

# Indice

Introduzione .....	2
1 Cenni sull'analisi dinamica delle strutture .....	4
1.1 Sistemi a un grado di libertà (SDOF).....	4
1.2 Vibrazione libera di un sistema ad un grado di libertà.....	5
1.2.1 Vibrazione libera non smorzata.....	5
1.2.2 Vibrazione libera smorzata e sistemi sottosmorzati .....	10
1.2.3 Decadimento del moto.....	15
1.2.4 Test in vibrazione libera .....	18
2 Introduzione all'analisi tempo-frequenza .....	19
3 Descrizione del telaio oggetto di studio.....	26
3.1 Telaio nudo.....	26
3.2 Telaio tamponato .....	28
4 Descrizione della sperimentazione .....	30
4.1 Strumentazione utilizzata.....	30
4.2 Configurazione di misura e parametri adottati.....	32
5 Rielaborazione dati.....	34
6 Risultati.....	45
6.1 Frequenze e smorzamenti.....	45
6.2 Analisi tempo-frequenza .....	60
Conclusioni .....	94
Bibliografia.....	95

## Introduzione

Nella seguente tesi viene analizzato il comportamento dinamico di un telaio in acciaio che si trova nel Laboratorio di Prove di Materiali e Strutture della Facoltà di Ingegneria dell'Università Politecnica delle Marche, per indagare i contributi offerti dalle tamponature alla rigidità strutturale.

Verranno analizzati i dati provenienti da una campagna sperimentale effettuata precedentemente sul telaio in oggetto, in particolare saranno analizzati i dati provenienti da prove di Snap-Back (o di rilascio) sia sul telaio nudo che tamponato. La prova consiste nello spingere il telaio imponendo un certo livello di spostamento, mantenere lo spostamento per un determinato tempo e infine rilasciarlo istantaneamente, facendolo oscillare attorno alla configurazione di equilibrio. Le prove sono state effettuate con un livello di carico crescente fino a completa rottura delle tamponature presenti.

L'obiettivo della tesi è quello di valutare il contributo delle tamponature sui parametri dinamici, quali frequenza di oscillazione e smorzamento, del telaio. L'indagine avviene anche attraverso un'analisi tempo-frequenza sulle risposte dinamiche del telaio nudo e tamponato. Attraverso l'indagine di questi parametri è possibile caratterizzare dinamicamente il comportamento globale della struttura.

La tesi si compone di 6 capitoli.

Nel primo capitolo vengono introdotti i concetti teorici fondamentali sulla dinamica delle strutture, individuando le formule e i metodi utilizzati in fase di elaborazione dei dati. Nel secondo capitolo viene riportata una definizione generale di analisi tempo-frequenza e in particolare l'analisi tempo-frequenza con la Short-Time Fourier Transform (STFT), anche con l'utilizzo di 2 esempi tratti dal codice Matlab che sarà adottato per la rielaborazione dei dati delle prove.

Il terzo capitolo riporta la descrizione del telaio oggetto di studio con e senza tamponature con l'utilizzo di disegni e foto per comprendere meglio la configurazione.

Nel quarto capitolo viene descritta la sperimentazione effettuata in precedenza sul telaio oggetto di studio, in particolare la prova di Snap-Back, la strumentazione utilizzata per lo

svolgimento di essa, la configurazione di misura e i parametri adottati.

Il quinto capitolo riporta la rielaborazione dei dati effettuata con il software Matlab e descrive le procedure utilizzate per ricavare i parametri dinamici del telaio

Nel sesto capitolo vengono riportati i risultati, ovvero le frequenze di oscillazione e gli smorzamenti ricavati nella fase di rielaborazione dei dati e viene riportata l'analisi tempo-frequenza relativa sia al telaio nudo che al telaio tamponato.

# 1 Cenni sull'analisi dinamica delle strutture

## 1.1 Sistemi a un grado di libertà (SDOF)

Il sistema considerato è mostrato schematicamente in Figura 1.1.1. Consiste in una massa  $m$  concentrata a livello del tetto, un telaio senza massa che conferisce rigidità al sistema e uno smorzatore viscoso che dissipa l'energia di vibrazione del sistema. Si assume che il traverso e le colonne siano inestensibili assialmente. Questo sistema può essere considerato come l'idealizzazione di una struttura ad un piano, in cui ogni elemento strutturale (trave, pilastro, muro, ecc.) contribuisce alle proprietà inerziali (massiche), elastiche (rigidezza o flessibilità) e dissipative (smorzamento). Nel sistema idealizzato, tuttavia, ciascuna di queste proprietà è concentrata in tre componenti separate: componente di massa, componente di rigidità e componente di smorzamento.

Il numero di spostamenti indipendenti richiesti per definire la condizione deformata di tutte le masse rispetto alla loro posizione di origine è definito *numero di gradi di libertà* (DOF) per l'analisi dinamica. In genere sono necessari più DOF per definire le proprietà di rigidità di una struttura rispetto alle DOF necessarie per rappresentare le proprietà inerziali. Si consideri il sistema rappresentato in figura 1.1.1, costretto a muoversi solo nella direzione dell'eccitazione. Il problema dell'analisi statica deve essere formulato con tre DOF: uno spostamento laterale e due rotazioni nei nodi. Al contrario, per le analisi dinamiche la struttura ha un solo DOF (lo spostamento laterale) se idealizzato con massa concentrata in un punto, tipicamente al livello del tetto. Quindi lo chiameremo sistema a singolo grado di libertà (SDF).

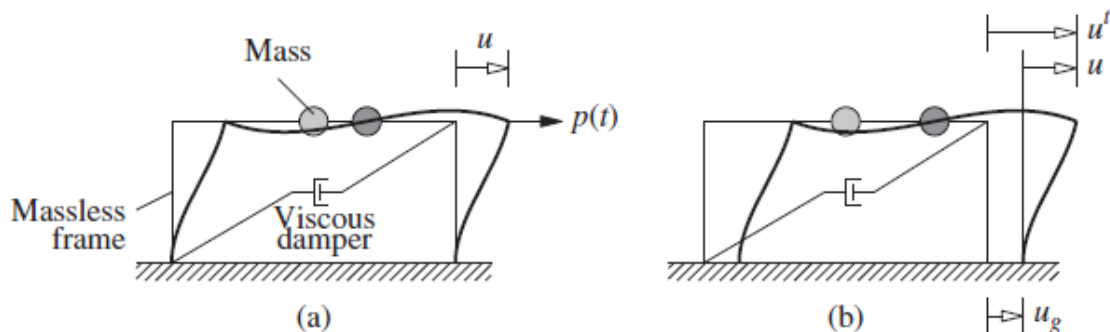


Figura 1.1.1-Sistema ad un grado di libertà(SDOF):(a) con forza applicata  $p(t)$ ; (b) movimento del suolo indotto dal terremoto

## 1.2 Vibrazione libera di un sistema ad un grado di libertà

Si dice che una struttura è soggetta a vibrazione libera quando viene disturbata dalla condizione di equilibrio statico e quindi comincia a vibrare a seguito di una eccitazione iniziale.

Vedremo lo studio in vibrazione libera di un sistema ad un grado di libertà, introducendo le nozioni di rapporto di smorzamento e frequenza di vibrazione. Osserveremo come la velocità di decadimento del moto in vibrazione libera è controllata dal rapporto di smorzamento; sebbene lo smorzamento delle strutture reali sia dovuto a diversi meccanismi di dissipazione di energia che agiscono contemporaneamente, un approccio matematicamente conveniente è quello di idealizzarli mediante uno smorzamento viscoso equivalente.

### 1.2.1 Vibrazione libera non smorzata

Il moto di un sistema ad un grado di libertà può essere schematizzato con un sistema composto da massa-smorzatore-molla soggetto ad una forza esterna  $p(t)$ . Ci si riferisce dunque ad un oscillatore semplice, elastico lineare (molla dotata di rigidità  $k$ ) e smorzato (associato ad un elemento con comportamento viscoso lineare), vedi Figura 1.2.1.1(a).

La Figura 1.2.1.1(b) invece mostra le forze che agiscono sulla massa ( $m$ ), queste includono: la forza di richiamo elastica  $f_s = k \cdot u$ , esercitata da una molla lineare con rigidità  $k$ ; la forza di richiamo viscoso  $f_c = c \cdot \dot{u}$ , a seguito di uno smorzamento viscoso lineare, la forza peso  $f_p = m \cdot g$ , dove  $g$  è l'accelerazione di gravità e la forza di inerzia  $f_i = m \cdot \ddot{u}$ , vedi Figura 1.2.1.1(c).

$u, \dot{u}$  e  $\ddot{u}$  sono rispettivamente lo spostamento, la velocità e l'accelerazione della massa.

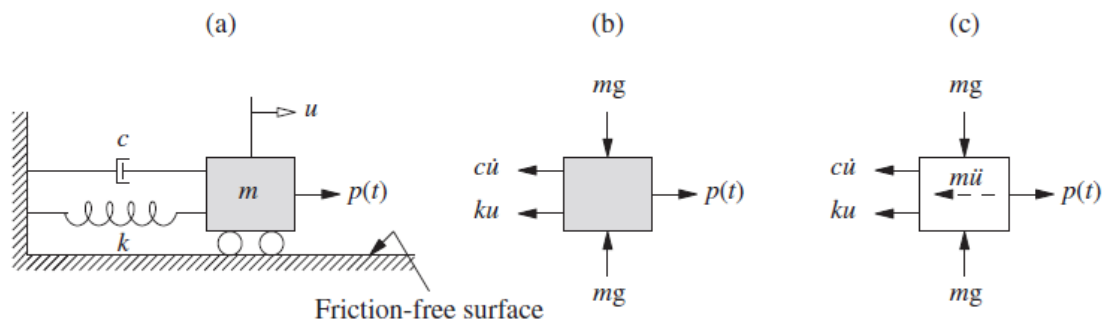


Figura 1.2.1.1-(a) sistema massa- smorzatore-molla soggetto ad una forza esterna  $p(t)$ ; (b) forze agenti sulla massa ( $m$ ); (c) forza di inerzia

Per l'equilibrio l'equazione del moto diventa:

$$m\ddot{u}+c\dot{u}+ku=p(t) \quad (1)$$

Sostituendo:

$$f_i+f_c+f_s=p(t) \quad (2)$$

Imponendo  $p(t)=0$  nella formula (1) si ottiene l'equazione del moto in vibrazione libera, che per sistemi non smorzati ( $c=0$ ) diventa:

$$m\ddot{u}+ku=0 \quad (3)$$

La vibrazione libera è ottenuta perturbando il sistema rispetto alla sua condizione statica di equilibrio, impartendo alla massa uno spostamento  $u(0)$  o una velocità  $\dot{u}(0)$  al tempo zero. Con queste condizioni iniziali, la soluzione dell'equazione differenziale omogenea è ottenuta con metodi standard:

$$u(t) = u(0)\cos\omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n}\sin\omega_n t \quad (4)$$

dove:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5)$$

L'equazione (4) riportata in figura 1.2.1.2 mostra che il sistema subisce vibrazioni (o movimento oscillatorio) rispetto alla sua posizione di equilibrio statico (o non deformato,  $u = 0$ ) e che questo movimento si ripete dopo ogni  $2\pi/\omega_n$  secondi. In particolare, le condizioni (spostamento e velocità) della massa nei due istanti di tempo,  $t_1$  e  $t_1 + 2\pi/\omega_n$ , sono identiche:  $u(t_1) = u(t_1 + 2\pi/\omega_n)$  e  $\dot{u}(t_1) = \dot{u}(t_1 + 2\pi/\omega_n)$ . Il moto descritto dall'equazione (4) mostrato in figura 1.2.1.2 è noto come *oscillazione armonica libera*.

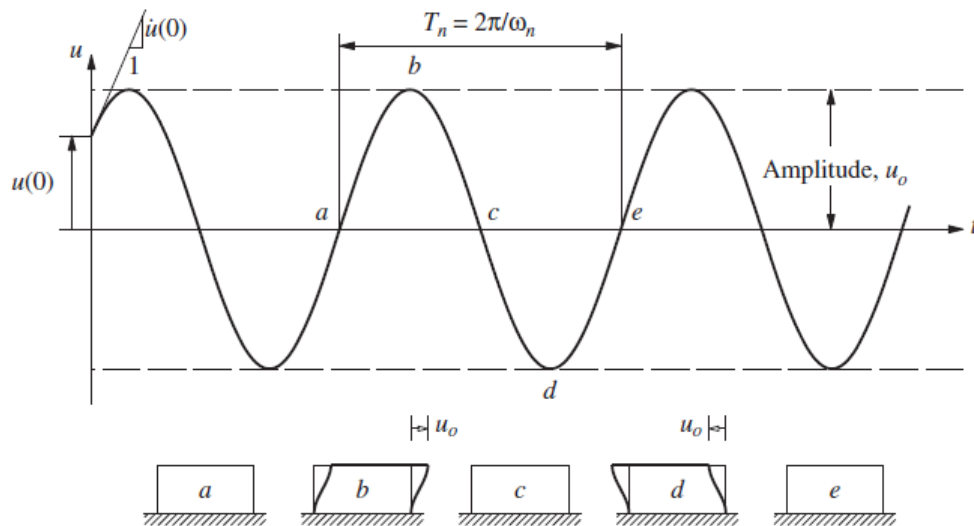


Figura 1.2.1.2- Oscillazione libera di un sistema non smorzato

La porzione a-b-c-d-e della curva spostamento-tempo descrive un ciclo di vibrazione libera del sistema. Dalla sua posizione di equilibrio statico (o non deformato) in a, la massa si sposta a destra, raggiungendo il suo spostamento massimo positivo in b, tempo in cui la velocità è zero. Lo spostamento inizia a diminuire e la massa tende a ritornare nella sua posizione di equilibrio c, momento in cui la velocità è massima. Quindi la massa continua a spostarsi a sinistra, raggiungendo il suo minimo spostamento  $-u_o$  in d, al cui tempo la velocità è nuovamente zero. Lo spostamento inizia nuovamente a diminuire e la massa ritorna nella sua posizione di equilibrio in e. All'istante di tempo e cioè  $2\pi/\omega_n$  secondi dopo l'istante di tempo a, le condizioni (spostamento e velocità) della massa sono le stesse di quando si trovata all'istante a e la stessa è pronta per iniziare un altro ciclo di vibrazioni.

Il tempo richiesto al sistema non smorzato per completare un ciclo di vibrazione libera è chiamato periodo naturale di vibrazione del sistema, indicato con  $T_n$  e misurato in secondi. Lo stesso è collegato alla frequenza circolare naturale di vibrazione,  $\omega_n$ , misurata in radianti al secondo:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (6)$$

Un sistema esegue  $1/T_n$  cicli in 1 sec. Questa frequenza di vibrazione naturale ciclica è denotata come:

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (7)$$

L'unità di misura di  $f_n$  è l'Hertz (Hz) [cicli per secondo (cps)];  $f_n$  è ovviamente relazionata con  $\omega_n$  mediante la relazione:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (8)$$

Il termine frequenza di vibrazione naturale si applica sia a  $\omega_n$  che a  $f_n$ .

Le proprietà di vibrazione naturale  $\omega_n$ ,  $T_n$  e  $f_n$  dipendono solo dalla massa e dalla rigidità della struttura; vedi eq. da (5) a (7). Il più rigido tra due sistemi a SDF, aventi la stessa massa, avrà la frequenza naturale più alta e il periodo naturale più breve. Allo stesso modo, il più pesante (più massa) tra due strutture, aventi stessa rigidità, avrà frequenza naturale inferiore e il periodo naturale più lungo. Il termine naturale è usato nella definizione di  $\omega_n$ ,  $T_n$  e  $f_n$  per sottolineare il fatto che queste sono proprietà naturali del sistema quando è lasciato libero di vibrare senza alcuna eccitazione esterna. Poiché il sistema è lineare, queste proprietà di vibrazione sono indipendenti dalle condizioni iniziali di spostamento e velocità.

La frequenza circolare naturale di vibrazione  $\omega_n$ , la frequenza ciclica naturale  $f_n$  e il periodo naturale  $T_n$  definite dalle eq. (5) a (7). possono essere espresse in una forma alternativa:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad T_n = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{st}}{g}} \quad (9)$$



dove  $\delta_{st} = mg/k$  e dove  $g$  è l'accelerazione dovuta alla gravità. Questa è la deflessione statica della massa  $m$  sospesa da una molla con rigidità  $k$ . Il sistema non smorzato oscilla avanti e indietro tra il massimo e il minimo spostamento. La dimensione  $u_o$  di questi due spostamenti è la stessa, ed è chiamata *ampiezza del moto*, ottenuta dalla seguente relazione:

$$u_o = \sqrt{[u(0)]^2 + \left[ \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \right]^2} \quad (10)$$

L'ampiezza dipende dalle condizioni iniziali di spostamento e velocità. Rimanendo inalterata ciclo dopo ciclo; cioè il moto non decade.

La frequenza naturale di un sistema ad un grado di libertà con massa concentrata e colonne incastrate alla base è:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad k = \frac{24EI_c}{h^3} \frac{12\rho + 1}{12\rho + 4} \quad (11)$$

Dove  $\rho = (EI_b L) / (2EI_c h)$ . Nel caso estremo in cui la rigidezza della trave è infinita allora  $\rho = \infty$ ; se la rigidezza della trave è nulla, invece  $\rho = 0$ , le frequenze naturali sono pari a:

$$(\omega_n)_{\rho=\infty} = \sqrt{\frac{24EI_c}{mh^3}} \quad (\omega_n)_{\rho=0} = \sqrt{\frac{6EI_c}{mh^3}} \quad (12)$$

La frequenza naturale raddoppia all'aumentare del rapporto di rigidezza trave-colonna,  $\rho$ , che varia tra 0 e  $\infty$ . La sua variazione è mostrata in figura 1.2.1.3.

La frequenza naturale è influenzata in modo simile dalle condizioni al contorno alla base delle colonne. Se le colonne sono incernierate alla base anziché incastrate e la trave è rigida,  $\omega_n = \sqrt{6EI_c / mh^3}$ , che è pari alla metà della frequenza naturale della struttura con colonne incastrate alla base.

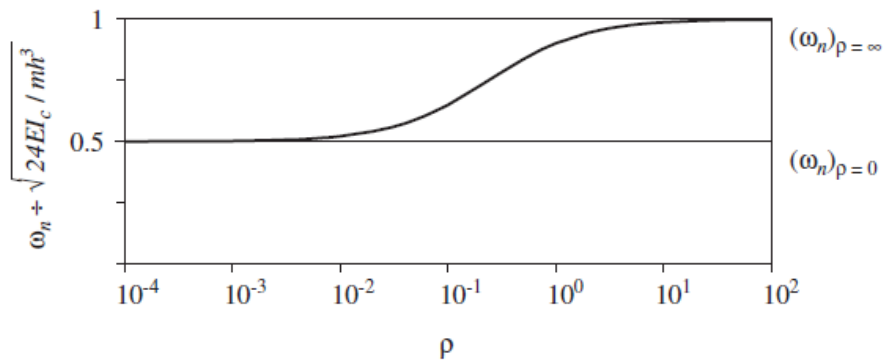


Figura 1.2.1.3-Variazione della frequenza naturale in funzione del rapporto di rigidità trave-colonna,  $\rho$

## 1.2.2 Vibrazione libera smorzata e sistemi sottosmorzati

Imponendo  $p(t)=0$  nell'equazione del moto si ottiene l'equazione differenziale che governa la vibrazione libera di sistemi SDF smorzati:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (13)$$

Dividendo per la massa  $m$  si ottiene:

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = 0 \quad (14)$$

dove  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$  come definito precedentemente e:

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{c_{cr}} \quad (15)$$

Ci riferiremo a:

$$c_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n} \quad (16)$$

come *coefficiente di smorzamento critico* e a  $\xi$  come *rapporto di smorzamento* o *frazione di smorzamento critico*. La costante di smorzamento  $c$  rappresenta la quantità di energia dissipata in un ciclo di vibrazione libera. Comunque sia, il rapporto di smorzamento è una proprietà del sistema che dipende unicamente dalla sua massa e dalla sua rigidità. L'equazione differenziale (13) può essere risolta mediante un metodo standard per valori iniziali di spostamento  $u(0)$  e velocità  $\dot{u}(0)$ .

La figura 1.2.2.1 mostra l'andamento dello spostamento  $u(t)$  a seguito dello spostamento iniziale  $u(0)$  per tre valori di  $\xi$ . Se  $c < c_{cr}$  o  $\xi < 1$ , il sistema torna nella sua posizione di equilibrio senza oscillare. Se  $c > c_{cr}$  o  $\xi > 1$ , il sistema torna di nuovo nella sua posizione di equilibrio senza oscillare ma in modo più lento.

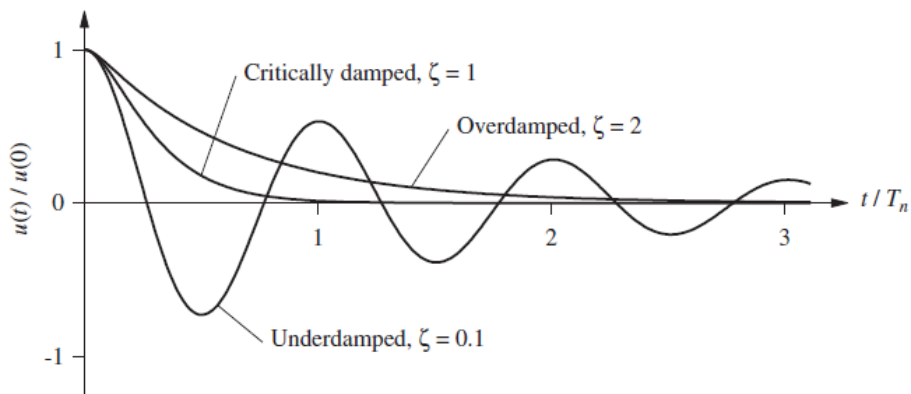


Figura 1.2.2.1 -Vibrazione libera di sistemi sottosmorzati, sovrasmorzati e a smorzamento critico

Il coefficiente di smorzamento  $c_{cr}$  è chiamato *coefficiente di smorzamento critico* perché è il valore più piccolo di smorzamento  $c$  che impedisce completamente l'oscillazione. Rappresenta la linea di separazione tra moto oscillatorio e non oscillatorio.

La soluzione dell'equazione (13) soggetta alle condizioni iniziali  $u(0)=0$  e  $\dot{u}(0)=0$  per sistemi con  $c < c_{cr}$  e  $\xi < 1$  è:

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[ u(0) \cos \omega_D t + \frac{\dot{u}(0) + \zeta\omega_n u(0)}{\omega_D} \sin \omega_D t \right] \quad (17)$$

dove:

$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (18)$$

Si può osservare che l'eq. (17) specifica per sistemi sottosmorzati ( $\xi < 1$ ) si riduce nell'equazione (4).

L'equazione (17) è riportata nella figura 1.2.2.2, che mostra la risposta in vibrazione libera di un sistema SDOF con rapporto di smorzamento pari a  $\xi=0.05$  (5%). Sovrapposto troviamo anche l'andamento della risposta di un sistema in vibrazione libera non smorzato, mostrato precedentemente in figura 1.2.2.1.

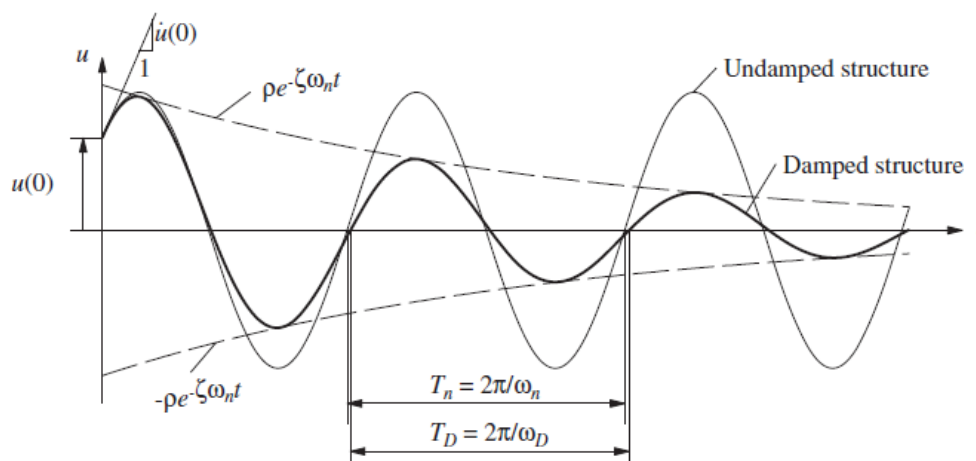


Figura 1.2.2.2 -Effetto dello smorzamento sulla vibrazione libera

La vibrazione libera di entrambi i sistemi parte dal medesimo valore di spostamento  $u(0)$  e velocità  $\dot{u}(0)$  (il tempo è rappresentato partendo da  $t=0$ , con lo stesso valore di ordinata e pendenza). L'eq. (17) e la figura 2.2.3.1 mostrano che la *frequenza circolare naturale di vibrazione smorzata* è  $\omega_D$ , ed è relazionata alla *frequenza circolare naturale* dall'equazione (18) del sistema non smorzato. Il *periodo naturale smorzato*,  $T_D=2\pi/\omega_D$ , è relazionato al periodo naturale  $T_n$  non smorzato con la seguente relazione:

$$\begin{aligned} T_D &= T_n/\sqrt{1-\xi^2} \\ f_D &= 1/T_D \\ \omega_D &= 2\pi/T_D \end{aligned} \quad (19)$$

L'ampiezza dello spostamento del sistema non smorzato è la stessa in tutti i cicli di vibrazione, invece il sistema smorzato oscilla con un'ampiezza decrescente per ogni ciclo di vibrazione. L'eq. (17) mostra che l'ampiezza dello spostamento decade esponenzialmente con il tempo, come mostrato in figura 2.2.3.1. La curva di involuppo è  $\pm e^{-\xi\omega_n t}$ , dove:

$$\rho = \sqrt{[u(0)]^2 + \left[ \frac{\dot{u}(0) + \zeta\omega_n u(0)}{\omega_D} \right]^2} \quad (20)$$

Interseca la curva spostamento-tempo in punti leggermente a destra rispetto ai valori di picco. Lo smorzamento induce una diminuzione della frequenza da  $\omega_n$  a  $\omega_D$  e un allungamento del periodo da  $T_n$  a  $T_D$ . Questi effetti sono trascurabili per rapporti di smorzamento inferiori al 20%, un range che include molte strutture, come mostrato in figura 1.2.2.3, dove il rapporto  $\omega_D/\omega_n=T_n/T_D$  è tracciato in funzione di  $\xi$ . Per molte strutture i parametri smorzati  $\omega_D$  e  $T_D$  sono approssimati a quelli non smorzati, rispettivamente  $\omega_n$  e  $T_n$ . Per sistemi con smorzamento critico,  $\omega_D=0$  e  $T_D=\infty$ . Questo è un altro metodo per sapere se il sistema non oscilla, come mostrato in figura 1.2.2.1.

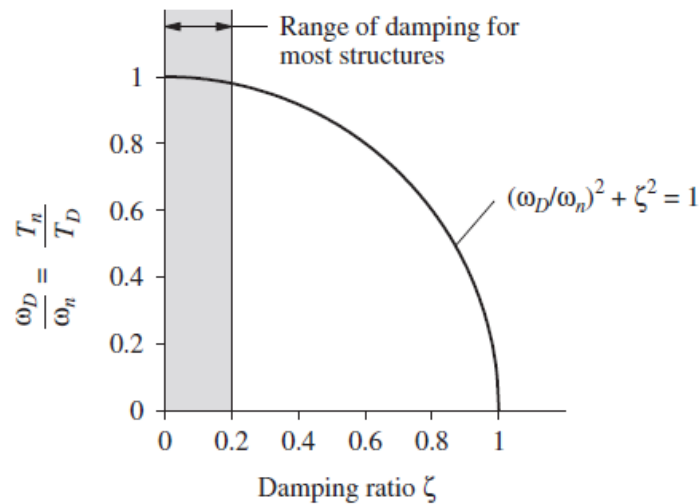


Figura 1.2.2.3 -Effetto dello smorzamento sulla frequenza di vibrazione naturale

Uno degli effetti più importanti dello smorzamento è legato alle velocità con cui decadono le vibrazioni. Questo è mostrato in figura 1.2.3.4, dove le vibrazioni libere dovute allo spostamento iniziale  $u(0)$  è rappresentata per 4 sistemi caratterizzati dallo stesso periodo  $T_n$  ma differenti rapporti di smorzamento:  $\zeta=2.5, 10$  e 20%.

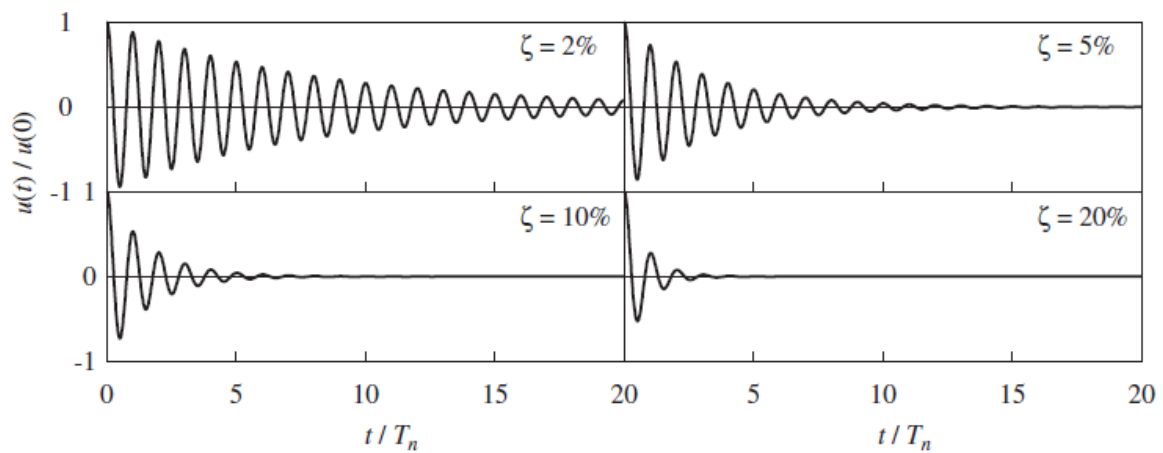


Figura 1.2.2.4 -Vibrazione libera di sistemi con 4 livelli di smorzamento:  $\zeta=2,5,10$  e 20%.

### 1.2.3 Decadimento del moto

Il rapporto tra lo spostamento al tempo  $t$  e il suo valore al periodo di vibrazione completa  $T_D$  è ottenuto dall'eq. (17) e dalla prima uguaglianza che segue:

$$\frac{u(t)}{u(t + T_D)} = \exp(\zeta \omega_n T_D) = \exp\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \quad (21)$$

Mentre la seconda uguaglianza è ottenuta utilizzando l'eq.(19). Questo risultato fornisce anche il rapporto  $u_i/u_{i+1}$  tra due picchi massimi successivi, mostrato in figura 1.2.3.1, perciò i due picchi sono separati dal periodo  $T_D$ :

$$\frac{u_i}{u_{i+1}} = \exp\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \quad (22)$$

Il logaritmo naturale di questo rapporto è chiamato decremento logaritmico e denotato con  $\delta$ :

$$\delta = \ln \frac{u_i}{u_{i+1}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (23)$$

Invertendo l'equazione (23) si riesce a trovare lo smorzamento  $\zeta$  che ci servirà poi in fase di rielaborazione dati:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \quad (24)$$

Se  $\zeta$  è piccolo,  $\sqrt{1 - \zeta^2} \cong 1$  che permette di ottenere un'equazione approssimata del tipo:

$$\delta \cong 2\pi\zeta \quad (25)$$

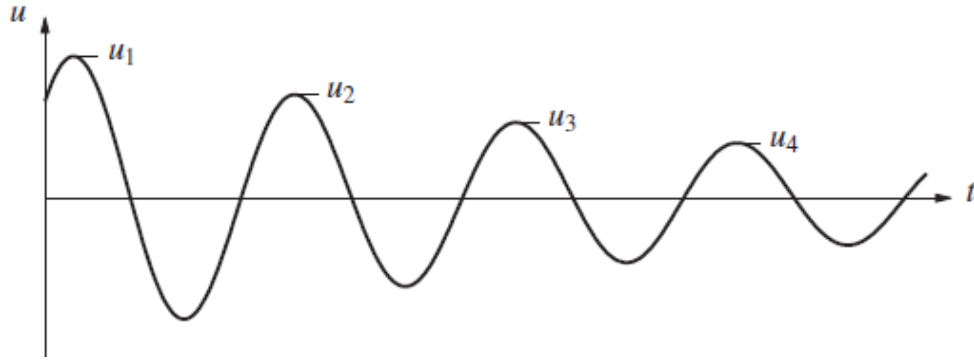


Figura 1.2.3.1 -Vibrazione libera smorzata di un generico sistema

La figura 1.2.3.2 mostra il grafico della relazione esatta e approssimata tra  $\delta$  e  $\xi$ . È chiaro che l'equazione (25) è valida per  $\xi < 0.2$ , così come per la maggior parte delle strutture. Se il decremento del moto è lento, è preferibile collegare il rapporto tra due ampiezze di cicli diversi, invece che di due picchi successivi, al rapporto di smorzamento. Dopo  $j$  cicli il moto decresce da  $u_1$  a  $u_{j+1}$ . Questo rapporto è dato da:

$$\frac{u_1}{u_{j+1}} = \frac{u_1}{u_2} \frac{u_2}{u_3} \frac{u_3}{u_4} \dots \frac{u_j}{u_{j+1}} = e^{j\delta} \quad (26)$$

Quindi:

$$\delta = (1/j) \ln (u_1/u_{j+1}) \simeq 2\pi \xi \quad (27)$$

Per determinare il numero di cicli trascorsi per una riduzione in ampiezza dello spostamento del 50%, otteniamo la seguente relazione dall'eq. (27):

$$j_{50\%} \simeq 0.11/\xi \quad (28)$$

Questa equazione è rappresentata in figura 1.2.3.3.



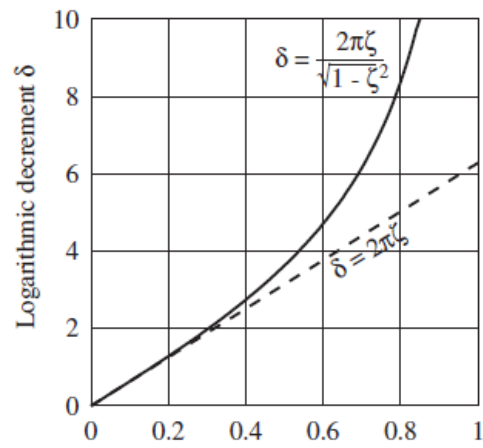


Figura 1.2.3.2 -Relazione esatta ed approssimata tra il decremento logaritmico e il rapporto di smorzamento.

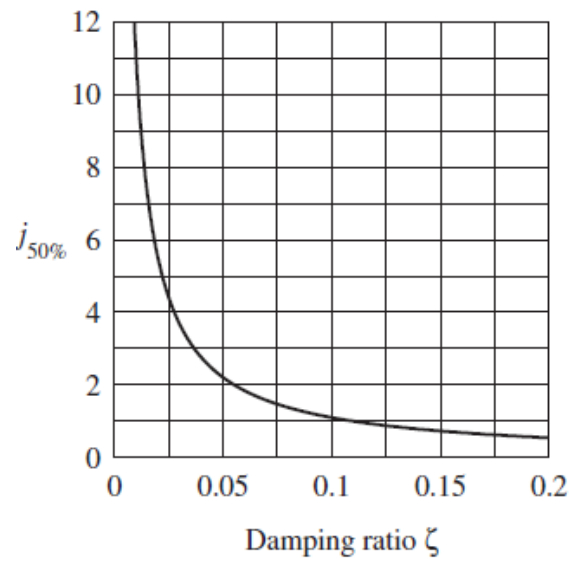


Figura 1.2.3.3-Numero di cicli richiesti per l'ampiezza di vibrazione del 50 %

### 1.2.4 Test in vibrazione libera

Poiché è impossibile determinare analiticamente il rapporto di smorzamento per strutture reali, lo stesso deve essere determinato sperimentalmente. In questo senso esperimenti in vibrazione libera possono fornire un mezzo per la determinazione dello smorzamento (figura 1.2.4.1). Per sistemi leggermente smorzati il rapporto di smorzamento può essere determinato da:

$$\xi 2 = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{u_1}{u_{i+1}} \quad (29)$$

Questa equazione è equivalente all'eq. (27), la quale derivava dall'equazione per  $u(t)$ .

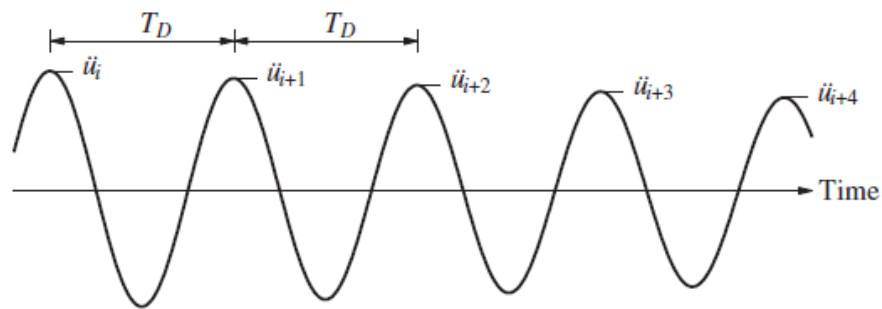


Figura 1.2.4.1 -Valori di accelerazione di un sistema con vibrazione libera.

Il periodo naturale del sistema può anche essere determinato dai dati in vibrazione libera tramite la misura del tempo richiesto per completare un ciclo di vibrazione. Confrontando questo con il periodo naturale ottenuto dalla rigidità e della massa calcolate tramite un sistema ideale, ci mostra come tali proprietà sono state calcolate accuratamente e come il sistema ideale rappresenta bene la struttura attuale.

## 2 Introduzione all'analisi tempo-frequenza

È possibile iniziare a parlare dell'analisi tempo-frequenza provando a cercare di spiegare, in modo qualitativo di cosa si tratta.

Si tratta di una branca dell'ingegneria molto giovane, anche se ha radici risalenti alla fine del 1700 e inizi del 1800. Uno dei problemi da affrontare era uno studio in grado di formalizzare, mediante modelli matematici, la propagazione del calore. Nel 1822 uno scienziato francese, Jean Baptiste Joseph Fourier, con la sua *Theorie Analytique de la Chaleur* (Teoria analitica del calore), proponeva una soluzione a questo problema: in quest'opera proponeva un'interpretazione armonica alla propagazione del calore, ossia una propagazione non isotropa, ma che seguiva una somma di funzioni fondamentali: le sinusoidi.

Fourier propose una coppia di funzioni integrali, di trasformate integrali, ossia di operatori in grado di trasformare per l'appunto una funzione, spostandola in un altro dominio. Data una funzione nel dominio del tempo, nella fattispecie, la funzione, passando per la celebre Trasformata di Fourier, diventava una funzione nel dominio della frequenza, ossia veniva scomposta in una somma di armoniche fondamentali, di seni e coseni (espressi come esponenziali complessi):

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt$$
$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)e^{j2\pi ft} df$$

Mediante la prima trasformata integrale si può, per l'appunto, passare dal dominio del tempo al dominio della frequenza, mediante la seconda si può passare dal dominio della frequenza al dominio del tempo.

È importante osservare che questi due modi di affrontare un problema sono tra loro intercambiabili, nel senso che, sotto opportune condizioni, nessuna informazione viene persa nel passare da un dominio all'altro. Il vantaggio che deriva dall'introduzione dei due domini è la possibilità di cambiare la prospettiva con la quale si osserva un dato fenomeno. In questo modo un problema che appare di difficile soluzione in un dominio può risultare molto più semplice nell'altro.

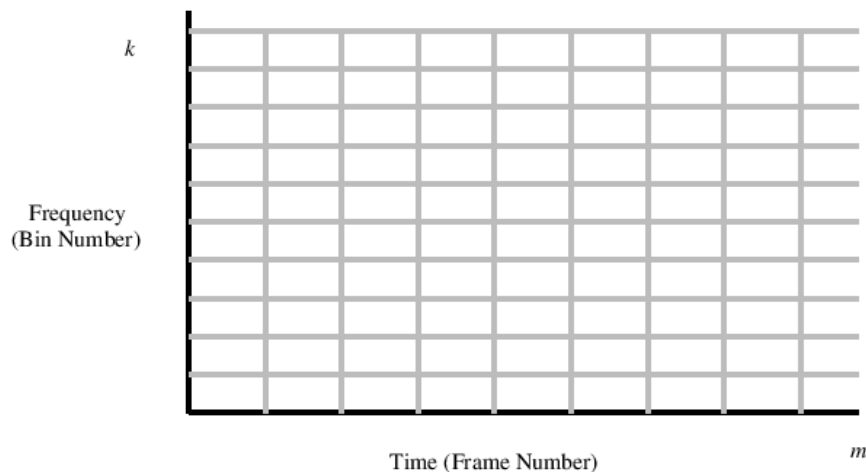
Nel dominio della frequenza, al posto di considerare un segnale di qualsiasi tipo come grandezza variabile nel tempo, lo si considera come una somma (o più generalmente come un integrale) di infiniti seni e coseni, a diverse frequenze e fasi. Questa trasformata integrale fu destinata a diventare lo strumento matematico fondamentale dell'ingegneria, grazie alle sue numerose proprietà ha permesso di risolvere problemi fino ad allora molto difficili o assolutamente impossibili da risolvere.

L'idea di base sulla quale si fonda l'analisi in tempo-frequenza è cercare funzioni in grado di rappresentare e descrivere la densità di energia, lo spettro di energia di un segnale contemporaneamente nel tempo e nella frequenza, in un'unica rappresentazione analitica e grafica, quello che si definisce è dunque un diagramma tempo-frequenza, ovvero un piano cartesiano le cui ascisse rappresentano posizioni temporali, ossia l'insieme dei tempi in cui viene utilizzata una certa frequenza (appartenente allo spettro del segnale) e le cui ordinate rappresentano lo spettro del segnale e quindi un insieme di frequenze.

Possiamo pensare quindi semplicemente alle ascisse come il dominio del tempo e alle ordinate come il dominio della frequenza.

## Analisi tempo-frequenza con la STFT (Short-Time Fourier Transform)

La Short-Time Fourier Transform (trasformata di Fourier a breve termine) è un potente strumento generico per l'elaborazione di un segnale. Definisce una classe di distribuzioni tempo-frequenza che specificano l'ampiezza complessa rispetto al tempo e alla frequenza per qualsiasi segnale. Questa può essere schematizzata come una "piastrellatura" (Figura 2.1). La lunghezza della finestra è proporzionale alla cella di risoluzione nel tempo, indicata dalle linee verticali, la larghezza è proporzionale alla cella di risoluzione in frequenza indicata dalle linee orizzontali. La Short-Time Fourier Transform effettua una finestrazione del segnale, analizzando così solo una piccola sezione del segnale alla volta.



*Figura 2.1 - Schema tipo analisi tempo-frequenza*

La STFT effettua, quindi, una mappatura del segnale in una funzione bidimensionale del tempo e della frequenza (Figura 59 e Figura 60).

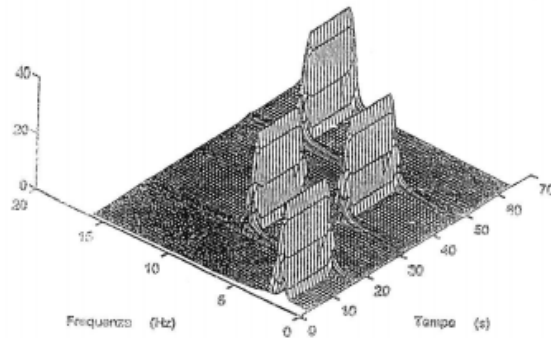


Fig. 59

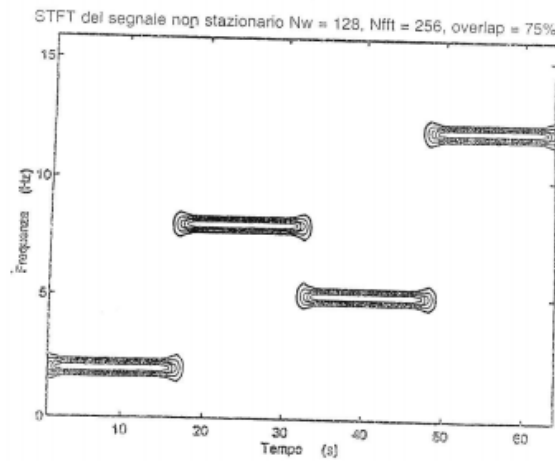
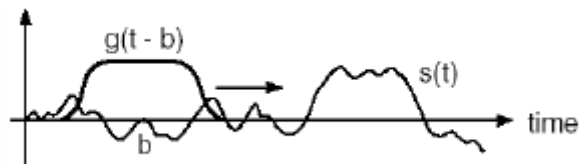


Fig. 60

Considerando:



la definizione matematica della STFT è:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(t)g * (t - b)e^{-j2\pi f(t-b)} dt$$

dove:

- $g$  = window
- $b$  = time parameter
- $f$  = frequency parameter

Viene riportata, a titolo di esempio, un'analisi tempo-frequenza con la STFT eseguita con il Matlab sia per un segnale con periodo costante (Figure 2.2 e 2.3) che per un segnale con periodo variabile linearmente nel tempo (Figure 2.4 e 2.5).

```

%% seconda prova analisi tempo frequenza
% (analisi tempo frequenza di un fenomeno armonico di periodo T)
% genera armonica di periodo T
dt = 0.1;
Fsn = 1/dt;
t = 0:dt:100;
A = 10;
T = 50; % periodo del fenomeno armonico (finto)
f = 1/T; % frequenza del fenomeno armonico (finto)
x = A.*sin(t*T./(2*pi));

% imposta i parametri di input per STFT (Short Time Fourier Transform)
WINDOW = 100;
NOVERLAP = 5;
NFFT = 5000;

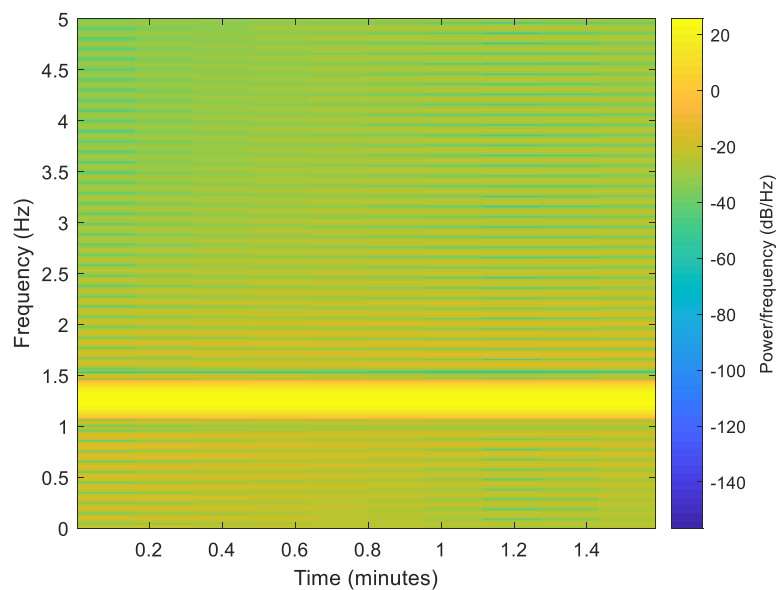
figure
subplot(2,1,1), plot(t,x), ylim([-2*A 2*A])
subplot(2,1,2), spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsn,'yaxis'), colorbar('off')

% fft_x=fft(x);
% figure, plot(real(fft(x)));

figure(1), (spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsn,'yaxis')); %colorbar('off')
figure(2), (spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsn,'yaxis')); %colorbar('off')
view([45 45 45]);

```

Figura2.2-Script di Matlab per l'analisi tempo-frequenza di un segnale con periodo costante



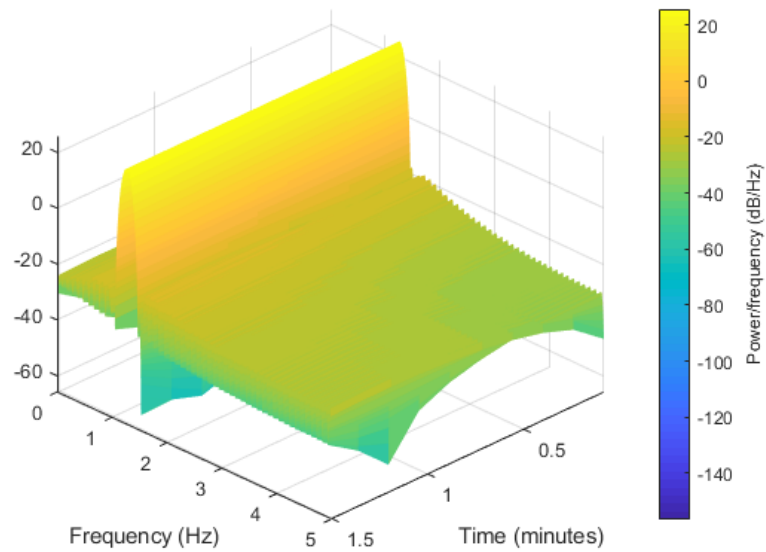


Figura2.3-Analisi tempo-frequenza di un segnale con periodo costante

```

%% seconda prova analisi tempo frequenza
% (analisi tempo frequenza di un fenomeno armonico di periodo T)
% genera armonica di periodo T
dt = 0.1;
Fsn = 1/dt;
t = 0:dt:100;
A = 10;
T = 50; % periodo del fenomeno armonico (finto)
f = 1/T; % frequenza del fenomeno armonico (finto)
x = A.*sin(t*T./(2*pi));

% imposta i parametri di input per STFT (Short Time Fourier Transform)
WINDOW = 100;
NOVERLAP = 5;
NFFT = 5000;

figure
subplot(2,1,1), plot(t,x), ylim([-2*A 2*A])
subplot(2,1,2), spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsn,'yaxis'), colorbar('off')

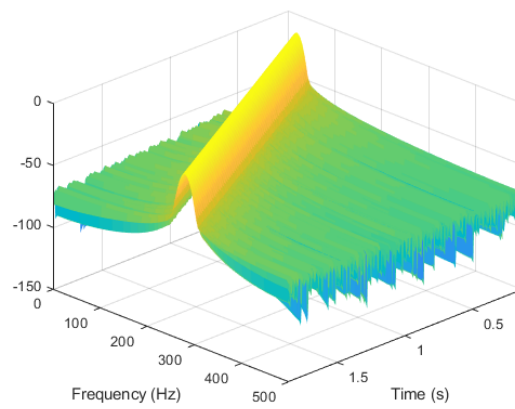
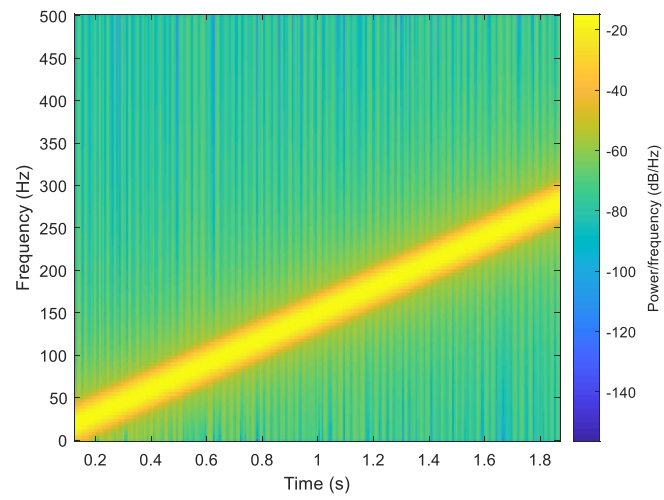
% fft_x=fft(x);
% figure, plot(real(fft(x)));

figure(1), (spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsn,'yaxis')); %colorbar('off')
figure(2), (spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsn,'yaxis')); %colorbar('off')
view([45 45 45]);

```

Figura2.4-Script di Matlab per l'analisi tempo-frequenza di un segnale con periodo variabile





*Figura 2.5-Analisi tempo-frequenza di un segnale con periodo variabile*

### 3 Descrizione del telaio oggetto di studio

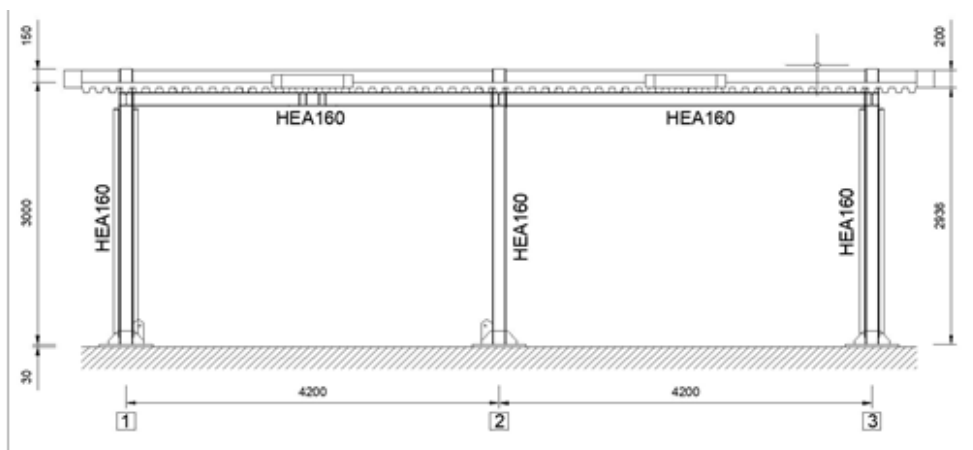
#### 3.1 Telaio nudo

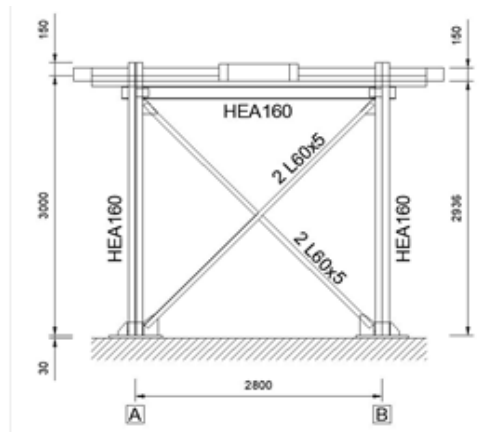
Il telaio oggetto di studio è stato realizzato all'interno del "Laboratorio di prove materiali e Strutture" dell'Università Politecnica delle Marche ed è rappresentato in Figura 3.1.1 e 3.1.2. È impostato su una maglia rettangolare caratterizzata da due telai longitudinali a due campate, di luce 4,20 m posti ad un interasse reciproco di 2,80 m e altezza 3,00 m. In totale esso è composto da sei pilastri realizzati con profili in acciaio HEA160 laminati a caldo di grado S355, ognuno dei quali è ancorato al terreno tramite quattro tirafondi, post-tensionati fino a rifiuto e collegati in testa da travi aventi anch'esse profilo HEA 160.

Le travi secondarie, così come le colonne esterne ed interne sono anch'esse di profilo HE160A.

Il telaio è inoltre irrigidito da controventi elastici L60x5 disposti lungo il lato corto (direzione trasversale).

Per la sua disposizione spaziale, la direzione longitudinale del telaio viene detta direzione forte, mentre la perpendicolare, o anche trasversale al telaio, viene indicata come direzione debole.





*Figura 3.1.1-Prospetti telaio nudo*

L'impalcato è costituito da una soletta composta di spessore complessivo 12 cm formata da una lamiera grecata di acciaio tipo brolo EGB210 di spessore 1 mm e da un getto di calcestruzzo C30/37, ed è sostenuto dalle travi principali di acciaio S 355 con profilo HEA160.



*Figura 3.1.2-Foto telaio nudo*

### 3.2 Telaio tamponato

Nella figura 3.2.1 vengono riportati prospetto e pianta del telaio tamponato con l'individuazione delle pareti di tamponatura (W1 e W2).

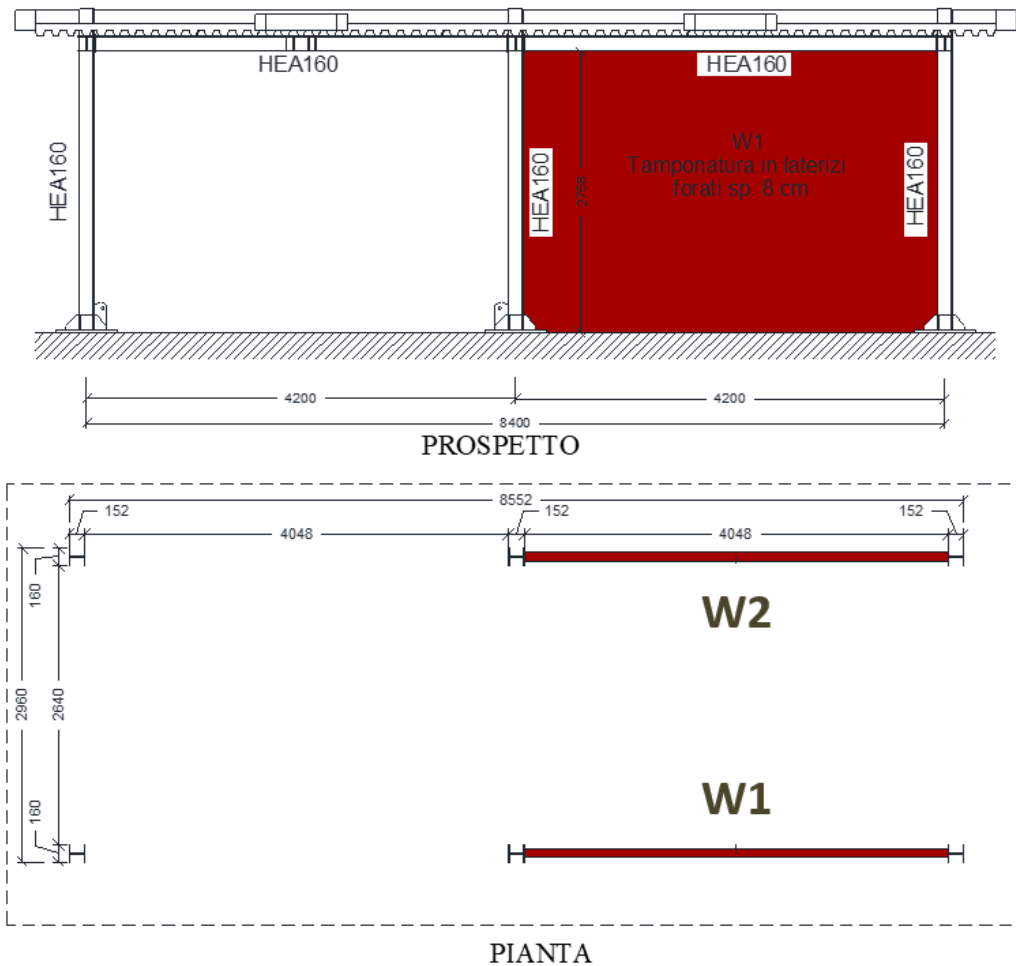


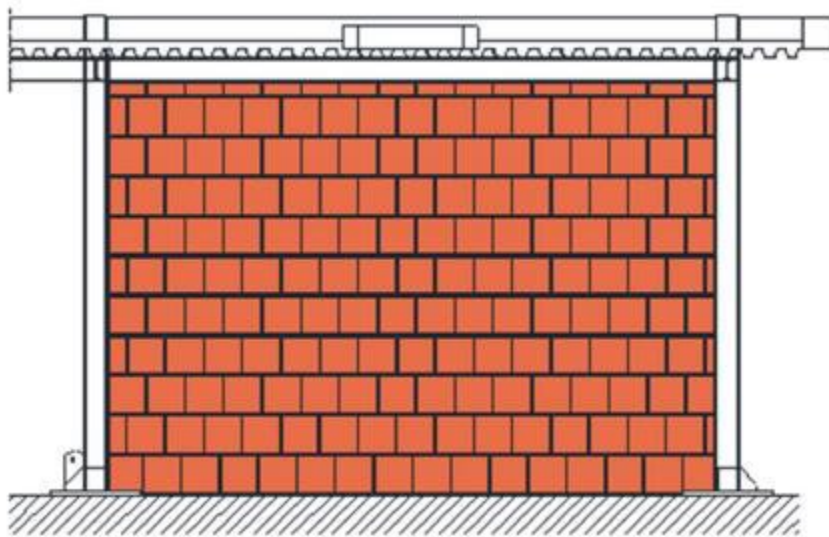
Figura 3.2.1-Pianta e prospetto telaio tamponato

Le pareti utilizzate per tamponare il telaio sono composte da mattoni forati in laterizio di dimensioni 6x25x25 cm e giunti di malta sia verticali che orizzontali. I giunti di malta orizzontali sono stati realizzati a regola d'arte con spessore medio di circa 1,5 cm, quelli verticali invece hanno uno spessore di circa 0.6 cm (costruiti disponendo di un minore quantitativo di malta). Entrambe le tamponature sono ricoperte su ognuna delle due facce da uno strato di intonaco in gesso avente spessore medio compreso tra 0.7 e 1.0 cmcm.

In particolare, ogni tamponatura è formata da 11 file di laterizi. (Figure 3.2.2 e 3.2.3).



*Figura 3.2.2 -Foto telaio tamponato*



*Figura 3.2.3 -Particolare della tamponatura*

## 4 Descrizione della sperimentazione

Nella presente tesi vengono trattate solo una parte delle prove che compongono una campagna di sperimentazione molto più estesa effettuata sul telaio oggetto di studio. Nel dettaglio, vengono trattate le prove di Snap-Back (o di spinta-rilascio) che consistono nello spingere il telaio in direzione longitudinale, mantenere tale spostamento per un determinato tempo e infine rilasciarlo istantaneamente, facendolo oscillare attorno al suo punto di equilibrio. Attraverso l'indagine dei parametri dinamici (frequenze) durante queste prove è possibile caratterizzare dinamicamente il comportamento della struttura.

### 4.1 Strumentazione utilizzata

Per la prova di Snap-Back è stata utilizzata la seguente strumentazione:

- 6 accelerometri uniassiali piezoelettrici PCB a basso rumore di fondo (Figura 4.1.1);
- un martinetto idraulico attuatore lineare servocontrollato a doppio effetto (capace quindi di dare spostamenti nei due versi), modello Amsler, di portata 400 kN. Il martinetto è stato posizionato in modo tale che il suo asse longitudinale coincidesse con l'asse di simmetria del telaio, passante per il primo piano medio della soletta, al fine di conferire una forzante il più possibile centrata (Figura 4.1.2);
- 2 schede di acquisizione National Instruments a 4 canali, 24-Bit e range di acquisizione  $\pm 5$  V, con chassis;
- 1 computer portatile equipaggiato con un software LabView per l'acquisizione e il salvataggio dei dati;
- cavi coassiali per il collegamento degli accelerometri e del martello con le schede di acquisizione;



*Figura 4.1.1-Foto accelerometro*



*Figura 4.1.2-Foto martinetto idraulico*

## 4.2 Configurazione di misura e parametri adottati

Gli accelerometri sono montati su delle piastre in acciaio e vengono posizionati all'estradosso della soletta in c.a. del telaio disponendo della pasta di butano tra la piastra e la soletta in calcestruzzo. In questo caso, vengono disposti 3 accelerometri, identificati con il colore blu, che misurano nella direzione longitudinale del telaio (direzione Y) e 3 accelerometri, quelli in rosso, che misurano in direzione trasversale (direzione X).

Lo schema della configurazione di misura adottata è riportato in figura 4.2.1.

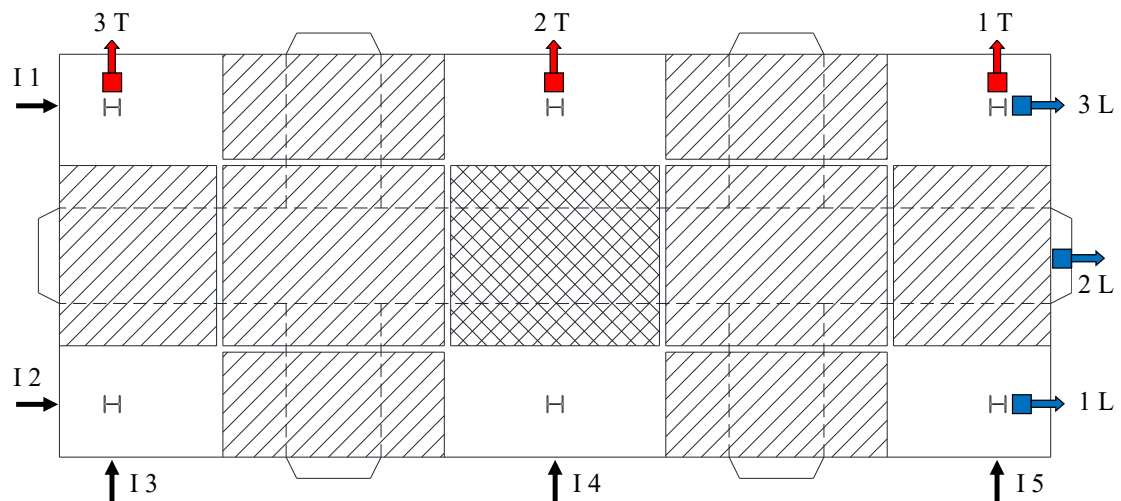


Figura 4.2.1-Configurazione di misura

I parametri adottati nell'esecuzione della prova vengono riportati nelle tabelle 1 e 2.:

TELAIO NUDO		
Spostamento [mm]	Fs [Hz]	t [s]
2.0	2048	200
4.0	2048	220
6.0	2048	200
8.0	2048	200
10.0	2048	200

Tabella 1-Parametri adottati per la prova di Snap-back nel telaio nudo



TELAIO TAMPONATO		
Spostamento [mm]	Fs [Hz]	t [s]
1.0	2048	60
1.5	2048	120
2.0	2048	120
2.5	2048	120
3.0	2048	120
3.5	2048	120
4.0	2048	120
4.5	2048	120
5.0	2048	120
5.5	2048	120
6.0	2048	120
6.5	2048	120
7.0	2048	120
7.5	2048	120
8.0	2048	100
8.5	2048	100
9.0	2048	100
9.5	2048	100
10.0	2048	100
10.5	2048	100
11.0	2048	100
11.5	2048	100
12.0	2048	100
12.5	2048	100
13.0	2048	120

*Tabella 2-Parametri adottati per la prova di Snap-back nel telaio tamponato*

Fs indica la frequenza di campionamento e t fa riferimento alla durata complessiva della prova.

## 5 Rielaborazione dati

I dati ottenuti dalle prove di laboratorio vengono rielaborati al fine di ottenere le informazioni desiderate, ossia i parametri dinamici della struttura nelle due principali fasi costruttive. Vengono considerati solo i dati degli accelerometri longitudinali poiché sono quelli che misurano nella direzione di spinta e di oscillazione del telaio e quindi che permettono di caratterizzarlo dinamicamente in quella direzione principale. Infatti, le tamponature vengono costruite all'interno delle campate longitudinali e quindi offrono un maggiore contributo in rigidità longitudinalmente dato dalla loro rigidità nel piano, molto maggiore di quella fuori piano. Attraverso il confronto tra i risultati ottenuti prima e dopo la costruzione delle pareti, è possibile stimare il contributo che questi elementi non strutturali forniscono alla struttura, sia in termini di incremento di rigidità che in termini di variazione dei parametri modali.

Il trattamento dei dati è stato effettuato tramite l'utilizzo del software "Matlab" attraverso diversi passaggi.

Per prima cosa il segnale in accelerazione viene caricato in Matlab (Figura 5.1) e viene rappresentato nel piano ampiezza accelerazione-tempo (Figura 5.2).

```
%%  
  
time = 0:1/2048:120-(1/2048);  
time = time';  
  
Conf = 0;    % Prova che voglio caricare  
acc = [];  
for i = 0:1  
    fname = strcat('C:\Users\marty_000\Desktop\TIROCINIO\', num2str(Conf), '-', num2str(i), '.txt');  
    acc1 = load(fname);  
    acc=cat(1, acc, acc1);  
end  
  
figure, plot(acc);  
% figure, plot(time, acc);
```

Figura 5.1 -Script di Matlab per il caricamento del segnale

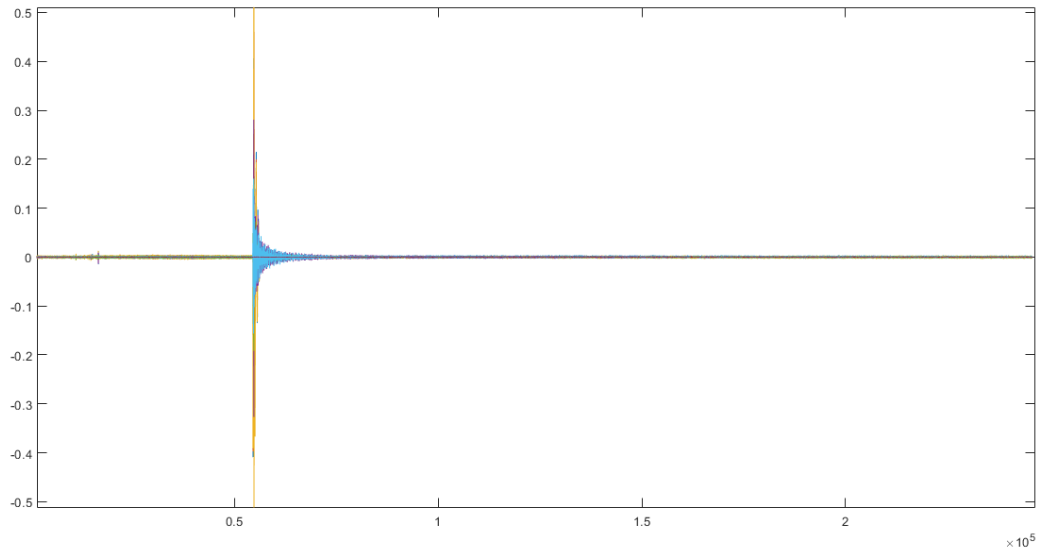


Figura 5.2. -Segnale intero riferito ai 6 accelerometri

Il segnale risulta confusionario perché è ottenuto dalla sovrapposizione dei 6 grafici riferiti ai 6 accelerometri e inoltre ogni singolo segnale è caratterizzato da un andamento molto frastagliato in quanto la frequenza di campionamento utilizzata è molto elevata. Per renderlo più chiaro i segnali vengono filtrati attraverso la funzione *Butter* che utilizza un filtro passa-basso che elimina i contenuti del segnale alle alte frequenze, responsabili dell'andamento irregolare degli stessi (Figura 5.3).

La frequenza di campionamento ( $F_s$ ), come già detto, è pari a 2048 Hz e la frequenza di taglio per il filtro ( $F_t$ ) è 15 Hz, al di sotto della quale si trovano le frequenze di interesse.

```

%% Filtro segnale

Fs = 2048;
ordfilt = 2; % Ordine del filtro si consiglia 2 per poi passare a 3/4 se le PSD prima e dopo il ricampionamento sono differenti

accf = [];
for i = 1:size(acc,2);
    Ft=15/1024; %frequenza di taglio del filtro
    ftype='low';
    [b,a]=butter(ordfilt,Ft,ftype);
    accf1=filter(b,a,acc(:,i));
    accf = cat(2,accf,accf1);
end
clear accf1 accf1 accf1

figure,
ax1 = subplot(3,1,1), plot(accf(:,1)), title('1L'), % ylim([-0.5 0.5])
ax2 = subplot(3,1,2), plot(accf(:,2)), title('2L')
ax3 = subplot(3,1,3), plot(accf(:,3)), title('3L')
linkaxes([ax1,ax2,ax3], 'xy')

for i = 1:6;
    figure,plot(accf(:,i));
end

```

Figura 5.3-Script di Matlab per applicare il filtro al segnale

Una volta filtrati, i segnali risultano molto più chiari e di facile interpretazione. A titolo di esempio, vengono riportati i grafici dei segnali filtrati relativi ai 3 accelerometri longitudinali, sia per il telaio nudo (Figura 5.4), che per quello tamponato (Figura 5.5) per una prova tipo.

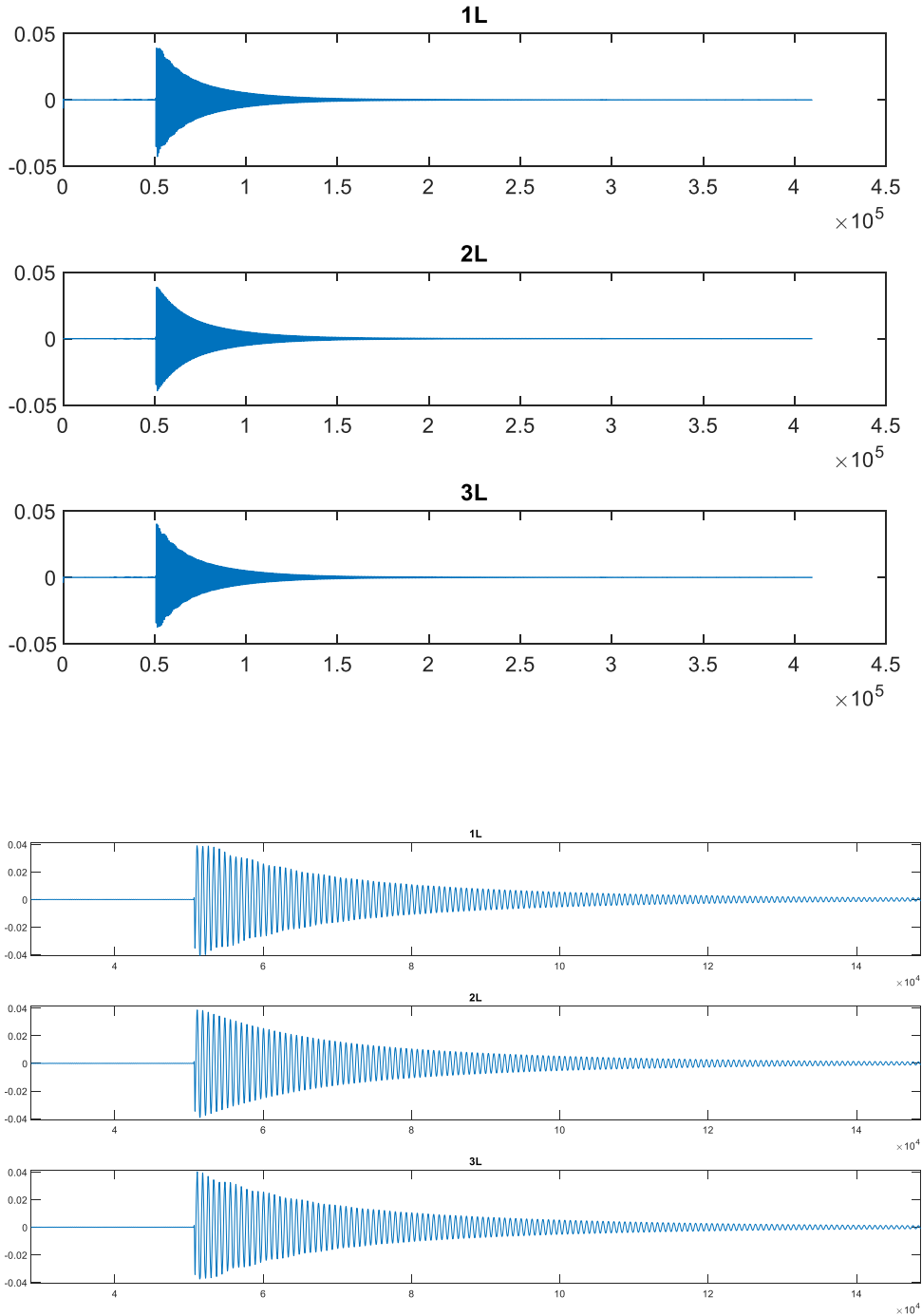


Figura 5.4 -Segnali filtrati relativi ai 3 accelerometri longitudinali del telaio nudo

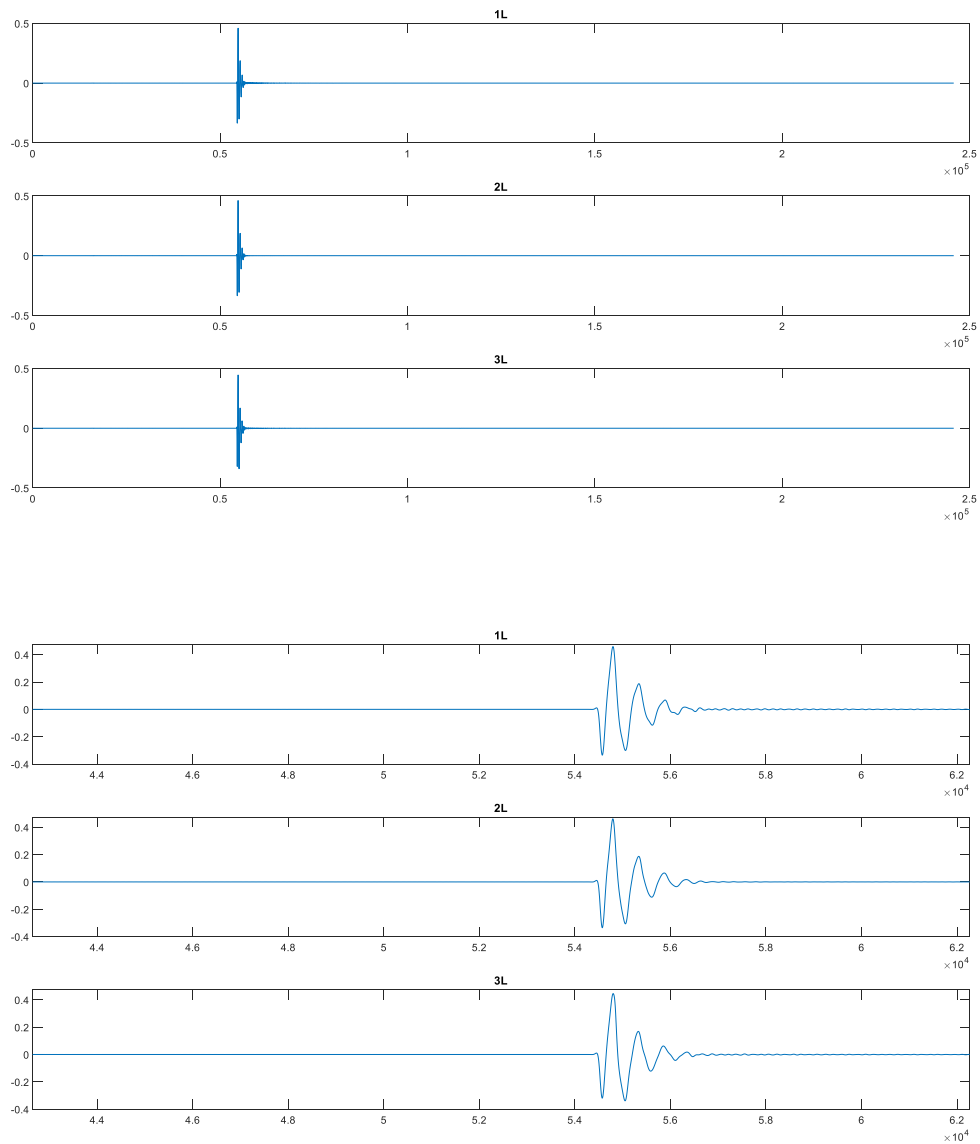


Figura 5.5 -Segnali filtrati relativi ai 3 accelerometri longitudinali del telaio tamponato

In seguito, il segnale viene tagliato sia all'inizio che alla fine per ottenere una serie di dati uniformi relativi alle diverse prove. .

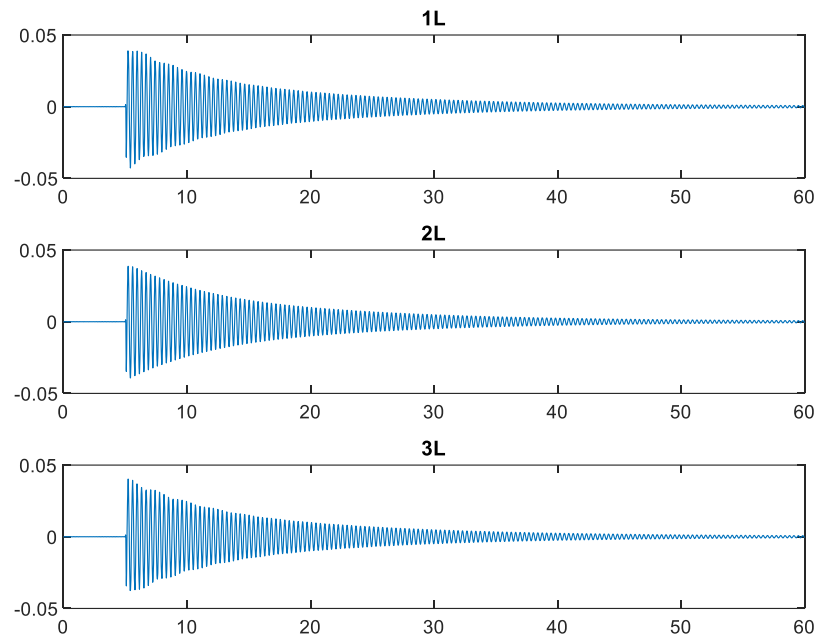
Per il telaio nudo, avendo l'oscillazione una durata maggiore, è stato considerato un intervallo di tempo di 60 secondi, ovvero il segnale è stato tagliato 10240 punti prima (5 secondi) dell'inizio fino a 122880 punti, cioè 60 secondi di durata.

Per il telaio tamponato, invece, è stato considerato un intervallo di tempo di 20 secondi, ovvero il segnale è stato tagliato 10240 punti prima dell'inizio, corrispondenti a 5 secondi moltiplicati per la frequenza di campionamento, fino a 40860 punti, ovvero 20 secondi di durata.

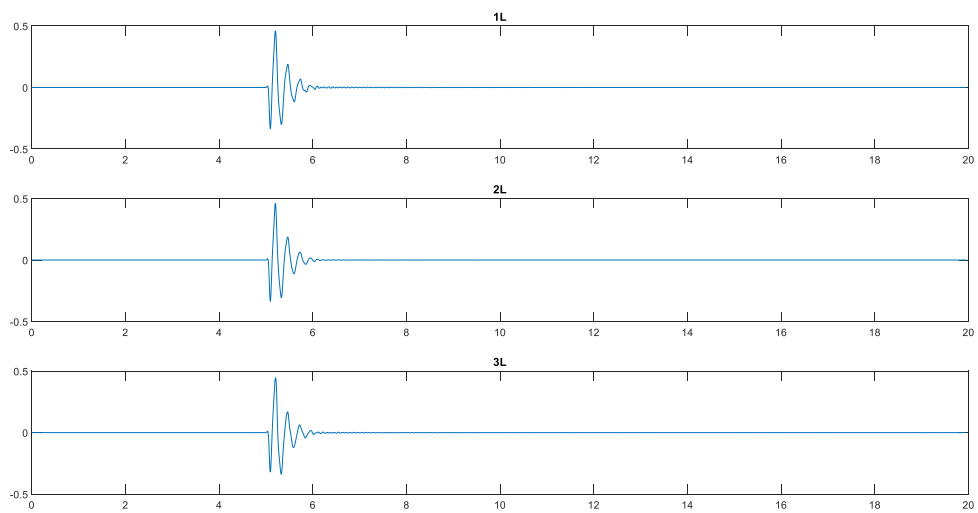
```
%% Tagliare il segnale  
  
accut = accf(44145:85005,:);  
  
for i = 1:6;  
    figure,plot(accut(:,i));  
end
```

Figura 5.6-Script di Matlab per tagliare il segnale

Vengono riportati i grafici dei segnali tagliati sia per il telaio nudo (Figura 5.7), che per quello tamponato (Figura 5.8).



*Figura 5.7 -Segnali tagliati relativi ai 3 accelerometri longitudinali del telaio nudo*



*Figura 5.8 -Segnali tagliati riferiti ai 3 accelerometri longitudinali del telaio tamponato*

Nel segnale tagliato vengono individuati i picchi mediante la funzione *findpeaks* (Figura 5.9), sulla base dei quali si calcolano frequenze e smorzamenti.

```

%% Trovo picchi
X1 = 20;      %limite delle x nei grafici successivi
MPH = 0.01;  %ampiezza del segnale accelerometrico (Y) minima da considerare per i picchi

%acc 1L
[PKS1,LOCS1]= findpeaks((acc(:,1)),time,'MinPeakHeight',MPH);
figure,plot(LOCS1,(PKS1),'*');
hold on
plot(time,(acc(:,1)));
hold off
xlim([0 X1]);

%acc 2L
[PKS2,LOCS2]= findpeaks(acc(:,2),time,'MinPeakHeight',MPH);
figure,plot(LOCS2,(PKS2),'*');
hold on
plot(time,(acc(:,2)));
hold off
xlim([0 X1]);

%acc 3L
[PKS3,LOCS3]= findpeaks(acc(:,3),time,'MinPeakHeight',MPH);
figure,plot(LOCS3,(PKS3),'*');
hold on
plot(time,(acc(:,3)));
hold off
xlim([0 X1]);

figure,
ax1 = subplot(3,1,1), plot(time,acc(:,1),LOCS1,(PKS1),'*'), title('1L'), % ylim([-0.5 0.5])
ax2 = subplot(3,1,2), plot(time,acc(:,2),LOCS2,(PKS2),'*'), title('2L')
ax3 = subplot(3,1,3), plot(time,acc(:,3),LOCS3,(PKS3),'*'), title('3L')

```

Figura 5.9 -Script di Matlab per l'individuazione dei picchi

Vengono riportati i grafici con l'individuazione dei picchi sia per il telaio nudo (Figura 5.10) dove possiamo notare un numero elevato di picchi, che per il telaio tamponato (Figura 5.11), dove i picchi sono in numero molto minore.



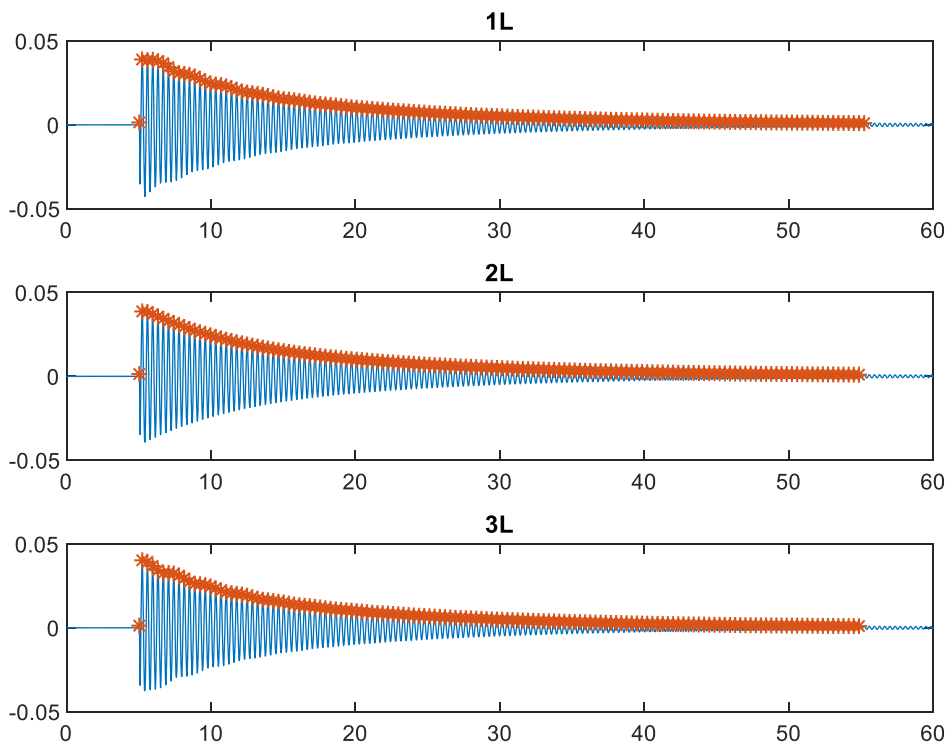


Figura 5.10-Individuazione dei picchi sul segnale tagliato per il telaio nudo

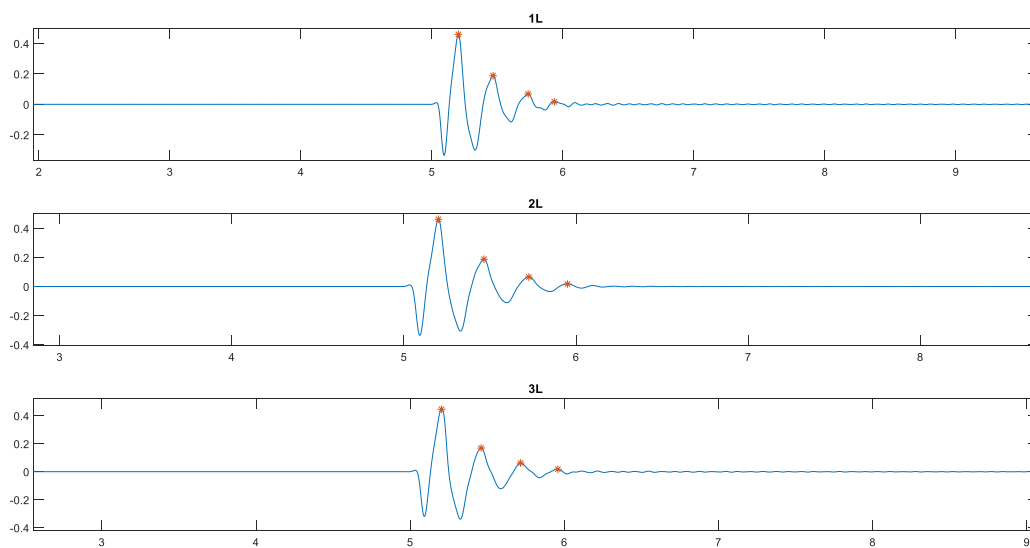


Figura 5.11 -Individuazione dei picchi sul segnale tagliato per il telaio tamponato

Per ogni accelerometro vengono calcolate le frequenze di oscillazione (Figura 5.12).

Innanzitutto, si misura il periodo (T), cioè il tempo che il segnale impiega per compiere un'oscillazione completa. Dopo di che, la frequenza si ottiene facendo l'inverso del periodo. Da notare che, essendo ogni segnale caratterizzato da diverse oscillazioni, per ognuno di essi vengono ricavati più valori di frequenze, calcolati sulla base della distanza temporale tra un picco e il successivo.

$$f = \frac{1}{T}$$

```
%% Calcolo frequenze

%1L
delta = [];
for i = 1 : (length(LOCS1)-1);
    delta(i) = LOCS1(i+1) - LOCS1(i);
end
delta = delta';
fD1 = 1./delta;
% figure,plot(fD1,'*');

%2L
delta = [];
for i = 1 : (length(LOCS2)-1);
    delta(i) = LOCS2(i+1) - LOCS2(i);
end
delta = delta';
fD2 = 1./delta;

%3L
delta = [];
for i = 1 : (length(LOCS3)-1);
    delta(i) = LOCS3(i+1) - LOCS3(i);
end
delta = delta';
fD3 = 1./delta;
```

Figura 5.12-Script di Matlab per il calcolo delle frequenze

Per ogni accelerometro vengono calcolati anche gli smorzamenti, attraverso le 2 metodologie esposte nel Capitolo 1.

Il primo metodo si basa sul rapporto tra due picchi massimi successivi, ovvero:

$$\zeta_1 = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{u_i}{u_{i+1}}$$

dove  $\zeta$  indica lo smorzamento e  $\frac{u_i}{u_{i+1}}$  indica il rapporto delle ampiezze tra due picchi massimi successivi. (Figura 5.13).

```

%% Calcolo smorzamento csil

%1L
delta = [];
for i = 1 : (length(PKS1)-1);
    delta(i) = log(PKS1(i) / PKS1(i+1));
end
delta = delta';

csil_1 = [];
for i = 1 : length(delta);
    csi_i = delta(i) / ((4*pi^2 + delta(i)^2)^0.5);
    csil_1 = cat(1,csil_1,csi_i);
end

%2L
delta = [];
for i = 1 : (length(PKS2)-1);
    delta(i) = log(PKS2(i) / PKS2(i+1));
end
delta = delta';

csil_2 = [];
for i = 1 : length(delta);
    csi_i = delta(i) / ((4*pi^2 + delta(i)^2)^0.5);
    csil_2 = cat(1,csil_2,csi_i);
end

%3L
delta = [];
for i = 1 : (length(PKS3)-1);
    delta(i) = log(PKS3(i) / PKS3(i+1));
end
delta = delta';

csil_3 = [];
for i = 1 : length(delta);
    csi_i = delta(i) / ((4*pi^2 + delta(i)^2)^0.5);
    csil_3 = cat(1,csil_3,csi_i);
end

size_csil = min([size(csil_1,1) size(csil_2,1) size(csil_3,1)])
csil = [csil_1(1:size_csil) csil_2(1:size_csil) csil_3(1:size_csil)];

```

Figura 5.13 -Script di Matlab per il calcolo dello smorzamento (csil)

Il secondo metodo prevede il rapporto tra il primo picco massimo e l'ultimo:

$$\zeta_2 = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{u_1}{u_{j+1}}$$

dove  $u_1$  indica l'ampiezza del primo picco e  $u_{j+1}$  quella dell'ultimo. (Figura 5.14).

---

```
%% Calcolo smorzamento csi2

% %1L
A = length(PKS1)-1;
delta = log(PKS1(1) / PKS1(1+A));
csi2_1 = (1/(2*pi*A))*delta*100;

%2L
A = length(PKS2)-1;
delta = log(PKS2(1) / PKS2(1+A));
csi2_2 = (1/(2*pi*A))*delta*100;

%3L
A = length(PKS3)-1;
delta = log(PKS3(1) / PKS3(1+A));
csi2_3 = (1/(2*pi*A))*delta*100;

csi2 = [csi2_1 csi2_2 csi2_3];

% size_csi2 = min([size(csi2_1,1) size(csi2_2,1) size(csi2_3,1)]);
% csi2 = [csi2_1(1:size_csi2) csi2_2(1:size_csi2) csi2_3(1:size_csi2)];
```

Figura 5.14-Script di Matlab per il calcolo dello smorzamento (csi2)

## 6 Risultati

### 6.1 Frequenze e smorzamenti

Vengono riportate le tabelle contenenti le frequenze di oscillazione e gli smorzamenti dei segnali per il telaio nudo e per quello tamponato.

Per quanto riguarda il telaio nudo è stata considerata per tutti gli spostamenti una frequenza di taglio pari a 15 Hz e tutti i segnali sono stati tagliati per un intervallo di tempo di 60 secondi. Viene riportata una tabella con le medie delle frequenze e degli smorzamenti relative ai vari spostamenti (Figura 6.1.1).

spostamento [mm]	f media [hz]	$\zeta_1$ medio [%]	$\zeta_2$ [%]
2.0	<b>2.778</b>	<b>0.436</b>	<b>0.436</b>
4.0	<b>2.778</b>	<b>0.362</b>	<b>0.343</b>
6.0	<b>2.750</b>	<b>0.105</b>	<b>0.051</b>
8.0	<b>2.738</b>	<b>0.137</b>	<b>0.085</b>
10.0	<b>2.729</b>	<b>0.151</b>	<b>0.100</b>

*Figura 6.1.1-Tabella delle frequenze di oscillazione medie e smorzamenti medi ai relativi spostamenti per il telaio nudo*

f media rappresenta la frequenza media e  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  lo smorzamento medio.

Questi risultati vengono riportati in Matlab al fine di ricavare i grafici frequenza-spostamento e smorzamento-spostamento. (Figura 6.1.2) .

```

%%

fname = strcat('C:\Users\marty_000\Desktop\.txt per MATLAB\FREQUENZE NUDO.txt');
A = load(fname);

%%

% for i=2:4;
% figure, plot(A(:,1),A(:,i),'x');
% xlim([0 12]);
% end

figure, plot(A(:,1),A(:,2),'ob');
hold on
plot(A(:,1),A(:,3),'xm');
plot(A(:,1),A(:,4),'hy');
hold off
xlim([0 15]);
ylim([0 15]);
legend('1L','2L','3L');
title('Frequenze telaio nudo');

figure, plot(A(:,1),A(:,5),'x');
xlim([0 15]);
ylim([0 15]);
title('Frequenze medie telaio nudo');

```

*Figura 6.1.2 -Script di Matlab per ricavare i grafici frequenza-spostamento e smorzamento-spostamento*

Vengono riportati i grafici che rappresentano le frequenze e gli smorzamenti ricavati relativi ai vari spostamenti per il telaio nudo.

Per quanto riguarda i grafici delle frequenze e smorzamenti medi, per ogni spostamento, è stata calcolata la media relativa ai 3 accelerometri. (Figure 6.1.3-6.1.4-6.1.5-6.1.6-6.1.7-6.1.8).

L'asse delle ascisse corrisponde allo spostamento imposto e quello delle ordinate alla frequenza.

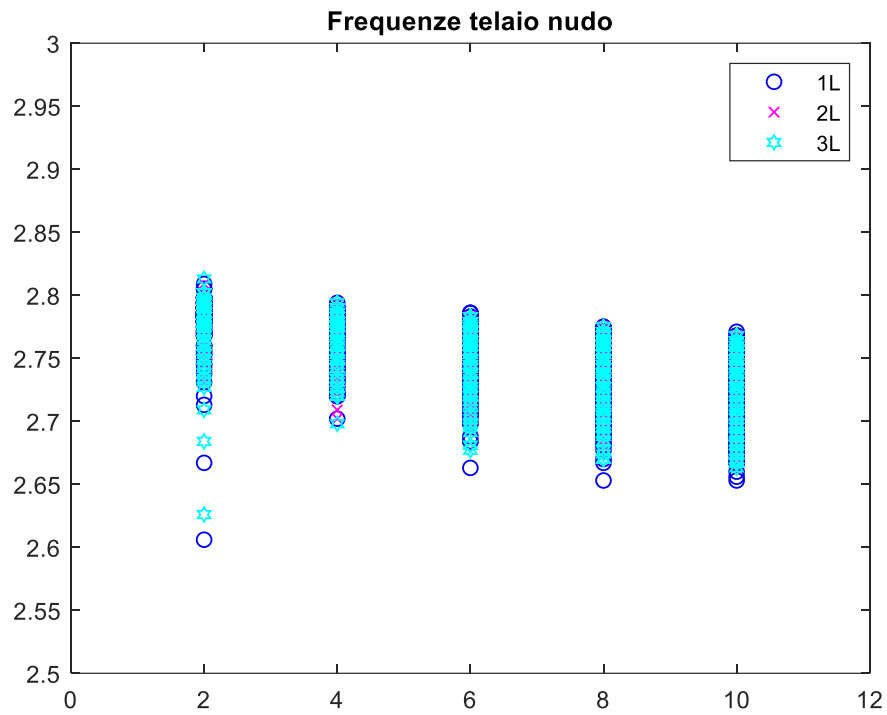


Figura 6.1.3-Grafico frequenza-spostamento per il telaio nudo

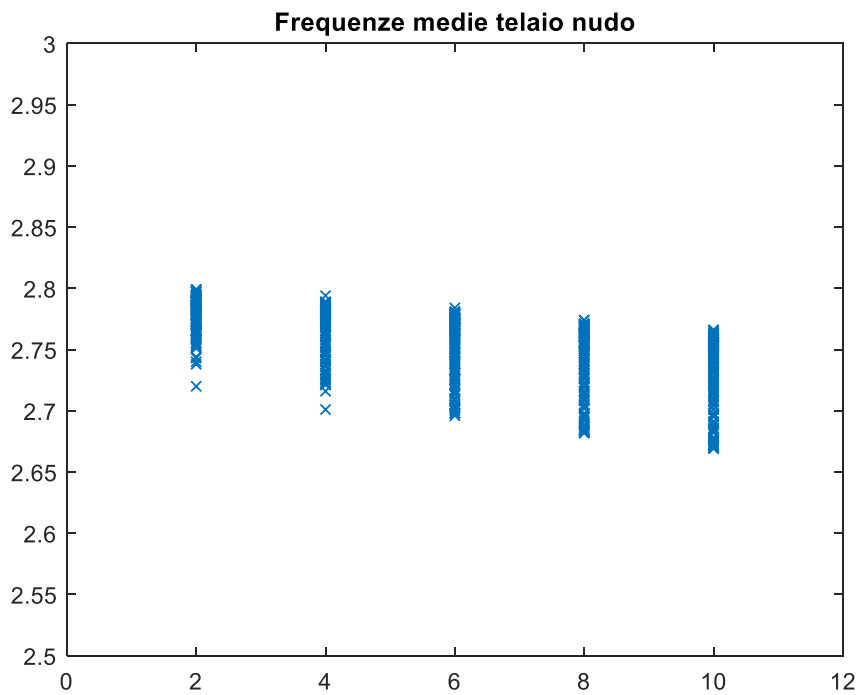


Figura 6.1.4-Grafico frequenze medie (dei 3 acc.)-spostamento per il telaio nudo

L'asse delle ascisse corrisponde allo spostamento imposto e quello delle ordinate allo smorzamento.

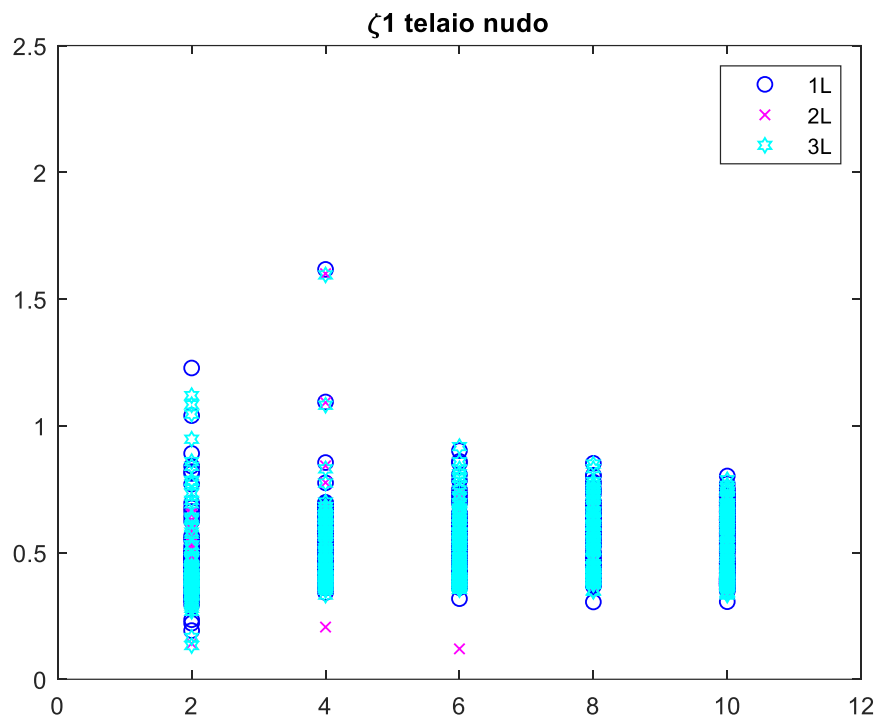


Figura 6.1.5 -Grafico ζ1-spostamento per il telaio nudo

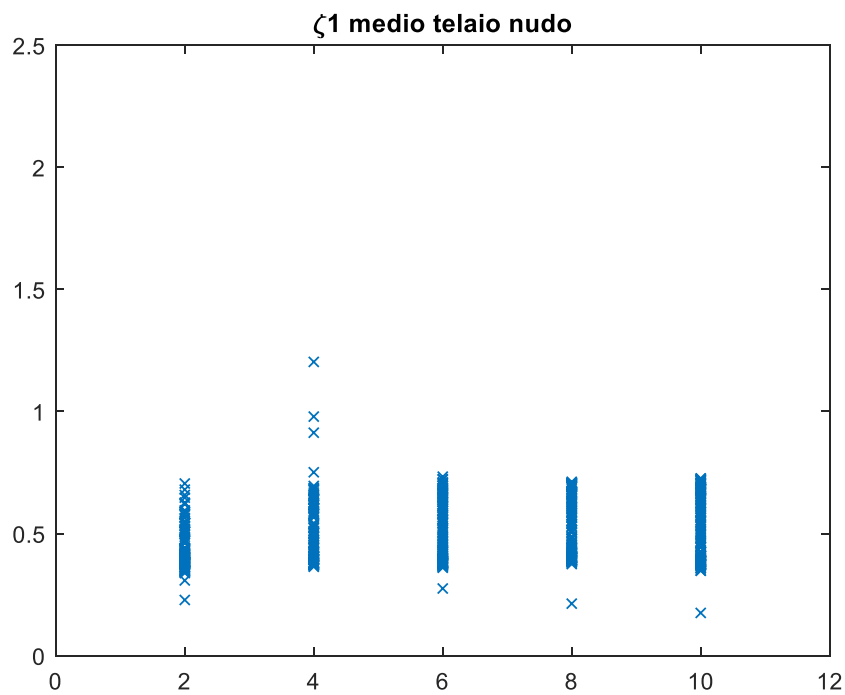


Figura 6.1.6 -Grafico ζ1 medio (dei 3 acc.)-spostamento per il telaio nudo



L'asse delle ascisse corrisponde allo spostamento imposto e quello delle ordinate allo smorzamento.

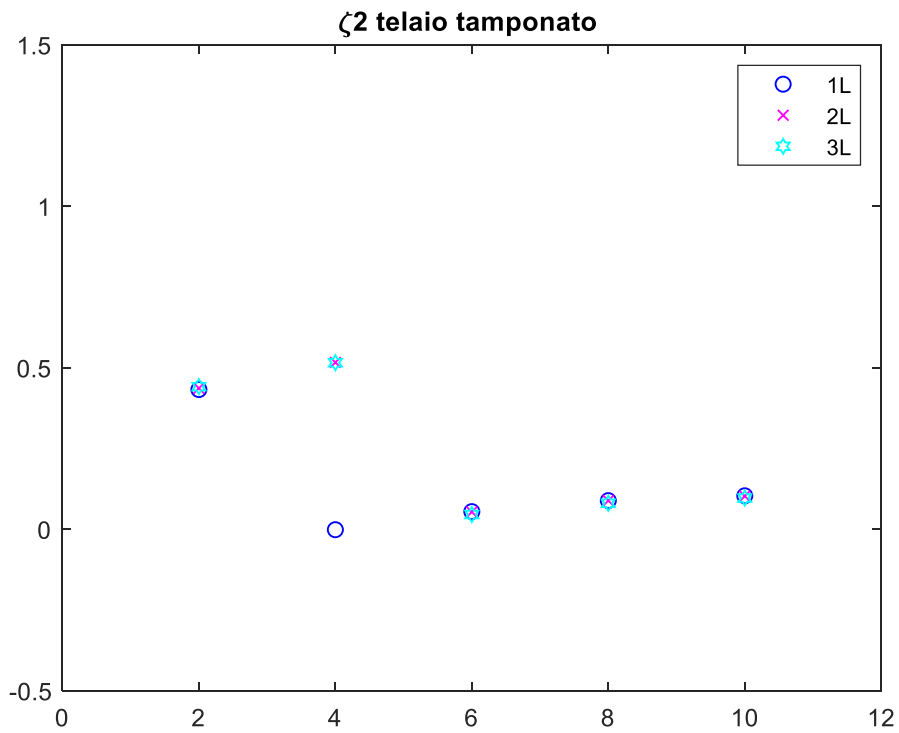


Figura 6.1.7 -Grafico  $\zeta_2$ -spostamento per il telaio nudo

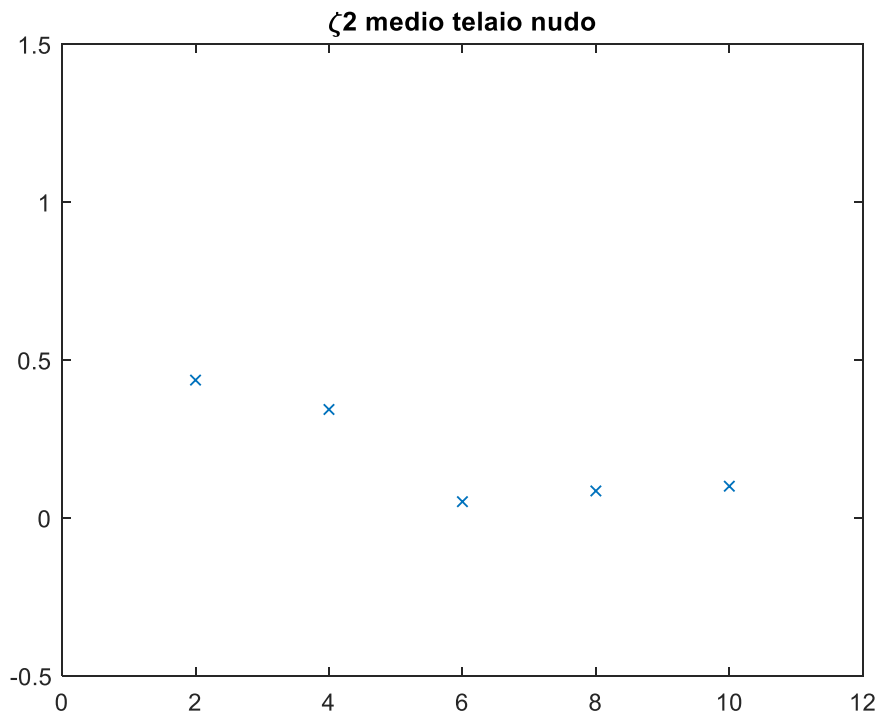


Figura 6.1.8 -Grafico  $\zeta_2$  medio(dei 3 acc.)-spostamento per il telaio nudo

Per quanto riguarda il telaio tamponato (Figura 6.1.9), è stata utilizzata una frequenza di taglio pari a 15 Hz per tutti gli spostamenti, ad eccezione delle prove 4.0 mm e 12.0 mm dove è stata utilizzata una frequenza di taglio di 10 Hz in quanto, a 15 Hz, il segnale risultava non utilizzabile ai fini dei calcoli in quanto ancora abbastanza frastagliato.

Tutti i segnali sono stati tagliati per un intervallo di 20 secondi ad eccezione degli spostamenti 5.0 mm, 5.5 mm, 6.0 mm, 10.5 mm e 11.5 mm che sono stati tagliati per 15 secondi in quanto avevano una lunghezza minore.

Per quanto riguarda lo spostamento corrispondente a 11.5 mm, non è stato considerato il segnale relativo all'accelerometro 1 L in quanto presentava delle anomalie.

1.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	10.894	4.679	8.008	10.952	7.204	7.681	10.952	7.301	7.470
2	10.779	7.159		10.611	7.282		10.667	8.091	
3	10.611	8.734		10.611	6.782		10.503	7.543	
4	10.952	8.248		10.779	6.680		10.667	5.439	
5	11.070	8.094		11.011	7.819		10.952	7.443	
6	11.636	10.959		11.506	10.170		11.378	8.872	
<b>media</b>	<b>10.990</b>	<b>7.979</b>		<b>8.008</b>	<b>10.912</b>		<b>7.656</b>	<b>7.681</b>	

1.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	9.752	11.672	11.224	9.706	12.064	10.760	9.706	12.660	10.694
2	10.039	10.501		10.089	10.078		9.990	10.006	
3	10.503	9.754		10.343	8.679		10.240	8.171	
4	10.396	12.680		10.611	11.961		10.779	11.676	
<b>media</b>	<b>10.173</b>	<b>11.152</b>		<b>11.224</b>	<b>10.187</b>		<b>10.695</b>	<b>10.760</b>	

2.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	9.660	10.026	10.551	9.660	10.616	10.283	9.660	11.081	10.324
2	9.799	12.031		9.846	11.794		9.752	11.572	
3	10.189	9.192		10.089	8.774		10.089	8.110	
4	10.039	10.713		10.189	9.724		10.343	10.303	
<b>media</b>	<b>9.922</b>	<b>10.491</b>		<b>10.551</b>	<b>9.946</b>		<b>10.227</b>	<b>10.283</b>	

2.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	9.184	10.195	12.855	9.143	10.47189	12.370	9.143	10.435	12.530
2	8.866	15.021		8.943	13.96485		8.904	13.993	
3	9.143	13.012		9.352	12.38105		9.570	12.858	
<b>media</b>	<b>9.064</b>	<b>12.743</b>		<b>12.855</b>	<b>9.146</b>		<b>12.273</b>	<b>12.370</b>	

3.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	8.828	9.311	12.836	8.752	10.059	13.129	8.641	9.578	13.464
2	8.393	14.797		8.325	14.254		8.393	14.954	
3	8.325	11.925		8.359	13.745		8.291	15.254	
4	8.715	14.851		8.752	13.989		8.752	13.549	
<b>media</b>	<b>8.565</b>	<b>12.721</b>		<b>12.836</b>	<b>8.547</b>		<b>13.012</b>	<b>13.129</b>	

3.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	8.498	10.537	12.620	8.498	10.089	11.464	8.463	10.596	11.597
2	7.907	13.535		8.063	14.205		8.031	14.028	
3	8.325	15.965		8.095	11.138		8.063	11.374	
4	8.641	9.999		8.605	10.105		8.641	10.065	
<b>media</b>	<b>8.343</b>	<b>12.509</b>		<b>12.620</b>	<b>8.315</b>		<b>11.384</b>	<b>11.464</b>	

4.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	8.127	10.219	12.151	8.095	9.142	11.403	7.847	-2.513	9.110
2	7.585	13.327		7.670	13.443		7.817	11.059	
3	7.877	14.480		7.817	12.403		8.225	11.024	
4	8.192	10.197		8.192	10.312		8.291	11.248	
<b>media</b>	<b>7.945</b>	<b>12.056</b>		<b>12.151</b>	<b>7.944</b>		<b>11.325</b>	<b>11.403</b>	

4.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	7.969	10.551	12.009	7.969	10.232	12.079	7.728	3.555	11.693
2	7.262	12.880		7.262	13.193		7.557	15.967	
3	7.420	13.497		7.502	12.623		7.557	12.330	
4	7.699	10.754		7.758	11.909		7.699	14.461	
<b>media</b>	<b>7.588</b>	<b>11.920</b>		<b>12.009</b>	<b>7.623</b>		<b>11.989</b>	<b>12.079</b>	

5.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	7.613	10.588	11.576	7.529	10.294	11.606	8.000	1.210	11.307
2	6.990	12.685		7.087	12.831		7.087	12.365	
3	6.942	13.392		6.990	13.493		7.111	13.123	
4	7.613	8.893		7.474	8.542		7.262	11.347	
5	7.447	11.916		7.557	12.456		7.613	17.910	
<b>media</b>	<b>7.321</b>	<b>11.495</b>		<b>11.576</b>	<b>7.327</b>		<b>11.523</b>	<b>11.606</b>	

5.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	7.314	9.972	12.316	7.262	10.186	11.907	7.529	5.155	11.416
2	6.715	14.109		6.759	13.522		6.715	13.290	
3	6.872	12.737		6.849	13.029		6.804	14.238	
4	6.804	12.061		6.966	10.540		7.111	12.606	
<b>media</b>	<b>6.926</b>	<b>12.220</b>		<b>12.316</b>	<b>6.959</b>		<b>11.819</b>	<b>11.907</b>	

6.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	6.715	11.119	13.371	6.781	11.519	13.840	6.872	2.829	11.473
2	6.169	16.144		6.321	16.078		6.400	14.304	
3	6.543	16.031		6.564	13.434		6.481	12.353	
4	7.585	9.652		6.990	13.783		6.420	15.954	
<b>media</b>	<b>6.753</b>	<b>13.236</b>	<b>13.371</b>	<b>6.664</b>	<b>13.703</b>	<b>13.840</b>	<b>6.543</b>	<b>11.360</b>	<b>11.473</b>

6.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	6.041	14.202	17.434	5.971	13.663	15.989	6.321	4.737	18.987
2	5.673	20.103		5.753	17.892		5.461	31.536	
<b>media</b>	<b>5.857</b>	<b>17.152</b>	<b>17.434</b>	<b>5.862</b>	<b>15.777</b>	<b>15.989</b>	<b>5.891</b>	<b>18.136</b>	<b>18.987</b>

7.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	5.404	17.301	18.976	5.505	17.734	19.194	5.611	16.823	18.531
2	5.565	19.976		5.642	19.958		5.737	19.609	
<b>media</b>	<b>5.484</b>	<b>18.638</b>	<b>18.976</b>	<b>5.574</b>	<b>18.846</b>	<b>19.194</b>	<b>5.674</b>	<b>18.216</b>	<b>18.531</b>

7.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	5.107	17.334	19.681	5.133	17.848	20.185	5.461	17.642	20.924
2	5.550	21.263		5.596	21.702		5.432	23.269	
<b>media</b>	<b>5.329</b>	<b>19.298</b>	<b>19.681</b>	<b>5.364</b>	<b>19.775</b>	<b>20.185</b>	<b>5.447</b>	<b>20.455</b>	<b>20.924</b>

8.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	4.947	16.046	19.203	4.947	17.252	20.184	5.146	20.667	23.965
2	5.375	21.626		5.278	22.279		5.159	25.892	
<b>media</b>	<b>5.161</b>	<b>18.836</b>	<b>19.203</b>	<b>5.113</b>	<b>19.766</b>	<b>20.184</b>	<b>5.152</b>	<b>23.280</b>	<b>23.965</b>

8.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	4.785	15.447	18.912	4.796	16.549	19.066	4.830	21.865	22.558
2	5.185	21.662		5.095	20.882		4.971	22.144	
<b>media</b>	<b>4.985</b>	<b>18.554</b>	<b>18.912</b>	<b>4.945</b>	<b>18.715</b>	<b>19.066</b>	<b>4.901</b>	<b>22.005</b>	<b>22.558</b>

9.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	4.719	14.801	19.276	4.676	16.587	19.129	5.007	20.759	21.436
2	5.095	22.956		5.032	20.963		4.971	21.161	
<b>media</b>	<b>4.907</b>	<b>18.879</b>	<b>19.276</b>	<b>4.854</b>	<b>18.775</b>	<b>19.129</b>	<b>4.989</b>	<b>20.960</b>	<b>21.436</b>

9.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	4.665	0.153	20.091	4.602	0.173	20.078	4.853	0.149	17.584
2	5.095	0.240		5.032	0.221		4.923	0.197	
<b>media</b>	<b>4.880</b>	<b>0.196</b>	<b>20.091</b>	<b>4.817</b>	<b>0.197</b>	<b>20.078</b>	<b>4.888</b>	<b>0.173</b>	<b>17.584</b>

10.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	4.613	14.493	19.449	4.531	16.165	18.938	4.481	13.190	26.026
2	4.623	23.567		4.741	21.015		5.069	36.129	
<b>media</b>	<b>4.618</b>	<b>19.030</b>	<b>19.449</b>	<b>4.636</b>	<b>18.590</b>	<b>18.938</b>	<b>4.775</b>	<b>24.659</b>	<b>26.026</b>

10.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	4.511	15.367	18.893	4.414	16.304	19.437	4.367	17.569	19.872
2	4.339	21.705		4.571	21.810		4.923	21.390	
<b>media</b>	<b>4.425</b>	<b>18.536</b>	<b>18.893</b>	<b>4.493</b>	<b>19.057</b>	<b>19.437</b>	<b>4.645</b>	<b>19.479</b>	<b>19.872</b>

11.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	4.395	15.830	18.875	4.267	16.392	19.219	4.276	21.007	19.429
2	4.197	19.071		4.414	21.498		4.842	25.375	
3	3.984	20.707		6.759	18.691		6.380	10.507	
<b>media</b>	<b>4.192</b>	<b>18.536</b>	<b>18.875</b>	<b>5.147</b>	<b>18.860</b>	<b>19.219</b>	<b>5.166</b>	<b>18.963</b>	<b>19.429</b>

11.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1				4.21	15.591	17.93	4.74	15.490	19.20
2				4.29	19.681		4.49	22.152	
<b>media</b>				<b>4.25</b>	<b>17.64</b>	<b>17.93</b>	<b>4.62</b>	<b>18.82</b>	<b>19.20</b>

12.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	4.395	19.593	21.217	4.047	12.484	17.046	4.154	16.019	19.772
2	4.146	21.909		4.096	21.028		4.088	22.706	
<b>media</b>	<b>4.270</b>	<b>20.751</b>	<b>21.217</b>	<b>4.072</b>	<b>16.756</b>	<b>17.046</b>	<b>4.121</b>	<b>19.363</b>	<b>19.772</b>

12.5 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	3.871	15.557	16.351	3.871	14.915	17.588	4.294	-1.466	13.130
2	4.197	19.058		4.031	16.972		3.946	8.610	
3	4.561	13.758		4.774	20.043		5.347	16.519	
<b>media</b>	<b>4.210</b>	<b>16.124</b>	<b>16.351</b>	<b>4.226</b>	<b>17.310</b>	<b>17.588</b>	<b>4.529</b>	<b>7.887</b>	<b>13.130</b>

13.0 mm									
ciclo	1L			2L			3L		
	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]	f [hz]	$\zeta_1$ [%]	$\zeta_2$ [%]
1	3.779	14.100	17.659	3.779	14.228	17.471	3.894	15.263	17.183
2	3.730	15.932		3.835	16.553		3.908	15.754	
3	5.007	22.041		4.462	20.790		4.137	19.754	
<b>media</b>	<b>4.172</b>	<b>17.358</b>	<b>17.659</b>	<b>4.025</b>	<b>17.190</b>	<b>17.471</b>	<b>3.980</b>	<b>16.924</b>	<b>17.183</b>

Figura 6.1.9 -Tabelle contenenti frequenza di oscillazione e smorzamento ai relativi spostamenti per il telaio tamponato

f indica la frequenza di oscillazione,  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  indicano gli smorzamenti calcolati come descritto nel capitolo 5.

1L, 2L e 3L sono i 3 accelerometri longitudinali e nell'ultima riga della tabella viene riportata la media delle frequenze e degli smorzamenti dei relativi accelerometri.

Questi risultati vengono riportati in Matlab al fine di ricavare i grafici frequenza-spostamento e smorzamento-spostamento. (Figura 6.1.10)

```
%%  
  
fname = strcat('C:\Users\marty_000\Desktop\.txt per MATLAB\FREQUENZE TAMPONATO.txt');  
A = load(fname);  
  
%%  
  
% for i=2:4;  
% figure, plot(A(:,1),A(:,i),'x');  
% xlim([0 12]);  
% end  
  
figure, plot(A(:,1),A(:,2),'ob');  
hold on  
plot(A(:,1),A(:,3),'xm');  
plot(A(:,1),A(:,4),'hy');  
hold off  
xlim([0 15]);  
ylim([0 15]);  
legend('1L','2L','3L');  
title('Frequenze telaio tamponato');  
  
figure, plot(A(:,1),A(:,5),'x');  
xlim([0 15]);  
ylim([0 15]);  
title('Frequenze medie telaio tamponato');
```

Figura 6.1.10 -Script di Matlab per ricavare i grafici frequenza-spostamento e smorzamento-spostamento



Per quanto riguarda i grafici delle frequenze e smorzamenti medi, per ogni spostamento, è stata calcolata la media relativa ai 3 accelerometri (Figure 6.1.11-6.1.12-6.1.13-6.1.14-6.1.15-6.1.16). L'asse delle ascisse corrisponde allo spostamento imposto e quello delle ordinate alla frequenza.

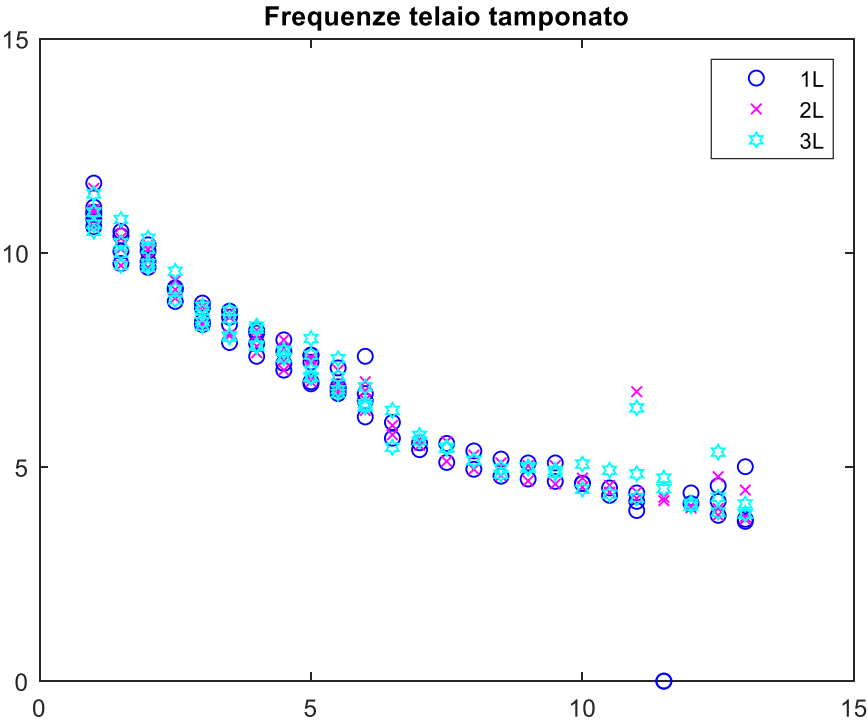


Figura 6.1.11 -Grafico frequenza-spostamento per il telaio tamponato

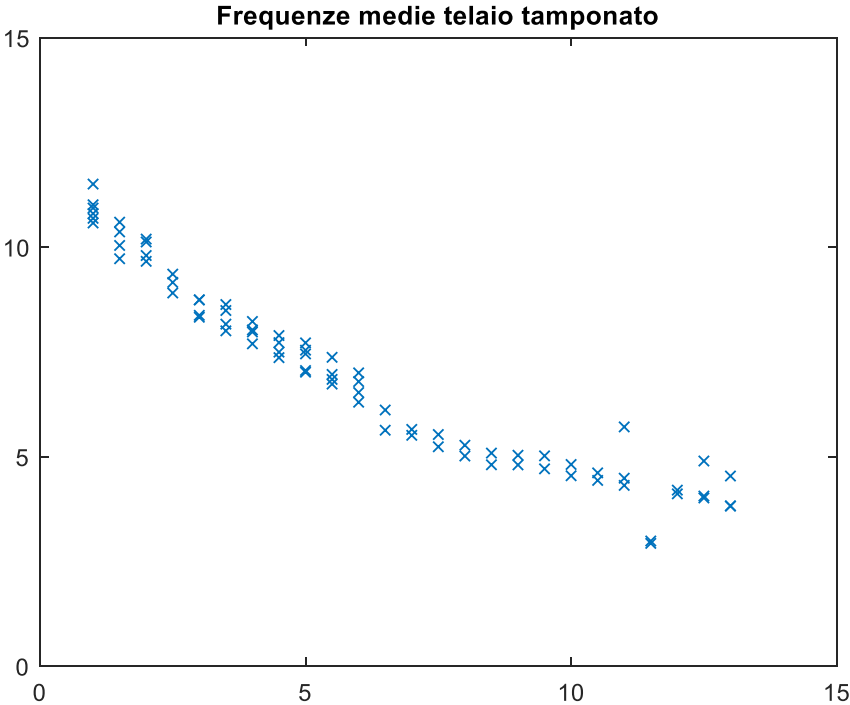


Figura 6.1.12 -Grafico frequenze medie (dei 3 acc.)-spostamenti per il telaio tamponato

L'asse delle ascisse corrisponde allo spostamento imposto e quello delle ordinate allo smorzamento.

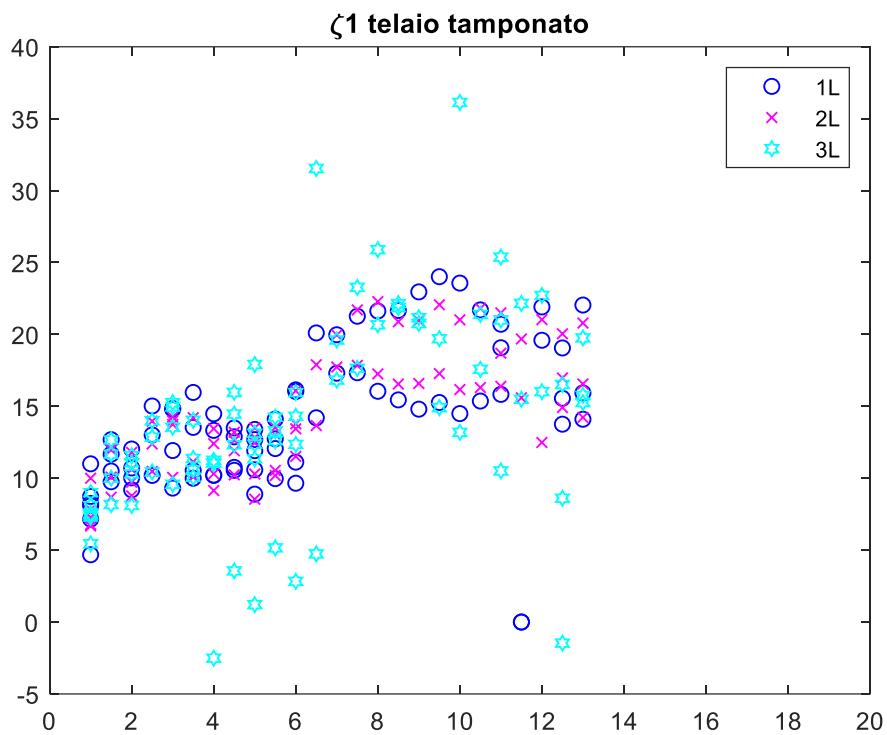


Figura6.1.13-Grafico  $\zeta_1$ -spostamento per il telaio tamponato

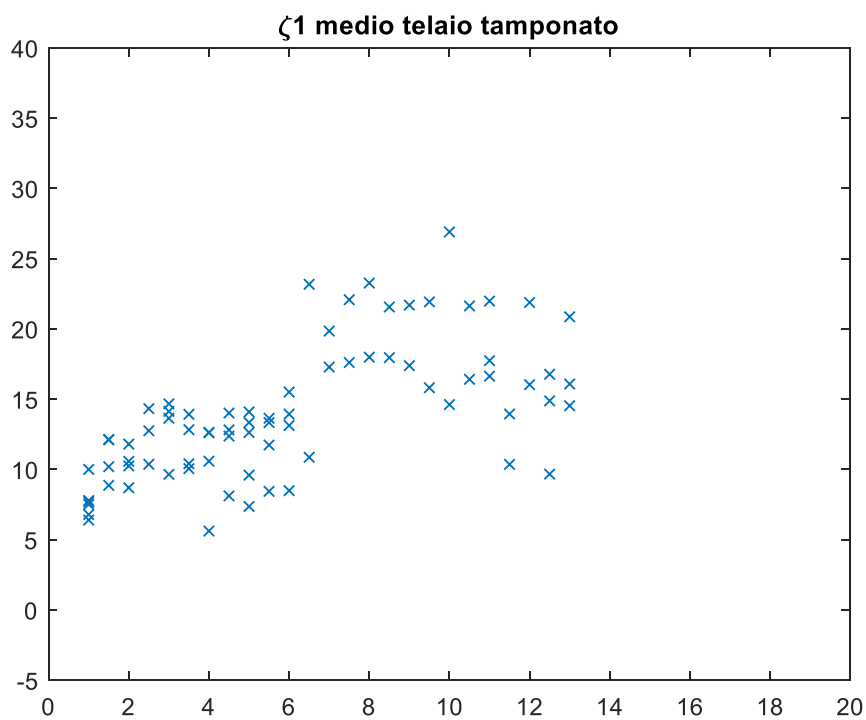


Figura6.1.1 4-Grafico  $\zeta_1$  medio (dei 3 acc.)-spostamento per il telaio tamponato

L'asse delle ascisse corrisponde allo spostamento imposto e quello delle ordinate allo smorzamento.

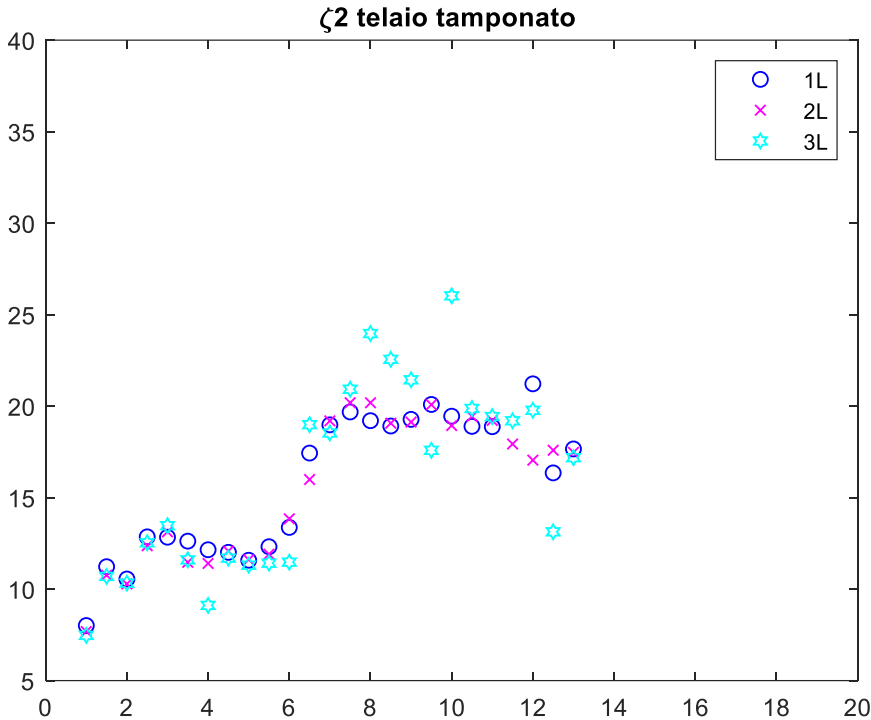


Figura 6.1.15 -Grafico ζ2-spostamento per il telaio tamponato

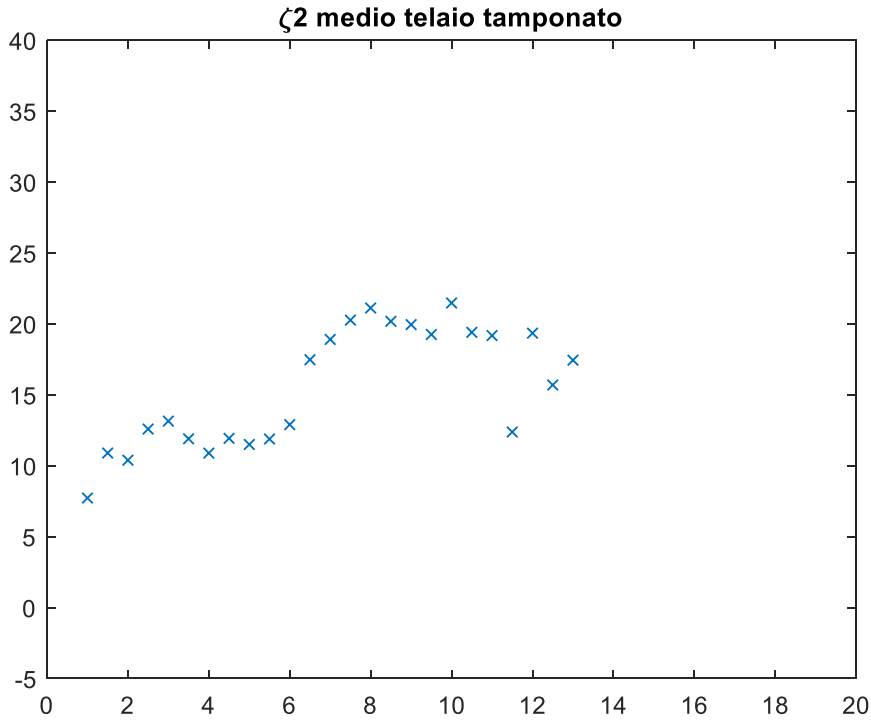


Figura 6.1.16-Grafico ζ2 medio (dei 3 acc.)-spostamento per il telaio tamponato

## 6.2 Analisi tempo-frequenza

L'analisi tempo-frequenza è stata eseguita inserendo i risultati ottenuti dalla rielaborazione dei dati provenienti dalle prove di laboratorio, come descritto nel capitolo 5, in Matlab.

Per prima cosa il segnale viene caricato nel Software (Figura 6.2.1):

```
%%  
prova = '1.0';    %mm di spostamento  
fname = strcat('C:\Users\marty_000\Desktop\TIROCINIO\Materiale Tirocinio_11-09-2019\  
acc = load(fname);  
  
Fs = 2048;      % frequenza di campionamento  
L = 1/Fs*(length(acc));  
time = 0:1/Fs:L-(1/Fs);  
time = time';  
  
% for i=1:6;  
%     figure,plot(time,acc(:,i));  
% end  
  
figure,  
ax1 = subplot(3,1,1), plot(time,acc(:,1)), title('1L'), % ylim([-0.5 0.5])  
ax2 = subplot(3,1,2), plot(time,acc(:,2)), title('2L')  
ax3 = subplot(3,1,3), plot(time,acc(:,3)), title('3L')  
linkaxes([ax1,ax2,ax3], 'xy')  
  
figure,  
ax1 = subplot(3,1,1), plot(time,acc(:,4)), title('1T'), % ylim([-0.5 0.5])  
ax2 = subplot(3,1,2), plot(time,acc(:,5)), title('2T')  
ax3 = subplot(3,1,3), plot(time,acc(:,6)), title('3T')  
linkaxes([ax1,ax2,ax3], 'xy')
```

Figura 6.2.1-Script di -Matlab per il caricamento del segnale

Questo viene ricampionato a una frequenza inferiore pari a 102.4 Hz (Figura 6.2.2).

```
%% Ricampionamento con frequenza inferiore e ricostruzione del segnale
ordfilt=2;
resampling = 20; % fattore di riduzione della Fs
accf = [];
for i = 1:size(acc,2);
    nyq=Fs/2;
    ftype='low'; Ft= [Fs/resampling/2];
    [b,a]=butter(ordfilt,Ft/nyq,ftype);
    accf1=filtfilt(b,a,acc(:,i));
    accf = cat(2,accf,accf1);
end
clear accf1 accf1 accf1flip_filt
accf = accf(1:resampling:size(accf,1),:);

figure, subplot(3,1,1), plot(accf(:,1));
subplot(3,1,2), plot(accf(:,2));
subplot(3,1,3), plot(accf(:,3));
```

Figura 6.2.2-Script di Matlab per il ricampionamento del segnale a una frequenza di 20 Hz

Infine, viene impostata la STFT con i seguenti parametri (Figura 6.2.3):

- *Window* è un vettore, divide l'asse delle ascisse (tempo) in segmenti della stessa lunghezza pari a *Window*; più il valore è piccolo e maggiore sarà la risoluzione nel tempo; è stato assunto un valore di 40.
- *Noverlap* rappresenta il tempo di sovrapposizione dei diversi segmenti dell'asse delle ascisse; non incide molto nella restituzione grafica ed è stato scelto un valore di 30 in quanto deve essere minore di *Window*;
- *NFFT* rappresenta il numero di punti in frequenza utilizzati per calcolare le trasformate di Fourier discrete e quanto più il valore è grande maggiore sarà la risoluzione in frequenza si è scelto un valore di 1000.;

```

%% imposta i parametri di input per STFT (Short Time Fourier Transform)
x = accf(:,2); %un acc alla volta
WINDOW = 40;
NOVERLAP = 30; %deve essere < di window
NFFT = 1000;
Fsr = 2048/resampling;

% figure
% subplot(2,1,1), plot(t,x), ylim([-2*A 2*A])
% subplot(2,1,2), spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsr,'yaxis'), colorbar('off')

% figure(1), (spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsr,'yaxis')); %colorbar('off')
% figure(2), (spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsr,'yaxis')); %colorbar('off')
% view([45 45 45]);

L1 = 1/Fsr*(length(x));
t = 0:1/Fsr:L1-(1/Fsr);
t = t';

subplot(2,1,1), plot(t,x), ylim([-0.5 .5]), grid on,
title('Storia temporale accelerazioni')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Acceleration [g]')
subplot(2,1,2), spectrogram(x,WINDOW,NOVERLAP,NFFT,Fsr,'yaxis');
xlim([0 20])
colormap parula
colorbar('off')
title('2.0 mm telaio nudo');

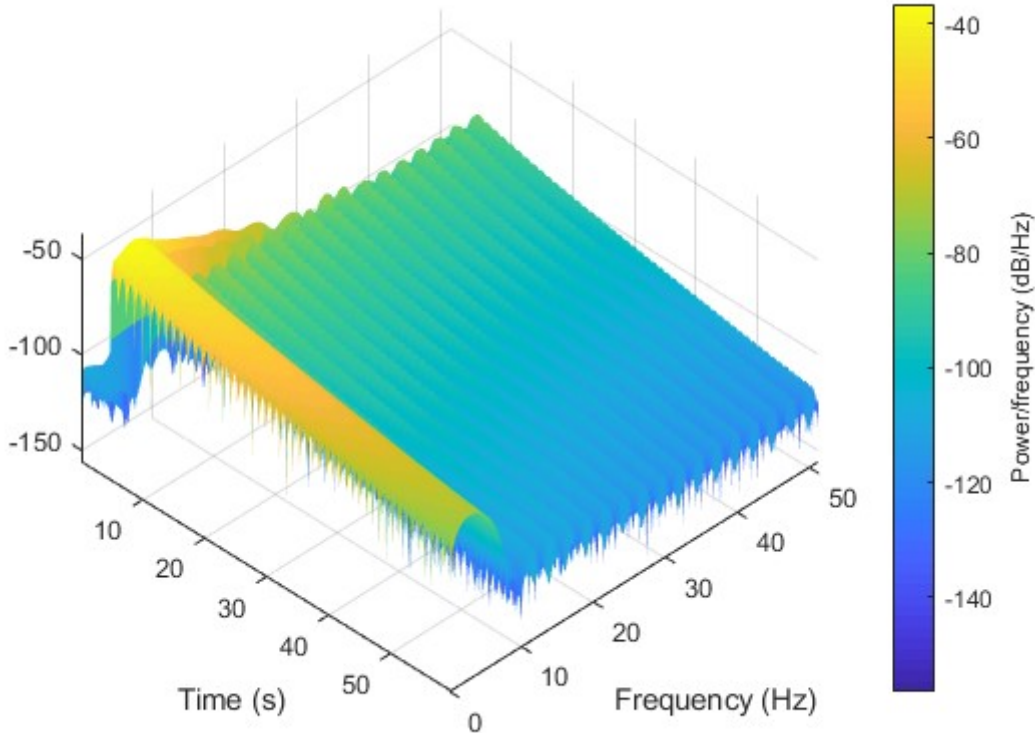
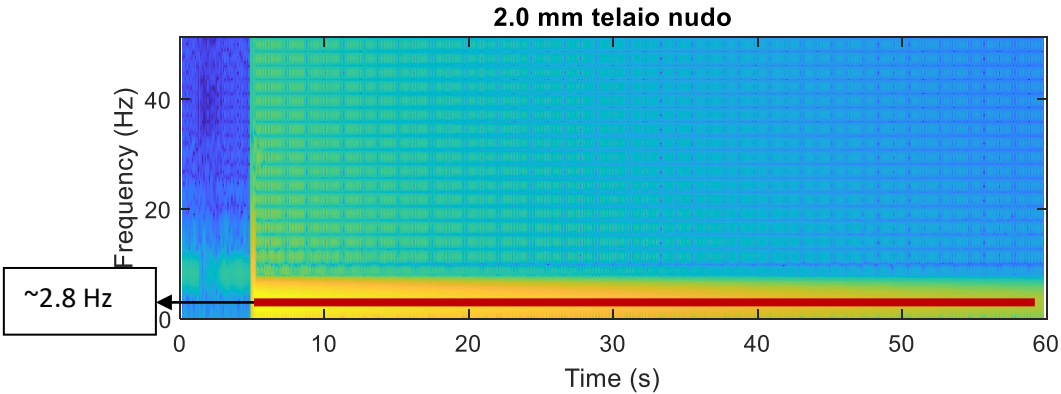
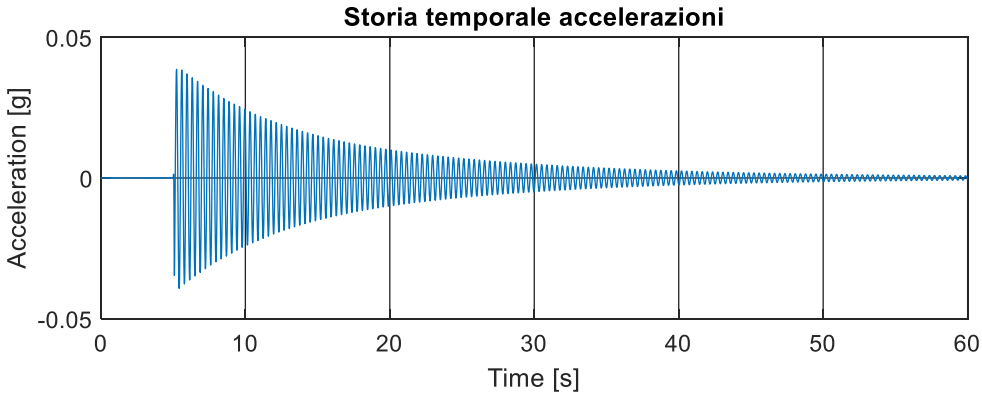
```

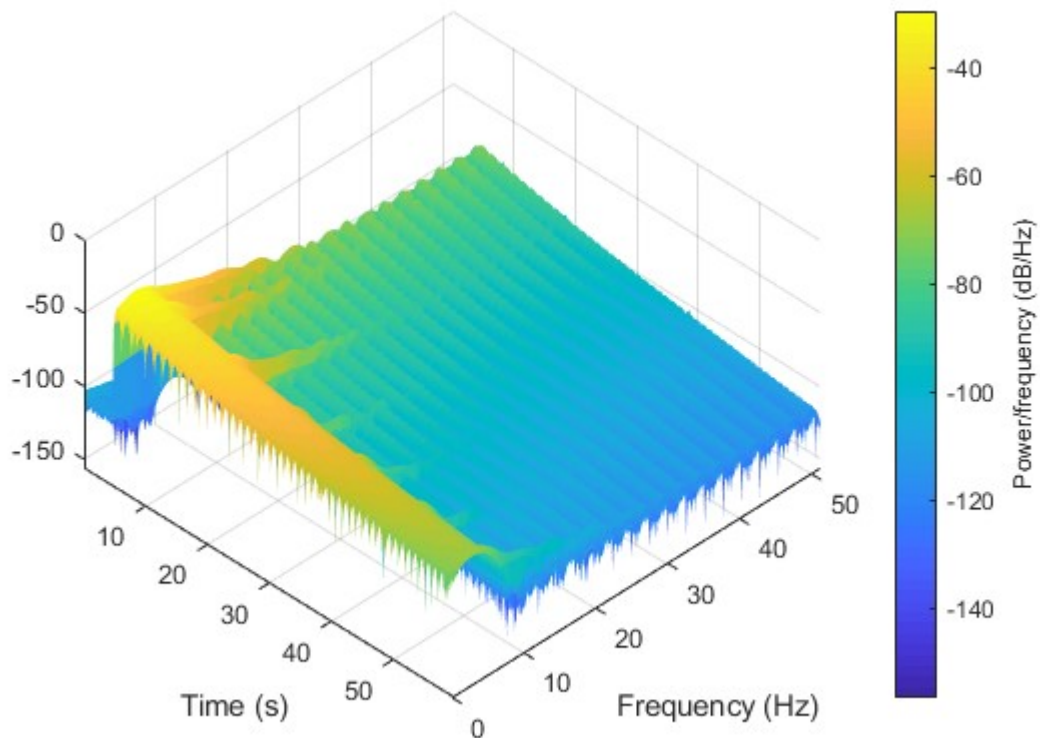
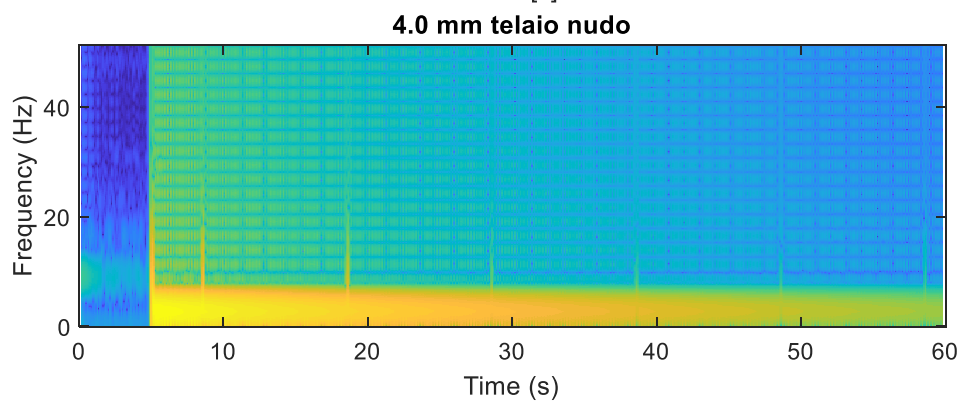
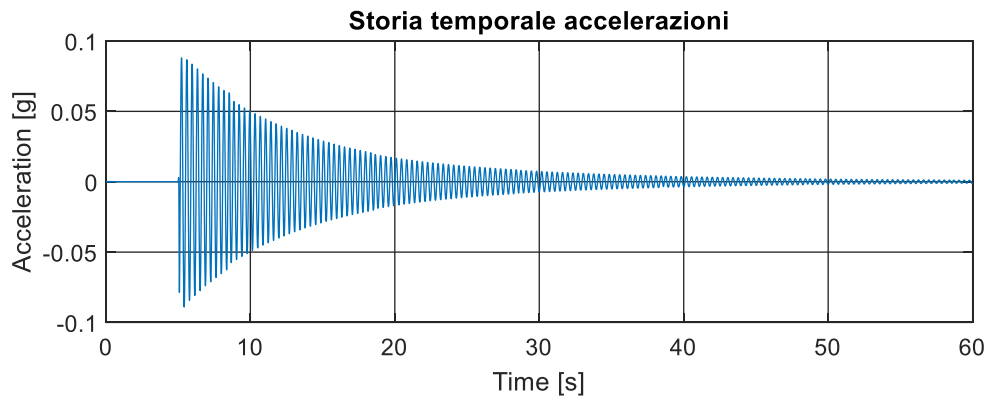
*Figura 6.2.3-Script di Matlab per l'analisi tempo-frequenza mediante la STFT*

Vengono illustrati i grafici ottenuti dall'analisi tempo-frequenza effettuata sui segnali accelerometrici acquisiti durante le prove di snap back svolte sul telaio nudo.

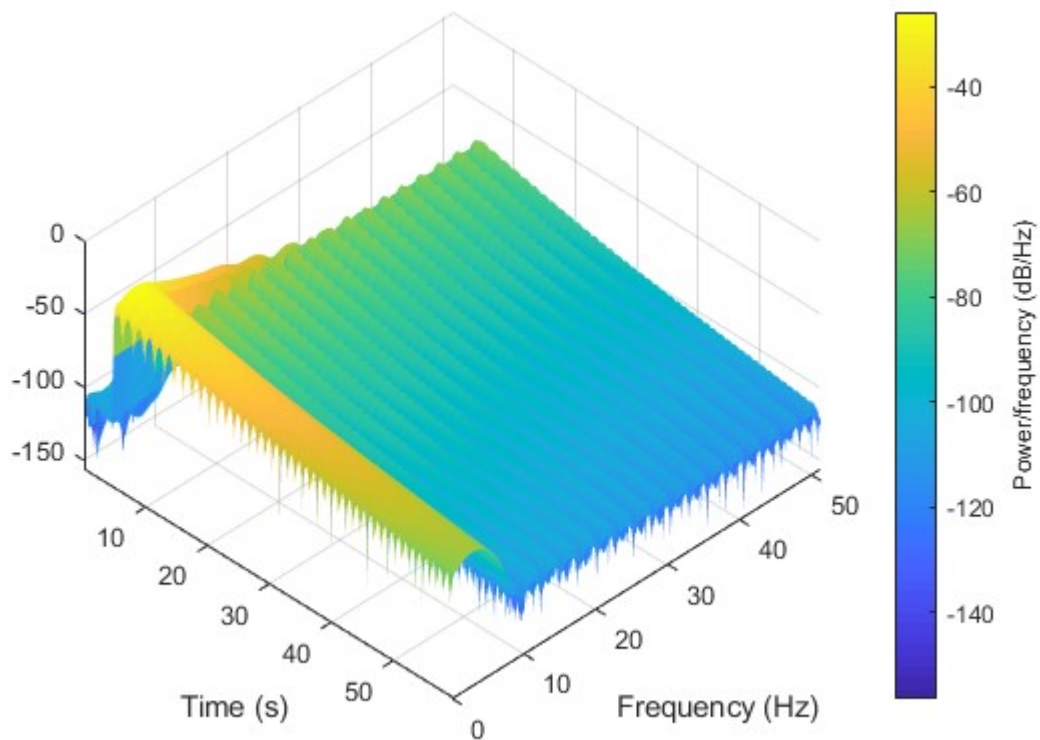
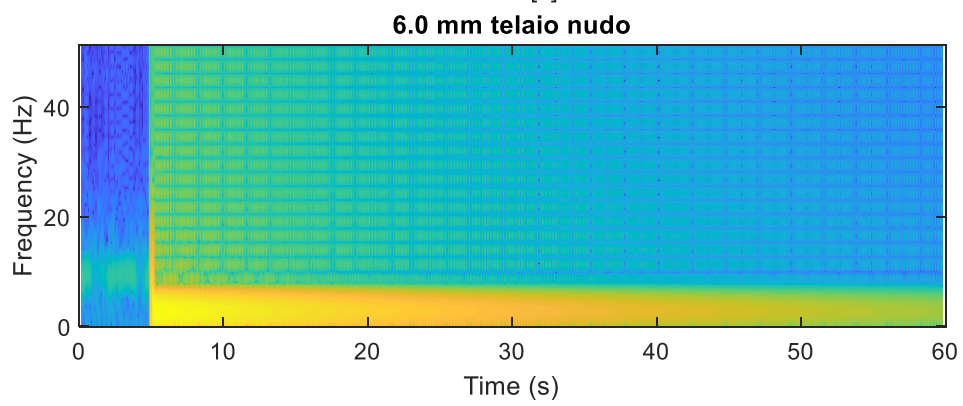
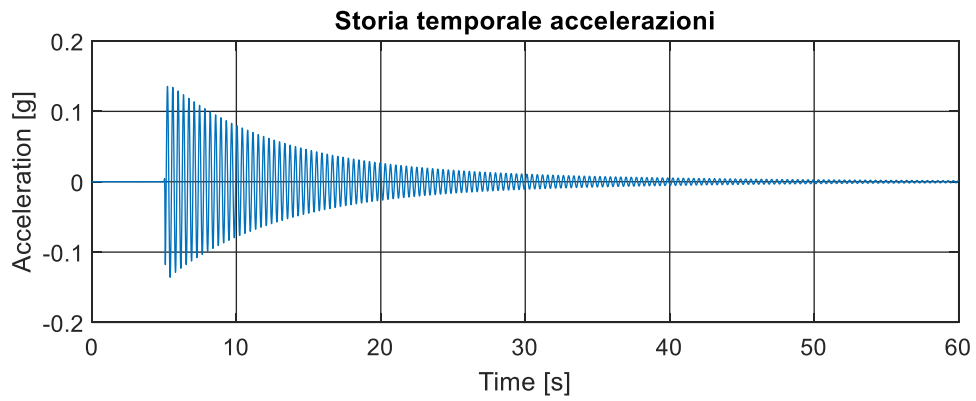
In particolare, si nota come la frequenza assuma un valore pressoché simile per diversi valori di spostamento, sia a 2.0 mm dove la frequenza è circa 2.8 Hz che a 10.0 mm dove la frequenza è circa 2.7 Hz. (Figure 6.2.4).

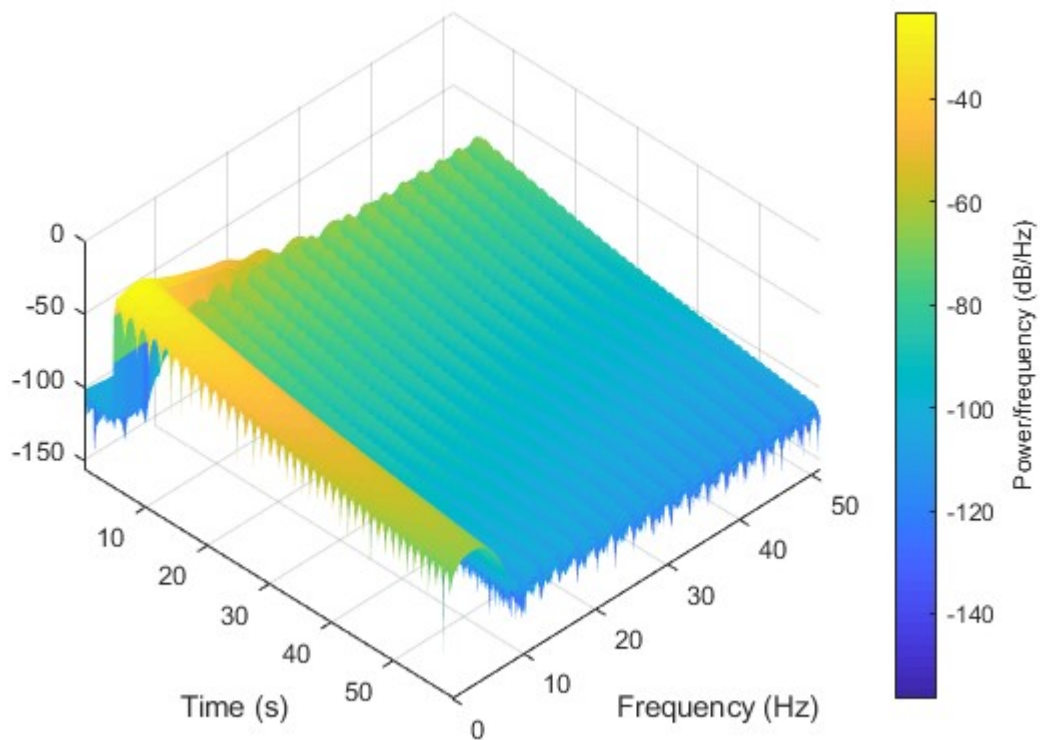
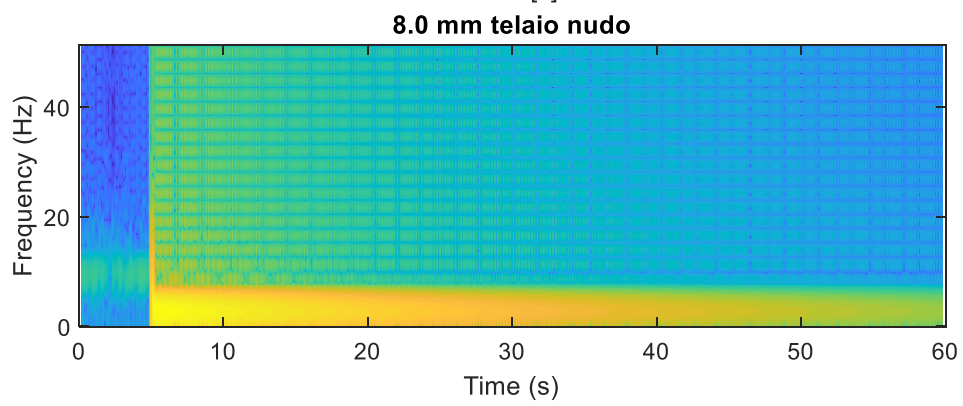
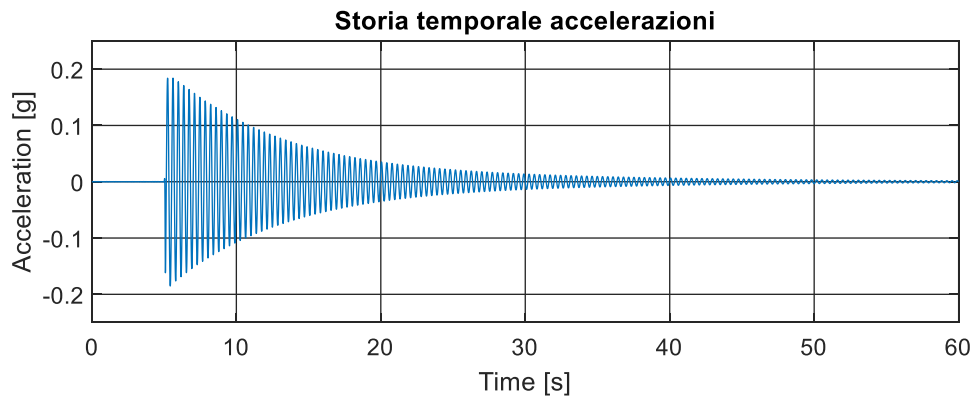
Vengono riportati i grafici ottenuti dall'analisi tempo-frequenza per il telaio nudo.











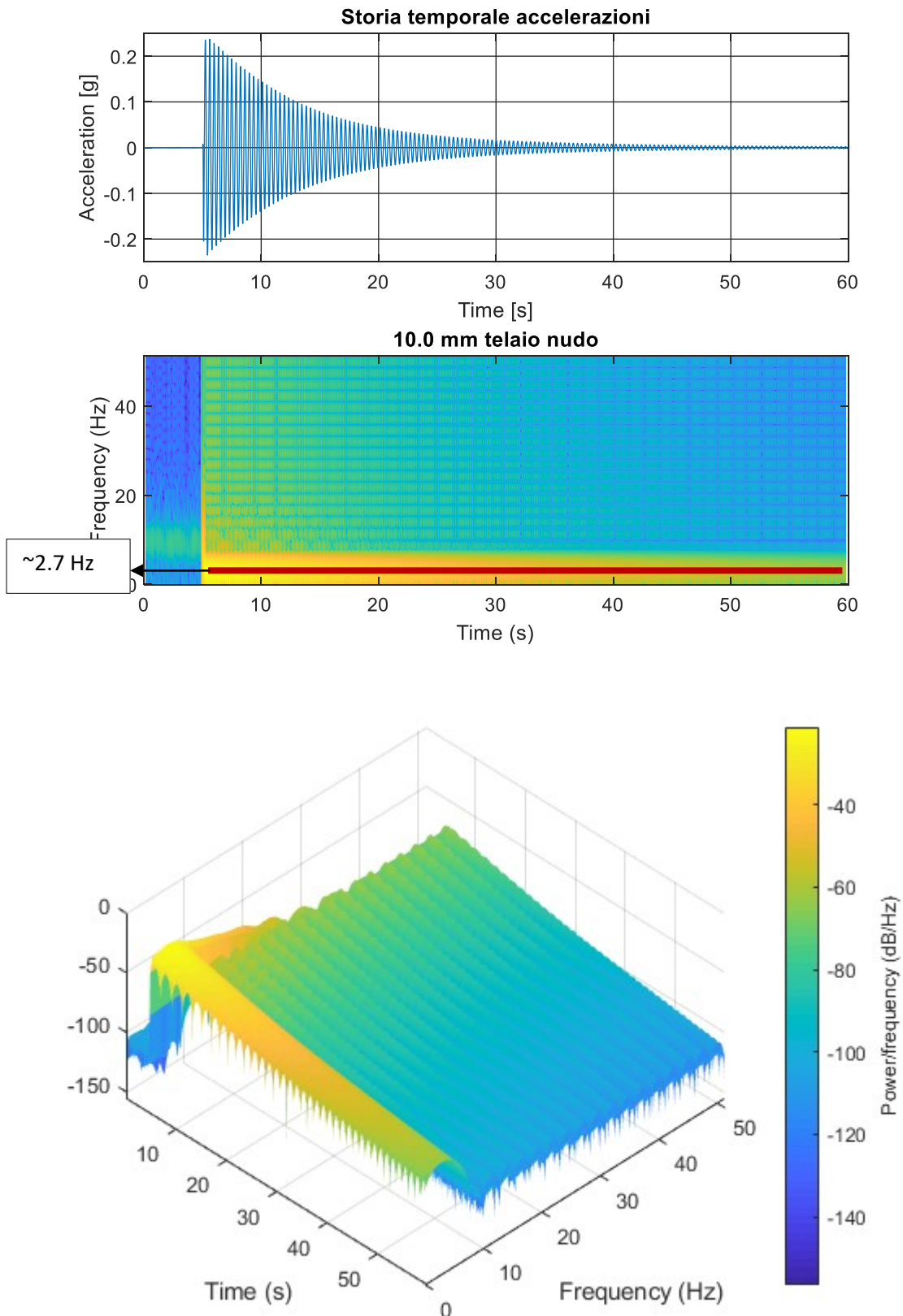


Figura 6.2.4-Analisi tempo-frequenza per tutti i valori di spostamento del telaio nudo

Vengono illustrati i grafici ottenuti dall'analisi tempo-frequenza effettuata sui segnali accelerometrici acquisiti durante le prove di snap back svolte sul telaio tamponato, soggetto a valori progressivi di spostamento iniziale imposto da 1.0 mm a 13.0 mm per intervalli di 0.5 mm.

Sui grafici si può notare come il picco in corrispondenza della armonica con ampiezza massima, quindi relativo all'istante in cui il telaio viene rilasciato durante la prova di snap back, corrisponda a frequenze più basse di quelle identificate durante le prove dinamiche preliminari. Nei grafici relativi ai risultati dell'analisi tempo frequenza, si nota che questo valore di frequenza, in seguito al rilascio, tende ad aumentare e tornare ai valori iniziali. Queste valutazioni sono qualitative e limitate dalla risoluzione in frequenza e nel tempo con cui possono essere effettuate le STFT.

Si nota come la frequenza raggiunge progressivamente valori inferiori all'aumentare dei drift di interpiano, in particolare si raggiungono valori di circa 7 Hz per lo spostamento 1.0 mm, e circa 3 Hz per lo spostamento 13.0 mm, dove le tamponature sono completamente danneggiate. In figura 6.2.5 e 6.2.6 sono riportate le STFT dei segnali relativi alle prove con spostamento iniziale di 1.0 mm e 13.0 mm e sono evidenziati questi andamenti, mentre nelle figure comprese tra di esse vengo riportati i risultati ottenuti da tutte le altre prove.

Questo comportamento è dovuto, molto probabilmente, ai fenomeni attritivi che si sviluppano tra le tamponature e il telaio, nonché alla progressiva fessurazione delle tamponature con l'evolversi della prova che porta alla formazione di un numero sempre maggiori di superfici di scorrimento che possono essere attivate da valori sempre maggiori di drift.

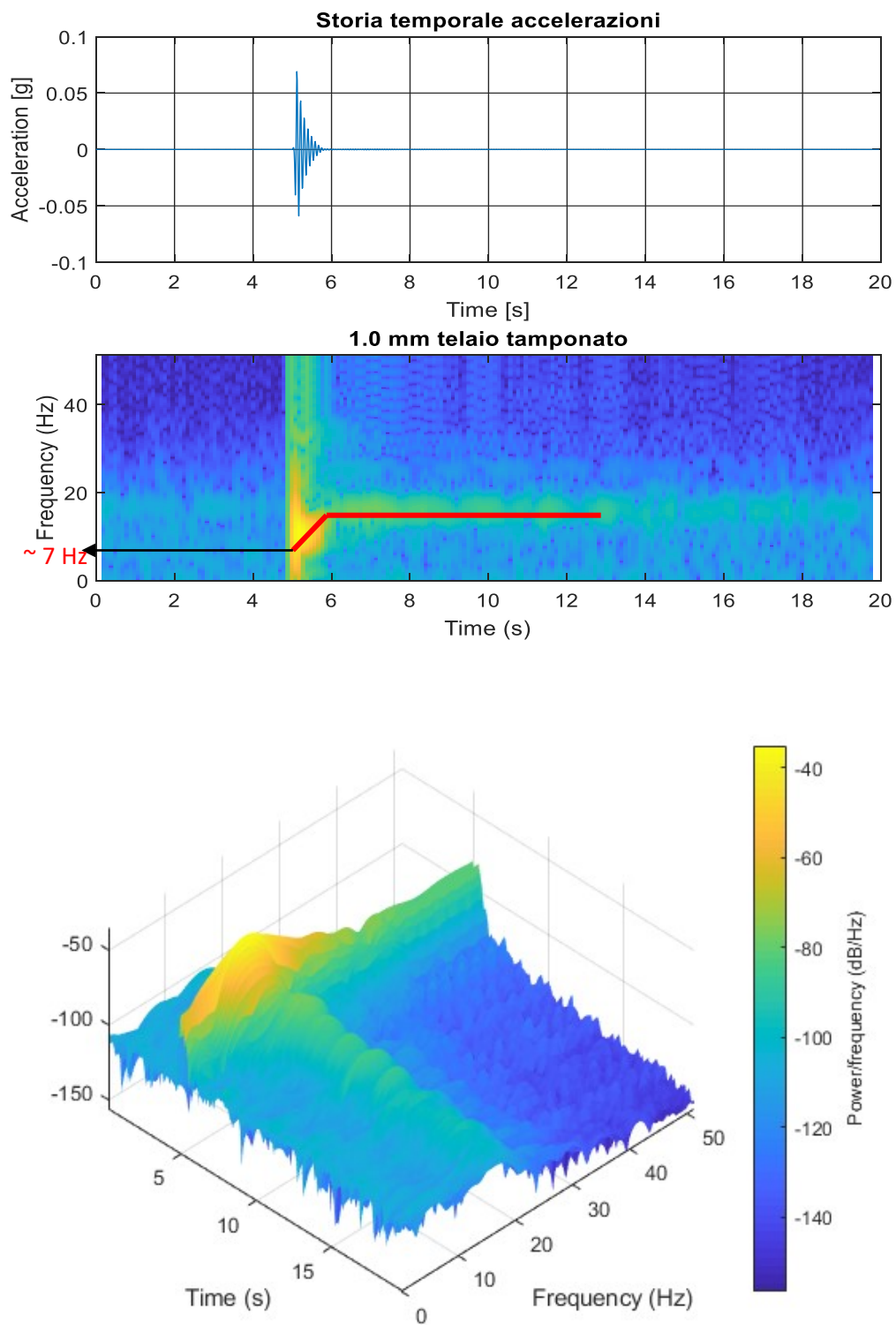
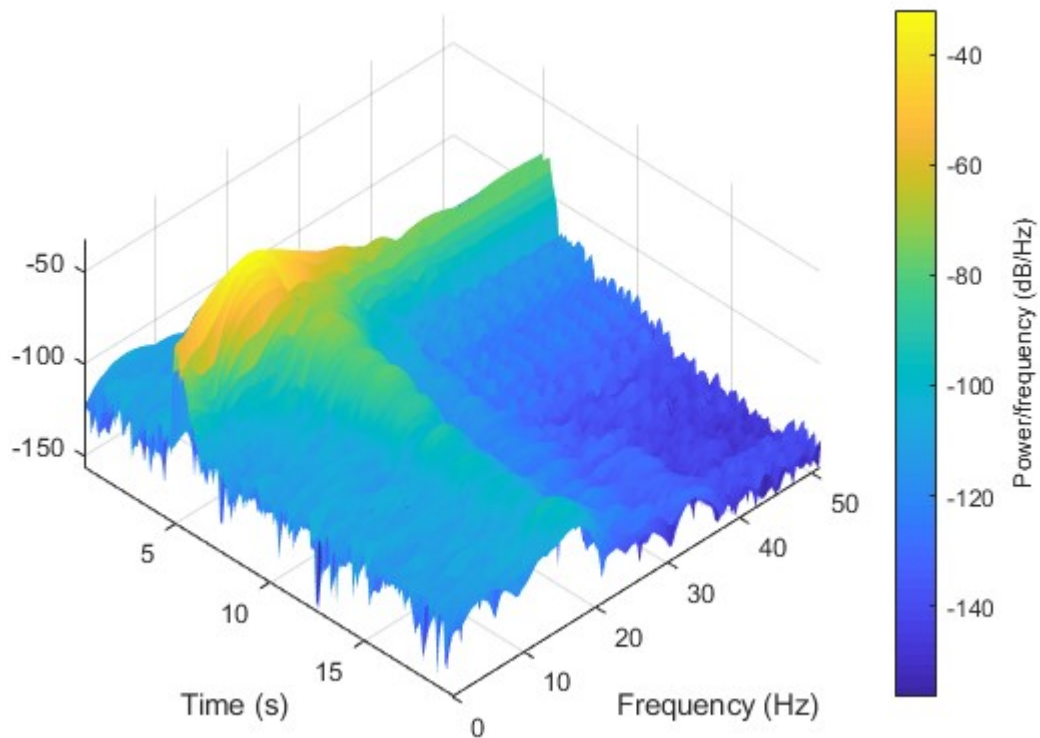
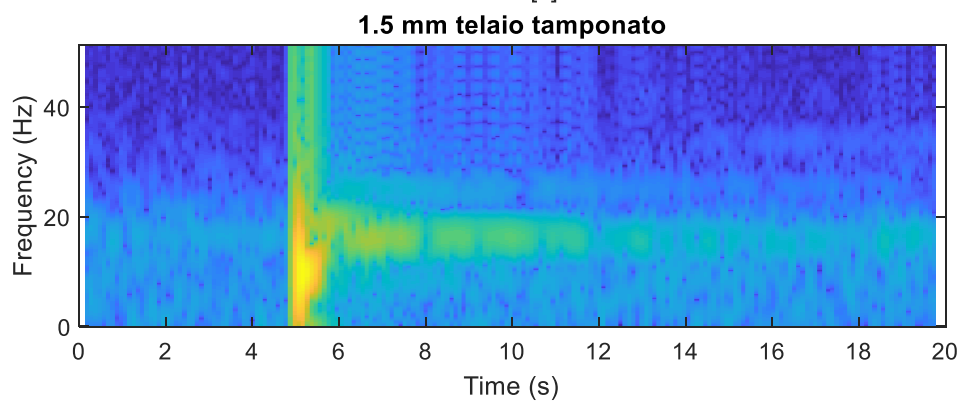
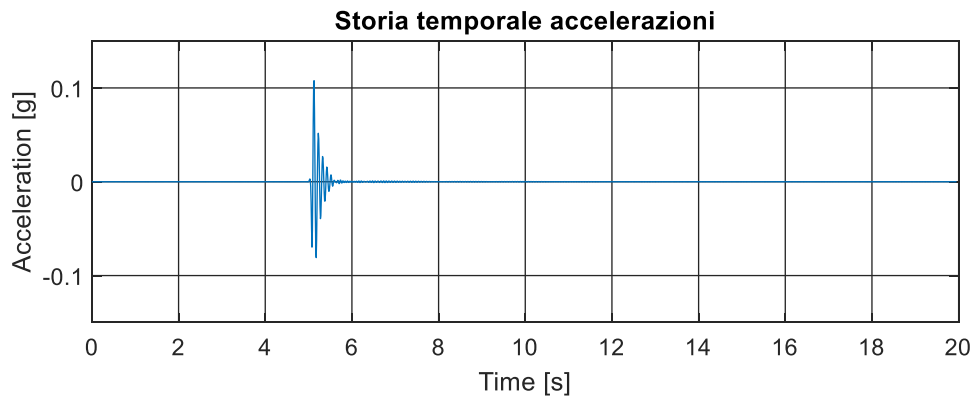
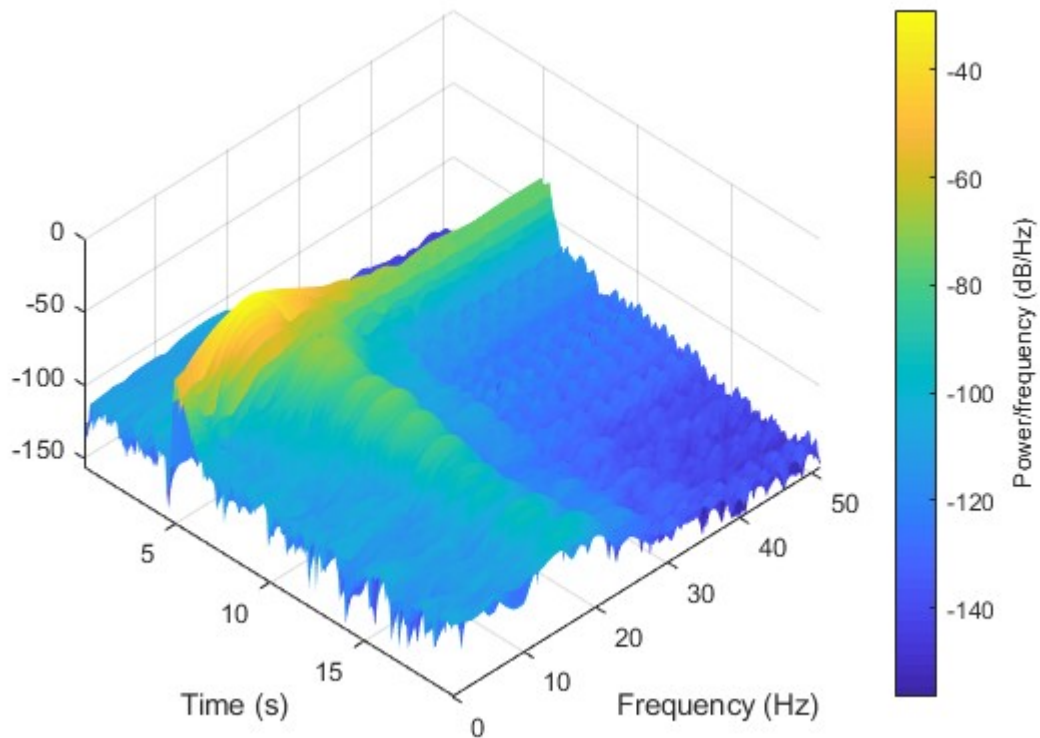
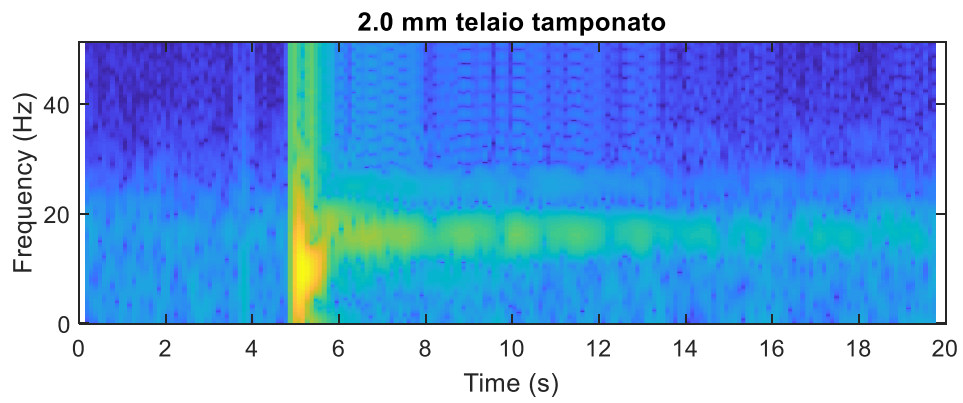
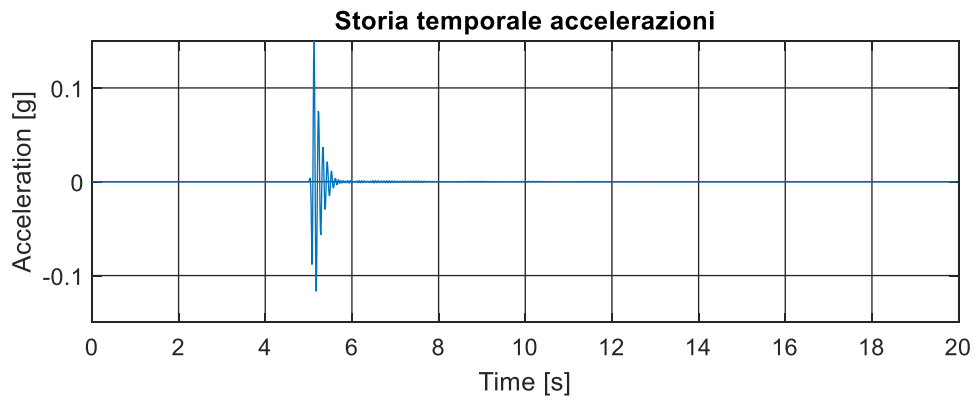
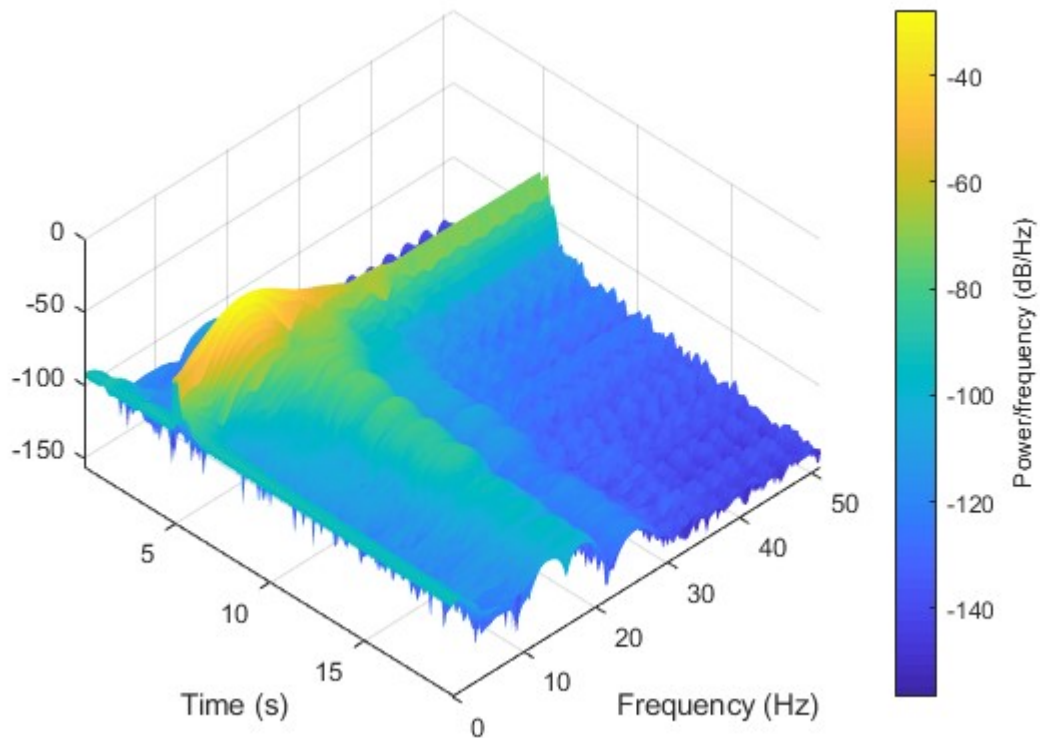
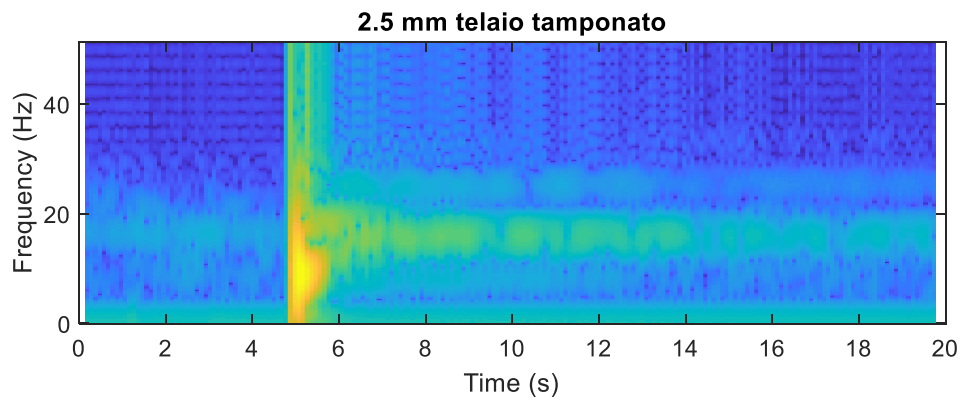
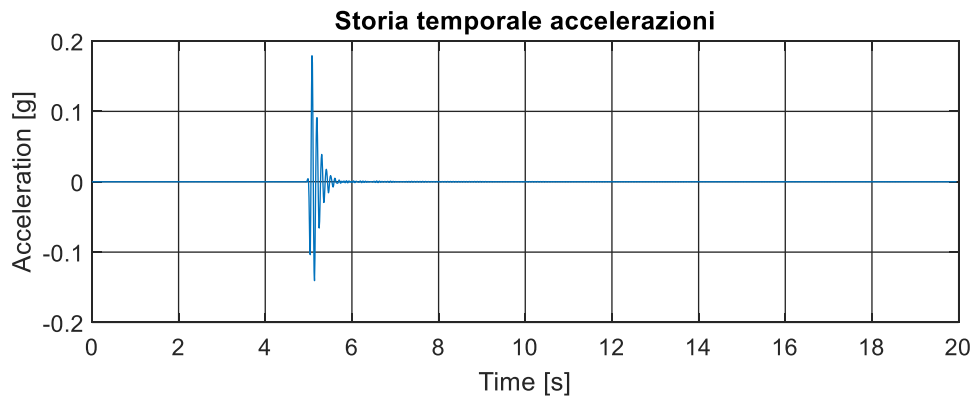


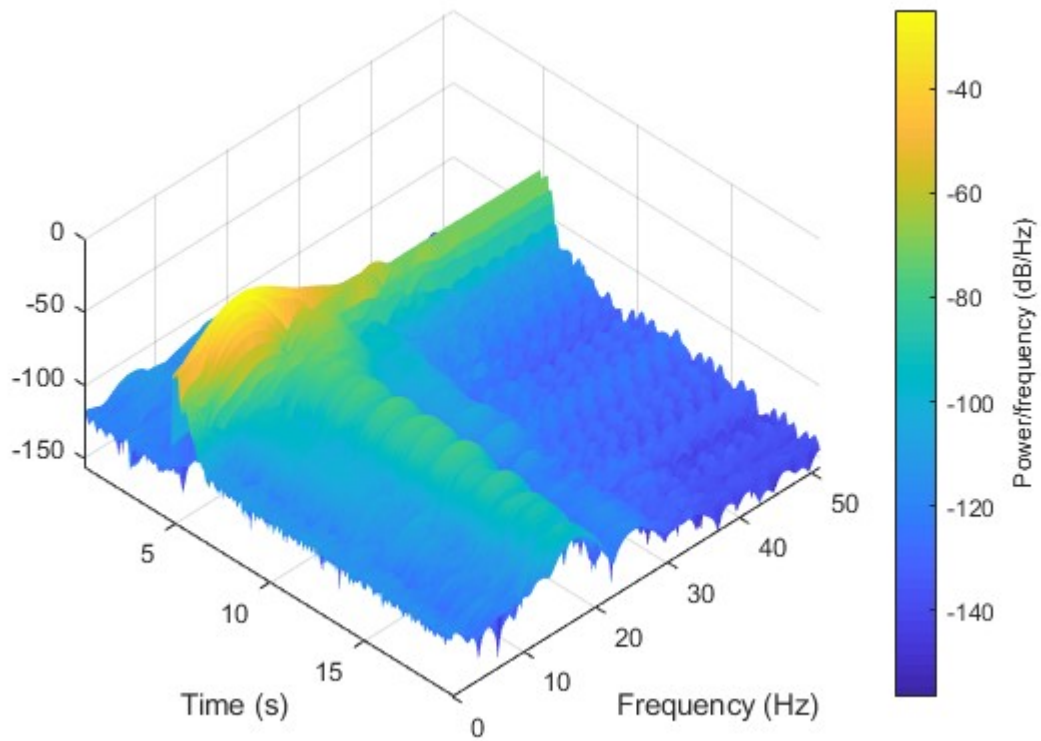
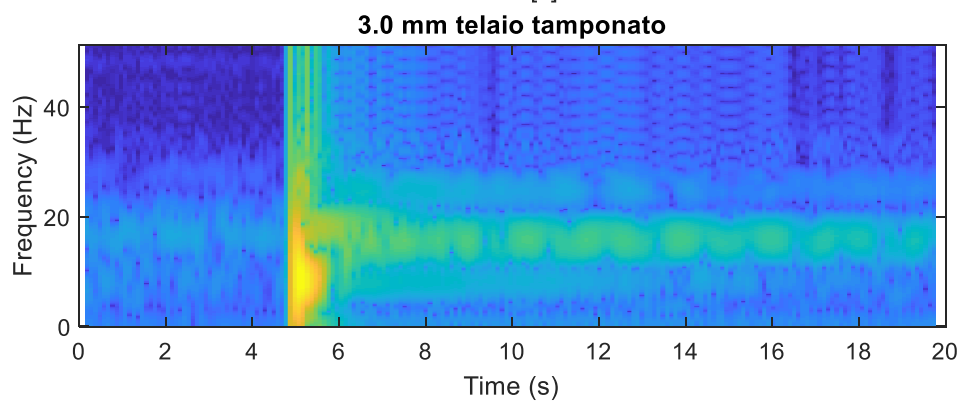
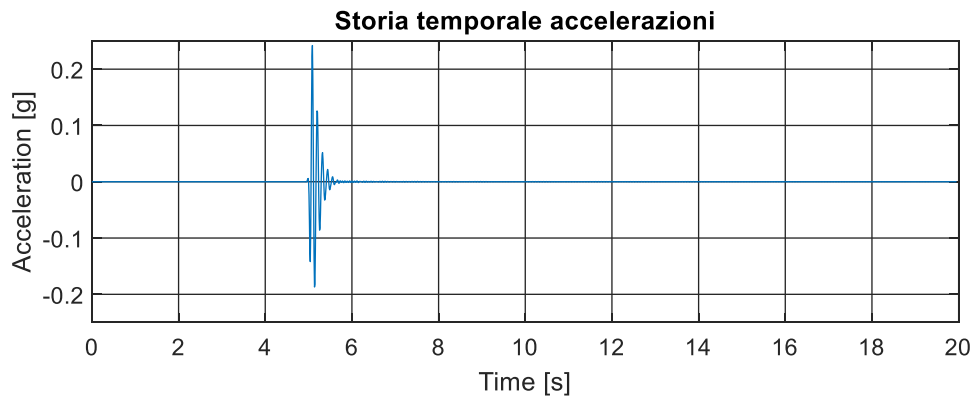
Figura 6.2.5-Analisi tempo-frequenza per il telaio tamponato per lo spostamento 1.0 mm

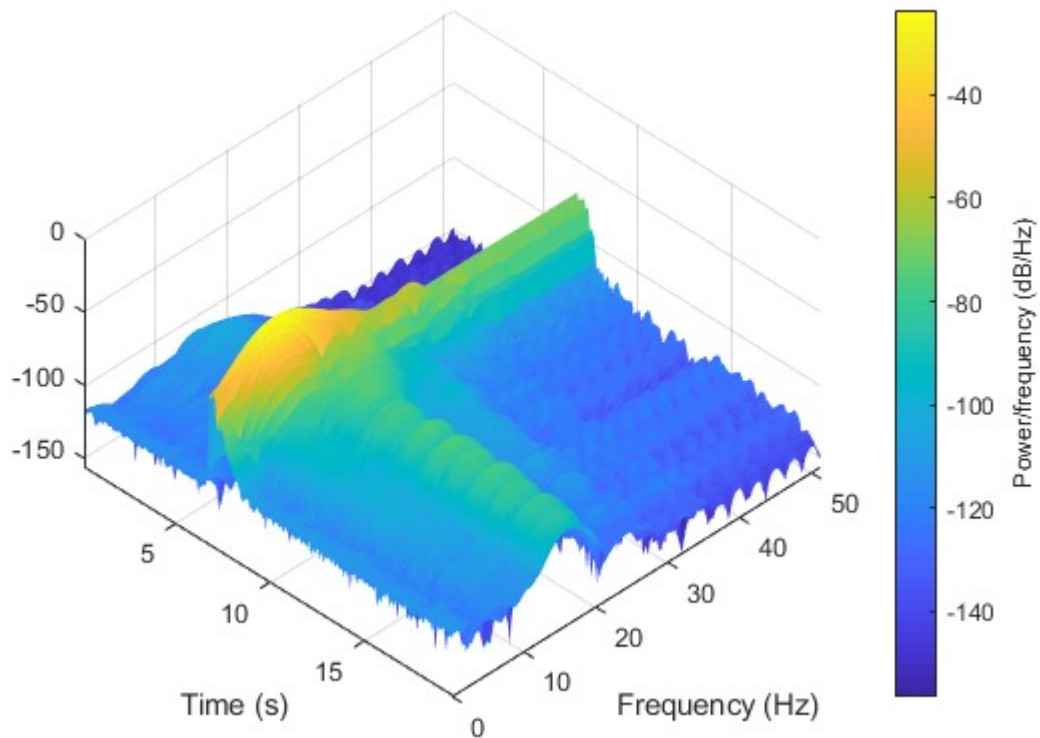
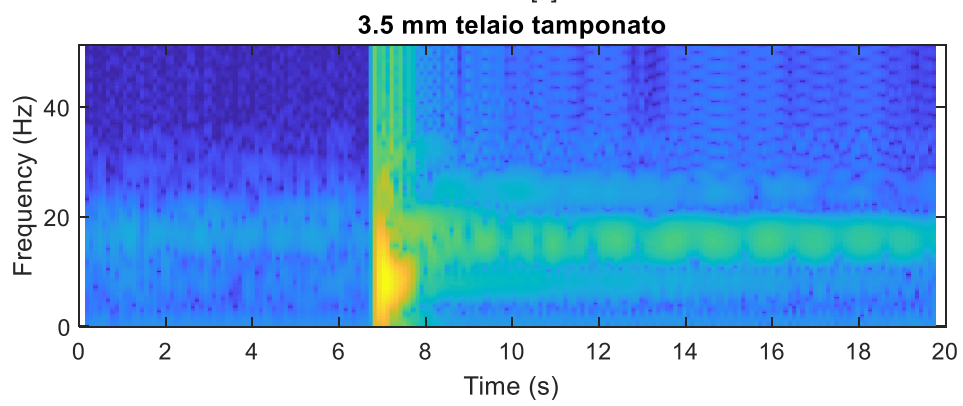
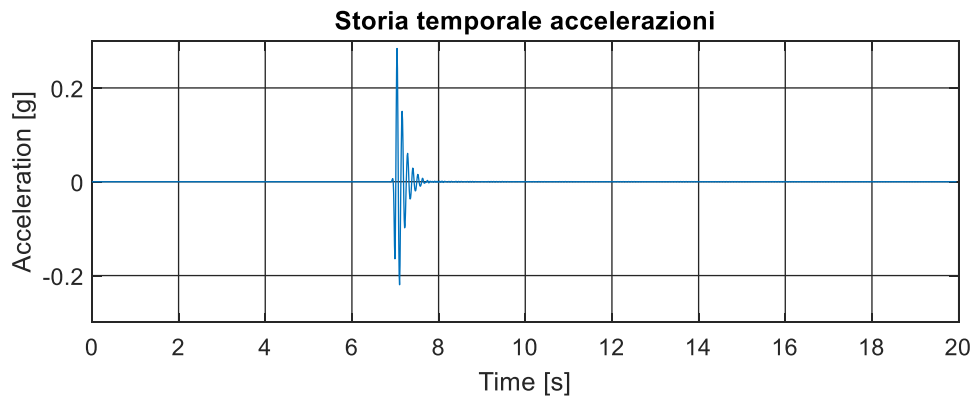


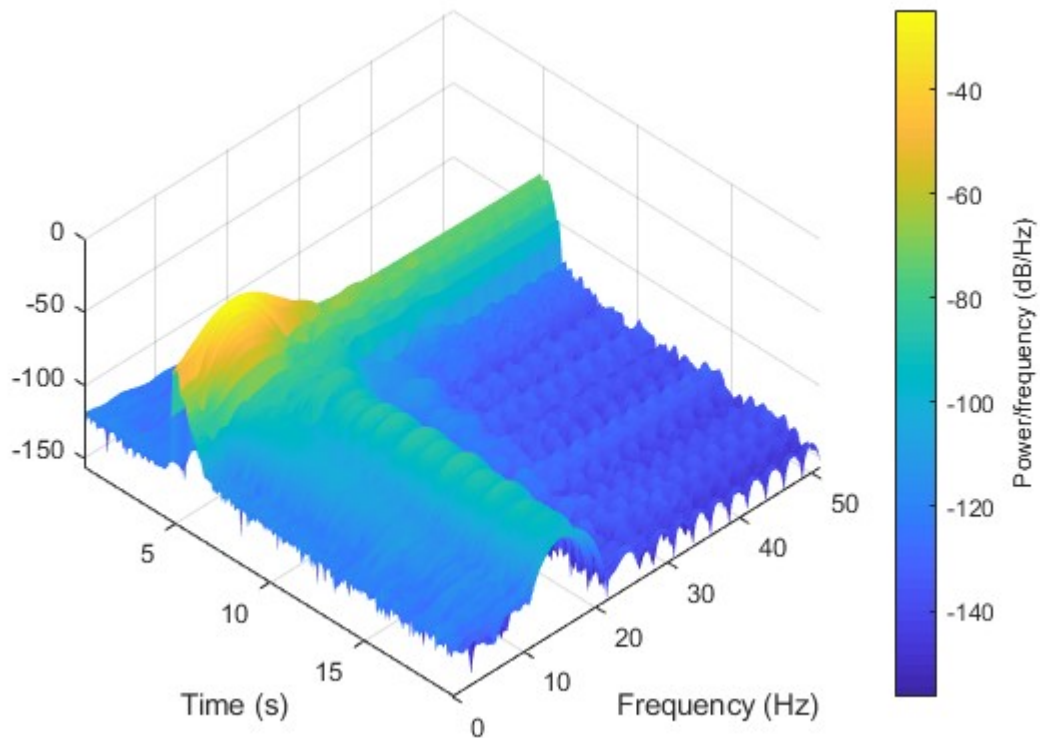
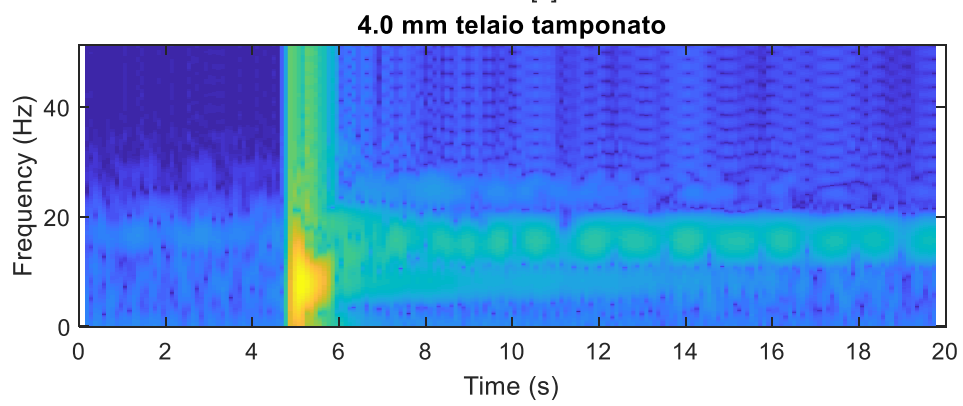
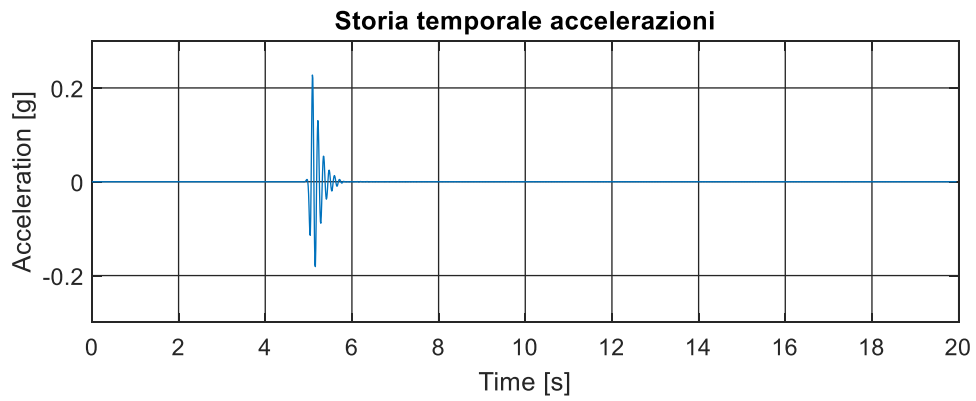


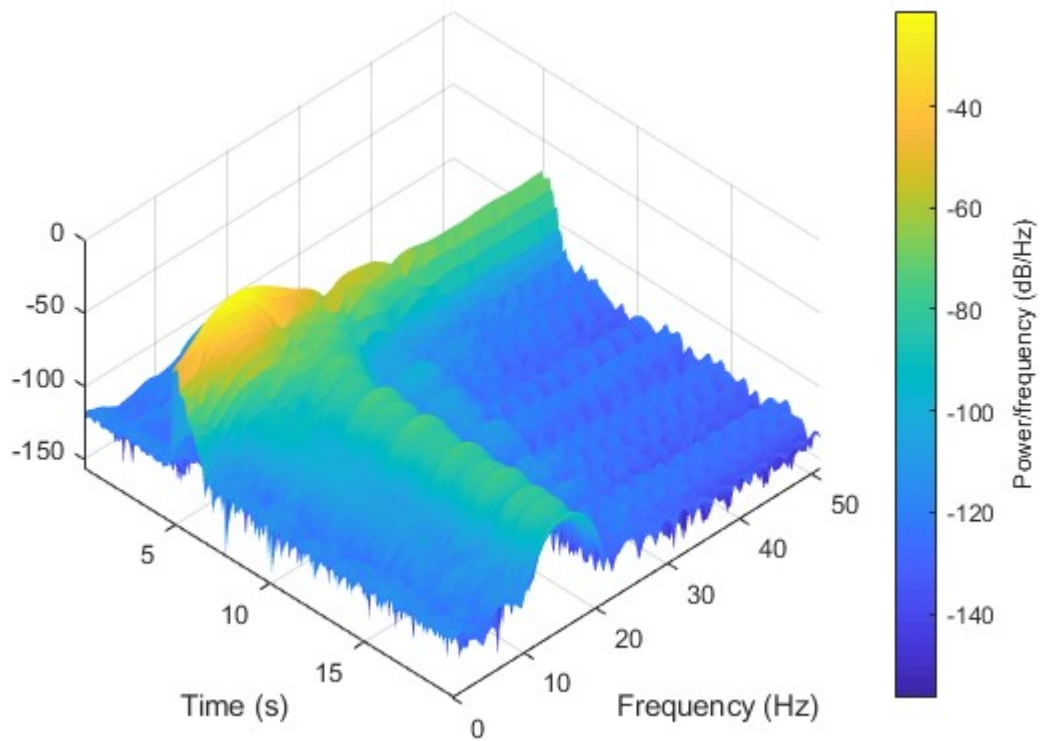
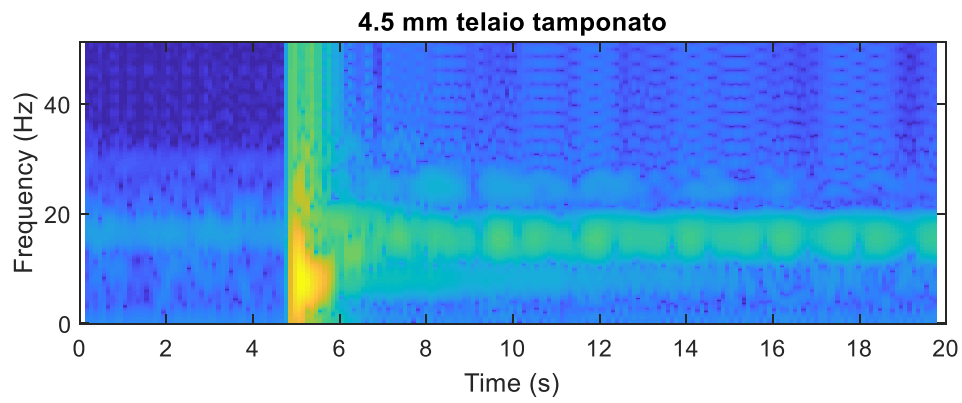
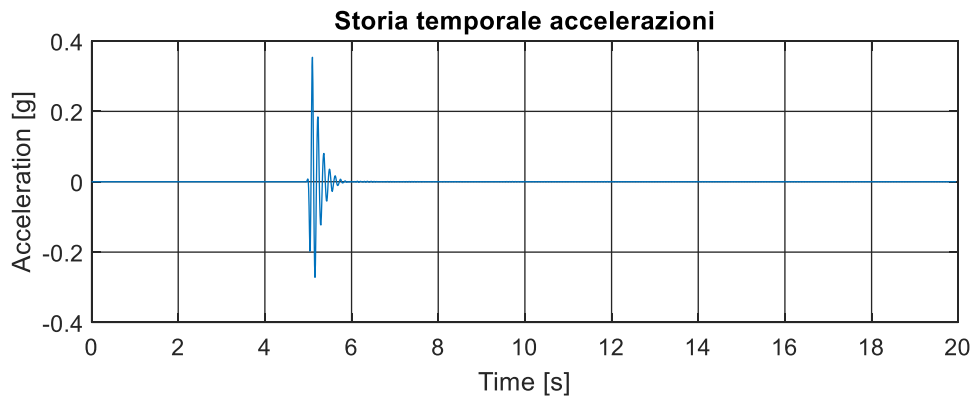


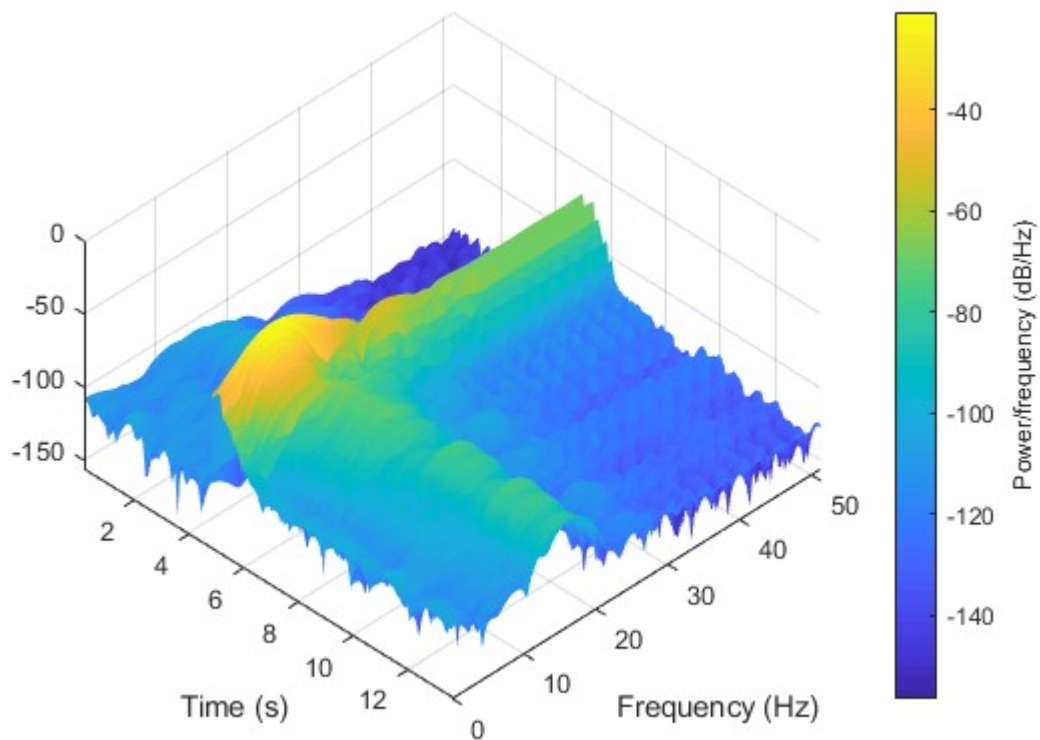
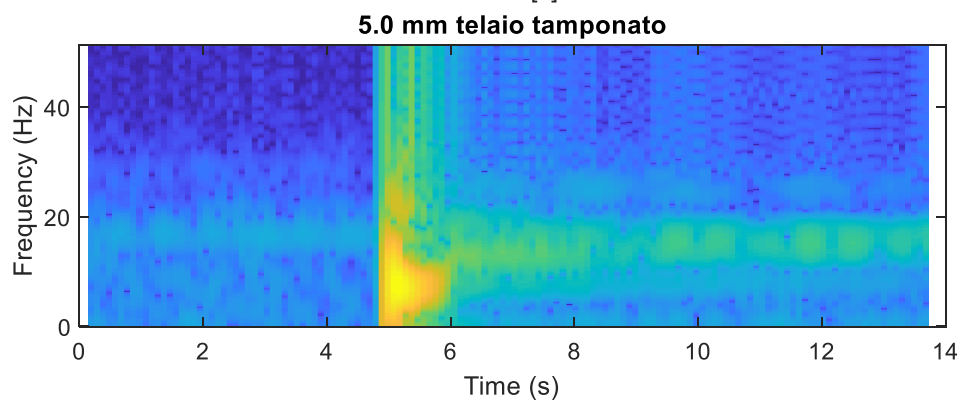
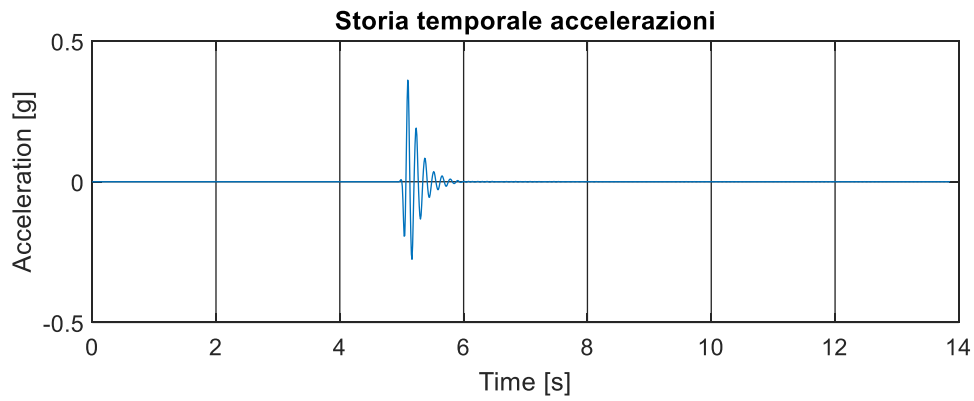


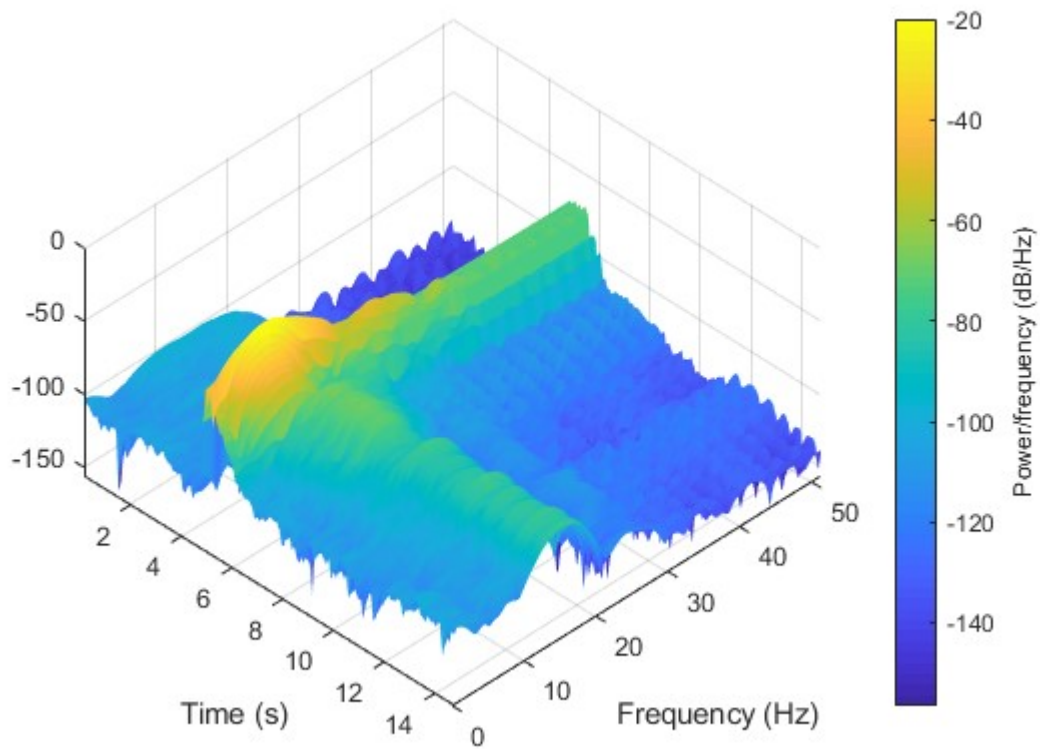
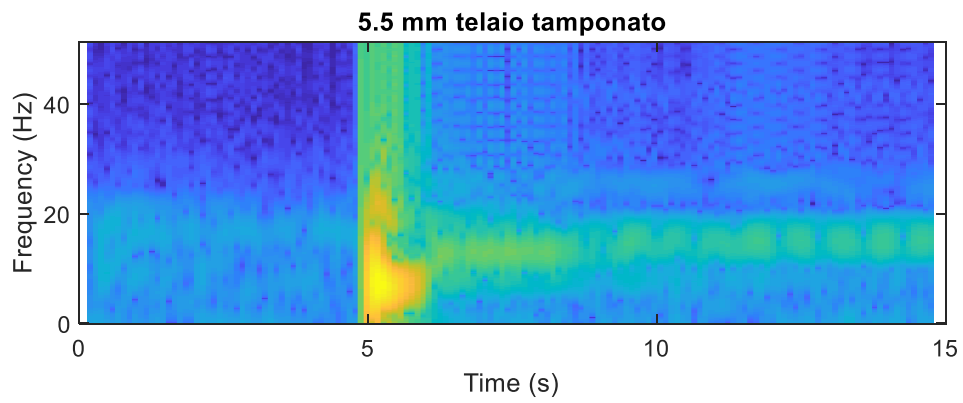
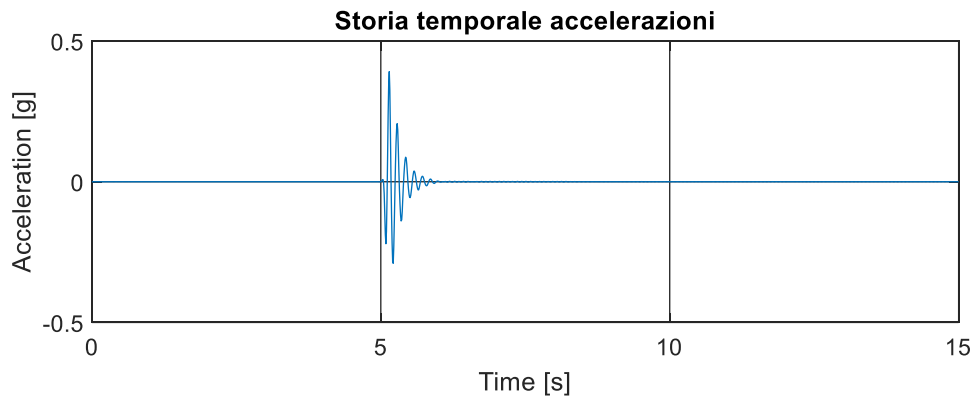


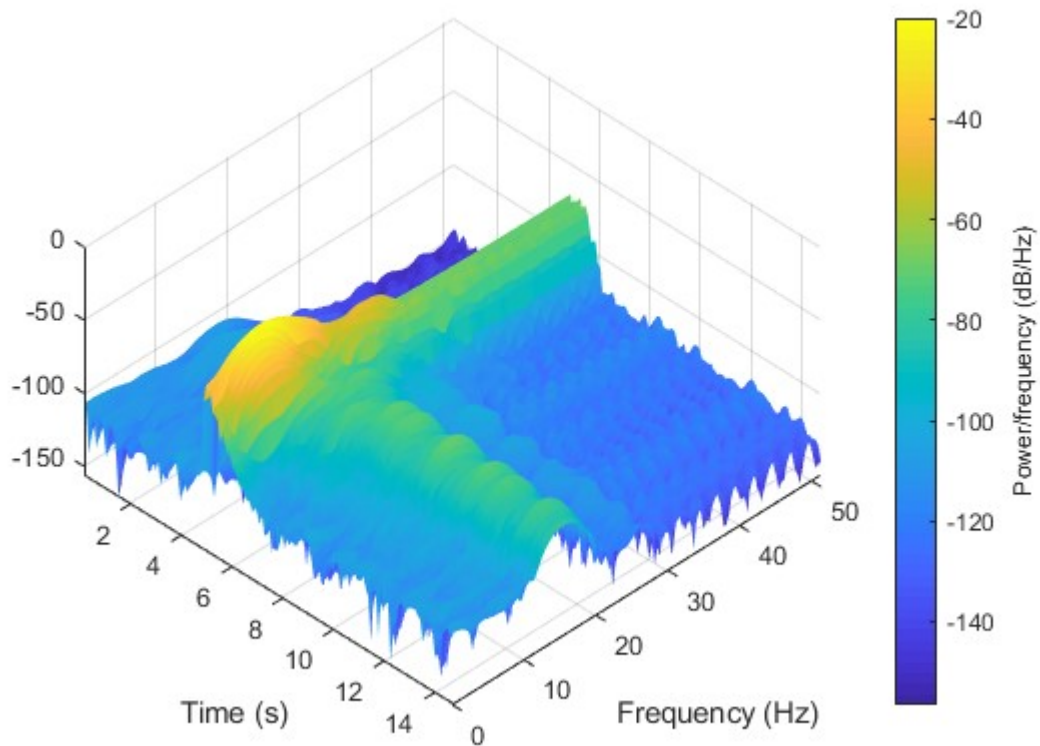
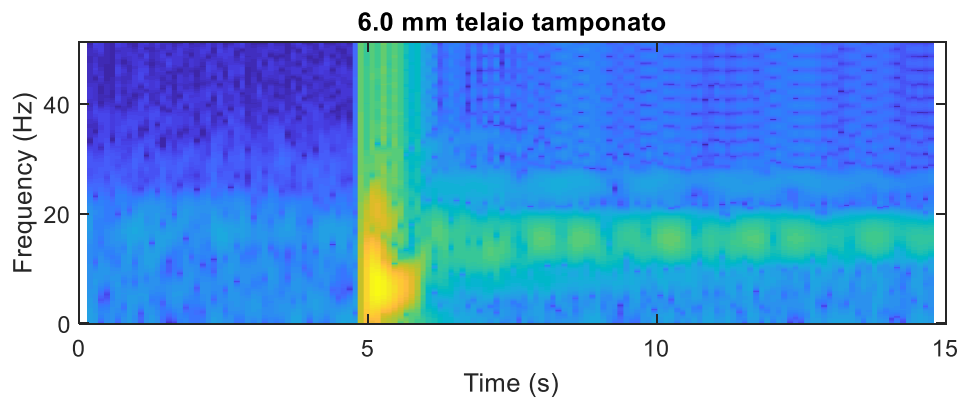
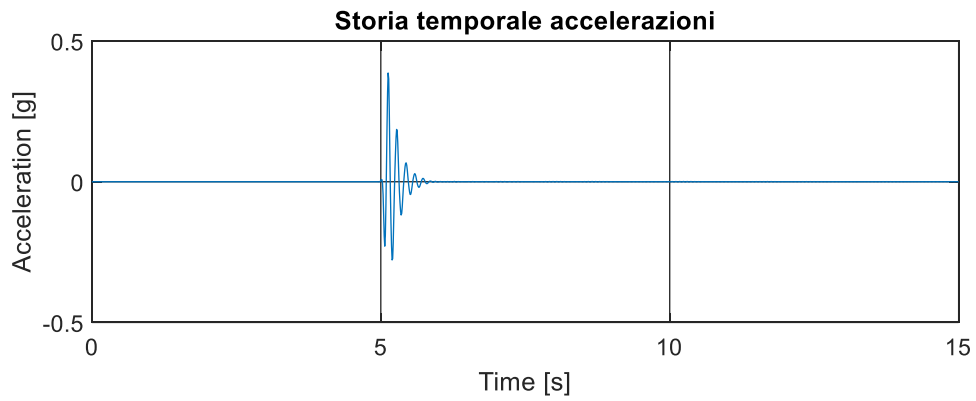


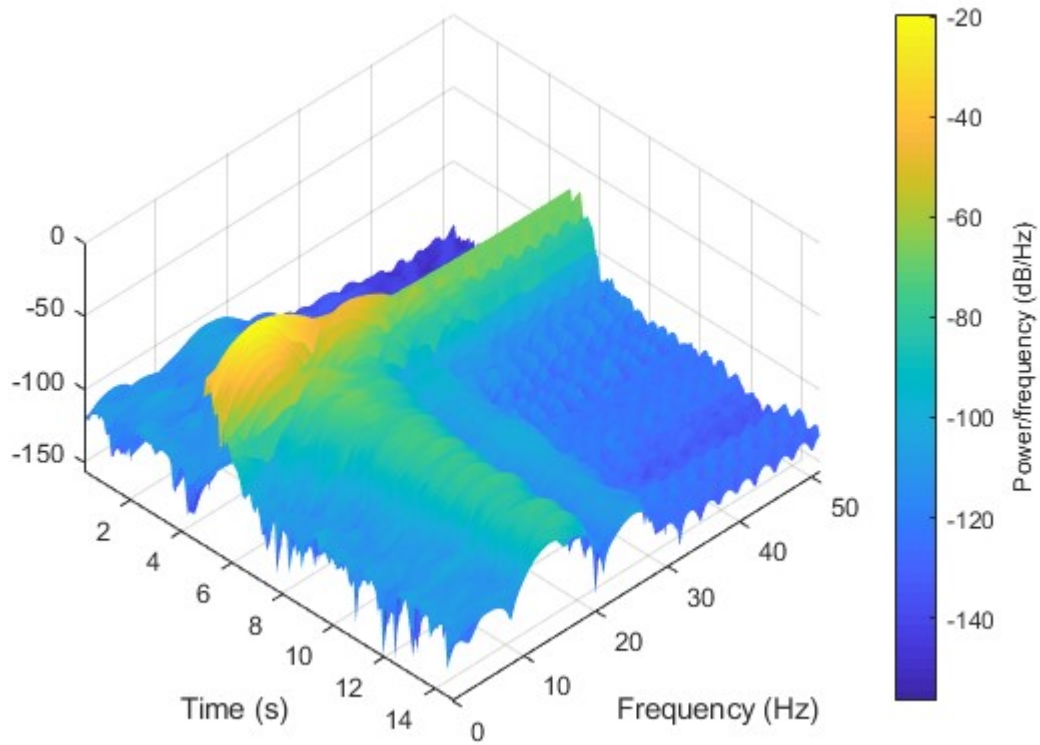
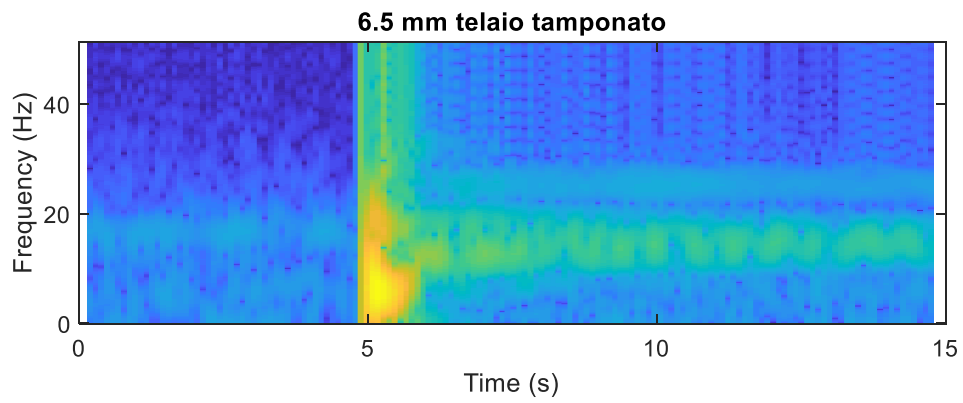
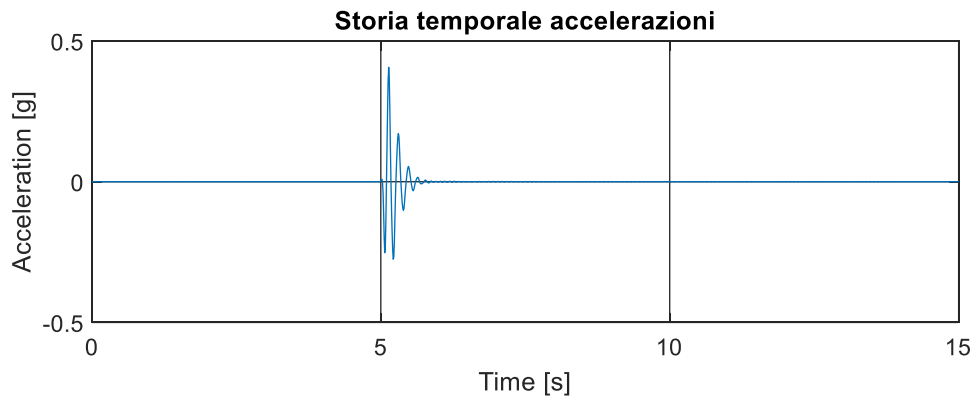




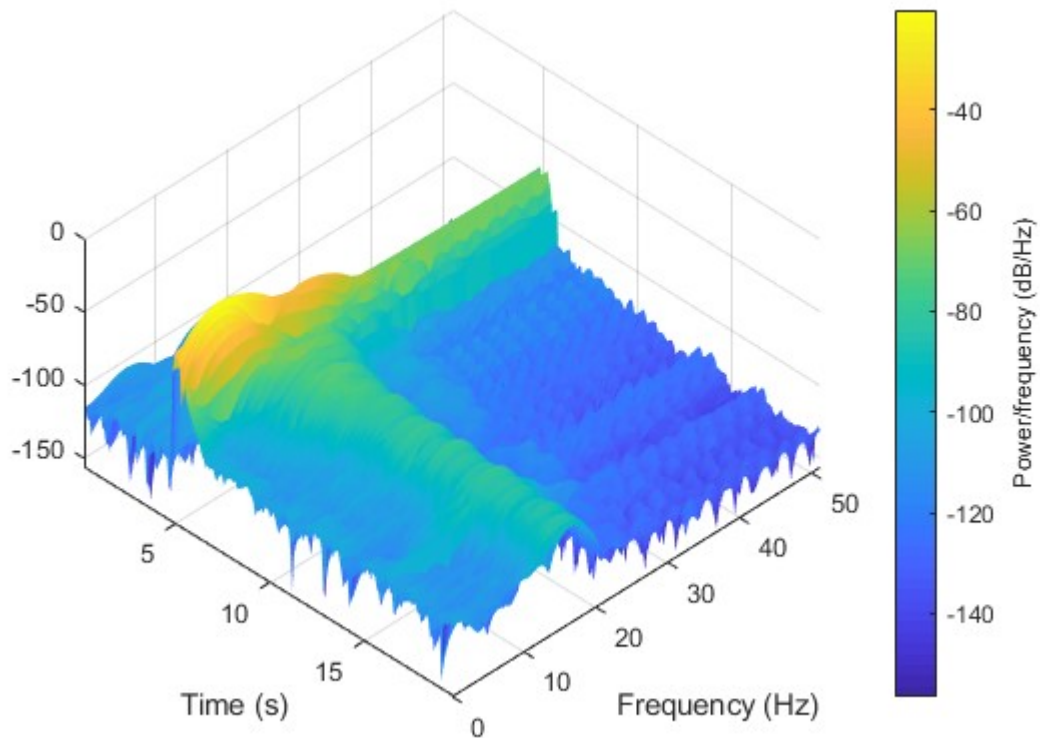
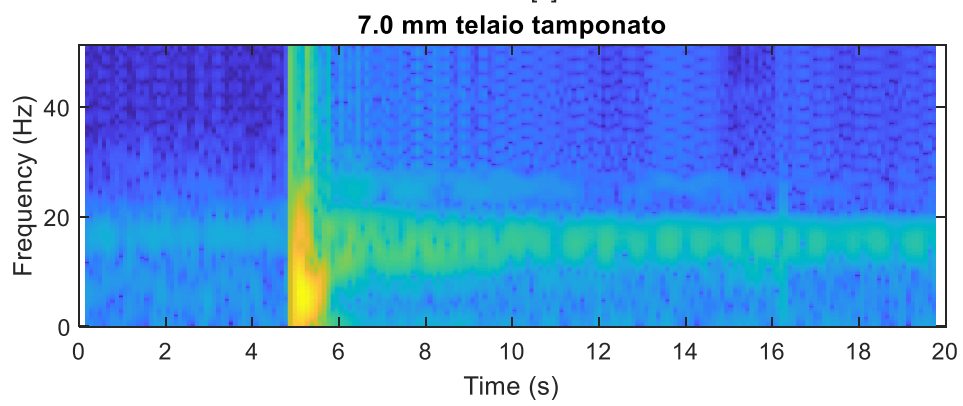
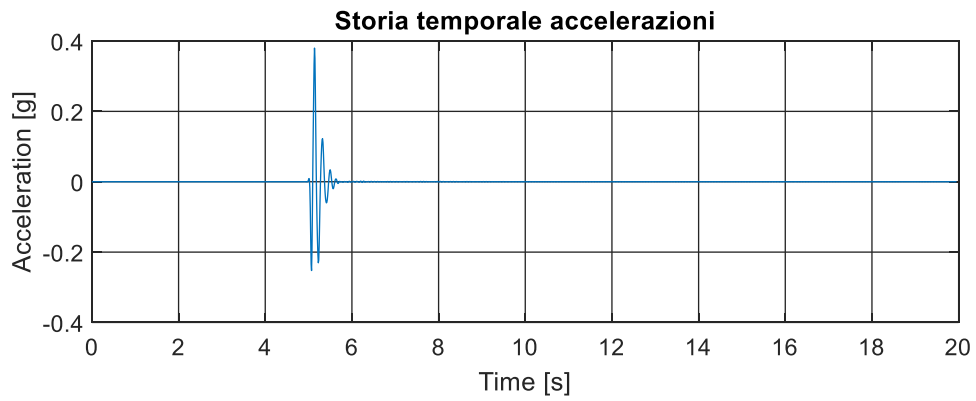


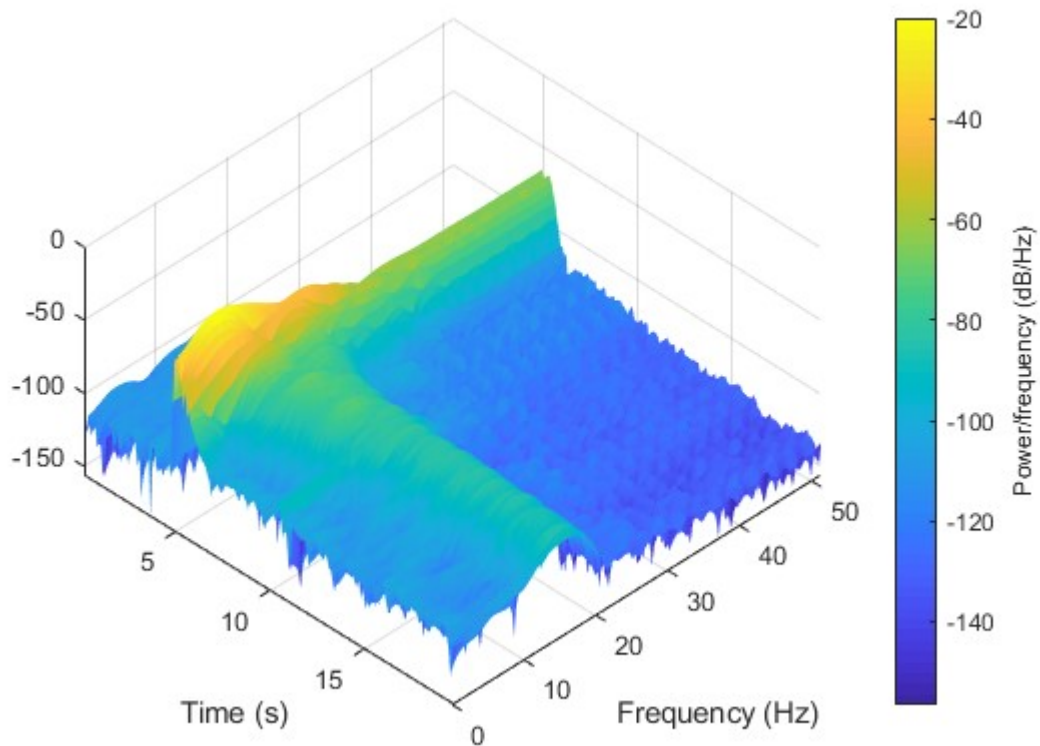
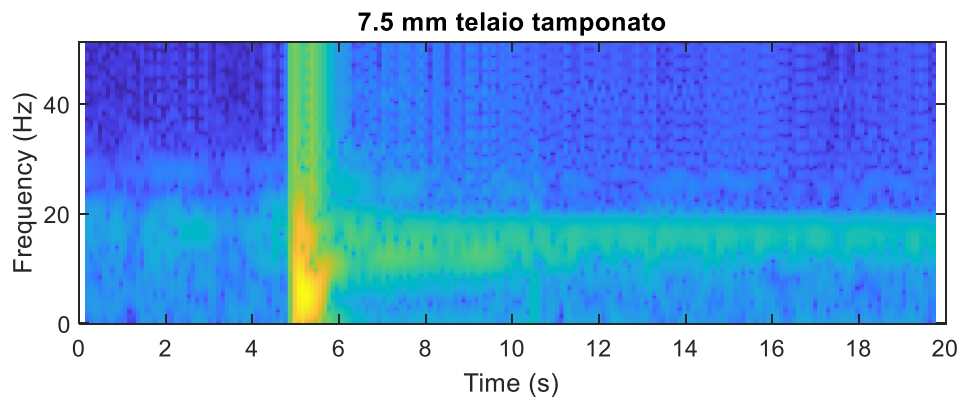
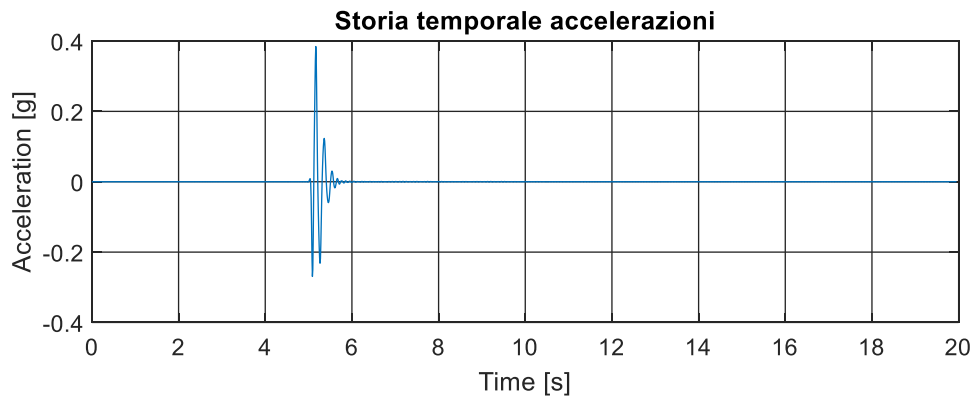


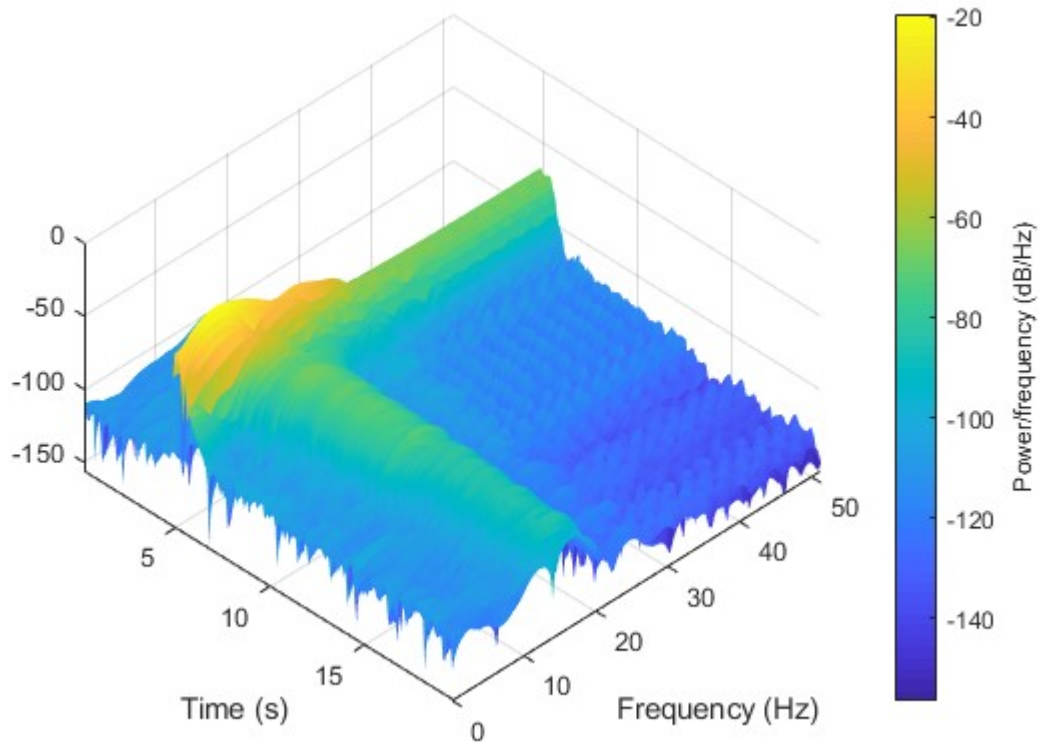
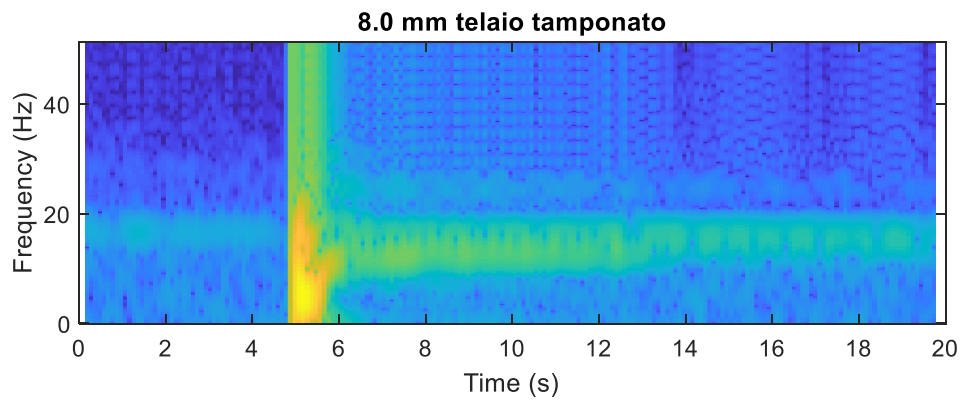
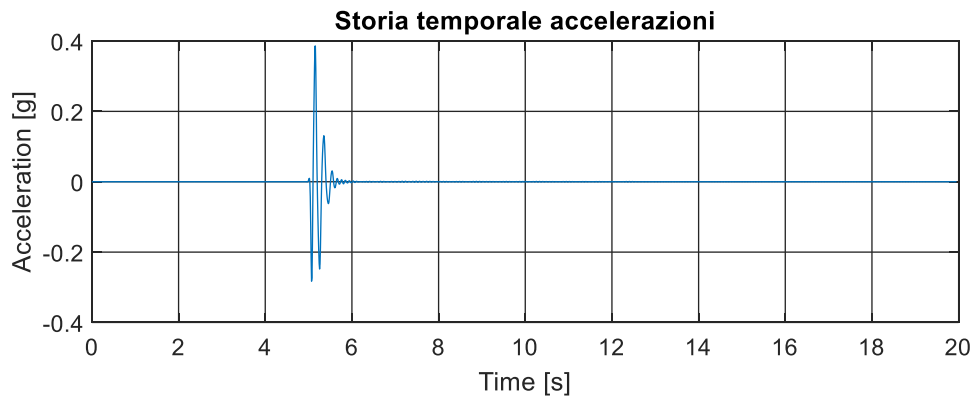


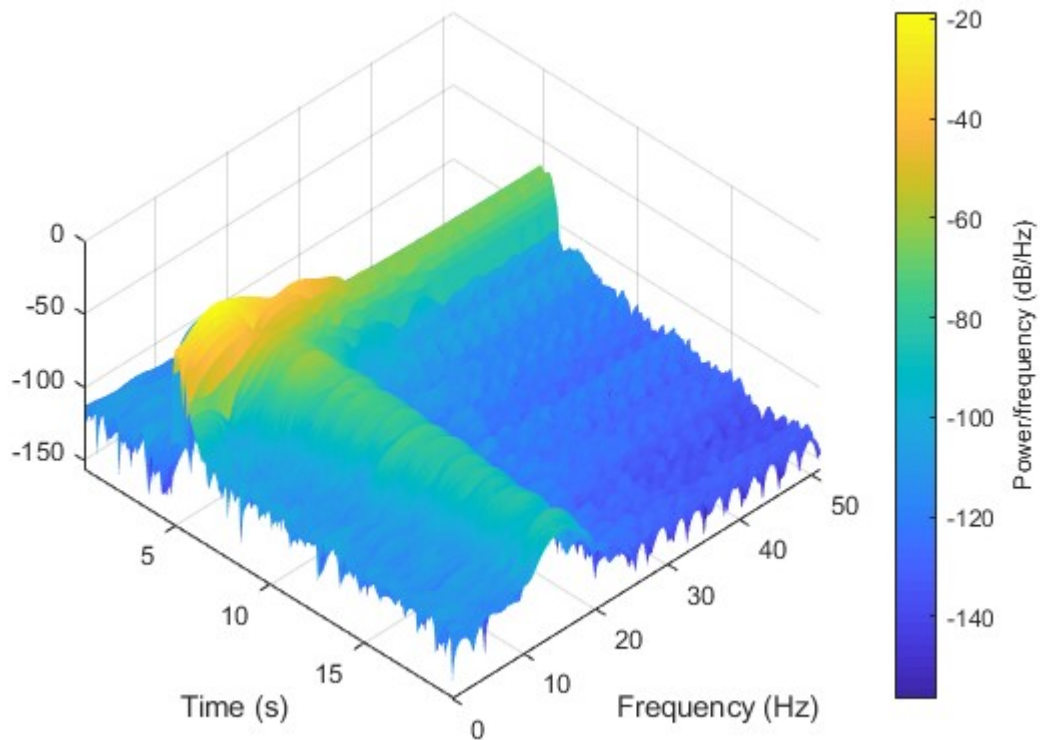
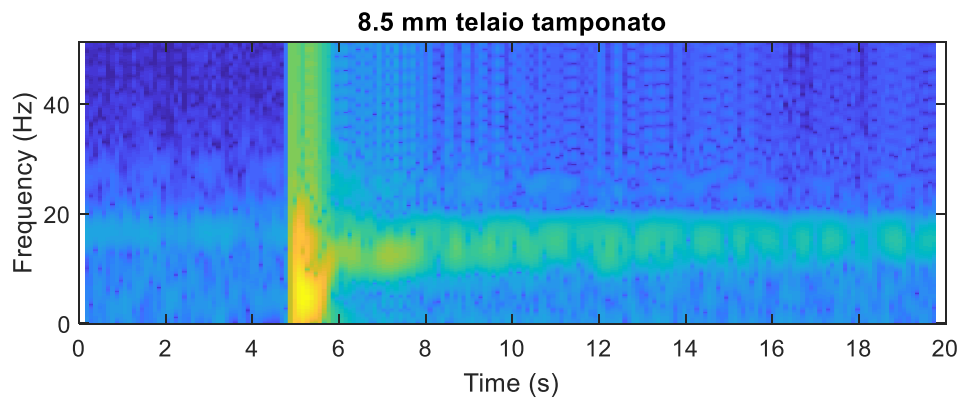
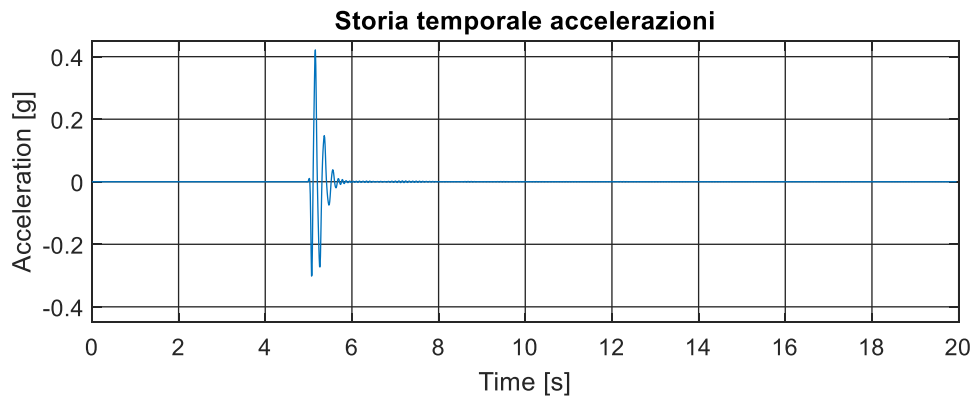


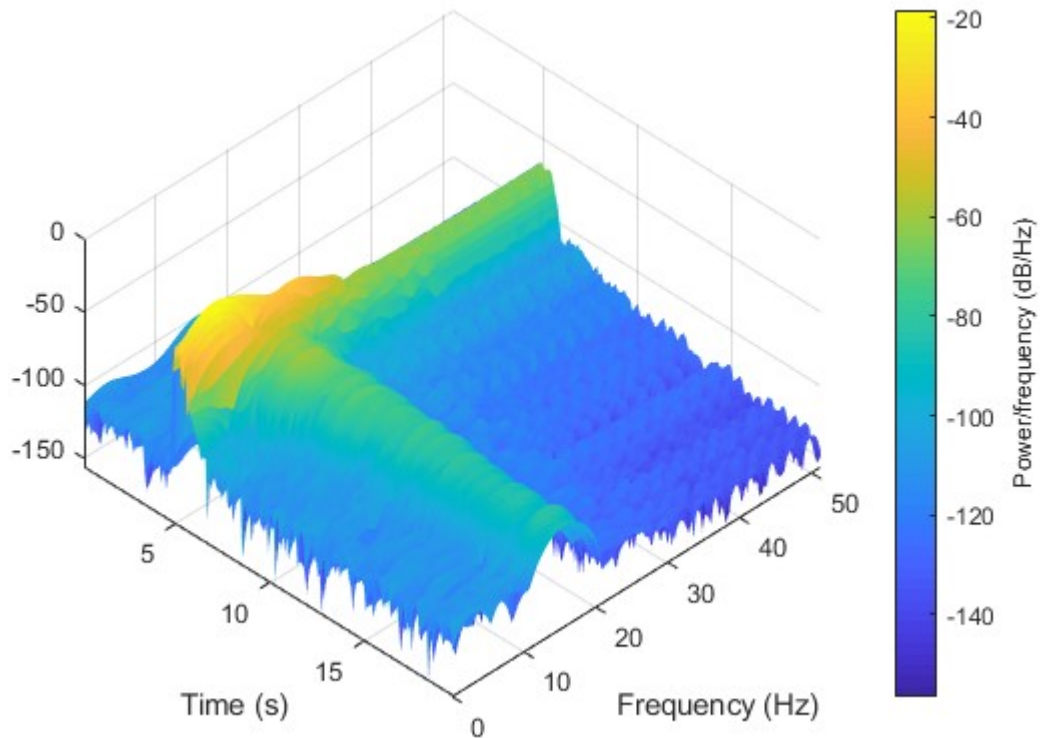
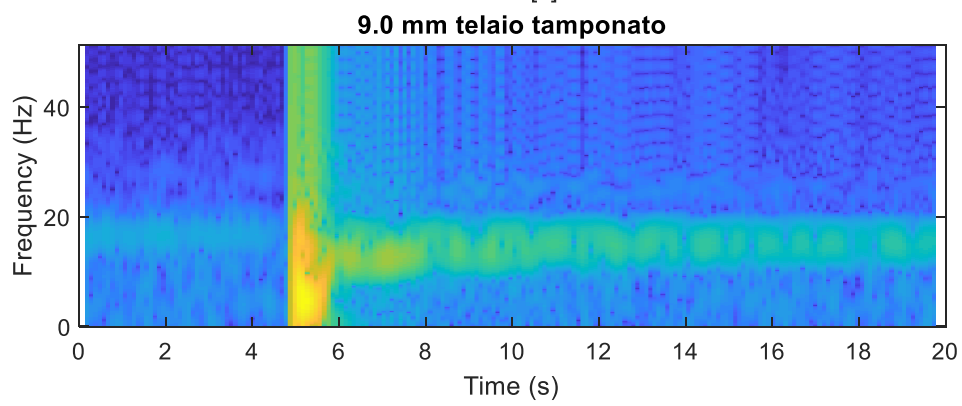
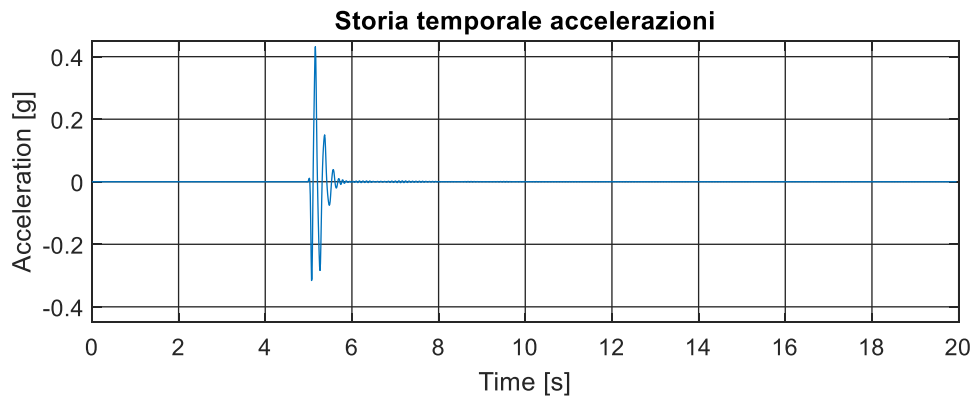


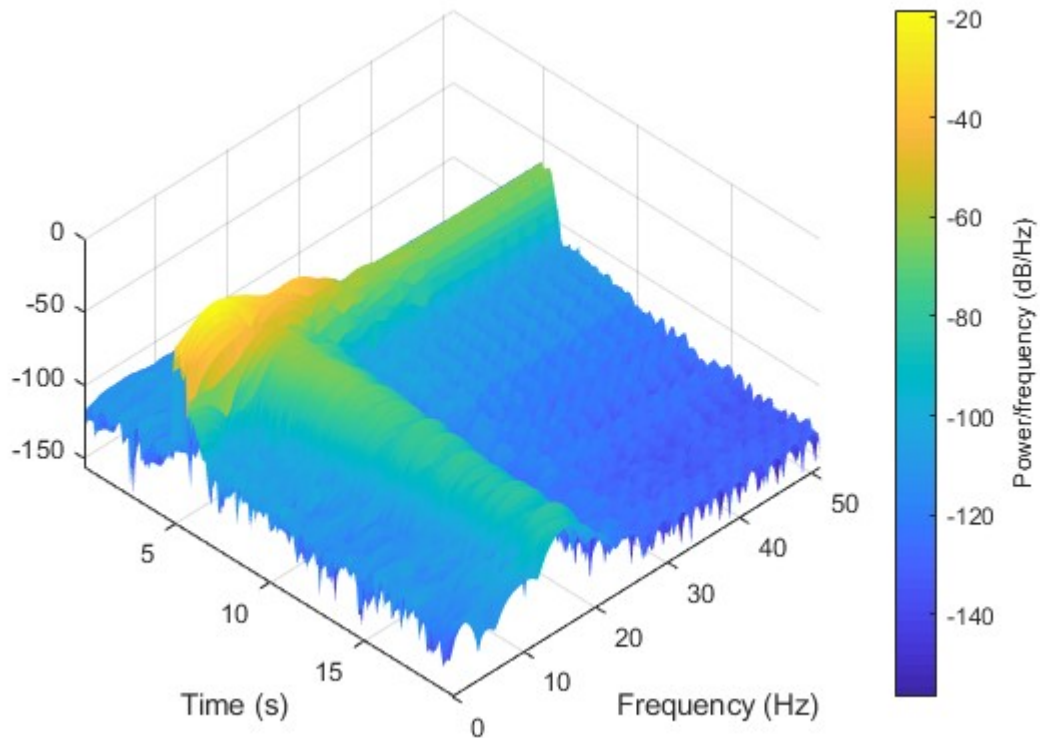
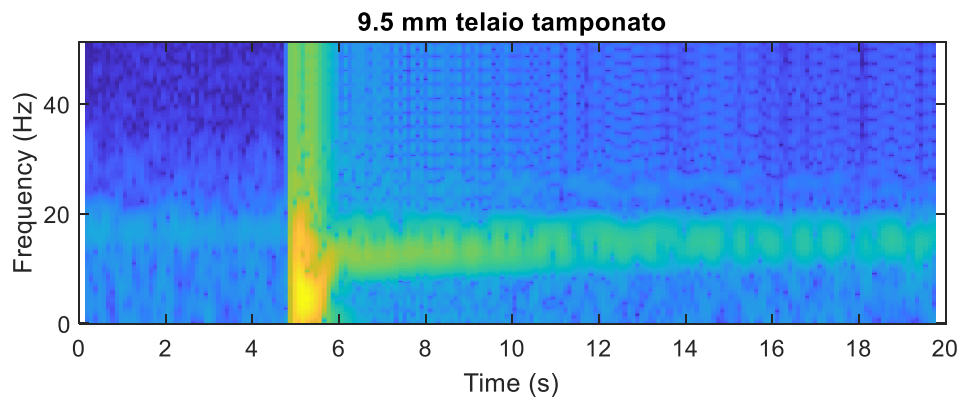
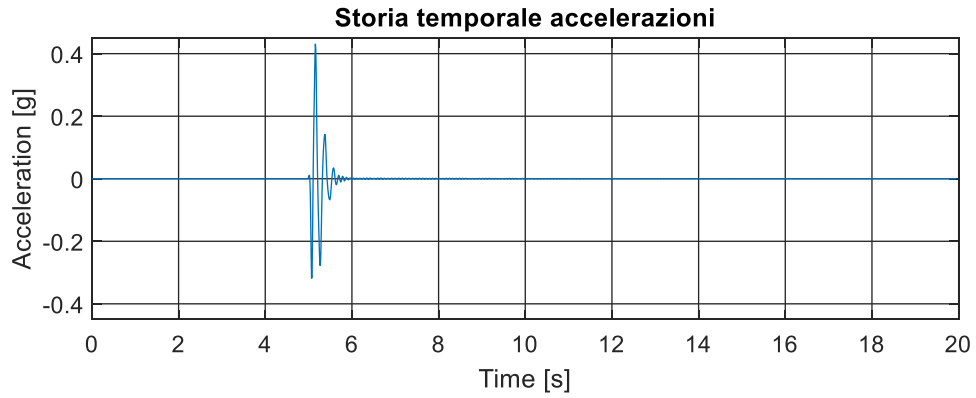


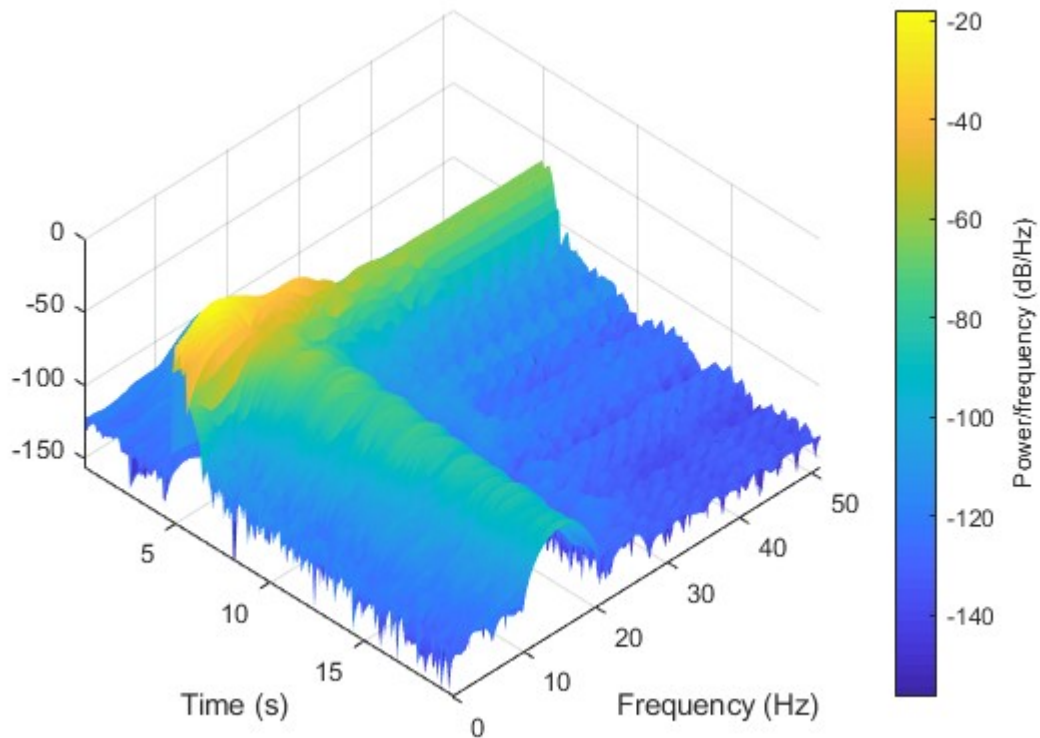
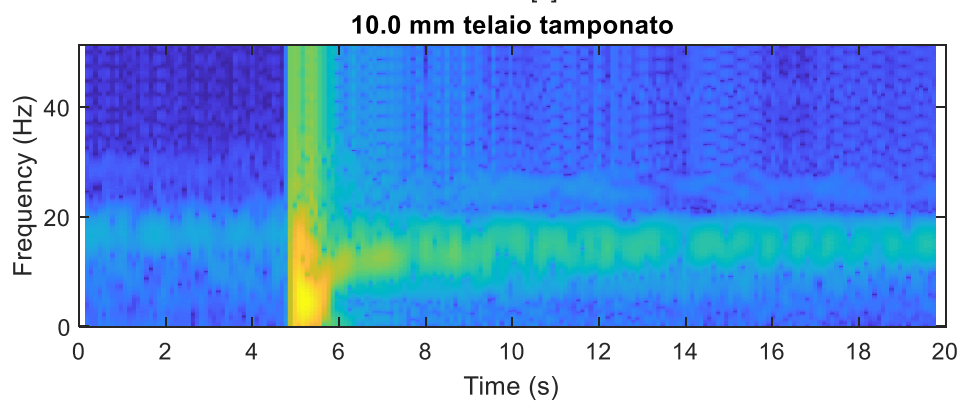
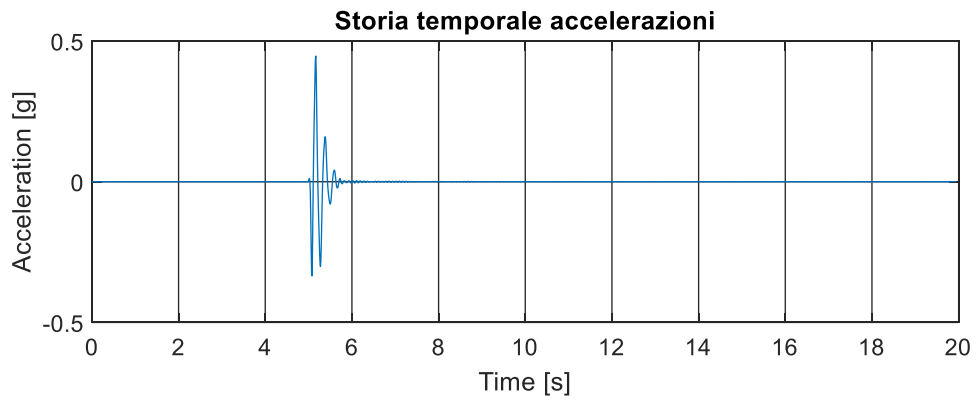


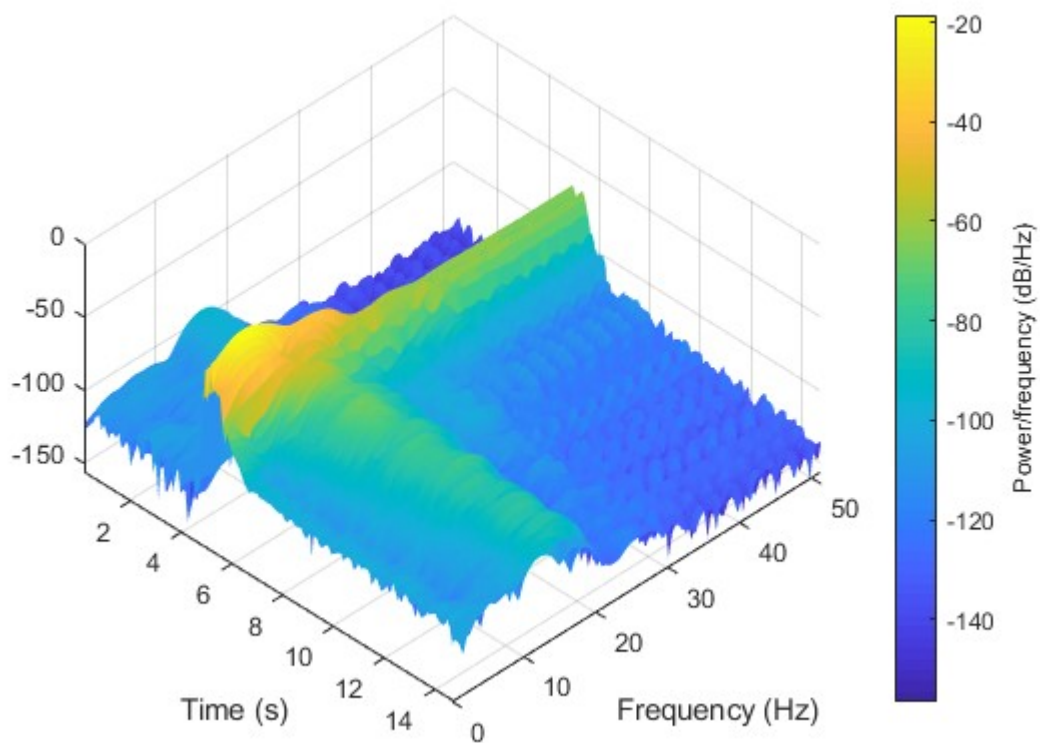
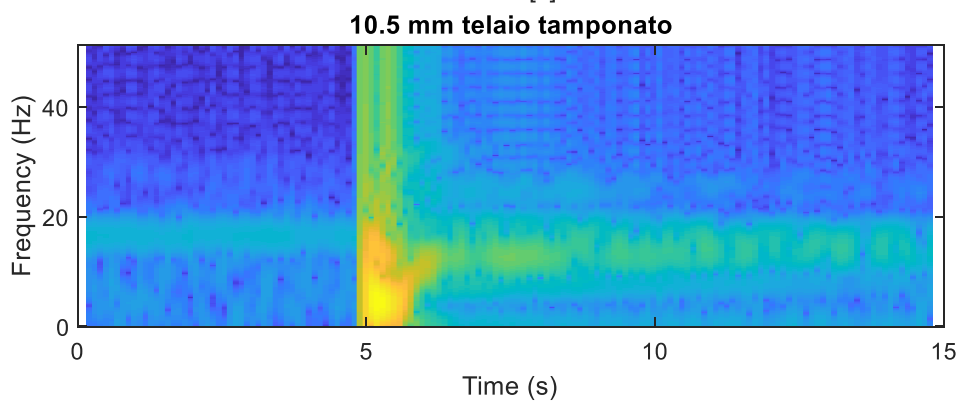
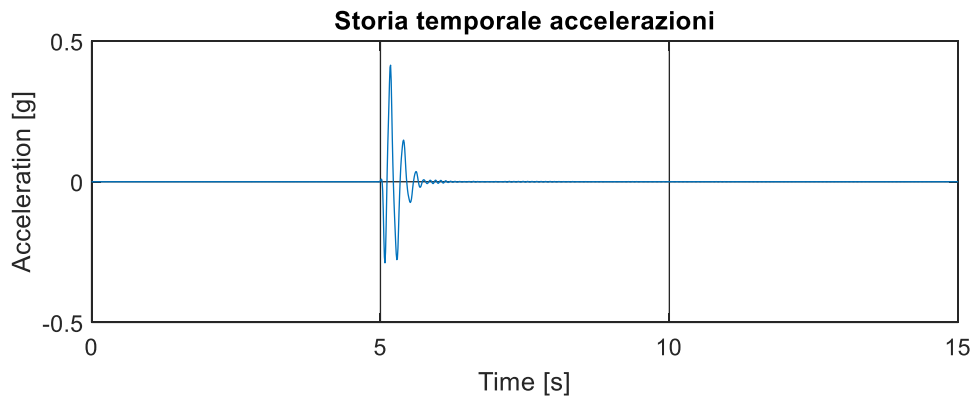




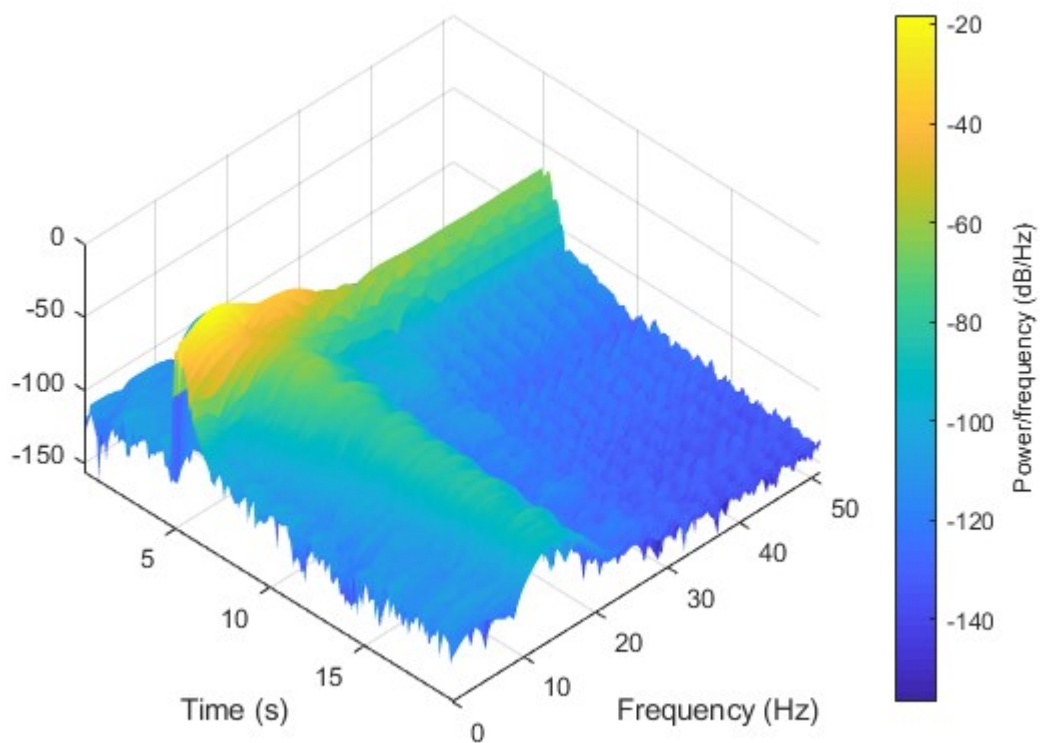
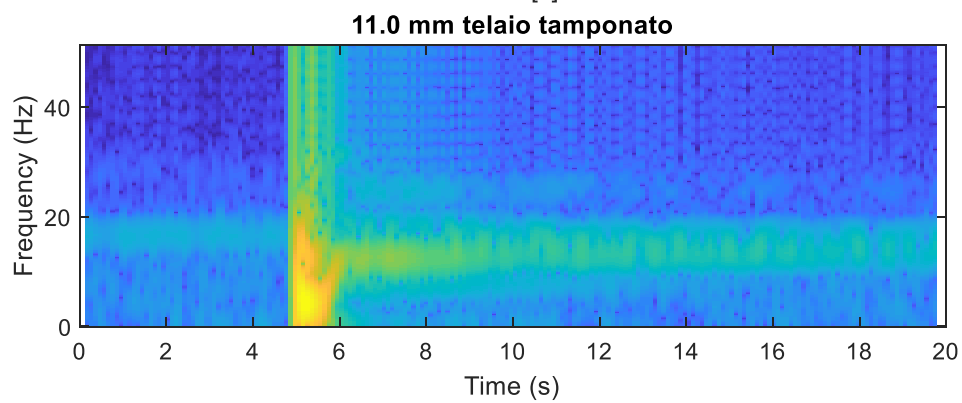
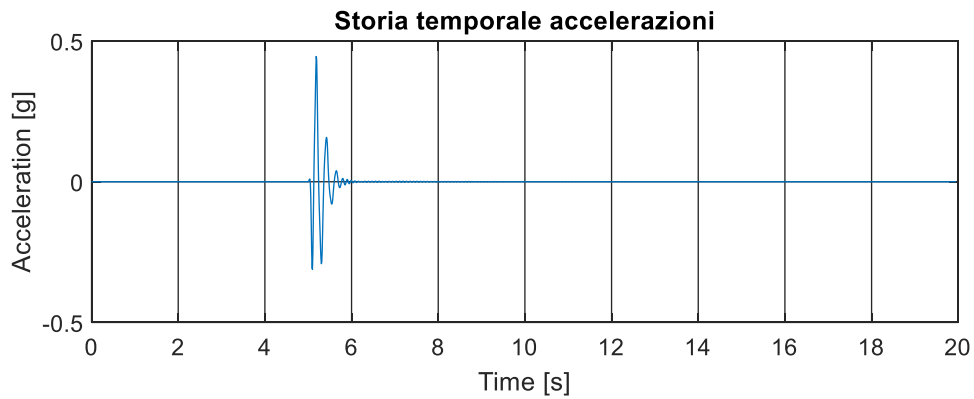


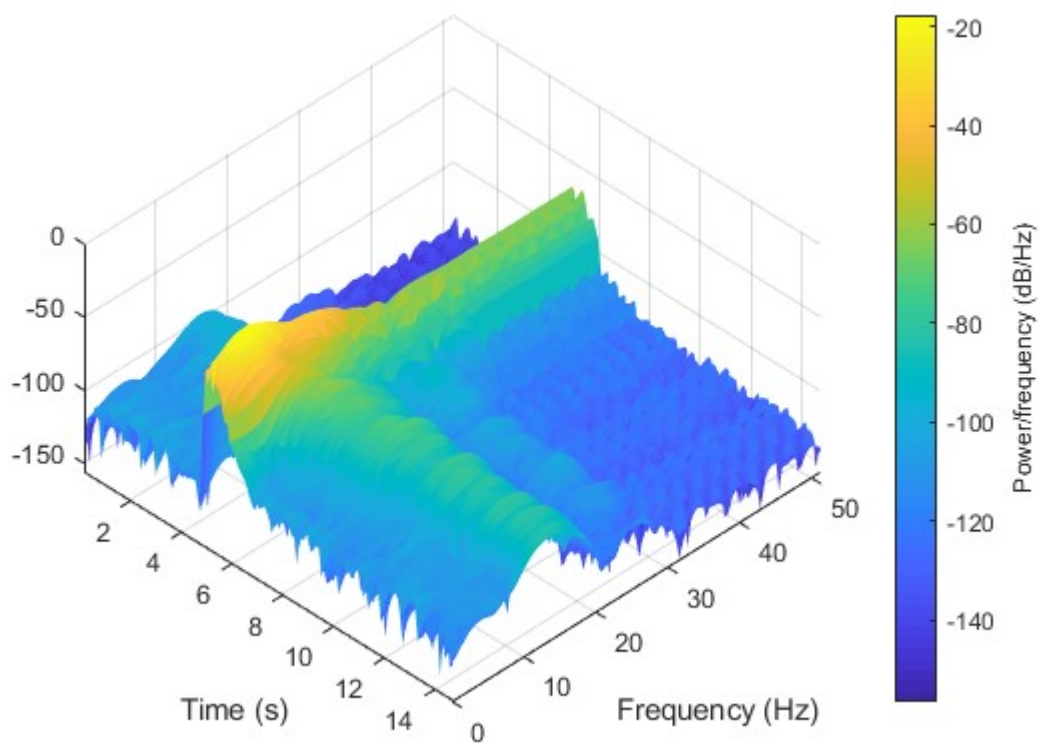
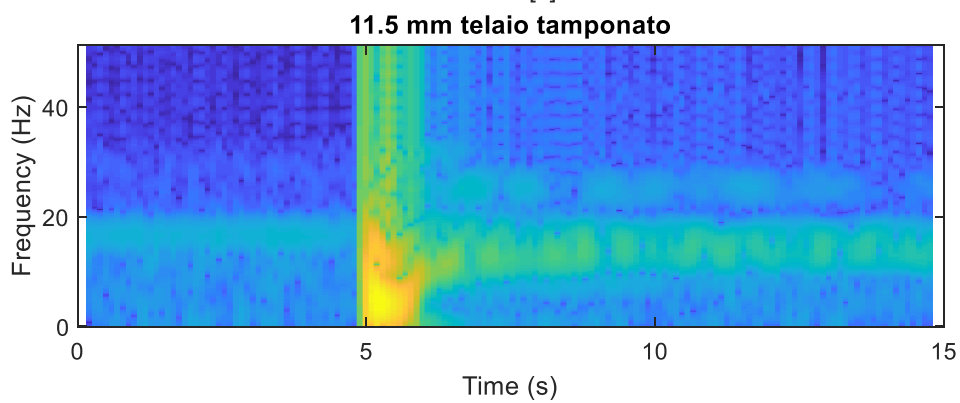
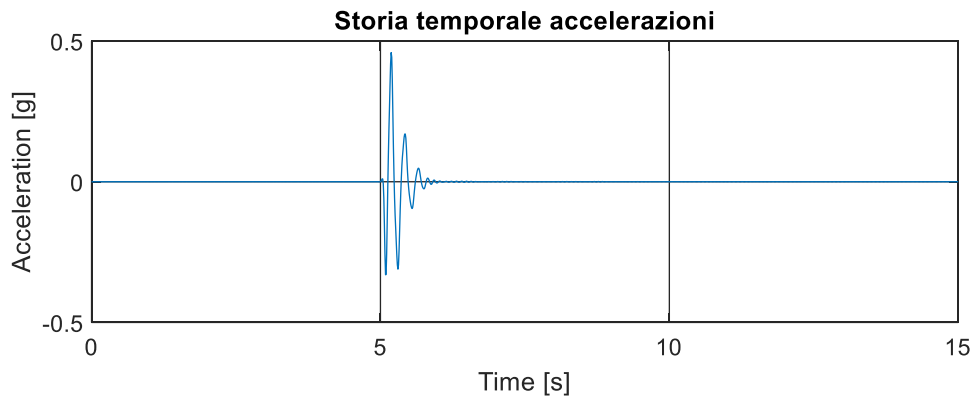


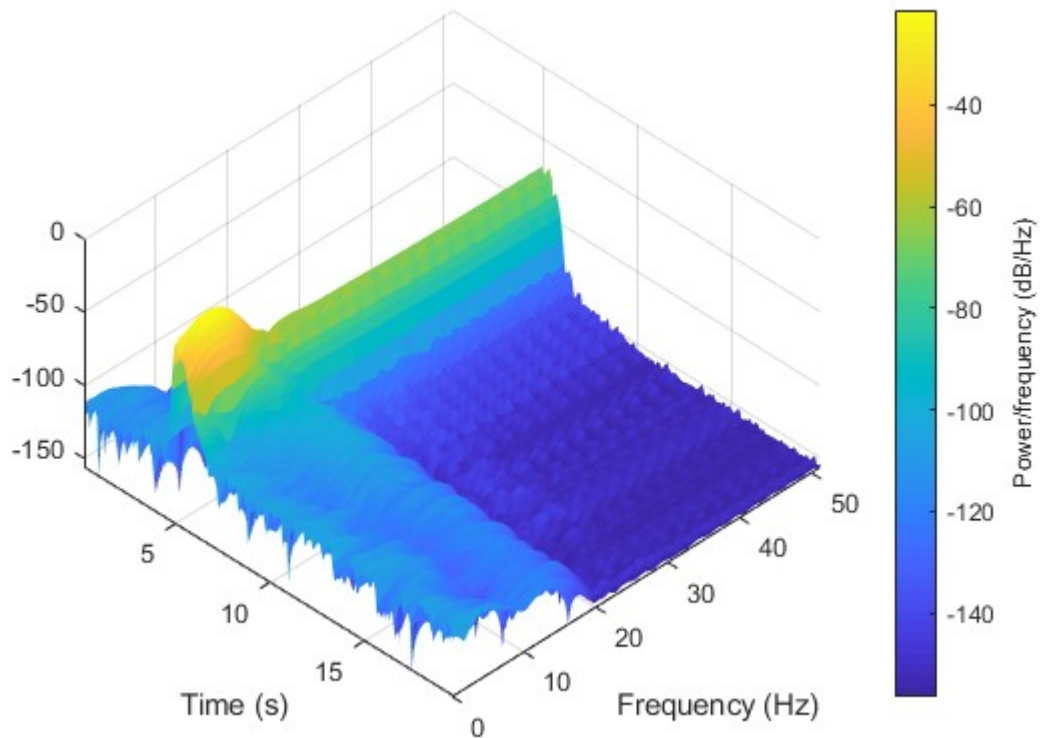
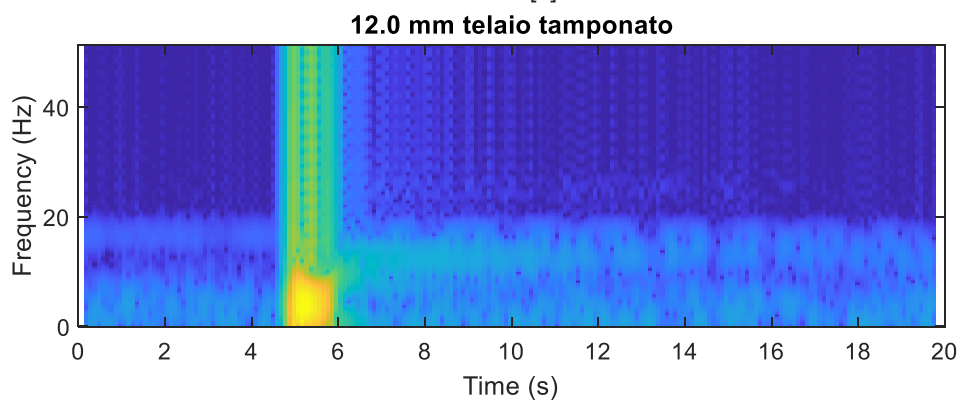
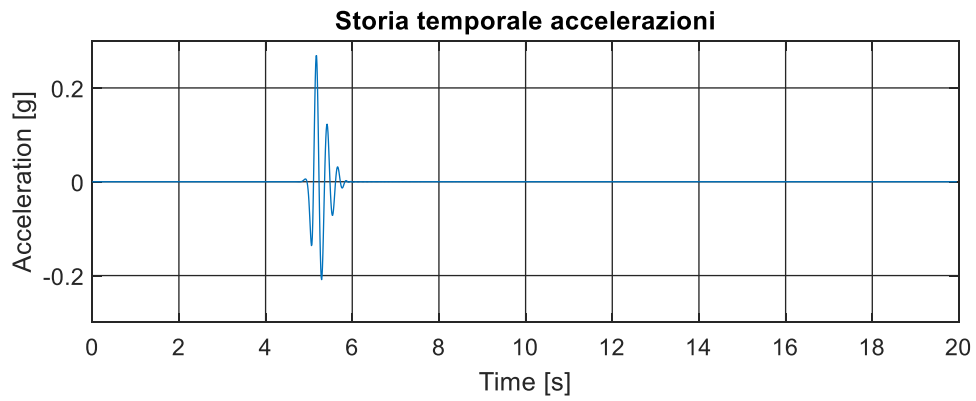


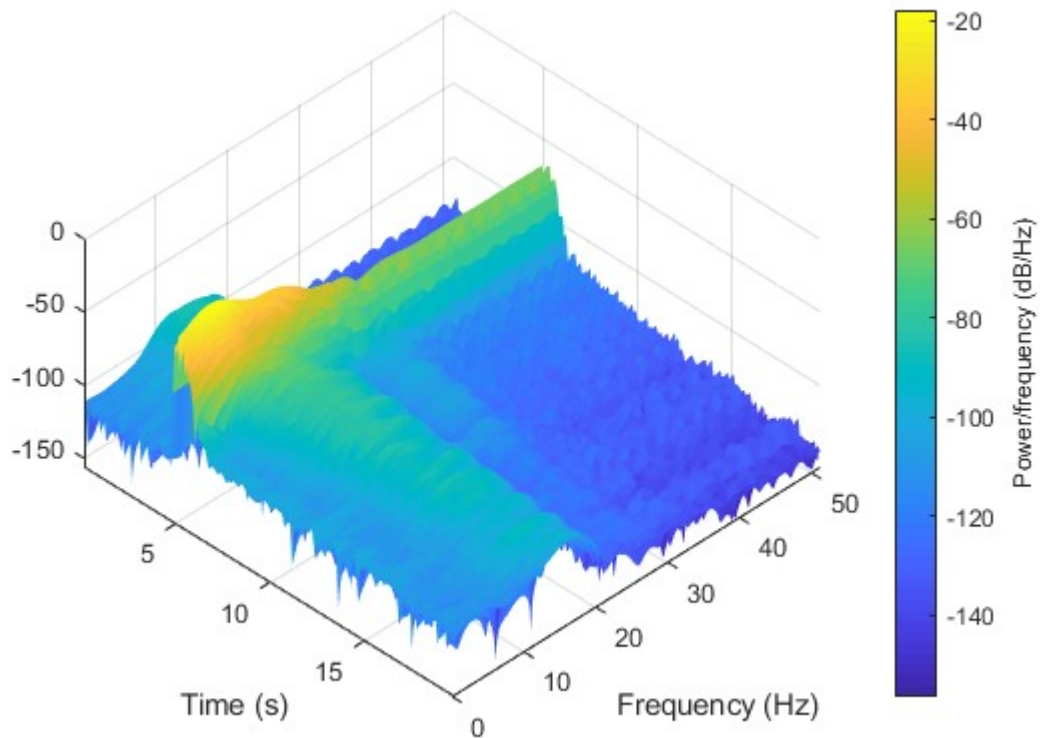
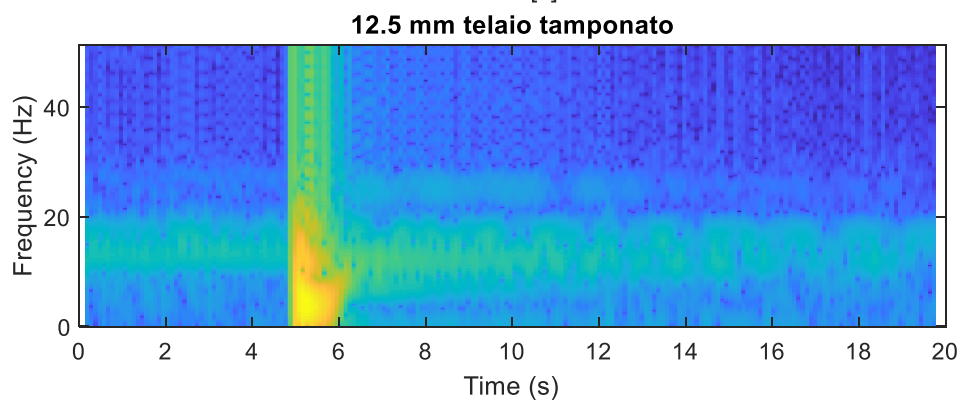
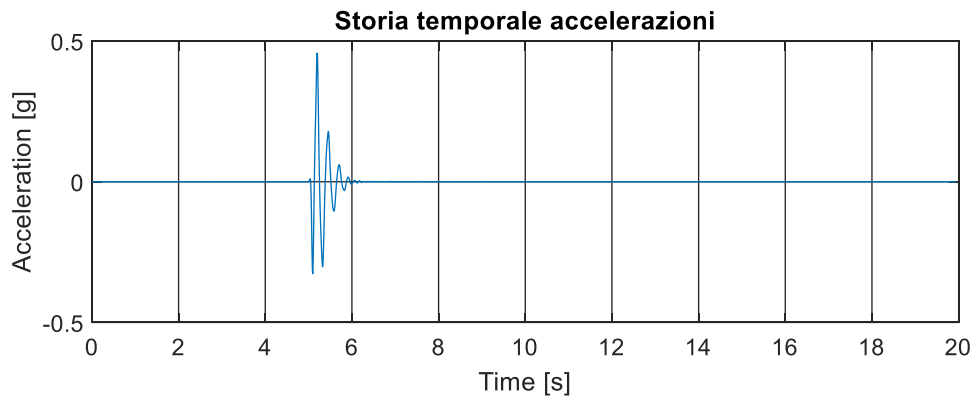


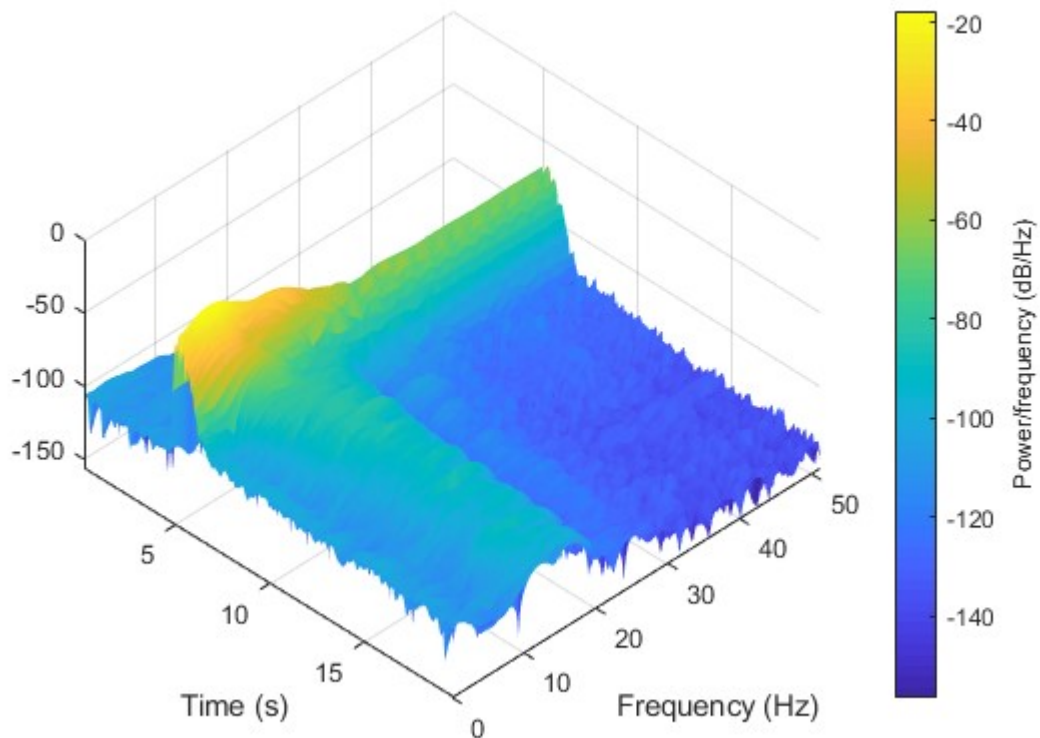
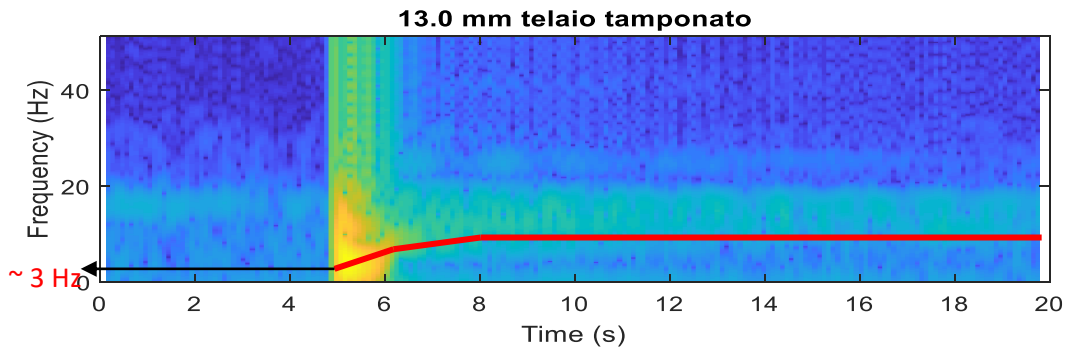
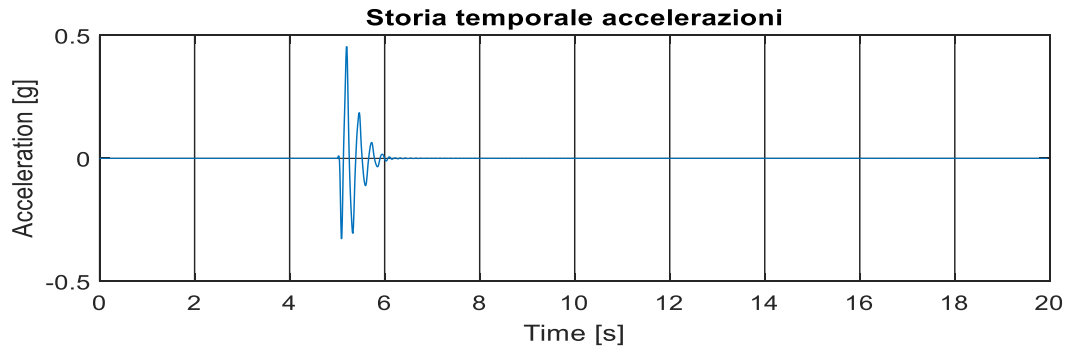












*Figura 6.2.6-Analisi tempo-frequenza per il telaio tamponato per lo spostamento 13.0 mm*

## Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato indagato il contributo irrigidente delle tamponature nella risposta di un telaio in acciaio con impalcato composto acciaio-calcestruzzo. L'obiettivo del lavoro prevedeva l'osservazione della variazione dei parametri dinamici del telaio oggetto di studio dalla risposta in oscillazione libera smorzata conseguente all'applicazione di uno spostamento iniziale (prove di Snap-Back).

Nel dettaglio si è osservato che la presenza delle tamponature porta a una variazione significativa dei parametri dinamici del telaio. Per quanto riguarda la frequenza di oscillazione, si passa da 2.8 a 2.7 Hz del telaio nudo ad una media di 11 Hz nel caso di telaio con tamponature integre, fino a circa 3 Hz nel caso di telaio con tamponature danneggiate.

Lo smorzamento, invece, varia dal 6% circa per le tamponature integre fino al 20 % circa per le tamponature danneggiate e dallo 0.2 all'1 % per il telaio nudo.

Si osserva globalmente una variazione dei parametri dinamici all'aumentare degli step di carico, nello specifico si riscontra un aumento dello smorzamento e una diminuzione della frequenza.

In aggiunta è stata effettuata un'analisi tempo-frequenza svolta con il software Matlab impostando la Short Time Fourier Transform. Grazie ad essa è stato possibile notare che nel telaio nudo i valori della frequenza di oscillazione risultano pressoché simili per tutti i valori di spostamento imposto, nel telaio tamponato, invece, si è visto come i valori della frequenza diminuiscono all'aumentare dello spostamento imposto.

Anche se i risultati ottenuti sono attendibili si può pensare a uno sviluppo futuro utilizzando le trasformate di Wavelet o Hilbert.

## **Bibliografia**

Anil k. Chopra - *“Dynamics of Structures; Theory and applications to Earthquake Engineering”* - fourth edition.

Alberto Tibaldi - *“Introduzione all’analisi in Tempo-Frequenza”*

Julius O. Smith - *“Spectral Audio Signal Processing”, W3K Publishing, 2011*

Prove di laboratorio realizzate all’interno del *Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile ed Architettura* (DICEA) presso l’Università Politecnica delle Marche, sede di Ancona.