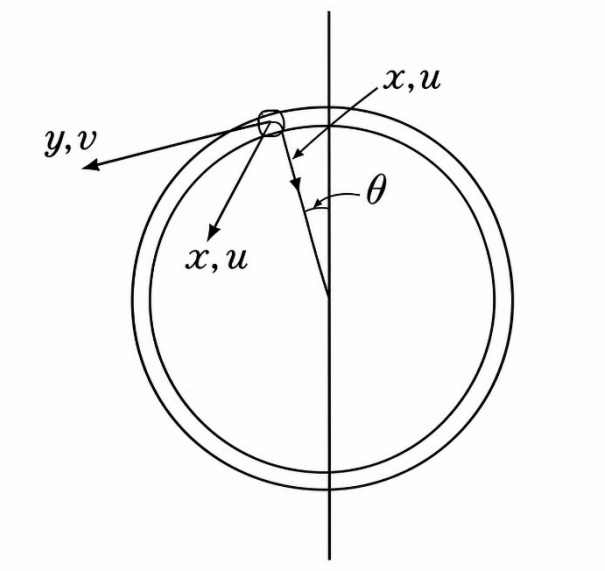


Figura 2-1: *Sezione trasversale del tubo*

Tuttavia, questa soluzione non cattura la deformazione reale della sezione, per cui Brazier introduce un ulteriore campo di spostamenti $w_1\ v_1$ che vengono determinati minimizzando l'energia elastica del sistema. Lo spostamento totale w, v sarà quindi

$$w = w_0 + w_1$$
$$v = v_0 + v_1 \tag{2.3}$$

L'energia elastica per unità di lunghezza del tubo U può essere espressa come funzione della curvatura e degli spostamenti della sezione, tenendo conto sia dei contributi flessionali sia di quelli membranali. Applicando il principio di minima energia, Brazier determina il campo di spostamenti aggiuntivo $w_1\ v_1$ che descrive la deformazione della sezione e consente di ottenere una configurazione di equilibrio energeticamente ammissibile. A partire dall'espressione dell'energia elastica totale, il momento flettente M trasmesso dalla sezione può essere ricavato come derivata dell'energia rispetto alla curvatura

$$M = \frac{dU}{d\rho} \tag{2.4}$$

infatti, il momento è esso stesso dipendente dalla curvatura, evidenziando la natura non lineare della risposta della sezione.

L'analisi conduce a una relazione non lineare tra momento e curvatura, nella quale compare esplicitamente l'effetto dell'ovalizzazione della sezione che, rispetto alla formulazione lineare di St. Venant, assume un andamento non monotono (**Figura 2-2**). Il momento flettente inizialmente cresce con la curvatura, ma all'aumentare della deformazione l'ovalizzazione della sezione comporta una progressiva riduzione della rigidezza flessionale. Imponendo la condizione di stazionarietà si ottiene il valore massimo del momento flettente che corrisponde al momento critico.

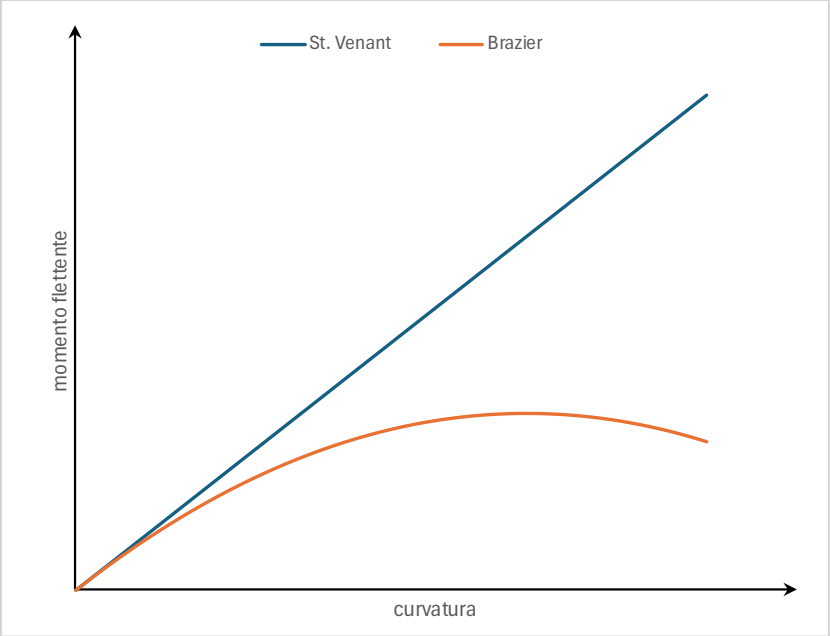


Figura 2-2: *Momento flettente - curvatura*

Brazier ottiene il seguente valore per il momento critico che evidenzia come la capacità flessionale sia fortemente dipendente dalle caratteristiche geometriche della sezione

$$M_{cr} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \frac{E\,\pi\,R_m\,t^2}{\sqrt{1-\nu^2}} \tag{2.5}$$

L'espressione precedente mostra come, nel caso di tubazioni a parete sottile, il momento massimo non sia determinato dal solo comportamento elastico del materiale, ma risulti fortemente influenzato dalla deformabilità della sezione trasversale. In particolare, l'instabilità descritta da Brazier non è associata a un fenomeno di biforcazione, bensì a una progressiva perdita di rigidezza dovuta all'ovalizzazione, che conduce a un valore limite del momento oltre il quale il sistema non è più in grado di sostenere ulteriori incrementi di carico.

2.2 **Teoria di Guarracino**

Sebbene la teoria di Brazier descriva efficacemente il fenomeno di ovalizzazione della sezione e consenta di determinare il corrispondente momento critico, essa non fornisce una descrizione diretta dell'evoluzione geometrica della sezione durante la deformazione. Inoltre, la teoria non considera alcuni fenomeni locali osservati sperimentalmente durante la flessione

di tubazioni sottili, quali la formazione di axial wrinkles nella regione compressa e le differenze negli stati tensionali tra intradosso ed estradosso della sezione [11]. Per superare tali limitazioni, Guarracino propone una formulazione basata sull'analisi diretta dell'ovalizzazione della sezione trasversale e sulla conseguente variazione delle sue proprietà geometriche. In particolare, la sezione deformata viene approssimata mediante una geometria ellittica, ipotesi che consente di descrivere in modo semplice l'evoluzione del momento d'inerzia durante la deformazione e di ricavare il momento critico a partire dalla variazione delle caratteristiche geometriche della sezione. La formulazione mantiene una chiara interpretazione fisica del fenomeno e conduce a espressioni analitiche di semplice applicazione ingegneristica. Inoltre, essa introduce ulteriori aspetti rilevanti per la progettazione delle pipeline offshore, quali la formazione di axial wrinkles e la loro influenza sulla distribuzione delle tensioni assiali lungo la tubazione.

Nel seguito verranno quindi richiamate le principali relazioni sviluppate da Guarracino per la descrizione dell'ovalizzazione della sezione, la determinazione del momento critico e l'analisi delle instabilità locali associate alla comparsa delle axial wrinkles [12].

2.2.1 *Momento critico*

Nella sua trattazione Guarracino considera un tubo cilindrico soggetto a momento flettente M, avente raggio medio R_m e spessore t, con l'ipotesi che le sezioni rimangano piane durante la deformazione [12].

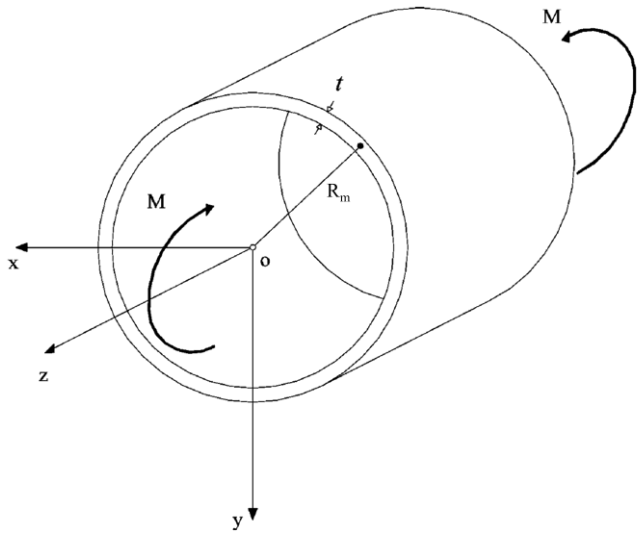


Figura 2-3: *Tubo sottoposto a momento flettente*

Riprendendo la trattazione di Brazier, Guarracino descrive il campo di spostamenti nel piano della sezione trasversale mediante le componenti cartesiane u_x u_y, che possono essere espresse come

$$u_x = u_{0x} + u_{1x} = \frac{\rho v {R_m}^2}{2} \sin 2\theta + u_{1x}$$
$$u_y = u_{0y} + u_{1y} = -\frac{\rho v {R_m}^2}{2} \cos 2\theta + u_{1y} \tag{2.6}$$

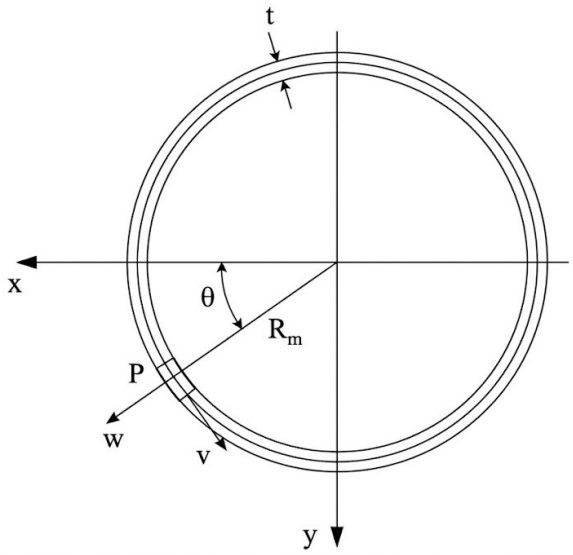


Figura 2-4: *Sezione trasversale*

Gli spostamenti non lineari u_{1x} u_{1y} sono associati all'ovalizzazione della sezione. Essi sono indotti dalla pressione equivalente generata dagli sforzi σ_z, che producono una risultante p diretta verso il centro di curvatura dell'elemento deformato, come illustrato in **Figura 2-5**.
La curvatura ρ dell'asse longitudinale del tubo viene espressa come

$$\rho = \frac{1}{R} = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M}{EI(\rho)} \tag{2.7}$$

dove R rappresenta il raggio di curvatura effettivo dell'asse longitudinale della tubazione, inizialmente rettilinea, mentre $d\varphi$ indica la variazione di inclinazione tra due sezioni poste a una distanza infinitesima dz dopo la deformazione. A differenza della teoria classica della trave, la deformazione della sezione trasversale nel proprio piano comporta una variazione

delle sue caratteristiche geometriche, infatti il momento d'inerzia non può più essere considerato costante, ma diventa funzione della curvatura della tubazione, ossia $I = I(\rho)$.
La pressione di ovalizzazione p, agente sulla parete della tubazione nella direzione normale all'asse neutro, può essere espressa come segue

$$p = \rho^2 E t R_m \sin\theta \tag{2.8}$$

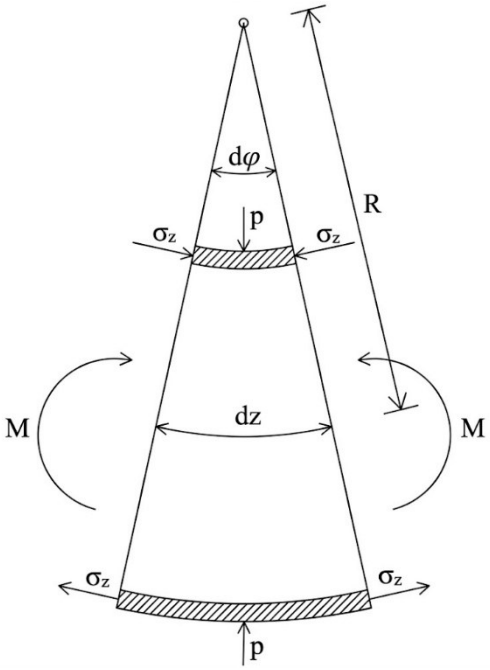


Figura 2-5: *Porzione assiale del tubo con tensioni assiali e pressione di ovalizzazione*

Per la determinazione dell'ovalizzazione della sezione risulta conveniente esprimere il contributo non lineare degli spostamenti nel sistema locale radiale-tangenziale mediante le componenti w_1 v_1 e, per ricavarle, si considera una sezione trasversale inizialmente circolare soggetta alla pressione di ovalizzazione p, per cui valgono le seguenti relazioni

$$ds = R_m d\theta$$

$$\varepsilon_s = \frac{dv_1}{ds} + \frac{w_1}{R_m} = 0 \tag{2.9}$$

$$\beta = \frac{w_1}{R_m}$$

$$\frac{dw_1}{ds} - \frac{v_1}{R_m} + \beta = 0$$

$$k = \frac{d\beta}{ds}$$

dove ε_s è la deformazione circonferenziale, β la rotazione della sezione trasversale e k la curvatura nel piano della sezione trasversale; che, per l'equazione costitutiva, può essere approssimato come segue

$$k \cong \frac{m}{E\,J} \tag{2.10}$$

In cui m è il momento su unità di lunghezza e $J = \frac{t^3}{12(1-\nu^2)}$.

Rielaborando le equazioni (2.8) e (2.9) è possibile scrivere il seguente sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} -\frac{1}{{R_m}^2}\left(\frac{d^2w_1}{d\theta^2} + w_1\right) = \frac{m}{E\,J} \\ \frac{dv_1}{d\theta} + w_1 = 0 \end{cases} \tag{2.11}$$

La soluzione del sistema (2.11) viene ottenuta integrando le equazioni differenziali e determinando le costanti di integrazione mediante le condizioni di simmetria e continuità della sezione così da ricavare il contributo non lineare degli spostamenti responsabile dell'ovalizzazione $w_1\ v_1$.

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{\rho^2 {R_m}^5}{t^2}(1-\nu^2)\cos 2\theta \\ v_1 &= -\frac{\rho^2 {R_m}^5}{2t^2}(1-\nu^2)\sin 2\theta \end{aligned} \tag{2.12}$$

A questo punto, si può tornare al sistema di riferimento cartesiano tramite la seguente trasformazione di coordinate

$$u_{1x} = w_1 \cos\theta - v_1 \sin\theta$$
$$u_{1y} = w_1 \sin\theta + v_1 \cos\theta \tag{2.13}$$

È così possibile sostituire le equazioni (2.12) nelle (2.6) per ottenere la completa descrizione della deformazione di una generica sezione nel suo piano

$$u_x = \frac{\rho {R_m}^2}{2}\left[\frac{2\rho {R_m}^3(1-\nu^2)\cos^3\theta}{t^2} + \nu \sin 2\theta\right]$$
$$u_y = \frac{\rho {R_m}^2}{2}\left[\frac{2\rho {R_m}^3(1-\nu^2)\,sin^3\theta}{t^2} - \nu \cos 2\theta\right] \tag{2.14}$$

Definito il campo di spostamenti della sezione, è possibile determinare la posizione dei punti nella configurazione deformata mediante le coordinate $x^*\ y^*$

$$x^* = R_m \cos\theta + u_x$$
$$y^* = R_m \sin\theta + u_y \tag{2.15}$$

Il momento d'inerzia della sezione deformata rispetto all'asse neutro diventa funzione della curvatura per via della progressiva ovalizzazione della sezione trasversale

$$I(\rho) = \int_0^{2\pi} (y^*)^2\, tR_m d\theta \tag{2.16}$$

Guarracino osserva che la configurazione deformata può essere approssimata con buona accuratezza mediante una sezione ellittica, come mostrato in **Figura 2-6**. Tale ipotesi consente di ottenere una formulazione notevolmente più compatta del momento d'inerzia e di ricavare in forma chiusa il momento critico della tubazione.

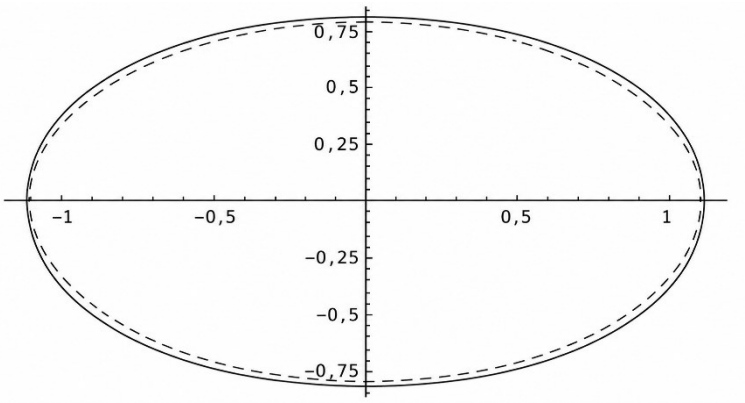


Figura 2-6: *Confronto forma deformata della sezione tra soluzione analitica (linea continua) e forma ellittica (linea trattegiata)*

Considerando quindi la sezione di forma ellittica i semiassi saranno pari al raggio massimo e al raggio minimo

$$R_{max} = R_m + \frac{\rho^2 {R_m}^5}{t^2}(1-\nu^2)$$
$$R_{min} = R_m - \frac{\rho^2 {R_m}^5}{t^2}(1-\nu^2) \tag{2.17}$$

L'incremento del raggio massimo e la diminuzione del raggio minimo sono entrambi proporzionali al quadrato della curvatura; perciò, è confermata la natura geometrica non lineare del fenomeno di ovalizzazione.
La formulazione del momento di inerzia dipendente dalla curvatura considerando la sezione deformata di forma ellittica sarà

$$I(\rho) = \pi {R_m}^3 t - \frac{3\rho^2 \pi {R_m}^7}{2t}(1-\nu^2) + \frac{\rho^6 \pi {R_m}^{15}}{2t^5}(1-\nu^2)^3 \tag{2.18}$$

L'approssimazione ellittica consente quindi di esprimere il momento d'inerzia della sezione direttamente in funzione della curvatura. Ne consegue che anche il momento flettente risulta funzione della curvatura stessa secondo la relazione che si può ricavare dalla (2.7)

$$M(\rho) = EI(\rho)\rho \tag{2.19}$$

Il valore limite del momento flettente corrisponde al massimo della curva momento-curvatura e può essere determinato imponendo la condizione

$$\frac{dM(\rho)}{d\rho} = E\frac{d[I(\rho)\rho]}{d\rho} = 0 \tag{2.20}$$

Sostituendo nella precedente espressione la formulazione del momento d'inerzia della sezione ellittica (2.18), Guarracino ricava la curvatura limite

$$\rho_{lim} = \frac{\sqrt{2}}{3}\frac{t}{{R_m}^2\sqrt{(1-\nu^2)}} \tag{2.21}$$

che rappresenta il valore della curvatura in corrispondenza del massimo momento flettente. La sostituzione della (2.21) nella (2.19) conduce infine alla seguente espressione del momento critico

$$M_{cr} = \frac{2\sqrt{2}}{9}\frac{E\,\pi\,R_m\,t^2}{\sqrt{1-\nu^2}} \tag{2.22}$$

Il risultato precedente mostra come la formulazione proposta da Guarracino conduca allo stesso valore del momento critico ottenuto da Brazier (2.5), ma attraverso una descrizione geometrica dell'ovalizzazione della sezione basata sulla variazione del momento d'inerzia della configurazione deformata. Tale approccio risulta particolarmente utile poiché costituisce la base per l'analisi dei fenomeni locali associati alla formazione delle axial wrinkles.

2.2.2 *Axial wrinkles e distribuzione delle tensioni assiali*

Oltre al fenomeno di ovalizzazione della sezione trasversale, durante la flessione di una tubazione possono svilupparsi instabilità locali nella regione compressa della parete, che si manifestano sotto forma di ondulazioni longitudinali note come axial wrinkles. Per descrivere tale fenomeno, Guarracino propone una formulazione semplificata che evita il ricorso alle

complesse teorie non lineari dei gusci e si basa invece su un modello dotato di una chiara interpretazione fisica [12]. L'idea alla base della trattazione consiste nell'assimilare il comportamento della regione compressa della tubazione a quello di una trave compressa appoggiata su una fondazione elastica continua. In questa analogia, le fibre longitudinali della parete costituiscono gli elementi soggetti a instabilità, mentre gli anelli circonferenziali della sezione forniscono un'azione di richiamo elastica che si oppone agli spostamenti radiali. La tubazione può quindi essere schematizzata come un insieme di fibre longitudinali sostenute elasticamente dagli anelli che compongono la sezione trasversale.

Per l'analisi del fenomeno si assume che gli spostamenti associati alle axial wrinkles siano prevalentemente radiali, mentre gli spostamenti tangenziali e le deformazioni di taglio attraverso lo spessore risultano trascurabili. La deformazione adottata per descrivere la comparsa delle ondulazioni nella zona compressa della sezione è illustrata in **Figura 2-7**.

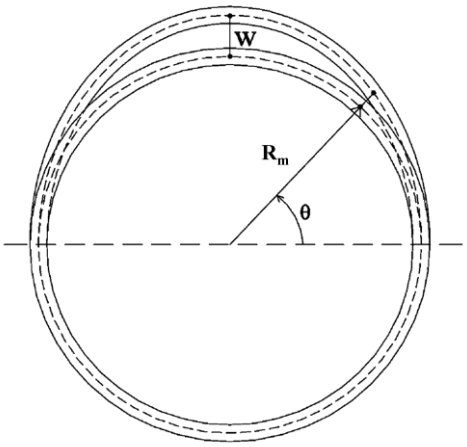


Figura 2-7: *Deformata della sezione trasversale a causa delle axial wrinkles nella regione compressa*

Sulla base di tali ipotesi, viene determinata l'azione elastica esercitata dagli anelli circonferenziali sulle fibre longitudinali deformate e il problema viene ricondotto al classico caso di una colonna compressa sostenuta da una fondazione elastica continua. L'analogia meccanica utilizzata è riportata in **Figura 2-8** e costituisce il modello di riferimento per la valutazione delle caratteristiche geometriche delle axial wrinkles.

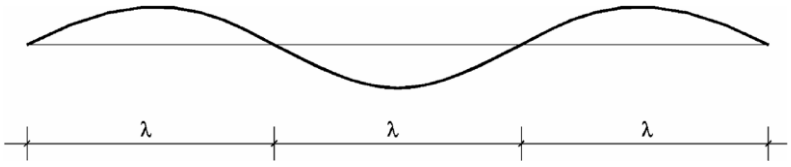


Figura 2-8: *Comportamento della fibra longitudinale sotto compressione*

L'analisi conduce alla determinazione della semi-lunghezza d'onda naturale delle ondulazioni

$$\lambda_0 = \frac{\pi\sqrt{R_m\, t}}{\sqrt[4]{12(1-\nu^2)}} \tag{2.23}$$

La lunghezza caratteristica delle axial wrinkles, pari a $\lambda = 2\lambda_0$, e è funzione esclusivamente della geometria della tubazione e delle proprietà elastiche del materiale. Tale parametro riveste particolare importanza poiché consente di prevedere la distanza caratteristica tra le ondulazioni che si sviluppano nella regione compressa della parete.

Successivamente, Guarracino analizza il comportamento post-critico osservando come l'ampiezza delle ondulazioni aumenti progressivamente con l'incremento della compressione. In tali condizioni la tensione longitudinale risulta funzione sia della deformazione assiale sia della deformazione circonferenziale indotta dalle ondulazioni, secondo la relazione

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_z - \nu\varepsilon_s) \tag{2.24}$$

La presenza delle axial wrinkles modifica lo stato deformativo della regione compressa della tubazione introducendo una deformazione circonferenziale aggiuntiva che contribuisce alla tensione longitudinale attraverso l'effetto di Poisson. Poiché tale fenomeno interessa prevalentemente la zona soggetta a compressione, la distribuzione delle tensioni assiali non risulta più perfettamente simmetrica rispetto all'asse neutro, determinando differenze tra i valori di tensione presenti all'intradosso e all'estradosso della sezione.

Nel complesso, la formulazione proposta da Guarracino fornisce uno strumento semplice ma efficace per descrivere l'origine e la crescita delle axial wrinkles, consentendo di stimarne la lunghezza caratteristica e di valutarne l'influenza sulla distribuzione delle tensioni assiali.

Tali risultati costituiranno il riferimento teorico per il confronto con le analisi agli elementi finiti sviluppate nei capitoli successivi.

Capitolo 3
METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Le formulazioni teoriche presentate nei capitoli precedenti consentono di descrivere i principali fenomeni di instabilità che interessano le tubazioni offshore soggette a pressione esterna e momento flettente. Tuttavia, la complessità del comportamento reale delle strutture rende spesso necessario il ricorso a strumenti numerici in grado di tenere conto simultaneamente della geometria della tubazione, delle non linearità del materiale e dei fenomeni di instabilità che si sviluppano durante il caricamento. Il metodo degli elementi finiti (Finite Element Method, FEM) rappresenta uno degli strumenti più diffusi in ambito ingegneristico per l'analisi e la progettazione delle pipeline offshore. Grazie alla sua capacità di discretizzare la struttura in un insieme di elementi interconnessi, consente di simulare fenomeni difficilmente descrivibili mediante sole formulazioni analitiche, quali l'ovalizzazione della sezione, il collasso locale, la propagazione del buckling e l'evoluzione della deformazione in campo post-critico.

Nel presente lavoro le analisi numeriche sono state condotte mediante il software Abaqus, ampiamente utilizzato nel settore offshore per lo studio di problemi caratterizzati da elevate non linearità geometriche e materiali. L'impiego di simulazioni agli elementi finiti ha permesso di confrontare le formulazioni teoriche discusse nei capitoli precedenti con i risultati numerici e di approfondire aspetti difficilmente investigabili con modelli analitici, come la distribuzione locale delle tensioni, la formazione delle axial wrinkles e l'evoluzione dell'ovalizzazione della sezione.

Nel presente capitolo vengono richiamati i principi fondamentali del metodo degli elementi finiti, con particolare attenzione agli aspetti utilizzati nelle simulazioni sviluppate in questa tesi. In particolare, saranno descritti gli elementi shell, adottati per la modellazione delle tubazioni, e la procedura di analisi Riks, utilizzata per seguire il comportamento della struttura oltre i punti di instabilità e investigarne la risposta in regime post-buckling.

3.1 **Elementi shell**

Nel settore delle pipeline offshore, l'impiego di elementi shell rappresenta una delle soluzioni più diffuse per l'analisi numerica di fenomeni di instabilità e collasso legati alla sezione della tubazione. Tali elementi risultano particolarmente efficaci nella modellazione di strutture caratterizzate da pareti relativamente sottili rispetto al diametro e alla lunghezza. Tale scelta è coerente con l'ipotesi alla base della teoria dei tubi a parete sottile, secondo la quale la

variazione delle grandezze meccaniche in direzione radiale attraverso lo spessore può essere considerata trascurabile. In questa condizione, il comportamento della superficie interna ed esterna della parete può essere considerato sostanzialmente equivalente, rendendo possibile rappresentare la tubazione mediante una superficie di riferimento alla quale viene associato lo spessore della parete, in accordo con la formulazione degli elementi shell.

L'impiego di elementi shell comporta inoltre una significativa riduzione del numero di gradi di libertà rispetto a una modellazione tridimensionale completa, con conseguenti vantaggi in termini di tempi di calcolo e requisiti computazionali. Questo aspetto risulta particolarmente importante nelle analisi sviluppate nel presente lavoro, nelle quali sono contemporaneamente presenti non linearità geometriche, plasticizzazione del materiale e fenomeni di instabilità. In tali condizioni, una modellazione mediante elementi solidi avrebbe richiesto una discretizzazione estremamente fine attraverso lo spessore della parete, rendendo il costo computazionale delle analisi troppo oneroso. Gli elementi shell consentono quindi di descrivere la struttura attraverso la sua superficie di riferimento, alla quale viene successivamente associato lo spessore della parete. Tale formulazione permette di rappresentare correttamente sia gli effetti membranali sia quelli flessionali, risultando particolarmente adatta per lo studio dei fenomeni di ovalizzazione, collasso locale e propagazione del buckling.

Per le analisi soggette a pressione esterna sono stati utilizzati elementi S4R5, elementi shell quadrilateri a quattro nodi con integrazione ridotta e formulazione specificamente sviluppata per l'analisi di gusci sottili. Questa tipologia di elemento ha mostrato una maggiore robustezza numerica nella simulazione dei fenomeni di collasso locale e di propagazione del buckling, consentendo di seguire correttamente l'evoluzione delle deformazioni anche in presenza di elevate non linearità geometriche e contatti.

Nelle simulazioni a momento flettente sono stati invece impiegati elementi S4R, costituiti anch'essi da elementi shell quadrilateri a quattro nodi con integrazione ridotta ma caratterizzati da una formulazione più generale. Tali elementi risultano particolarmente adatti alla descrizione di grandi rotazioni e deformazioni della sezione trasversale e sono stati quindi utilizzati per lo studio dell'ovalizzazione, dello sviluppo delle axial wrinkles e dell'evoluzione della risposta strutturale oltre il momento critico.

L'utilizzo degli elementi shell ha consentito di riprodurre in maniera accurata tutti i fenomeni oggetto della presente tesi, mantenendo al tempo stesso costi computazionali compatibili con le numerose analisi parametriche svolte.

3.2 **Analisi Riks (Arc-Length Method)**

Molti dei fenomeni analizzati nel presente lavoro, quali il collasso di tubazioni soggette a pressione esterna, la propagazione del buckling e l'ovalizzazione della sezione durante la flessione, sono caratterizzati dalla presenza di punti limite oltre i quali la struttura manifesta una perdita di rigidezza. In tali condizioni, una tradizionale analisi statica incrementale può incontrare difficoltà di convergenza, poiché il percorso di equilibrio della struttura presenta tratti instabili nei quali un incremento degli spostamenti può essere associato a una diminuzione del carico applicato. Per questo motivo, tutte le simulazioni sviluppate nel presente lavoro sono state eseguite mediante la procedura Static Riks disponibile in Abaqus/Standard.

L'analisi Riks, nota anche come arc-length method, è stata sviluppata per l'analisi di problemi strutturali caratterizzati da comportamento post-critico e fenomeni di instabilità. A differenza di una classica analisi statica a controllo di carico, nella quale il carico applicato è noto e gli spostamenti costituiscono l'unica incognita del problema, nel metodo di Riks sia gli spostamenti della struttura sia l'intensità del carico vengono determinati simultaneamente durante il processo iterativo [13].

La distribuzione dei carichi può essere espressa nella forma

$$P = \lambda P_0 \tag{3.1}$$

dove P_0 rappresenta il sistema di carico di riferimento e λ è il fattore di proporzionalità del carico (load proportionality factor), che diviene una ulteriore incognita della soluzione.

L'equilibrio della struttura può quindi essere scritto come

$$R(v, \lambda) = \lambda P_0 - F_{int}(v) = 0 \tag{3.2}$$

dove v rappresenta il vettore degli spostamenti nodali e F_{int} il vettore delle forze interne. Dal momento che il problema presenta un'incognita aggiuntiva rispetto a una tradizionale analisi statica, è necessario introdurre una condizione supplementare che ne garantisce l'unicità della soluzione. Nel metodo di Riks tale vincolo viene imposto limitando l'incremento complessivo della soluzione lungo il percorso di equilibrio, secondo il cosiddetto vincolo di lunghezza d'arco (arc-length constraint)

$$\Delta v^T \Delta v + \alpha(\Delta\lambda)^2 = \Delta s^2 \tag{3.3}$$

dove Δs rappresenta la lunghezza dell'arco percorsa durante l'incremento e α è un parametro di scala utilizzato per bilanciare il contributo degli spostamenti e del fattore di carico. In questo modo l'algoritmo segue direttamente il percorso di equilibrio della struttura nello spazio carico–spostamento anziché avanzare unicamente lungo l'asse del carico [14].

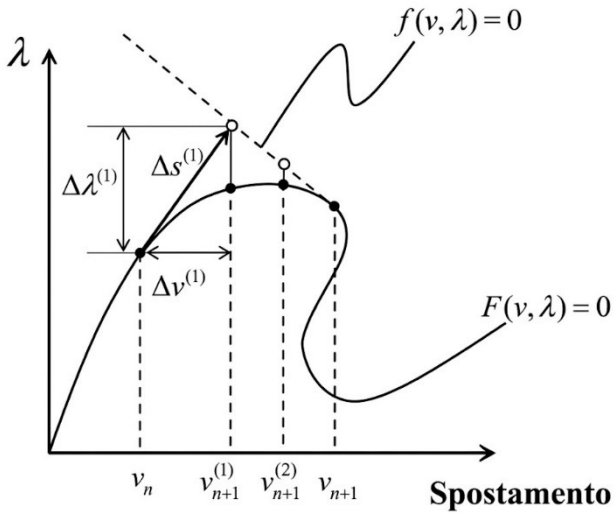


Figura 3-1: *Percorso di equilibrio seguito dall'algoritmo di Riks nello spazio carico–spostamento*

Il principale vantaggio di tale procedura consiste nella capacità di attraversare i punti limite della curva carico–spostamento. In una classica analisi statica, infatti, il raggiungimento di una condizione nella quale la rigidezza tangente si annulla $\left(\frac{dP}{dv} = 0\right)$ impedisce il proseguimento della soluzione numerica. Il metodo di Riks consente invece di seguire l'intero percorso di equilibrio, compresi i tratti caratterizzati da rigidezza negativa, permettendo così di descrivere il comportamento post-buckling e i fenomeni di collasso instabile della struttura, nei quali il punto di massimo carico non coincide necessariamente con il collasso della struttura.

L'impiego di questa procedura risulta particolarmente adatto alle analisi sviluppate nella presente tesi. Nel caso delle simulazioni soggette a pressione esterna, il metodo di Riks ha consentito di seguire l'evoluzione della deformazione oltre il collasso locale della sezione e di analizzare la successiva propagazione del buckle lungo la tubazione. Analogamente, nelle

simulazioni a momento flettente, la procedura ha permesso di superare il punto di massimo momento previsto dalle teorie di Brazier e Guarracino e di descrivere l'evoluzione dell'ovalizzazione, delle axial wrinkles e delle deformazioni post-critiche della struttura.

Capitolo 4
SIMULAZIONI NUMERICHE DI TUBAZIONI SOGGETTE A PRESSIONE ESTERNA

Come mostrato nel Capitolo 1, le tubazioni offshore installate in acque profonde sono soggette a elevati livelli di pressione idrostatica esterna che possono determinare fenomeni di instabilità locale e, nei casi più severi, il collasso della sezione trasversale. Una volta innescato il collasso locale, la deformazione può propagarsi lungo la condotta sotto forma di buckle propagation, causando la perdita di funzionalità di estesi tratti di pipeline.

Nel Capitolo 1 sono state presentate le principali formulazioni teoriche e la normativa di riferimento utilizzata per la valutazione della pressione di collasso e della pressione di propagazione del buckle. Tuttavia, la presenza di imperfezioni geometriche, plasticizzazione del materiale e grandi deformazioni rende particolarmente utile il ricorso ad analisi numeriche non lineari per visualizzare e quantificare l'evoluzione reale del fenomeno.

In questo capitolo vengono quindi presentati i risultati delle simulazioni agli elementi finiti eseguite mediante Abaqus. L'attenzione è rivolta in particolare alla determinazione della pressione di collasso P_c (equazione 1.35) e della pressione di propagazione P_{pr} (equazione 1.38), nonché all'influenza dell'ovalizzazione iniziale della sezione trasversale. A tale scopo sono state considerate due differenti metodologie per l'introduzione delle imperfezioni geometriche iniziali, al fine di valutare il loro effetto sulla risposta strutturale della tubazione e sul confronto con le previsioni normative.

I risultati ottenuti vengono infine confrontati con i valori calcolati secondo le formulazioni proposte dalla normativa DNV-ST-F101, con l'obiettivo di valutare l'accuratezza del modello numerico e la sensibilità dei principali parametri che governano il fenomeno di collasso sotto pressione esterna.

4.1 **Modello numerico**

Le simulazioni numeriche sono state sviluppate mediante il software Abaqus/Standard con l'obiettivo di determinare la pressione di collasso e la pressione di propagazione del buckle per tubazioni soggette a pressione esterna. Sono stati considerati due modelli caratterizzati da differenti rapporti diametro/spessore, le cui dimensioni geometriche sono riportate in **Tabella 4-1.**

Tabella 4-1: *Geometrie considerate nelle simulazioni di tubazioni soggette a pressione esterna*

Modello	Diametro esterno D [mm]	Spessore t [mm]	Lunghezza L [mm]	D/t
1	600	20	9000	30
2	400	20	6000	20

I diametri considerati risultano rappresentativi di condotte comunemente impiegate nel settore offshore, in particolare corrispondono a tubazione da 24in per il Modello 1 e da 16in per il Modello 2. Tuttavia, nell'analisi del collasso sotto pressione esterna, il parametro di maggiore interesse è il rapporto tra diametro e spessore D/t, che influenza in maniera significativa la resistenza della sezione ai fenomeni di instabilità. I due modelli sono stati pertanto definiti in modo da ottenere valori di D/t pari a 20 e 30, entrambi compresi nell'intervallo di applicabilità delle formulazioni normative riportate nel Capitolo 1.

La lunghezza della tubazione è stata assunta, in entrambi i modelli, pari a 15D. Tale scelta è coerente con quanto riportato in letteratura, dove viene evidenziato come lunghezze inferiori possano influenzare lo sviluppo del buckle e della successiva fase di propagazione, che deve avvenire con una configurazione di propagazione pressoché stazionaria e senza influenza delle condizioni al contorno [15].

È stato adottato l'acciaio API X65, materiale largamente utilizzato nella realizzazione di pipeline offshore grazie alla sua elevata resistenza meccanica e alle buone proprietà di duttilità e saldabilità. Il comportamento meccanico è stato descritto mediante una legge elastoplastica con incrudimento isotropo, costruita a partire dalla relazione di Ramberg–Osgood, comunemente impiegata per rappresentare il comportamento non lineare degli acciai utilizzati nelle pipeline. La curva tensione-deformazione ottenuta mediante tale formulazione è stata successivamente utilizzata per definire il comportamento plastico del materiale nel modello numerico. I parametri elastici adottati sono un modulo di Young $E = 210\,GPa$ e un coefficiente di Poisson $\upsilon = 0{,}3$, mentre la tensione di snervamento assunta è pari a $\sigma_y = 449{,}40\,MPa$. I valori utilizzati per la definizione della curva tensione-deformazione sono riportati in Tabella 4-2.

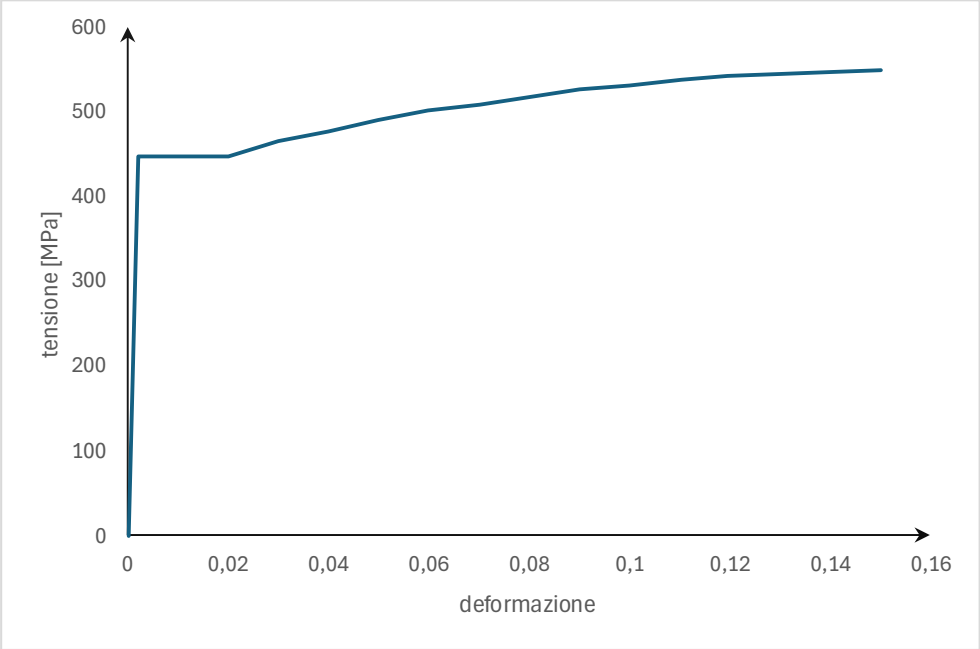


Figura 4-1: *Curva tensione-deformazione nominali acciaio X65*

Tabella 4-2: *Dati di tensione-deformazione nominali dell'acciaio X65*

Tensione σ [MPa]	Deformazione [%]
0,00	0,00
448,44	0,21
448,50	1,00
448,51	2,00
464,99	3,00
477,48	4,00
490,02	5,00
501,32	6,00
509,98	7,00
517,50	8,00
526,32	8,99
531,31	10,00
537,24	11,05
542,74	11,95
545,16	12,97
547,53	13,99
549,86	15,03

Per poter inserire correttamente la legge plastica su Abaqus, tali coppie di valori, sono state trasformate in valori di tensione e deformazione veri, tramite la trasformazione logaritmica, come riportato in **Tabella 4-3**.

Tabella 4-3: *Dati di tensione-deformazione vera dell'acciaio X65*

Tensione vera σ [MPa]	Deformazione plastica logaritmica [%]
449,40	0,00
452,99	0,78
457,47	1,76
478,95	2,73
496,60	3,69
514,50	4,63
531,38	5,57
545,70	6,51
558,90	7,43
573,67	8,34
584,43	9,25
596,63	10,20
607,60	11,00
615,85	11,90
624,15	12,80
632,50	13,70

Al fine di ridurre l'onere computazionale, è stata sfruttata la doppia simmetria geometrica del problema modellando solamente un quarto della tubazione. Gli assi di riferimento sono stati definiti in modo che l'asse longitudinale del tubo coincida con l'asse z, mentre l'asse y identifica la direzione verticale della sezione trasversale, come illustrato in **Figura 4-2.**

La discretizzazione è stata eseguita mediante elementi shell quadrilateri a quattro nodi di tipo S4R5. Come discusso nel Capitolo 3.1, tale tipologia di elemento si è dimostrata particolarmente robusta nella simulazione dei fenomeni di collasso locale e di propagazione del buckle. La mesh è stata realizzata utilizzando 20 elementi lungo il quarto di circonferenza della sezione trasversale, mantenendo una discretizzazione uniforme lungo la lunghezza della tubazione.

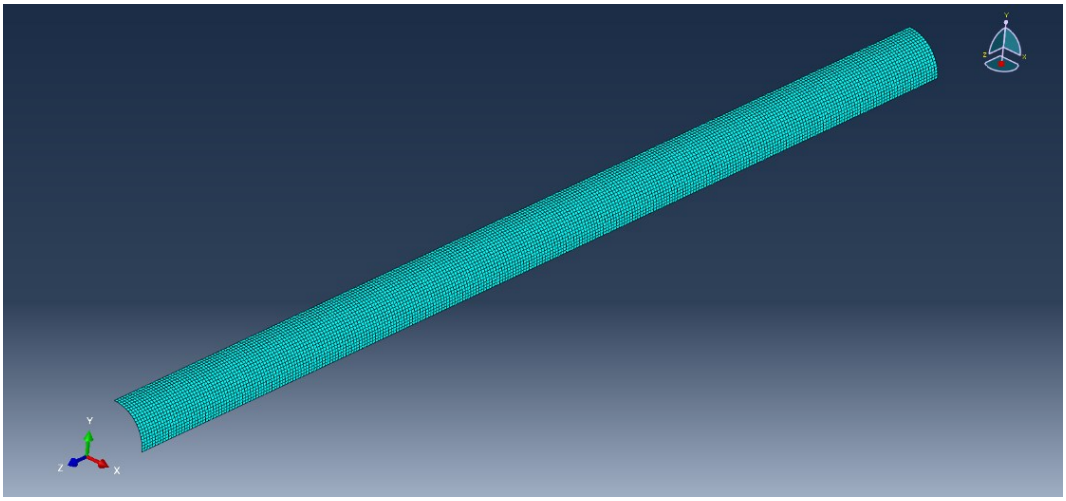


Figura 4-2: *Geometria simmetrica del modello shell con mesh*

Lo spessore della parete è stato assegnato mediante l'opzione shell top surface, in modo che la superficie geometrica modellata coincida con la superficie esterna reale della tubazione. Tale scelta risulta coerente con l'applicazione della pressione esterna e con le formulazioni normative utilizzate per il confronto dei risultati, le quali fanno riferimento al diametro esterno della tubazione.

Durante il collasso della sezione si verifica il progressivo avvicinamento delle pareti interne del tubo fino al loro contatto. Per rappresentare correttamente tale fenomeno è stata introdotta una superficie rigida analitica coincidente con il piano zx. Tra la superficie interna della tubazione e la superficie rigida è stata definita una coppia di contatto di tipo surface-to-surface, assumendo la superficie rigida come master surface e la superficie interna della tubazione come slave surface. Il comportamento tangenziale è stato modellato mediante una formulazione frictionless, mentre per il comportamento normale è stato utilizzato il metodo penalty, impedendo la compenetrazione delle superfici durante le fasi avanzate della deformazione.

Le condizioni al contorno sono state assegnate in modo da riprodurre la simmetria del problema. Sui piani di simmetria sono stati applicati i vincoli XSYMM e YSYMM, mentre i nodi appartenenti alla sezione terminale della tubazione sono stati vincolati con ENCASTRE. Sulla sezione opposta è stato applicato il vincolo ZSYMM, consentendo alla struttura di sviluppare la deformazione assiale necessaria durante il collasso e la successiva propagazione del buckle.

Tutte le analisi sono state eseguite mediante la procedura Static Riks con opzione NLGEOM attivata. Come illustrato nel Capitolo 3.2 , il metodo di Riks consente di seguire il

percorso di equilibrio anche oltre il punto limite associato al collasso della sezione. La pressione esterna è stata applicata utilizzando un valore unitario di riferimento; in tal modo il fattore di proporzionalità del carico (load proportionality factor, LPF) restituito dall'algoritmo coincide numericamente con il valore della pressione esterna applicata.

L'innesco del collasso è stato ottenuto introducendo un'imperfezione geometrica iniziale sotto forma di ovalizzazione della sezione trasversale O_o. Sono state considerate due differenti modalità di introduzione dell'imperfezione. Per il calcolo dell'ovalizzazione si fa riferimento all'equazione 1.34 sotto riportata

$$O_o = \frac{D_{max} - D_{min}}{D}$$

Nel primo approccio, che chiameremo *Metodo 1*, l'ovalizzazione è stata ottenuta mediante l'applicazione preliminare di uno spostamento concentrato a un nodo della sezione terminale della tubazione in direzione radiale come mostrato in **Figura 4-3**. Lo spostamento induce una deformazione plastica permanente che, una volta rimosso il carico, lascia una configurazione inizialmente ovalizzata. Per ciascun modello sono stati considerati tre differenti livelli di ovalizzazione iniziale. Nel caso della tubazione con $D/t = 30$ sono stati adottati valori pari a 0,5%, 1,0% e 1,5%, mentre per il modello con $D/t = 20$ sono stati utilizzati valori pari a 0,1%, 0,5% e 1,0%. La procedura numerica risulta pertanto articolata in quattro step. Dopo un passo iniziale dedicato all'applicazione delle condizioni al contorno, viene applicato lo spostamento necessario per generare l'imperfezione. Successivamente tale spostamento viene rimosso consentendo alla struttura di raggiungere una configurazione deformata permanente. Infine, viene eseguita l'analisi Riks con applicazione della pressione esterna.

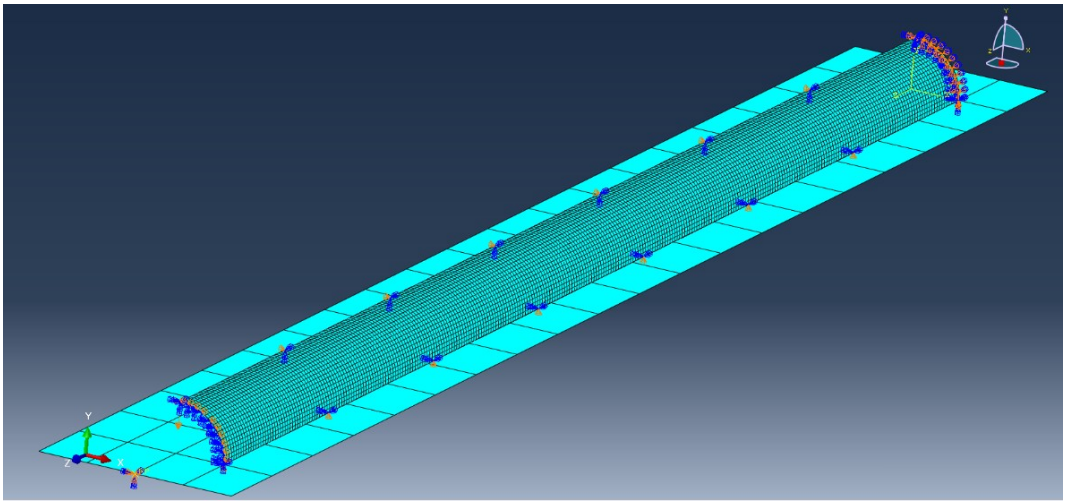


Figura 4-3: *Condizioni al contorno con spostamento alla sezione terminale*

Nel secondo approccio, *Metodo 2* la tubazione è stata modellata direttamente con una geometria ellittica, definendo opportunamente il semiasse maggiore e minore in modo da ottenere gli stessi livelli di ovalizzazione iniziale considerati nel primo caso. In questa configurazione non è stato necessario il passo preliminare dedicato alla generazione dell'imperfezione e l'analisi è stata sviluppata mediante un passo iniziale per l'assegnazione delle condizioni al contorno seguito direttamente dall'analisi Riks.

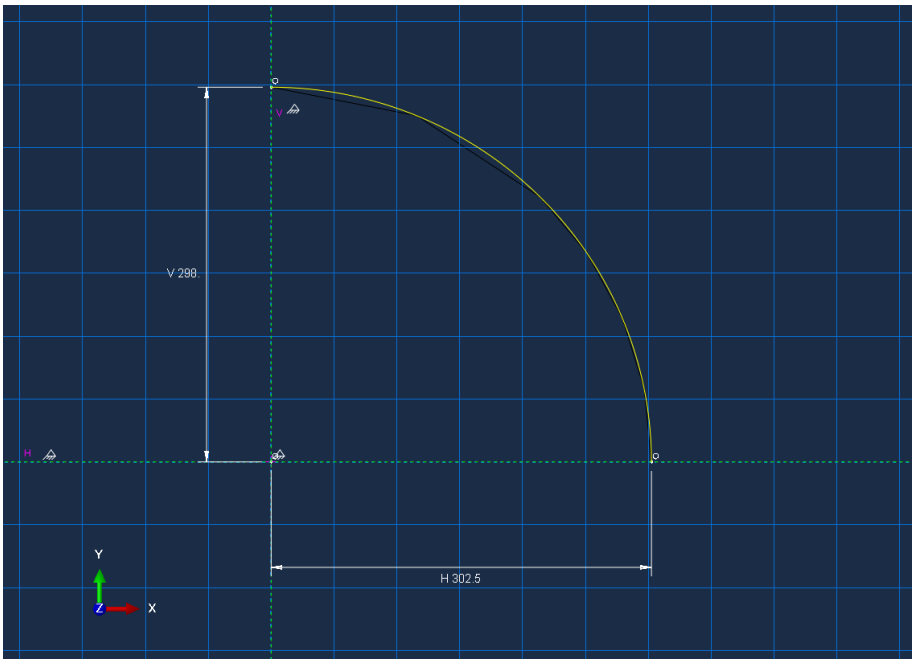


Figura 4-4: *Realizzazione sketch per geometria iniziale ellittica*

Tabella 4-4: *Valori dei semiassi considerati per geometria iniziale ellittica*

Modello	Ovalizzazione [%]	Semiasse maggiore [mm]	Semiasse minore [mm]
1	0,5	301,0	299,5
1	1,0	302,0	299,0
1	1,5	302,5	298,5
2	0,1	200,1	199,9
2	0,5	200,5	199,5
2	1,0	201,0	199,0

Per entrambe le strategie di modellazione, la pressione di collasso e la pressione di propagazione sono state determinate a partire dai diagrammi pressione-variazione di volume. A tale scopo è stato utilizzato un parametro rappresentativo della riduzione volumetrica della tubazione, definito secondo la formulazione per lo studio della propagazione del buckle

$$\Delta V = \frac{L\, R_{in}}{N} \sqrt{\sum_{i}^{N} \left(U_{i,y}\right)^2} \tag{4.1}$$

Dove L rappresenta la lunghezza della tubazione, R_{in} il raggio interno, $U_{i,y}$ lo spostamento lungo la direzione y del nodo i appartenete al tratto superiore del tubo ed N il numero totale dei nodi considerati. Tale parametro consente di descrivere in maniera efficace l'evoluzione della deformazione globale della tubazione durante il collasso e la successiva propagazione del buckle.

4.2 **Risultati delle simulazioni**

In questo paragrafo vengono presentati i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche svolte sui due modelli descritti nel Capitolo 4.1. Come illustrato in precedenza, l'ovalizzazione iniziale della sezione è stata introdotta mediante due differenti strategie: con il *Metodo 1* la deformazione permanente è ottenuta tramite uno spostamento preliminare applicato a un nodo della sezione terminale; con il *Metodo 2* partendo direttamente da una geometria inizialmente ellittica. Per ciascun modello sono stati considerati differenti valori di ovalizzazione iniziale, al fine di valutarne l'influenza sulla pressione di collasso e stimare la pressione di propagazione del buckle.

Le simulazioni sono state post-elaborate mediante i diagrammi pressione-variazione di volume, costruiti utilizzando il parametro definito dall'equazione 4.1.

4.2.1 *Diagrammi pressione–variazione di volume*

Per comprendere il comportamento della tubazione durante il collasso e la successiva propagazione del buckle, viene innanzitutto analizzato il diagramma pressione-variazione di volume. A titolo esemplificativo, la **Figura 4-5** riporta la curva ottenuta per il modello con $D/t = 30$ e ovalizzazione iniziale pari allo 0,5% ottenuta con il *Metodo 1*, nella quale sono stati individuati alcuni punti caratteristici corrispondenti alle principali fasi del fenomeno.

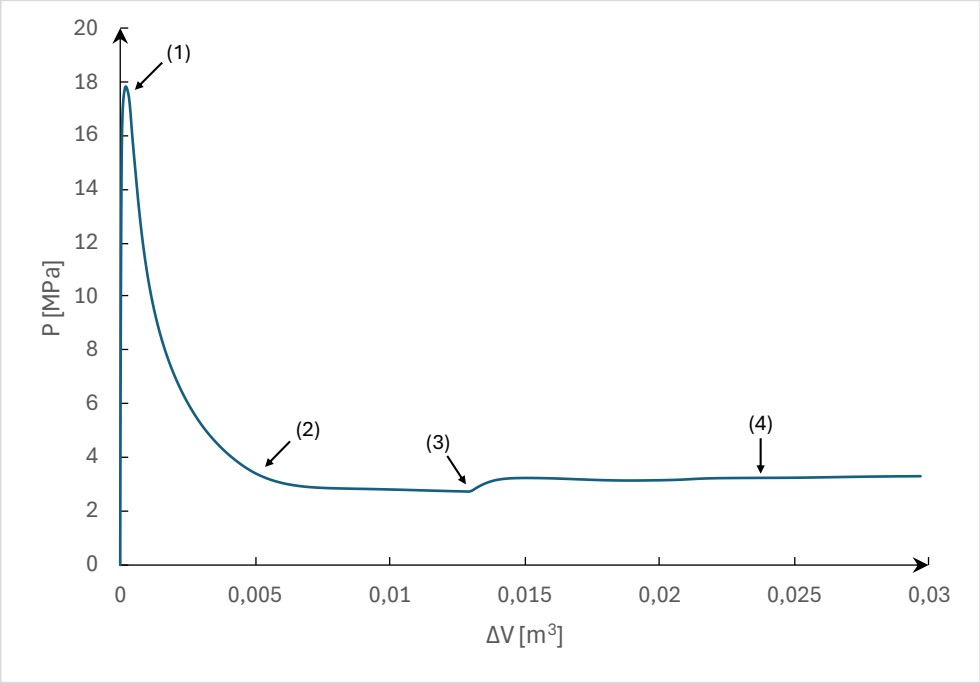


Figura 4-5: *Diagramma pressione-variazione di volume con individuazione delle principali fasi del collasso*

Le configurazioni deformate corrispondenti ai punti numerati della curva sono riportate in **Figura 4-6**.

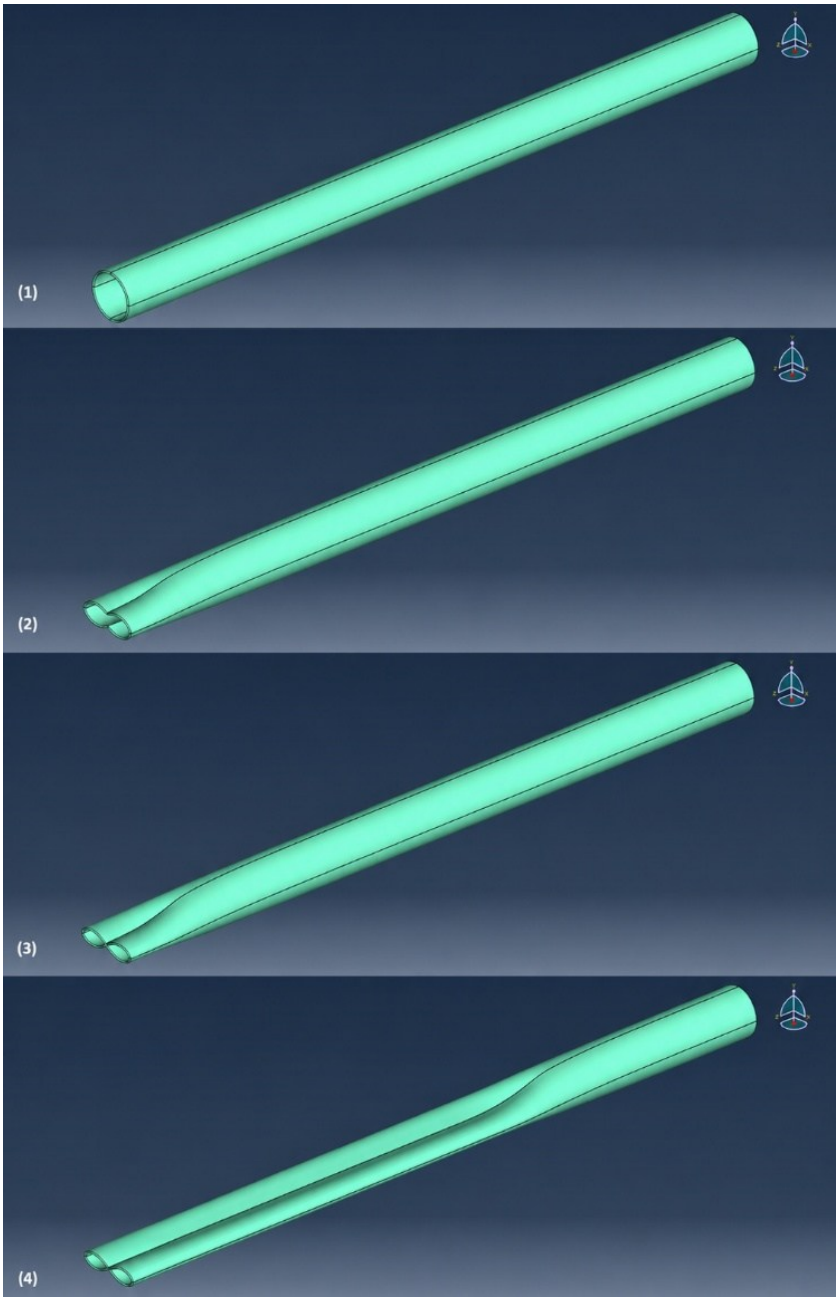


Figura 4-6: *Evoluzione della configurazione deformata della tubazione durante il collasso e la propagazione del buckle*

Nella fase iniziale la risposta della struttura è governata dal comportamento elastoplastico della parete e la pressione aumenta progressivamente fino al raggiungimento del valore massimo della curva. Il punto (1) identifica l'innesco del collasso locale della sezione e corrisponde alla pressione di collasso P_c. Raggiunta tale condizione, la capacità portante della tubazione diminuisce rapidamente e la curva mostra una marcata riduzione della pressione, mentre la deformazione della sezione aumenta significativamente. Questa fase è rappresentata

dalla configurazione (2), nella quale il buckle si sviluppa localmente nella zona interessata dall'imperfezione iniziale. Con il proseguire del caricamento, le pareti interne della sezione collassata entrano progressivamente in contatto. Tale condizione corrisponde al punto (3) della curva ed è caratterizzata dal raggiungimento della minima pressione registrata durante il processo di collasso. Successivamente si osserva un lieve incremento della pressione, poiché il contatto tra le pareti interne produce un locale irrigidimento della sezione maggiormente deformata, che determina una temporanea stabilizzazione della risposta strutturale. Dopo questa fase la configurazione collassata inizia a propagarsi lungo la tubazione in condizioni pressoché stazionarie alla corrispondente pressione di propagazione. Da questo momento la forma del buckle rimane sostanzialmente invariata e la deformazione avanza lungo l'asse della tubazione mantenendo condizioni di equilibrio pressoché costanti (4).

L'andamento descritto risulta comune a tutte le simulazioni eseguite. Le differenze osservate tra i vari casi sono infatti concentrate nella regione prossima al collasso, mentre il comportamento successivo risulta sostanzialmente invariato.

La **Figura 4-7** e **Figura 4-8** riportano i diagrammi pressione-variazione di volume ottenuti per i due rapporti $^{D}/_{t}$ considerati e per le differenti ovalizzazioni iniziali introdotte mediante deformazione permanente.

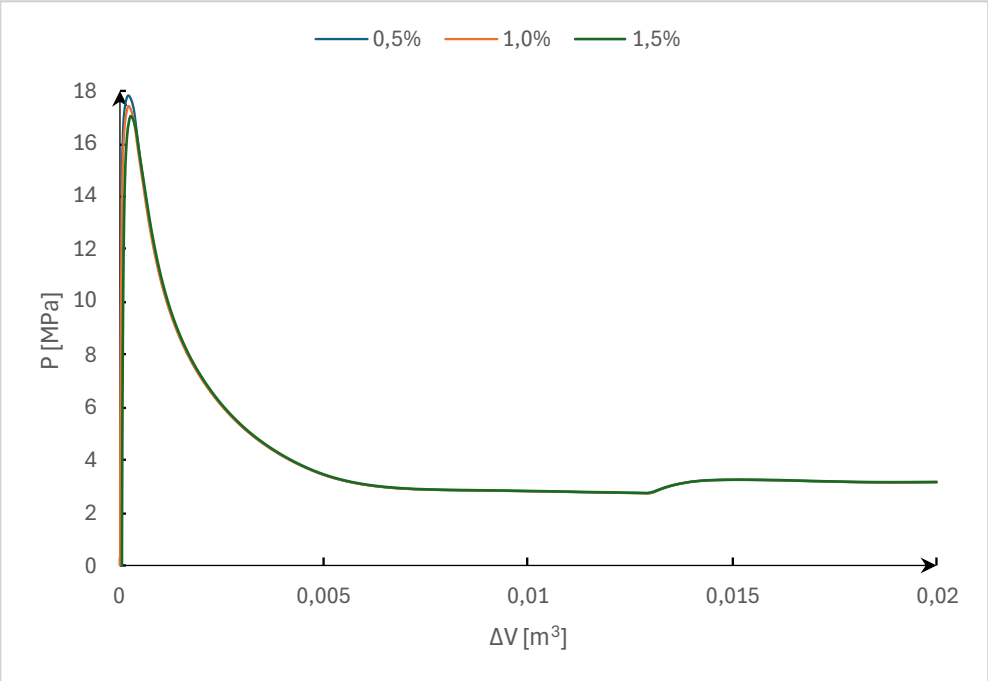


Figura 4-7: *Diagrammi pressione-variazione di volume per il modello con D/t=30 Metodo 1 (ovalizzazione introdotta mediante deformazione permanente)*

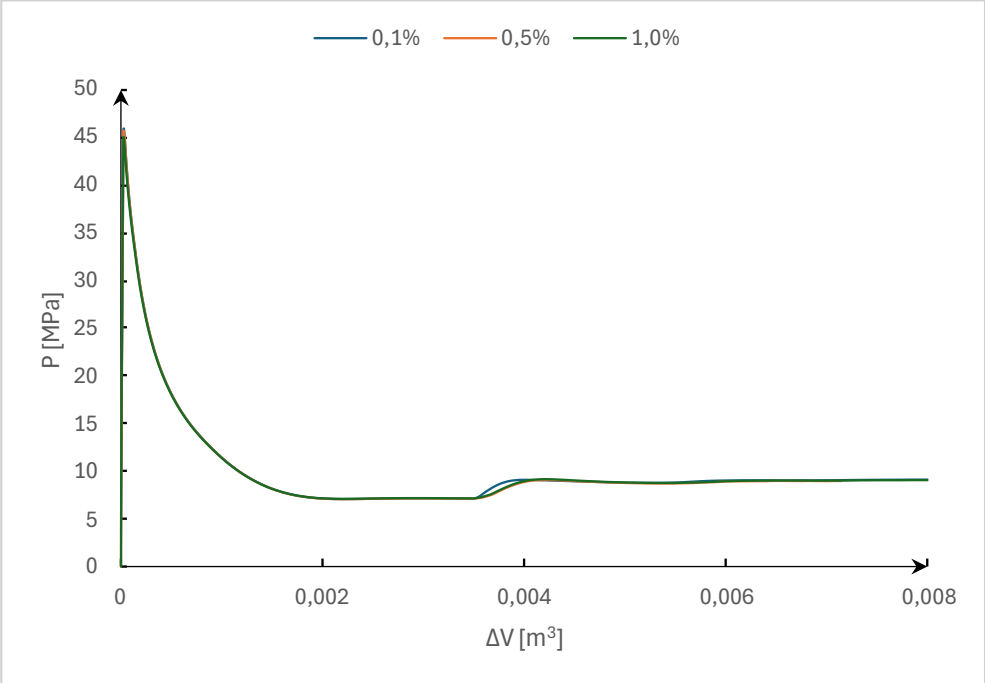


Figura 4-8: *Diagrammi pressione-variazione di volume per il modello con D/t=20 Metodo 1 (ovalizzazione introdotta mediante deformazione permanente)*

Analogamente, la **Figura 4-9** e **Figura 4-10** mostrano i risultati ottenuti utilizzando il *Metodo 2*, basato sulla definizione diretta di una geometria inizialmente ellittica.

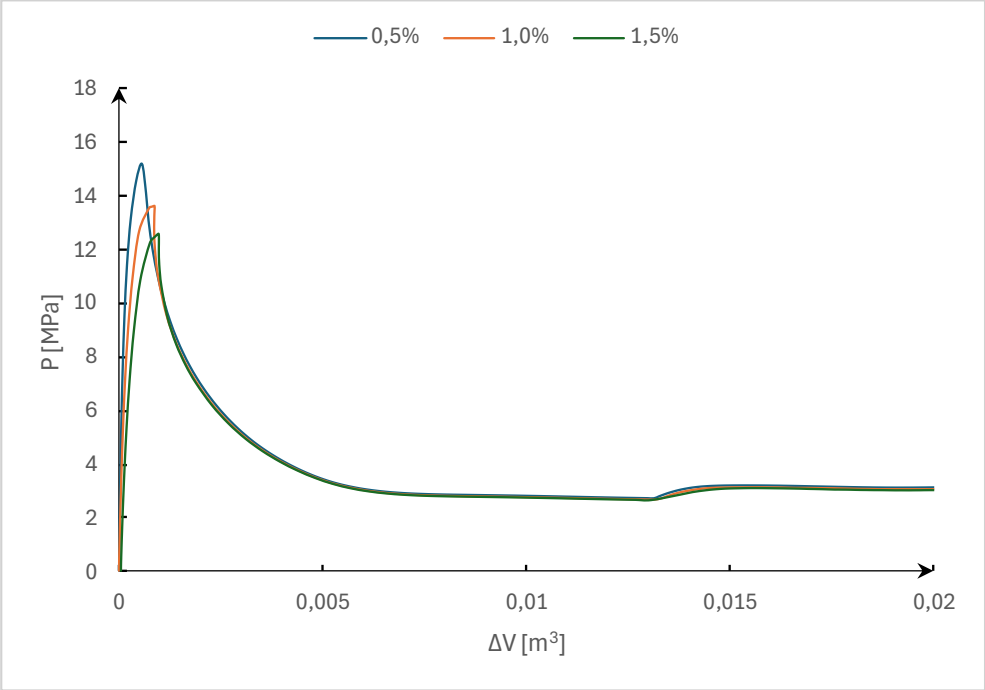


Figura 4-9: *Diagrammi pressione-variazione di volume per il modello con D/t=30 Metodo 2 (geometria inizialmente ellittica)*

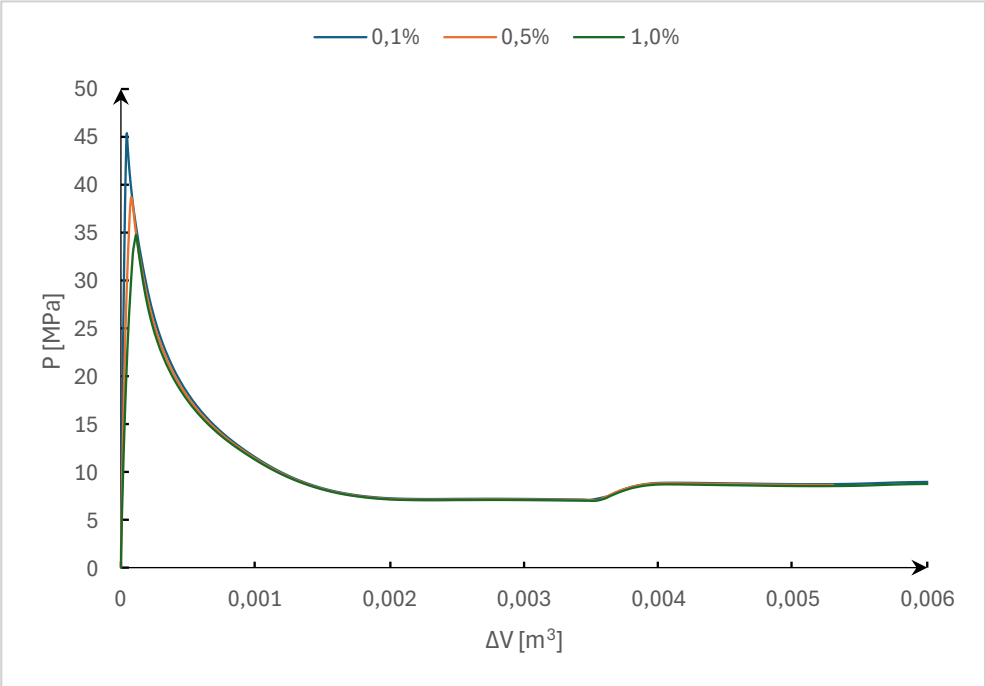


Figura 4-10: *Diagrammi pressione-variazione di volume per il modello con D/t=20 Metodo 2 (geometria inizialmente ellittica)*

In tutti i casi si osserva come l'incremento dell'ovalizzazione iniziale produca una riduzione del valore massimo della curva, confermando la sensibilità della pressione di collasso alle imperfezioni geometriche della sezione. Al contrario, i tratti finali delle curve risultano pressoché sovrapposti, evidenziando come il processo di propagazione del buckle risulti sensibilmente meno influenzato dall'ovalizzazione iniziale rispetto alla fase di collasso.

Tale comportamento consente di analizzare separatamente la pressione di collasso e la pressione di propagazione, che verranno discusse nel paragrafo successivo.

4.2.2 *Pressione di collasso*

La pressione di collasso P_c è stata individuata come il valore massimo raggiunto dalle curve pressione-variazione di volume.

La **Figura 4-11** e **Figura 4-12** riportano il confronto tra i valori ottenuti mediante simulazione numerica e quelli calcolati secondo la normativa DNVGL-ST-F101 al variare dell'ovalizzazione iniziale.

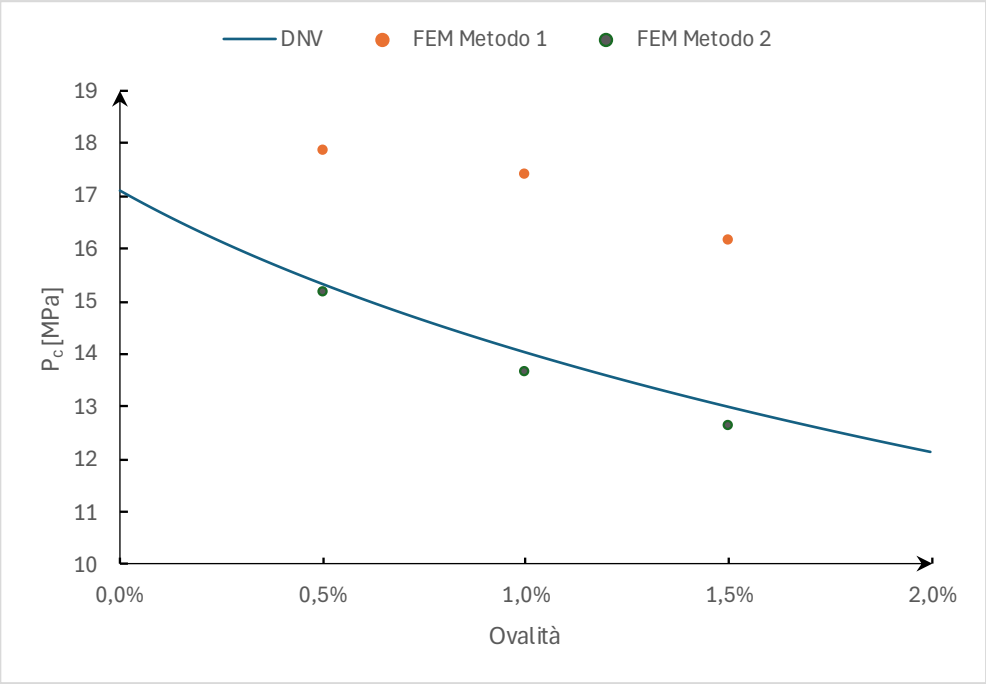


Figura 4-11: *Ovalità pressione di collasso modello D/t=30 confronto tra normativa e i due metodi adottati nel FEM*

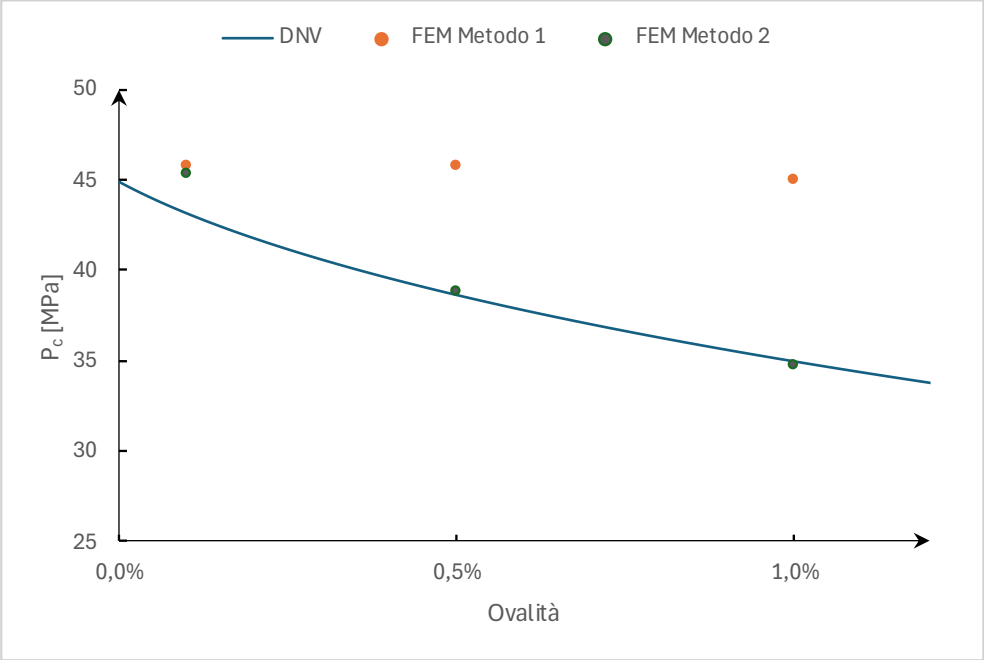


Figura 4-12. *Ovalità pressione di collasso modello D/t=20 confronto tra normativa e i due metodi adottati nel FEM*

In entrambi i modelli si osserva la prevista diminuzione della pressione di collasso all'aumentare dell'ovalizzazione iniziale. Tale andamento è coerente con le formulazioni normative e conferma la sensibilità del fenomeno di collasso alle imperfezioni geometriche della sezione. I risultati numerici ottenuti mediante la seconda strategia di modellazione, basata sulla definizione diretta di una geometria inizialmente ellittica, mostrano una migliore corrispondenza con le previsioni normative. I punti risultano infatti quasi sovrapposti alla curva teorica per entrambi i rapporti $^{D}/_{t}$ considerati.

Nel caso della deformazione permanente ottenuta mediante spostamento preliminare, i valori della pressione di collasso risultano invece leggermente superiori rispetto a quelli previsti dalla normativa. Sebbene tale approccio consenta di ottenere gli stessi livelli nominali di ovalizzazione iniziale, la differente modalità con cui l'imperfezione viene introdotta sembra influenzare la risposta strutturale della tubazione.

I valori ottenuti sono riassunti nella **Tabella 4-5** e **Tabella 4-6**.

Tabella 4-5: *Risultati pressione di collasso e comparazione rispetto valori di calcolo da normativa per modello D/t=30*

O_0 [%]	DNV P_c [MPa]	P_c [MPa] FEM Metodo 1	P_c [MPa] FEM Metodo 2
0,5	15,28	17,86	15,18
1,0	14,09	17,43	13,64
1,5	12,97	17,00	12,63

Tabella 4-6: *Risultati pressione di collasso e comparazione rispetto valori di calcolo da normativa per modello D/t=20*

O_0 [%]	DNV P_c [MPa]	P_c [MPa] FEM *Metodo 1*	P_c [MPa] FEM *Metodo 2*
0,1	43,13	45,80	45,38
0,5	38,58	45,77	38,78
1,0	34,84	45,05	34,76

Nel caso della deformazione permanente ottenuta mediante spostamento preliminare (*Metodo 1)*, i valori della pressione di collasso risultano invece sistematicamente superiori rispetto a quelli previsti dalla normativa. Sebbene tale approccio consenta di ottenere gli stessi livelli nominali di ovalizzazione iniziale, la differente modalità con cui l'imperfezione viene introdotta influenza in maniera significativa la risposta strutturale della tubazione.

In particolare, la modellazione mediante geometria inizialmente ellittica (*Metodo 2)* rappresenta un'ovalizzazione distribuita lungo l'intera lunghezza della tubazione, mentre l'imperfezione ottenuta mediante spostamento preliminare genera una deformazione maggiormente localizzata in prossimità della sezione interessata. I risultati numerici mostrano come, a parità di ovalizzazione nominale, una deformazione distribuita produca una riduzione della pressione di collasso più marcata rispetto a una deformazione localizzata. Tale osservazione suggerisce che la formulazione normativa, basata esclusivamente sul valore dell'ovalizzazione iniziale senza considerare la distribuzione spaziale dell'imperfezione, risulti maggiormente rappresentativa di configurazioni caratterizzate da una ovalizzazione globale della sezione. Questa scelta appare coerente con l'approccio conservativo tipico delle normative di progetto, che mirano a garantire adeguati margini di sicurezza indipendentemente dall'origine dell'imperfezione geometrica.

Dal punto di vista applicativo, ovalizzazioni distribuite possono essere associate alle tolleranze di fabbricazione della tubazione o alle deformazioni introdotte durante le operazioni di installazione offshore. Al contrario, ovalizzazioni localizzate possono derivare da

danneggiamenti accidentali durante la vita operativa della pipeline, quali impatti con oggetti esterni, contatto con il fondale, interazioni con ancore o attrezzature di pesca e collisioni con altre strutture sottomarine.

I risultati ottenuti evidenziano pertanto come la descrizione della sola ampiezza dell'imperfezione possa non essere sufficiente a caratterizzare completamente il comportamento della tubazione. In questo contesto, le simulazioni agli elementi finiti rappresentano uno strumento particolarmente efficace per lo studio di fenomeni locali e configurazioni geometriche reali difficilmente riconducibili alle formulazioni semplificate utilizzate in ambito normativo, consentendo una valutazione più dettagliata della reale capacità resistente della struttura.

4.2.3 *Risultati pressione di propagazione*

La pressione di propagazione P_{pr} è stata determinata a partire dal tratto finale delle curve pressione-variazione di volume, caratterizzato da un valore pressoché costante della pressione durante l'avanzamento del buckle lungo la tubazione.

Dal punto di vista progettuale, tale parametro riveste particolare importanza poiché risulta generalmente inferiore alla pressione di collasso. Una volta innescato il buckle, la propagazione può quindi avvenire anche a pressioni sensibilmente più basse rispetto a quelle necessarie per provocare il collasso iniziale della sezione, con il rischio di compromettere lunghi tratti di condotta.

I valori ottenuti mediante simulazione numerica sono riportati nella **Tabella 4-7** e **Tabella 4-8** insieme ai corrispondenti valori normativi.

Tabella 4-7: *Risultati pressione di propagazione e comparazione rispetto valori di calcolo da normativa per modello D/t=30*

O_0 [%]	DNV P_{pr} [MPa]	P_{pr} [MPa] FEM *Metodo 1*	P_{pr} [MPa] FEM *Metodo 2*
0,5	3,19	3,24	3,18
1,0	3,19	3,24	3,12
1,5	3,19	3,24	3,09

Tabella 4-8: *Risultati pressione di propagazione e comparazione rispetto valori di calcolo da normativa per modello D/t=20*

O_0 [%]	DNV P_{pr} [MPa]	P_{pr} [MPa] FEM *Metodo 1*	P_{pr} [MPa] FEM *Metodo 2*
0,1	8,79	9,00	8,86

0,5	8,79	9,00	8,82
1,0	8,79	9,00	8,70

Nel caso dell'ovalizzazione introdotta mediante deformazione permanente, i valori della pressione di propagazione risultano indipendenti dal livello di ovalizzazione iniziale, come atteso dal punto di vista fisico e dal calcolo normativo.

Al contrario, nei modelli caratterizzati da una geometria inizialmente ellittica si osserva una lieve variazione della pressione di propagazione al variare dell'ovalizzazione iniziale. Tale comportamento è riconducibile al fatto che l'intera geometria del tubo risulta modificata non solo in una sezione localizzata, ma lungo tutta la tubazione assunta appunto ellittica.
Nonostante tale dipendenza, gli scostamenti osservati risultano contenuti e conducono comunque a valori in buon accordo con le previsioni normative, confermando la capacità del modello numerico di descrivere correttamente il fenomeno di propagazione del buckle.

Nel complesso, i risultati ottenuti mostrano un ottimo accordo con le formulazioni normative sia per la pressione di collasso sia per la pressione di propagazione, confermando l'affidabilità del modello numerico adottato. Le simulazioni consentono inoltre di evidenziare la maggiore sensibilità della pressione di collasso alle imperfezioni geometriche iniziali rispetto alla pressione di propagazione.

Capitolo 5
SIMULAZIONI NUMERICHE DI TUBAZIONI CON INTEGRAL BUCKLE ARRESTOR

Come discusso nel Capitolo 1.2, una volta innescato il collasso locale di una tubazione soggetta a pressione esterna, la configurazione collassata può propagarsi lungo la condotta a una pressione significativamente inferiore rispetto a quella necessaria per provocare il collasso iniziale della sezione. Tale fenomeno, noto come buckle propagation, può compromettere lunghi tratti di pipeline e rappresenta uno dei principali rischi associati all'installazione di condotte in acque profonde. Per limitare la propagazione del buckle vengono comunemente impiegati diversi tipi di buckle arrestor, tra cui i più utilizzati sono gli integral buckle arrestor, ossia tratti localmente rinforzati della tubazione caratterizzati da uno spessore maggiore rispetto a quello della condotta principale. Lo scopo di tali dispositivi è incrementare localmente la resistenza alla propagazione in modo da arrestare il buckle prima che esso possa interessare porzioni significative della pipeline.

L'interazione tra propagazione del buckling e buckle arrestor può dare luogo a differenti fenomeni. In alcuni casi il buckle viene arrestato all'interno del tratto rinforzato, mentre in altri può attraversare il rinforzo e continuare a propagarsi oltre di esso. Per questo motivo un parametro di particolare interesse progettuale è la pressione di crossover, definita come la pressione esterna alla quale il buckle riesce ad oltrepassare il buckle arrestor. La valutazione di tale pressione costituisce il principale criterio di dimensionamento dei sistemi di arresto della propagazione, tramite la formula della equazione (1.40).

Nel presente capitolo vengono analizzati tre modelli numerici caratterizzati da differenti spessori del buckle arrestor. L'obiettivo è valutare la capacità del modello agli elementi finiti di riprodurre la pressione di crossover prevista dalle formulazioni presenti in letteratura e analizzare le modalità con cui il buckle interagisce con il rinforzo durante l'attraversamento. Particolare attenzione sarà dedicata alle differenti configurazioni deformative osservate, distinguendo tra modalità di propagazione di tipo flattening e flipping, entrambe riportate in letteratura tra i possibili meccanismi di attraversamento dei buckle arrestor integrali [16].

5.1 **Modello numerico**

Per lo studio dell'interazione tra propagazione del buckling e buckle arrestor è stato sviluppato un modello numerico agli elementi finiti mediante Abaqus/Standard.

La geometria considerata è costituita da una tubazione avente diametro esterno pari a 640 mm, spessore della parete pari a 20 mm e lunghezza complessiva di 12600 mm. In posizione centrale è stato modellato un buckle arrestor integrale avente lunghezza pari a 600 mm.

Sono stati analizzati tre differenti modelli, caratterizzati rispettivamente da spessore del buckle arrestor pari a 30 mm, 40 mm e 50 mm. Tali valori sono stati scelti in modo da investigare l'influenza dello spessore del rinforzo sia sulla pressione di crossover sia sulla modalità di propagazione del buckle. La geometria è stata definita mediante un'unica superficie continua utilizzata come riferimento per la modellazione shell della tubazione. L'incremento locale di spessore associato al buckle arrestor è stato ottenuto assegnando differenti valori di spessore nelle regioni interessate, introducendo inoltre opportune zone di transizione tra il tratto rinforzato e la tubazione principale. Lo spessore è stato assegnato verso l'esterno della superficie modellata, in modo da mantenere costante il diametro interno lungo tutta la tubazione. Tale approccio consente di riprodurre in maniera semplificata la configurazione degli integral buckle arrestor reali, nei quali l'incremento di spessore viene realizzato mediante materiale aggiuntivo disposto verso l'esterno della condotta e raccordato gradualmente alla parete della pipeline.

Per il modello caratterizzato da spessore del buckle arrestor pari a 30 mm la variazione di spessore è stata applicata direttamente, senza l'introduzione di zone di raccordo. Nel caso degli arrestor da 40 mm e 50 mm sono stati invece introdotti opportuni gradini di transizione allo scopo di approssimare la geometria reale dei rinforzi integrali, caratterizzati da variazioni progressive dello spessore della parete.

Nel modello da 40 mm sono stati adottati quattro gradini di raccordo, ciascuno lungo 5 mm, con spessore progressivamente crescente da 24 mm fino a 36 mm. Analogamente, nel modello da 50 mm sono stati introdotti cinque gradini di lunghezza pari a 5 mm, con spessori variabili da 25 mm a 45 mm. In entrambi i casi la variazione di spessore tra tubazione e buckle arrestor risulta distribuita su una zona limitata, riducendo le discontinuità geometriche locali.

Per ridurre l'onere computazionale è stata sfruttata la doppia simmetria del problema, adottando la medesima impostazione illustrata per i modelli soggetti a pressione esterna. Anche in questo caso il contatto tra le pareti interne della tubazione durante la propagazione del buckle è stato modellato tramite una superficie rigida analitica coincidente con il piano zx, associata a un'interazione surface-to-surface caratterizzata da comportamento tangenziale frictionless e formulazione normale di tipo penalty.

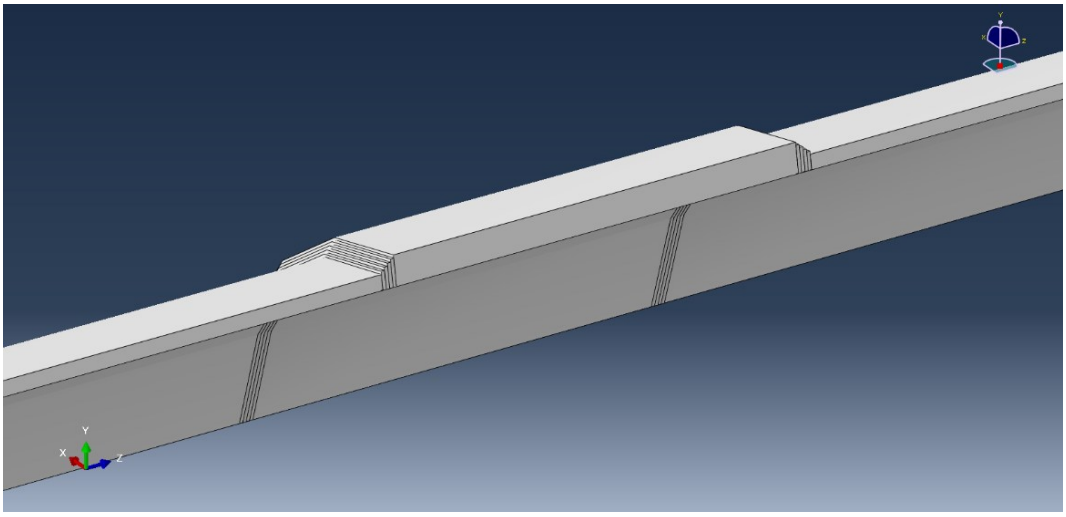


Figura 5-1: *Dettaglio della geometria del buckle arrestor con spessore 40mm. Opzione render shell thickness attivata*

Il materiale utilizzato è lo stesso acciaio API X65 descritto nel capitolo 4.1, modellato mediante legge elastoplastica isotropa.

La discretizzazione è stata effettuata mediante elementi shell quadrilateri a quattro nodi di tipo S4R5, utilizzando una mesh costituita da venti elementi lungo il quarto di circonferenza della sezione trasversale. Al fine di descrivere con maggiore accuratezza l'interazione tra la propagazione e il buckle arrestor, è stato inoltre adottato un raffinamento locale della mesh nella zona centrale del modello. In particolare, la discretizzazione è stata infittita lungo l'intera lunghezza del buckle arrestor e nel tratto di tubazione esteso per circa 800 mm a monte dello stesso. Tale scelta consente di rappresentare in maniera più accurata sia l'evoluzione della deformazione locale sia i meccanismi di attraversamento del rinforzo durante la propagazione del buckle.

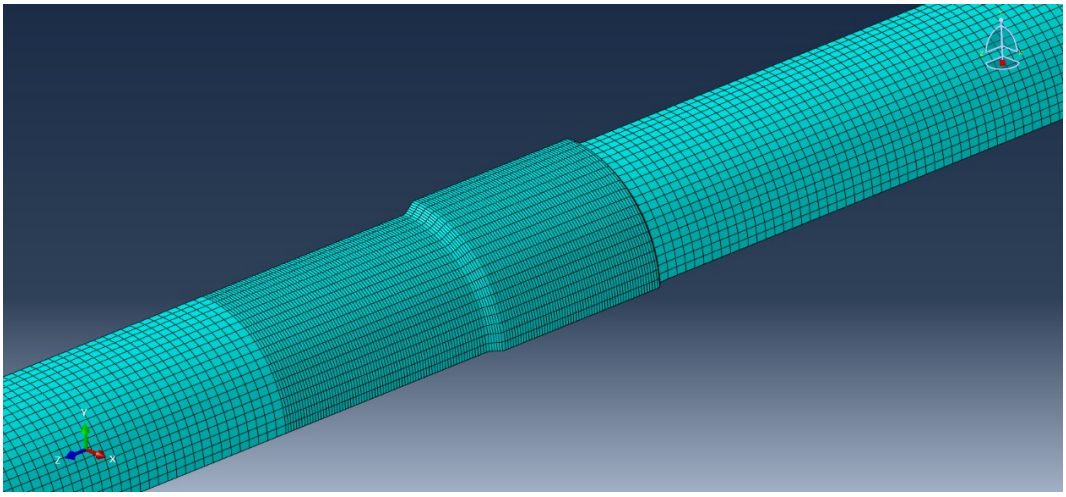


Figura 5-2: *Raffinamento della mesh nella regione di interazione tra buckle propagante e buckle arrestor con spessore 50 mm. Opzione render shell thickness attivata*

Le condizioni al contorno risultano analoghe a quelle descritte nel Capitolo 4.1, con l'unica differenza che la sezione terminale vincolata è stata modellata mediante una condizione di tipo Pinned. Tale scelta consente di ridurre il livello di vincolo imposto alle estremità della tubazione e favorisce lo sviluppo della deformazione associata alla propagazione del buckle, limitando al contempo possibili effetti locali dovuti a un irrigidimento eccessivo delle condizioni di estremità.

L'analisi è stata eseguita mediante procedura Static Riks con opzione NLGEOM attivata. La pressione esterna è stata applicata come carico unitario di riferimento, per cui il load proportionality factor restituito da Abaqus coincide numericamente con il valore della pressione esterna applicata.

L'innesco della propagazione è stato ottenuto introducendo un'imperfezione locale modellata mediante l'applicazione preliminare di uno spostamento radiale pari a 10 mm su un nodo della sezione terminale della tubazione. Tale approccio è stato adottato sulla base delle osservazioni emerse dalle simulazioni presentate nel Capitolo 4.2.3, nelle quali questa modalità di introduzione dell'imperfezione ha mostrato una maggiore capacità di rappresentare il fenomeno di propagazione del buckle rispetto alla modellazione mediante geometria inizialmente ellittica. Poiché il principale obiettivo delle presenti analisi è la determinazione della pressione di crossover e lo studio dell'interazione tra buckle propagante e buckle arrestor, è risultato preferibile introdurre una imperfezione localizzata mantenendo inalterata la geometria della restante parte della tubazione. In questo modo sia il tratto di pipeline sia il buckle arrestor conservano una configurazione inizialmente circolare. Ciò consente di

analizzare il fenomeno di propagazione senza introdurre alterazioni geometriche distribuite che potrebbero influenzare la determinazione della pressione di crossover.

5.2 **Risultati delle simulazioni**

Le simulazioni sono state post-elaborate mediante i diagrammi pressione-variazione di volume introdotti nel Capitolo 4.2.1. A differenza del caso della tubazione uniforme, l'interazione tra il buckle propagante e il tratto rinforzato determina l'insorgenza di una seconda fase caratteristica della risposta strutturale, associata all'attraversamento del buckle arrestor.

5.2.1 *Evoluzione del buckle e pressione di crossover*

La **Figura 5-3** riporta i diagrammi pressione-variazione di volume ottenuti per i tre modelli considerati.

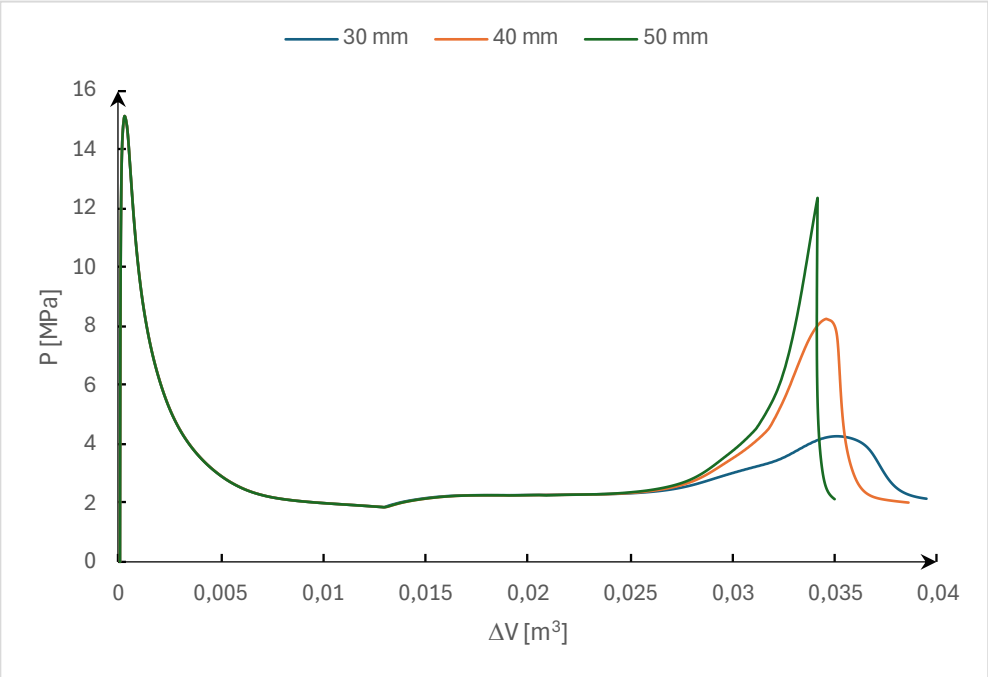


Figura 5-3: *Diagrammi pressione-variazione di volume per i differenti spessori del buckle arrestor*

Nella parte iniziale le tre curve presentano un andamento analogo a quello osservato nel Capitolo 4.2.1. La pressione cresce fino al raggiungimento della pressione di collasso della tubazione, per poi diminuire rapidamente in seguito all'innesco del buckle. Dopo il contatto tra le pareti interne della sezione deformata si osserva un temporaneo incremento della

pressione dovuto al locale irrigidimento della configurazione collassata. Successivamente il buckle si propaga lungo la tubazione in condizioni pressoché stazionarie alla corrispondente pressione di propagazione.

L'avvicinamento del buckle al tratto rinforzato determina una nuova variazione della risposta strutturale. La presenza del buckle arrestor aumenta infatti la resistenza alla propagazione della deformazione e provoca un nuovo incremento della pressione fino al raggiungimento di un secondo valore massimo. Tale valore identifica la pressione di crossover P_x, ossia la pressione necessaria affinché il buckle possa attraversare il tratto rinforzato e continuare a propagarsi oltre il buckle arrestor. Si osserva inoltre come il valore di P_x aumenti al crescere dello spessore del buckle arrestor. In particolare, il modello caratterizzato da spessore pari a 50 mm mostra un picco sensibilmente più pronunciato rispetto agli altri due casi, indicativo di una diversa modalità di interazione tra il buckle e il tratto rinforzato.

Le configurazioni deformate dei tre modelli durante la fase di attraversamento del buckle arrestor sono riportate nelle seguenti figure.

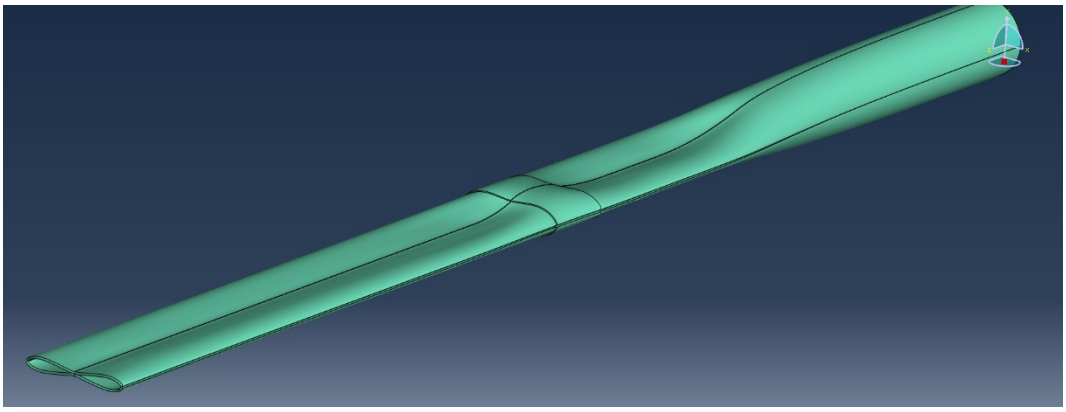


Figura 5-4: *Configurazione deformata dopo l'attraversamento del buckle arrestor con spessore 30 mm*

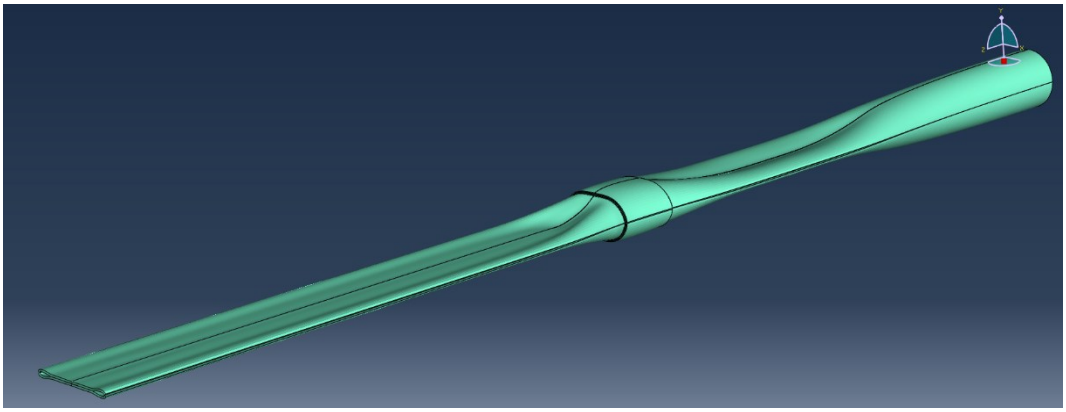


Figura 5-5: *Configurazione deformata dopo l'attraversamento del buckle arrestor con spessore 40 mm*

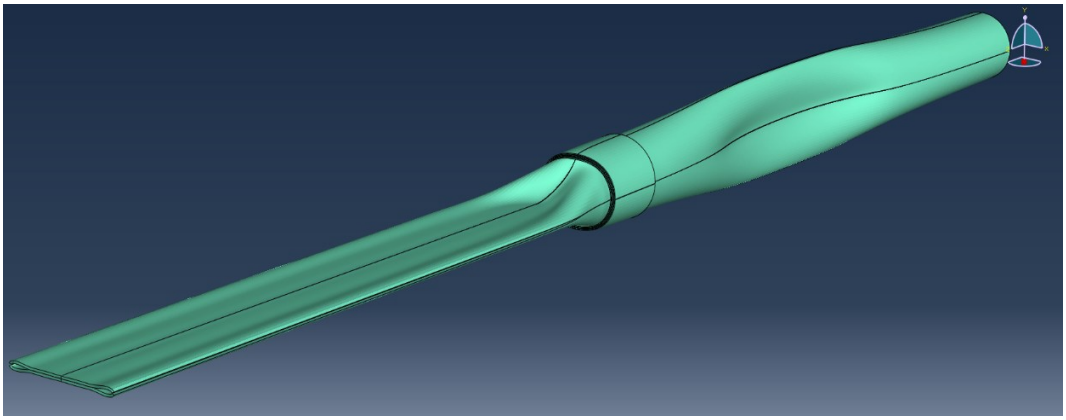


Figura 5-6: *Configurazione deformata dopo l'attraversamento del buckle arrestor con spessore 50 mm*

Dall'analisi delle deformate emerge come i buckle arrestor da 30 mm e 40 mm siano caratterizzati da una modalità di attraversamento di tipo flattening. In tale configurazione il buckle mantiene sostanzialmente invariata la propria forma durante il crossover, propagandosi attraverso il tratto rinforzato con una progressiva deformazione dell'arrestor.

Nel caso del buckle arrestor da 50 mm si osserva invece una modalità di attraversamento di tipo flipping. In questa situazione il maggiore irrigidimento introdotto dal rinforzo impedisce al buckle di mantenere la configurazione deformata originaria e induce una riorganizzazione della deformazione durante il crossover. La sezione collassata a valle dell'arrestor presenta infatti una ovalizzazione ruotata di 90° rispetto a quella osservata a monte. Tale comportamento è stato osservato anche in studi sperimentali e numerici presenti in letteratura ed è generalmente associato a buckle arrestor caratterizzati da maggiore efficacia e da valori più elevati della pressione di crossover [17] [18] [19].

5.2.2 *Pressione di crossover*

La pressione di crossover è stata determinata dal secondo picco delle curve pressione-variazione di volume, corrispondente alla fase di attraversamento del buckle arrestor.

La **Figura 5-7** riporta la variazione della pressione di crossover in funzione dello spessore del buckle arrestor, assumendo costante la lunghezza del rinforzo. Nel grafico sono confrontati i valori ottenuti mediante simulazione FEM con quelli calcolati mediante la formulazione normativa.

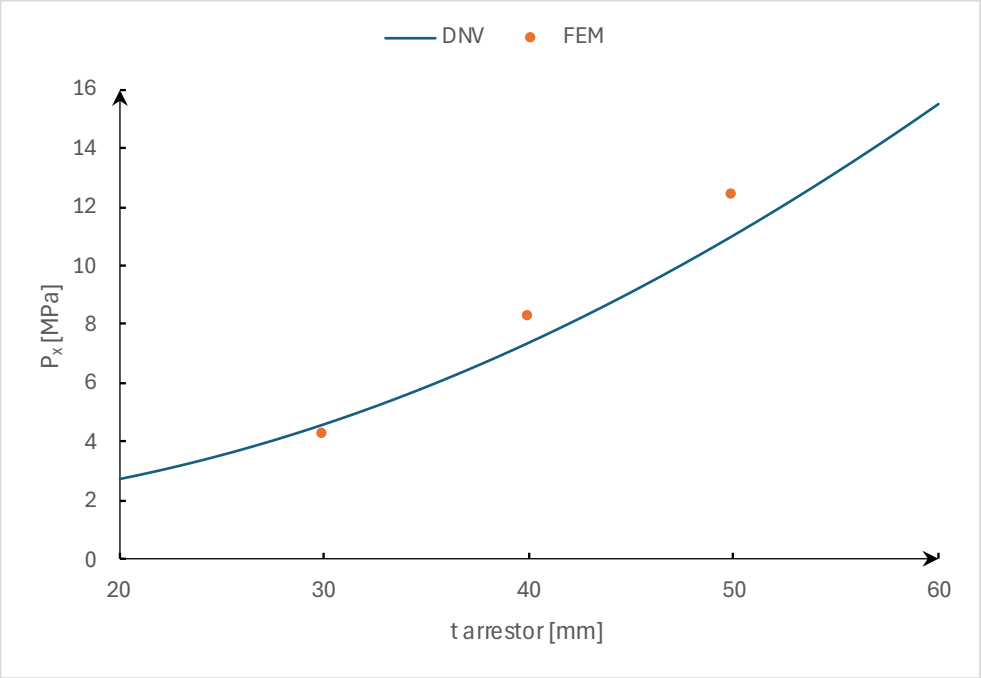


Figura 5-7: *Confronto tra pressione di crossover FEM e previsione normativa al variare dello spessore del buckle arrestor*

Si osserva come l'incremento dello spessore del buckle arrestor produca un aumento della pressione di crossover, in accordo con il comportamento previsto dalla normativa. I risultati numerici risultano ben interpolati dalla curva teorica, evidenziando una buona corrispondenza tra il modello agli elementi finiti e le formulazioni di progetto utilizzate per il dimensionamento dei buckle arrestor.

I valori ottenuti sono riassunti nella **Tabella 5-1**.

Tabella 5-1: *Confronto tra pressione di crossover FEM e calcolo normativo*

Spessore arrestor [mm]	**P_x DNV [MPa]**	**P_x FEM [MPa]**	**Errore [%]**
30	4,58	4,26	6,90
40	7,36	8,25	12,11
50	11,01	12,35	12,20

I risultati ottenuti mediante simulazione numerica risultano in buona concordanza con le valutazioni normative. Gli scostamenti percentuali tra i valori FEM e quelli calcolati mediante la formulazione DNVGL-ST-F101 risultano infatti compresi tra il 6,9% e il 12,2%, confermando la capacità del modello numerico di riprodurre correttamente l'andamento della pressione di crossover al variare dello spessore del buckle arrestor. Oltre alla buona corrispondenza in termini di pressione di crossover, il modello numerico ha consentito di evidenziare le differenti modalità di attraversamento del buckle arrestor. In particolare, il passaggio da un meccanismo di tipo flattening, osservato nei modelli con arrestor da 30 mm e 40 mm, ad un meccanismo di tipo flipping nel caso dell'arrestor da 50 mm, mostra come l'incremento dello spessore del rinforzo influenzi non soltanto il valore della pressione necessaria per il crossover, ma anche la cinematica della deformazione durante l'interazione tra buckle propagante e tratto rinforzato. Tale comportamento risulta coerente con quanto riportato in letteratura per gli integral buckle arrestor, dove arrestor caratterizzati da maggiore rigidezza tendono a sviluppare modalità di attraversamento di tipo flipping, generalmente associate a valori più elevati della pressione di crossover.

Capitolo 6
SIMULAZIONI NUMERICHE DI TUBAZIONI SOGGETTE A MOMENTO FLETTENTE IN CAMPO ELASTICO

Nel Capitolo 2 sono state presentate le principali formulazioni teoriche per la descrizione del comportamento di tubazioni cilindriche soggette a momento flettente, con particolare riferimento alle teorie sviluppate da Brazier [10] e Guarracino [12]. Tali modelli evidenziano come la risposta alla sollecitazione di flessione di tubi a parete sottile sia fortemente influenzata dall'ovalizzazione della sezione trasversale, fenomeno che determina una progressiva riduzione della rigidezza flessionale fino al raggiungimento di un valore limite del momento, comunemente indicato come momento critico di Brazier. Tali formulazioni teoriche sono state sviluppate nell'ambito dell'elasticità lineare e consentono di descrivere non solo l'evoluzione dell'ovalizzazione della sezione, ma anche la comparsa di instabilità locali nella regione compressa della tubazione sotto forma di axial wrinkles. Questi fenomeni risultano particolarmente evidenti per tubazioni caratterizzate da elevati rapporti diametro/spessore, per le quali il comportamento è governato prevalentemente dagli effetti geometrici piuttosto che dalla plasticizzazione del materiale.

Nel presente capitolo vengono quindi analizzati modelli numerici caratterizzati da comportamento puramente elastico, con l'obiettivo di confrontare i risultati ottenuti mediante simulazioni agli elementi finiti con le previsioni teoriche di Brazier e Guarracino. In particolare, verranno esaminati l'andamento del momento critico al variare del rapporto D/t, la formazione delle axial wrinkles e la distribuzione delle tensioni assiali nelle regioni di massima sollecitazione.

L'impiego di un materiale elastico consente di isolare gli effetti legati all'ovalizzazione e alle instabilità geometriche della sezione, eliminando l'influenza della plasticizzazione del materiale. In questo modo risulta possibile effettuare un confronto diretto con le formulazioni teoriche sviluppate nel Capitolo 2 e verificare la capacità del modello numerico di riprodurre i principali fenomeni previsti dalla teoria.

6.1 **Modello numerico**

Per tutte le analisi condotte sono state adottate le proprietà elastiche rappresentative dell'acciaio API X65, quindi un modulo di Young pari a $E = 210\ GPa$ e coefficiente di Poisson $\upsilon = 0{,}3$. La scelta di un comportamento esclusivamente elastico consente di isolare

gli effetti legati all'ovalizzazione della sezione e alle instabilità geometriche, evitando l'influenza della plasticizzazione del materiale e permettendo quindi un confronto diretto con le teorie di Brazier e Guarracino.

La geometria di riferimento è costituita da una tubazione avente diametro medio costante pari a $D = 600\,mm$. Al fine di investigare l'influenza del rapporto diametro/spessore, sono stati considerati differenti valori di spessore della parete, corrispondenti ai rapporti $^{D}/_{t}$ riportati nella **Tabella 6-1**. Per ciascun modello è stata inoltre adottata una lunghezza tale da minimizzare gli effetti delle condizioni al contorno sul tratto centrale della tubazione, sede dello sviluppo dell'ovalizzazione e delle axial wrinkles.

Tabella 6-1: *Geometrie considerate nelle simulazioni elastiche*

Modello	**Lunghezza L [mm]**	**Spessore t [mm]**	$^{D}/_{t}$
1	6000	1,5	400
2	5000	2,0	300
3	3000	4,0	150
4	3000	6,0	100
5	2500	10,0	60
6	2000	15,0	40
7	1500	20,0	30

Per ridurre l'onere computazionale è stata sfruttata la simmetria del problema modellando solamente metà della tubazione. La discretizzazione è stata effettuata mediante elementi shell quadrilateri a quattro nodi di tipo S4R5, particolarmente adatti alla descrizione delle grandi deformazioni della sezione trasversale e dei fenomeni di ovalizzazione. La mesh è stata generata utilizzando 100 elementi lungo la circonferenza della sezione e una dimensione caratteristica degli elementi pari a circa 15 mm.

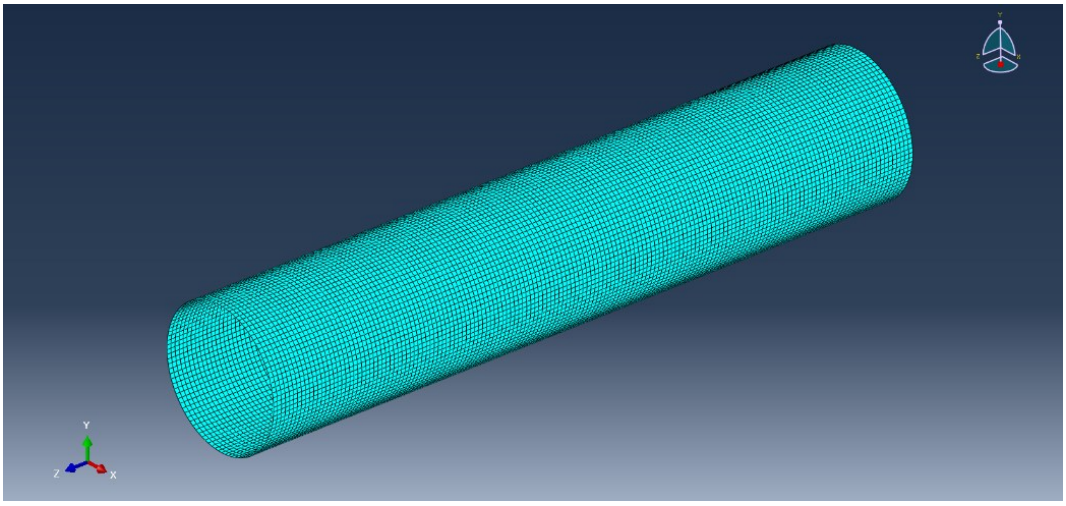


Figura 6-1: *Geometria di metà tubo con mesh, modello 3*

Lo spessore della parete è stato assegnato utilizzando l'opzione shell middle surface, in modo che la superficie geometrica modellata coincida con la superficie media del guscio. Tale scelta risulta coerente con le ipotesi adottate nelle formulazioni teoriche di Brazier e Guarracino, sviluppate a partire dal raggio medio della sezione.

Le condizioni al contorno sono state definite imponendo una condizione di simmetria ZSYMM alla sezione terminale destra della tubazione. Sulla sezione opposta è stato invece creato un reference point, collegato cinematicamente a tutti i nodi della sezione mediante un vincolo di tipo kinematic coupling. Al reference point sono stati bloccati tutti i gradi di libertà, ad eccezione della rotazione attorno all'asse x (UR1), utilizzata per applicare la deformazione flessionale alla struttura. Questa scelta consente di trasferire la rotazione imposta dal reference point all'intera sezione, assicurando che i nodi seguano un moto coerente durante l'applicazione della flessione.

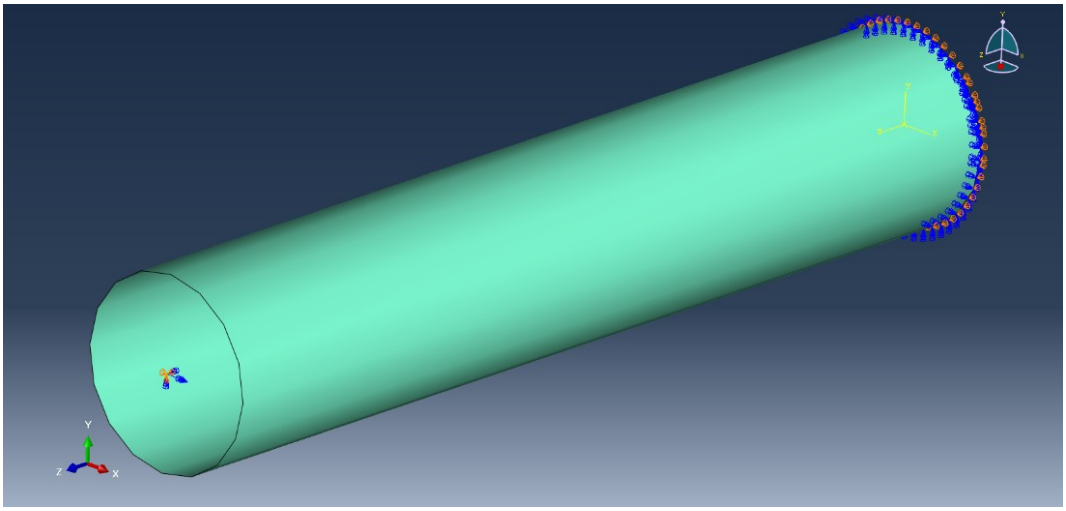


Figura 6-2: *Condizioni al contorno, modello 3*

Le analisi sono state eseguite mediante procedura Static Riks con opzione NLGEOM attivata. Come discusso nel Capitolo 3.2, tale procedura consente di seguire il percorso di equilibrio della struttura anche oltre il raggiungimento del momento critico, permettendo di descrivere l'evoluzione dell'ovalizzazione della sezione e la comparsa delle axial wrinkles. Il caricamento è stato applicato imponendo una rotazione unitaria al reference point, mentre il momento flettente è stato ottenuto come reazione vincolare associata al grado di libertà rotazionale.

Le simulazioni sono state successivamente post-elaborate al fine di determinare il momento critico, la lunghezza caratteristica delle axial wrinkles e la distribuzione delle tensioni assiali nelle regioni maggiormente sollecitate della tubazione.

6.2 **Risultati**

È opportuno sottolineare che i risultati ottenuti derivano da un modello puramente elastico. In assenza di una legge costitutiva elasto-plastica del materiale, i valori di tensione e i corrispondenti momenti critici devono pertanto essere interpretati come risultati teorici, utili per analizzare l'influenza dei parametri geometrici e confrontare le diverse configurazioni considerate, ma non per rappresentare in maniera realistica lo stato tensionale della tubazione.

Come verrà mostrato nel seguito, il raggiungimento del momento critico di instabilità locale avviene in diversi casi per livelli tensionali ampiamente superiori alla tensione di snervamento del materiale, pari a circa 450 MPa. I risultati devono quindi essere interpretati come una validazione delle formulazioni teoriche sviluppate e come uno strumento per analizzare l'influenza dei parametri geometrici sul fenomeno di ovalizzazione e sulla

formazione delle axial wrinkles, piuttosto che come una stima della reale capacità resistente della sezione.

6.2.1 *Momento critico*

Il primo parametro analizzato è il momento critico di instabilità locale, definito come il valore massimo del momento flettente sostenibile dalla tubazione a seguito della progressiva ovalizzazione della sezione trasversale. Come illustrato nel Capitolo 2, tale grandezza può essere ricavata a partire dalla tensione critica mediante la relazione riportata nelle analoghe equazioni (2.5) e (2.22), che mette in relazione il momento flettente con le proprietà geometriche della sezione.

Nel modello numerico il momento flettente è stato ottenuto come reazione vincolare associata al grado di libertà rotazionale applicato nel Reference Point utilizzato per imporre la rotazione. In particolare, nell'ambito dell'analisi non lineare eseguita mediante procedura Riks, è stato tracciato l'andamento del momento in funzione del parametro di carico lungo il percorso di equilibrio. Il momento critico è stato quindi assunto pari al valore massimo raggiunto dalla curva, corrispondente al punto in cui la struttura perde stabilità e si manifesta il fenomeno di instabilità locale. I valori così ottenuti sono stati confrontati con quelli derivanti dalla formulazione teorica, al fine di valutare la capacità del modello analitico di descrivere il comportamento osservato nelle simulazioni numeriche.

La **Figura 6-3** riporta il confronto tra i momenti critici ottenuti mediante calcolo teorico e mediante analisi FEM in funzione dello spessore della parete, mentre la **Figura 6-4** presenta gli stessi risultati in funzione del rapporto D/t.

Per entrambi i grafici è stata adottata una scala logaritmica sull'asse del momento critico, in modo da consentire una migliore rappresentazione dell'intero intervallo di risultati ottenuti, che copre oltre tre ordini di grandezza.

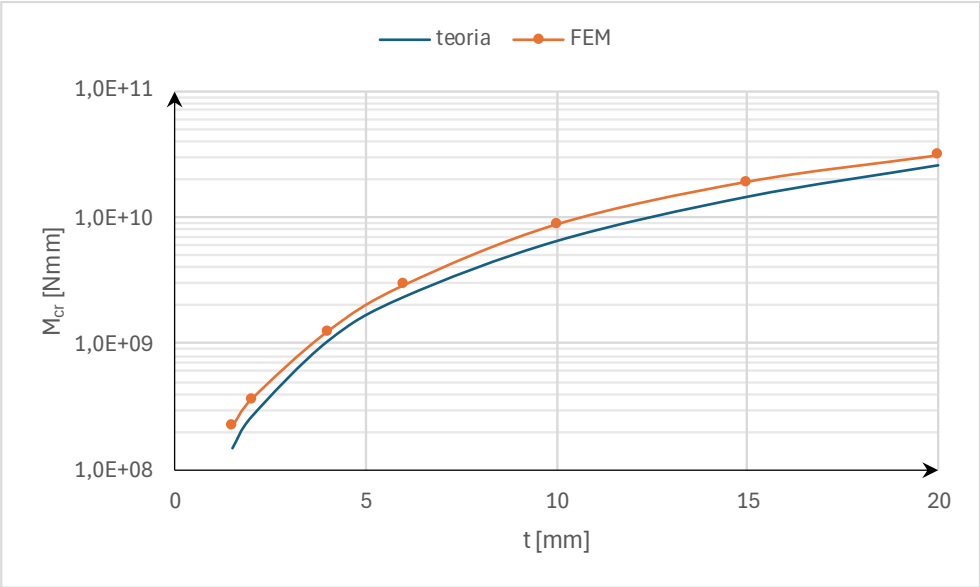


Figura 6-3: *Confronto tra momento critico teorico e numerico al variare dello spessore*

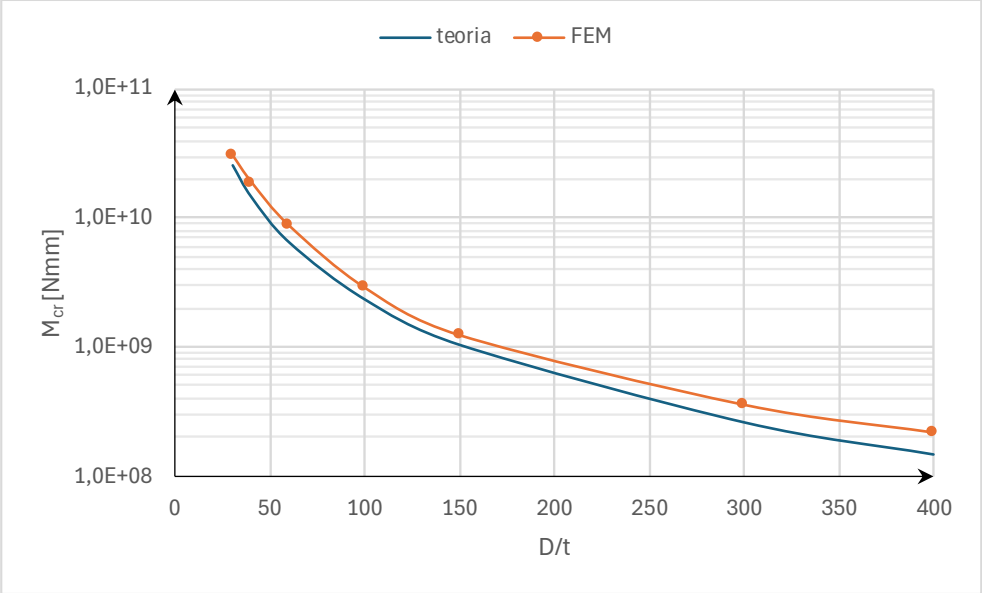


Figura 6-4: *Confronto tra momento critico teorico e numerico al variare del rapporto D/t*

Dall'analisi dei grafici si osserva come il modello FEM fornisca sistematicamente valori di momento critico superiori rispetto a quelli previsti dalla formulazione teorica. Lo scostamento risulta relativamente contenuto per le configurazioni più massicce e tende ad aumentare per

alcune delle configurazioni più snelle. Nonostante tale differenza quantitativa, il calcolo numerico riproduce in maniera soddisfacente l'andamento globale previsto dalla teoria.

In particolare, entrambe le metodologie evidenziano un marcato incremento del momento critico all'aumentare dello spessore e, in modo equivalente, al diminuire del rapporto D/t. Tale comportamento conferma il ruolo predominante della rigidezza della parete nel contrastare i fenomeni di instabilità locale e mostra come il modello numerico sia in grado di riprodurre correttamente le tendenze previste dalla formulazione teorica, fornendo quindi un riscontro positivo sulla sua capacità di descrivere il comportamento della tubazione.

6.2.2 *Axial wrinkles*

Come discusso nel Capitolo 2.2.2, durante la flessione di tubazioni a parete sottile l'ovalizzazione della sezione può essere accompagnata dalla comparsa di instabilità locali nella regione compressa della parete. Tali deformazioni si manifestano sotto forma di ondulazioni longitudinali, comunemente note come axial wrinkles, che si sviluppano prevalentemente in prossimità dell'intradosso della tubazione.

Le seguenti figure riportano due esempi delle configurazioni deformate ottenute mediante simulazione numerica per differenti rapporti D/t. Ai fini della rappresentazione grafica è stato ricostruito l'intero tubo mediante specchiatura del modello rispetto al piano di simmetria xy per facilitare la visualizzazione delle deformazioni lungo la tubazione.

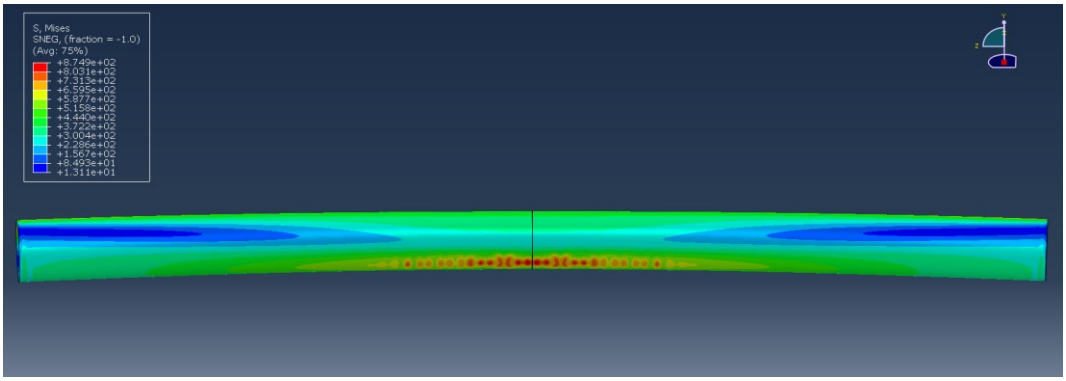


Figura 6-5: *Sviluppo delle axial wrinkles modello D/t=300*

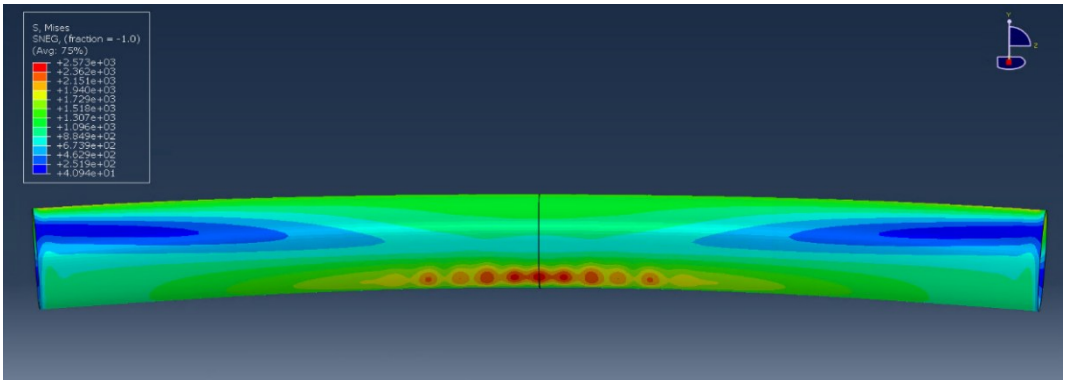


Figura 6-6: *Sviluppo delle axial wrinkles modello D/t=100*

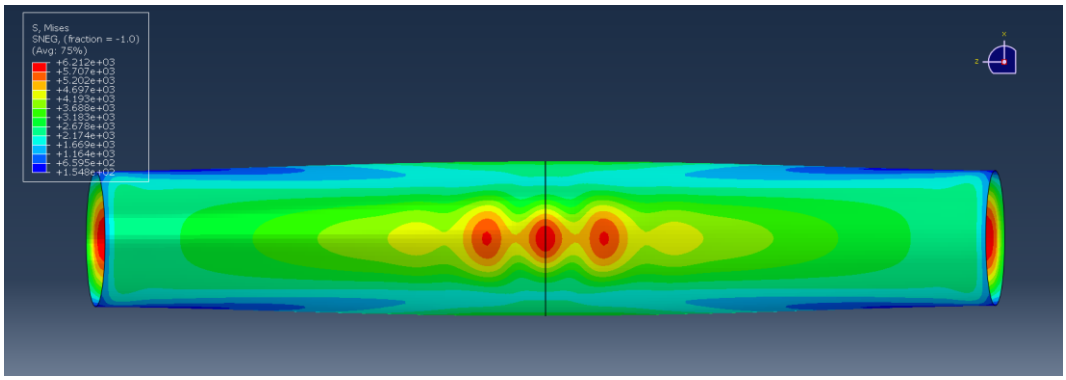


Figura 6-7: *Sviluppo delle axial wrinkles modello D/t=40*

Dall'osservazione delle deformate è possibile riconoscere chiaramente la presenza delle axial wrinkles nella regione compressa della tubazione. Già da un'analisi qualitativa emerge come i modelli caratterizzati da minor spessore della parete presentino ondulazioni più pronunciate e maggiormente ravvicinate, mentre nei modelli con pareti più spesse le deformazioni risultano meno evidenti e caratterizzate da una maggiore distanza reciproca.

Come illustrato nel Capitolo 2.2.2, Guarracino assimila il comportamento della regione compressa della tubazione a quello di una colonna su fondazione elastica continua e ricava una lunghezza caratteristica delle ondulazioni pari a $\lambda = 2\lambda_0$ dove λ_0 è definita dall'equazione (2.23).

Al fine di quantificare tale fenomeno, è stata misurata la distanza media tra due creste consecutive delle ondulazioni sviluppatesi nella regione compressa della tubazione. I valori ottenuti sono stati quindi confrontati con quelli previsti dalla formulazione teorica di Guarracino. La corretta rappresentazione numerica delle axial wrinkles richiede inoltre una discretizzazione sufficientemente fine lungo l'asse della tubazione. Come osservato da Guarracino, la mesh deve essere in grado di descrivere adeguatamente la lunghezza

caratteristica associata all'instabilità locale, assumendo che la mezza lunghezza d'onda teorica λ_0 sia rappresentata da almeno due elementi finiti nella direzione longitudinale [12]. Nel presente lavoro tale requisito risulta soddisfatto per tutte le configurazioni analizzate. In particolare, nel caso maggiormente critico, caratterizzato dalla minore lunghezza d'onda prevista dalla teoria, il valore calcolato risulta dell'ordine di $\lambda_0 \approx 35\ mm$. Considerando una dimensione caratteristica degli elementi lungo la direzione assiale pari a circa $15\ mm$, la mezza lunghezza d'onda risulta descritta da oltre due elementi finiti, in accordo con il criterio suggerito da Guarracino. Ciò consente di catturare correttamente la formazione e lo sviluppo delle axial wrinkles e di effettuare un confronto significativo tra i risultati numerici e le previsioni teoriche

La **Figura 6-8** riporta il confronto tra i valori teorici e numerici della lunghezza caratteristica delle axial wrinkles in funzione dello spessore della parete, mentre la **Figura 6-9** mostra gli stessi risultati in funzione del rapporto D/t.

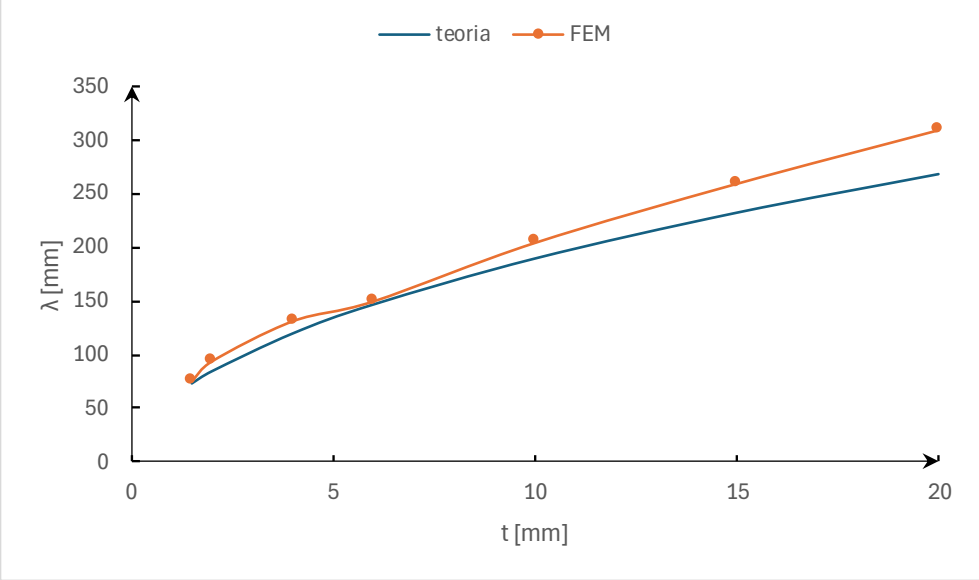


Figura 6-8: *Confronto tra lunghezza delle axial wrinkles teorica e numerica al variare dello spessore*

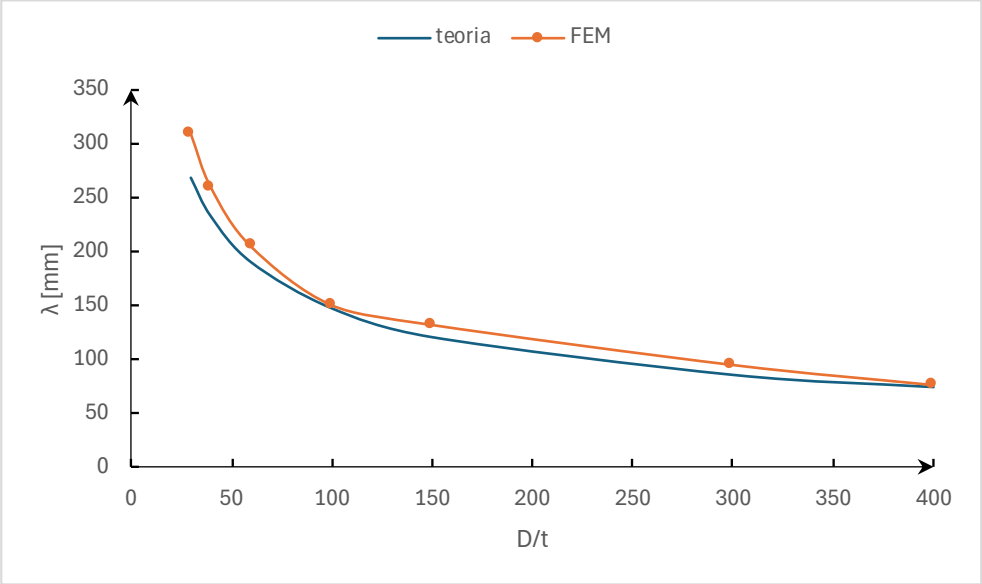


Figura 6-9: *Confronto tra lunghezza delle axial wrinkles teorica e numerica al variare del rapporto D/t*

L'accordo osservato tra risultati teorici e numerici conferma che la lunghezza caratteristica delle axial wrinkles è governata principalmente dalla snellezza della tubazione. I modelli caratterizzati da elevati rapporti diametro/spessore sviluppano infatti ondulazioni più ravvicinate, mentre all'aumentare dello spessore della parete la distanza tra le creste cresce progressivamente, in accordo con le previsioni della formulazione teorica.

I risultati ottenuti mostrano inoltre come il modello agli elementi finiti sia in grado di riprodurre correttamente non solo la presenza delle axial wrinkles, ma anche la loro evoluzione geometrica al variare delle caratteristiche della tubazione. Tale aspetto risulta particolarmente significativo poiché la formazione delle ondulazioni rappresenta uno degli elementi centrali della trattazione proposta da Guarracino per descrivere il comportamento delle tubazioni soggette a flessione. Oltre a influenzare la morfologia della deformazione locale, la presenza delle axial wrinkles modifica anche lo stato tensionale nella regione compressa della tubazione. Nel paragrafo successivo verrà quindi analizzata la distribuzione delle tensioni assiali ottenuta mediante simulazione numerica e confrontata con le previsioni derivanti dal modello teorico.

6.2.3 *Distribuzione delle tensioni assiali*

Come discusso nel Capitolo 2, Guarracino propone una formulazione teorica per la valutazione delle tensioni assiali nella tubazione ovalizzata basata sull'evoluzione della geometria della sezione trasversale durante la flessione. In particolare, una volta raggiunto il

momento critico di Brazier, la sezione originariamente circolare viene assimilata a un'ellisse caratterizzata da un raggio massimo e un raggio minimo , determinati mediante le relazioni (2.17). A partire da tali valori è stato quindi calcolato il momento di inerzia della sezione ovalizzata con l'equazione (2.18) e, mediante la formula di Navier, sono state ricavate le tensioni assiali teoriche all'estradosso e all'intradosso della tubazione, corrispondenti al raggiungimento del momento critico.

Dalla **Figura 6-10** è possibile osservare come, al raggiungimento del momento critico, la sezione centrale assuma una configurazione prossima a quella ellittica prevista dalla teoria di Guarracino. Nella stessa figura risulta inoltre evidente l'influenza delle axial wrinkles sulla distribuzione della tensione assiale nella regione compressa della tubazione.

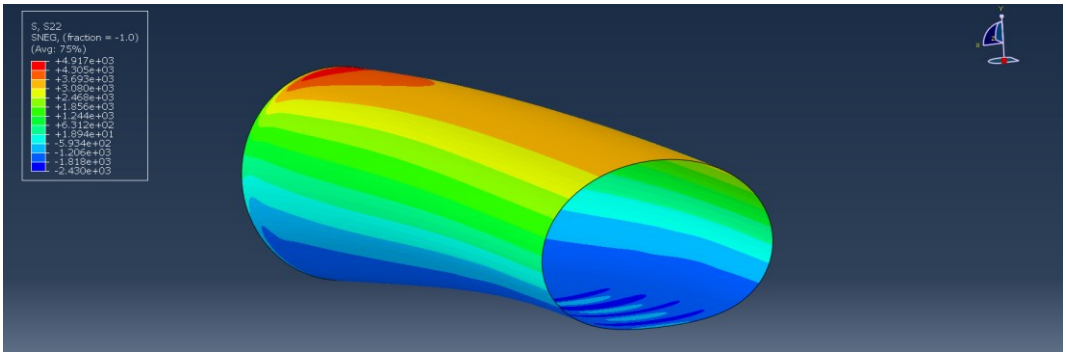


Figura 6-10: *Distribuzione della tensione assiale nel modello D/t=60 e sezione deformata*

Al fine di verificare tali previsioni teoriche, per ogni simulazione è stata effettuata una post-elaborazione delle tensioni assiali lungo le linee nodali corrispondenti all'estradosso e all'intradosso della tubazione. Poiché il modello numerico sfrutta la simmetria del problema e rappresenta solamente metà della struttura, i risultati ottenuti sono stati successivamente specchiati rispetto al piano di simmetria, ricostruendo l'andamento delle tensioni lungo l'intera lunghezza della tubazione. Tale operazione è stata eseguita esclusivamente a fini di rappresentazione grafica e non modifica in alcun modo i risultati numerici ottenuti.

I seguenti grafici riportano alcuni esempi della distribuzione delle tensioni assiali ottenute mediante simulazione numerica per differenti valori del rapporto D/t.

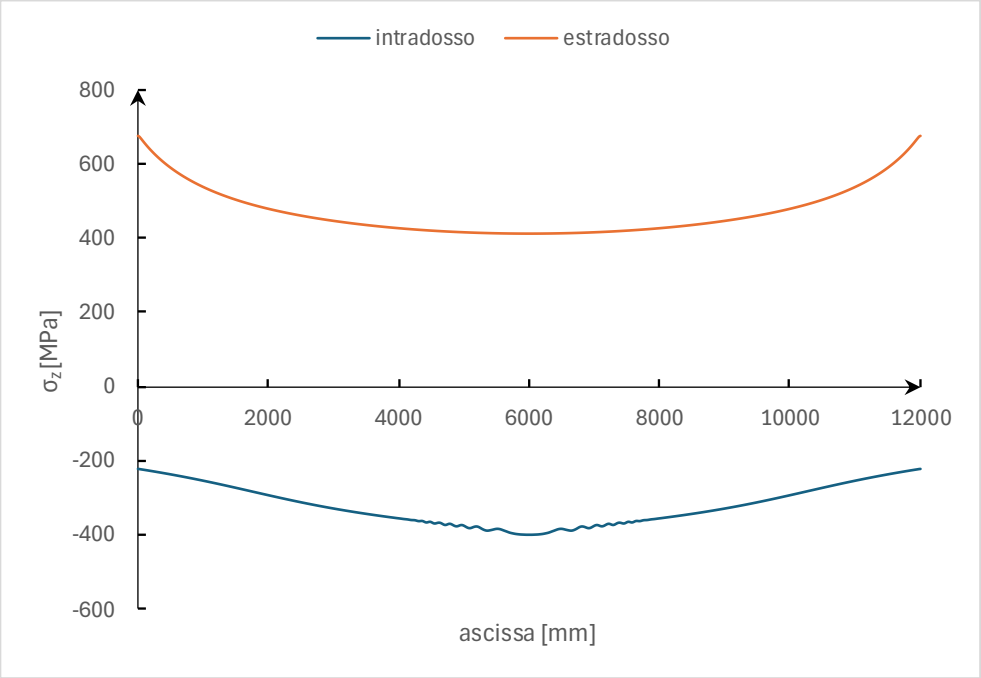


Figura 6-11: *Distribuzione delle tensioni assiali all'estradosso e all'intradosso per D/t = 400*

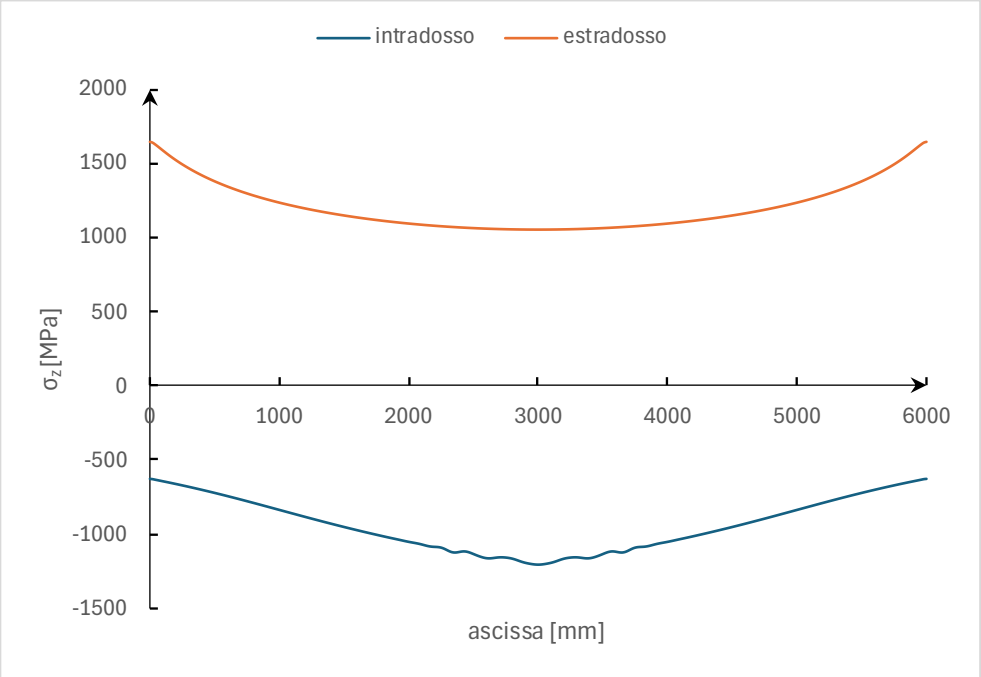


Figura 6-12: *Distribuzione delle tensioni assiali all'estradosso e all'intradosso per D/t = 150*

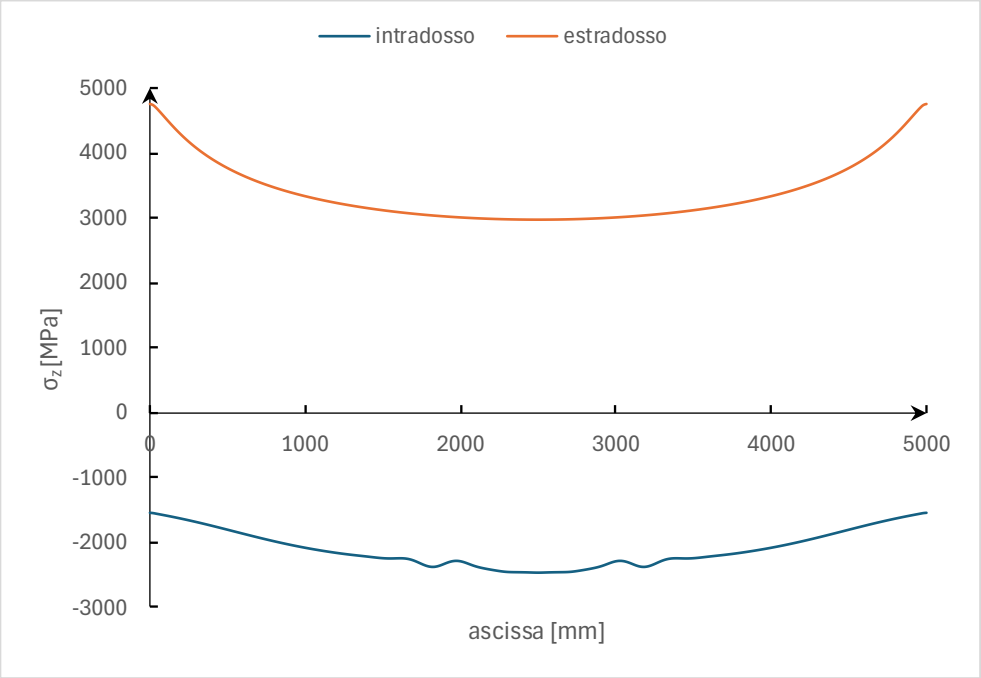


Figura 6-13: *Distribuzione delle tensioni assiali all'estradosso e all'intradosso per D/t = 60*

Dall'analisi dei grafici emerge chiaramente l'influenza delle condizioni al contorno nelle regioni prossime alle estremità della tubazione. Allontanandosi dai vincoli, le tensioni tendono progressivamente a stabilizzarsi fino a raggiungere una condizione pressoché uniforme nella zona centrale del modello, dove gli effetti di bordo risultano trascurabili.

L'estradosso presenta un andamento regolare e sostanzialmente uniforme lungo tutta la regione centrale della tubazione. L'intradosso mostra invece oscillazioni locali della tensione assiale che risultano direttamente associate alla presenza delle axial wrinkles discusse nel paragrafo precedente e rappresentano una manifestazione locale dell'instabilità sviluppatasi nella regione compressa della parete.

Per effettuare un confronto quantitativo con la teoria, sono stati estratti i valori medi delle tensioni numeriche nella regione centrale della tubazione, sufficientemente lontana dalle estremità e pertanto non influenzata dalle condizioni al contorno. I risultati ottenuti sono riportati nella **Tabella 6-2**.

Tabella 6-2: *Confronto tra tensioni assiali teoriche e tensioni FEM medie nella regione centrale della tubazione estradosso e intradosso*

D/t	σ_z teorica [MPa]	σ_z FEM estradosso [MPa]	Errore estradosso [%]	σ_z FEM intradosso [MPa]	Errore intradosso [%]
400	400	410	2,4	-401	0,2
300	534	538	0,8	-541	1,4
150	1068	1055	1,2	-1187	11,2
100	1601	1656	3,4	-1605	0,2
60	2669	2983	11,8	-2472	7,4
40	4004	4355	8,8	-3783	5,5
30	5338	4915	7,9	-4040	24,3

Dall'analisi della tabella si osserva come i valori teorici risultino in buon accordo con le tensioni ottenute mediante simulazione numerica, in particolare per quanto riguarda l'estradosso. Gli scostamenti percentuali risultano generalmente contenuti e confermano la capacità della formulazione proposta da Guarracino di descrivere correttamente lo stato tensionale globale associato all'ovalizzazione della sezione.

All'intradosso si osservano invece differenze maggiori rispetto alle previsioni teoriche. Tale comportamento è coerente con quanto mostrato nei grafici precedenti e può essere attribuito alla presenza delle axial wrinkles, che introducono oscillazioni locali della tensione assiale non contemplate nella formulazione analitica. Nonostante tali differenze, i livelli tensionali medi ottenuti mediante simulazione rimangono dello stesso ordine di grandezza di quelli previsti teoricamente.

Nel complesso, i risultati ottenuti confermano quanto osservato da Guarracino: l'ovalizzazione della sezione consente una corretta stima delle tensioni assiali medie nella zona maggiormente sollecitata della tubazione, mentre la comparsa delle axial wrinkles determina una redistribuzione locale delle tensioni nella regione compressa, responsabile delle oscillazioni osservate nelle analisi numeriche. Questa differenza di comportamento tra estradosso e intradosso costituisce una delle principali evidenze dell'influenza delle instabilità locali sullo stato tensionale delle tubazioni soggette a flessione.

Capitolo 7
SIMULAZIONI NUMERICHE DI TUBAZIONI SOGGETTE A MOMENTO FLETTENTE CON COMPORTAMENTO ELASTOPLASTICO

Nel Capitolo 6 sono state presentate simulazioni numeriche eseguite assumendo un comportamento puramente elastico del materiale. Tale scelta ha consentito di confrontare direttamente i risultati ottenuti mediante il modello agli elementi finiti con le formulazioni teoriche di Brazier e Guarracino, evidenziando il ruolo dell'ovalizzazione della sezione, la formazione delle axial wrinkles e la distribuzione delle tensioni assiali nella tubazione soggetta a flessione. Nelle applicazioni reali, tuttavia, le pipeline offshore operano in condizioni nelle quali la risposta strutturale è influenzata in maniera significativa dalla plasticizzazione del materiale. In tali circostanze il raggiungimento della tensione di snervamento può avvenire prima dello sviluppo delle instabilità elastiche previste dalla teoria, modificando profondamente il comportamento della tubazione e la sua capacità deformativa. Per questo motivo, nel presente capitolo vengono analizzate simulazioni numeriche sviluppate adottando un comportamento elastoplastico rappresentativo dell'acciaio API X65. L'obiettivo non è più il confronto con il momento critico elastico di Brazier, bensì lo studio dell'evoluzione simultanea di ovalizzazione, tensione equivalente e deformazione assiale durante la flessione della tubazione.

Particolare attenzione verrà dedicata al legame tra lo sviluppo delle deformazioni permanenti e la capacità della struttura di sostenere ulteriori incrementi di curvatura e ovalizzazione dopo il raggiungimento dello snervamento. Tale aspetto riveste un notevole interesse ingegneristico, poiché consente di valutare in quale misura criteri progettuali basati esclusivamente sul raggiungimento della tensione di snervamento possano risultare conservativi rispetto alla reale capacità deformativa della tubazione.

I risultati ottenuti permetteranno inoltre di discutere l'influenza dello spessore della parete sulla risposta della struttura e di evidenziare come parametri quali l'ovalizzazione della sezione e la deformazione assiale possano fornire informazioni complementari rispetto ai tradizionali criteri basati esclusivamente sullo stato tensionale del materiale.

7.1 **Modello numerico**

Per tutte le analisi è stato considerato un diametro esterno costante pari a 600 mm e una lunghezza totale della tubazione pari a 6000 mm. Sono stati analizzati tre differenti valori di

spessore della parete, pari rispettivamente a 15 mm, 20 mm e 30 mm, corrispondenti a rapporti D/t pari a 40, 30 e 20; valori rappresentativi delle condizioni operative delle pipeline offshore.

Il materiale è stato modellato mediante una legge elastoplastica isotropa basata sulle proprietà dell'acciaio API X65 già introdotta nel Capitolo 4.1.

La geometria è stata modellata mediante elementi shell quadrilateri a quattro nodi con integrazione ridotta di tipo S4R, particolarmente adatti all'analisi di grandi deformazioni e fenomeni di ovalizzazione della sezione trasversale. Lo spessore è stato assegnato sulla superficie media (shell middle surface), in accordo con le ipotesi adottate nelle formulazioni teoriche discusse nei capitoli precedenti.

La discretizzazione è stata realizzata utilizzando 100 elementi lungo la circonferenza della sezione trasversale, mentre lungo la direzione assiale è stata adottata una dimensione caratteristica degli elementi pari a circa 15 mm, in modo da garantire una corretta rappresentazione dell'evoluzione della deformazione durante la flessione.

L'applicazione del momento flettente è stata ottenuta mediante due Reference Point posizionati in corrispondenza del centro delle sezioni terminali della tubazione. Ciascun Reference Point è stato collegato cinematicamente ai nodi della rispettiva sezione tramite un vincolo di tipo kinematic coupling, in modo da garantire il trasferimento uniforme delle rotazioni e delle reazioni vincolari.

La sezione terminale destra è stata vincolata bloccando tutti i gradi di libertà del relativo Reference Point ad eccezione della rotazione attorno all'asse x (UR1). Sulla sezione terminale sinistra sono stati invece impediti gli spostamenti traslazionali dei nodi della sezione. Il caricamento è stato applicato imponendo ai due Reference Point una rotazione unitaria attorno all'asse x, con verso opposto alle due estremità, in modo da generare una configurazione di pura flessione lungo la tubazione.

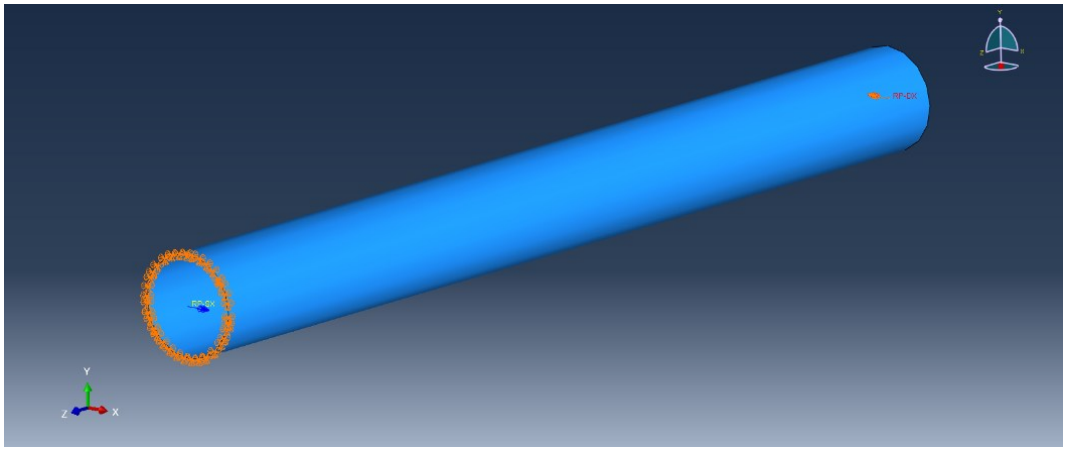


Figura 7-1: *Condizioni al contorno e applicazione del momento flettente mediante rotazioni imposte ai Reference Point*

Le analisi sono state eseguite mediante procedura Static Riks con opzione NLGEOM attivata, consentendo di seguire la risposta della struttura anche in presenza di elevate non linearità geometriche e materiali. Il momento flettente applicato è stato determinato a partire dalla reazione vincolare associata al grado di libertà rotazionale dei Reference Point.

7.1.1 *Risultati delle simulazioni*

Le simulazioni sono state post-elaborate con l'obiettivo di analizzare l'evoluzione simultanea della risposta strutturale della tubazione, dello stato tensionale del materiale e dell'ovalizzazione della sezione trasversale durante la flessione. In particolare, per ciascun modello sono stati monitorati il momento flettente applicato, la tensione equivalente di Von Mises nel punto maggiormente sollecitato e l'ovalizzazione della sezione centrale della tubazione.

L'ovalizzazione è stata determinata mediante post-processing dei risultati numerici, misurando durante l'intera analisi i diametri massimo e minimo della sezione centrale e applicando la definizione introdotta dall'equazione (1.34). Parallelamente sono state estratte la tensione equivalente di Von Mises e la deformazione assiale nel nodo appartenente all'intradosso della sezione centrale, corrispondente alla regione soggetta ai più elevati livelli di compressione.

Le **Figure 7-2**, **7-4** e **7-6** riportano l'evoluzione del momento flettente e della tensione equivalente di Von Mises in funzione dell'ovalizzazione della sezione per i tre modelli considerati. Le **Figure 7-3**, **7-5** e **7-7** mostrano invece gli stessi parametri in funzione della deformazione assiale misurata nel nodo maggiormente sollecitato.

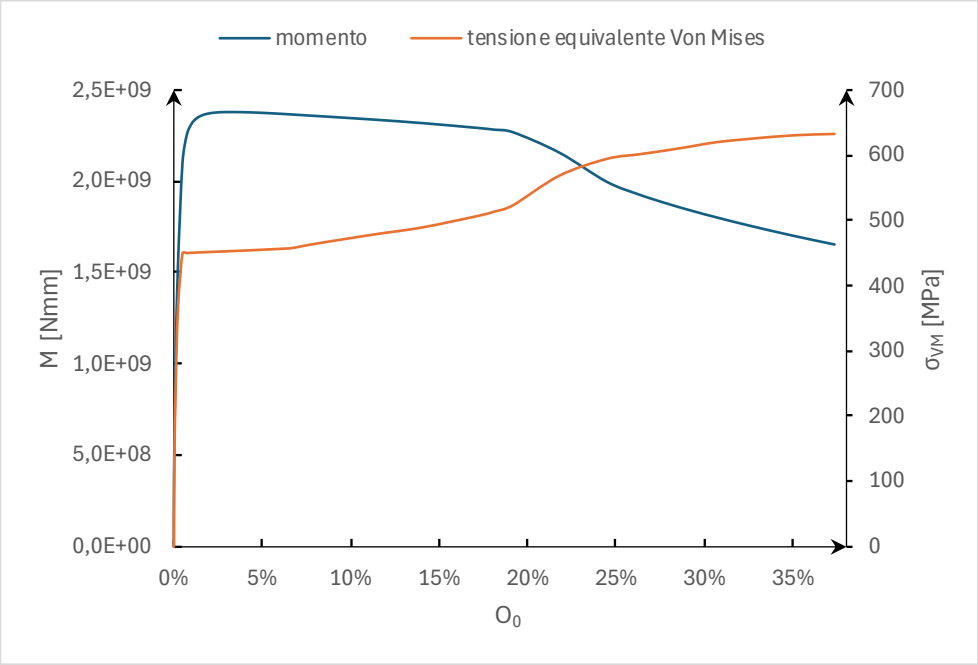


Figura 7-2: *Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione dell'ovalizzazione per il modello con t = 15 mm (D/t = 40)*

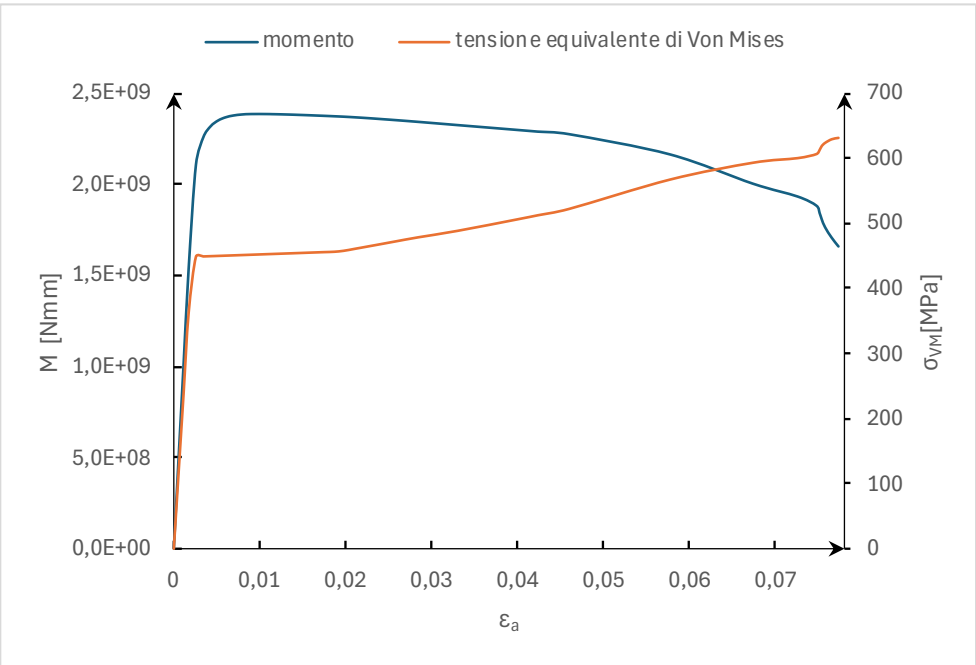


Figura 7-3: *Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione della deformazione assiale per il modello con t = 15 mm (D/t = 40)*

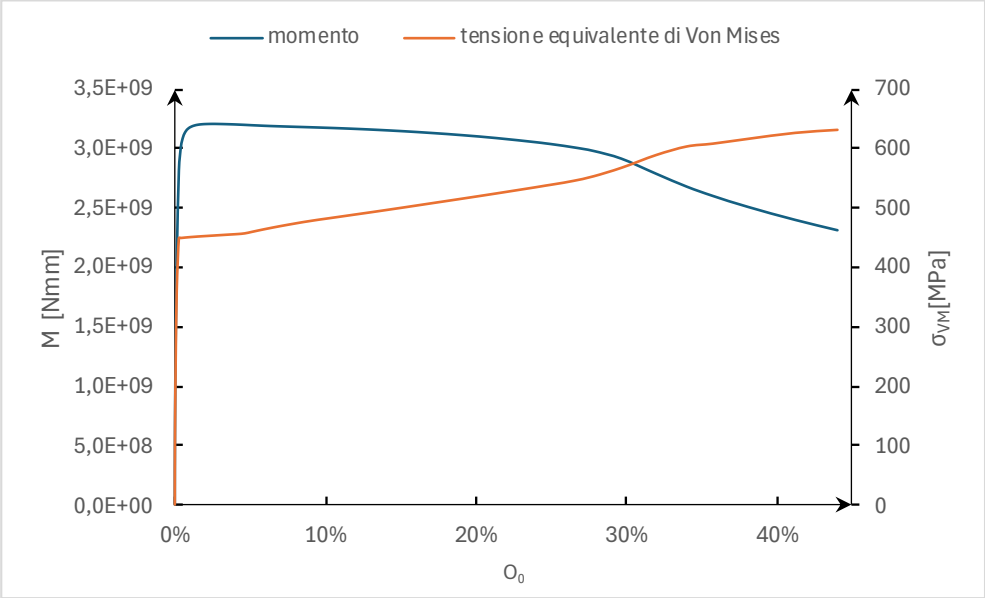


Figura 7-4: *Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione dell'ovalizzazione per il modello con t = 20 mm (D/t = 30)*

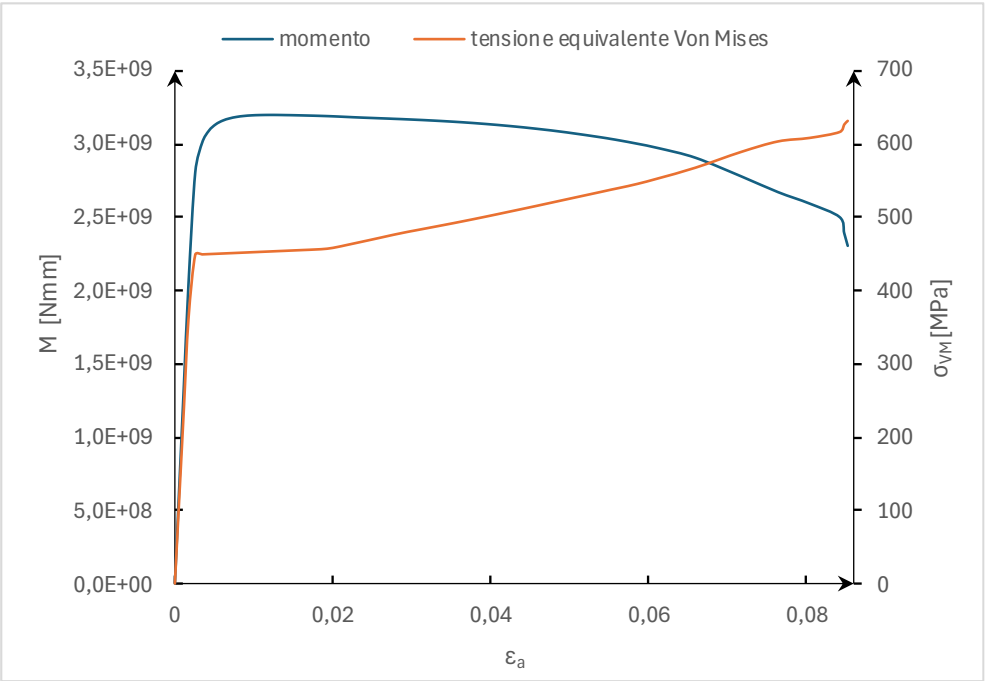


Figura 7-5: *Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione della deformazione assiale per il modello con t = 20 mm (D/t = 30)*

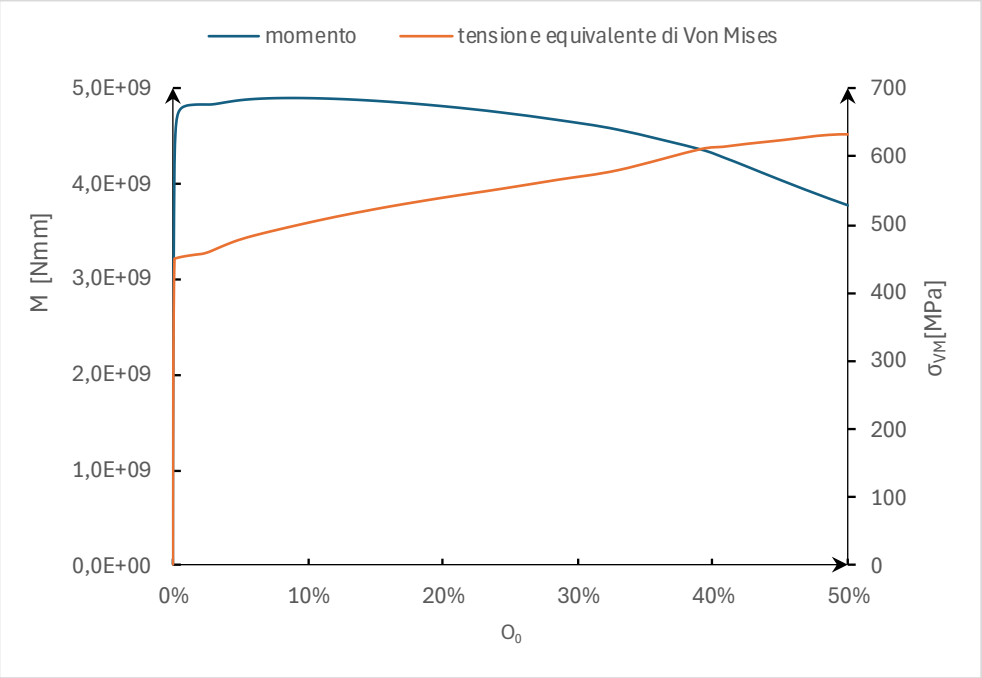


Figura 7-6: *Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione dell'ovalizzazione per il modello con t = 30 mm (D/t = 20)*

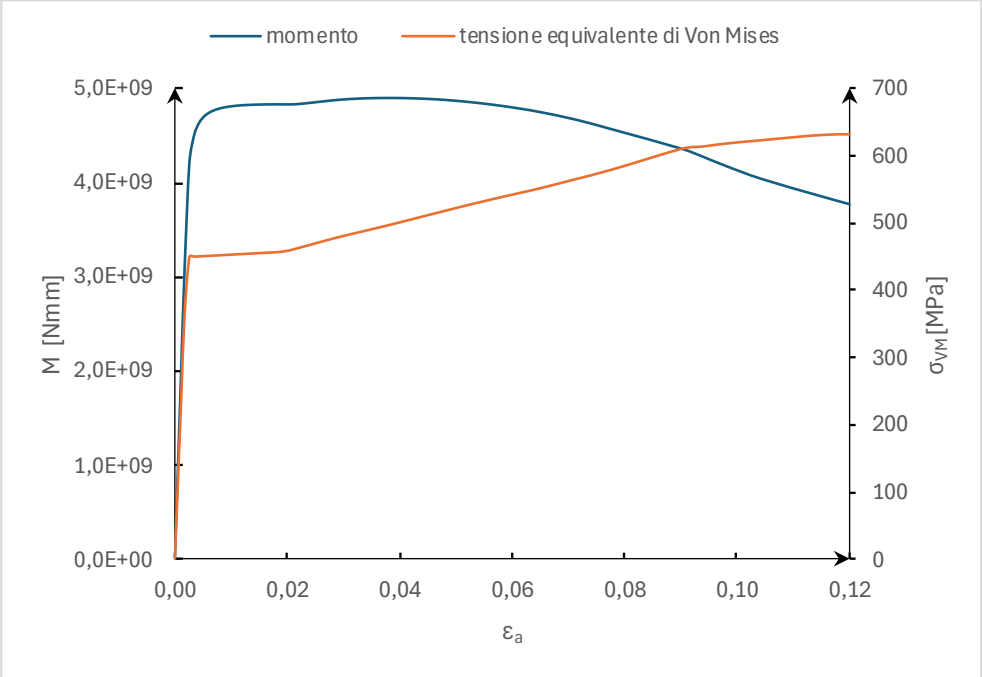


Figura 7-7: *Momento flettente e tensione equivalente di Von Mises in funzione della deformazione assiale per il modello con t = 30 mm (D/t = 20)*

Dall'analisi dei grafici emerge come la tensione equivalente segua inizialmente l'andamento elastico del materiale fino al raggiungimento della tensione di snervamento. Superata tale soglia, la tubazione continua tuttavia a sviluppare deformazioni significative e ad aumentare il proprio livello di ovalizzazione senza manifestare una perdita improvvisa della capacità portante.

Si osserva inoltre come, per tutti i modelli analizzati, il raggiungimento della tensione di snervamento avvenga in corrispondenza di valori estremamente contenuti dell'ovalizzazione della sezione. Al contrario, il proseguimento della deformazione plastica è accompagnato da incrementi molto significativi dell'ovalizzazione e della deformazione assiale locale, evidenziando una notevole capacità deformativa della struttura anche oltre il limite elastico.

Un ulteriore aspetto di interesse riguarda il confronto con i risultati ottenuti nel Capitolo 6.2.1. Le simulazioni elastoplastiche mostrano infatti valori di momento massimo sensibilmente inferiori rispetto ai corrispondenti momenti critici elastici previsti dalle teorie di Brazier e Guarracino. Tale comportamento risulta coerente con la fisica del problema: per i rapporti D/t tipici delle pipeline offshore, la plasticizzazione del materiale interviene prima dello sviluppo delle instabilità elastiche che caratterizzano le tubazioni estremamente sottili. Di conseguenza, fenomeni quali la formazione di axial wrinkles non assumono in questo caso un ruolo dominante nella risposta strutturale.

Le **Figure 7-8** e **7-9** mostrano, a titolo esemplificativo, la configurazione deformata della tubazione in corrispondenza del raggiungimento della tensione di snervamento e della tensione ultima del materiale.

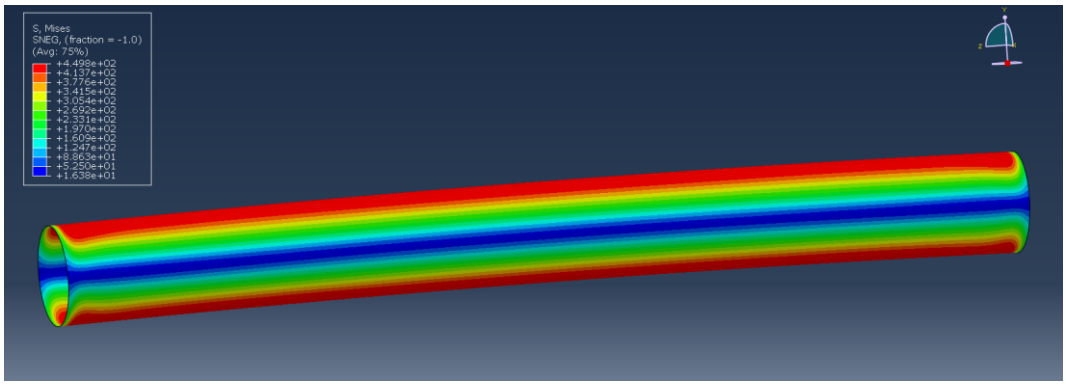


Figura 7-8: *Configurazione deformata della tubazione e distribuzione della tensione equivalente di Von Mises al raggiungimento della tensione di snervamento*

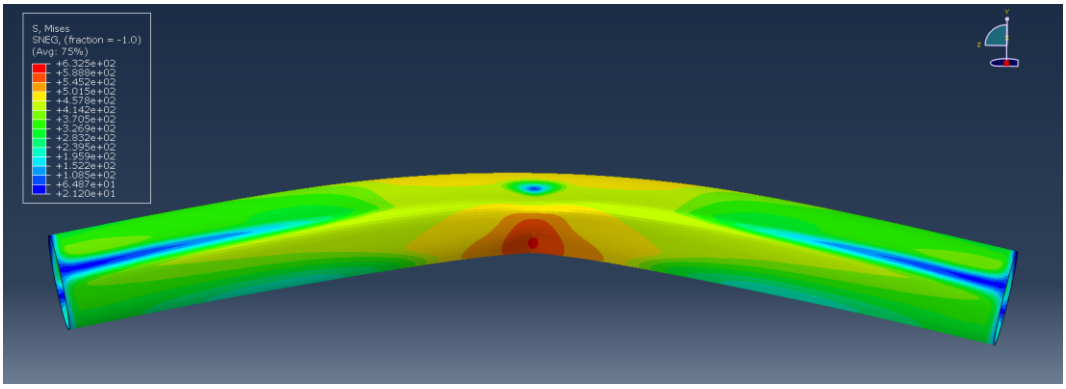


Figura 7-9: *Configurazione deformata della tubazione e distribuzione della tensione equivalente di Von Mises al raggiungimento della tensione ultima del materiale*

Dalle deformate risulta evidente come il raggiungimento della tensione di snervamento corrisponda a una configurazione ancora caratterizzata da deformazioni geometriche molto contenute. Al contrario, in corrispondenza della tensione ultima si osserva una marcata concentrazione delle deformazioni nella regione compressa della tubazione, accompagnata da una significativa ovalizzazione della sezione e dalla perdita dell'uniformità della deformazione lungo la parete.

Per quantificare tale comportamento sono stati individuati, per ciascun modello, i valori di ovalizzazione e deformazione assiale corrispondenti sia alla tensione di snervamento sia alla tensione ultima della legge del materiale. I risultati ottenuti sono riportati nella **Tabella 7-1**.

Tabella 7-1: *Ovalizzazione e deformazione assiale corrispondenti alla tensione di snervamento e alla tensione ultima*

t [mm]	D/t	O_0 a σ_y [%]	O_0 a σ_u [%]	ε_a a σ_y [%]	ε_a a σ_u [%]
15	40	0,49	37,4	0,26	7,7
20	30	0,27	44,1	0,26	8,5
30	20	0,12	51,8	0,26	12,5

Dall'analisi della tabella emerge chiaramente come lo snervamento del materiale avvenga per valori estremamente ridotti sia dell'ovalizzazione sia della deformazione assiale. In tutti i modelli considerati, l'ovalizzazione corrispondente alla tensione di snervamento risulta infatti inferiore allo 0,5%, mentre la deformazione assiale coincide sostanzialmente con la deformazione di snervamento dell'acciaio X65.

Successivamente, la tubazione continua tuttavia a sviluppare deformazioni molto più elevate. L'ovalizzazione raggiunge infatti valori compresi tra circa il 37% e il 52%, mentre la deformazione assiale locale può superare il 12% nel modello più spesso. Tali risultati evidenziano come il raggiungimento della tensione di snervamento non coincida con una condizione di collasso della struttura, ma rappresenti soltanto l'inizio di una fase caratterizzata da una significativa capacità deformativa.

Per valutare lo stato tensionale della tubazione in corrispondenza di livelli di ovalizzazione più prossimi ai limiti adottati in ambito normativo, è stata inoltre analizzata la tensione equivalente di Von Mises in corrispondenza di un'ovalizzazione pari al 5%. Tale valore rappresenta il limite raccomandato dall' Eurocodice 3 (EN 1993-4:2007) per la limitazione dell'ovalizzazione della sezione nell'ambito dello stato limite LS3 [20]. I risultati ottenuti sono riportati in **Tabella 7-2**.

Tabella 7-2: *Tensione equivalente di Von Mises in corrispondenza di un'ovalizzazione del 5%*

t [mm]	D/t	O_0 [%]	σ_{VM} [MPa]
15	40	5	455
20	30	5	460
30	20	5	477

Dall'analisi dei risultati emerge come, già in corrispondenza del limite di ovalizzazione del 5%, la tensione equivalente di Von Mises abbia superato il valore di snervamento del materiale. Ne consegue che, pur trattandosi di un'ovalizzazione ancora relativamente contenuta rispetto ai valori raggiunti a seguito dell'ulteriore deformazione della tubazione, la parete ha già superato la condizione di primo snervamento e si trova quindi in una fase di comportamento plastico.

Si osserva inoltre una chiara influenza dello spessore della parete. All'aumentare dello spessore, la tubazione è infatti in grado di sviluppare livelli sempre maggiori sia di ovalizzazione sia di deformazione assiale prima del raggiungimento della tensione ultima del materiale. Tale comportamento è associato al progressivo incremento della resistenza della sezione, che consente di sostenere deformazioni geometriche più elevate senza perdita significativa della capacità portante. I risultati ottenuti evidenziano quindi come il raggiungimento della tensione di snervamento e l'evoluzione delle deformazioni della sezione rappresentino fenomeni distinti, entrambi rilevanti nella valutazione della risposta strutturale della tubazione.

In questo contesto, parametri deformativi quali l'ovalizzazione della sezione e la deformazione assiale possono fornire informazioni significative sulla reale capacità deformativa della tubazione. Tale impostazione risulta coerente con quanto previsto dalla normativa Eurocodice 3 (EN 1993-4:2007), che considera distintamente gli stati limite relativi alla resistenza della sezione (LS1), alla limitazione della deformazione plastica (LS2) e all'eccessiva deformazione della sezione, associata in particolare ai fenomeni di ovalizzazione e instabilità locale (LS3). Per quest'ultimo stato limite, la normativa raccomanda un limite di ovalizzazione pari al 5%, valore assunto come riferimento nell'analisi condotta [20].

L'adozione di criteri progettuali basati esclusivamente sul raggiungimento della tensione di snervamento può infatti condurre a soluzioni fortemente conservative, che richiedono incrementi dello spessore della parete per soddisfare i limiti imposti dalla normativa. Sebbene tale approccio incrementi la resistenza della condotta, esso comporta anche un aumento del peso della pipeline e delle difficoltà associate alle operazioni di trasporto, movimentazione e installazione offshore. Analogamente, il recente Eurocodice 8 (EN 1998-4:2025) per la progettazione sismica delle pipeline introduce verifiche basate su grandezze deformative quali deformazione assiale, curvatura e ovalizzazione della sezione, riconoscendo che il comportamento strutturale della condotta non può essere descritto unicamente attraverso criteri tensionali [21].

Le simulazioni svolte mostrano invece come una valutazione basata anche sull'evoluzione dell'ovalizzazione e della deformazione assiale possa fornire una descrizione più completa della risposta strutturale della tubazione, consentendo di sfruttarne in modo più efficace la capacità deformativa senza compromettere la sicurezza del sistema, soprattutto quando sottoposto a carichi flessionali importanti come durante l’installazione offshore o in caso di geohazard quali frane, faglie o liquefazione del suolo. In tale prospettiva, la valutazione della risposta strutturale mediante parametri deformativi appare maggiormente coerente con i più recenti approcci prestazionali adottati nella progettazione delle pipeline, nei quali il mantenimento dell'integrità e della funzionalità della condotta assume un ruolo altrettanto importante rispetto al rispetto dei tradizionali limiti tensionali.

CONCLUSIONI

L'obiettivo del presente lavoro di tesi è stato lo studio del comportamento strutturale di pipeline sottomarine soggette a pressione esterna e flessione, mediante l'impiego di modelli numerici agli elementi finiti sviluppati con il software Abaqus. L'attività è stata articolata in diverse fasi, comprendenti la validazione dei modelli numerici rispetto a formulazioni teoriche e normative di riferimento, l'analisi dei fenomeni di collasso e propagazione del buckle, lo studio dell'efficacia dei buckle arrestor e l'investigazione del comportamento delle condotte soggette a flessione sia in campo elastico sia in campo elastoplastico.

Nella prima parte del lavoro è stata analizzata la risposta di tubazioni soggette a pressione idrostatica esterna. Le simulazioni numeriche hanno mostrato una buona capacità di riprodurre le pressioni di collasso previste dalle formulazioni DNVGL-ST-F101, evidenziando inoltre l'importanza delle imperfezioni geometriche iniziali nella determinazione della resistenza della condotta. In particolare, il confronto tra imperfezioni globali e locali ha messo in evidenza come la distribuzione spaziale dell'imperfezione possa influenzare in maniera significativa la pressione di collasso ottenuta, confermando la forte sensibilità del fenomeno alle condizioni iniziali della struttura.

Successivamente è stato studiato il fenomeno della propagazione del buckle e l'efficacia dei buckle arrestor come dispositivi di arresto del collasso progressivo. Le simulazioni hanno consentito di riprodurre il comportamento caratteristico osservato sperimentalmente, individuando l'esistenza di una pressure crossover e mettendo in evidenza i fenomeni di flattening e flipping, che governano l'interazione tra buckle e arrestor. I risultati ottenuti hanno confermato la capacità dei buckle arrestor di interrompere la propagazione del collasso e hanno fornito una descrizione dei principali meccanismi fisici alla base del loro funzionamento.

La seconda parte del lavoro è stata dedicata allo studio del comportamento a flessione delle pipeline. Mediante modelli elastici è stato possibile confrontare i risultati numerici con le teorie sviluppate da Brazier e successivamente estese da Guarracino. Le simulazioni hanno mostrato una buona corrispondenza sia in termini di momento critico sia nella previsione dell'ovalizzazione della sezione e della formazione delle wrinkles nella zona compressa. Tale accordo ha confermato la capacità dei modelli numerici adottati di riprodurre i fenomeni considerati e la validità delle formulazioni teoriche di riferimento nell'ambito delle ipotesi alla base della loro applicazione.

Nell'ultima fase del lavoro l'analisi è stata estesa a tubazioni in acciaio X65, descritte mediante un comportamento elastoplastico. Lo studio ha evidenziato come il raggiungimento

della tensione di snervamento rappresenti solamente una fase dell'evoluzione strutturale della condotta e non coincida necessariamente con il raggiungimento delle sue condizioni ultime. Le simulazioni hanno infatti mostrato che, tra l'inizio della plasticizzazione e il raggiungimento della tensione massima prevista dalla legge costitutiva adottata, la tubazione può sviluppare incrementi molto significativi dell'ovalizzazione della sezione e della deformazione assiale. Nei modelli analizzati sono stati osservati valori di ovalizzazione superiori al 35% e deformazioni assiali locali superiori al 10% in corrispondenza di condizioni prossime al limite ultimo della legge materiale. Questi risultati evidenziano l'esistenza di un intervallo di risposta post-elastica nel quale la condotta continua a deformarsi significativamente oltre il primo snervamento.

L'analisi ha inoltre evidenziato il ruolo dello spessore della parete nella risposta deformativa della struttura. Nei modelli considerati, all'aumentare dello spessore è stato possibile raggiungere livelli più elevati di ovalizzazione e deformazione assiale prima di arrivare alla tensione massima prevista dalla legge costitutiva adottata. Tale risultato suggerisce che l'incremento dello spessore non influisca soltanto sulla resistenza della sezione, ma anche sulla sua capacità di sviluppare deformazioni geometriche significative. Questa osservazione deve tuttavia essere interpretata in relazione alle geometrie e alle condizioni di carico specificamente analizzate.

Un ulteriore approfondimento ha riguardato il rapporto tra i criteri di verifica basati sulle tensioni e quelli fondati sul controllo delle deformazioni. In particolare, il confronto con il limite di ovalizzazione del 5% richiamato nell'ambito dell'Eurocodice 3, EN 1993-4-3:2007, ha permesso di valutare lo stato tensionale raggiunto dalle tubazioni a tale livello di deformazione. Per tutti esaminati, la tensione equivalente di Von Mises risultava superiore alla tensione di snervamento del materiale. Questo risultato mette in evidenza un aspetto significativo: il raggiungimento di un limite deformativo di riferimento può corrispondere a uno stato di plasticizzazione già sviluppato, nel quale il superamento della tensione di snervamento non implica, di per sé, che la condotta abbia raggiunto una condizione di collasso. Al tempo stesso, il rispetto di un limite di ovalizzazione non può essere considerato sufficiente, da solo, a garantire la sicurezza strutturale. È quindi necessario interpretare congiuntamente la risposta tensionale e quella deformativa, tenendo conto delle condizioni di carico, delle proprietà del materiale e dei requisiti specifici di progetto. Si sottolinea inoltre che il valore di ovalizzazione del 5% costituisce un riferimento normativo la cui applicabilità deve essere valutata rispetto al contesto progettuale considerato, senza estenderne automaticamente la validità a qualsiasi condotta sottomarina o condizione di esercizio.

Nel complesso, i risultati ottenuti confermano l'importanza di affiancare al controllo delle tensioni la valutazione di parametri deformativi quali l'ovalizzazione della sezione e la deformazione assiale. Queste grandezze consentono di descrivere l'evoluzione della risposta strutturale anche oltre l'inizio della plasticizzazione e di approfondire la capacità deformativa della condotta. In questa prospettiva, il ricorso a criteri di verifica che considerino sia lo stato tensionale sia le deformazioni sviluppate rappresenta un aspetto rilevante per una valutazione più completa del comportamento delle pipeline sottoposte a condizioni di carico severe.

Nel complesso, il lavoro svolto ha consentito di sviluppare e validare una metodologia numerica in grado di descrivere i principali fenomeni di instabilità e deformazione delle pipeline offshore, attraverso il confronto con formulazioni teoriche e riferimenti normativi. I risultati ottenuti hanno inoltre evidenziato come la risposta strutturale delle condotte non possa essere interpretata facendo riferimento a un unico parametro, ma richieda una valutazione integrata dei fenomeni di collasso, delle tensioni e delle deformazioni. Le analisi condotte costituiscono pertanto una base per ulteriori approfondimenti, finalizzati a definire criteri di verifica che rappresentino in modo sempre più completo la risposta delle tubazioni sottomarine e la loro capacità di mantenere l'integrità strutturale nelle condizioni di carico considerate.

BIBLIOGRAFIA

[1] S. Kyriakides e E. Corona, Mechanics of Offshore Pipelines, vol. 1 Buckling and Collapse, Oxford: Elsevier, 2007.

[2] S. Timoshenko e J. Gere, Theory of Elastic Stability, New York: McGraw-Hill, 1961.

[3] D. Brush e B. Almroth, Buckling of Bars, Plates, and Shells, New York: McGraw-Hill, 1975.

[4] S. Kyriakides e P. Shaw, Response and stability of elastoplastic circular pipes under combined bending and external pressure, International Journal of Solids and Structures, 1982.

[5] DNVGL, DNVGL-ST-F101 STANDARD, "Submarine Pipeline Systems", Oslo, 2017.

[6] M. Yeh e S. Kyriakides, "Collapse of deepwater pipelines", Proceedings of Offshore Technology Conference, Houston, 1986.

[7] C. Murphey e C. Langner, "Ultimate Pipe Strength Under Bending, Collapse and Fatigue", Proceedings of the 4th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Dallas, 1985.

[8] S. Timoshenko, Working Stresses for Columns and Thin-Walled Structures, Journal of Applied Mechanics, 1933.

[9] T. Sriskandarajah, V. Rao e S. Manouchehri , «Integral buckle arrestors for deepwater rigid pipelines installed by reeling method,» in *Proceedings of the ASME 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, Rotterdam, 2011.

[10] L. Brazier, «On the flexure of thin cylindrical shells and other thin sections,» Proceedings of the Royal Society, 1927, pp. 104-114.

[11] C. Ellinas e A. Walker, A development in the reeling method for laying subsea pipelines, Perth, Australia: Proc. 1st Petr. Tech .Austr. Conf., 1985.

[12] F. Guarracino, «On the analysis of cylindrical tubes under flexure: theoretical formulations, experimental data and finite element analyses,» *Thin-Walled Structures,* vol. 41, n. 2-3, pp. 127-147, 2003.

[13] E. Riks, An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems, International Journal of Solids and Structures, 1979.

[14] Dassault Systèmes SIMULIA, Configuring a Static, Riks Procedure, Abaqus Documentation.

[15] A. Stamou, «Finite Element Modeling of Collapse and Buckle Propagation in Deep Subsea Pipelines,» Greece, 2021.

[16] E. Torselletti, F. Marchesani, R. Bruschi e L. Vitali, «Buckle propagation and its arrest: buckle arrestor design versus numerical analyses and experiments,» in *Proceedings of the 22nd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering OMAE*, Messico, 2003.

[17] T. Park e S. Kyriakides, On the performance of integral buckle arrestors for offshore, International journal of Mechanical Sciences, 1997, pp. 643-669.

[18] L. Lee e S. Kyriakides, Integral buckle arrestors for offshore pipelines: Enhanced design criteria, International Journal of Mechanical Sciences, 2008, pp. 1058-1064.

[19] R. Toscano, L. Mantovano, P. Amenta, R. Charreau, D. Johnson, A. Assanelli e E. Dvorkin, Collapse arrestors for deepwater pipelines. Cross-over mechanisms, Computers & Structures, 2008, pp. 728-743.

[20] E. C. f. Standardization, Eurocode 3-Design of steel structures-Part 4-3: Pipelines (EN 1993-4-3:2007), Bruxelles: CEN, 2007.

[21] European Committee for Standardization, Eurocode 8-Design of structures for earthquake resistance-Part 4: Silos, tanks, pipelines, towers, masts and chimneys, Standard EN 1998-4:2025, CEN, 2025.