



**Università Politecnica Delle Marche**  
Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Architettura

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA EDILE

---

***“Analisi di modelli di travi in CA rinforzate in GFRP”***

***“Analysis of models of reinforced concrete beams in GFRP”***

*Relatore:*  
Prof. Dott. Ing. Capozucca Roberto

*Tesi di laurea di:*  
Paolucci Marco

*Correlatore:*  
Ing. Magagnini Erica

---

Anno accademico 2020/2021

*Alla mia famiglia, pietra angolare della mia vita.  
Vi voglio bene.*

## INDICE

<b>INTRODUZIONE</b> .....	<b>05</b>
<b>1 SINTESI DELLE NORME TECNICHE CNR DT200R1/2013</b> .....	<b>07</b>
1.2 <i>Materiali</i> .....	07
1.2.1 <i>Introduzione</i> .....	07
1.2.2 <i>Le caratteristiche dei compositi e dei loro componenti</i> .....	08
1.2.2.1 <i>Principali fibre per compositi</i> .....	11
1.2.2.1.1 <i>Tipologie di fibre disponibili in commercio e classificazione</i> .....	11
1.2.2.1.2 <i>Fibre di vetro</i> .....	12
1.2.2.1.3 <i>Fibre di carbonio</i> .....	14
1.2.2.1.4 <i>Caratteristiche tecniche del filato</i> .....	16
1.2.2.2 <i>Matrici</i> .....	17
1.2.2.2.1 <i>Resine epossidiche</i> .....	18
1.2.2.2.2 <i>Resine poliestere</i> .....	18
1.2.2.2.3 <i>Adesivi e principi generali di incollaggio</i> .....	18
1.2.3 <i>Sistemi di rinforzo</i> .....	21
1.2.3.1 <i>Proprietà meccaniche dei sistemi di rinforzo</i> .....	21
1.2.3.2 <i>Sistemi impregnati in situ</i> .....	25
1.3 <i>Rinforzo di strutture in CA</i> .....	26
1.3.1 <i>Meccanismi di rottura per distacco del supporto</i> .....	26
1.3.1.1 <i>Verifiche di sicurezza nei confronti del distacco del supporto</i> .....	27
1.3.1.2 <i>Resistenza allo stato limite ultimo per distacco di estremità (modo 1)</i> .....	30
1.3.1.3 <i>Resistenza allo stato limite ultimo per distacco di estremità (modo 2)</i> .....	31
1.3.1.4 <i>Resistenza allo stato limite ultimo per distacco di estremità (modo 3)</i> .....	32
1.4 <i>Riflessione a flessione</i> .....	35
1.4.1 <i>Generalità</i> .....	35
1.4.2 <i>Analisi del comportamento allo stato limite ultimo</i> .....	35
1.4.2.1 <i>Generalità</i> .....	35
1.4.2.2 <i>Stato della struttura all'atto del rinforzo</i> .....	37
1.4.2.3 <i>Resistenza di progetto a flessione dell'elemento rinforzato con FRP</i> .....	37
1.4.2.4 <i>Resistenza di progetto a flessione dell'elemento rinforzato con FRP in presenza di forza assiale (pressoflessione)</i> .....	40
1.4.2.5 <i>Collasso per distacco di estremità</i> .....	41
1.4.3 <i>Analisi del comportamento agli stati limite di esercizio</i> .....	43
1.4.3.1 <i>Basi del calcolo</i> .....	43
1.4.3.2 <i>Verifica delle tensioni</i> .....	44
1.4.3.3 <i>Verifica delle frecce</i> .....	45
1.4.3.4 <i>Verifica dell'apertura delle fessure</i> .....	46
1.4.4 <i>Duttilità</i> .....	46
<b>2 DESCRIZIONE E CARATTERIZZAZIONE DEI CAMPIONI</b> .....	<b>47</b>
2.1 <i>Descrizione dei campioni</i> .....	47
2.2 <i>Valutazione del modulo dinamico e del modulo elastico statico del calcestruzzo</i> .....	49
2.3 <i>Descrizione delle componenti del rinforzo</i> .....	51
2.3.1 <i>GFRP</i> .....	51
2.3.2 <i>Resina epossidica</i> .....	52

<b>3 DESCRIZIONE DEI TEST SPERIMENTALI .....</b>	<b>54</b>
3.1 <i>Messa in opera .....</i>	54
3.2 <i>Prova a flessione .....</i>	55
3.2.1 <i>Strain gauges e estensometri .....</i>	55
3.2.2 <i>Trasduttori di spostamento .....</i>	57
3.2.3 <i>Preparazione del test .....</i>	57
3.2.4 <i>Definizione step di carico: Diagramma momento-curvatura teorico della sezione di mezzeria .....</i>	58
3.2.5 <i>Esecuzione del test .....</i>	60
3.3 <i>Prova dinamica .....</i>	61
3.3.1 <i>Procedura di esecuzione della prova .....</i>	61
3.3.2 <i>Strumentazione .....</i>	61
3.3.3 <i>Preparazione del test .....</i>	63
3.3.4 <i>Esecuzione del test .....</i>	64
3.3.5 <i>Comportamento teorico della trave incernierata .....</i>	64
3.3.6 <i>Calcolo frequenze teoriche tramite il modello Bernoulli – Eulero .....</i>	70
<b>4 RISULTATI SPERIMENTALI .....</b>	<b>72</b>
4.1 <i>Trave B1 e stati di danno .....</i>	72
4.2 <i>Trave B2 e stati di danno .....</i>	92
<b>5 MODELLAZIONE NUMERICA DI TRAVI IN CA .....</b>	<b>113</b>
5.1 <i>Analisi statica non lineare .....</i>	113
5.1.1 <i>Creazione della geometria agli elementi finiti .....</i>	113
5.1.2 <i>Scelta dei tipi di elementi .....</i>	116
5.1.3 <i>Modellazione dei materiali e criteri di rottura .....</i>	119
5.1.4 <i>Definizione della mesh .....</i>	126
5.1.5 <i>Carichi e condizioni al contorno .....</i>	128
5.1.6 <i>Impostazioni dell’analisi non lineare .....</i>	130
5.1.7 <i>Risultati e confronti analisi statica .....</i>	131
5.2 <i>Analisi dinamica .....</i>	142
5.2.1 <i>Creazione della geometria .....</i>	142
5.2.2 <i>Scelta dei tipi di elementi .....</i>	143
5.2.3 <i>Modellazione dei materiali .....</i>	144
5.2.4 <i>Definizione della mesh .....</i>	148
5.2.5 <i>Carichi e condizioni al contorno .....</i>	148
5.2.6 <i>Impostazioni dell’analisi modale .....</i>	150
5.2.7 <i>Risultati e confronti analisi dinamica .....</i>	152
<b>CONCLUSIONI .....</b>	<b>155</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>165</b>
<b>RINGRAZIAMENTI .....</b>	<b>166</b>

## INTRODUZIONE

E' oramai noto che l'Italia, e tutta l'area mediterranea, è caratterizzata da un'alta sismicità in quanto essa è attraversata dal confine tra la placca Euroasiatica e quella Africana, le quali sono in costante movimento avvicinandosi reciprocamente e generando così molte aree di contrasto che danno poi luogo a fenomeni sismici diffusi non delineando una singola faglia, ma faglie più piccole e diffuse.

Nel territorio italiano il problema della sicurezza sismica è particolarmente sentito per diversi motivi tra cui il fatto che l'Italia è ricca di borghi ed edifici storici, costruiti prima dell'entrata in vigore di norme antisismiche moderne, la maggior parte degli edifici residenziali sono stati realizzati tra il 1960 ed il 1990.

Questo fa sì che il parco edilizio esistente risulta essere vetusto ed eterogeneo, tuttavia esso rappresenta un patrimonio edilizio avente un valore storico – artistico – architettonico – ambientale inestimabile e per questo va protetto.

Generalmente per migliorare o adeguare sismicamente gli edifici esistenti si prevedono interventi volti ad aumentare la capacità strutturale o a diminuire la domanda sismica.

Per aumentare la capacità strutturale, molto spesso, si prevedono interventi che vedono l'impiego di materiali compositi e quindi di rinforzi con materiali, in fibra, fortemente resistenti a trazione, messi in opera mediante resine che garantiscono l'aderenza, tra il rinforzo e la superficie dell'elemento da rinforzare, e la trasmissione degli sforzi tra le fibre.

Questi interventi con l'impiego di compositi fibrorinforzati possono essere utilizzati sia su strutture in muratura che in calcestruzzo armato e sono interventi volti ad aumentare la duttilità globale della struttura andando ad aumentare la duttilità degli elementi portanti monodirezionali quali travi e pilastri.

Anche nell'ambito del restauro architettonico di edifici storici rilevanti sono una valida soluzione in quanto gli interventi con compositi generalmente rispettano molti dei paradigmi del restauro, fondamentali per individuare gli interventi da compiere, in quanto sono interventi che più si avvicinano all'idea di completa reversibilità, poiché la resina, se sottoposta a determinate temperature (temperatura di transizione vetrosa) ritorna liquida e quindi è possibile rimuovere l'intervento.

Altro aspetto importante negli interventi con materiali compositi è l'aumento trascurabile di peso quindi di massa sismica partecipante, fondamentale in ambito sismico in quanto a seguito dell'intervento l'input sismico resta molto simile, o addirittura uguale, a quello pre-intervento.

In questa tesi siamo andati a creare un modello che descriva come effettivamente cambia la risposta degli elementi strutturali e che descriva nel modo più simile alla realtà come l'elemento si danneggia, in particolar modo delle travi, a seguito del danneggiamento e del successivo rinforzo a flessione mediante materiali compositi, sia dal punto di vista statico che dinamico in quanto questo tipo di danneggiamento si riflette nella

risposta dinamica della struttura incidendo sulle frequenze naturali e sui modi di vibrare. I cambiamenti che avvengono sono indice di variazione anche delle proprietà meccaniche e quindi di resistenza della struttura. In merito a queste considerazioni, risulta fondamentale lo studio di modelli di analisi dinamica partendo da strutture integre fino ad arrivare a strutture danneggiate, in modo da studiare i cambiamenti dinamici e progettare un metodo di studio che possa fornire una valutazione affidabile del tipo di danno e del suo grado di estensione.

Viene dunque utilizzata una modellazione agli elementi finiti, che dipende molto dalle condizioni al contorno, che permette di valutare il grado di danneggiamento interno di un materiale di geometria semplice. Infatti nella presente tesi è stata condotta una sperimentazione su una trave in cemento armato rinforzata con una striscia in GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymer) con tecnica NSM (Near Surface Mounted). Quindi si studia prima il comportamento statico e dinamico della trave integra, poi danneggiata, cercando di correlare la variazione di frequenza della trave e confrontando gli spostamenti ed il quadro fessurativo con i risultati ottenuti tramite l'elaborazione di un modello analitico agli elementi finiti.

Tale modellazione è stata svolta mediante software Ansys APDL dove abbiamo modellato la geometria delle travi e mediante software simulato le stesse prove fatte in laboratorio in modo da validarne il modello.

Per compiere questa analisi si è fatto riferimento alla normativa italiana (CNR-DT 200 R1/2013), queste istruzioni rispondono all'esigenza di conoscenza e di standardizzazione in uno dei settori emergenti di maggior rilievo dell'Ingegneria Strutturale, quello delle applicazioni innovative dei materiali compositi fibrorinforzati, con la pubblicazione di tali istruzioni il mondo dell'Ingegneria delle Strutture ha potuto avvalersi di uno strumento per la progettazione e la realizzazione di interventi basati sull'impiego di compositi fibrorinforzati divenuto via via indispensabile colmando il buco normativo lasciato dalle NTC.

Nel primo capitolo viene riportato il quadro normativo al quale si è fatto riferimento durante tutto il periodo di sperimentazione; nel secondo sono descritte le caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti le travi e delle strisce in GFRP ; nel terzo si descrivono i test sperimentali eseguiti sui provini focalizzandoci sul comportamento statico e dinamico della trave esaminata, studiando e trattando i dati ottenuti dalle prove sperimentali; nel quarto e quinto capitolo si descrive il modello e si illustra il funzionamento e le ipotesi adottate nel software utilizzato, ANSYS APDL; infine nell'ultimo capitolo si traggono le conclusioni a seguito del confronto tra i risultati sperimentali e quelli ottenuti dalla modellazione.

# **1. SINTESI DELLE NORME TECNICHE CNR DT200R1/2013**

Queste istruzioni rispondono all'esigenza di conoscenza e di standardizzazione in uno dei settori emergenti di maggior rilievo dell'Ingegneria Strutturale, quello delle applicazioni innovative dei materiali compositi fibrorinforzati, con la pubblicazione di tali istruzioni il mondo dell'Ingegneria delle Strutture ha potuto avvalersi di uno strumento per la progettazione e la realizzazione di interventi basati sull'impiego di compositi fibrorinforzati divenuto via via indispensabile.

## **1.2 MATERIALI**

### **1.2.1 INTRODUZIONE**

I materiali fibrorinforzati a matrice polimerica (FRP) a fibre continue sono materiali compositi, eterogenei ed anisotropi, che mostrano un comportamento prevalentemente elastico lineare fino al collasso. Essi trovano largo impiego nel consolidamento e nel rinforzo delle strutture civili.

I vantaggi degli FRP sono molteplici: leggerezza, elevate proprietà meccaniche, caratteristiche anticorrosive. I compositi per il rinforzo strutturale sono disponibili in diverse geometrie: esse vanno dalle lamine pultruse, utilizzate per il rinforzo di elementi dotati di superfici regolari, ai tessuti bidirezionali che possono essere invece facilmente adattati alla forma dell'elemento da rinforzare prima della fase di impregnazione. I compositi si adattano bene anche ad applicazioni

in cui è necessario preservare le caratteristiche estetiche della struttura originaria (edifici di interesse storico o artistico) o in casi in cui i rinforzi tradizionali sarebbero di difficile applicazione

per limitatezza dello spazio a disposizione. Esistono inoltre esempi di applicazioni di rinforzi di composito con fibre discontinue e matrice polimerica o con fibre continue e matrice inorganica

che, per specifiche applicazioni, si sono dimostrati particolarmente promettenti tuttavia ad oggi non sono disponibili su di esse una mole sufficiente di studi scientifici tale da garantirne l'affidabilità per impieghi strutturali. Il presente capitolo riporta le informazioni essenziali per poter acquisire una conoscenza di base dei materiali compositi, dei loro componenti (fibre, matrici ed adesivi) e delle loro proprietà fisiche e meccaniche. Tali informazioni sono indispensabili per conoscere i pregi e i difetti dei materiali compositi fibrorinforzati e per poterne

comprendere la motivazione di tipo tecnologico, allo scopo di usufruire utilmente dei primi e mitigare, se possibile, i secondi. Il suddetto obiettivo è di peculiare importanza nell'ottica di garantire la durevolezza dell'intervento di rinforzo con FRP, che ha la peculiarità di vedere accoppiati materiali tradizionali, come calcestruzzo e muratura, con materiali dalla tecnologia nettamente più avanzata.

## 1.2.2 LE CARATTERISTICHE DEI COMPOSITI E DEI LORO COMPONENTI

I materiali compositi presentano le seguenti caratteristiche:

sono costituiti da due o più materiali (fasi) di natura diversa e “macroscopicamente” distinguibili; almeno due delle fasi presentano proprietà fisiche e meccaniche “sufficientemente” diverse tra loro, in modo da impartire al composito proprietà differenti da quelle dei costituenti.

I compositi fibrorinforzati a matrice polimerica soddisfano entrambe le suddette caratteristiche: essi sono infatti costituiti da una matrice polimerica di natura organica e da fibre di rinforzo, le cui principali proprietà sono quantificabili attraverso i valori indicativi riportati in Tabella 1.1.

Come si può notare le fibre di carbonio possono esibire valori del modulo di elasticità normale molto più elevati di quelli relativi ai comuni materiali da costruzione. Si tratta quindi di materiali molto efficienti dal punto di vista strutturale, che tuttavia possono generare problemi di accoppiamento con altri materiali, aspetto quest’ultimo da doversi sempre valutare con molta attenzione da parte del progettista. La matrice può essere considerata, almeno nei casi più comuni, come un continuo isotropo.

La geometria: forma, dimensioni e distribuzione delle dimensioni; la disposizione: orientazione rispetto agli assi di simmetria del materiale; se essa è casuale (nel piano o nello spazio) il composito risulta avere caratteristiche simili a quelle di un materiale isotropo (“quasi-isotropo”); in tutti gli altri casi il composito è anisotropo; la concentrazione: frazione in volume, distribuzione della concentrazione (dispersione). Un composito è quindi un continuo non omogeneo e, nella maggior parte dei casi, anisotropo.

	Modulo di elasticità normale $E$	Resistenza a trazione $\sigma_T$	Deformazione a rottura $\epsilon_T$	Coefficiente di dilatazione termica $\alpha$	Densità $\rho$
	[GPa]	[MPa]	[%]	[ $10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ]	[ $\text{g}/\text{cm}^3$ ]
Fibre di vetro E	70 – 80	2000 – 3500	3.5 – 4.5	5 – 5.4	2.5 – 2.6
Fibre di vetro S	85 – 90	3500 – 4800	4.5 – 5.5	1.6 – 2.9	2.46 – 2.49
Fibre di carbonio (alto modulo)	390 – 760	2400 – 3400	0.5 – 0.8	-1.45	1.85 – 1.9
Fibre di carbonio (alta resistenza)	240 – 280	4100 – 5100	1.6 – 1.73	-0.6 – -0.9	1.75
Fibre aramidiche	62 – 180	3600 – 3800	1.9 – 5.5	-2	1.44 – 1.47
Matrice polimerica	2.7 – 3.6	40 – 82	1.4 – 5.2	30 – 54	1.10 – 1.25
Acciaio da costruzione	206	250 – 400 (snervamento) 350 – 600 (rottura)	20 – 30	10.4	7.8

Tabella 1.1 – Confronto tra le proprietà delle fibre di rinforzo e delle matrici più comuni e dell’acciaio da costruzione (valori indicativi).



È conveniente, ai fini dell'esame delle loro proprietà, distinguere i compositi fibrorinforzati in due categorie principali, indipendentemente dalla tecnologia di produzione:

monostrato (lamina),

multistrato (laminati).

I laminati sono materiali costituiti da strati di qualche decimo di millimetro di spessore (detti lamine) sovrapposti tra loro. Nel caso più semplice, le fibre sono contenute esclusivamente nel piano della lamina (non sono presenti fibre disposte perpendicolarmente a tale piano). Le dimensioni dei laminati sono intermedie fra quelle delle fibre di rinforzo e quelle delle strutture di interesse ingegneristico (Tabella 1.2). Esiste anche una particolare classe di compositi multistrato, detti laminati ibridi, in cui le singole lamine sono composte da fibre di natura differente (ad es. compositi a matrice epossidica con fibre sia di carbonio che aramidiche per ottenere un composito rigido e tenace) o da materiali differenti (ad es. i compositi a strati alternati di resina epossidica con fibre aramidiche e di alluminio)

Il principale vantaggio dei laminati è rappresentato dalla massima libertà nella disposizione delle fibre, pur essendo ovviamente richiesto un controllo sistematico sulle scelte operate e quindi sulle proprietà del materiale composito.

	dimensioni rappresentative							
	pm	nm	μm	mm	m	km		
Atomo	*	*						
Molecole polimeriche		*	*					
Polimeri biologici		*	*					
Cristalliti			*	*				
Sferuliti			*	*				
Diametro delle fibre				*				
Spessore lamina				*	*	*		
Spessore laminati				*	*			
Lunghezza laminati					*	*	*	
Strutture						*	*	*

Tabella 1.2 – Scala dei compositi fibrosi a matrice polimerica.

Le lamine sono in generale dei materiali anisotropi e conseguentemente la descrizione delle loro proprietà meccaniche dipende dalla scelta del sistema di riferimento. Di solito gli assi del riferimento vengono fatti coincidere con quelli di simmetria del materiale (o assi naturali).

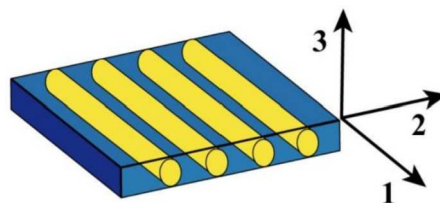


Figura 1.3 – Assi di riferimento per lamine unidirezionali.

Il rapporto tra i valori delle proprietà di un materiale composito nelle diverse direzioni è detto grado di anisotropia. Nel caso di laminati unidirezionali, in Tabella 1.4 sono riportati alcuni valori indicativi del grado di anisotropia delle principali proprietà che interessano la progettazione ( $E_i$ : modulo di elasticità normale;  $G_{ij}$ : modulo di elasticità tangenziale;  $\sigma_i$ : sforzo di rottura;  $\alpha_i$ : coefficiente di dilatazione termica).

	$E_1/E_2$	$E_1/G_{12}$	$\sigma_{r1}/\sigma_{r2}$	$\alpha_1/\alpha_2$
Carburo di silicio/ceramica	1.09	2.35	17.8	0.93
Boro/alluminio	1.71	5.01	11.6	0.30
Carburo di silicio/alluminio	1.73	5.02	17.0	0.52
Vetro-S/epossidica	2.44	5.06	28.0	0.23
Vetro-E/epossidica	4.42	8.76	17.7	0.13
Boro/epossidica	9.27	37.40	24.6	0.20
Carbonio/epossidica	13.60	19.10	41.4	-0.07
Arammide/epossidica	15.30	27.80	26.0	-0.07

Tabella 1.4 – Grado di anisotropia di laminati unidirezionali fibrorinforzati (valori indicativi).

I materiali compositi possono essere più resistenti e - almeno nel caso dei compositi a fibra di carbonio - più rigidi dei materiali da costruzione tradizionali. Conseguentemente, quando per uno specifico progetto, il peso della struttura diventa rilevante, i compositi possono risultare molto attrattivi grazie alla loro minore densità.

La resistenza specifica (resistenza/densità) dei compositi

può assumere valori fino a quattro volte superiori rispetto a quelli esibiti dai materiali tradizionali; il loro modulo di elasticità normale specifico (modulo/densità) fino al doppio. Ciò significa che, a parità di rigidità, una struttura di materiale composito può arrivare a pesare circa la metà di un'altra realizzata con un materiale da costruzione tradizionale. La natura delle fasi che costituiscono il composito contribuisce in maniera determinante alla formazione delle proprietà finali del materiale. Tuttavia, per ottenere un composito ad elevata resistenza meccanica, non è sufficiente utilizzare fibre "resistenti": è anche indispensabile garantire una buona adesione tra la matrice ed il rinforzo. L'adesione viene di solito promossa mediante l'impiego di un terzo componente, che, applicato in strato molto sottile sulla superficie delle fibre, la rende compatibile con la matrice organica. Tale trattamento superficiale del rinforzo comporta la presenza di una terza fase intermedia tra la matrice e le fibre, detta interfaccia o interfase (Figura 1.5).

L'interfaccia consiste normalmente in uno strato molto sottile (spesso monoatomico), localizzato alla superficie del rinforzo, le cui caratteristiche, pur non contribuendo direttamente alle proprietà meccaniche globali del composito, sono tuttavia fondamentali per il successo del sistema complessivo nelle applicazioni strutturali.

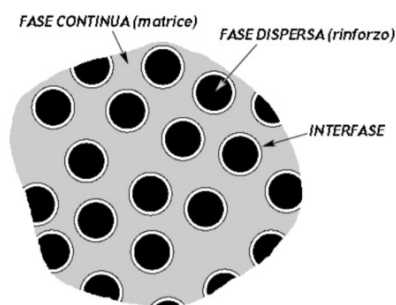


Figura 1.5 – Rappresentazione schematica delle fasi costituenti un composito.

Anche se il dettaglio dei meccanismi chimico-fisici che determinano l'adesione tra fibra e matrice è delegato al produttore del materiale, non va dimenticato che la mancanza di adesione tra fibre e matrice è una delle cause principali di cedimento strutturale dei materiali compositi.

### 1.2.2.1 PRINCIPALI FIBRE PER COMPOSITI

Le fibre più usate per la produzione di materiali compositi sono quelle di vetro, di carbonio e le fibre aramidiche. La particolare geometria filiforme, ancorché molto versatile per la realizzazione dei compositi, conferisce a tali materiali caratteristiche di rigidità e di resistenza molto più elevate di quelle possedute dagli stessi materiali quando siano utilizzati in configurazione tridimensionale: ciò è dovuto alla minore densità di difetti che tipicamente compete alla configurazione monodimensionale rispetto a quest'ultima.

#### 1.2.2.1.1 TIPOLOGIE DI FIBRE DISPONIBILI IN COMMERCIO E CLASSIFICAZIONE

Le fibre sono costituite da filamenti continui molto sottili e quindi difficili da manipolare singolarmente. Per tale motivo esse sono disponibili commercialmente in varie forme, di cui le più comuni sono:

- filamento (monofilament): elemento base con dimensioni di circa 10  $\mu\text{m}$  di diametro;
- cavo di filatura (tow): è il prodotto della macchina di filatura ed è costituito da un fascio formato da un gran numero di filamenti (dell'ordine delle migliaia), praticamente senza torsione, destinato ad essere filato, ritorto o strappato per l'utilizzazione sotto forma di fibra discontinua;
- filo o filato (spun yarn): filo formato da fibre tenute insieme da torsione;
- filo assemblato (roving): fascio costituito da filati assemblati parallelamente e senza torsione intenzionale.

Combinando insieme alcune centinaia di tows o yarns si ottiene il tape, in cui i tows o gli yarns possono essere semplicemente affiancati oppure cuciti tra loro o fissati su un supporto. La classificazione delle fibre è

mutuata direttamente da quella tradizionalmente utilizzata per le fibre tessili. I filamenti costituenti i filati sono caratterizzati essenzialmente dalla composizione chimica e dalla massa per unità di lunghezza. L'unità di misura della massa lineare o titolo (massa per unità di lunghezza) secondo la norma ISO 2974:2000(E) è il Tex, equivalente a 1 g per km di fibra. Un'altra unità di misura di massa lineare, ormai obsoleta, è il denaro (denier), che equivale a 0.111 Tex. La designazione tecnica delle fibre di vetro viene effettuata secondo le norme ISO 1139:1973(E) e ISO 2078:1993(E) e consta dei seguenti elementi:

- una lettera che identifica il tipo di vetro utilizzato;
- una seconda lettera che indica il tipo di fibra utilizzato: - C (iniziale di “Continuo”, per i filamenti); - D (iniziale di “Discontinuo”, per le fibre discontinue);
- un numero che indica il diametro nominale (in  $\mu\text{m}$ ) del filamento;
- un numero, separato da uno spazio, che indica la massa lineare della fibra in Tex;
- il senso e il valore di torsione, espresso in giri/m (opzionale);
- il numero di fili costituenti i ritorti (opzionale);
- un codice del produttore contenente tutte quelle informazioni, non codificate, ritenute indispensabili per caratterizzare il prodotto (opzionale).

### 1.2.2.1.2 FIBRE DI VETRO

Sono fibre comunemente usate in campo navale ed industriale per la fabbricazione di compositi con prestazioni medio-alte. Si caratterizzano per la loro elevata resistenza. Il vetro è composto principalmente da silice ( $\text{SiO}_2$ ) in struttura tetraedrica ( $\text{SiO}_4$ ). Sono aggiunti in varie proporzioni ossidi di alluminio ed altri ioni metallici (Tabella 1.6) per facilitare le operazioni di lavorazione o per modificare alcune proprietà (ad esempio le fibre di vetro S rispetto alle E esibiscono una resistenza a trazione più elevata, come mostrato in Tabella 1.1).

	VETRO E	VETRO S
Ossido di silicio	54.3	64.20
Ossido di alluminio	15.2	24.80
Ossido di ferro	-	0.21
Ossido di calcio	17.2	0.01
Ossido di magnesio	4.7	10.27
Ossido di sodio	0.6	0.27
Ossido di boro	8.0	0.01
Ossido di bario	-	0.20
Varie	-	0.03

Tabella 1.6 – Composizione tipica delle fibre di vetro (% in peso).

Nelle sue linee essenziali la tecnologia di produzione delle fibre di vetro è basata sulla filatura di una miscela (batch) costituita principalmente da sabbia, allumina e calcare. I componenti sono miscelati a secco e portati a fusione (circa 1260 °C) in una fornace a refrattari (tank). Il vetro fuso viene alimentato direttamente su filiere di platino (bushings) e fatto passare per gravità attraverso appositi fori praticati sul fondo. I filamenti, prodotti per filatura da fuso, sono quindi raggruppati, con l'imposizione eventuale di una leggera torsione, a formare una treccia o fibra (strand o end), tipicamente costituita da 204 filamenti. I singoli filamenti presentano un diametro medio dell'ordine dei 10 µm e sono ricoperti da un legante o bozzima (binder o size). I filati sono raccolti, perlopiù senza ritorcitura, in roving. I valori della massa lineare tipici del roving per applicazioni nel settore civile sono superiori a 2000 Tex. Le fibre di vetro sono anche disponibili in forma di fogli sottili, denominati mat. Un mat può essere costituito sia da fibre lunghe continue che da fibre corte (cioè fibre discontinue di lunghezza tipica compresa tra 25 e 50 mm) disposte casualmente nel piano e tenute assieme da un legante chimico. La larghezza dei mat è variabile tra 5 cm e 2 m; la loro densità di massa è dell'ordine di 0.5 kg/m<sup>2</sup>.

Le fibre di vetro esibiscono un modulo di elasticità normale inferiore a quello delle fibre di carbonio o a quello delle fibre aramidiche (circa 70 GPa per le fibre di vetro E) ed offrono una resistenza all'abrasione relativamente modesta, che richiede una certa cautela nelle operazioni di manipolazione prima dell'impregnazione.

Inoltre, esse presentano una pronunciata attitudine allo scorrimento viscoso ed una modesta resistenza a fatica. Per promuovere l'adesione tra fibre e matrice e per proteggere le fibre dall'azione degli agenti alcalini e dall'umidità, le fibre sono sottoposte a trattamenti di ensimaggio (sizing) con sostanze aventi funzione di compatibilizzante. Tali trattamenti sono molto utili ai fini della durabilità e della resistenza a fatica (statica e dinamica) del materiale composito. Gli FRP a base di fibre di vetro si denotano usualmente con l'acronimo GFRP.

### 1.2.2.1.3 FIBRE DI CARBONIO

Sono fibre usate per la fabbricazione di compositi ad elevate prestazioni e si distinguono per il loro alto modulo di elasticità normale e per la loro elevata resistenza. Esibiscono un comportamento a rottura intrinsecamente fragile caratterizzato da un assorbimento di energia relativamente modesto, anche se le tensioni di rottura sono elevate.

A confronto con le fibre di vetro e con quelle aramidiche, le fibre di carbonio risultano essere le meno sensibili ai fenomeni di scorrimento viscoso (creep) e di fatica e sono contraddistinte da una modesta riduzione della resistenza a lungo termine.

La struttura cristallina della grafite è di tipo esagonale, con gli atomi di carbonio organizzati in strutture essenzialmente planari, tenute insieme da forze trasversali di gran lunga più deboli rispetto a quelle che agiscono tra gli atomi di carbonio nel piano.

Per tale motivo il loro modulo di elasticità normale e la loro resistenza sono estremamente elevati nelle direzioni contenute nei suddetti piani, mentre risultano notevolmente inferiori nella direzione trasversale (comportamento anisotropo).

La struttura delle fibre di carbonio non è completamente cristallina come quella della grafite.

Il termine “fibre di grafite” viene tuttavia utilizzato nel linguaggio comune, anche se in modo improprio, per indicare fibre con un contenuto di carbonio maggiore del 99%; il termine “fibre di carbonio” indica, invece, fibre con un contenuto di carbonio variabile tra l’80 ed il 95%. Il numero di filamenti contenuti nel cavo di filatura (tow) può variare da 400 a 160000. La moderna tecnologia di produzione delle fibre di carbonio si basa essenzialmente sulla pirolisi, cioè la decomposizione termica in assenza di ossigeno di sostanze organiche, dette precursori, tra le quali le più usate sono le fibre di poliacrilonitrile (PAN) e di rayon.

Le fibre di PAN vengono dapprima “stabilizzate”, cioè sottoposte ad un trattamento termico a 200-240 °C per 24 h in aria, affinché la loro struttura molecolare subisca un’orientazione preferenziale nella direzione del carico applicato. In seguito subiscono un trattamento di carbonizzazione a 1500 °C in atmosfera inerte, durante il quale la maggior parte degli elementi chimici diversi dal carbonio, presenti nel precursore, sono eliminati. Le fibre carbonizzate possono quindi essere sottoposte ad un trattamento di grafitizzazione in atmosfera inerte a 3000 °C durante il quale la struttura cristallina delle fibre può svilupparsi completamente, avvicinandosi a quella della grafite pura. Gli FRP a base di fibre di carbonio si denotano usualmente con l’acronimo CFRP.

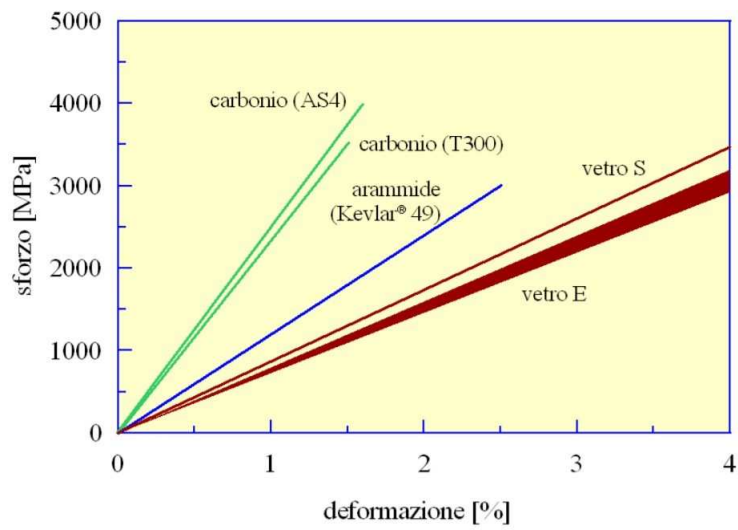


Figura 1.7 – Confronto tra le più comuni fibre di rinforzo: comportamento a trazione monoassiale.

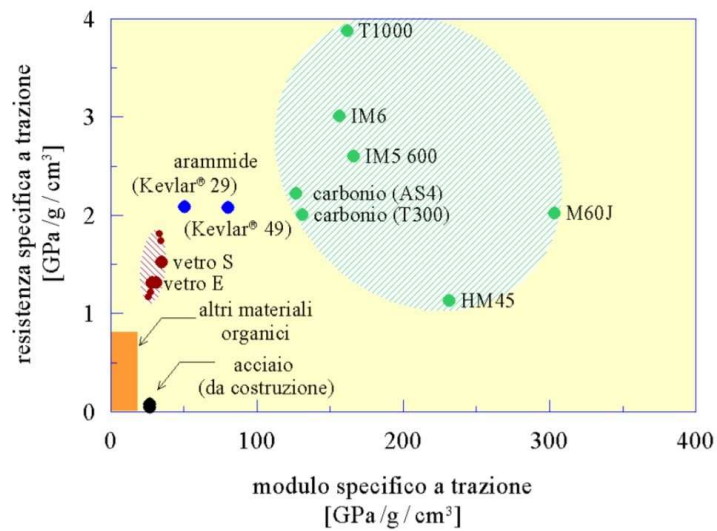


Figura 1.8 – Confronto tra le più comuni fibre di rinforzo: i valori del modulo e della resistenza sono rapportati alla densità (valori “specifici”)

#### 1.2.2.1.4 CARATTERISTICHE TECNICHE DEL FILATO

I filati non sono commercializzati come materiali per il rinforzo strutturale, in quanto costituiscono la materia prima per la fabbricazione dei tessuti. Le aziende produttrici possono mettere a disposizione le caratteristiche del filato ed i relativi certificati di conformità allo scopo di tutelare i loro clienti. Di seguito viene proposta la struttura di una scheda tecnica tipo del filato. Essa risulta esauriente per numero e tipo di informazioni fornite. La normativa internazionale di riferimento è la ISO 2113:1996(E). Per determinare o verificare il titolo di un filato è possibile operare secondo la norma ISO 1889:1997(E). Si preleva, cioè, dal tessuto un campione di filato di lunghezza definita e se ne effettua la pesatura; il valore del titolo è dato dal rapporto:

$$T_x = \frac{P \cdot 1000}{L}, \quad (1.1)$$

essendo  $T_x$  il titolo del filato, espresso in Tex [g/km];  $P$  la massa del campione, espresso in grammi;  $L$  la lunghezza del campione, espressa in metri.

L'area, in mm<sup>2</sup>, della sezione trasversale di un filo o di una matassa (yarn, tow o roving),  $A$ , è determinabile a partire dal titolo e dalla densità del filato mediante la seguente relazione:

$$A = \frac{T_x}{\rho \cdot 1000}, \quad (1.2)$$

essendo  $\rho$  la densità di massa del filato, espressa in g/cm<sup>3</sup>, e  $T_x$  il titolo, espresso in Tex.

La valutazione delle suddette quantità può essere utile per un controllo di qualità del prodotto fornito.



### 1.2.2.2 MATRICI

Le matrici più utilizzate per la fabbricazione dei compositi fibrorinforzati sono quelle polimeriche a base di resine termoindurenti. Tali resine sono disponibili in forma parzialmente polimerizzata e si presentano liquide o pastose a temperatura ambiente. Per miscelazione con un opportuno reagente esse polimerizzano (reticolano) fino a diventare un materiale solido vetroso; la reazione può essere accelerata agendo sulla temperatura. I vantaggi da esse presentati sono diversi: sono caratterizzate da una bassa viscosità allo stato fluido e quindi da una relativa facilità di impregnazione delle fibre, da ottime proprietà adesive, dalla possibilità di avere formulazioni che reticolano a temperatura ambiente, da una buona resistenza agli agenti chimici, dall'assenza di una temperatura di fusione, ecc. I principali svantaggi sono invece rappresentati dall'ampiezza del campo di temperature di esercizio, limitato superiormente dalla temperatura di transizione vetrosa, dalla modesta tenacità a frattura (comportamento "fragile") e dalla sensibilità all'umidità

in fase di applicazione sulla struttura. Le resine termoindurenti più diffuse nel settore civile sono le epossidiche. Anche impiegate sono le resine poliestere o vinilestere.

Poiché il materiale viene miscelato a partire dai diversi componenti direttamente in cantiere e assume le sue caratteristiche strutturali finali attraverso una reazione chimica, esso dovrebbe sempre essere applicato da personale specializzato.

Sono anche disponibili materiali compositi fibrorinforzati con matrici polimeriche termoplastiche, che possono richiedere tecniche di applicazione diverse dalle precedenti. Ad esempio, sono allo studio barre di composito con matrice termoplastica le quali, rispetto all'analogo prodotto con matrice termoindurente, hanno il vantaggio di poter essere piegate in qualsiasi momento mediante un opportuno trattamento termico.

### **1.2.2.2.1 RESINE EPOSSIDICHE**

Le resine epossidiche sono caratterizzate da una buona resistenza all'umidità ed agli agenti chimici ed inoltre presentano ottime proprietà adesive. Sono perciò particolarmente indicate per la realizzazione di compositi da impiegare nel settore civile.

La temperatura massima di esercizio dipende dalla formulazione e dalla temperatura di reticolazione.

Per temperature di esercizio superiori a 60 °C, la resina deve essere opportunamente selezionata tenendo conto delle competenti variazioni delle sue caratteristiche meccaniche. Al contrario non sussistono, di solito, limiti significativi per la temperatura minima di esercizio.

### **1.2.2.2.2 RESINE POLIESTERE**

Le resine poliesteri sono caratterizzate da una viscosità inferiore rispetto a quella delle epossidiche e presentano una notevole versatilità ed un'elevata reattività. La resistenza meccanica e le proprietà adesive sono solitamente inferiori rispetto alle analoghe esibite dalle resine epossidiche, a temperatura ambiente la resina si presenta solitamente come una sostanza solida. Per poter essere impiegata deve quindi essere disciolta in un opportuno solvente.

### **1.2.2.2.3 ADESIVI E PRINCIPI GENERALI DI INCOLLAGGIO**

La messa in opera di alcuni tipi di rinforzo strutturale a base di FRP, come ad esempio le lamine pultruse, richiede l'utilizzo di adesivi. La scelta più appropriata dell'adesivo e del tipo di trattamento superficiale da effettuare prima dell'applicazione va fatta in base alla natura del substrato della struttura da riparare e del materiale di rinforzo.

Risulterebbe quindi complesso trattare in modo analitico l'argomento, in quanto sarebbe necessario innanzitutto distinguere i vari casi (strutture di acciaio, conglomerato armato, muratura o legno) secondo un'articolazione esuberante per i limiti del presente documento.

Le schede tecniche dei materiali da rinforzo riportano solitamente indicazioni sul tipo di adesivo da utilizzare in funzione della natura della struttura che si intende rinforzare. Anche l'applicazione di tessuti secchi da impregnare in cantiere può essere considerata in senso lato come un caso di assemblaggio mediante adesivi, in quanto la stessa resina utilizzata per l'impregnazione svolge la funzione di adesivo.

Molto importante, per il corretto utilizzo degli adesivi, è il tipo di trattamento superficiale da eseguire prima della loro applicazione. Per tale motivo si è ritenuto utile in questo paragrafo soffermarsi soprattutto sui motivi che rendono necessaria un'adeguata preparazione del substrato, illustrando i meccanismi fisici, chimici e meccanici alla base dell'adesione.

Per una trattazione più approfondita si rimanda ai testi specifici sull'argomento.

Si definisce adesivo un materiale, quasi sempre di natura polimerica, in grado di realizzare un collegamento tra almeno due superfici e di trasmettere forze di entità anche rilevante (collegamento strutturale).

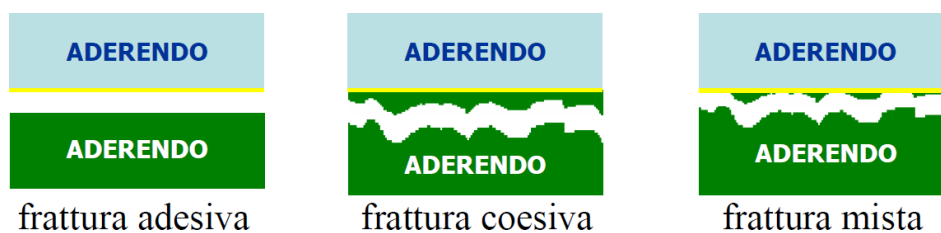
Esistono molte tipologie di adesivi naturali e sintetici (elastomeri, resine termoplastiche e termoindurenti mono o bicomponente); i più adatti per i materiali compositi sono gli adesivi a base di resine epossidiche.

Gli adesivi epossidici si presentano come una miscela viscosa bicomponente; una volta induriti, a seguito di una reazione chimica di reticolazione, essi realizzano il collegamento strutturale.

I vantaggi delle giunzioni adesive rispetto a quelle meccaniche sono molteplici: possibilità di unire materiali diversi, maggior rigidità, distribuzione dei carichi più uniforme, consolidamento delle parti, assenza di fori potenzialmente dannosi per le conseguenti concentrazioni tensionali, resistenza a fatica, minori costi di intervento.

Esistono anche alcuni limiti che richiedono una particolare attenzione nelle applicazioni in campo civile: gli adesivi sono infatti sensibili alle condizioni ambientali, quali l'umidità, e non sono idonei per esposizioni ad alte temperature (resistenza al fuoco). Nel caso delle giunzioni adesive si possono individuare le seguenti tre tipologie di frattura (Figura 1.9).

- Frattura coesiva: avviene all'interno di uno dei materiali che costituiscono il giunto. Lo stesso materiale è dunque presente su entrambe le superfici di frattura, le quali possono presentarsi lisce o rugose. È il tipo di frattura che si osserva nelle condizioni ideali di applicazione dell'adesivo.
- Frattura adesiva: avviene all'interfaccia tra l'adesivo e l'aderendo, quando la resistenza dell'interfaccia (forza di adesione) è minore di quella dell'aderendo. Le superfici di frattura sono solitamente lisce e costituite da due materiali differenti. Questo tipo di frattura è indice di una non corretta applicazione dell'adesivo.
- Frattura mista: si presenta alternativamente sia come coesiva che adesiva. Le superfici di frattura sono molto irregolari e sono caratterizzate dalla coesistenza di entrambi i materiali. Si manifesta in presenza di un substrato debole e non consolidato, come ad esempio una muratura o un calcestruzzo molto degradati, in concorso con modalità di applicazione dell'adesivo non ottimali.



*Figura 1.9 – Confronto tra le diverse tipologie di frattura.*

L'efficienza del giunto adesivo dipende da molti aspetti, tra cui il tipo di trattamento superficiale, già richiamato, la composizione chimica e la viscosità dell'adesivo, la tecnica di applicazione ed infine il processo di indurimento o di reticolazione dello stesso adesivo.

I meccanismi di adesione consistono principalmente nell'aggrappaggio meccanico (interlocking) dell'adesivo con la superficie dell'aderendo e nella formazione di legami chimici tra le molecole polimeriche e quelle del substrato. Conseguentemente, nel determinare la resistenza dell'adesivo, risultano fondamentali quei trattamenti superficiali tesi ad incrementare la tensione superficiale all'interfaccia ovvero a modificare chimicamente la superficie dell'aderendo, aumentandone la rugosità e quindi l'area effettiva di contatto.

Qualsiasi tipo di trattamento superficiale ha come obiettivo primario la "pulizia" della superficie di applicazione, ossia la rimozione di tutte le eventuali contaminazioni superficiali, quali ossidi, particelle estranee, oli, grassi, polveri, umidità, ecc.

Quasi sempre, inoltre, il trattamento posto in essere modifica chimicamente la superficie dell'aderendo favorendo la formazione di legami più forti con l'adesivo, tali da resistere ad agenti ambientali aggressivi, tendenti nel tempo a degradare la resistenza dell'incollaggio.

Contestualmente, il trattamento deve inoltre garantire un'adeguata rugosità superficiale.

I trattamenti più semplici che vengono usualmente utilizzati nei placcaggi con compositi fibrorinforzati consistono nella decontaminazione con opportuni solventi e nell'abrasione della superficie mediante sabbiatura.

Quest'ultima consente non solo di rimuovere sostanze estranee (ad esempio ossidi) ma anche di assicurare la rugosità superficiale necessaria. In alcune situazioni, prima di stendere l'adesivo, può essere opportuno applicare sul substrato un primer con funzione di compatibilizzante. Ovviamente, l'utilizzo di lamine pultruse preformate richiede in aggiunta un'adeguata pulizia della faccia della lamina che verrà poi incollata sul supporto. In alcuni casi le lamine sono protette da una pellicola che mantiene la faccia in questione al riparo da agenti contaminanti esterni.

La pellicola va rimossa solo al momento dell'applicazione del rinforzo.

È importante sottolineare che qualsiasi trattamento superficiale deve essere necessariamente eseguito subito prima dell'applicazione del rinforzo onde evitare il pericolo di ricontaminazione. Tra gli agenti contaminanti, in aggiunta a tutte le possibili sostanze estranee presenti in cantiere, va tenuto in conto l'umidità: è infatti buona norma assicurare che le superfici di incollaggio siano ben asciutte prima dell'applicazione dell'adesivo.

### 1.2.3 SISTEMI DI RINFORZO

I sistemi di FRP idonei per il rinforzo esterno di strutture possono essere classificati nella maniera appresso indicata.

- Sistemi preformati (pre cured systems): sono costituiti da componenti di varia forma preparati in stabilimento mediante pultrusione o laminazione, i quali sono incollati all'elemento strutturale da rinforzare.
- Sistemi impregnati in situ (wet lay-up systems): sono costituiti da fogli di fibre unidirezionali o multidirezionali o da tessuti che sono impregnati con una resina, la quale funge anche da adesivo con il substrato interessato (es. calcestruzzo, muratura, ...).
- Sistemi preimpregnati (pregreg systems): sono costituiti da fogli di fibre unidirezionali o multidirezionali o da tessuti preimpregnati con resina parzialmente polimerizzata. Possono essere incollati al substrato da rinforzare con (o senza) l'uso di resine aggiuntive.

#### 1.2.3.1 PROPRIETÀ MECCANICHE DEI SISTEMI DI RINFORZO

Nei compositi fibrorinforzati le fibre svolgono il ruolo di elementi portanti sia in termini di resistenza che di rigidità. La matrice, oltre a proteggere le fibre, funge da mezzo di trasferimento degli sforzi tra fibra e fibra ed eventualmente tra queste e l'elemento strutturale da rinforzare.

Nella maggioranza dei casi i compositi sono costituiti da fibre caratterizzate da resistenza e rigidità elevate, nonché da valori della deformazione a rottura inferiori a quelli della matrice.

In Figura 1.10 sono descritti qualitativamente i legami costitutivi di un materiale fibrorinforzato unidirezionale e delle sue fasi costituenti: matrice e fibre. Il composito esibisce rispetto alle fibre una rigidità inferiore ma la medesima deformazione a rottura,  $\epsilon_{fib,max}$ . Infatti, una volta superata tale deformazione, diviene impossibile il trasferimento degli sforzi dalla matrice alle fibre.

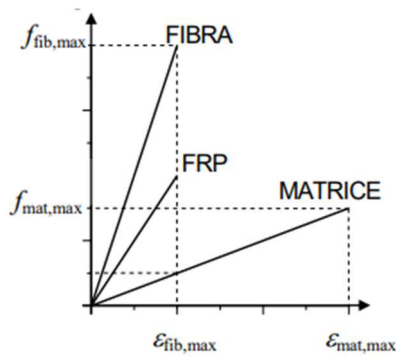


Figura 1.10 – Legami costitutivi di fibre, matrice e corrispondente composito.

A puro scopo esemplificativo, nella Tabella 1.11 sono confrontati i valori medi di alcune proprietà meccaniche di un prodotto preformato di tipo unidirezionale con quelli delle corrispondenti fibre. I valori del modulo di elasticità normale e della tensione di rottura del composito nella direzione delle fibre sono inferiori a quelli delle fibre, mentre i valori delle deformazioni ultime a trazione di fibre e composito sono tra loro comparabili.

Sistemi preformati	Modulo di elasticità normale [GPa]		Tensione di rottura [MPa]		Deformazione a rottura [%]	
	FRP $E_f$	Fibre $E_{fib}$	FRP $f_f$	Fibre $f_{fib}$	FRP $\epsilon_{fu}$	Fibre $\epsilon_{fib,u}$
CFRP (basso modulo)	160	210-230	2800	3500-4800	1.6	1.4-2.0
CFRP (alto modulo)	300	350-500	1500	2500-3100	0.5	0.4-0.9

Tabella 1.11 – Confronto tra proprietà meccaniche di un prodotto preformato con quelle delle corrispondenti fibre.

Nel caso di compositi costituiti da fibre unidirezionali è possibile stimare, con ragionevole approssimazione, il comportamento meccanico del composito mediante modelli micromeccanici, ad esempio utilizzando la regola delle miscele.

$$E_f = V_{fib} \cdot E_{fib} + (1 - V_{fib}) \cdot E_{mat}, \quad (1.3)$$

$$f_f \cong V_{fib} \cdot f_{fib} + (1 - V_{fib}) \cdot f_{mat}, \quad (1.4)$$

essendo  $V_{fib}$  la frazione in volume delle fibre (rapporto tra il volume delle fibre ed il volume totale del composito),  $f_{mat}$  ed  $E_{mat}$  sono, rispettivamente, il modulo di elasticità normale e la tensione di rottura della matrice.

Si segnala che la regola delle miscele, basata sull'ipotesi di perfetta aderenza tra fibre e matrice, fornisce una stima abbastanza accurata del modulo di elasticità normale, ma non altrettanto affidabile della resistenza.

Per la valutazione del modulo elastico e della resistenza in una specifica direzione di un composito impregnato in situ è invalsa la consuetudine di riferirsi all'area della sezione retta di tessuto secco disposta nella suddetta direzione. Ciò è giustificato dalla difficoltà di quantificare le frazioni volumetriche delle fasi, per l'incertezza sull'effettiva quantità di resina messa in opera manualmente. Si faccia ad esempio riferimento ad un nastro di tessuto unidirezionale di larghezza 100 mm (area delle fibre:  $A_{fib} = 70 \text{ mm}^2$ ), impregnato con diverse quantità di resina. Le proprietà dei singoli componenti sono riportate in Tabella 1-6. L'influenza del contenuto di resina sui valori delle proprietà meccaniche nella direzione delle fibre, stimati attraverso le eqq. (1.3), (1.4), è evidenziata della Tabella 1.7 e nella Figura 1.14.

Fibre	Matrice
$E_{fib} = 220 \text{ GPa}$	$E_m = 3 \text{ GPa}$
$f_{fib} = 4000 \text{ MPa}$	$f_m = 80 \text{ MPa}$

Tabella 1.12 – Proprietà dei componenti.

$A_{fib}$ [mm <sup>2</sup> ]	$A_m$ [mm <sup>2</sup> ]	$A_f$ [mm <sup>2</sup> ]	$V_{fib}$ [%]	$E_f$ [GPa]	$f_f$ [MPa]	$\varepsilon_{fu}$ [%]	$F_{fu}$ [kN]	$E_f \cdot A_f$ [kN]
70	0	70	100	220.0	4000	1.81	280.0	15400
70	30	100	70	154.9	2824	1.82	282.4	15490
70	70	140	50	111.5	2040	1.83	285.6	15610
70	163.3	233.3	30	68.1	1256	1.84	293.0	15890

Tabella 1.13 – Influenza della frazione volumetrica sulle caratteristiche meccaniche di un composito.

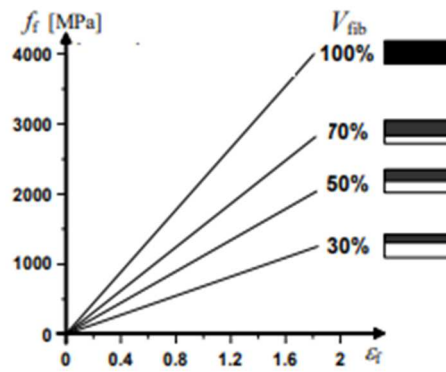


Figura 1.14 –Dipendenza del legame costitutivo del composito dalla frazione volumetrica.

Nella Tabella 1.13 e nella Figura 1.14 sono presi in considerazione valori di  $V_{fib}$  compresi tra il 30% e il 70%. Come caso limite, è anche preso in considerazione il valore 100% della frazione volumetrica delle fibre. Dalla Tabella 1.13 si evince che le proprietà meccaniche del composito ( $E_f$  ed  $f_f$ ) sono sensibilmente influenzate dalla frazione volumetrica  $V_{fib}$ .

Lo stesso non accade per i valori della forza ultima di rottura,  $F_{fu} = f_f \cdot A_f$ , e della rigidezza estensionale,  $E_f \cdot A_f$ , del nastro, ai quali è quindi preferibile riferirsi. Infatti, tali quantità presentano variazioni trascurabili (3-4%) dal momento che eventuali riduzioni dei valori dei fattori  $E_f$  ed  $f_f$  sono compensate dall'incremento dell'altro fattore, cioè dell'area complessiva della sezione trasversale del tessuto impregnato,  $A_f$



### 1.2.3.2 SISTEMI IMPREGNATI IN SITU

- (1) In caso di impregnazione manuale, si consiglia di limitare la massa di tessuto presente nel singolo strato di rinforzo in modo che la grammatura non superi il valore di 600 g/m<sup>2</sup>. Per grammature superiori si consiglia di verificare la completezza dell'impregnazione. In questi casi è comunque suggerito di ricorrere a sistemi meccanici di messa in opera.
- (2) È sconsigliato l'impiego di un numero di strati di tessuto superiore a 5.

Nell'ambito delle presenti Istruzioni, si conviene di assimilare il sistema impregnato in situ ad un composito equivalente costituito dal solo tessuto secco ( $A_f = A_{fib}$ ).

Le proprietà meccaniche del composito impregnato,  $f_f$  ed  $E_f$ , devono essere valutate per il tramite delle seguenti relazioni:

$$f_f = F_{fu} / A_{fib},$$

$$E_f = F_{fu} / (A_{fib} \cdot \epsilon_{fu}).$$

Ai fini applicativi, ove richiesto nel prosieguo, lo spessore del composito impregnato in situ,  $t_f$ , deve essere valutato in accordo con la relazione:

$$t_f = \frac{A_{fib}}{b_f}.$$

Talvolta, ai fini applicativi e limitatamente ai tessuti unidirezionali o bilanciati, si usa riferire l'area resistente del tessuto allo spessore di una lastra equivalente costituita dal solo materiale delle fibre. Lo spessore di tale lastra è assunto pari a  $t_f$ .

## 1.3 RINFORZO DI STRUTTURE IN CA

### 1.3.1 MECCANISMI DI ROTTURA PER DISTACCO DAL SUPPORTO

- (1) Negli interventi di rinforzo di elementi di calcestruzzo mediante lamine o tessuti di materiale FRP il ruolo dell'aderenza tra calcestruzzo e composito assume grande importanza in quanto il meccanismo di rottura per distacco dal supporto è di tipo fragile. Nello spirito del criterio di gerarchia delle resistenze tale meccanismo di crisi non deve precedere il collasso per flessione o per taglio dell'elemento rinforzato.
- (2) La perdita di aderenza tra composito e calcestruzzo può riguardare sia il sistema di rinforzo applicato all'intradosso di travi di c.a., nel caso di rinforzo a flessione, che quello applicato sulle facce laterali (usualmente tessuti), nel caso di rinforzo a taglio. In linea di principio (Figura 1.15) il distacco del composito dal supporto può prodursi all'interno dell'adesivo, tra calcestruzzo ed adesivo, nel calcestruzzo o all'interno del rinforzo (ad esempio tra strati sovrapposti di composito). Nel caso di rinforzi posti correttamente in opera, poiché la resistenza a taglio dell'adesivo è in genere molto più elevata di quella del calcestruzzo, la rottura si produce all'interno di quest'ultimo con asportazione di uno strato di materiale di spessore variabile da pochi millimetri fino ad interessare l'intero copriferro.

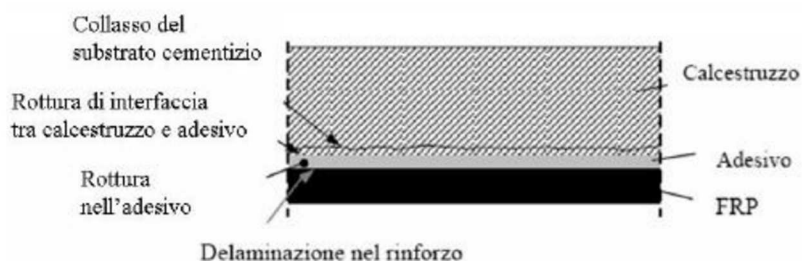


Figura 1.15 – Perdita di aderenza tra rinforzo e calcestruzzo.

- (3) Il collasso per distacco dal supporto del rinforzo a flessione applicato all'intradosso di una trave può avvenire in uno dei seguenti quattro modi, rappresentati schematicamente nella Figura 1.16
  - Modo 1 (Distacco di estremità);
  - Modo 2 (Distacco intermedio, causato da fessure per flessione nella trave);
  - Modo 3 (Distacco causato da fessure diagonali da taglio nella trave);
  - Modo 4 (Distacco causato da irregolarità e rugosità della superficie di calcestruzzo).

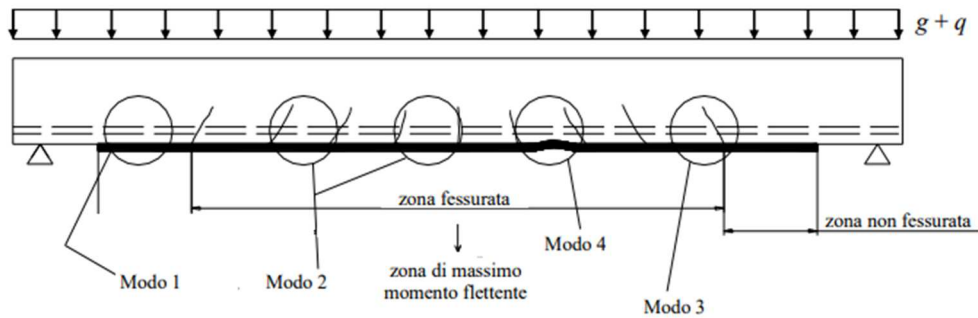


Figura 1.16 – Trave rinforzata a flessione con lamine in FRP: modi di rottura per distacco dal supporto.

- (4) In quanto più frequenti, nel prosieguo si farà riferimento esclusivamente ai modi 1 e 2.

### 1.3.1.1 VERIFICHE DI SICUREZZA NEI CONFRONTI DEL DISTACCO DAL SUPPORTO

- (1) La verifica di sicurezza nei confronti della crisi per distacco dal supporto richiede la valutazione della massima forza trasmissibile dal calcestruzzo al rinforzo, nonché la stima delle tensioni, sia tangenziali che normali, mobilitate all'interfaccia calcestruzzo-FRP. La prima richiesta risulta necessaria per la verifica allo SLU; la seconda per quella allo SLE.
- (2) Con riferimento ad una tipica prova di aderenza, come quella rappresentata schematicamente in Figura 1.17, il valore ultimo della forza sopportabile dal rinforzo di FRP, prima che subentri il distacco dal supporto, dipende, a parità di tutte le altre condizioni, dalla lunghezza,  $l_b$ , della zona incollata. Tale valore cresce con  $l_b$  fino ad attingere un massimo corrispondente ad una ben definita lunghezza,  $l_e$ : ulteriori allungamenti della zona di incollaggio non comportano incrementi della forza trasmessa.

La lunghezza  $l_e$  viene definita lunghezza ottimale di ancoraggio. Essa corrisponde alla lunghezza minima di ancoraggio che assicura la trasmissione del massimo sforzo di aderenza.

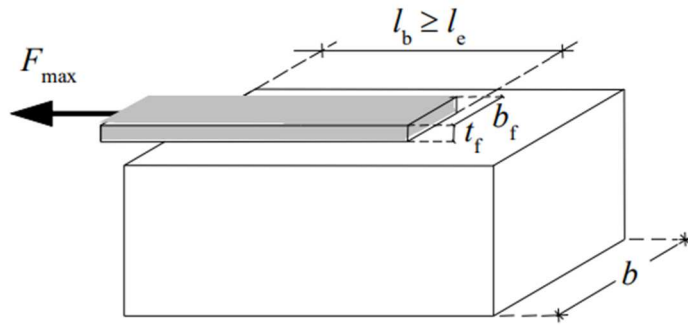


Figura 1.17 – Forza massima trasmissibile da un rinforzo di FRP.

(3) La lunghezza ottimale di ancoraggio di progetto,  $l_{ed}$ , può essere stimata mediante la seguente formula

$$l_{ed} = \max \left\{ \frac{1}{\gamma_{Rd} \cdot f_{bd}} \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_f \cdot t_f \cdot \Gamma_{Fd}}{2}}, 200 \text{ mm} \right\}, \quad (1.5)$$

dove:

- $E_f$  e  $t_f$  sono, rispettivamente, il modulo di elasticità normale nella direzione della forza e lo spessore del composito fibrorinforzato;
- $\Gamma_{Fd}$  è il valore di progetto dell'energia specifica di frattura;
- $f_{bd} = \frac{2 \cdot \Gamma_{Fd}}{s_u}$ , con  $s_u = 0.25 \text{ mm}$  valore ultimo dello scorrimento tra FRP e supporto
- $\gamma_{Rd} = 1.25$  è un coefficiente correttivo.

Il valore di progetto dell'energia specifica di frattura è fornito dalla seguente relazione:

$$\Gamma_{Fd} = \frac{k_b \cdot k_G}{FC} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}} \quad (1.6)$$

I simboli in essa introdotti hanno il significato di seguito specificato:

- $f_{cm}$  e  $f_{ctm}$  sono, rispettivamente, i valori medi delle resistenze a compressione ed a trazione del calcestruzzo valutate in situ; in mancanza di dati sperimentali, la resistenza media a trazione del calcestruzzo può essere dedotta dalla  $f_{cm}$  in accordo con quanto indicato nella Normativa vigente;
- $FC$  è un opportuno fattore di confidenza;
- $k_b$  è un coefficiente correttivo di tipo geometrico ed ammette la seguente espressione in funzione del rapporto  $b_f/b$  tra la larghezza del rinforzo e quella dell'elemento rinforzato:

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/b}} \geq 1, \quad (1.7)$$

Sempre che risulti  $b_f/b \geq 0.25$  (per  $b_f/b < 0.25$  al coefficiente  $k_b$  viene attribuito il valore 1.18, corrispondente a  $b_f/b = 0.25$ );

- $k_G$  è un ulteriore coefficiente correttivo tarato sulla base di risultati di prove sperimentali, da assumersi pari 0.023 mm per i compositi preformati ed a 0.037 mm per i compositi impregnati in situ.

Nel caso di rinforzo a flessione di una soletta, realizzato con più strisce affiancate di FRP, ciascuna di larghezza  $b_f$ , il fattore di forma  $k_b$  può essere calcolato per il tramite della relazione (1.7) assumendo come larghezza  $b$  l'interasse tra due strisce affiancate di rinforzo.

### 1.3.1.2 RESISTENZA ALLO STATO LIMITE ULTIMO PER DISTACCO DI ESTREMITÀ (MODO 1)

(1) Nell'ipotesi che il distacco coinvolga i primi strati di calcestruzzo e che le lunghezze di ancoraggio siano maggiori o uguali di quella ottimale, la tensione di progetto del sistema di rinforzo

$f_{fdd}$ , ovvero il valore della massima tensione alla quale il composito può lavorare senza che si verifichi il distacco di estremità (Figura 1-17), è fornita dalla seguente relazione:

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fd}}{t_f}}, \quad (1.8)$$

(2) Nel caso di lunghezze di ancoraggio,  $l_b$ , minori di quella ottimale,  $l_{ed}$ , la tensione di progetto deve essere opportunamente ridotta in accordo con la relazione

$$f_{fdd,rid} = f_{fdd} \cdot \frac{l_b}{l_{ed}} \cdot \left( 2 - \frac{l_b}{l_{ed}} \right). \quad (1.9)$$

(3) Qualora si intenda ricorrere a particolari dispositivi di ancoraggio (barre trasversali di composito, fasciatura dell'estremità mediante tessuti, ecc.) per poter contare su valori più elevati della tensione  $f_{fdd}$  rispetto a quelli sopra indicati (relazioni (1.8) e (1.9)), è richiesta la preventiva valutazione della competente forza  $F_{max}$  (Figura 1-17) per il tramite di specifiche indagini sperimentali. Il valore così ottenuto deve essere comunque ridotto mediante il coefficiente parziale  $\gamma_{f,d}$ .

### 1.3.1.3 RESISTENZA ALLO STATO LIMITE ULTIMO PER DISTACCO DI ESTREMITÀ (MODO 2)

(1) Allo scopo di prevenire il meccanismo di distacco secondo il modo 2, si può verificare che la variazione di tensione,  $\Delta\sigma_f$ , nel rinforzo di FRP tra due fessure consecutive non superi un opportuno valore limite,  $\Delta\sigma_R$ . Quest'ultimo dipende, in generale, dalle caratteristiche del legame di aderenza, dalla distanza tra le fessure e dal livello di tensione,  $\sigma_f$ , nel rinforzo.

(2) In alternativa, è possibile ricorrere ad una procedura semplificata consistente nel verificare che allo SLU la tensione massima nel composito fibrorinforzato non ecceda il valore di progetto,  $f_{fdd,2}$ , fornito dalla seguente relazione:

$$f_{fdd,2} = \frac{k_q}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{E_f}{t_f} \cdot \frac{2 \cdot k_b \cdot k_{G,2}}{FC} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}}, \quad (2.0)$$

nella quale i simboli già introdotti in precedenza hanno lo stesso significato sopra specificato;  $k_{G,2}$  è un coefficiente correttivo calibrato sulla base di risultati di prove sperimentali, da assumersi pari a 0.10 mm indipendentemente dal tipo del rinforzo;  $k_q$  è un coefficiente che tiene conto della condizione di carico, da assumersi pari a 1.25 per prevalenti carichi distribuiti e 1 in tutti gli altri casi. Conseguentemente, il massimo valore attribuibile alla deformazione del composito in sede progettuale affinché non si verifichi il distacco intermedio è

$$\varepsilon_{fdd} = \frac{f_{fdd,2}}{E_f} \geq \varepsilon_{sy} - \varepsilon_0, \quad (2.1)$$

Dove  $\varepsilon_{sy}$  è la deformazione di calcolo dell'armatura preesistente in corrispondenza dello snervamento, ottenuta a partire dalla corrispondente tensione media divisa per il fattore di confidenza FC, ed  $\varepsilon_0$  è la deformazione preesistente all'applicazione del rinforzo in corrispondenza dell'estremo lembo teso.

#### 1.3.1.4 RESISTENZA ALLO STATO LIMITE ULTIMO PER DISTACCO DI ESTREMITÀ (MODO 3)

- (1) In una trave rinforzata con FRP, all'interfaccia tra calcestruzzo e rinforzo, si verificano concentrazioni tensionali (tangenziali e normali) localizzate in corrispondenza di fessure trasversali presenti nel calcestruzzo, soprattutto alle estremità del rinforzo. Tali concentrazioni possono provocare la fessurazione dell'interfaccia favorendo il distacco tra i due materiali.
- (2) È opportuno che, in condizioni di esercizio, non si verifichi l'apertura delle suddette fessure, soprattutto in presenza di cicli di carico e di cicli di gelo/disgelo. La competente verifica può essere eseguita mediante un calcolo delle tensioni di interfaccia utilizzando modelli elastici lineari.
- (3) Si deve controllare che, all'interfaccia adesivo-calcestruzzo, sia per la combinazione di carico caratteristica (o rara) che per quella frequente, la tensione tangenziale "equivalente",  $\tau_{b,e}$ , appresso definita, sia inferiore alla resistenza di adesione tra il rinforzo ed il substrato di calcestruzzo,  $f_{bd}$ :

$$\tau_{b,e} \leq f_{bd} \quad (2.2)$$

- (4) Il valore di progetto della resistenza di adesione tra rinforzo e calcestruzzo,  $f_{bd}$ , è funzione della resistenza media a trazione del calcestruzzo,  $f_{ctm}$ , ed è fornita dalla relazione:

$$f_{bd} = 0.21 \cdot \frac{k_b}{\gamma_b} \cdot \frac{f_{ctm}}{FC}, \quad (2.3)$$

dove il coefficiente parziale  $\gamma_b$  vale 1.0 per la combinazione di carico caratteristica (o rara) e 1.2 per quella frequente, mentre il fattore correttivo di tipo geometrico  $k_b$  assume il valore fornito dalla (1.7).



- (5) La tensione tangenziale “equivalente”  $\tau_{b,e}$  è definita a partire dalla tensione tangenziale media,  $\tau_m$ , valutata in corrispondenza della corda sulla quale si interfacciano adesivo e calcestruzzo:

$$\tau_{b,e} = k_{id} \cdot \tau_m \quad (2.4)$$

Il coefficiente  $k_{id}$  ( $\geq 1$ ), che tiene conto della concentrazione di tensioni tangenziali e normali nelle zone terminali, è fornito dalla seguente relazione:

$$k_{id} = \left( k_{\sigma}^{1.5} + 1.15 \cdot k_{\tau}^{1.5} \right)^{2/3}, \quad (2.5)$$

Essendo:

- $k_{\sigma} = k_{\tau} \cdot \beta \cdot t_f$ ,
- $k_{\tau} = 1 + \alpha \cdot a \cdot \frac{M_{(z=a)}}{V_{(z=a)} \cdot a}$ ,
- $M(z=a)$  il momento flettente agente nella sezione di interruzione del rinforzo (Figura 1.18),
- $V(z=a)$  il taglio agente nella sezione di interruzione del rinforzo, posta a distanza  $z=a$  dall'estremità della trave,
- $\alpha = \sqrt{\frac{K_1}{E_f \cdot t_f}}$ ,
- $\beta = \left( \frac{b_f \cdot 2.30 \cdot K_1}{4 \cdot E_f \cdot I_f} \right)^{1/4}$ ,
- $K_1 = \frac{1}{t_a/G_a + t_c/G_c}$ ,
- $G_a$  e  $G_c$  moduli di elasticità tangenziale dell'adesivo e del calcestruzzo,
- $t_a$  spessore nominale dell'adesivo,
- $t_c$  spessore dello strato di calcestruzzo partecipante alla deformabilità dell'interfaccia (in genere si può assumere  $t_c = 20 - 30$  mm).

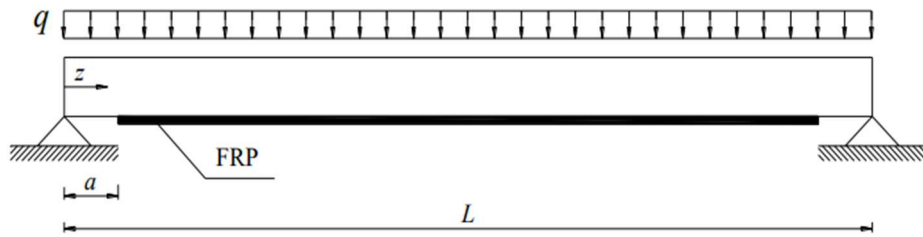


Figura 1.18 – Definizione dei parametri geometrici.

La tensione tangenziale media,  $\tau_m$ , è calcolata nello spirito dell'approssimazione di Jourawski come segue:

$$\tau_m = \frac{V_{(z=a)} \cdot t_f \cdot (h-x)}{I_c/n_f}, \quad (2.6)$$

essendo:

- h altezza della sezione,
  - x distanza dell'asse neutro dall'estremo lembo compresso,
  - $I_c$  momento d'inerzia della sezione omogeneizzata, parzializzata se in presenza di fessurazione,
  - $E_c$  modulo di elasticità normale del calcestruzzo,
  - $n_f = E_f/E_c$  coefficiente di omogeneizzazione, corrispondente alla combinazione di carico considerata (caratteristica o frequente).
- (6) Qualora sia previsto un ancoraggio terminale, realizzato mediante fasciatura ad U, l'effetto delle tensioni normali ai fini della verifica dell'interfaccia può essere trascurato e, pertanto, il coefficiente  $k\sigma$  può essere assunto pari a zero.
- (7) Per il calcolo delle tensioni di ancoraggio allo SLE vanno tenuti in conto i soli incrementi delle caratteristiche della sollecitazione che competono alle variazioni di carico successive all'applicazione del rinforzo.

## **1.4 RINFORZO A FLESSIONE**

### **1.4.1 GENERALITÀ**

(1) Il rinforzo a flessione si rende necessario per elementi strutturali soggetti ad un momento flettente di progetto maggiore della corrispondente resistenza. A scopo esemplificativo, di seguito è trattato il caso di flessione retta, che si verifica ad esempio quando l'asse di sollecitazione coincide con un asse di simmetria della sezione trasversale dell'elemento rinforzato.

(2) Il rinforzo a flessione con materiali compositi può essere realizzato applicando al lembo teso dell'elemento da rinforzare una o più lamine preformate, ovvero uno o più strati di tessuto impregnati in situ

### **1.4.2 ANALISI DEL COMPORTAMENTO ALLO STATO LIMITE ULTIMO**

#### **1.4.2.1 GENERALITÀ**

Il progetto allo SLU richiede il dimensionamento del rinforzo di FRP in modo che il momento resistente di progetto della sezione rinforzata,  $M_{Rd}$ , maggiori quello sollecitante di progetto,  $M_{Sd}$ :

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \cdot \quad (2.7)$$

Le ipotesi fondamentali su cui si basa l'analisi allo SLU delle sezioni di c.a. rinforzate con FRP sono le seguenti:

- conservazione della planarità delle sezioni rette fino a rottura, in modo che il diagramma delle deformazioni normali sia lineare;
- perfetta aderenza tra i materiali componenti (acciaio-calcestruzzo, FRP-calcestruzzo);
- resistenza a trazione nulla del calcestruzzo;
- legami costitutivi del calcestruzzo e dell'acciaio conformi alla Normativa vigente;
- legame costitutivo del composito fibrorinforzato elastico lineare fino a rottura.

L'intervento di rinforzo è consigliato per sezioni a debole armatura. Le regole appresso riportate si riferiscono esclusivamente a tale situazione.

Si ipotizza che la rottura per flessione si manifesti in concomitanza con una delle seguenti condizioni:

- raggiungimento della massima deformazione plastica nel calcestruzzo compresso,  $\varepsilon_{cu}$ , come definita dalla Normativa vigente;
- raggiungimento di una deformazione massima nel rinforzo di FRP,  $\varepsilon_{fd}$ , calcolata come:

$$\varepsilon_{fd} = \min \left\{ \eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}, \varepsilon_{fdd} \right\}, \quad (2.8)$$

Dove  $\varepsilon_{fk}$  è la deformazione caratteristica a rottura del rinforzo,  $\gamma_f$  e  $\eta_a$  sono i coefficienti definiti rispettivamente nella Tabella 1.19 e nella Tabella 1.20,  $\varepsilon_{fdd}$  è la deformazione massima per distacco intermedio come definita dalla (2.1) (generalmente il valore minimo nella (2.8) corrisponde ad  $\varepsilon_{fdd}$ ).

Modello di resistenza	$\gamma_{Rd}$
Flessione/Pressoflessione	1.00
Taglio/Torsione	1.20
Confinamento	1.10

Tabella 1.19 – Coefficienti parziali  $\gamma_{Rd}$

Condizione di esposizione	Tipo di fibra / resina	$\eta_a$
Interna	Vetro / Epossidica	0.75
	Arammidica / Epossidica	0.85
	Carbonio / Epossidica	0.95
Esterna	Vetro / Epossidica	0.65
	Arammidica / Epossidica	0.75
	Carbonio / Epossidica	0.85
Ambiente aggressivo	Vetro / Epossidica	0.50
	Arammidica / Epossidica	0.70
	Carbonio / Epossidica	0.85

Tabella 1.20 – Fattore di conversione ambientale  $\eta_a$  per varie condizioni di esposizione e vari sistemi di FRP.

È importante verificare che il taglio resistente dell'elemento rinforzato sia superiore a quello associato al diagramma del momento flettente di progetto per il quale si è reso necessario l'intervento di rinforzo a flessione.

### 1.4.2.2 STATO DELLA STRUTTURA ALL'ATTO DEL RINFORZO

- (1) Poiché il rinforzo di FRP viene di solito applicato su una struttura già sollecitata, si deve tenere conto dello stato di deformazione della struttura all'atto del rinforzo.
- (2) Se il momento flettente preesistente all'applicazione del rinforzo,  $M_0$ , è inferiore a quello di fessurazione lo stato deformativo iniziale può essere trascurato.
- (3) Lo stato di deformazione della struttura all'atto del rinforzo può essere valutato ipotizzando il comportamento elastico lineare dei due materiali costituenti la trave (calcestruzzo ed acciaio) e, in particolare, l'incapacità del calcestruzzo a sopportare sforzi di trazione.

### 1.4.2.3 RESISTENZA DI PROGETTO A FLESSIONE DELL'ELEMENTO RINFORZATO CON FRP

- (1) La valutazione della resistenza flessionale della sezione rinforzata si effettua in accordo con le ipotesi specificate nel 1.4.2.1, utilizzando l'equazione di equilibrio alla traslazione nella direzione dell'asse della trave e quella alla rotazione intorno all'asse passante per il baricentro delle armature tese, parallelamente all'asse neutro.
- (2) Con riferimento alla situazione esemplificativa rappresentata in Figura 1-21, si possono distinguere due tipi di rottura, a seconda che si raggiunga la massima dilatazione del rinforzo di FRP (zona 1) o la massima contrazione del calcestruzzo (zona 2).
- (3) Nella zona 1 la rottura si attinge per raggiungimento della deformazione (dilatazione) elastica limite di progetto nel composito: un qualunque diagramma delle deformazioni corrispondente a tale modalità di rottura ha come punto fisso il valore limite della deformazione del composito,  $\epsilon_{fd}$ , definito dalla relazione (2.8). Le deformazioni normali che competono alle diverse fibre della sezione retta, distese parallelamente all'asse neutro, possono essere calcolate invocando la linearità del diagramma attraverso le seguenti relazioni:

- (FRP)	$\epsilon_f = \epsilon_{fd}$ ,
- (calcestruzzo al lembo compresso)	$\epsilon_c = (\epsilon_{fd} + \epsilon_0) \cdot \frac{x}{(h-x)} \leq \epsilon_{cu}$ ,
- (acciaio in compressione)	$\epsilon_{s2} = (\epsilon_{fd} + \epsilon_0) \cdot \frac{x-d_2}{(h-x)}$ ,
- (acciaio in trazione)	$\epsilon_{s1} = (\epsilon_{fd} + \epsilon_0) \cdot \frac{d-x}{(h-x)}$ ,

nelle quali si è utilizzata la simbologia di Figura 1.21. In particolare  $x$  è la distanza dell'asse neutro dall'estremo lembo compresso della sezione retta;  $\epsilon_{fd}$  è fornita dalla (2.8);  $\epsilon_{cu}$  è la deformazione limite che il calcestruzzo può attingere a compressione (deformazione di progetto);  $\epsilon_0$  è la deformazione preesistente all'applicazione del rinforzo in corrispondenza dell'estremo lembo teso, calcolata in accordo con quanto indicato nel 1.4.2.2.

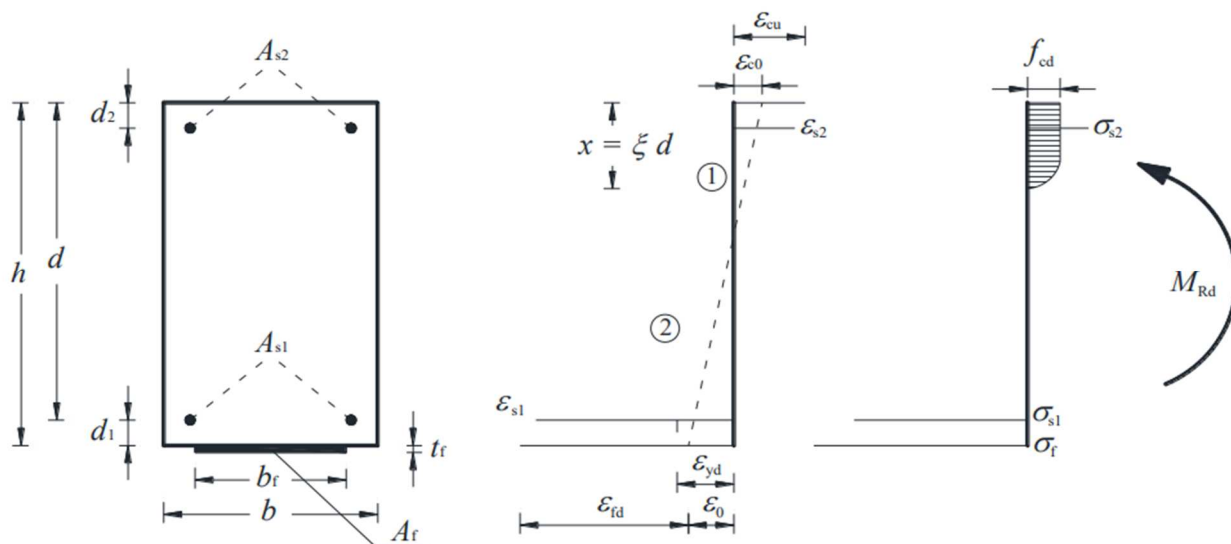


Figura 1.21 – Modalità di rottura di una sezione di c.a. rinforzata esternamente con FRP.

Nel caso in cui il legame costitutivo assunto per le barre di acciaio sia bilineare con incrudimento, è generalmente superfluo verificare l'entità della deformazione esibita dalle armature metalliche tese allo SLU, in quanto, per i valori usuali della deformazione limite delle fibre,  $\epsilon_{fd}$ , e del calcestruzzo,  $\epsilon_{cu}$ , il valore di progetto della suddetta deformazione non viene mai attinto. Nel caso in cui la deformazione ultima dell'acciaio stabilita dalla Normativa vigente dovesse essere superata, se ne deve tenere conto nel calcolo della posizione dell'asse neutro e conseguentemente in quello del momento resistente.

- (4) Nella zona 2 la rottura avviene per schiacciamento del calcestruzzo con acciaio teso snervato, mentre la deformazione del composito non eccede quella limite: in tal caso resta fissata la deformazione massima di progetto del calcestruzzo compresso,  $\epsilon_{cu}$ , in funzione della quale si ricavano, per linearità, le deformazioni normali negli altri materiali. Le relazioni da utilizzare sono le seguenti con il significato dei simboli già introdotto:

- (FRP)  $\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (h - x) - \varepsilon_0 \leq \varepsilon_{fd}$ ,
- (calcestruzzo al lembo compresso)  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ ,
- (acciaio in compressione)  $\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{x - d_2}{x}$ ,
- (acciaio in trazione)  $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{d - x}{x}$ .

- (5) Per entrambi i tipi di rottura (asse neutro in zona 1 o in zona 2), la posizione,  $x$ , dell'asse neutro è determinata a partire dall'equazione di equilibrio alla traslazione lungo l'asse della trave:

$$0 = \psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} - A_f \cdot \sigma_f, \quad (2.9)$$

essendo  $f_{cd}$  il valore di progetto della resistenza a compressione del calcestruzzo preesistente.

Nel caso di interventi su calcestruzzi giovani va valutata l'opportunità di applicare un coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata.

Il valore del momento resistente,  $M_{Rd}$ , può essere determinato a partire dall'equazione di equilibrio alla rotazione intorno all'asse passante per il baricentro delle armature tese e parallelo all'asse neutro:

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot [\psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \cdot (d - d_2) + A_f \cdot \sigma_f \cdot d_1], \quad (3.0)$$

dove il coefficiente parziale  $\gamma_{Rd}$  deve essere assunto pari a 1.00.

Nelle equazioni (2.9) e (3.0) i coefficienti adimensionali e rappresentano, rispettivamente, l'intensità del risultante degli sforzi di compressione e la distanza di quest'ultimo dall'estremo lembo compresso rapportati, nell'ordine, a  $b \cdot x \cdot f_{cd}$  ed a  $x$ .

- (6) Poiché il rinforzo di FRP ha un comportamento elastico lineare fino a rottura, la sua tensione di lavoro può essere calcolata come prodotto della competente deformazione per il modulo di elasticità normale nella direzione dell'asse della trave.

#### **1.4.2.4 RESISTENZA DI PROGETTO A FLESSIONE DELL'ELEMENTO RINFORZATO CON FRP IN PRESENZA DI FORZA ASSIALE (PRESSOFLESSIONE)**

- (1) Valgono i principi e le regole di applicazione introdotti nel 1.4.2.1, dal punto (1) al punto (5), tenendo altresì conto della dipendenza del valore di progetto del momento resistente della sezione rinforzata,  $M_{Rd}$ , da quello dello sforzo normale sollecitante,  $N_{Sd}$ .
- (2) L'efficacia dell'azione del rinforzo in corrispondenza delle zone nodali deve essere assicurata attraverso l'adozione di idonee soluzioni costruttive atte a garantire sia un adeguato ancoraggio del composito, sia la trasmissione degli sforzi di trazione da quest'ultimo al nodo. Inoltre, il sistema di rinforzo a pressoflessione deve garantire che il collasso avvenga per rottura del composito, la quale deve perciò precedere il distacco dal supporto. Tale condizione può essere ottenuta, ad esempio, ricorrendo ad un confinamento trasversale. Conseguentemente, è lecito adottare per la  $\sigma_{fd}$  il valore fornito dal primo termine in parentesi nella (2.8).

Il raggiungimento degli obiettivi costruttivi sopra indicati deve essere validato mediante adeguate indagini sperimentali.

- (3) Valgono le regole di applicazione introdotte nel 1.4.2.3, dal punto (2) al punto (6), con l'unica variante che al primo membro della (2.9) deve figurare lo sforzo normale sollecitante di progetto,  $N_{Sd}$ .
- (4) In alternativa a quanto previsto nel punto (5) del precedente 1.4.2.3, è possibile valutare la resistenza di progetto a pressoflessione dell'elemento rinforzato con FRP seguendo il procedimento semplificato descritto nell'Appendice E.



### 1.4.2.5 COLLASSO PER DISTACCO DI ESTREMITÀ

- (1) Il distacco di estremità dipende da una serie di fattori quali l'ubicazione della zona di formazione delle fessure, la tipologia di queste ultime (fessure taglienti e/o flessionali), la presenza di irregolarità sulla superficie di applicazione del rinforzo e la concentrazione tensionale nelle zone di ancoraggio.
- (2) Nel caso di elementi inflessi di c.a., una volta che sia stata individuata la sezione a partire dalla quale è necessario il rinforzo di FRP per incrementarne il momento resistente, si deve verificare che la tensione cui la suddetta sezione è soggetta allo SLU non superi il massimo valore ammissibile nei riguardi del fenomeno di distacco di estremità. Tale valore massimo è funzione della lunghezza della zona di ancoraggio, a sua volta dipendente dalla distanza  $a^*$  della summenzionata sezione dall'appoggio (Figura 1.22). Per  $a^* \geq l_{ed}$  è suggerito di prevedere una lunghezza di ancoraggio  $l_b \geq l_{ed}$ . Per  $a^* < l_{ed}$  è inevitabile che sia  $l_b < l_{ed}$ . Nel primo caso il massimo valore ammissibile per la tensione di trazione nel composito nei riguardi del fenomeno di distacco di estremità è  $f_{fd}$  (eq.); nel secondo caso è  $f_{fd,rid}$ .
- (3) Qualora l'ancoraggio sia realizzato in una zona soggetta a prevalenti sollecitazioni taglienti, che possono indurre fessure inclinate, la forza di trazione mobilitata nel composito, alla distanza  $a^*$ , deve essere calcolata dopo aver operato un'opportuna traslazione del diagramma del momento flettente, di entità  $a_1$ . Tale traslazione deve avvenire nel verso che dà luogo ad un aumento del valore assoluto del momento flettente (Figura 1.22).

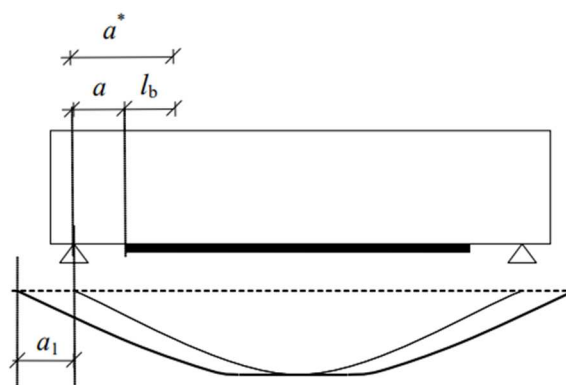


Figura 1.22 – Traslazione del diagramma del momento flettente.

Sul piano operativo, generalmente, la forza di ancoraggio può essere valutata incrementando il momento di calcolo sollecitante della seguente quantità:

$$M = V_{sd} \cdot a_1, \quad (3.1)$$

dove  $V_{sd}$  è il taglio sollecitante di progetto,  $a_1=0.9 \cdot d \cdot (1-\cot\alpha)$ ,  $\alpha$  è l'inclinazione dell'armatura a taglio e  $d$  è l'altezza utile della sezione.

- (4) In presenza di dispositivi speciali per l'ancoraggio delle estremità dei sistemi di rinforzo, è possibile omettere le verifiche di cui ai punti precedenti a condizione di disporre di un'opportuna certificazione di tali dispositivi basata su adeguate indagini sperimentali. La certificazione deve riguardare i materiali impiegati (adesivi e rinforzi), gli specifici sistemi utilizzati per migliorare l'ancoraggio (barre trasversali annegate nel copriferro, fasciatura trasversale mediante tessuti, ecc.), la successione delle fasi indicate dal Produttore e/o del Fornitore per la preparazione delle superfici, i tempi di esecuzione e le condizioni ambientali.
- (5) In presenza di momenti negativi alle estremità dell'elemento rinforzato, a meno di valutazioni più specifiche o di adozione di dispositivi speciali d'ancoraggio, è consigliato di limitare l'applicazione del composito FRP alla sola zona soggetta a momento positivo, valutando  $a^*$  a partire dalla sezione a momento nullo.

## **1.4.3 ANALISI DEL COMPORTAMENTO AGLI STATI LIMITE DI ESERCIZIO**

### **1.4.3.1 BASI DEL CALCOLO**

(1) Nel presente paragrafo sono presi in considerazione i seguenti Stati Limite di Esercizio:

- limitazione delle tensioni;
- controllo dell'inflessione;
- controllo della fessurazione.

In situazioni particolari possono risultare importanti altri SLE non espressamente elencati nelle presenti Istruzioni.

(2) Sotto i carichi di esercizio è necessario verificare che:

- i livelli tensionali nei materiali siano opportunamente limitati allo scopo di evitare lo snervamento dell'acciaio e mitigare i fenomeni di viscosità nel calcestruzzo e nel rinforzo esterno;
- le deformazioni e le frecce non attingano valori eccessivi, tali da inficiare il normale uso della struttura, produrre danni ad elementi non portanti, arrecare disturbo psicologico agli utenti;
- i fenomeni fessurativi risultino opportunamente contenuti, in quanto fessure troppo numero se e/o aperte potrebbero ridurre notevolmente la durabilità e la funzionalità delle strutture, nonché compromettere il loro aspetto e l'integrità del legame di aderenza all'interfaccia FRP-calcestruzzo.

(3) Le verifiche in condizioni di esercizio devono essere svolte tenendo conto dell'eventuale deformazione preesistente al momento dell'applicazione del rinforzo. Le ipotesi alla base del calcolo sono:

- conservazione della planarità delle sezioni rette;
- comportamento elastico lineare dell'armatura metallica e del rinforzo;
- comportamento elastico lineare a compressione del calcestruzzo e limitata capacità di quest'ultimo a resistere a sforzi di trazione, eventualmente tenendo conto dell'effetto di tension stiffening;
- assenza di scorrimenti (perfetta aderenza) tra calcestruzzo ed armatura metallica e tra calcestruzzo e rinforzo di FRP.

- (4) Le suddette ipotesi consentono di definire un rapporto di proporzionalità tra la tensione dell'acciaio e quella di una fibra di calcestruzzo compresso posta alla stessa quota ( $\sigma_s / \sigma_c = E_s / E_c = n_s$ ), nonché tra la tensione del rinforzo di FRP e quella della fibra di calcestruzzo compresso ad esso adesa ( $\sigma_f / \sigma_c = E_f / E_c = n_f$ ). Tali rapporti sono noti come coefficienti di omogeneizzazione.

I loro valori devono essere stabiliti tenendo conto dell'evoluzione delle deformazioni differite e quindi facendo riferimento a situazioni a breve ed a lungo termine.

- (5) Nel calcolo delle tensioni, se del caso, è necessario considerare, oltre agli effetti dei carichi, anche quelli delle variazioni termiche, della viscosità, del ritiro e di eventuali altre distorsioni.

#### 1.4.3.2 VERIFICA DELLE TENSIONI

- (1) In condizioni di esercizio le tensioni nel composito fibrorinforzato, calcolate per la combinazione di carico quasi permanente, devono soddisfare la limitazione  $\sigma_f \leq \eta \cdot f_{fk}$ , essendo  $f_{fk}$  la tensione caratteristica di rottura del rinforzo ed  $\eta$  il fattore di conversione.

Le tensioni nel calcestruzzo e nell'acciaio vanno limitate in accordo con quanto prescritto nella Normativa vigente.

- (2) In presenza di un momento  $M_0$  agente sulla sezione all'atto dell'applicazione del rinforzo e di un momento  $M_1$  dovuto ai carichi applicati dopo l'intervento, le tensioni indotte dal momento complessivo  $M=M_0+M_1$  possono essere valutate additivamente come segue:

- tensioni nel calcestruzzo:  $\sigma_c = \sigma_{c0} + \sigma_{c1}$ ,  $\sigma_{c0} = M_0 / W_{0,c}^s$ ,  $\sigma_{c1} = M_1 / W_{1,c}^s$ ;
- tensioni nell'acciaio teso:  $\sigma_s = \sigma_{s0} + \sigma_{s1}$ ,  $\sigma_{s0} = n_s \cdot M_0 / W_{0,s}^i$ ,  $\sigma_{s1} = n_s \cdot M_1 / W_{1,s}^i$ ;
- tensioni nelle fibre:  $\sigma_f = n_f \cdot M_1 / W_{1,f}^i$ .

Con riferimento alla figura 1.22 nelle relazioni sopra riportate:

- $W_{0,c}^s = I_0 / x_0$  : è il modulo di resistenza della sezione di c.a. relativo al lembo di calcestruzzo più compresso;
- $W_{0,s}^i = I_0 / (d - x_0)$  : è il modulo di resistenza della sezione di c.a. relativo all'acciaio in trazione;
- $W_{1,c}^s = I_1 / x_1$  : è il modulo di resistenza della sezione di c.a. rinforzata relativo al lembo di calcestruzzo più compresso;
- $W_{1,s}^i = I_1 / (d - x_1)$  : è il modulo di resistenza della sezione di c.a. rinforzata relativo all'acciaio in trazione;
- $W_{1,f}^i = I_1 / (h - x_1)$  : è il modulo di resistenza della sezione di c.a. rinforzata relativo al composito fibrorinforzato.

In particolare, nell'ipotesi che il momento flettente  $M_0$  induca fessurazione nella sezione, la posizione dell'asse neutro, il valore dei momenti di inerzia  $I_0$  e  $I_1$  nonché quello delle distanze  $X_0$  e  $X_1$  degli assi neutri dall'estremo lembo compresso attengono, rispettivamente, alla condizione di sezione di c.a. fessurata e non rinforzata, ed a quella di c.a. fessurata e rinforzata con FRP.

### 1.4.3.3 VERIFICA DELLE FRECCHE

- (1) Le deformazioni esibite dalle strutture rinforzate con FRP devono rispettare le limitazioni imposte dalla Normativa vigente.
- (2) Il modello meccanico adottato deve simulare il comportamento reale della struttura con un livello di accuratezza adeguato agli obiettivi del calcolo. In particolare, deve tenere conto dell'eventuale presenza della fessurazione per gli effetti da essa prodotti sulla deformazione del corrente teso e di quello compresso.
- (3) Se risulta appropriato, il modello meccanico adottato deve consentire di tenere in conto:
  - gli effetti della viscosità e del ritiro;
  - l'effetto irrigidente del calcestruzzo teso tra le fessure;
  - la fessurazione preesistente, provocata da carichi antecedenti all'applicazione del rinforzo;
  - l'influenza di distorsioni eventualmente agenti, quali ad esempio quelle di origine termica;
  - la modalità di applicazione del carico, sia essa statica o dinamica;
  - il valore più appropriato del modulo di elasticità normale del calcestruzzo in funzione anche della maturazione al momento della messa in carico

- (4) Il calcolo della freccia per travi di c.a. rinforzate con FRP può essere effettuato mediante integrazione del diagramma delle curvature. Queste ultime possono essere valutate attraverso un'analisi non lineare che tenga conto della fessurazione e dell'effetto irrigidente del calcestruzzo teso. In caso di calcolo non lineare delle frecce, non vale il principio di sovrapposizione degli effetti.
- (5) In alternativa, sono possibili analisi semplificate, del tipo di quelle in uso per le ordinarie sezioni di c.a., sempre che siano suffragate da adeguate sperimentazioni

#### **1.4.3.4 VERIFICA DELL'APERTURA DELLE FESSURE**

- (1) Per proteggere l'armatura metallica interna e garantire la funzionalità degli elementi strutturali, occorre prevedere, in condizioni di esercizio, opportune limitazioni sui valori dell'apertura delle fessure in essi presenti.
- (2) La fessurazione delle strutture rinforzate con FRP deve soddisfare le prescrizioni contenute nella Normativa vigente per le strutture di conglomerato cementizio armato.
- (3) Allo stato attuale non sono disponibili modellazioni accurate e completamente affidabili per il calcolo dell'apertura delle fessure di strutture di c.a. rinforzate con FRP. In letteratura sono reperibili diverse formulazioni a base sperimentale che modificano opportunamente le espressioni in uso per le ordinarie sezioni di c.a. tenendo conto della presenza del rinforzo esterno. L'evidenza sperimentale dimostra che le membrature di c.a. placcate con FRP presentano, generalmente, fessure di ampiezza inferiore anche se più ravvicinate.
- (4) È possibile adottare modellazioni più complesse ed accurate purché supportate da adeguate sperimentazioni.

#### **1.4.4 DUTTILITÀ**

La duttilità degli elementi inflessi, intesa come capacità di deformazione in campo plastico, dipende sia dal comportamento della sezione che dalle modalità effettive di collasso dell'elemento strutturale nel suo complesso. Si ottiene un comportamento tanto più duttile quanto più l'armatura metallica tesa è snervata e quanto più è elevata la curvatura dell'elemento rinforzato nella condizione di crisi incipiente.

La duttilità può ritenersi del tutto assente nel caso in cui il fenomeno di distacco del rinforzo di FRP dal supporto preceda lo snervamento dell'armatura metallica tesa.

## 2 DESCRIZIONE E CARATTERIZZAZIONE DEI CAMPIONI

Le prove sperimentali sulle travi in scala sono state eseguite su modelli di trave in calcestruzzo armato in scala ridotta, rinforzate con la stessa tecnologia, GFRP, fibre di materiali compositi ma in maniera differente. I tre provini sono stati danneggiati e successivamente rinforzati per studiarne i diversi comportamenti.

### 2.1 DESCRIZIONE DEI CAMPIONI

Le prove sperimentali sono state condotte su tre provini di calcestruzzo armato in scala ridotta di sezione rettangolare 80x120 mm e lunghezza 1100 mm. I campioni hanno 2 barre di armatura longitudinale  $\varnothing 6$  nervati superiormente e due barre di armatura longitudinale  $\varnothing 6$  nervati inferiormente. Sono state predisposte delle staffe  $\varnothing 6$  nervati anch'essi, secondo lo schema di carpenteria riportati in Figura 2.1 e in Figura 2.2.

La tipologia di armatura è stata concepita per ottenere un modello in scala rispetto ad un modello in scala reale, con l'accortezza che la venga garantita la rottura per flessione e non per taglio.

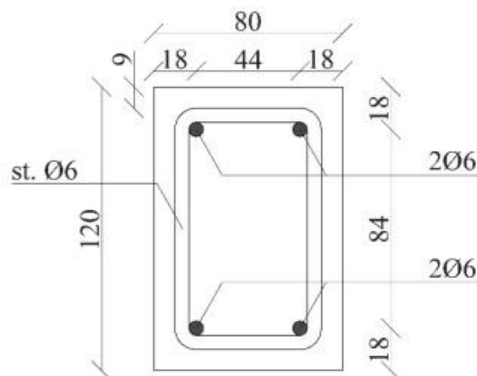


Figura 2.1 – Sezione trasversale del campione della sperimentazione

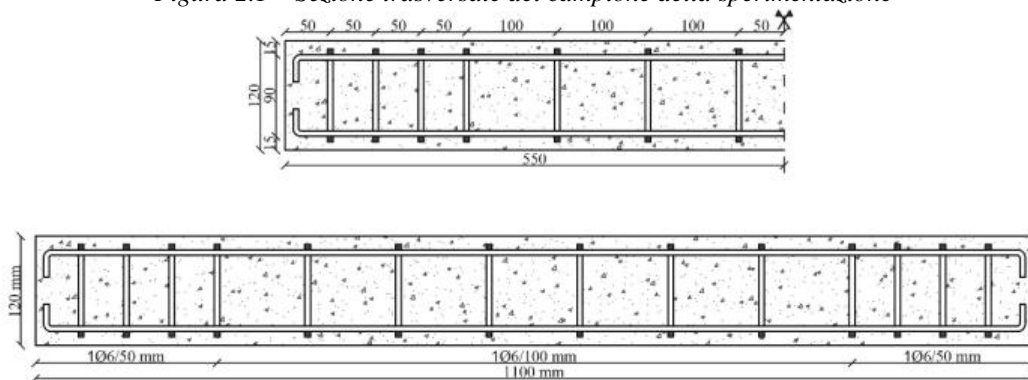


Figura 2.2 – Sezione longitudinale del campione della sperimentazione

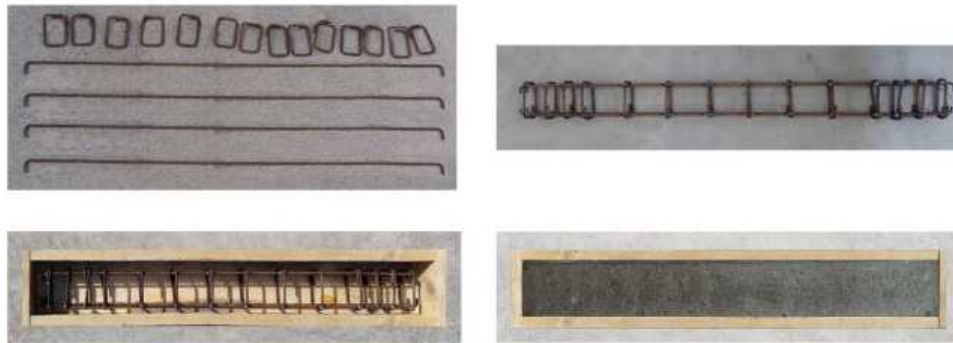


Figura 2.3 – Armatura e getto delle travi in c.a.

Le travi sono state costruite esternamente all'università, mentre le prove sono state fatte all'interno del laboratorio del dipartimento DICEA.

Le caratteristiche del calcestruzzo sono descritte nella Tabella 2.1 e le fasi costruttive delle travi sono mostrate in Figura 2.2.

Classe di resistenza normale	C25/30
Classe di esposizione	XC1 - XC2
Lavorabilità	S4
Classe di resistenza	42.5 R

Tabella 2.1 – Caratteristiche calcestruzzo utilizzato nei provini

Le dimensioni e le caratteristiche dei campioni sono illustrati nella Tabella 2.2:

Base - B	80 mm
Altezza - H	120 mm
Lunghezza - L	1100 mm
Area - A	9600 mm <sup>2</sup>
Volume - V	10560000 mm <sup>3</sup>
Mometno di inerzia - I	11520000 mm <sup>4</sup>

Tabella 2.2 – Caratteristiche nei provini

Dopo esser trascorsi i 28 giorni di maturazione dal getto del calcestruzzo, le travi sono state sottoposte ad analisi dinamiche in condizioni integre. I risultati di tali analisi sono analizzati successivamente.



## 2.2 VALUTAZIONE DEL MODULO DINAMICO E DEL MODULO ELASTICO STATICO DEL CALCESTRUZZO

Per la valutazione del modulo elastico, E, considerata l'assenza di un provino cubico che permette il calcolo diretto del modulo di Young, si è deciso di valutare il modulo elastico dinamico  $E_d$  e di conseguenza valutare il modulo elastico "statico" attraverso il metodo degli ultrasuoni (Figura 3.4) e la relazione di Weber-Hermenn Wesde.

Per modulo di elasticità dinamico  $E_d$ , si intende il modulo elastico tangente all'origine del legame costitutivo del materiale. Il suo valore può essere stimato mediante espressioni analitiche che derivano dalla teoria di propagazione delle onde in mezzi omogenei, isotropi e linearmente elastici. L'estensione di tali espressioni al calcestruzzo, materiale che in generale non ha le suddette proprietà, deve essere assunta quindi con qualche cautela.

Per gli elementi solidi tridimensionali si assume:

$$E_d = \rho \cdot V_L^2 \cdot \frac{(1 + \nu_d) \cdot (1 - 2\nu_d)}{(1 - \nu_d)}$$

Per gli elementi bidimensionali si assume:

$$E_d = \rho \cdot V_L^2 \cdot (1 - \nu_d^2)$$

Infine, per gli elementi monodimensionali si assume:

$$E_d = \rho V_L^2$$

con:

$\nu_d$  = coefficiente di Poisson (dinamico) del calcestruzzo in opera: normalmente si considera 0,15 per calcestruzzi ad alta resistenza e 0,30 per calcestruzzi a bassa resistenza, come nel caso in esame.

$\rho = \frac{\gamma}{g}$  = densità volumetrica del calcestruzzo.



Figura 2.4 – UTD 1004 dsp ultrasonic

TRAVE	L (m)	TUT (msec)	VUT (m/sec)	VUT (cm/sec)	Peso (kg)
1	1,097	268,100	4091,757	409175,681	25,8
2	1,100	271,300	4054,552	405455,216	25,3
3	1,099	270,000	4070,370	407037,037	25,8

	Tridimensionale	Bidimensionale	Monodimensionale
TRAVE	Ed (N/mm <sup>2</sup> )	Ed (N/mm <sup>2</sup> )	Ed (N/mm <sup>2</sup> )
1	31059,737	38048,177	41811,184
2	29824,878	36535,476	40148,875
3	30679,970	37582,963	41299,96

Tabella 2.3 – Calcolo modulo elastico dinamico

Il modulo elastico “statico”  $E_0$ , il cui valore è generalmente assunto per il calcolo della deformabilità di una struttura, si può valutare con la relazione di Weber-Hermenn Wesde:

$$E_0 = \frac{E_d}{1,062}$$

da cui ne derivano i risultati espressi nella Tabella 2.4:

	Tridimensionale	Bidimensionale	Monodimensionale
TRAVE	E0 (N/mm <sup>2</sup> )	E0 (N/mm <sup>2</sup> )	E0 (N/mm <sup>2</sup> )
1	29246,456	35826,909	39370,230
2	28083,690	34402,520	37804,967
3	28888,861	35388,855	38888,851

Tabella 2.4 – Calcolo modulo elastico statico

Il valore del modulo elastico statico che da adesso in poi sarà chiamato semplicemente modulo elastico  $E$ , preso come riferimento nella presente tesi è 28000 N/mm<sup>2</sup>.

## 2.3 DESCRIZIONE DELLE COMPONENTI DEL RINFORZO

Una volta danneggiate, le travi vengono rinforzate con strisce di GFRP che vengono fatte aderire alla trave attraverso una resina bifasica.

### 2.3.1 GFRP

Come elemento di rinforzo è stato utilizzato un tessuto in fibra di vetro, GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymers). Le caratteristiche geometriche e meccaniche del tessuto sono riassunte in Tabella 2.5, considerando i dati della scheda tecnica riferita al tessuto utilizzato.

<b>Proprietà geometriche e meccaniche</b>	
<b><i>Fibra secca (singolo filamento)</i></b>	
Tensione caratteristica a trazione, $\sigma_{fibra}$	2500 Mpa
Modulo elastico, $E_{fibra}$	73 Gpa
Deformazione a rottura, $\varepsilon_{fibra}$	3,42 %
Densità	2,5 g/cm <sup>3</sup>
<b><i>Tessuto impregnato (valori per il calcolo)</i></b>	
Titolo filato	1200 Tex
n°fili/cm	2,50 Fili/cm
Massa (comprensivo di termosaldatura)	300 g/m <sup>2</sup>
Spessore equivalente del rinforzo FRP, $t_f$	0,120 mm
Resistenza caratteristica del rinforzo FRP, $f_{fk}$	1400 MPa
Modulo di elasticità normale del rinforzo FRP, $E_f$	70 GPa
Deformazione a rottura del rinforzo FRP, $\varepsilon_f$	2 %

Tabella 2.5 – Proprietà geometriche e meccaniche GFRP

Il tessuto è costituito da fibre di vetro unidirezionali ed viene realizzato tramite termosaldatura che è un processo che impedisce la sfilacciatura delle fibre e che ne migliora l'installazione. È un tessuto che è adatto ad incrementare la resistenza al taglio, a flessione e a compressione dell'elemento danneggiato.

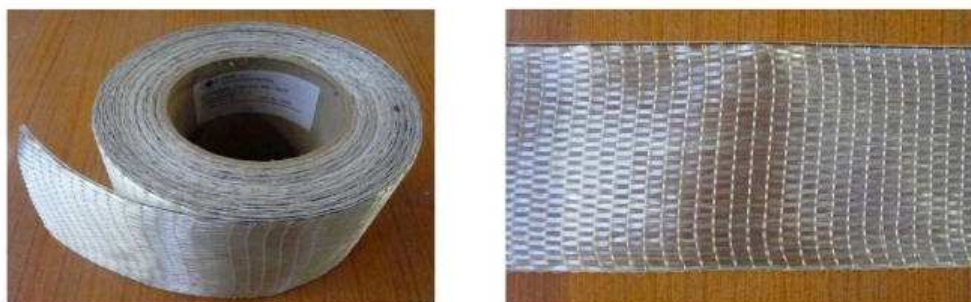


Figura 2.5 – Tessuto in fibra di vetro GFRP

### 2.3.2 RESINA EPOSSIDICA

Per far aderire la striscia di rinforzo alla trave, si è utilizzati una resina. In particolare, quella utilizzata in questo caso specifico è la KIMIA KIMITECH EP-IN RES E KIMIA KIMITECH EP-IN IND.

Si tratta di una resina epossidica fluida a due componenti a bassa viscosità, elevata adesione, estremamente bagnante, ideale per impregnare tessuti e nastri di alta grammatura e per penetrare facilmente in fessure e microfessure (fino a 0,3 mm di spessore), con ottime proprietà dielettriche. Viene fornita in due contenitori predosati (A resina + B indurente), di cui la parte “A” è sovradimensionata per permettere con gli stessi una facile miscelazione. I vantaggi nell’utilizzo di questa resina è l’elevata adesione, la caratteristica di essere estremamente bagnante, la bassa viscosità e la capacità di essere applicata manualmente. Si presta ad essere utilizzata in specifiche tipologie di lavorazione.

La miscela segue un rapporto 2:1, con due parti di resina e una parte di indurente.

Nella Tabella seguenti, Tabella 2.6 vengono illustrate le caratteristiche della resina.

Caratteristiche	Valore
Tempo di gelo (200 g a 25°C)	25 minuti
Indurimento completo a 25°C	7 giorni
Colore	Trasparente
Viscosità (poises a 25°C)	8 - 10 (A+B)
Residuo a secco (A+B) UNI 8309	> 98 %
Resistenza a compressione a 7 gg ASTM D695-02a	> 50 MPa
Massima tensione si trazione ASTM D 638	> 30 MPa
Modulo tangente a trazione ASTM D 638	1760 MPa

Resina di impregnazione	Kimitech EP - IN
Tipo di resina	Epossidica
Densità (g/cm <sup>3</sup> )	1,08 ± 0,05 g/cm <sup>3</sup>
Rapporto di catalisi in peso	A:B=2:1
Modulo di elasticità in compressione [Mpa] EN 13412	3406
Pot Life a 10 °C (min) misurata come tempo di lavorabilità EN ISO 9514	Lavorabilità a 10°: 30 min A 0 min = 3,6 Mpa; A 15 min = 3,6 Mpa; A 30 min = 3,6 MPa
Pot Life a 35 °C (min) misurata come tempo di lavorabilità EN ISO 9514	Lavorabilità a 35°: 5 min A 0 min = 3,7 Mpa; A 5 min = 3,6 Mpa
Range di temperature di applicazione consigliate	10°C - 35°C

Coefficiente di espansione termica [ $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$ ] EN 1770	98,5
Temperatura di transizione vetrosa [ $^\circ\text{C}$ ] EN 12614	43,7
Ritiro totale per agenti adesivi strutturali EN 12617-1	0,06%

*Tabella 2.6 – Caratteristiche resina epossidica bifasica*



*Figura 2.6 – I due bidoni di componenti, uno di resina e l'altro di indurente (A+B=6kg)*

### 3. DESCRIZIONE DEI TEST SPERIMENTALI

In questo capitolo verranno descritte le prove sperimentali eseguite presso il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Architettura – Sezione Strutture dell’Università Politecnica delle Marche.

Le prove sperimentali statiche e dinamiche sono state condotte su tre travi in calcestruzzo armato e poi rinforzata con strisce in fibra di vetro GFRP. Le prove statiche consistono nell’applicazione di cicli di carico e scarico durante i quali si sono misurati deformazioni e abbassamenti, mentre le prove dinamiche condotte hanno lo scopo di determinare le frequenze proprie di vibrazione delle tre travi all’incremento del livello di danno.

#### 3.1 MESSA IN OPERA

Il rinforzo, striscia di GFRP, di diversa lunghezza in base alla prova effettuata, viene applicata con la tecnica NSM, Near Surface Mounted, ed è stata alloggiata seguendo le seguenti fasi:

- a. Pulizia della superficie con spazzola con setole metalliche;
- b. Preparazione della resina epossidica;
- c. Stesura della resina epossidica sulla superficie da coprire con la striscia in GFRP;
- d. Posizionamento della striscia in GFRP;
- e. Copertura della striscia in GFRP con resina epossidica;
- f. Indurimento e stagionatura della resina per minimo 24 ore.



*Figura 3.1 – Fasi messa in opera della striscia in GFRP*

### 3.2 PROVA A FLESSIONE

Lo scopo di questa sperimentazione è la caratterizzazione sia dal punto di vista teorico, prima, e dal punto di vista sperimentale poi, determinando il diagramma momento-curvatura, valutando l'incidenza di danni a trave non rinforzata e a trave rinforzata con strisce in GFRP.

#### 3.2.1 STRAIN GAUGES E ESTENSOMETRI

Gli estensimetri, detti anche Strain Gauges, hanno la capacità di rilevare le variazioni di distanza relativa fra due qualsiasi punti dell'elemento in prova lungo la loro congiungente, misurandone la deformazione pari al rapporto fra la variazione subita dai due punti considerati a causa del carico applicato e la loro distanza prima del carico.

Vengono utilizzati, in questa sperimentazione, estensimetri di tipo elettrico per ottenere informazioni riguardo alle deformazioni dell'acciaio, del calcestruzzo e della barra in GFRP, per l'analisi delle sollecitazioni.

gli estensimetri elettrici effettuano la misura indiretta della deformazione grazie alla variazione di resistività che subiscono. Il valore della resistenza elettrica è direttamente proporzionale alla resistività del materiale in uso e alla lunghezza del conduttore considerato e inversamente proporzionale all'area della sezione del conduttore stesso. Gli estensimetri, però, necessitano di essere collegati ad un compensatore, ovvero un ulteriore estensimetro incollato su una porzione del materiale, in quanto sono molto sensibili alla temperatura, che potrebbe falsare la misurazione.

Nel presente lavoro di tesi sono stati predisposti due estensimetri per la configurazione rinforzata, uno in mezzeria dell'intradosso e il secondo in mezzeria dell'estradosso, entrambi applicati sopra la striscia di GFRP (Figura 3.2)

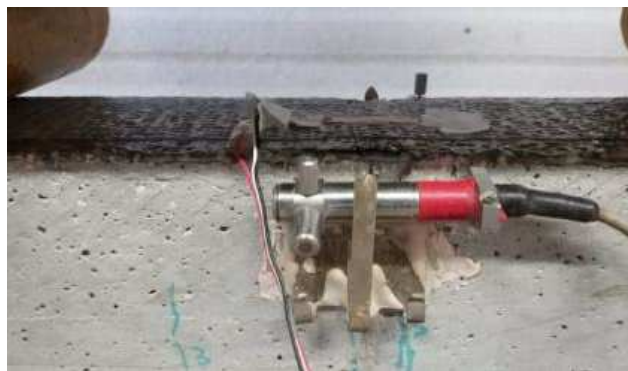


*Figura 3.2 – Estensimetro incollato sulla striscia in GFRP*

Gli step seguiti per l'applicazione degli estensimetri sono:

- a. Levigare la superficie della striscia in GFRP con carta vetrata;
- b. Pulizia della superficie interessata con un pennello e con un solvente per preparare il supporto all'incollaggio;
- c. Posizionamento dell'estensimetro
- d. Stesura della colla bicomponente al di sotto dell'estensimetro;
- e. Applicazione di una pressione uniforme fino alla completa asciugatura della colla;
- f. Fissaggio dei fili fuoriuscenti dall'estensimetro tramite un nastro adesivo.

Oltre agli estensimetri, detti anche Strain Gauges, vengono anche predisposti degli estensometri che permettono la misurazione della deformazione media dei provini, con particolare attenzione alla deformazione del calcestruzzo. Vengono predisposti aderenti alla trave, lateralmente in mezzera all'altezza delle armature compresse (Figura 3.3).



*Figura 3.3 – Estensimetro incollato sulla striscia in GFRP*



### 3.2.2 TRASDUTTORI DI SPOSTAMENTO

I trasduttori di spostamento vengono utilizzati per la misurazione della freccia durante la prova a flessione. I traduttori di spostamento vengono disposti o in mezzeria oppure in maniera simmetrica rispetto alla mezzeria della trave. La capacità massima di registrazione dei trasduttori utilizzati è 100 mm ed una sensibilità di 0,01 mm.

Il trasduttore è stato messo in comunione con la trave attraverso la colla a caldo e lo zero viene fissato come posizione iniziale della trave prima del ciclo di carico (Figura 3.4).



*Figura 3.4 – Trasduttore di spostamento verticale in maniera simmetrica rispetto alla simmetria della trave*

### 3.2.3 PREPARAZIONE DEL TEST

Per l'esecuzione del test della prova di flessione semplice, si sono predisposte due cerniere con interasse 1000 mm e due carichi con interasse 300 mm disposti simmetricamente in mezzeria. Il sistema viene schematizzato in Figura 3.5.

Una volta predisposta la trave, si procede con il cablaggio dei cavi di collegamento con estensimetri, estensometri e trasduttori di spostamento con lo strumento acquirente chiamato "Spider 8" della HBM, e con i compensatori creando dei circuiti detti a mezzo ponte di Wheatstone. Il carico viene applicato attraverso un martinetto idraulico collegato ad una macchina oleodinamica posto sopra il ripartitore. Il martinetto è composto da un cilindro idraulico metallico che scarica la forza al centro del ripartitore. Il ripartitore ha un interasse di 300 mm disposto al centro della trave e i due punti di applicazione del carico si trovano disposti in maniera simmetrica rispetto alla simmetria della trave.

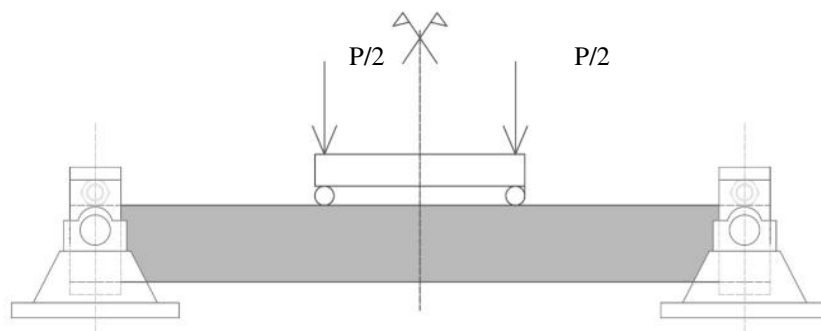


Figura 3.5 – Schema di preparazione della sperimentazione e di applicazione del carico



Figura 3.6 – Martinetto idraulico

### 3.2.4 DEFINIZIONE STEP DI CARICO: DIAGRAMMA MOMENTO- CURVATURA TEORICO DELLA SEZIONE DI MEZZERIA

Nel fare la prova sperimentale ci si basa su dei valori teorici. Il primo ciclo di carico corrisponderà circa alla fase di prima fessurazione della trave, il secondo ciclo corrisponderà allo snervamento delle batte e il terzo ciclo corrisponderà alla configurazione a rottura.

Quindi si è calcolato il diagramma momento curvatura teorica della sezione della trave in c.a., in particolare i tre punti che interessa calcolare sono:

- 1) Momento di prima fessurazione e relativa curvatura;
- 2) Momento di snervamento e relativa curvatura;
- 3) Momento ultimo e relativa curvatura.

Per ogni fase si calcolano le deformazioni teoriche e il momento facendo gli equilibri alla traslazione e alla rotazione conoscendo la dimensione e le armature della sezione in esame.

SEZIONE TRAVE	
b	80 mm
h	120 mm
A <sub>s</sub>	57 mm <sup>2</sup>
A <sub>s</sub> '	57 mm <sup>2</sup>
d	102 mm
d'	18 mm
d <sub>0</sub>	60 mm
ε <sub>cu</sub>	0,0035 ‰
ε <sub>y</sub>	0,0019 ‰

BARRE IN ACCIAIO	
f <sub>yd</sub>	391 N/mm <sup>2</sup>
E	210000 N/mm <sup>2</sup>
CALCESTRUZZO	
R <sub>ck</sub>	30 N/mm <sup>2</sup>
f <sub>ck</sub>	24,9 N/mm <sup>2</sup>
f <sub>ctm</sub>	2,56 N/mm <sup>2</sup>
f <sub>cm</sub>	32,9 N/mm <sup>2</sup>
γ	1 -
f <sub>cd</sub>	32,9 N/mm <sup>2</sup>
E	31447,16 N/mm <sup>2</sup>

FASE I - FESSURAZIONE					
	Bracci (mm)	ε	σ (Mpa)	+	-
Cl <sub>s</sub> compresso	40	0,000081	2,56	0	-6139,5
Cl <sub>s</sub> tesò	28	0,000081	2,56	6139,49	0
A <sub>s</sub> '	42	0,000057	11,96	0	-681,6
A <sub>s</sub>	42	0,000057	11,96	681,6	0
				6821,09	-6821,1

FASEI I - FESSURAZIONE	
M <sub>cr</sub> (kNm)	0,47
χ <sub>cr</sub> (1/mm)	1,36E-06
P <sub>cr</sub> (kN)	2,37

FASE II - SNERVAMENTO					
	Bracci (mm)	ε	σ (Mpa)	+	-
Cl <sub>s</sub> compresso	17,06	0,000624	19,61	0	-20072,99
A <sub>s</sub> '	7,59	0,000185	38,84	0	-2214,01
A <sub>s</sub>	76,41	0,0019	391,00	22287,00	0
				22287,00	-22287,00

FASEI II - SNERVAMENTO	
M <sub>y</sub> (kNm)	2,06
χ <sub>y</sub> (1/mm)	2,44E-05
P <sub>y</sub> (kN)	10,31

FASE III - ROTTURA					
	Bracci (mm)	ε	σ (Mpa)	+	-
Cl <sub>s</sub> compresso	7,06	0,0035	110,07	0	-22287
A <sub>s</sub> '	-7,42	-0,00245	-514,93	-29350,75	29350,75
A <sub>s</sub>	91,42	0,0019	391,00	22287,00	0
				-7063,75	7063,75

FASEI III - ROTTURA	
M <sub>u</sub> (kNm)	2,63
χ <sub>u</sub> (1/mm)	3,31E-04
P <sub>u</sub> (kN)	13,15

Tabella 3.1 – Riepilogo caratteristiche dei materiali, calcolo momento di prima fessurazione, relativa curvatura e carico relativo al momento di prima curvatura, calcolo momento di snervamento, relativa curvatura e carico relativo allo snervamento, calcolo momento di rottura, relativa curvatura e carico relativo al momento di rottura

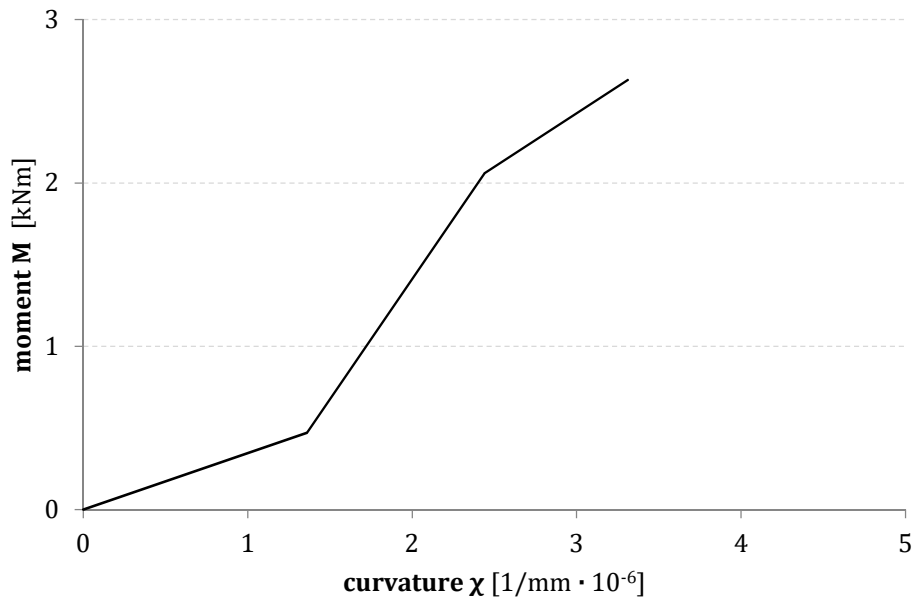


Figura 3.7 – Diagramma momento-curvatura

### 3.2.5 ESECUZIONE DEL TEST

Per la sperimentazione sono stati applicati dei cicli di carico scarico, nella presente tesi, sono tre cicli di carico, di entità di ordine crescente, e ad ogni step di carico corrisponde una configurazione del danno, che verranno così indicati:

Configurazione D0 – trave integra

Configurazione D1 – trave non rinforzata sottoposta al primo step di carico;

Configurazione D2 – trave non rinforzata sottoposta al secondo step di carico;

Configurazione D3 – trave non rinforzata sottoposta al terzo step di carico.

Una volta danneggiata la trave attraverso gli step di carico sopra descritti, il provino viene rinforzato con striscia di fibra GFRP e successivamente ri-applicati gli stessi step di carico:

Configurazione R-D0 – trave rinforzata non sottoposta a carico;

Configurazione D1 – trave rinforzata sottoposta al primo step di carico;

Configurazione D2 – trave rinforzata sottoposta al secondo step di carico;

Configurazione D3 – trave rinforzata sottoposta al terzo step di carico;

Configurazione Rottura – trave rinforzata sottoposta alla rottura.

In relazione ai calcoli fatti per definire il momento di fessurazione, il momento di snervamento e il momento ultimo, e ai carichi necessari per raggiungere tali momenti, si sono presi come riferimento tre valori ai quali corrispondono i tre step di carico:

D1= 3 kN

D2= 6 kN

D3= 9kN

### **3.3 PROVA DINAMICA**

#### **3.3.1 PROCEDURA DI ESECUZIONE DELLA PROVA**

Di seguito si elencano le operazioni previste per la realizzazione di un'analisi modale:

- Pianificazione: le prove vanno programmate sulla base delle informazioni note e priori circa l'intervallo di frequenze ed i nodi modali. In particolare, vengono eseguite le seguenti operazioni:
  - a) Scelta dei punti di misurazione;
  - b) Impostazione condizioni di vincolo;
  - c) Predisposizione strumenti per l'acquisizione dei dati sperimentali;
  - d) Esecuzione della misura.
- Elaborazione dei dati sperimentali;
- Validazione dei modelli modali.

#### **3.3.2 STRUMENTAZIONE**

##### *Martello strumentato*

Il martello strumentato è lo strumento utilizzato per provocare una eccitazione dovuta all'impatto. Il martello strumentato utilizzato nella seguente prova è quello della Brüel & Kjær, type 8202 (Figura 3.8).

L'apparecchio è composto da un martello fornito di 3 punte e una massa aggiuntiva che serve per estendere i range di forza e frequenza. Ad esempio, un martello della punta dura e dal peso contenuto genera un contatto per un tempo molto limitato, con un ampio contenuto in frequenza per analizzare strutture dal basso peso e relativamente rigide.

Nella presente sperimentazione viene individuato un unico punto di battitura che viene mantenuto costante nella posizione per ogni prova.



Figura 3.8 – Martello strumentato

#### *Accelerometro*

L'accelerometro utilizzato nel test dinamico in questa sperimentazione è il modello 4508 – Piezoelectric CCLD accelerometer, 100 mV/g, 1 slot, top connector, della Brüel & Kjær, un trasduttore piezoelettrico già descritto precedentemente.

L'accelerometro in esame presenta un peso ridotto e copre un range di frequenze che va da 0,3 Hz a 8000 Hz con una sensibilità di 10,09 mV/g.

La determinazione dei punti viene scelta in base alle dimensioni del provino e perciò in questo caso, sono stati utilizzati 5 punti di misura in cui verrà posto l'accelerometro, disponendolo a distanza regolare tra loro.

Si sono determinati teoricamente, per una trave continua della dimensione del campione, i primi quattro modi di vibrare. Questi vengono determinati tramite il modello di Eulero – Bernoulli i punti nodali (Capitolo 3.3.6).

Successivamente si sono decise le 5 posizioni degli accelerometri (Figura 3.9), distanziati 200 mm l'uno dall'altro e 150 mm dalle estremità. Ogni posizione dell'accelerometro è denominata MARK e ogni MARK è affiancato da un numero che indica il numero della posizione dell'accelerometro. Questa nomenclatura è quella che deriva dal software e si decide di mantenere tale dicitura.

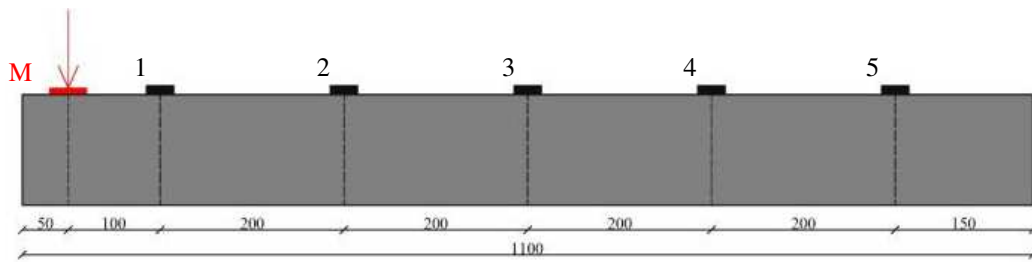


Figura 3.9 – Disposizione dei punti di rilevazione (Mark)



Figura 3.10 – Posizione accelerometro

### 3.3.3 PREPARAZIONE DEL TEST

Per la sperimentazione si è stabilito di porre la trave vincolata a terra, cioè incernierata. La trave è posta all'interno di due cerniere costruite appositamente (Figura 3.11).



Figura 3.11 – Cerniera

La cerniera si può così schematizzare:

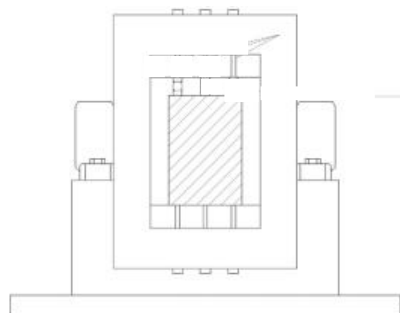


Figura 3.12 – Schema cerniera

### **3.3.4 ESECUZIONE DEL TEST**

Nella prova dinamica la trave viene sollecitata attraverso il martello strumentato con 10 colpi su un unico punto fisso precedentemente fissato in fase di predisposizione della prova stessa. L'accelerometro viene posto di volta in volta su un punto diverso di misura chiamati MARK e tale tecnica è definita come tecnica dell'accelerometro errante. In questo modo si acquisiscono le misure FRF e queste vengono poi trasmesse all'analizzatore.

Il computer, con il software installato, memorizza le informazioni riguardanti i gradi di libertà misurati, la regolazione dell'analizzatore, la calibrazione, la data e l'ora. Ogni misurazione effettuata vengono controllate la funzione di coerenza che è un indicatore che permette di definire se la misura è accettabile oppure è il caso di ripetere tale misurazione.

I dati ottenuti andranno rielaborati in modo da renderli leggibili e tradotti in maniera grafica o tabellare così da mettere in relazione i parametri modali: frequenze, smorzamenti, forme dei modi, estratti.

In particolare, i parametri ottenuti vengono messi in relazione con gli effetti della progressione del danno provocato sui provini dalla prova statica. Quindi per ogni livello di carico e con il conseguente danno, viene effettuata la prova dinamica.

### **3.3.5 COMPORTAMENTO TEORICO DELLA TRAVE INCERNIERATA**

Si delinea il modello teorico da utilizzare per il confronto con i risultati derivanti dall'analisi modale sperimentale. Introducendo ipotesi semplificative, si otterranno dalle equazioni generali delle soluzioni che permettono di ricavare modi, frequenze e periodi di vibrazione teorici del campione oggetto di studio. Le travi elastiche sono considerate come elementi snelli e pertanto possono essere studiate all'interno dell'analisi delle vibrazioni, considerando la massa e le proprietà di deformazione distribuite in modo continuo.

Nelle schematizzazioni viste finora massa, smorzamento e rigidità sono possedute da uno specifico elemento. In pratica, la molla è una molla ideale, priva di massa e priva di ogni dissipazione energetica. Allo stesso modo, l'elemento smorzante è privo di massa e presenta uno smorzamento viscoso, ma nei sistemi reali (continui) ciascuna parte infinitesima di un corpo possiede caratteristiche sia inerziali, elastiche e dissipative.



Quindi un sistema caratterizzato da un continuo elastico è composto da infiniti gradi di libertà, per cui sono necessarie infinite coordinate di spostamento per definirne la configurazione spaziale. Queste coordinate sono espresse da funzioni continue nel dominio del tempo. Poiché la massa non è più concentrata, ma distribuita, il sistema ha infiniti modi naturali di vibrare e la risposta dinamica è data dalla somma di tutti questi infiniti contributi.

Imponendo delle ipotesi particolari, le travi snelle possono essere considerati continui monodimensionali e le vibrazioni flessionali possono essere studiate secondo modelli semplificati, facendo riferimento al modello di Eulero – Bernoulli, modello basato sulla conservazione della sezione piana normale all'asse della trave.

Di seguito si riporta lo studio delle vibrazioni flessionali per travi prismatiche, che rappresenta la base teorica alla quale si è fatto riferimento per il calcolo delle frequenze naturali proprie di travi integra sottoposte a controllo dinamico.

Le ipotesi alla base del modello di Eulero-Bernoulli sono:

- Materiale omogeneo e comportamento elastico lineare, quindi validità della legge di Hooke;
- Stato tensionale di flessione prevalentemente descritto dalle tensioni normali nella direzione dell'asse della trave; stato tensione trascurabile nelle direzioni normali ( $\sigma_x \neq 0$ ;  $\sigma_z = \sigma_y = 0$ )
- Piano di flessione coincidente con il piano della trave;
- Inerzia rotazionale trascurabile;
- Conservazione della sezione piana normale all'asse della trave nella configurazione deformata.

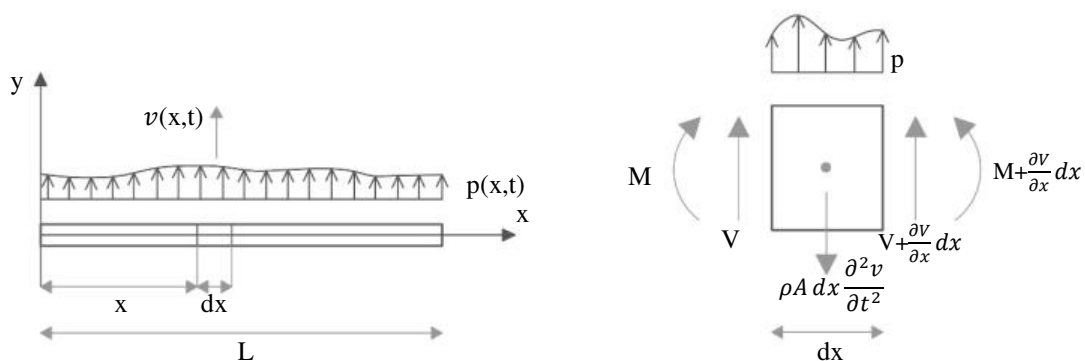


Figura 3.13 – Concio infinitesimo di trave

La figura di cui sopra, rappresenta un concio infinitesimo di trave di lunghezza  $dx$  in cui sono riportate:

- Le azioni esterne rappresentate dal carico  $p(x,t)$ ;
- Le azioni interne: taglio  $V(x,t)$ , momento  $M(x,t)$ ;
- Le azioni inerziali: la quantità  $\rho A dx$  è la massa del concio infinitesimo, con  $\rho$  densità;
- La funzione di spostamento trasversale di un generico punto appartenente all'asse della trave: funzione  $v(x,t)$ .

Con riferimento alla generica massa  $m$  si applica la legge di Newton  $\sum F = ma$ , nella direzione  $y$ , si perviene alla condizione di equilibrio dinamico per le forze in direzione  $y$ , data da:

$$V - V - \frac{\partial V}{\partial x} dx + p dx = \rho A dx \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

Se si trascurano le inerzie rotazionali cioè  $\sum M = 0$ , si ottiene:

$$-V dx + \frac{\partial M}{\partial x} dx = 0 \rightarrow V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (3.2)$$

Sostituendo  $V$  nell'equazione di equilibrio delle forze si ottiene:

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} dx + p dx = \rho A dx \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

Poiché la trave è costituita da materiale elastico lineare, il momento flettente legato alla curvatura:

$$M = EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (3.4)$$

dove:

- $E$  = modulo elastico;
- $I$  = momento di inerzia.

La curvatura nell'ambito di piccoli spostamenti è assimilabile alla derivata seconda dello spostamento. Pertanto, si perviene all'equazione differenziale:

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx + p dx = \rho A dx \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx + \rho A dx \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = p dx \quad (3.6)$$

Tale equazione permette di descrivere il moto trasversale della trave in regime flessionale.

Nel caso di vibrazioni flessionali libere ( $p(x, t) = 0$ ), l'equazione generale del moto diventa:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx + \rho A dx \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (3.7)$$

Ammettendo che la rigidità flessionale non vari con  $x$ , l'equazione può essere riscritta:

$$\left( EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \right) + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (3.8)$$

Si tratta di un'equazione differenziale omogenea alle derivate parziali del quarto ordine. La soluzione di tale equazione può essere scritta nella forma di un'onda stazionaria, separando la variabile spaziale e temporale: (3.9)

$$v(x, t) = X(x) \cos(\omega t - a)$$

Sostituendo all'equazione del moto si ottiene:

$$\frac{\partial^4 X}{\partial x^4} - K^4 X = 0 \quad (3.10)$$

In questo modo è possibile ricavare l'equazione caratteristica che lega la frequenza circolare  $\omega$  al numero d'onda  $k$ .

La soluzione generale dell'omogenea associata può essere quindi scritta nella seguente forma:

$$X(x) = A_1 e^{kx} + A_2 e^{-kx} + A_3 e^{ikx} + A_4 e^{-ikx} \quad (3.11)$$

Che può essere espressa in forma equivalente:

$$X(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 \sinh kx + C_4 \cosh kx \quad (3.12)$$

Questa equazione definisce il moto trasversale (le vibrazioni) di una trave omogenea senza carichi distribuiti, comunque siano le condizioni al contorno o le condizioni iniziali. I parametri incogniti sono cinque:  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$  e l'autovalore  $k$ , determinati mediante equazioni di equilibrio e al contorno, cioè dai vincoli assegnati agli estremi della trave: variando quest'ultimi si avranno diverse soluzioni.

Di seguito si riporta lo studio di vibrazioni flessionali relativamente al caso particolare di trave incernierata agli estremi. Quest'ultimo caso è stato preso come modello per il calcolo delle frequenze proprie degli elementi sottoposti a sperimentazione dinamica nella presente tesi. Modi propri per la condizione di trave doppiamente incernierata Per una trave incernierata alle estremità le condizioni al contorno indicano che gli spostamenti e i momenti sono nulli, quindi si avranno le seguenti condizioni:

$$[v]_{x=0} = 0; [M]_{x=0} = 0 \rightarrow \left[ \frac{d^2x}{dx^2} \right]_{x=0} = 0 \quad (3.13)$$

$$[v]_{x=L} = 0; [M]_{x=L} = 0 \rightarrow \left[ \frac{d^2x}{dx^2} \right]_{x=L} = 0 \quad (3.14)$$

Imponendo le condizioni al contorno e sostituendole nell'equazione si ottengono:

$$X(0) = C_2 + C_4 = 0 \quad (3.15)$$

$$X(L) = C_1 \sin kL + C_2 \cos kL + C_3 \sinh kL + C_4 \cosh kL = 0 \quad (3.16)$$

$$X''(0) = k^2(-C_2 + C_4) = 0 \quad (3.17)$$

$$X''(L) = k^2(-C_1 \sin kL - C_2 \cos kL + C_3 \sinh kL + C_4 \cosh kL) = 0 \quad (3.18)$$

$$C_2 + C_4 = 0 \quad (3.19)$$

$$C_1 \sin kL + C_2 \cos kL + C_3 \sinh kL + C_4 \cosh kL = 0 \quad (3.20)$$

$$-C_2 + C_4 = 0 \quad (3.21)$$

$$-C_1 \sin kL - C_2 \cos kL + C_3 \sinh kL + C_4 \cosh kL = 0 \quad (3.22)$$

In altra forma questo sistema si può scrivere:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \sin kL & \cos kL & \sinh kL & \cosh kL \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -\sin kL & -\cos kL & \sinh kL & \cosh kL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Questo sistema omogeneo ha soluzioni non banali solo se il determinante della matrice dei coefficienti è nullo, ossia se:

$$-4 \sin kL \cos kL = 0 \quad (3.24)$$

Che risulta soddisfatta se  $kL = n\pi$ , si riportano le prime quattro radici:

$k_1L$	$k_2L$	$k_3L$	$k_4L$
3,14	6,28	9,42	12,56

La frequenza angolare propria di ogni modo sarà:

$$\omega_r = n^2 \pi^4 \sqrt{\frac{EI}{\rho L^4}} \quad (3.25)$$

Di conseguenza le frequenze di ogni modo saranno:

$$f_r = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{n^2 \pi}{2} \sqrt{\frac{EI}{\rho L^4}} \quad (3.26)$$

mentre i corrispettivi periodi di vibrazione saranno:

$$T_r = \frac{1}{f_r} = \frac{2\pi}{\omega_r} = \frac{2}{n^2 \pi} \sqrt{\frac{\rho L^4}{EI}} \quad (3.27)$$

I modi di vibrazione flessionale di una trave elastica di sezione costante sono sinusoidi la cui “lunghezza d’onda” è un sottomultiplo di  $l$ :  $\text{sen}(n\pi x/l)$ .

Per trovare i punti di nullo dei primi modi di vibrare di una trave appoggiata, utilizziamo la seguente relazione  $v(x) = \text{sen}(n\pi x/l)$  imponendo nullo lo spostamento al variare di  $n = (1, 2, 3, \dots, n)$ . Dall’equazione così ottenuta si ricava il valore di  $x$  che rappresenta la distanza da un estremo per la quale si annulla lo spostamento.

$$v(x) = \text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = 0 \rightarrow \left(\frac{n\pi x}{L}\right) = j\pi \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

$n$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
1	0	L			
2	0	L/2	L		
3	0	L/3	2L/3	L	
4	0	L/4	L/2	3L/4	L

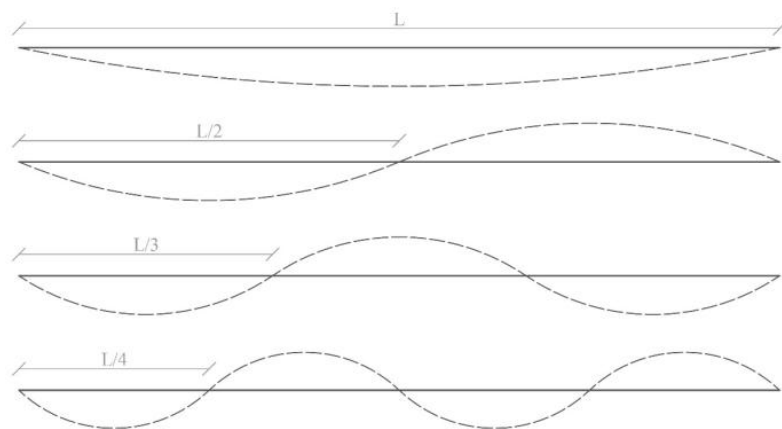


Figura 3.14 – Rappresentazione dei primi quattro modi di vibrare per una trave con estremi incernierati

### 3.3.6 CALCOLO FREQUENZE TEORICHE TRAMITE IL MODELLO

#### BERNOULLI - EULERO

Il calcolo teorico delle frequenze naturali è stato effettuato prima dell'analisi sperimentale, per i primi quattro modi di vibrare per travi incernierate.

Il calcolo delle frequenze naturale sarà funzione della geometria del provino, delle sue caratteristiche di densità e modulo elastico, dal sistema di vincolo e del numero di modi di vibrare considerati.

Una volta determinate le frequenze proprie del provino, queste verranno confrontate con le frequenze acquisite sperimentalmente, per la trave integra e per la trave fessurata ad ogni livello di carico applicato.

Nel presente capitolo si riportano solo i risultati delle prove dinamiche effettuate sul campione non danneggiato in condizione libera e vincolata incernierata.

Il valore delle frequenze naturali per una trave snella, omogenea, di rigidezza flessionale  $EJ$  e densità  $\rho$ , può essere calcolato mediante l'espressione di Eulero-Bernoulli, valida sempre qualsiasi siano le condizioni al contorno:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{r a_r \pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3.29)$$

dove:

- $r= 1, 2, 3, 4$  che indica i primi 4 modi di vibrare;
- $a_r$  dipende da particolari condizioni al contorno. A seconda delle condizioni al contorno, si avranno diverse frequenze proprie e di conseguenza diversi modi di vibrare. In letteratura esistono valori già tabulati (Tabella 3.2):

	I MODO	II MODO	III MODO	IV MODO
$a_r$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
Libero - Libero	1,506	1,25	1,167	1,125
Appoggio - Appoggio	1	1	1	1
Incastro - Incastro	1,507	1,507	1,166	1,122
Incastro - Appoggio	1,249	1,122	1,081	1,063
Incastro - Libero	0,6	0,74	0,83	0,87

Tabella 3.2 – Dati in letteratura di particolari condizioni al contorno

Nella tabella seguente vengono evidenziati i parametri utili delle travi esaminate per il calcolo delle frequenze teoriche (Tabella 3.3):

L	1100 mm
b	120 mm
s	80 mm
E	28000 N/mm <sup>2</sup>
J	11520000 mm <sup>4</sup>
$\rho$	2,36E-09 Ns <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup>
A	9600 mm <sup>2</sup>

*Tabella 3.3 – Parametri caratteristici dei provini*

Ne risultano i valori della frequenza naturale per i primi tre modi di vibrare (Tabella 3.4):

f1	351,316 Hz
f2	968,118 Hz
f3	1898,600 Hz

*Tabella 3.4 – Primi tre modi di vibrare*

## 4. RISULTATI SPERIMENTALI

La trave dopo essere studiata in condizione integra, D0, subisce dei cicli di carico progressivamente crescente D1, D2, D3 che porteranno la trave fino allo snervamento dell'acciaio.

Una volta effettuato il danno, viene applicato il rinforzo con due strisce in GFRP e la trave viene nuovamente sottoposta a cicli di carico, RD1, RD2, RD3 fino a rottura.

I test che vengono effettuati sono:

- Prove di tipo statiche, cioè attraverso i cicli di carico, vengono misurati gli abbassamenti e le deformazioni;
- Prove di tipo dinamiche, che vengono eseguite nell'intervallo di ogni prova statica e hanno lo scopo di determinare le frequenze modali di vibrazione proprie della trave attraverso i diagrammi delle risposte in frequenza FRF.

### 4.1 TRAVE B1 E STATI DI DANNO

#### *Stato di danno B1\_D0*

La trave denominata B1 è la prima trave che ha subito la sperimentazione.

Inizialmente è stata eseguita una prova di tipo dinamico e si sono determinate le FRF e la coerenza a trave integra.

In figura (Figura 4.1) è riportato il grafico delle FRF per ogni singolo mark posizionati come descritto nel §3.3.2.2 relative alla trave in condizioni integre, dalla sovrapposizione dei grafici ci si ricavano i valori delle FRF per i primi 3 modi di vibrare (Tabella 4.1). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.2). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.



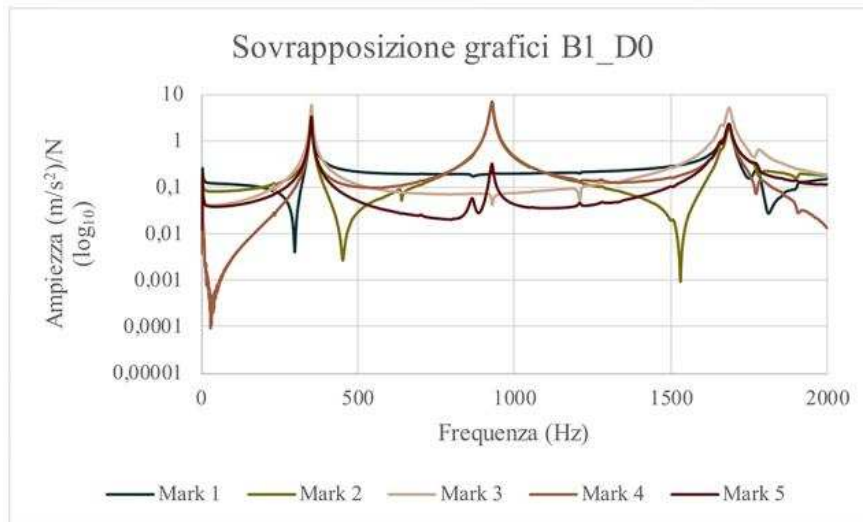


Figura 4.1 – Sovrapposizione grafici FRF dei 5 mark – trave B1\_D0

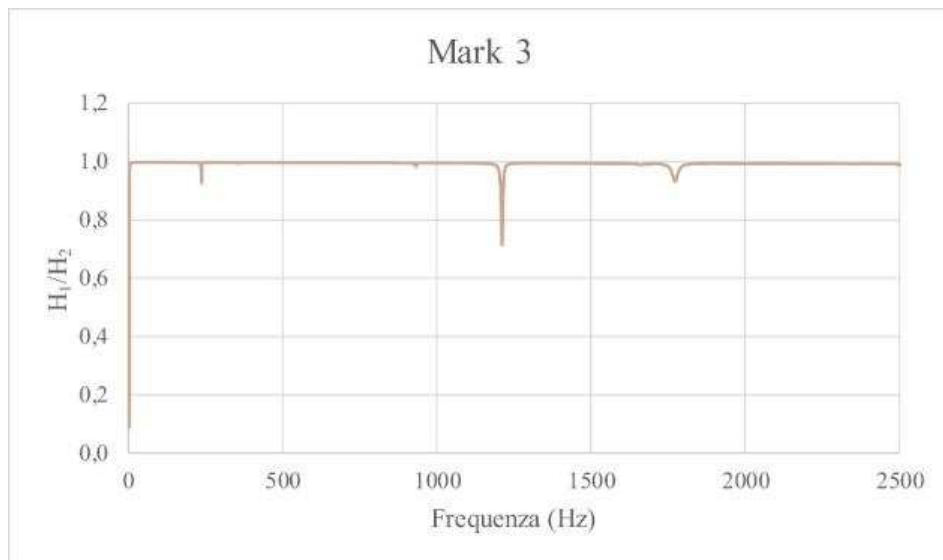
	Hz
modo 1	352,344
modo 2	931,250
modo 3	1690,625

Tabella 4.1 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 5 mark nella condizione B1\_D0

	Hz da B&K
modo 1	351,497
modo 2	927,237
modo 3	1684,935

Tabella 4.2 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

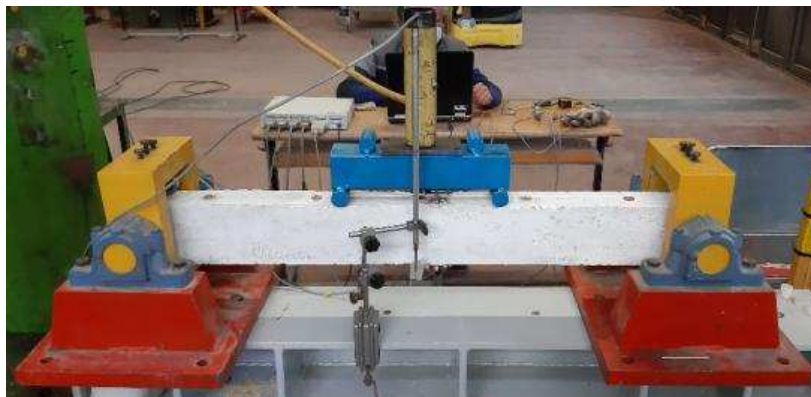
Di seguito viene mostrato il diagramma della coerenza riferito al Mark 3, in cui è possibile notare che il modulo del complesso insieme alla coerenza sono congruenti tra loro e quindi la definizione dei punti ricavati di frequenza è attendibile. (Figura 4.2)



*Figura 4.2 – Coerenza corrispondente al mark 3 – trave B1\_D0*

#### *Stato di danno B1\_D1*

Dopo aver misurato le FRF della trave integra, si è passati alla prova di tipo statico applicando il primo stato di danno che consiste nel caricare la trave con un carico di 3 kN.



*Figura 4.3 – Predisposizione strumenti e provino per la prova statica – trave B1\_D1*

Con un carico di 3kN non si sono riscontrati danni visibili ad occhio nudo.

Alla prova dinamica invece, vengono mostrati i differenti valori della risposta in frequenza della trave. Viene mostrato in (Figura 4.4) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (tabella 4.3).

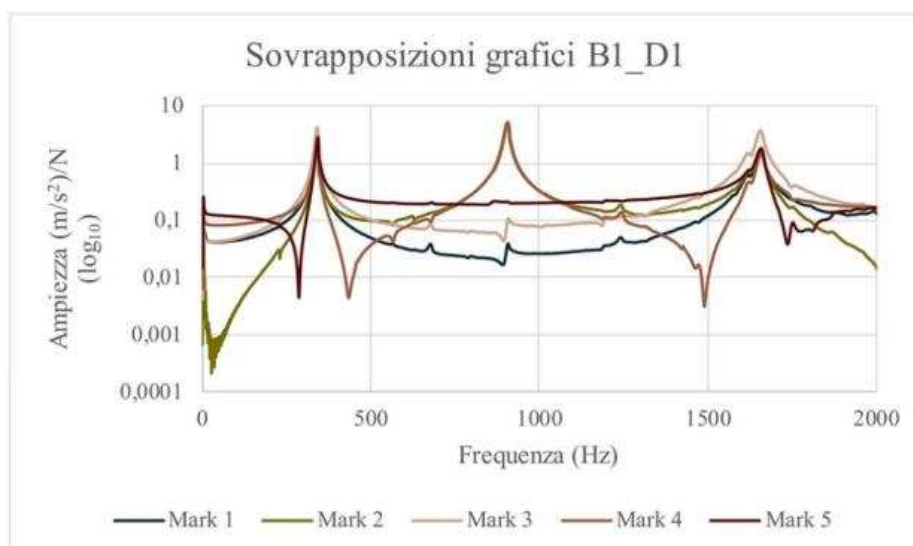


Figura 4.4 – Sovrapposizione grafici FRF dei 5 mark – trave B1\_D1

	Hz
modo 1	342,969
modo 2	911,719
modo 3	1654,687

Tabella 4.3 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 5 mark nella condizione B1\_D1

Si può notare come rispetto alla trave in condizione integra, le funzioni di risposta in frequenza non variano di molto, in quanto la differenza tra i valori è minima (Tabella 4.16).

### Stato di danno B1\_D2

Lo stato di danno D2 si riferisce ad un carico applicato nella prova statica di 6 kN.



Figura 4.5 – Predisposizione strumenti e provino per la prova statica con danneggiamento – trave B1\_D2

Con il secondo grado di danneggiamento è evidente come il danno provocato è visibile ad occhio nudo. In particolare, in (Figura 4.6) vengono schematizzati i due lati della trave dove sono visibili i danni.

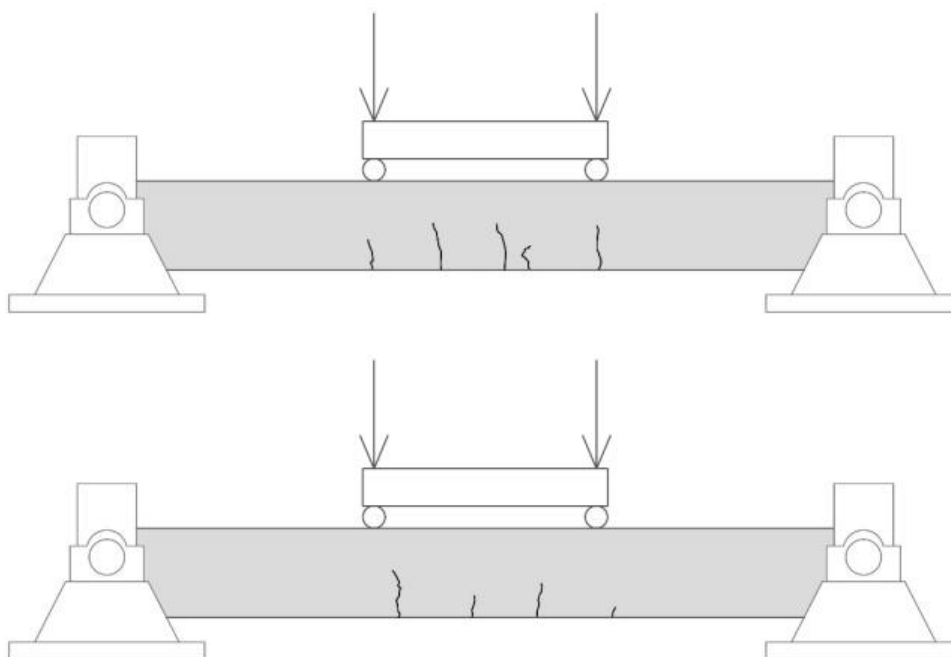


Figura 4.6 – Schematizzazione danni – trave B1\_D2

Viene mostrato in (Figura 4.7) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (tabella 4.4).

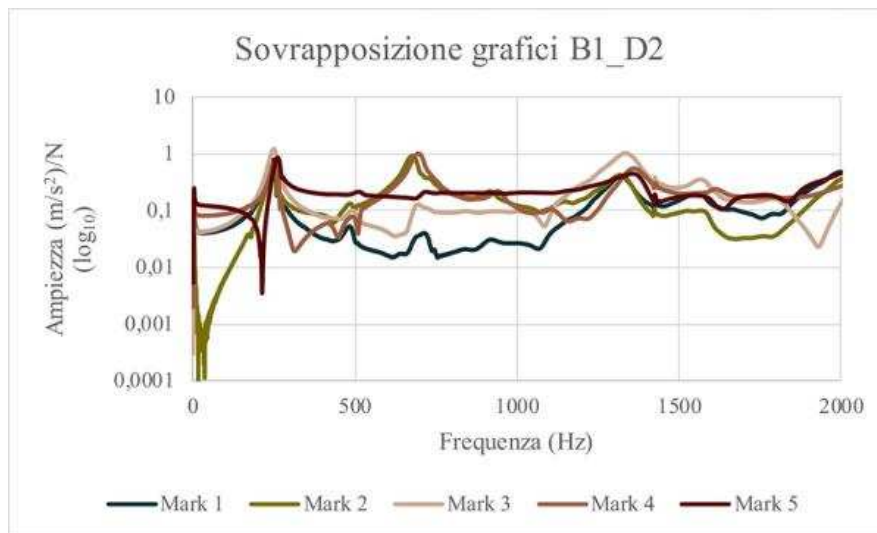


Figura 4.7 – Sovrapposizione grafici FRF dei 5 mark – trave B1\_D2

	Hz
modo 1	259,375
modo 2	708,594
modo 3	1339,062

Tabella 4.4 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 5 mark nella condizione B1\_D2

Si può notare come rispetto alla trave in condizione integra e alla trave che ha subito il danno D1, le funzioni di risposta in frequenza variano in maniera significativa. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.16).

### Stato di danno B1\_D3

Lo stato di danno D2 si riferisce ad un carico applicato nella prova statica di 9 kN.



Figura 4.8 – Predisposizione strumenti e provino per la prova statica con danneggiamento (in rosso danni relativi a carico 9 kN e in grigio danni relativi a 6kN) – trave B1\_D3

Con il secondo grado di danneggiamento è evidente come il danno provocato è visibile ad occhio nudo. In particolare, in (Figura 4.9) vengono schematizzati i due lati della trave dove sono visibili i danni.

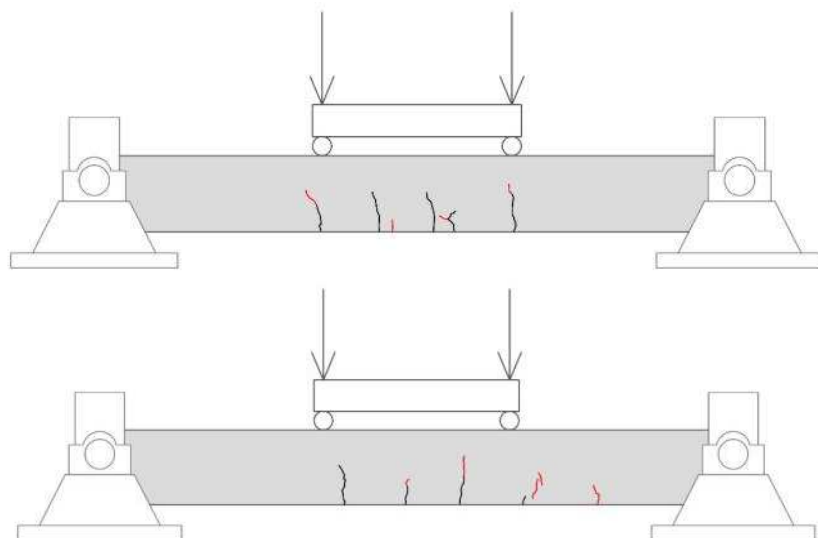


Figura 4.9 – Schematizzazione danni – trave B1\_D3

Viene mostrato in (Figura 4.10) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (tabella 4.5).

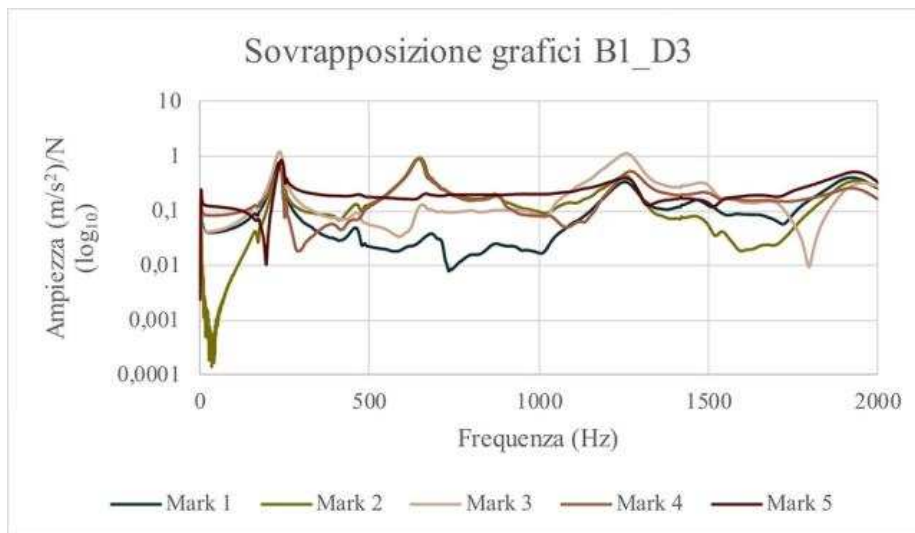


Figura 4.10 – Sovrapposizione grafici FRF dei 5 mark – trave B1\_D3

	Hz
modo 1	240,625
modo 2	667,187
modo 3	1259,375

Tabella 4.5 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 5 mark nella condizione B1\_D3

Si può notare come rispetto alla trave in condizione integra e alla trave che ha subito il danno D1, le funzioni di risposta in frequenza variano in maniera significativa ma se si fa il confronto con la condizione di danno precedente la variazione è minore. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.16). Di seguito viene mostrato il diagramma della coerenza riferito al Mark 5, in cui è possibile notare che il modulo del complesso insieme alla coerenza sono congruenti tra loro e quindi la definizione dei punti ricavati di frequenza è attendibile. (Figura 4.11)

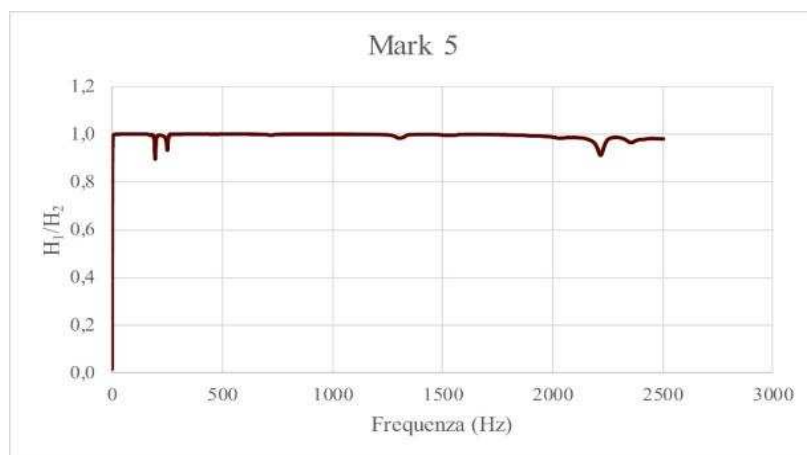
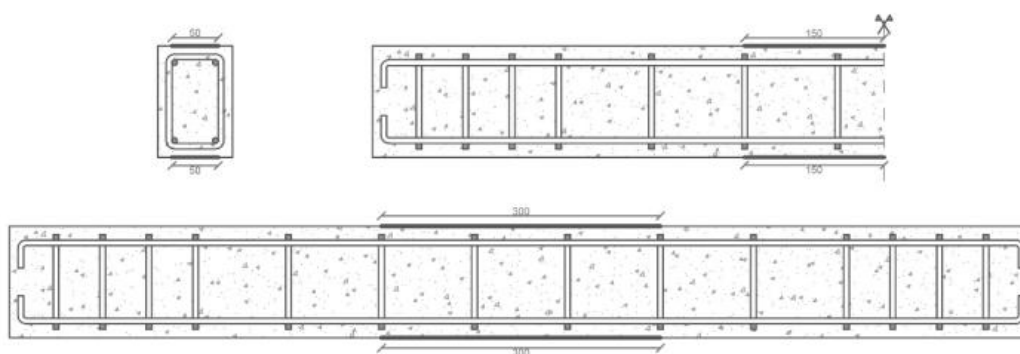


Figura 4.11 – Coerenza corrispondente al mark 5 – trave B1\_D3

### *Stato di danno B1\_R1\_D0*

Una volta sottoposta la trave allo stato di danno che corrisponde al danno D3, 9 kN, si è provveduto ad applicare il rinforzo in GFRP. Nella trave B1 è stata applicata una striscia di rinforzo da 30 cm in intradosso ed una striscia di rinforzo da 30 cm in estradosso come schematizzato in (Figura 4.11). Successivamente sono stati applicati gli strain gauges, sulla striscia in GFRP in mezzeria sia in intradosso che in estradosso, gli estensometri in corrispondenza della mezzeria ma applicati lateralmente sul calcestruzzo ed infine viene predisposto il trasduttore di spostamento. La configurazione di rinforzo descritta viene indicata con “R1”.



*Figura 4.11 – Schema posizione applicazione strisce di GFRP – trave B1\_R1\_D0*

Dopo aver applicato il rinforzo è stata ripetuta la prova dinamica. Di seguito è riportato il grafico della sovrapposizione dei grafici delle FRF (Figura 4.12) in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (Tabella 4.6). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.7). Questi dati forniscono un’ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

È importante notare come i mark considerati non sono più 5 ma 4 in quanto nella posizione 3 del mark è stato impossibile posizionare l’accelerometro a causa della presenza dello strain gauge.



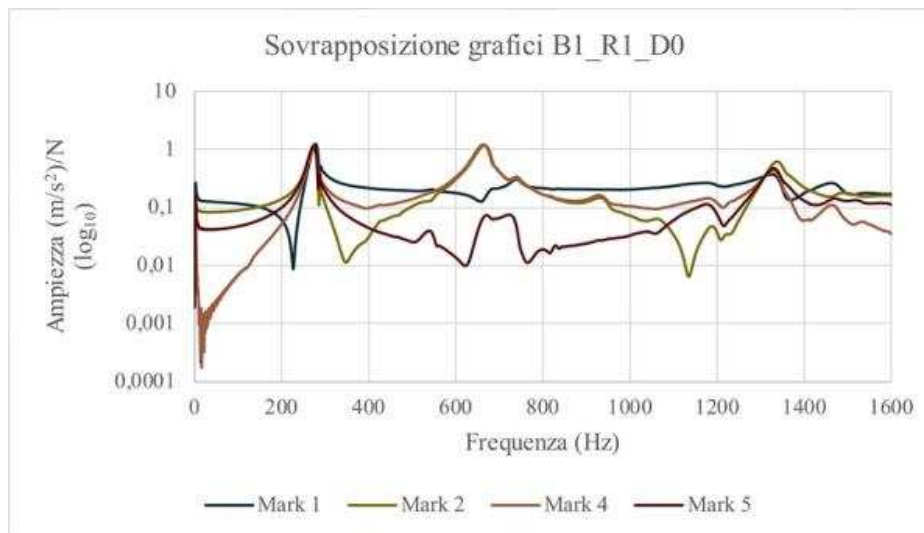


Figura 4.12 – Sovrapposizione grafici FRF dei 4 mark – trave B1\_R1\_D0

	Hz
modo 1	276,562
modo 2	671,875
modo 3	1335,156

Tabella 4.6 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 4 mark nella condizione B1\_R1\_D0

	Hz da B&K
modo 1	273,316
modo 2	662,009
modo 3	1330,870

Tabella 4.7 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione integra, la trave che ha subito i tre cicli di carico e poi rinforzata mostra che le funzioni di risposta in frequenza variano in maniera significativa e i valori si aggirano intorno ai valori corrispondenti alla condizione di trave B1 a cui è stato applicato il secondo ciclo di carico D2. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.16).

Di seguito viene mostrato il diagramma della coerenza riferito al Mark 1, in cui è possibile notare che il modulo del complesso insieme alla coerenza sono congruenti tra loro e quindi la definizione dei punti ricavati di frequenza è attendibile. (Figura 4.13)

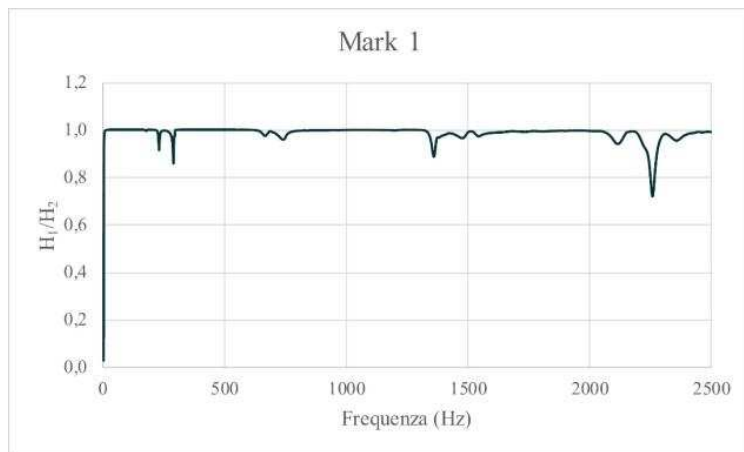


Figura 4.13 – Coerenza corrispondente al mark 1 – trave B1\_R1\_D0

#### Stato di danno B1\_R1\_D1

Dopo aver misurato le FRF della trave integra e rinforzata, si è passati alla prova di tipo statico applicando il primo stato di danno che consiste nel caricare la trave con un carico di 3 kN.



Figura 4.14 – Predisposizione strumenti e provino per la prova statica – trave B1\_R1\_D1

Con un carico di 3kN non si sono riscontrati danni visibili ad occhio nudo oltre quelli fatti a trave non rinforzata.

Alla prova dinamica invece, vengono mostrati i differenti valori della risposta in frequenza della trave. Viene mostrato in (Figura 4.15) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (tabella 4.8). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.9). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

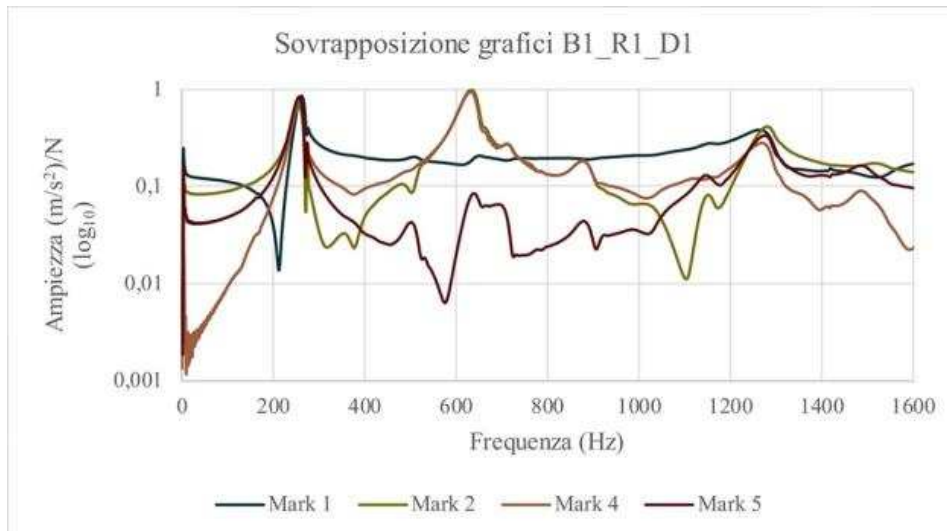


Figura 4.15 – Sovrapposizione grafici FRF dei 4 mark – trave B1\_R1\_D1

	Hz
modo 1	259,375
modo 2	639,844
modo 3	1267,969

Tabella 4.8 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 4 mark nella condizione B1\_R1\_D1

	Hz da B&K
modo 1	251,132
modo 2	629,165
modo 3	1267,493

Tabella 4.9 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione rinforzata ma non sottoposta ad alcun ciclo di carico, la trave che ha subito il primo dei tre cicli di carico rinforzata mostra che le funzioni di risposta in frequenza diminuiscono leggermente. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.16).

#### Stato di danno B1\_R1\_D2

Si è passati alla prova di tipo statico applicando il secondo stato di danno che consiste nel caricare la trave con un carico di 6 kN.

Anche con un carico di 6kN non si sono riscontrati danni visibili ad occhio nudo oltre quelli fatti a trave non rinforzata.

Alla prova dinamica invece, vengono mostrati i differenti valori della risposta in frequenza della trave. Viene mostrato in (Figura 4.16) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in

modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (tabella 4.10). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.11). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

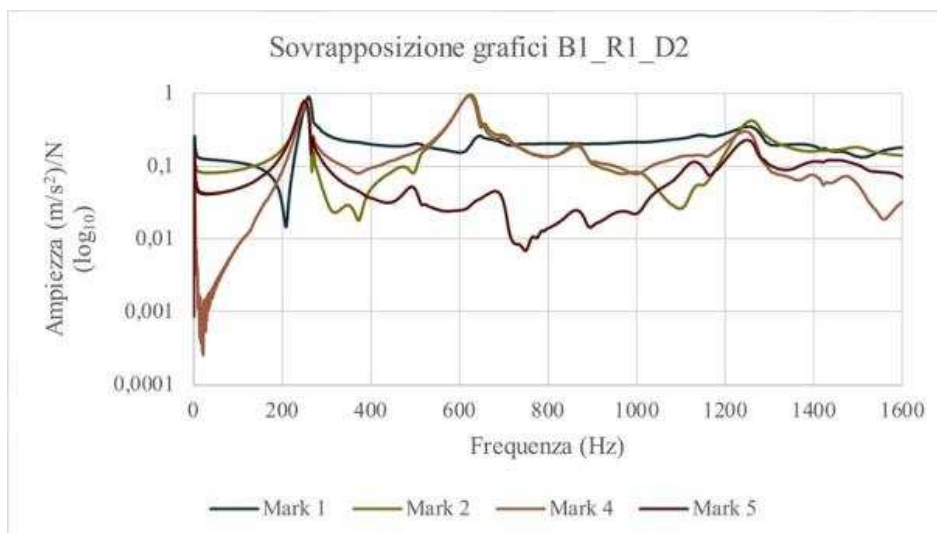


Figura 4.16 – Sovrapposizione grafici FRF dei 4 mark – trave B1\_R1\_D2

	Hz
modo 1	251,562
modo 2	631,250
modo 3	1260,937

Tabella 4.10 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 4 mark nella condizione B1\_R1\_D2

	Hz da B&K
modo 1	246,841
modo 2	620,601
modo 3	1246,958

Tabella 4.11 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione rinforzata sottoposta al primo ciclo di carico, la trave che ha subito il secondo ciclo di carico rinforzata mostra che le funzioni di risposta in frequenza diminuiscono leggermente. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.16).

### Stato di danno B1\_R1\_D3

Si è passati alla prova di tipo statico applicando il terzo stato di danno che consiste nel caricare la trave con un carico di 9 kN.

Anche con un carico di 9 kN non si sono riscontrati danni visibili ad occhio nudo oltre quelli fatti a trave non rinforzata.

Alla prova dinamica invece, vengono mostrati i differenti valori della risposta in frequenza della trave. Viene mostrato in (Figura 4.17) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (Tabella 4.12). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.13). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

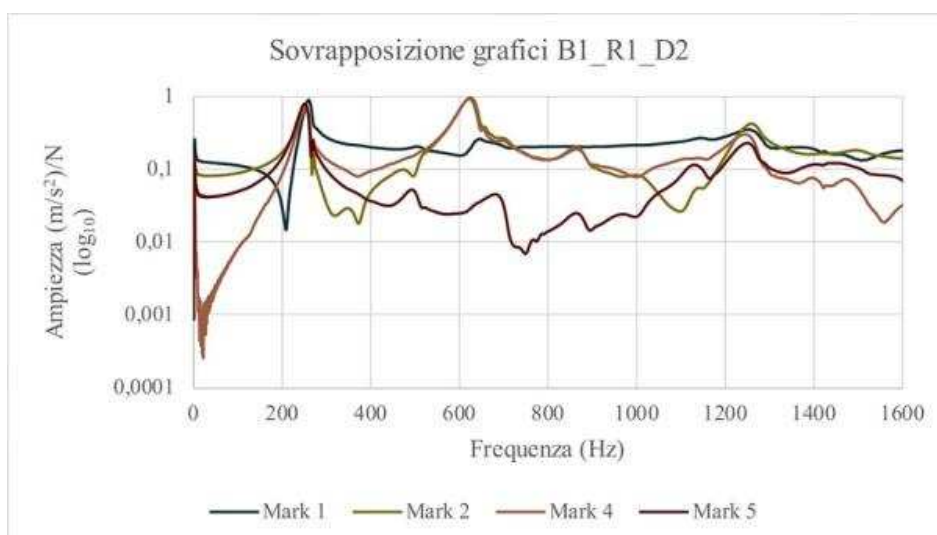


Figura 4.17 – Sovrapposizione grafici FRF dei 4 mark – trave B1\_R1\_D3

	Hz
modo 1	255,469
modo 2	621,094
modo 3	1230,468

Tabella 4.12 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 4 mark nella condizione B1\_R1\_D3

	Hz da B&K
modo 1	245,566
modo 2	613,460
modo 3	1230,099

Tabella 4.13 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione rinforzata sottoposta al primo e al secondo ciclo di carico, la trave che ha subito il terzo ciclo di carico rinforzata mostra che le funzioni di risposta in frequenza diminuiscono leggermente rispetto alle precedenti. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.16).

Di seguito viene mostrato il diagramma della coerenza riferito al Mark 4, in cui è possibile notare che il modulo del complesso insieme alla coerenza sono congruenti tra loro e quindi la definizione dei punti ricavati di frequenza è attendibile. (Figura 4.18)

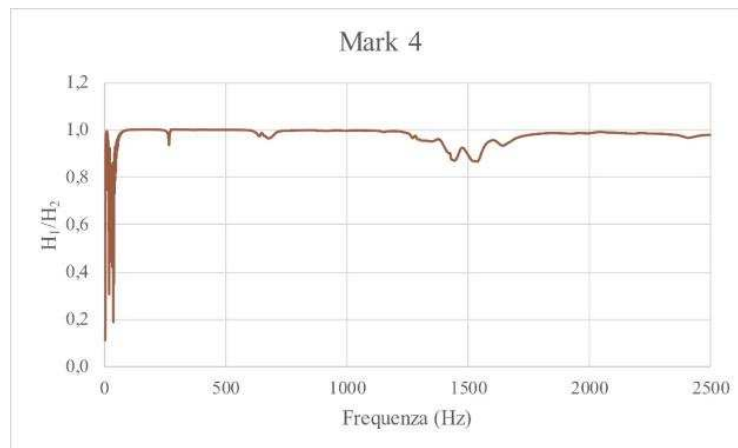


Figura 4.18 – Coerenza corrispondente al mark 4 – trave B1\_R1\_D3

#### Condizione di rottura B1

Per completare la prova, il provino viene portato a rottura. Durante la prova a rottura vengono misurati le deformazioni attraverso la strumentazione prima descritta.

In particolare, i danni si ripresentano a partire da un carico di 10 kN ed tendono ad aumentare ma non in maniera veloce. Nello schema seguente (Figura 4.19) si mostrano i danni che si sono evidenziati per i carichi corrispondenti a 10 kN (in azzurri) e 11 kN (in verde).

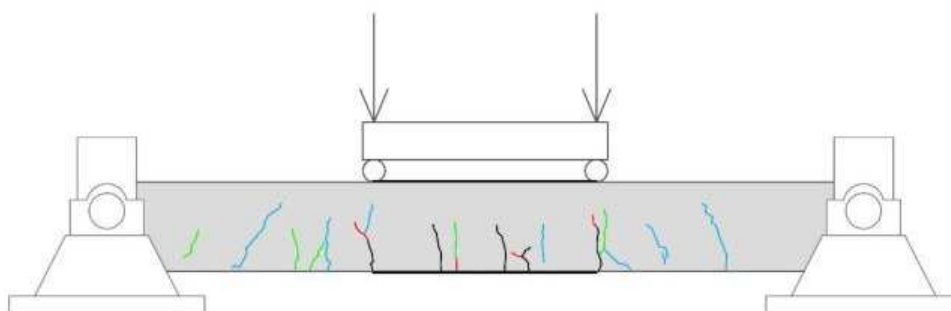


Figura 4.19 – Schematizzazione danni – trave B1

La rottura è avvenuta a circa 19 kN ed è avvenuta in corrispondenza dell'estremità della fibra di verto posta all'intradosso (Figura 4.20) e per questa ragione, nella seconda trave si è deciso di cambiare la lunghezza della striscia di fibra di vetro nell'intradosso.



Figura 4.20 – Rottura provino – trave B1

#### *Risultati statici trave B1 non rinforzata*

Dalle misurazioni effettuate sulla trave non rinforzata sono stati ricavati i seguenti valori e diagrammi che caratterizzano il comportamento del campione prima di applicare il rinforzo.

Nella tabella vengono riportati i valori acquisiti da ogni strumentazione utilizzata per ogni step di carico.

	Carico	Spostamento	Deformazione cls a compressione	Deformazione cls a trazione
Damage Steps	[kN]	[mm]	[um/m]	[um/m]
B1_D0	–	–	–	–
B1_D1	3	0,03875	93,1344	208,4673
B1_D2	6	2,06821	275,025	1330,804
B1_D3	9	1,53058	449,553	2446,523

Tabella 4.14 – Valori spostamenti e deformazioni ricavati da prove statiche – B1

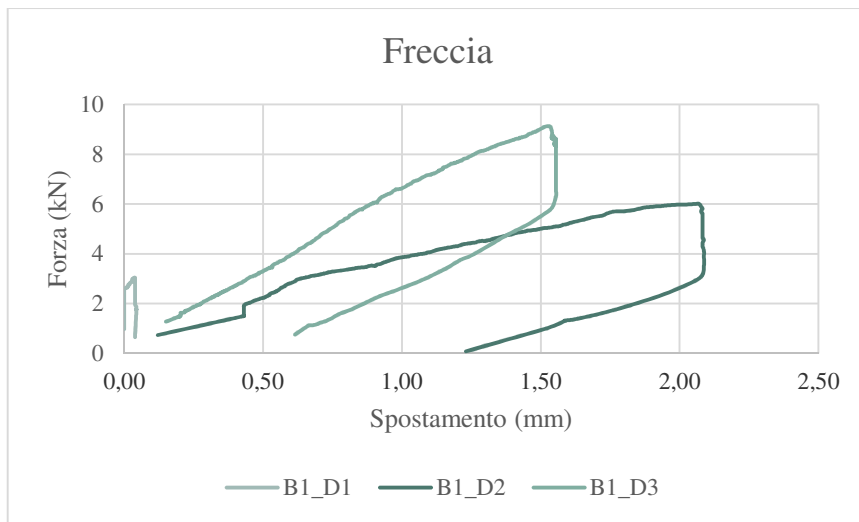


Figura 4.21 – Diagramma Forza-Freccia – trave B1 non rinforzata

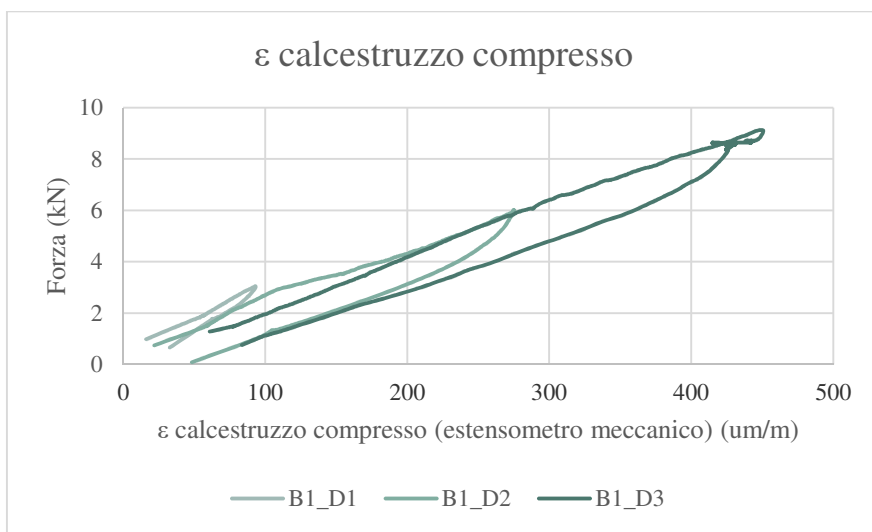


Figura 4.22 – Diagramma Forza-Deformazione calcestruzzo compresso – trave B1 non rinforzata

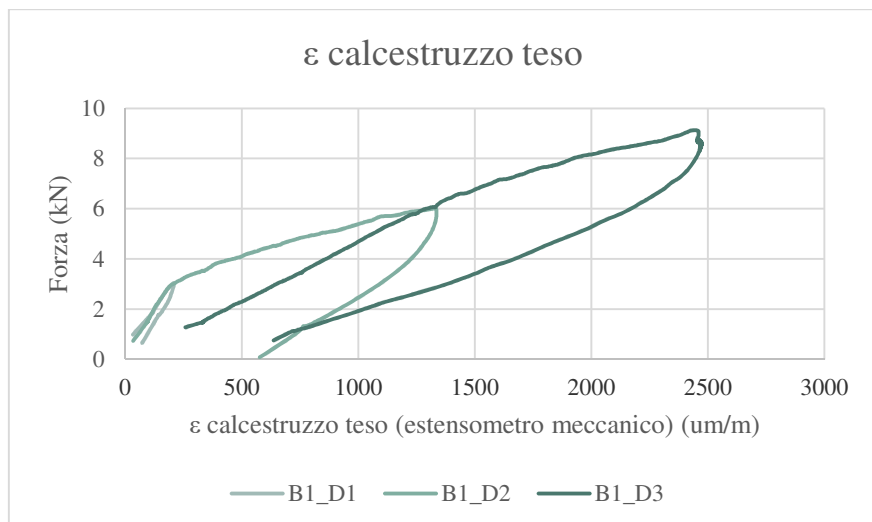


Figura 4.23 – Diagramma Forza-Deformazione calcestruzzo teso – trave B1 non rinforzata



### Risultati statici trave B1 rinforzata

Dalle misurazioni effettuate sulla trave rinforzata sono stati ricavati i seguenti valori e diagrammi che caratterizzano il comportamento del campione prima di applicare il rinforzo.

Nella tabella vengono riportati i valori acquisiti da ogni strumentazione utilizzata per ogni step di carico.

Nella presente prova, sono stati predisposti due trasduttori di spostamento verticale in maniera simmetrica, infatti i valori sono molto simili tra loro e il valore indicato in tabella è unico e valutato in base ai risultati. Anche gli estensometri per il controllo della deformazione del calcestruzzo compresso sono stati messi in maniera simmetrica portando così un risultato molto simile tra i due e quindi ne è stato preso un valore unico.

	Carico	Spostamento 1	Spostamento 2	Deformazione GFRP a compressione (strain gauges)	Deformazione GFRP a trazione (strain gauges)
Damage Steps	[kN]	[mm]	[mm]	[um/m]	[um/m]
B1_R1_D0	–	–	–	–	–
B1_R1_D1	3	0,63451	0,62812	171,12	330,96
B1_R1_D2	6	1,33199	1,26563	362,64	822,24
B1_R1_D3	9	1,89869	1,87188	564	1189,44

	Carico	Deformazione cls a compressione (estensometro)	Deformazione cls a compressione
Damage Steps	[kN]	[um/m]	[um/m]
B1_R1_D0	–	–	–
B1_R1_D1	3	147,071	81,5572
B1_R1_D2	6	264,647	206,91
B1_R1_D3	9	234,546	319,611

Tabella 4.15 – Valori spostamenti e deformazioni ricavati da prove statiche – B1

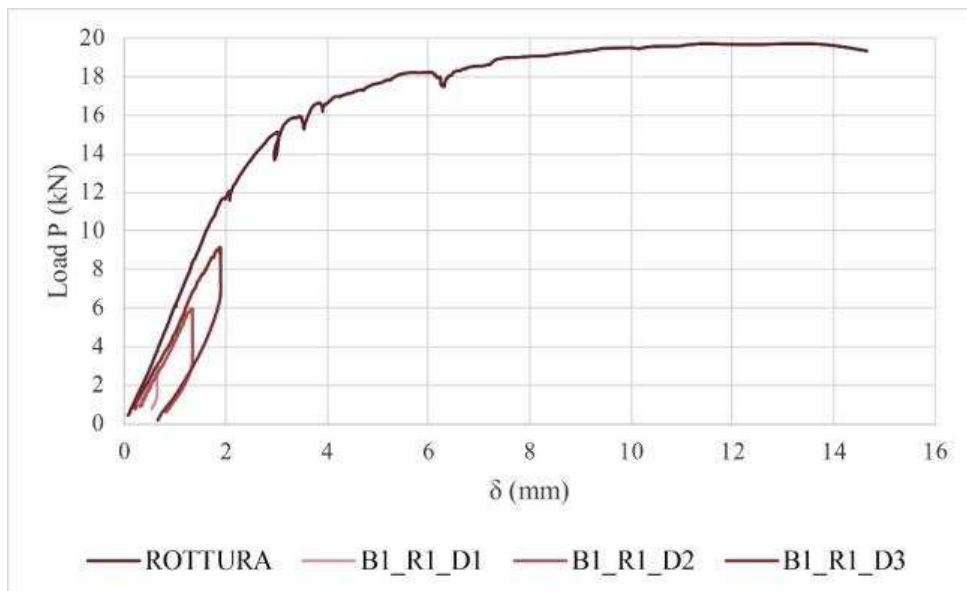


Figura 4.24 – Diagramma Forza-Freccia – trave B1 rinforzata

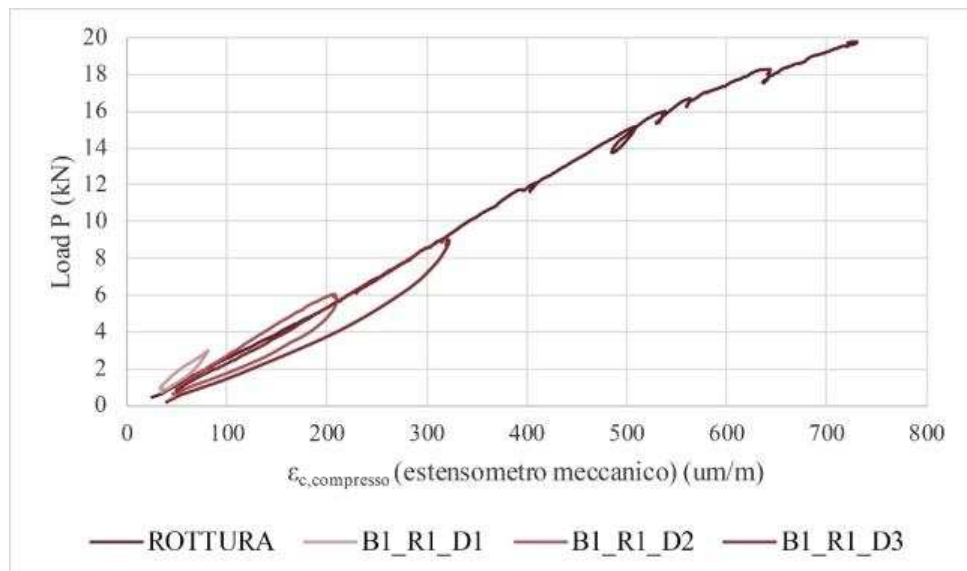


Figura 4.25 – Diagramma Forza-Deformazione calcestruzzo compresso – trave B1 rinforzata

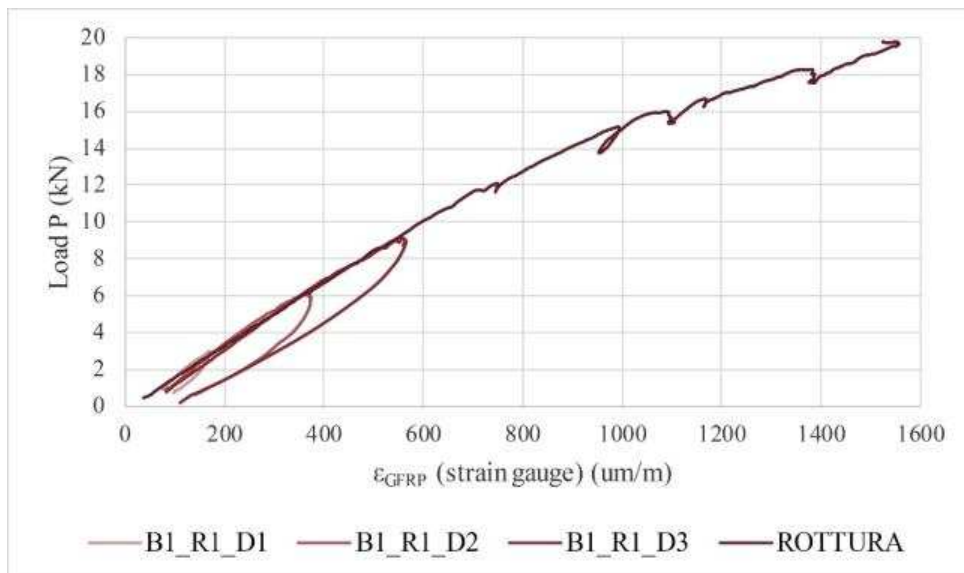


Figura 4.26 – Diagramma Forza-Deformazione striscia di GFRP – trave B1 rinforzata

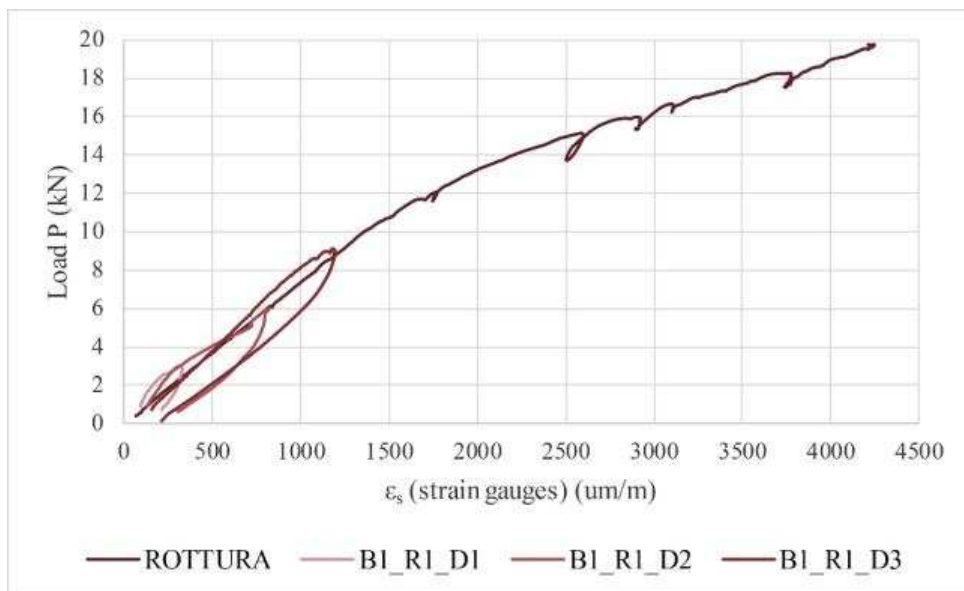


Figura 4.27 – Diagramma Forza-Deformazione acciaio – trave B1 rinforzata

#### Risultati dinamici trave B1

Dalle prove dinamiche, vengono riassunti nelle tabelle seguenti i risultati forniti in relazione alle FRF. La tabella 4.16 contiene i dati delle frequenze sperimentali registrate per travi non rinforzate (B1\_D0, B1\_D1, B1\_D2, B1\_D3) e per travi rinforzate (B1\_R1\_D0, B1\_R1\_D1, B1\_R1\_D2, B1\_R1\_D2, B1\_R1\_D3) e sono visibili i confronti percentuali tra la frequenza sperimentale per ogni grado di danneggiamento e la trave integra.

	f1	$\Delta f1/f_{D0}$	f2	$\Delta f2/f_{D0}$	f3	$\Delta f3/f_{D0}$
Damage Degree	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]
B1_D0	353,125	–	932,885	–	1688,280	–
B1_D1	342,969	2,876	911,719	2,269	1654,687	1,990
B1_D2	259,375	26,549	708,594	24,043	1339,062	20,685
B1_D3	240,625	31,858	667,187	28,481	1259,375	25,405
B1_R1_D0	276,562	21,682	671,875	27,979	1335,156	20,916
B1_R1_D1	259,375	26,549	639,844	31,412	1267,969	24,896
B1_R1_D2	251,562	28,761	631,25	32,334	1260,937	25,312
B1_R1_D3	255,469	27,655	621,094	33,422	1230,468	27,117

Tabella 4.16 – Valori FRF ricavati da prove dinamiche

## 4.2 TRAVE B2 E STATI DI DANNO

### Stato di danno B2\_D0

La trave denominata B2 è la seconda trave che ha subito la sperimentazione.

Inizialmente è stata eseguita una prova di tipo dinamico e si sono determinate le FRF e la coerenza a trave integra in figura (Figura 4.28) sono riportati i grafici delle FRF per ogni singolo mark posizionati come descritto nel §3.3.2 relative alla trave in condizioni integre, dalla sovrapposizione dei grafici ci si ricavano i valori

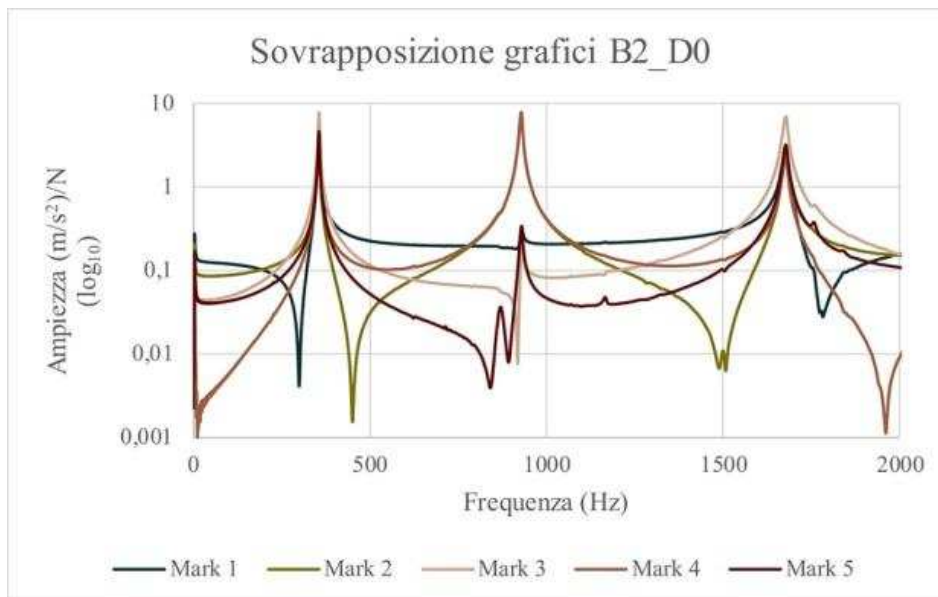


Figura 4.28 – Sovrapposizione grafici FRF dei 5 mark – trave B2\_D0

	Hz
modo 1	354,687
modo 2	926,562
modo 3	1674,219

Tabella 4.17 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 5 mark nella condizione B2\_D0

	Hz da B&K
modo 1	356,630
modo 2	926,910
modo 3	1675,760

Tabella 4.18 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Di seguito viene mostrato il diagramma della coerenza riferito al Mark 3, in cui è possibile notare che il modulo del complesso insieme alla coerenza sono congruenti tra loro e quindi la definizione dei punti ricavati di frequenza è attendibile. (Figura 4.29)

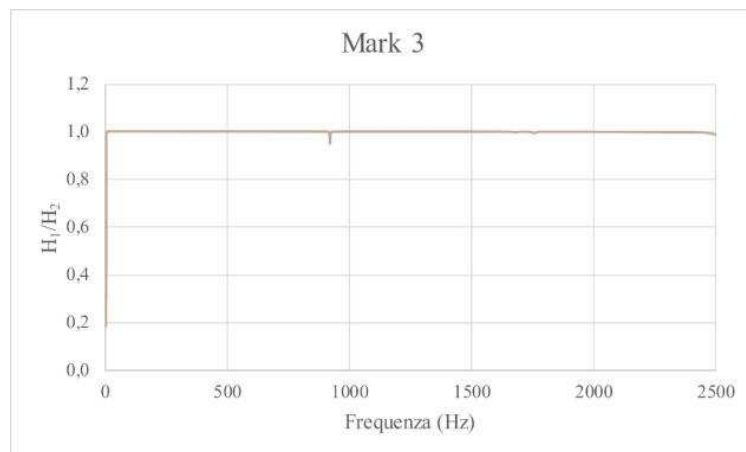


Figura 4.29 – Coerenza corrispondente al mark 3 – trave B2\_D0

### Stato di danno B2\_D1

Dopo aver misurato le FRF della trave integra, si è passati alla prova di tipo statico applicando il primo stato di danno che consiste nel caricare la trave con un carico di 3 kN.

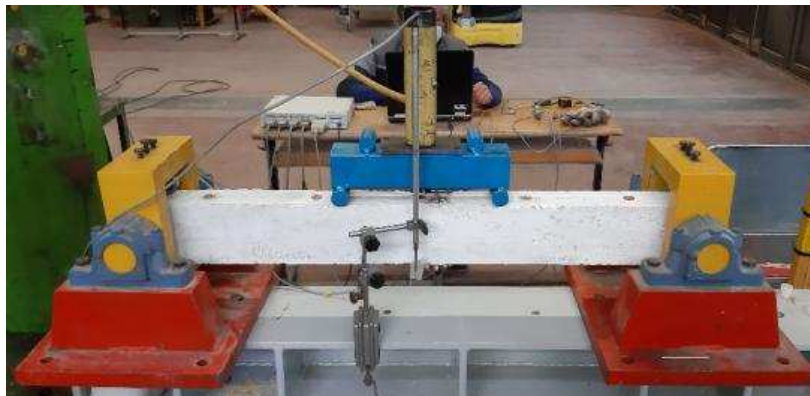


Figura 4.30 – Predisposizione strumenti e provino per la prova statica – trave B2\_D1

Con un carico di 3kN non si sono riscontrati danni visibili ad occhio nudo.

Alla prova dinamica invece, vengono mostrati i differenti valori della risposta in frequenza della trave. Viene mostrato in (Figura 4.31) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (tabella 4.19). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.20). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

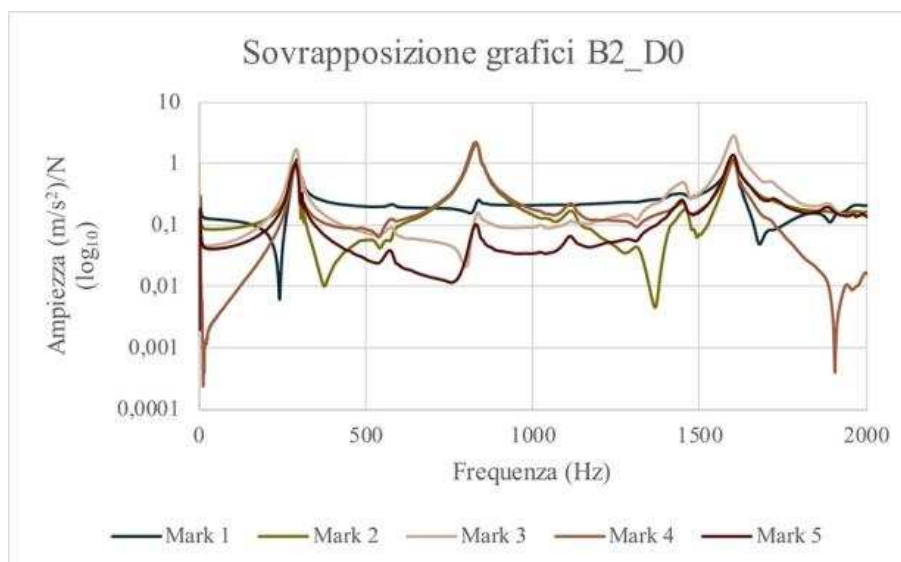


Figura 4.31 – Sovrapposizione grafici FRF dei 5 mark – trave B2\_D1

	Hz
modo 1	296,094
modo 2	837,500
modo 3	1612,500

Tabella 4.19 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 5 mark nella condizione B2\_D1

	Hz da B&K
modo 1	285,190
modo 2	827,920
modo 3	1600,240

Tabella 4.20 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjaer

Si può notare come rispetto alla trave in condizione integra, le funzioni di risposta in frequenza non variano di molto, in quanto la differenza tra i valori è minima (Tabella 4.35)

Stato di danno B2\_D2

Lo stato di danno D2 si riferisce ad un carico applicato nella prova statica di 6 kN. Con il secondo grado di danneggiamento è evidente come il danno provocato è visibile ad occhio nudo. In particolare, in (Figura 4.32) vengono schematizzati i danni visibili.

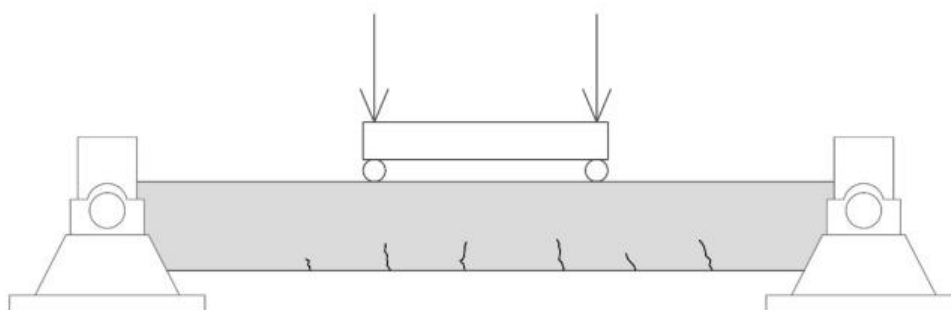


Figura 4.32 –Schematizzazione danni – trave B2\_D2

Viene mostrato in (Figura 4.33) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (Tabella 4.21). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.22). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

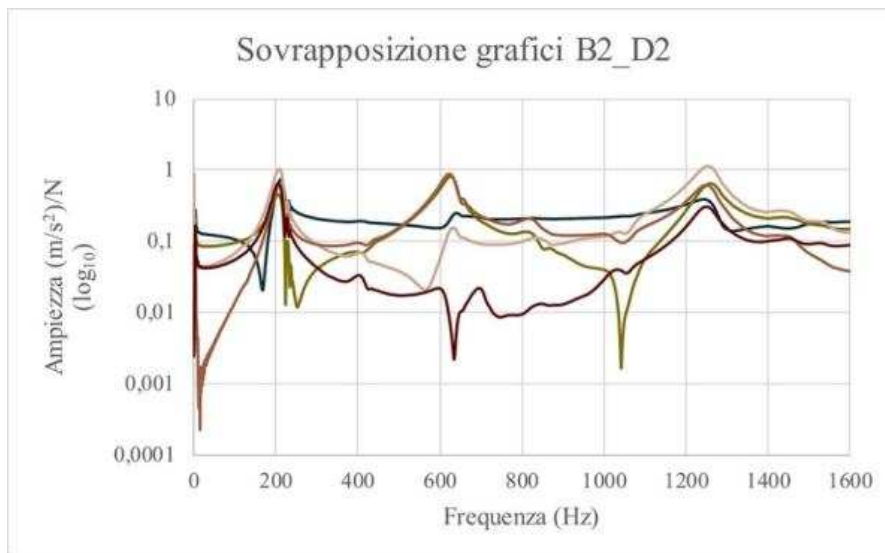


Figura 4.33 – Sovrapposizione grafici FRF dei 5 mark – trave B2\_D3

	Hz
modo 1	206,375
modo 2	634,375
modo 3	1267,187

Tabella 4.21 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 5 mark nella condizione B2\_D2

	Hz da B&K
modo 1	200,400
modo 2	619,670
modo 3	1248,510

Tabella 4.22 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione integra e alla trave che ha subito il danno D1, le funzioni di risposta in frequenza variano in maniera significativa. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.35).



### Stato di danno B2\_D3

Lo stato di danno D2 si riferisce ad un carico applicato nella prova statica di 9 kN.

Con il secondo grado di danneggiamento è evidente come il danno provocato è visibile ad occhio nudo. In particolare, in (Figura 4.34) vengono schematizzati i danni visibili.

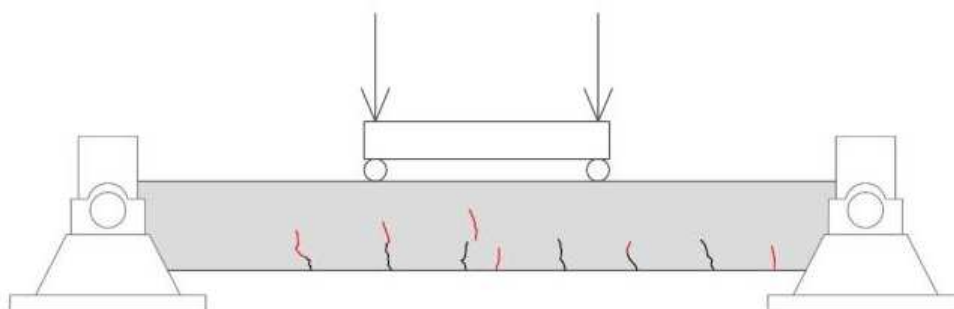


Figura 4.34 –Schematizzazione danni – trave B2\_D3

Viene mostrato in (Figura 4.35) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (tabella 4.23). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.24). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

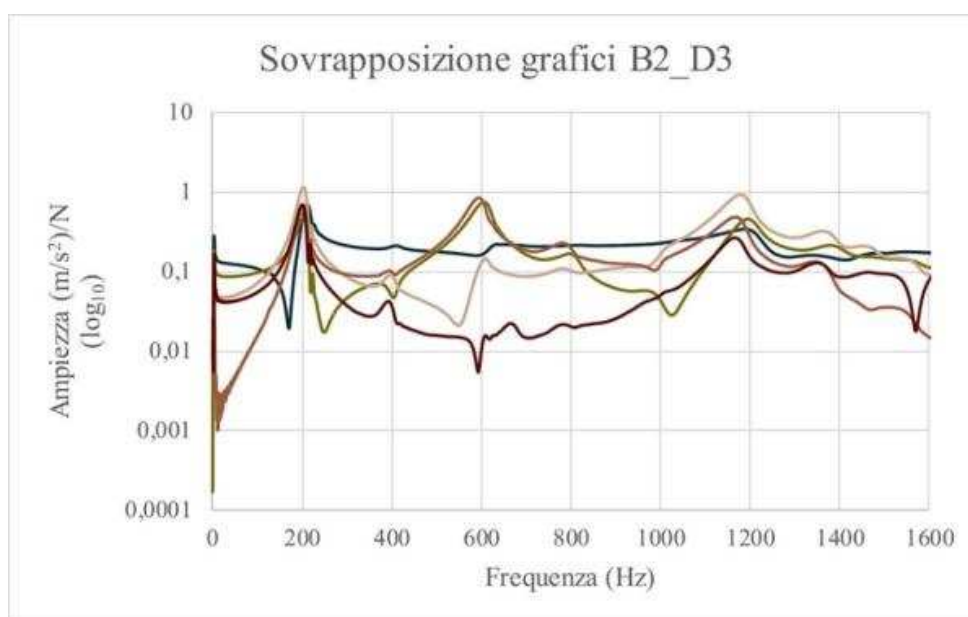


Figura 4.35 – Sovrapposizione grafici FRF dei 5 mark – trave B2\_D3

	Hz
modo 1	207,812
modo 2	607,031
modo 3	1194,531

Tabella 4.23 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 5 mark nella condizione B2\_D3

	Hz da B&K
modo 1	197,540
modo 2	593,150
modo 3	1173,970

Tabella 4.24 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione integra e alla trave che ha subito il danno D1, le funzioni di risposta in frequenza variano in maniera significativa ma se si fa il confronto con la condizione di danno precedente la variazione è minore. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.35). Di seguito viene mostrato il diagramma della coerenza riferito al Mark 4, in cui è possibile notare che il modulo del complesso insieme alla coerenza sono congruenti tra loro e quindi la definizione dei punti ricavati di frequenza è attendibile. (Figura 4.36)

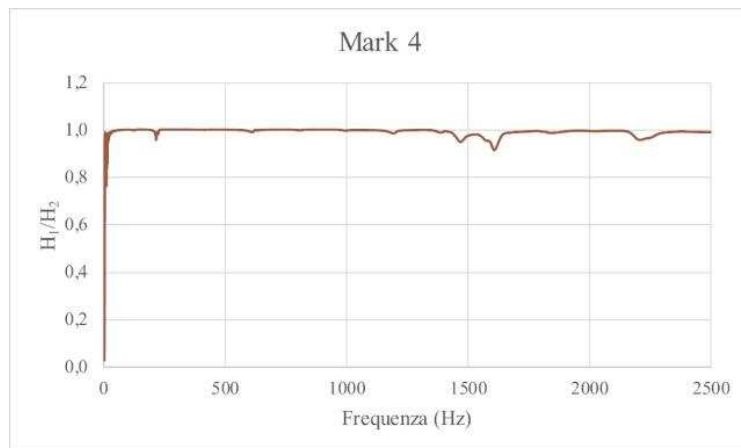
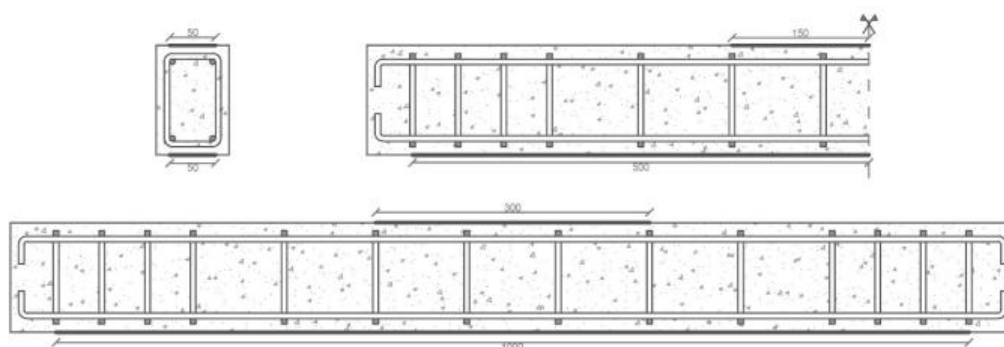


Figura 4.36 – Coerenza corrispondente al mark 4 – trave B2\_D3

### *Stato di danno B2\_R2\_D0*

Una volta sottoposta la trave allo stato di danno che corrisponde al danno D3, 9 kN, si è provveduto ad applicare il rinforzo in GFRP. Nella trave B2 è stata applicata una striscia di rinforzo da 100 cm in intradosso ed una striscia di rinforzo da 30 cm in estradosso come schematizzato in (Figura 4.37). Successivamente sono stati applicati gli strain gauges, sulla striscia in GFRP in mezzeria sia in intradosso che in estradosso, gli estensometri in corrispondenza della mezzeria ma applicati lateralmente sul calcestruzzo ed infine viene predisposto il trasduttore di spostamento. La configurazione di rinforzo descritta viene indicata con “R2”.



*Figura 4.37 – Schema posizione applicazione strisce di GFRP – trave B2\_R2\_D0*

Dopo aver applicato il rinforzo è stata ripetuta la prova dinamica. Di seguito viene riportato il grafico della sovrapposizione dei grafici delle FRF (Figura 4.38) in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (Tabella 4.25). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.26). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

È importante notare come i mark considerati non sono più 5 ma 4 in quanto nella posizione 3 del mark è stato impossibile posizionare l'accelerometro a causa della presenza dello strain gauge.

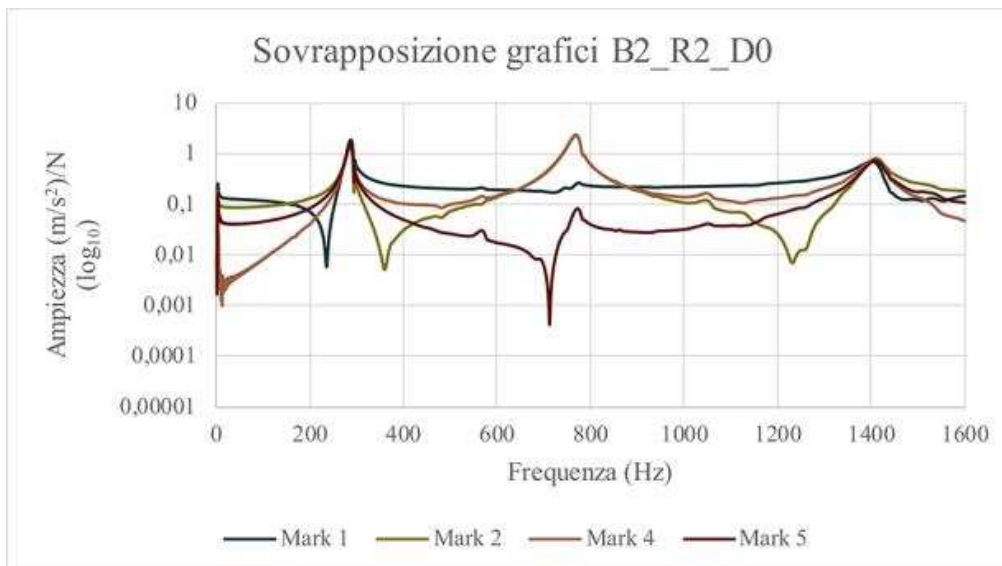


Figura 4.38 – Sovrapposizione grafici FRF dei 4 mark – trave B2\_R2\_D0

	Hz
modo 1	285,937
modo 2	777,344
modo 3	1420,312

Tabella 4.25 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 4 mark nella condizione B1\_R1\_D0

	Hz da B&K
modo 1	288,687
modo 2	772,024
modo 3	1403,349

Tabella 4.26 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione integra, la trave che ha subito i tre cicli di carico e poi rinforzata mostra che le funzioni di risposta in frequenza variano in maniera significativa e i valori si aggirano intorno ai valori corrispondenti alla condizione di trave B2 a cui è stato applicato il secondo ciclo di carico D2. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.35).

Di seguito viene mostrato il diagramma della coerenza riferito al Mark 4, in cui è possibile notare che il modulo del complesso insieme alla coerenza sono congruenti tra loro e quindi la definizione dei punti ricavati di frequenza è attendibile. (Figura 4.39)

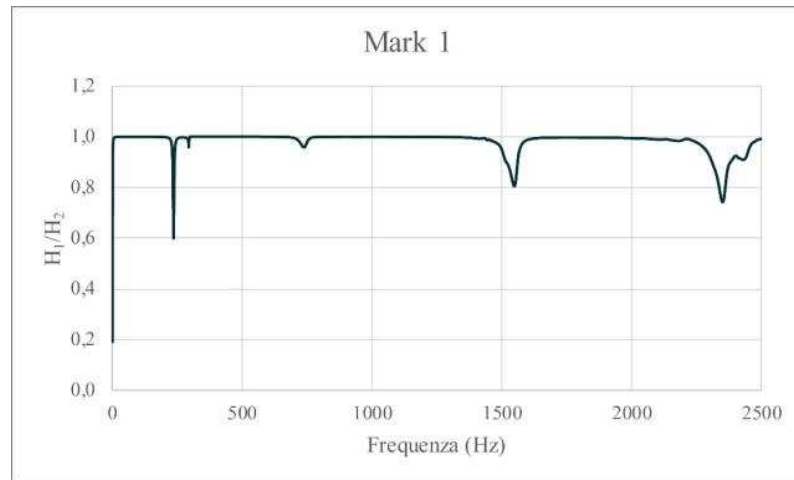


Figura 4.39 – Coerenza corrispondente al mark 1 – trave B2\_R2\_D0

#### Stato di danno B2\_R2\_D1

Dopo aver misurato le FRF della trave integra e rinforzata, si è passati alla prova di tipo statico applicando il primo stato di danno che consiste nel caricare la trave con un carico di 3 kN.

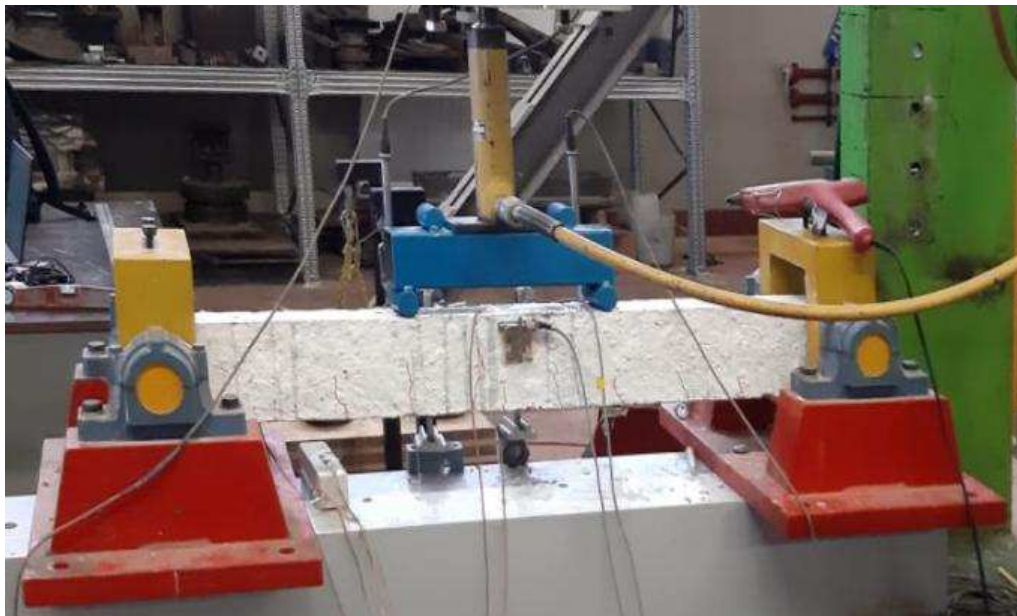


Figura 4.40 – Predisposizione strumenti e provino per la prova statica – trave B2\_R2\_D1

Con un carico di 3kN non si sono riscontrati danni visibili ad occhio nudo oltre quelli fatti a trave non rinforzata.

Alla prova dinamica invece, viene mostrato in (Figura 4.41) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (Tabella 4.27). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.28). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

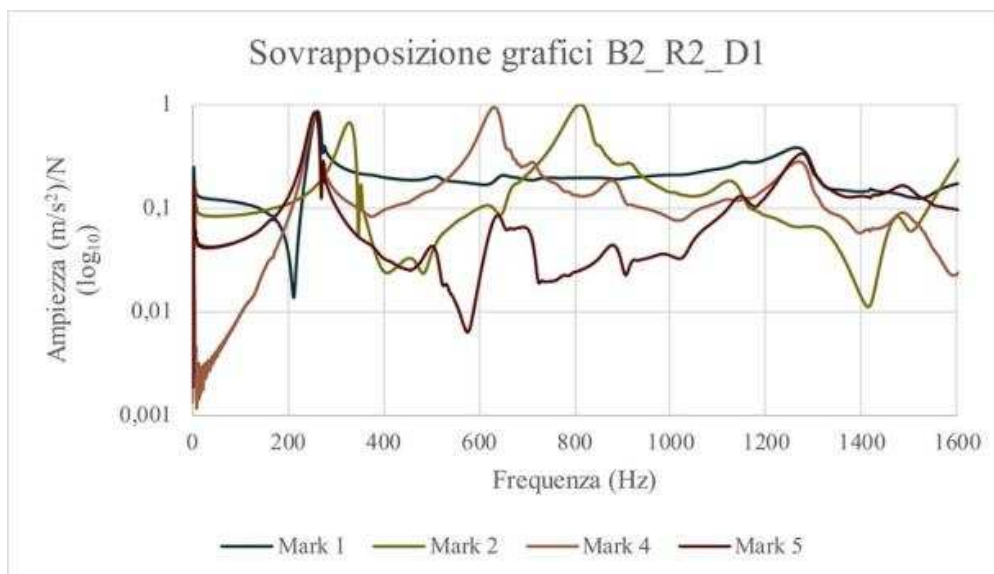


Figura 4.41 – Sovrapposizione grafici FRF dei 4 mark – trave B2\_R2\_D1

	Hz
modo 1	260,938
modo 2	634,375
modo 3	1275,000

Tabella 4.27 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 4 mark nella condizione B1\_R1\_D1

	Hz da B&K
modo 1	271,304
modo 2	712,414
modo 3	1339,388

Tabella 4.28 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione rinforzata ma non sottoposta ad alcun ciclo di carico, la trave che ha subito il primo dei tre cicli di carico rinforzata mostra che le funzioni di risposta in frequenza diminuiscono leggermente. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.35).

### Stato di danno B2\_R2\_D2

Si è passati alla prova di tipo statico applicando il secondo stato di danno che consiste nel caricare la trave con un carico di 6 kN.

Anche con un carico di 6kN non si sono riscontrati danni visibili ad occhio nudo oltre quelli fatti a trave non rinforzata.

Alla prova dinamica invece, viene mostrato in (Figura 4.42) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (Tabella 4.29). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.30). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

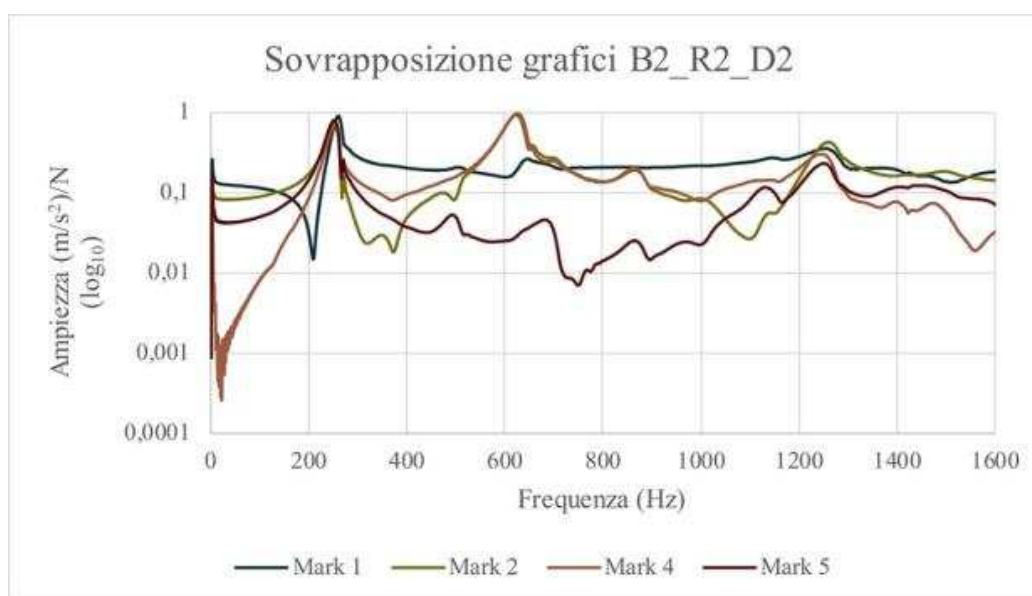


Figura 4.42 – Sovrapposizione grafici FRF dei 4 mark – trave B2\_R2\_D2

	Hz
modo 1	255,469
modo 2	634,375
modo 3	1264,063

Tabella 4.29 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 4 mark nella condizione B2\_R2\_D2

	Hz da B&K
modo 1	250,113
modo 2	691,399
modo 3	1307,413

Tabella 4.30 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione rinforzata sottoposta al primo ciclo di carico, la trave che ha subito il secondo ciclo di carico rinforzata mostra che le funzioni di risposta in frequenza diminuiscono leggermente. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.35).

#### *Stato di danno B2\_R2\_D3*

Si è passati alla prova di tipo statico applicando il terzo stato di danno che consiste nel caricare la trave con un carico di 9 kN.

Anche con un carico di 9 kN non si sono riscontrati danni visibili ad occhio nudo oltre quelli fatti a trave non rinforzata.

Alla prova dinamica invece, vengono mostrati i differenti valori della risposta in frequenza della trave. Viene mostrato in (Figura 4.43) il grafico dato dalla sovrapposizione dei grafici delle FRF in modo da riuscire ad individuare i valori sperimentali (Tabella 4.31). Inoltre, il software ci fornisce una stima dei valori ricavati direttamente dalla misura (Tabella 4.32). Questi dati forniscono un'ulteriore comparazione rispetto ai dati ricavati dalla sovrapposizione dei grafici dei singoli mark e dai dati ricavati teoricamente.

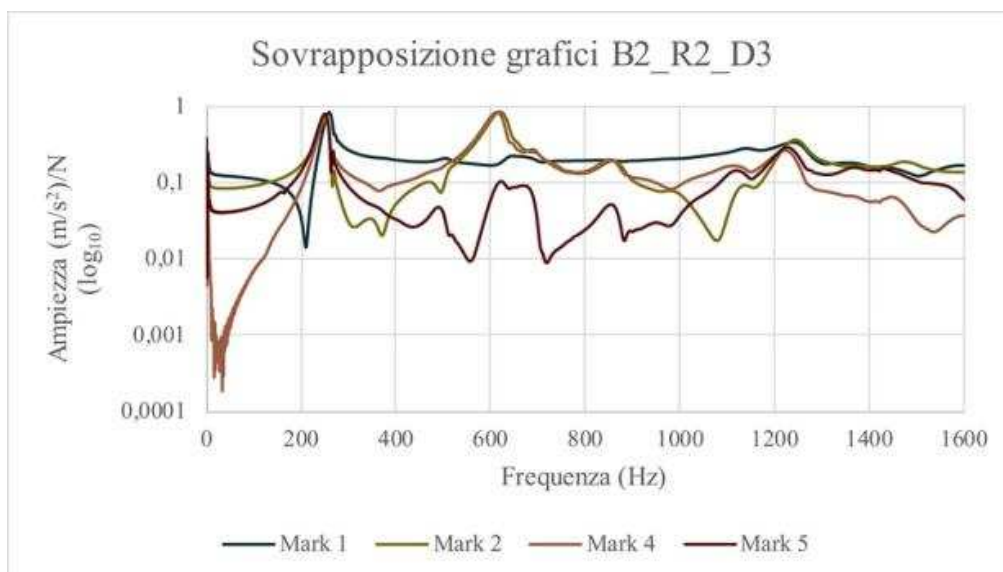


Figura 4.43 – Sovrapposizione grafici FRF dei 4 mark – trave B2\_R2\_D3



	Hz
modo 1	254,688
modo 2	622,656
modo 3	1232,813

Tabella 4.31 – Valori della frequenza ricavati graficamente dalla sovrapposizione delle FRF dei 4 mark nella condizione B1\_R1\_D3

	Hz da B&K
modo 1	245,529
modo 2	671,099
modo 3	1277,324

Tabella 4.32 – Valori della frequenza ricavati dal software Brüel & Kjær

Si può notare come rispetto alla trave in condizione rinforzata sottoposta al primo e al secondo ciclo di carico, la trave che ha subito il terzo ciclo di carico rinforzata mostra che le funzioni di risposta in frequenza diminuiscono leggermente rispetto alle precedenti. Il confronto viene fatto nella (Tabella 4.35).

Di seguito viene mostrato il diagramma della coerenza riferito al Mark 2, in cui è possibile notare che il modulo del complesso insieme alla coerenza sono congruenti tra loro e quindi la definizione dei punti ricavati di frequenza è attendibile. (Figura 4.44)

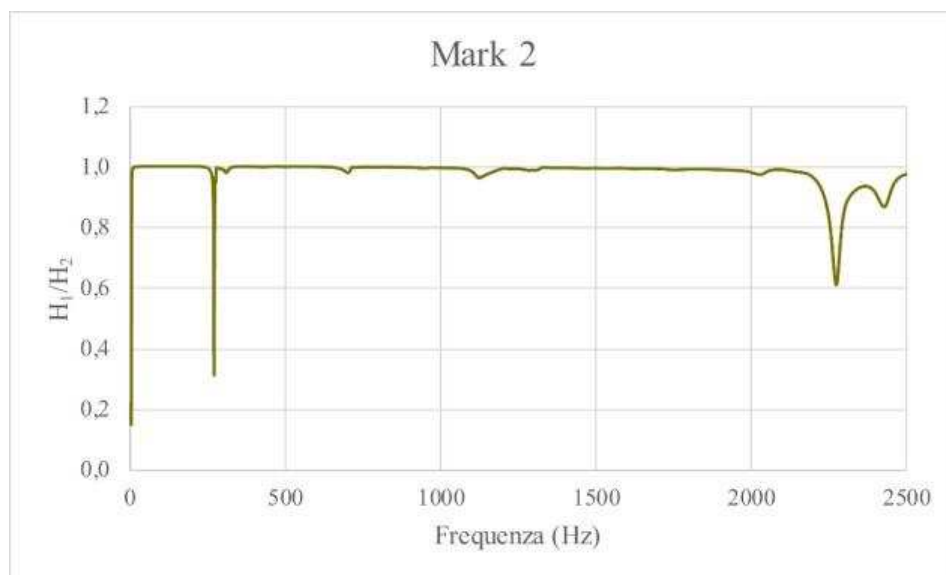
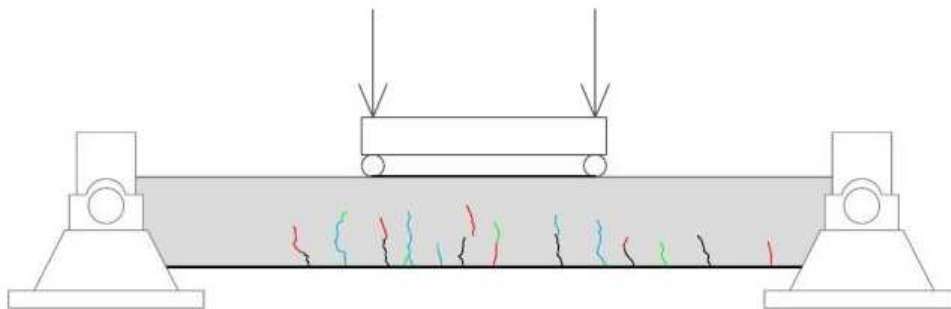


Figura 4.44 – Coerenza corrispondente al mark 2 – trave B2\_R2\_D3

### *Condizione di rottura B2*

Per completare la prova, il provino viene portato a rottura. Durante la prova a rottura vengono misurati le deformazioni attraverso la strumentazione prima descritta.

In particolare, i danni si ripresentano a partire da un carico di 12 kN ed tendono ad aumentare ma non in maniera veloce. Nello schema seguente (Figura 4.45) si mostrano i danni che si sono evidenziati per i carichi corrispondenti a 12 kN (in azzurri) e 15 kN (in verde).



*Figura 4.45 – Schematizzazione danni – trave B2*

La rottura è avvenuta a circa 23 kN (Figura 4.46).

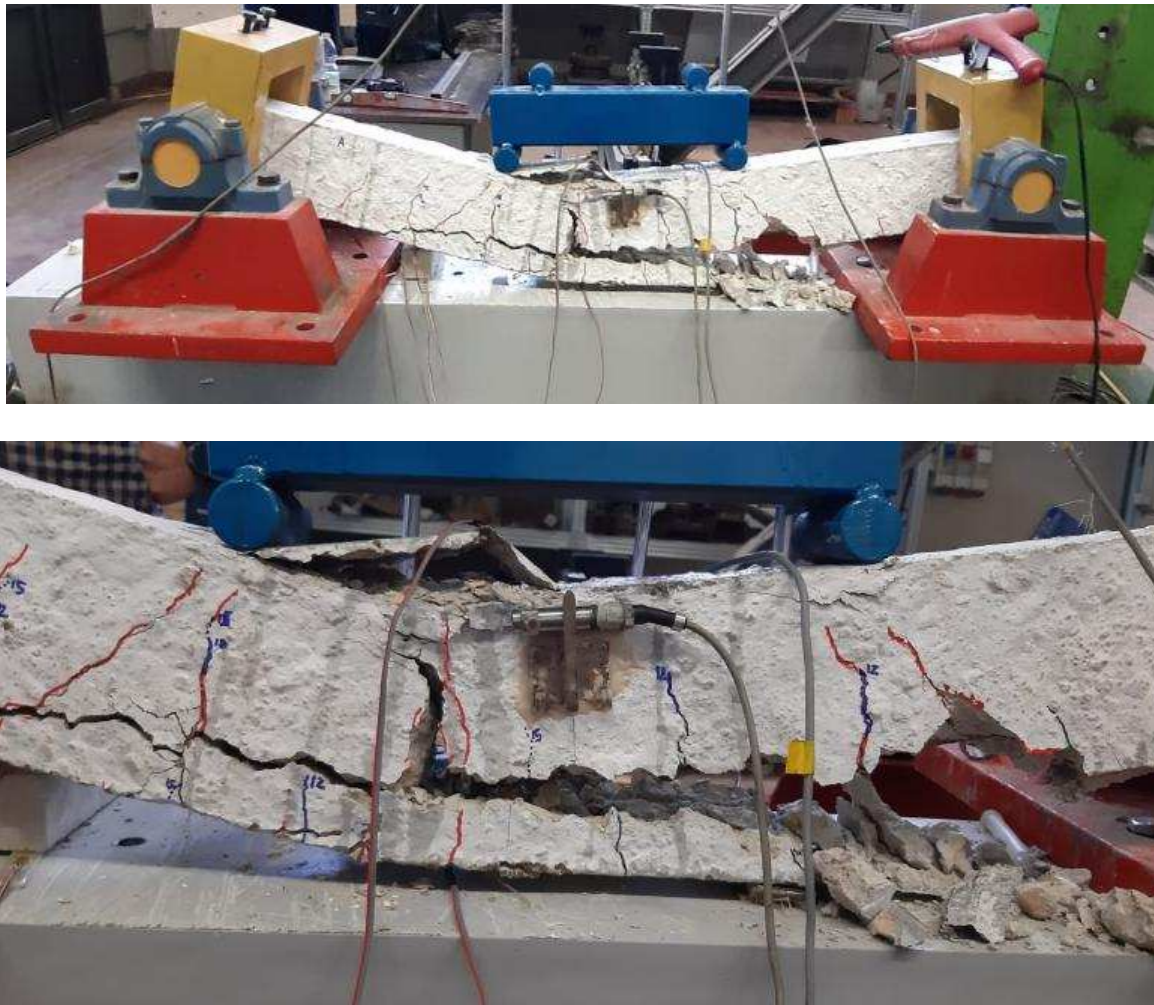


Figura 4.46 – Rottura provino – trave B2

#### *Risultati statici trave B2 non rinforzata*

Dalle misurazioni effettuate sulla trave non rinforzata sono stati ricavati i seguenti valori e diagrammi che caratterizzano il comportamento del campione prima di applicare il rinforzo.

Nella tabella vengono riportati i valori acquisiti da ogni strumentazione utilizzata per ogni step di carico.

	Carico	Spostamento	Deformazione cls a compressione	Deformazione cls a trazione
Damage Steps	[kN]	[mm]	[um/m]	[um/m]
B2_D0	–	–	–	–
B2_D1	3	0,30030	18,68615	131,11
B2_D2	6	1,92775	49,24578	246,667
B2_D3	9	1,53058	449,553	2446,523

Tabella 4.33 – Valori spostamenti e deformazioni ricavati da prove statiche

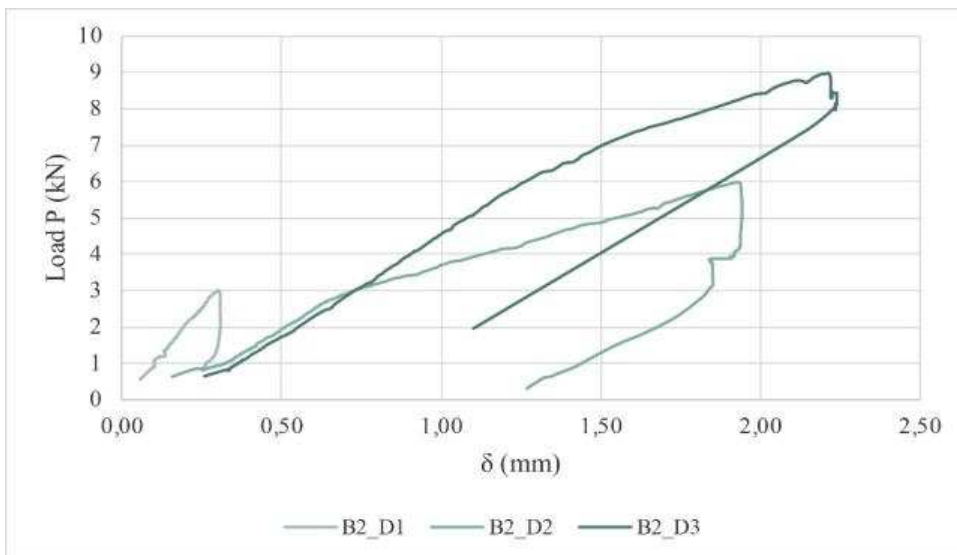


Figura 4.47 – Diagramma Forza-Freccia – trave B2 non rinforzata

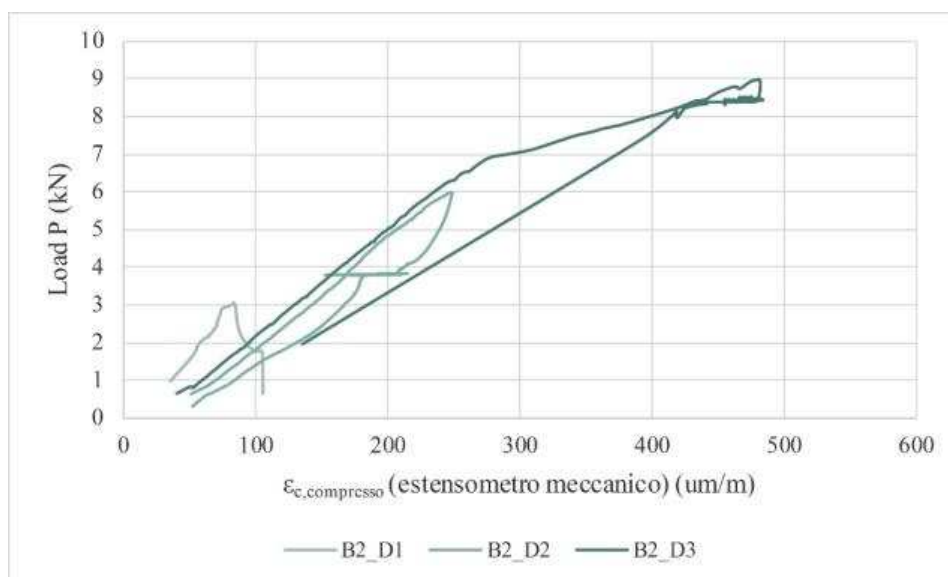


Figura 4.48 – Diagramma Forza-Deformazione calcestruzzo compresso – trave B2 non rinforzata

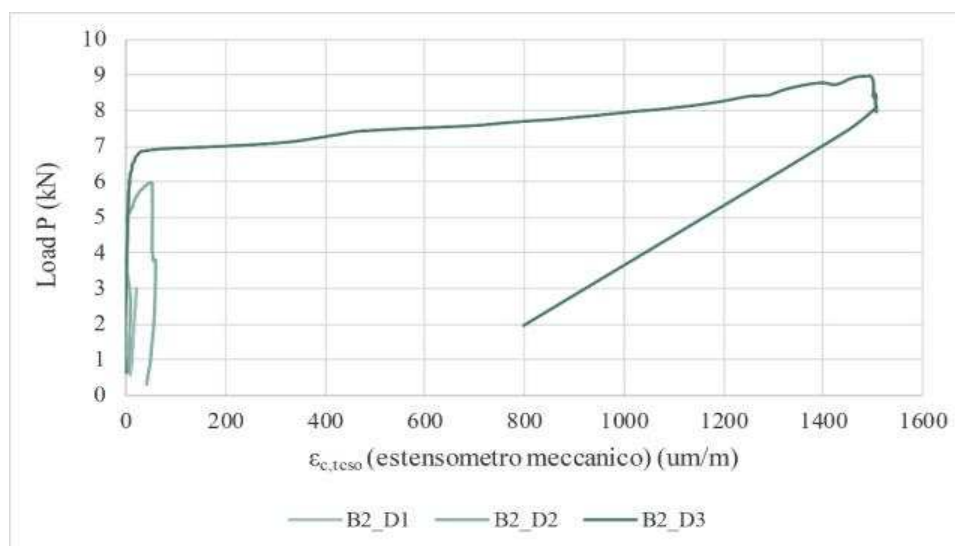


Figura 4.49 – Diagramma Forza-Deformazione calcestruzzo teso – trave B2 non rinforzata

### Risultati statici trave B2 rinforzata

Dalle misurazioni effettuate sulla trave rinforzata sono stati ricavati i seguenti valori e diagrammi che caratterizzano il comportamento del campione prima di applicare il rinforzo.

Nella tabella vengono riportati i valori acquisiti da ogni strumentazione utilizzata per ogni step di carico.

Nella presente prova, sono stati predisposti due trasduttori di spostamento verticale in maniera simmetrica, infatti i valori sono molto simili tra loro e il valore indicato in tabella è unico e valutato in base ai risultati. Anche gli estensometri per il controllo della deformazione del calcestruzzo compresso sono stati messi in maniera simmetrica portando così un risultato molto simile tra i due e quindi ne è stato preso un valore unico.

	Carico	Spostamento 1	Spostamento 2	Deformazione GFRP a compressione (strain gauges)	Deformazione GFRP a trazione (strain gauges)	Deformazione GFRP a trazione (strain gauges) inglobato tra i 2 strati di rinforzo
Damage Steps	[kN]	[mm]	[mm]	[um/m]	[um/m]	[um/m]
B2_R1_D0	–	–	–	–	–	–
B2_R1_D1	3	0,8375	0,71875	158,16	187,92	157,92
B2_R1_D2	6	1,20938	1,20313	310,32	458,88	381,6
B2_R1_D3	9	1,51875	1,58125	450,48	847,68	760,32

	Carico	Deformazione cls a compressione (estensometro)	Deformazione cls a compressione (estensometro)	Deformazione cls a compressione (estensometro)	Deformazione cls a compressione (estensometro)
Damage Steps	[kN]	[um/m]	[um/m]	[um/m]	[um/m]
B2_R2_D0	–	–	–	–	–
B2_R2_D1	3	112,929	79,805	112,929	79,805
B2_R2_D2	6	154,546	118,151	154,546	118,151
B2_R2_D3	9	273,132	–	273,132	–

Tabella 4.34 – Valori spostamenti e deformazioni ricavati da prove statiche

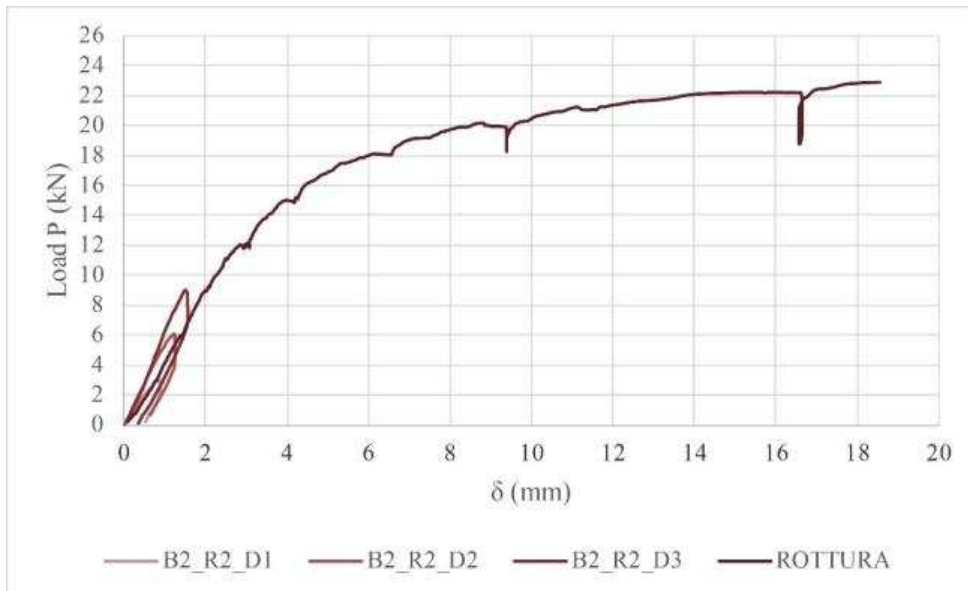


Figura 4.50 – Diagramma Forza-Freccia – trave B2 rinforzata

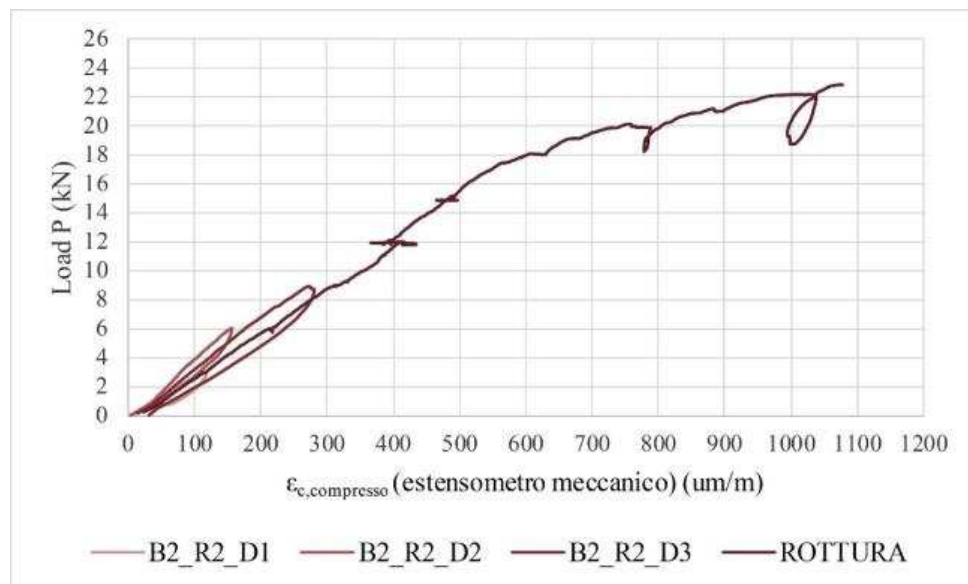


Figura 4.51 – Diagramma Forza-Deformazione calcestruzzo compresso – trave B2 rinforzata

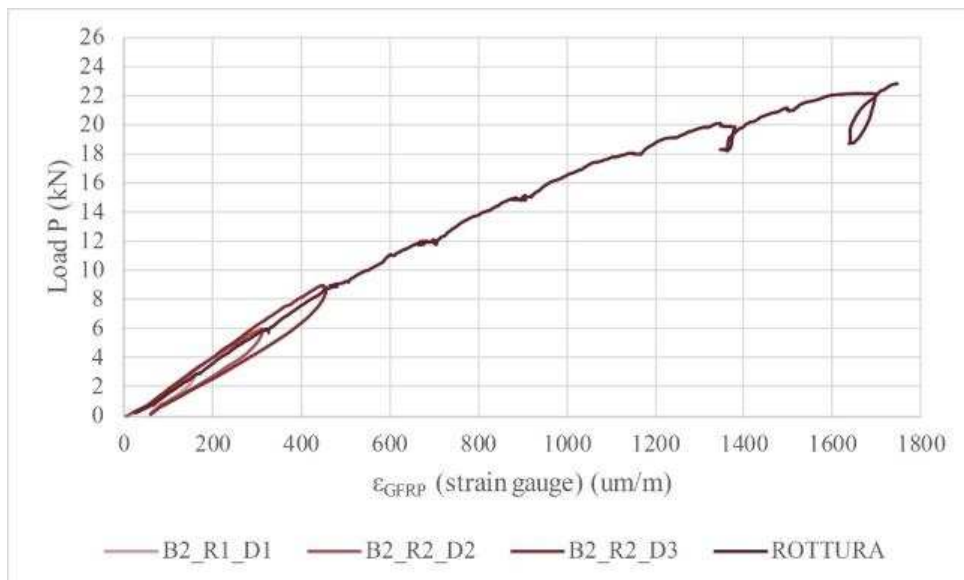


Figura 4.52 – Diagramma Forza-Deformazione striscia di GFRP – trave B2 rinforzata

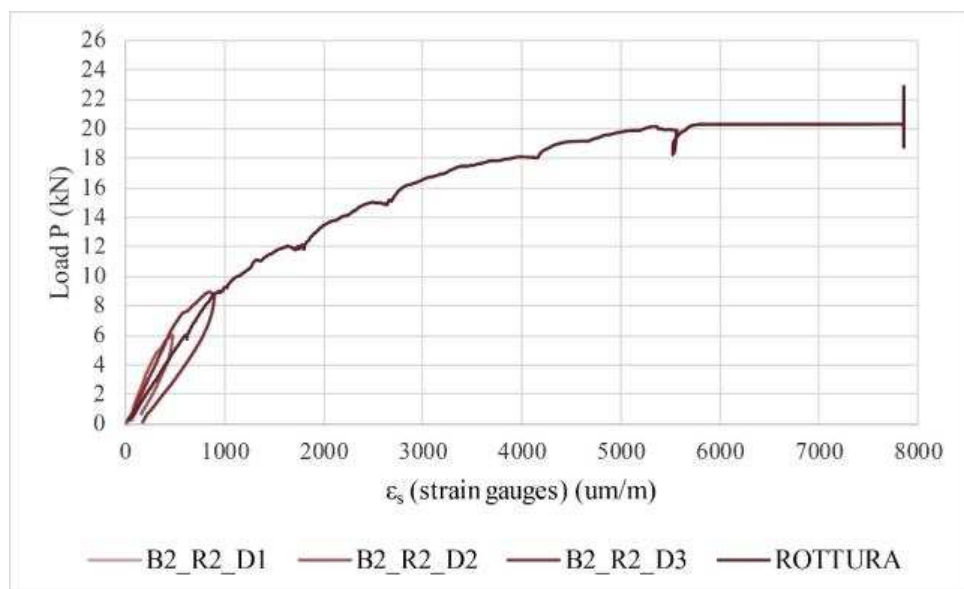


Figura 4.53 – Diagramma Forza-Deformazione acciaio – trave B2 rinforzata

#### Risultati dinamici trave B2

Dalle prove dinamiche, vengono riassunti nelle tabelle seguenti i risultati forniti in relazione alle FRF. La tabella 5.35 contiene i dati delle frequenze sperimentali registrate per travi non rinforzate (B2\_D0, B2\_D1, B2\_D2, B2\_D3) e per travi rinforzate (B2\_R2\_D0, B2\_R2\_D1, B2\_R2\_D2, B2\_R2\_D2, B2\_R2\_D3) e sono visibili i confronti percentuali tra la frequenza sperimentale per ogni grado di danneggiamento e la trave integra.

	f1	$\Delta f1/f_{D0}$	f2	$\Delta f2/f_{D0}$	f3	$\Delta f3/f_{D0}$
Damage Degree	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]
B2_D0	354,687	–	926,562	–	1674,22	–
B2_D1	296,094	16,520	837,500	9,612	1612,5	3,686
B2_D2	206,375	41,815	634,375	31,535	1267,19	24,312
B2_D3	207,812	41,410	607,031	34,486	1194,53	28,651
B2_R1_D0	285,937	19,383	777,344	16,104	1420,31	15,166
B2_R1_D1	260,938	26,431	634,375	31,535	1275	23,845
B2_R1_D2	255,469	27,973	634,375	31,535	1264,06	24,498
B2_R1_D3	254,688	28,194	622,656	32,799	1232,81	26,365

Tabella 4.35 – Valori FRF ricavati da prove dinamiche

### Ulteriori valutazioni

Dai valori registrati durante la prova statica, si estrapolano i valori di deformazione registrati durante i cicli di carico, in funzione dell'altezza della sezione, per ogni ciclo di carico.

Seguono i diagrammi deformativi per la sezione di mezzeria per ciascun livello di carico della trave B1 (Figura 4.54), della trave B2 (Figura 4.55).

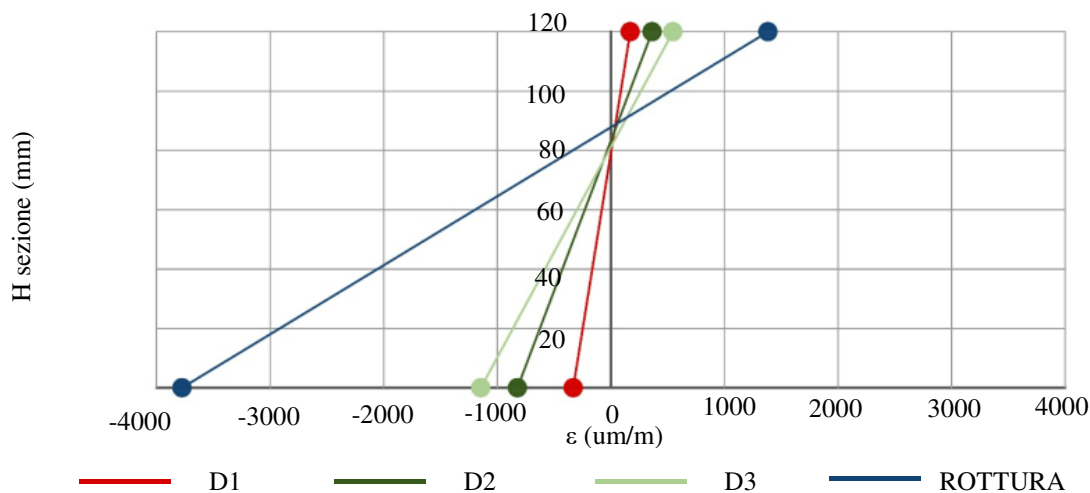


Figura 4.54 – Diagramma deformativo per la sezione di mezzeria per ciascun livello di carico della trave B1

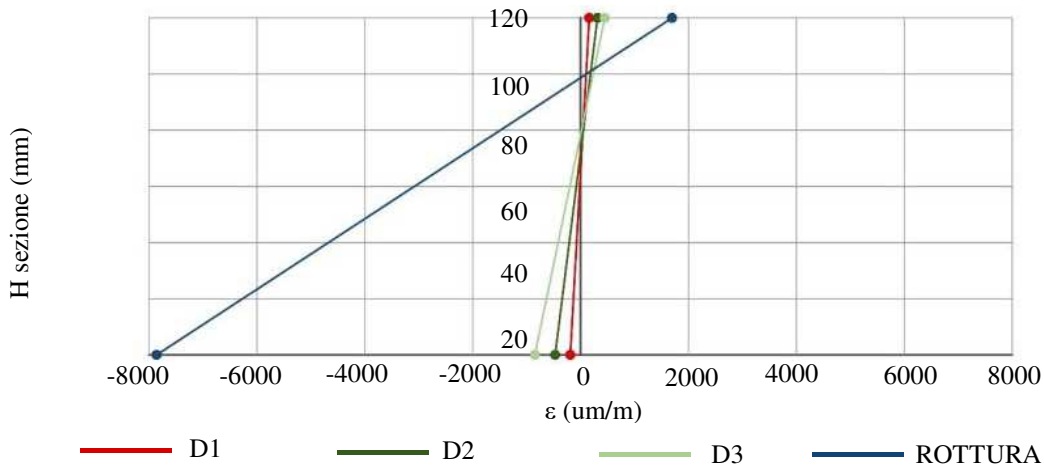


Figura 4.105 – Diagramma deformativo per la sezione di mezzeria per ciascun livello di carico della trave B2



## 5. MODELLAZIONE NUMERICA DI TRAVI IN C.A.

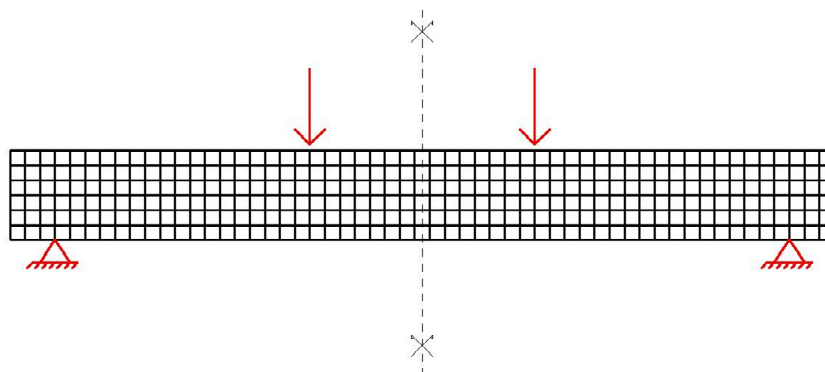
Al fine di creare un modello agli elementi finiti 2D/3D in grado di simulare e descrivere il comportamento statico e dinamico, sia per la trave integra, sia per le travi rinforzate mediante tessuto in GFRP incollato esternamente alla stessa è stato sviluppato un modello 3D mediante software Ansys APDL.

### 5.1 ANALISI STATICA NON LINEARE

#### 5.1.1 CREAZIONE DELLA GEOMETRIA AGLI ELEMENTI FINITI

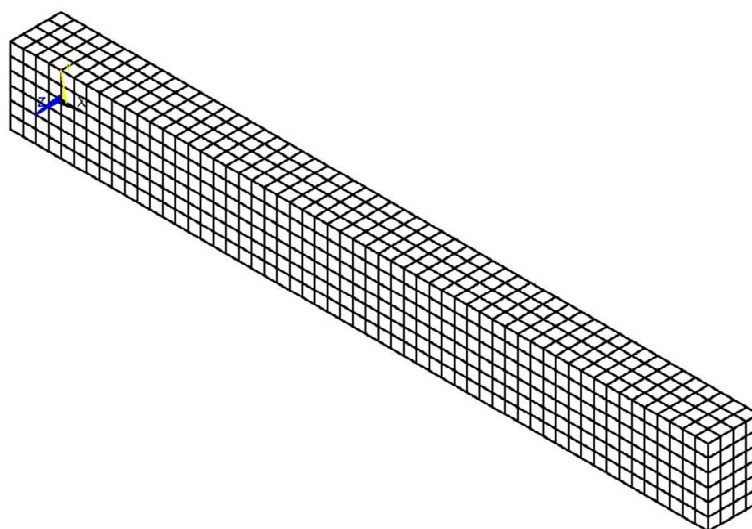
Per quanto riguarda la scelta della geometria complessiva del modello si è deciso di adottare un modello che considerasse l'intera geometria della trave date le ridotte dimensioni di queste ultime. Per ridurre gli oneri computazionali si è scelto di modellare la trave come unico corpo e di avere una mesh omogenea (Figura 5.1).

Tale scelta è stata condizionata anche dal fatto che i nodi di interfaccia tra i vari elementi devono coincidere affinché ci sia trasmissione delle azioni agenti su ciascuno di essi.



*Figura 5.1 – Modellazione dell'intera geometria della trave*

Il modello tridimensionale complessivo comprendente gli elementi di calcestruzzo e barre d'armatura è mostrato in Figura 5.2.

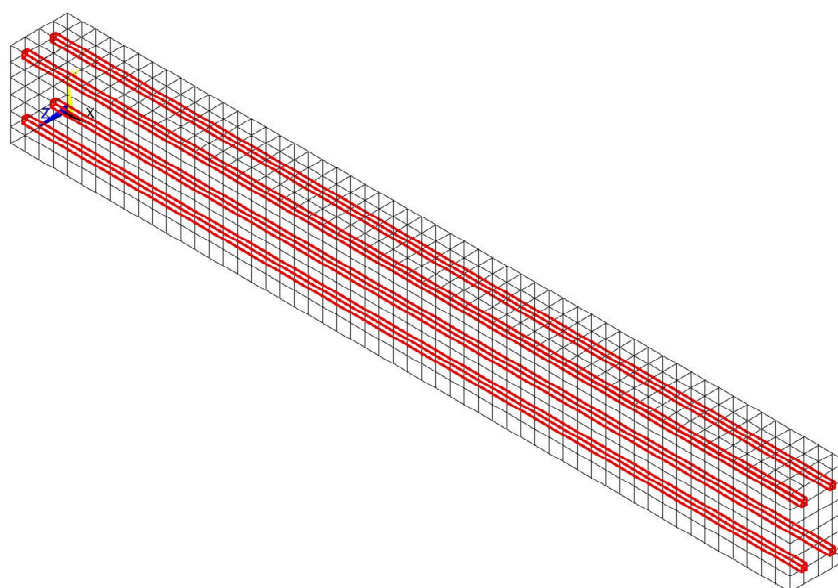


*Figura 5.2 – Modello tridimensionale complessivo*

Per quanto riguarda le barre d'armatura, queste ultime, sono state modellate come linee a cui in un secondo momento è stata associata un'area equivalente di sezione corrispondente all'area di un  $\phi 6$ . Anch'esse sono state modellate in modo da far coincidere ciascun nodo del calcestruzzo con ciascun nodo dell'armatura.

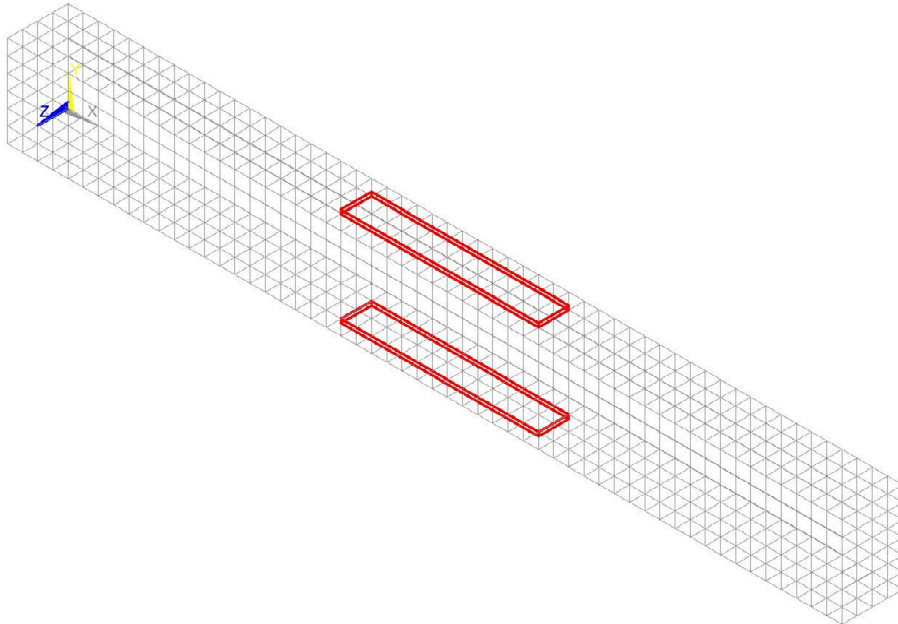
Per la modellazione delle barre si è proceduto disegnando i punti estremi a ciascuna linea e successivamente unendo ciascun punto con una linea.

All'interno del solutore otteniamo un sistema complessivo di linee rappresentanti l'armatura come raffigurato nella figura 5.3.

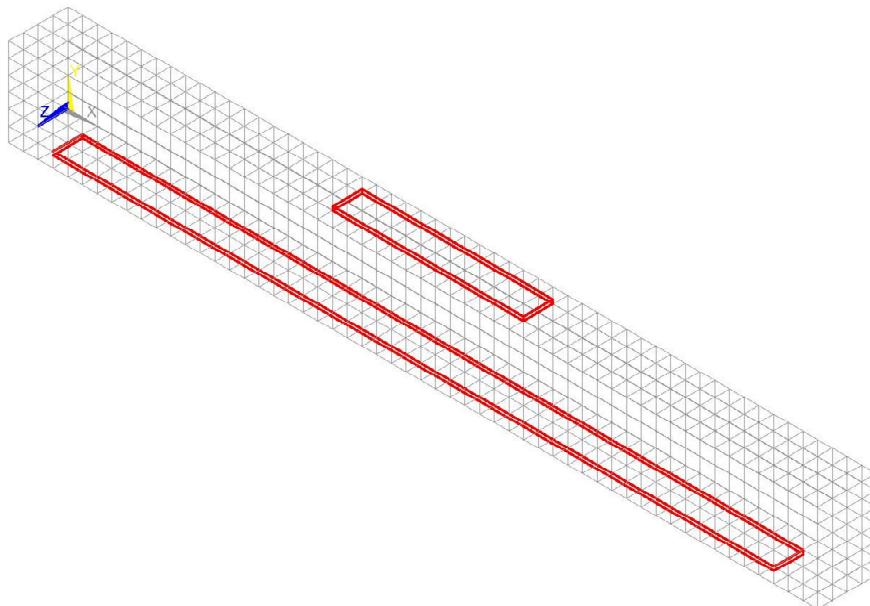


*Figura 5.3 – Geometria delle barre di armatura.*

I modelli sperimentali prevedono inoltre la presenza dei rinforzi in GFRP, modellati come elementi messi a contatto con la trave considerando il perfetto legame tra le interfacce (calcestruzzo – resina epossidica e resina epossidica – FRP) come rappresentato nelle figure 5.4 e 5.5.



*Figura 5.4 – Modello complessivo trave rinforzata con 30cm in mezzeria.*



*Figura 5.5 – Modello complessivo trave rinforzata con 30cm all'estradosso ed 1m all'intradosso.*

## 5.1.2 SCELTA DEI TIPI DI ELEMENTI

Le analisi numeriche sono state effettuate utilizzando modelli ad elementi finiti in campo non lineare implementati nel codice Ansys. La modellazione al continuo è stata condotta impiegando, per il calcestruzzo l'elemento finito isoparametrico a otto nodi con otto punti di integrazione di Gauss, denominato Solid65 concrete, per le barre di armatura l'elemento finito a due nodi denominato Link180, mentre per il rinforzo in GFRP l'elemento Solid185 a otto nodi.

### Elemento finito Solid65

Il materiale calcestruzzo è stato modellato con un elemento brick ad otto nodi Solido (Solid65). La geometria di un elemento Solid65 è illustrato in Figura 5.6.

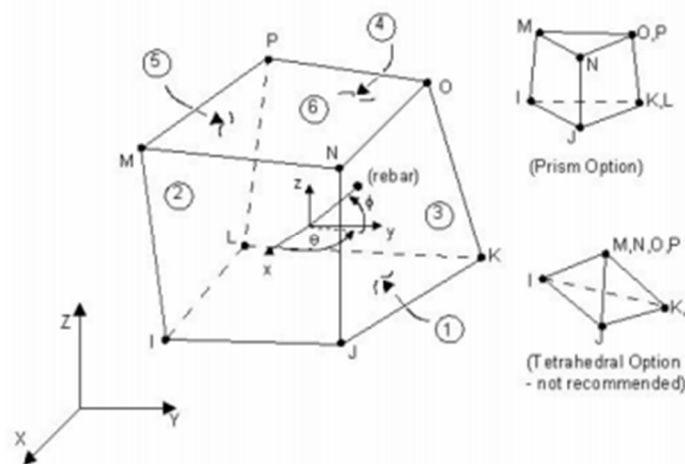


Figura 5.6 – Geometria dell'elemento Solid65

Questo elemento, considerando un set  $2 \times 2 \times 2$  di punti Gaussiani di interazione, ha otto nodi con tre gradi di libertà in ogni nodo, la traslazione dei nodi  $x$ ,  $y$  e  $z$ , con capacità di deformazione plastica, di fessurazione nelle tre direzioni ortogonali e di schiacciamento. Inoltre, l'elemento Solid65 ha una speciale capacità di fessurazione in trazione e una capacità di schiacciamento per compressione. Tuttavia, il più importante aspetto di questo elemento è il trattamento delle non linearità del materiale. Il calcestruzzo è in grado di fessurarsi nelle tre direzioni ortogonali, di schiacciarsi, di deformarsi plasticamente e di deformarsi viscosamente. Le armature sono in grado di lavorare a trazione e a compressione, ma non a taglio. Sono anche in grado di deformarsi plasticamente e di subire deformazioni viscosi. Nell'utilizzare in un'analisi non lineare l'elemento solid65 occorre tenere in considerazione i seguenti punti fondamentali:

- Gli elementi non possono avere un volume pari a zero;

- I piani degli elementi possono essere numerati (help ANSYS – Solid65). Inoltre l'elemento non può essere deformato in modo tale che l'elemento singolo venga trasformato in due volumi separati. Ciò si verifica frequentemente quando gli elementi non sono numerati correttamente;
- Tutti gli elementi devono avere otto nodi;
- Una forma tetraedrica è inoltre disponibile;
- Le forme in più vengono cancellate automaticamente per gli elementi tetraedrici;
- Viene utilizzata la capacità di considerare la presenza di armature all'interno dell'elemento in cemento armato, le armature si presume siano diffuse in tutto l'elemento. La somma dei rapporti di volume per tutte le armature non deve essere maggiore di 1,0;
- L'elemento è non lineare e richiede una soluzione reiterata. Quando sia la fessurazione che lo schiacciamento dell'elemento sono considerati contemporaneamente, deve essere posta particolare attenzione nell'applicazione del carico che deve avvenire lentamente per evitare un prematuro schiacciamento del calcestruzzo, prima che un corretto trasferimento del carico può avvenire attraverso una fessura chiusa. Questo accade solitamente quando eccessive deformazioni per trazione sono accoppiate a direzioni ortogonali non fessurate tramite l'effetto di Poisson. Inoltre, nei punti di integrazione in cui lo schiacciamento si è verificato, la deformazione plastica e viscosa vengono dal precedente sub-step convergente. Inoltre, una volta che la fessurazione si è verificata, la deformazione elastica include la deformazione per fessurazione. La resistenza al taglio perduta negli elementi fessurati e/o schiacciati non può essere trasferita alle armature, che non hanno la rigidità a taglio.

In ANSYS le seguenti ipotesi principali e restrizioni di applicano per l'elemento Solid65.

- La fessurazione è consentita nelle tre direzioni ortogonali ad ogni punto di integrazione.
- Se la fessurazione avviene ad un punto di integrazione, quest'ultima è modellata mediante una regolazione delle proprietà dei materiali che tratta efficacemente la fessurazione come se ci fosse una serie di fessure “spalmate”, piuttosto che fessure discrete.
- Il materiale concrete si presume essere inizialmente isotropo.

- Quando viene utilizzata la funzione di rinforzo dell'elemento, il rinforzo si presume essere “spalmato” in tutto l'elemento.
- Oltre alla fessurazione e schiacciamento, il calcestruzzo può subire plasticità, in cui la superficie di rottura Drucker-Prager può essere più comunemente usata. In questo caso, la plasticità è fatta prima dei controlli di fessurazione e di schiacciamento.

### Elemento finito Link180

I rinforzi in acciaio possono essere simulati nella modellazione agli elementi finiti di strutture in cemento armato mediante tre metodi, in questo caso si è scelto di adottare il modello discreto come descritto nella figura 5.7

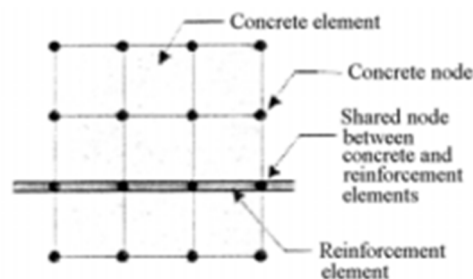


Figura 5.7 – Modello discreto per la rappresentazione delle armature

Nel modello discreto il rinforzo in acciaio, simulato utilizzando degli elementi link, elementi tiranti o travi monodimensionali, è collegato ai nodi di elementi concreti. I principali inconvenienti di questo modello discreto sono che la configurazione a maglia del calcestruzzo è limitata dalla posizione del rinforzo e di volume del rinforzo in acciaio non viene detratto dal volume di calcestruzzo.

Nel modello agli elementi finiti sviluppato, è stato impiegato un elemento di collegamento a due nodi, Link180, per simulare le barre di armatura longitudinali presenti nelle travi.

Il Link 180 è un elemento asta 3D con tre gradi di libertà traslazionali ad ogni nodo nelle direzioni x, y, z, ed è in grado di deformarsi plasticamente. In aggiunta alle caratteristiche dell'elemento è stata assegnata la relativa costante reale (cioè l'area di sezione trasversale) a ciascuna barra in acciaio. Poiché l'elemento è in grado di trasmettere solo carichi assiali, allora il rapporto sforzo-spostamento è il seguente:

$$\varepsilon = \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5.1)$$

## Elemento finito Solid185

Per modellare le strisce di FRP è stato utilizzato l'elemento solido brick tridimensionale ad otto nodi, solid185. La geometria di un elemento Solid185 è illustrato in Figura 5.8.

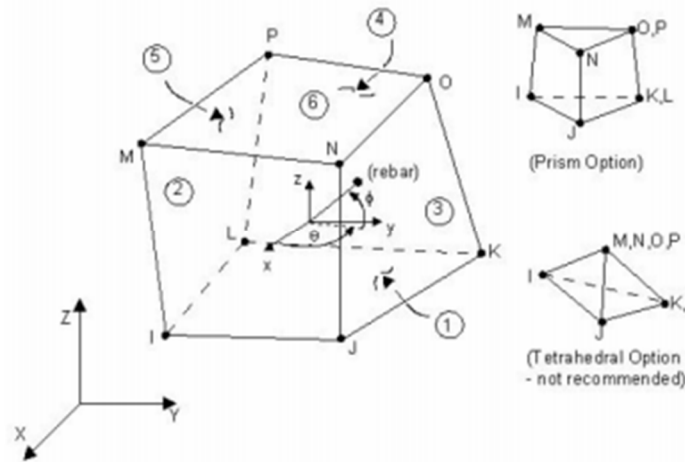


Figura 5.8 – Geometria dell'elemento Solid185

L'elemento Solid185 considerando un set di  $2 \times 2 \times 2$  punti di integrazione di Gauss, ha otto nodi con tre grandi di libertà traslazionali ad ogni nodo nelle direzioni x, y e z. L'elemento Solid185 è stato scelto per modellare il rinforzo in GFRP in quanto è in grado di simulare creep, grandi deformazioni, plasticità, iperelasticità e grandi deflessioni.

### 5.1.3 MODELLAZIONE DEI MATERIALI E CRITERI DI ROTTURA

Tre differenti tipi di materiali sono stati usati per creare il modello agli elementi finiti in ANSYS, acciaio, FRP e calcestruzzo. Le proprietà definite per ciascuno di questi materiali sono descritte di seguito.

#### Calcestruzzo

Per modellare correttamente il calcestruzzo, il modello considerato comprende la definizione di proprietà lineari e multi-lineari elastiche/isotrope in aggiunta al modello non lineare di calcestruzzo definito dal programma ANSYS. Il calcestruzzo è un materiale non lineare pertanto è necessario definire numerose proprietà per rappresentare la sua non linearità in modo corretto.

Occorre dunque definire il suo comportamento di base lineare elastico ed isotropo mediante:

- Coefficiente di Poisson ( $\nu$ )

- Modulo elastico ( $E_c$ )

Il coefficiente di Poisson è stato assunto pari a 0.15 per tutti i modelli mentre per quanto riguarda il modulo elastico del calcestruzzo è stato stato assunto pari a 28000 N/mm<sup>2</sup>.

Inoltre deve essere definito il legame sforzo-deformazione a compressione uniaassiale (proprietà del materiale multilineare inelastico) per il calcestruzzo. In questo studio si è deciso di creare una curva sforzo-deformazione sulla base delle indicazioni fornite dal D.M. 14 Gennaio 2008 per la definizione dei modelli  $\sigma$ - $\epsilon$  per il calcestruzzo. Le norme tecniche per le Costruzioni prescrivono che per la definizione del diagramma tensione-deformazione del calcestruzzo è possibile adottare opportuni modelli rappresentativi del reale comportamento del materiale, modelli definiti in base alla resistenza di calcolo  $f_{cd}$  ed alla deformazione ultima  $\epsilon_{cu}$ .

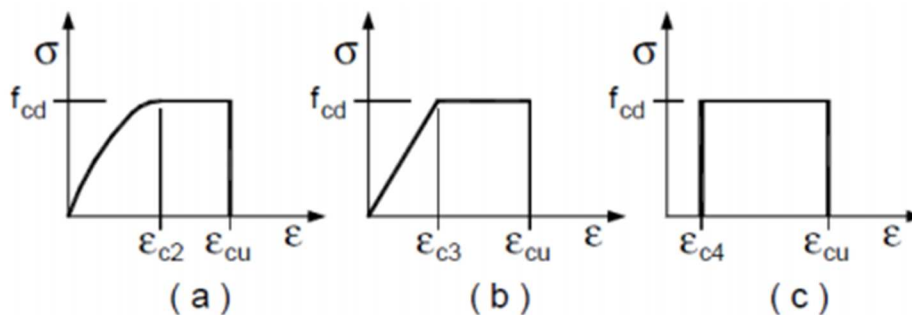


Figura 5.9- Modelli  $\sigma$ - $\epsilon$  per il calcestruzzo.

In Figura 5.9 sono rappresentati i modelli  $\sigma$ - $\epsilon$  per il calcestruzzo: (a) parabola-rettangolo; (b) triangolo-rettangolo; (c) rettangolo (stress block). In particolare, per le classi di resistenza pari o inferiore a C50/60 si può porre:

$$\epsilon_{c2} = 0.20\% \quad \epsilon_{cu} = 0.35\%$$

$$\epsilon_{c3} = 0.175\% \quad \epsilon_{c4} = 0.07\%$$

Purchè si adottino opportune limitazioni quando si usa il modello (c). Per sezioni o parti di sezioni soggette a distribuzioni di tensione di compressione approssimativamente uniformi, si assume per la deformazione ultima a rottura il valore  $\epsilon_{c2}$  anziché  $\epsilon_{cu}$ . Inoltre è importante dire che utilizzando una curva multilineare si facilita la soluzione a convergenza nello svolgimento dell'analisi non lineare.

Per quanto riguarda il valore di  $f_{cd}$  è bene dire che dato che nel caso in esame si è in una situazione di sperimentazione e non di progetto, il valore di  $f_{cd}$  è stato assunto pari a  $f_{ck}$  evitando di utilizzare i coefficienti riduttivi di sicurezza. Nella costruzione della curva è stato assunto un valore di  $f_{ck}$  pari a 24.9 MPa in accordo con i valori dedotti dalla sperimentazione. Si è deciso quindi di



utilizzare la curva sforzo-deformazione mostrata in Figura 5.10.

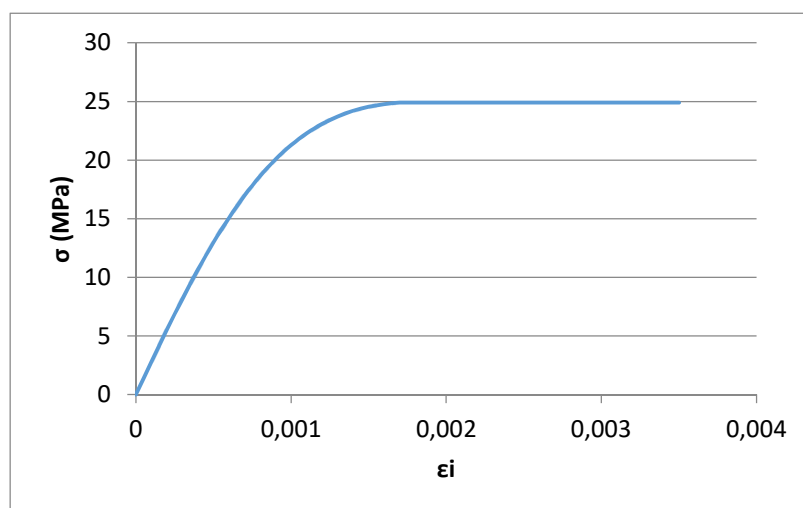


Figura 5.10 – Curva sforzo-deformazione per il calcestruzzo

Nella rappresentazione della curva dal punto avente  $\epsilon_c2 = 0.0017$  si è assunto un comportamento perfettamente plastico. La curva sforzo deformazione è stata definita inelastica, indipendente dal tempo e ad indurimento cinematico ed è stata scelta per rappresentare il comportamento plastico della superficie di rottura. Il criterio di rottura di Von Mises è stato poi scelto per implementare la curva sforzo-deformazione multilineare.

Nel programma di calcolo agli elementi finiti ANSYS, per l'elemento Solid65 è implementata la possibilità di modellare il comportamento non lineare del materiale fragile ad esso assegnato come ad esempio il calcestruzzo. Il Solid65 è un apposito elemento tridimensionale ed il suo criterio di rottura è definito sulla base degli studi di Williams e Warnke.

Perciò per il materiale calcestruzzo oltre alla definizione del comportamento elastico lineare e all'assegnazione di un legame sforzo-deformazione a compressione uniassiale multilineare inelastico è stato associato un criterio di crisi per fessurazione a trazione e per schiacciamento in compressione. Il modello consente l'apertura delle stesse in tre direzioni ortogonali per ciascun punto di integrazione. La fessurazione è simulata attraverso una banda diffusa di lesioni (smeared crack) e modellata attraverso una modifica delle proprietà del materiale.

La presenza di un crack (fessurazione per trazione) in corrispondenza di un punto di integrazione è rappresentata attraverso una modifica della relazione stress-strain mediante l'introduzione di un piano di debolezza in direzione normale alla faccia del crack. Viene adottato un coefficiente ( $\beta_t$ ) di trasferimento delle tensioni tangenziali che rappresenta un fattore di riduzione della resistenza al taglio per i carichi successivi, a quello che ha prodotto la fessura, che inducono scorrimento lungo la superficie del crack. Viene dunque definito un coefficiente per fessura aperta ( $\beta_t = 0.3$ ) e uno per richiusura della fessura ( $\beta_c = 0.7$ ) variando dunque la relazione stress-strain per un materiale

fessurato.

Attraverso il coefficiente  $T_c$  è possibile stabilire il rilascio della tensione di trazione subito dopo il crack.

Vengono quindi definite diverse costanti, necessarie per permettere al programma il criterio di Willam e Warnke, queste nove costanti sono:

- $f_c$ , resistenza a compressione uniassiale, ( $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$ );
- $f_t$ , resistenza a trazione uniassiale, ( $f_t = 3.3 \text{ N/mm}^2$ );
- $\beta_t$ , coefficiente di trasmissione della tensione tangenziale a fessura aperta, ( $\beta_t = 0.3$ );
- $\beta_c$ , coefficiente di trasmissione della tensione tangenziale a fessura chiusa, ( $\beta_c = 0.7$ );
- $f_{cb}$ , resistenza a compressione biassiale, ( $f_{cb} = 0$ );
- $f_1$ , resistenza a compressione biassiale in presenza di uno stato di tensione idrostatico, ( $f_1 = 0$ );
- $f_2$ , valore della resistenza a compressione uniassiale in presenza di uno stato di tensione idrostatico, ( $f_2 = 0$ );
- $\sigma_h$ , valore della pressione idrostatica per l'uso delle costanti  $f_1$  e  $f_2$ , ( $\sigma_h = 0$ );
- $T_c$ , fattore di riduzione della resistenza a trazione dopo il raggiungimento del suo valore massimo, ( $T_c = 0.6$ ).

Il valore del coefficiente di trasferimento del taglio è un valore compreso tra 0 e 1 e caratterizza le condizioni dell'interfaccia della fessura. Assumendo un valore a 0 si suppone che la fessura sia liscia (piena perdita di trasferimento del taglio), mentre ipotizzando un valore pari a 1 si ipotizza che la fessura sia ruvida (assenza di perdita di trasferimento del taglio). Per evitare problemi di convergenza questo valore deve essere superiore o uguale a 0.2, al variare del coefficiente non si verifica nel modello numerico una sostanziale variazione. Pertanto, il coefficiente per le fessure aperte è stato fissato pari a 0.3. Per quanto riguarda il coefficiente della tensione tangenziale a

fessura richiusa è stato assunto pari a 0.7. Il valore della resistenza a trazione uniassiale è stata calcolata in base al valore caratteristico della resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo secondo la formula 91 fornita dell'EN 1992-1-1.

$$f_{ctm} = 0.30 f_{ck} \frac{2}{3} \leq C50/60$$

Perciò il valore della resistenza a trazione uniassiale è stato assunto pari a 3.3 N/mm<sup>2</sup>. La resistenza a compressione uniassiale è stata assunta pari al valore caratteristico della resistenza a compressione del calcestruzzo in accordo con i valori ottenuti dalla sperimentazione, ovvero pari a 24.9 N/mm<sup>2</sup>.

Per quanto riguarda la resistenza a compressione biassiale e le resistenze a compressione in presenza di uno stato di tensione idrostatico sono stati assunti i valori di default pari a 0.

Il coefficiente T<sub>c</sub> è un fattore che considera la riduzione della resistenza a trazione dopo il raggiungimento del suo valore massimo. Il suo valore varia tra 0 e 1, il valore 0 indica la completa perdita di trazione a rottura. Il valore assunto è pari a 0.6.

## **Acciaio**

Per la definizione del comportamento dell'acciaio delle barre di armatura si è adottato un modello di materiale elastico lineare isotropo rappresentativo delle sue proprietà in campo lineare, mentre un modello di materiale non lineare inelastico è stato adottato per rappresentare le proprietà del materiale in campo non lineare. Per la rappresentazione del comportamento elastico isotropo solo due proprietà del materiale sono necessarie:

- Coefficiente di Poisson ( $\nu$ )
- Modulo elastico ( $E_c$ )

Per il coefficiente di Poisson è stato assunto pari a 0.15 mentre il modulo elastico è stato definito pari a 210000 N/mm<sup>2</sup>, in accordo con quanto definito dalla sperimentazione.

Per la definizione del comportamento non lineare del materiale occorre definire un'opportuna curva sforzo-deformazione. Per tutti gli scopi pratici l'acciaio assume la stessa curva sforzo-deformazione sia in compressione che in trazione. La relazione sforzo-deformazione dell'acciaio presenta un tratto iniziale elastico lineare, un pianerottolo di snervamento, un intervallo di incrudimento in cui la tensione aumenta nuovamente con la deformazione ed infine un intervallo in cui la sollecitazione diminuisce finché non si verifica la frattura. L'entità del pianerottolo di snervamento è funzione della resistenza a trazione dell'acciaio. Dove  $E_w = 0.1E_s$ . Secondo le prescrizioni del D.M. 14 Gennaio

2008 per il diagramma tensione-deformazione dell'acciaio è possibile adottare opportuni modelli rappresentativi del reale comportamento del materiale, modelli definiti in base al valore di calcolo  $\epsilon_{ud} = 0.9\epsilon_{uk}$  ( $\epsilon_{uk} = (A_{gt})_k$ ) della deformazione uniforme ultima, al valore di calcolo della tensione di snervamento  $f_{yd}$  ed al rapporto di sovreresistenza  $k=(f_t/f_y)_k$ . In Figura 5.11 sono rappresentati i modelli  $\sigma$ - $\epsilon$  per l'acciaio: (a) bilineare finito con incrudimento e (b) elastico- perfettamente plastico indefinito.

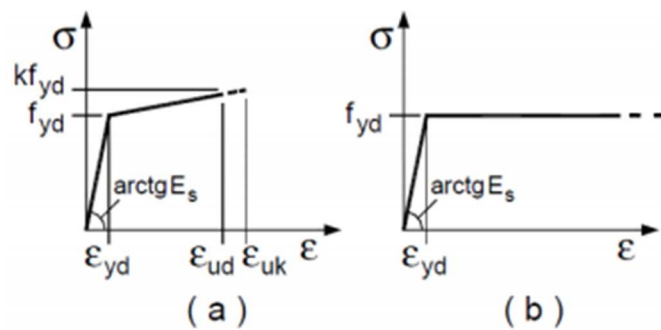


Figura 5.11- Modelli  $\sigma$ - $\epsilon$  per l'acciaio.

Nel presente studio si è utilizzato un legame costitutivo elasto-plastico perfetto. Si suppone cioè che, superato il limite elastico, si possa attribuire all'acciaio un comportamento perfettamente plastico, cioè siano possibili incrementi di deformazione a tensione costante, fino al raggiungimento del limite convenzionale di deformazione a rottura (Figura 5.12).

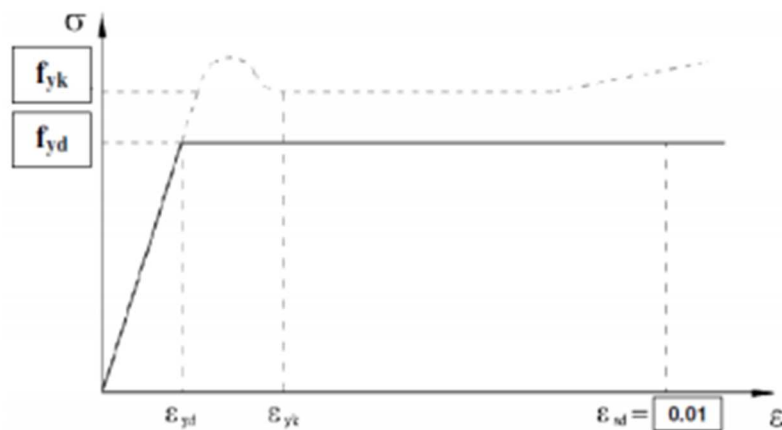


Figura 5.12 – Diagramma bilineare elastico perfettamente plastico

Il modello di materiale isotropo non lineare inelastico bilineare si basa anche sul criterio di rottura di von Mises. Il modello bilineare richiede la definizione della tensione di snervamento ( $f_{yk}$ ), nonché il modulo di elasticità tangente definito per il tratto plastico. La tensione di snervamento è stato definito pari a 391 N/mm<sup>2</sup> in accordo con quanto indicato dalla sperimentazione, mentre il modulo tangente è stato assunto pari a 0 in quanto si suppone la perfetta plasticità del materiale.

## Tessuto impregnato di CFRP

I materiali FRP generalmente mostrano un comportamento elastico lineare su grafici sforzo-deformazione, se sottoposti a trazione, fino alla rottura. Ciò è dimostrato in Figura 5.13, dove è mostrata la curva sforzo-deformazione per diversi materiali in FRP. Questo comportamento è diverso rispetto all'acciaio e al calcestruzzo che mostrano un comportamento non lineare quando si avvicinano alla rottura.

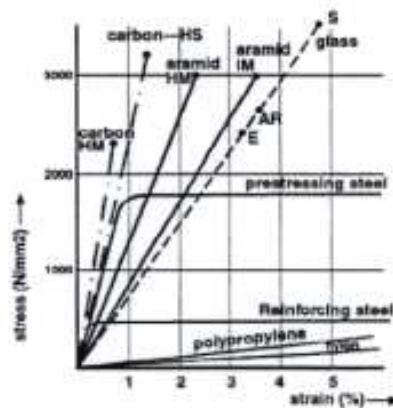


Figura 5.13 – Diagramma tensione-deformazione per fibre confrontato con i diagrammi dell'acciaio

Gli FRP assumono un comportamento elastico lineare fino alla rottura. Pertanto non è stato necessario definire un comportamento non lineare. Le proprietà necessarie da definire per il rinforzo in GFRP sono:

- Coefficiente di Poisson ( $\nu$ );
- Modulo elastico ( $E_f$ ).

Il coefficiente di Poisson è stata definito pari a 0.35 e il modulo elastico è stato definito pari a 70000 N/mm<sup>2</sup> in accordo con quanto indicato dalla sperimentazione. Nel modello agli elementi finiti sono state inoltre assegnate una resistenza a trazione di 1400 N/mm<sup>2</sup> e una deformazione ultima di 0.02.

#### 5.1.4 DEFINIZIONE DELLA MESH

Esistono due differenti tecniche di generazione della mesh: la modellazione solida e la generazione diretta. Nel caso in esame è stato generato il modello agli elementi finiti basato su quest'ultima a causa della complessità del modello geometrico della trave in c.a. rinforzata con tessuto di GFRP impregnato in situ. Sebbene la tecnica della generazione diretta della mesh richieda molto tempo per la generazione della mesh nel caso di grandi dimensioni del modello e il modellista deve concentrarsi maggiormente su ogni dettaglio della maglia, si ha il vantaggio di un controllo completo sulla geometria di ogni elemento e di ogni nodo nel caso di modelli complicati. La discretizzazione in elementi è una parte fondamentale dell'analisi. Il modello agli elementi finiti deve avere una mesh con un'adeguata dimensione di ogni elemento, in quanto il modello di convergenza e la precisione della soluzione dipende fortemente da questo. Quando si modella il calcestruzzo in Ansys e si utilizza l'elemento Solid65, gli studi hanno dimostrato che la dimensione di ciascun elemento dovrebbe essere di circa 1-3 volte più grande della dimensione massima dell'aggregato in modo tale da prevedere con precisione il comportamento a fessurazione. Un uso di una mesh rettangolare è raccomandata inoltre in modo tale da ottenere un buon risultato quando si utilizza l'elemento Solid65. Pertanto, la mesh è stata impostata in modo tale da ottenere elementi quadrati o rettangolari. La maglia complessiva del calcestruzzo, delle armature, della resina epossidica e della fibra è mostrata nelle Figura 5.14, 5.15, 5.16, 5.17.

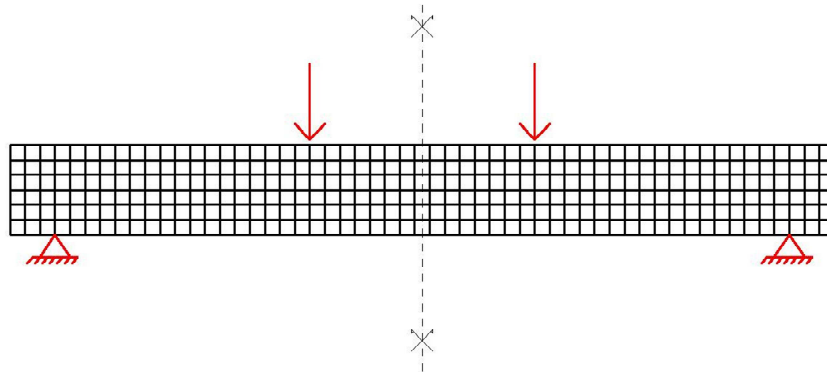


Figura 5.14 – Mesh longitudinale trave senza rinforzi.

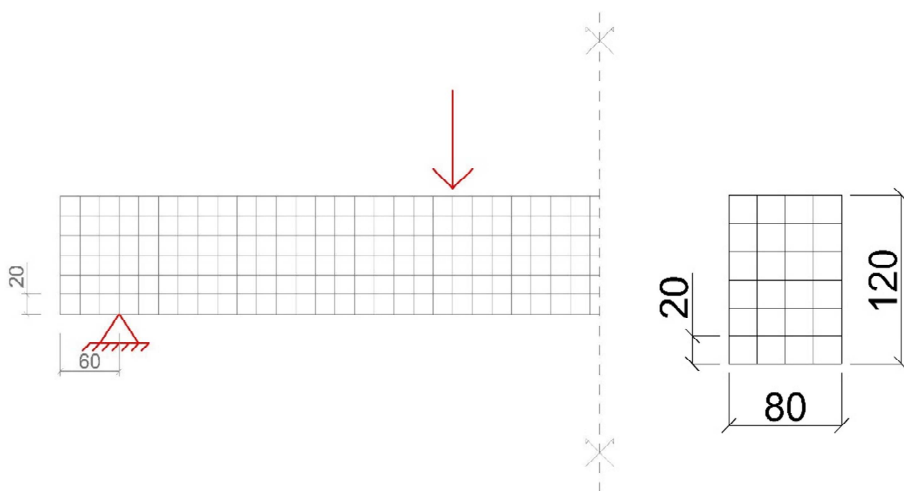


Figura 5.15 – Particolare mesh longitudinale e trasversale trave non rinforzata

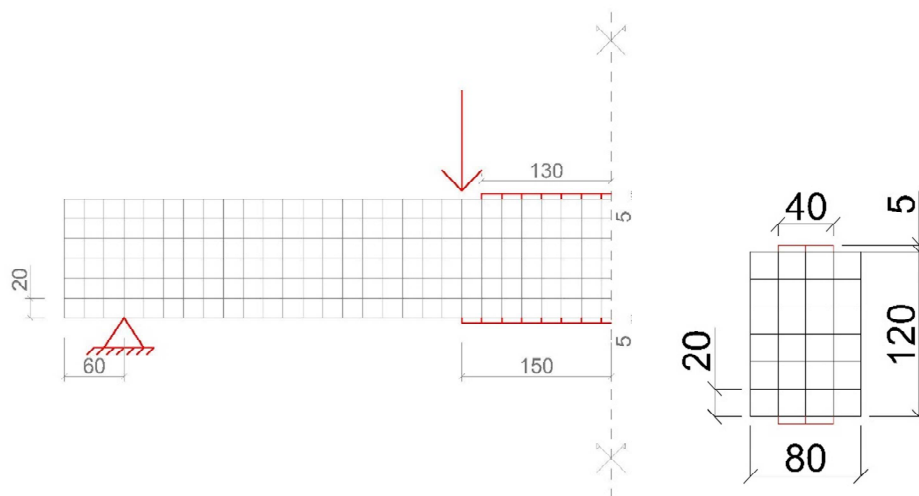


Figura 5.16 – Particolare mesh longitudinale e trasversale trave rinforzata con rinforzo di 30cm

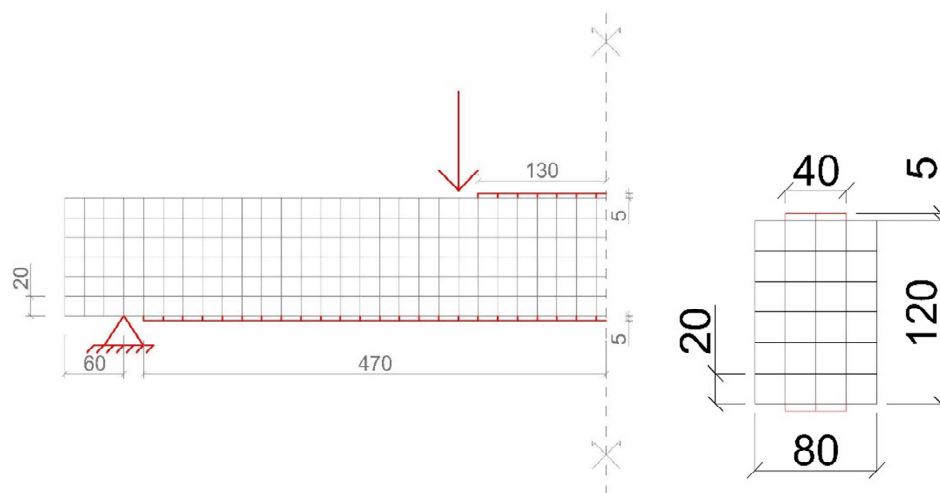


Figura 5.17 – Particolare mesh longitudinale e trasversale trave rinforzata con rinforzo di 1m

Tale scelta è stata condizionata anche dal fatto che i nodi di interfaccia appartenenti ai vari corpi devono coincidere affinché ci sia trasmissione delle azioni agenti su ciascuno di essi. Nello scegliere la dimensione della mesh nei vari punti si è operato in modo da avere una mesh

adeguatamente fitta in modo tale da ottenere una risposta adeguata da parte del modello, ma senza appesantire troppo l'onere computazionale del programma. Così facendo si è scelto di utilizzare una mesh quadrata avente lato pari a 20 mm. La mesh delle armature e del rinforzo segue appieno questa mesh in modo tale da assicurare una piena coincidenza dei nodi e il relativo trasferimento degli sforzi.

### 5.1.5 CARICHI E CONDIZIONI AL CONTORNO

E' necessario definire le condizioni al contorno in termini di spostamento per vincolare il modello per ottenere un'unica soluzione. Per garantire che il modello si comporti allo stesso modo della trave sperimentale, le condizioni al contorno devono essere applicate dove effettivamente presenti i supporti e i punti di applicazione dei carichi in fase di sperimentazione. Se il modello non è adeguatamente vincolato, possono verificarsi la presenza di grandi spostamenti o tensioni localizzate, che interrompono il processo di soluzione. Le condizioni al contorno utilizzate nella modellazione descritte qui di seguito

#### Vincoli

Per quanto riguarda l'assegnazione dei vincoli alla trave in esame si è operato cercando di riproporre appieno le condizioni di vincolo presenti in fase di sperimentazione. Perciò in corrispondenza dei punti aventi ascissa  $x=60$  mm, ordinata  $y=0$  mm e valori della coordinata  $z$  variabili da 0 a 120 mm sono stati assegnati valori nulli degli spostamenti  $U_X$ ,  $U_Y$  e  $U_Z$ . In corrispondenza dei punti aventi ascissa  $x=1040$  mm, ordinata  $y=0$  m e valori della coordinata  $z$  variabili da 0 a 120 mm sono stati assegnati valori nulli degli spostamenti  $U_Y$  e  $U_Z$ . In questo modo, sarà consentito alla trave di ruotare in corrispondenza dei vincoli. Le condizioni di supporto sono mostrate nella Figure 5.18 e 5.19.

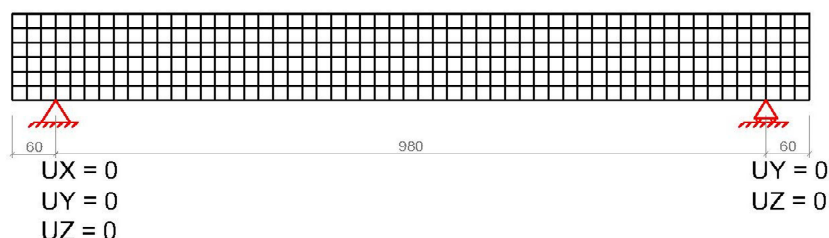


Figura 5.18 – Schematizzazione condizioni di vincolo.



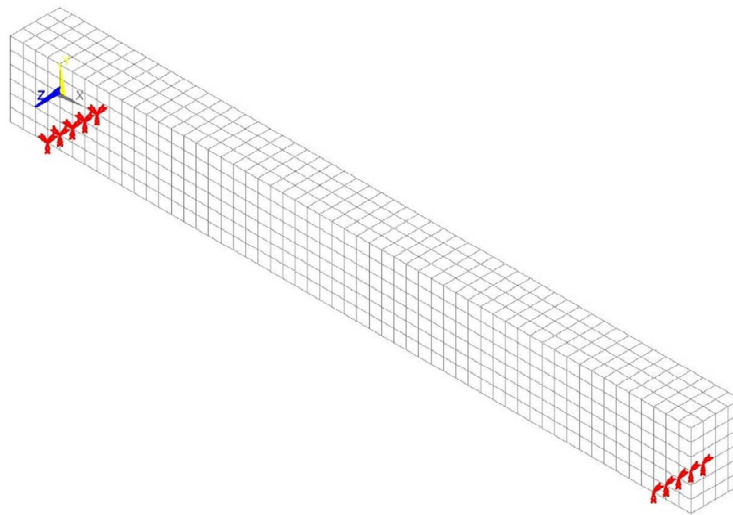


Figura 5.19 – Condizioni di vincolo per il modello numerico.

I carichi vengono applicati alla trave sotto forma di pressioni esercitate su degli elementi tramite un'area di contatto. Poiché nella sperimentazione i ripartitori di carico non sono entità puntiformi ma sono dotati di un'area di contatto, nella modellazione numerica si è ipotizzato che il carico sia ripartito in ciascun lato in un'area di dimensioni 40x80 mm, come rappresentato in Figura 5.20.

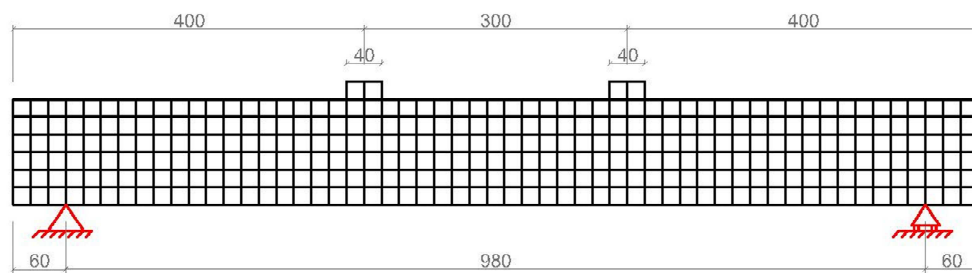


Figura 5.20 – Schematizzazione delle condizioni di carico.

In un singolo lato l'area di carico interessa 8 elementi perciò il carico sarà applicato come pressione in un totale di 16 elementi.

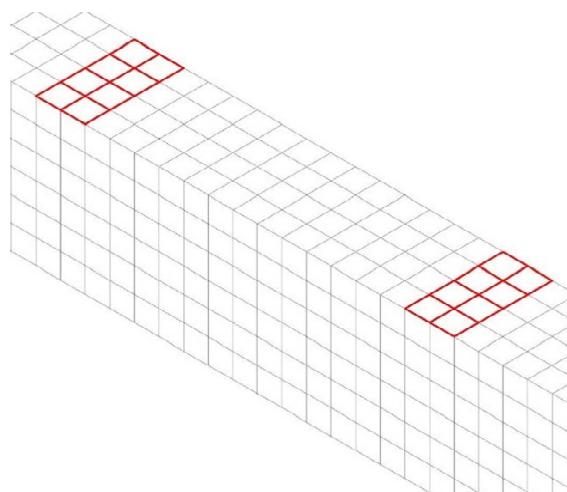


Figura 5.21 – Impronte di carico nel modello numerico.

### 5.1.6 IMPOSTAZIONE DELL'ANALISI NON LINEARE

Tenendo in considerazione i valori dei carichi applicati nella sperimentazione durante i cicli di carico e scarico, si è giunti a definire i valori delle pressioni da applicare al modello numerico. Andando dunque a dividere l'entità del carico, espresso in Newton, per l'area delle impronte di carico e per il numero di queste ultime in quanto sperimentalmente il carico è stato applicato mediante un pistone idraulico posto al di sopra di un ripartitore di carico in acciaio.

L'analisi agli elementi finiti del modello è stato impostato per esaminare il comportamento della trave causati dall'applicazione dei carichi applicati in fase di sperimentazione. Il metodo di Newton-Raphson di analisi è stato usato per calcolare la risposta non lineare. Nell'effettuare l'analisi non lineare sul modello FE, il carico totale applicato è diviso in una serie di gradini di carico. Ogni passo di carico viene risolto in modo indipendente e alla fine della soluzione di ogni passo la matrice di rigidità del modello è adeguata per riflettere i cambiamenti non lineari della rigidità strutturale. Dopo questo il carico del passo successivo è risolto nello stesso modo. Questo processo è effettuato in Ansys con le iterazioni di equilibrio di Newton-Raphson. Per determinati limiti di tolleranza, questo metodo consente la convergenza al termine di ogni fase di carico. L'approccio Newton-Raphson valuta il vettore di carico di equilibrio prima di ciascuna soluzione. Questo vettore rappresenta la differenza tra i carichi equivalenti alle tensioni interne dell'elemento e il carico applicato. Successivamente, ANSYS trova una soluzione lineare utilizzando i carichi di equilibrio e poi controlla se la soluzione soddisfa la tolleranza della convergenza. Questa procedura viene eseguita continuamente finché non sono soddisfatti i criteri di convergenza che per questa tipologia di studi vengono generalmente basati su spostamento e carico, motivo per il quale anche in questo studio sono stati definiti criteri di convergenza in termini di spostamento. L'applicazione dei carichi fino al termine dell'analisi è stata eseguita in modo incrementale come richiesto dalla procedura di Newton-Raphson adottata da ANSYS.

### 5.1.7 RISULTATI E CONFRONTI ANALISI STATICA

A seguito delle analisi effettuate nel modo precedentemente descritto si sono ottenuti i seguenti risultati.

#### Trave non rinforzata

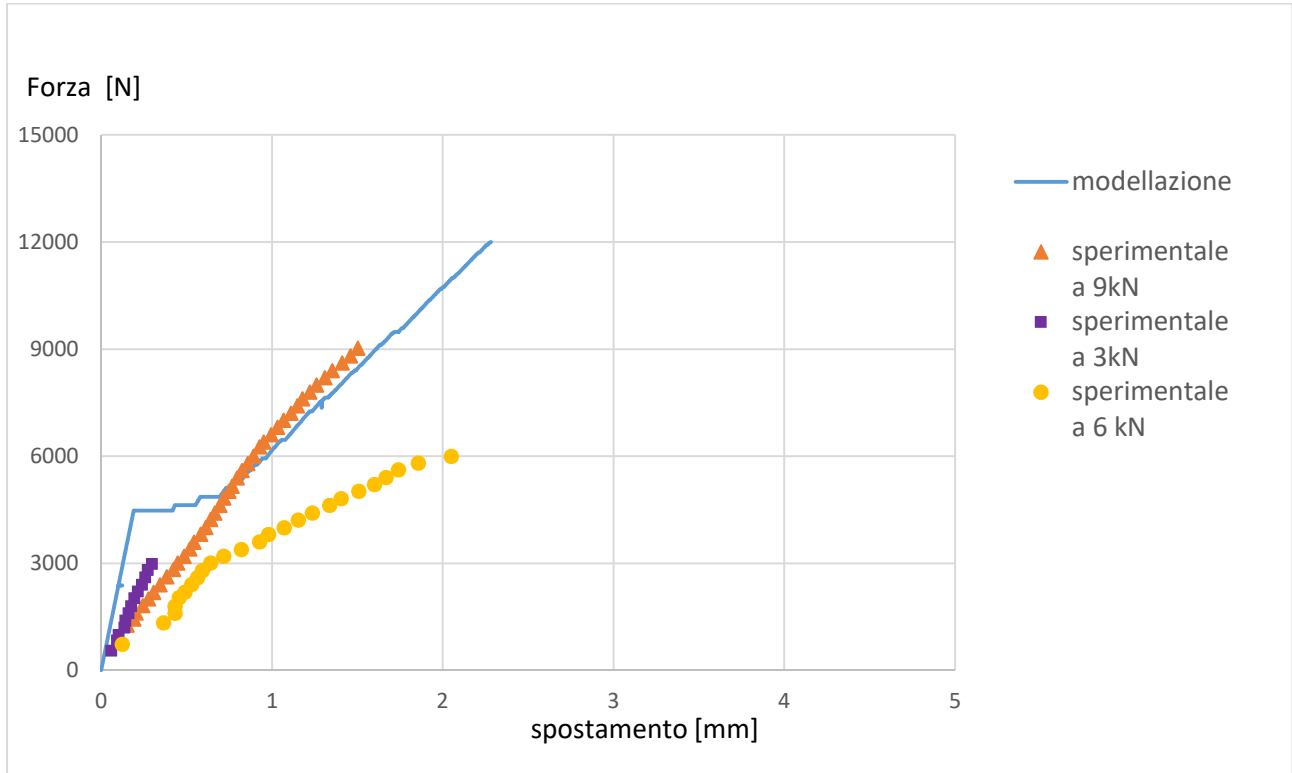


Figura 5.22 – Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico ed i risultati sperimentali.

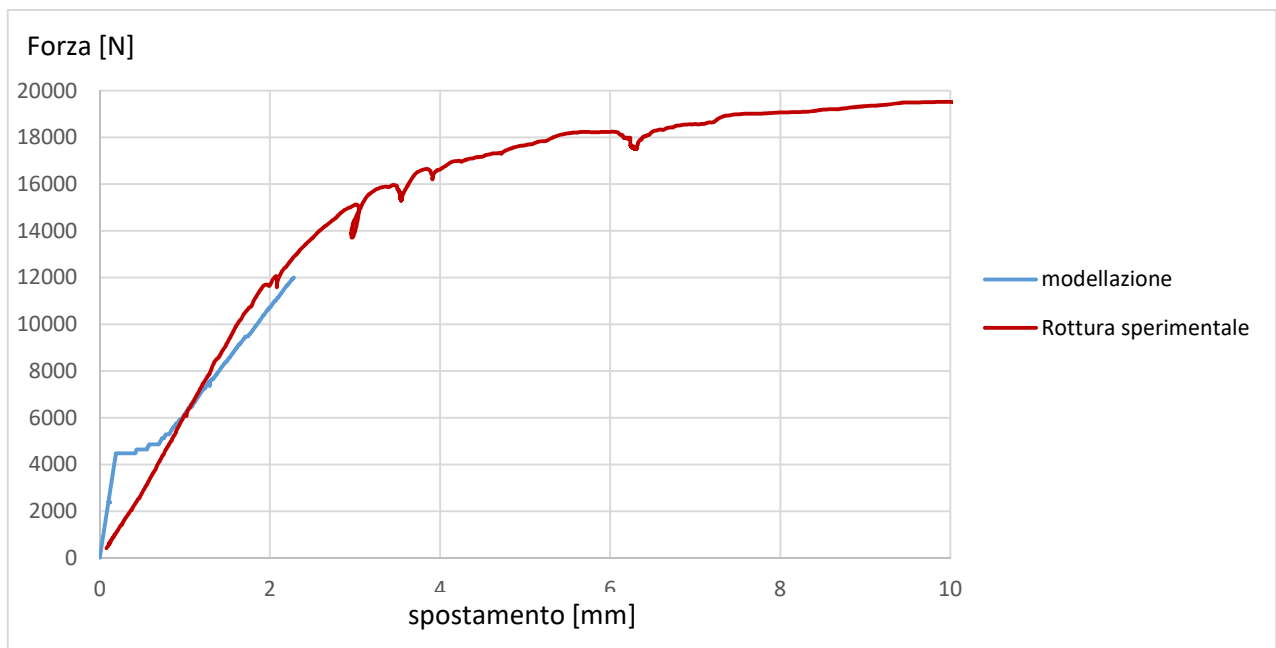


Figura 5.23 – Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico e la rottura sperimentale.

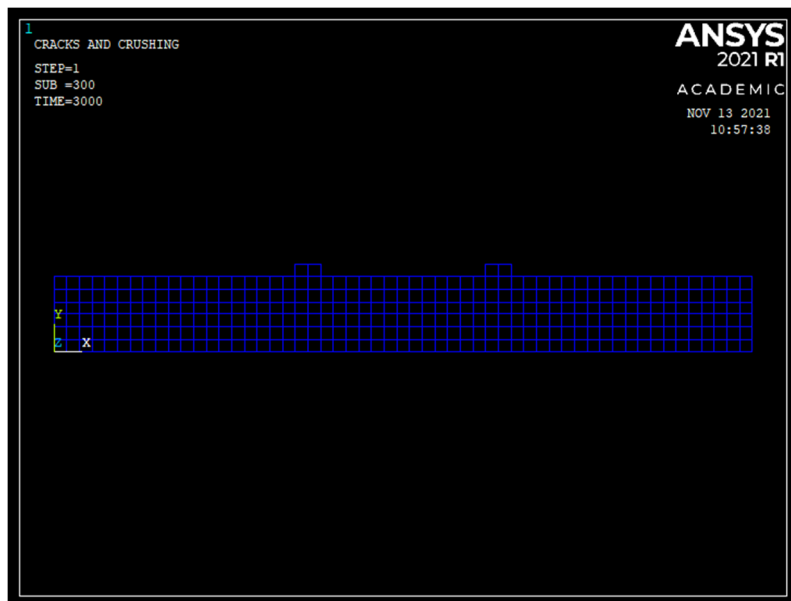


Figura 5.24 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 3kN applicato sulla trave priva di rinforzi.

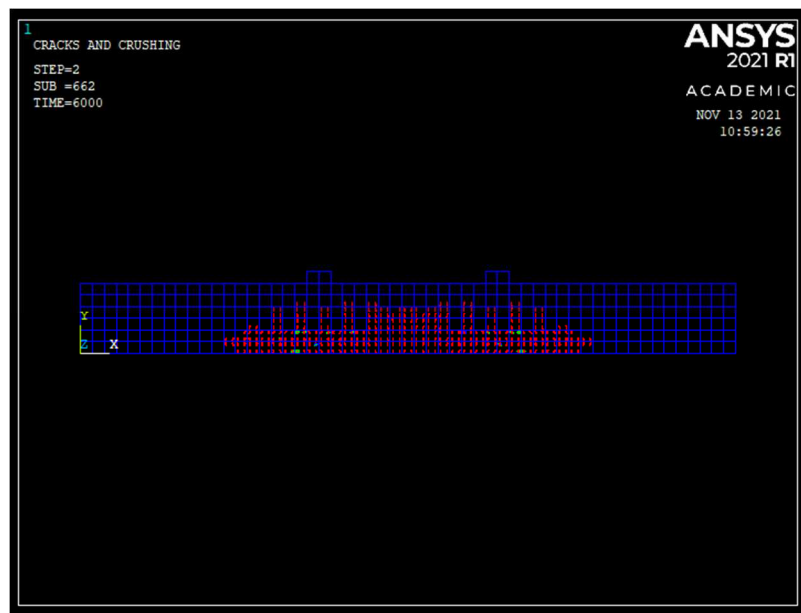


Figura 5.25 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 6kN applicato sulla trave priva di rinforzi.

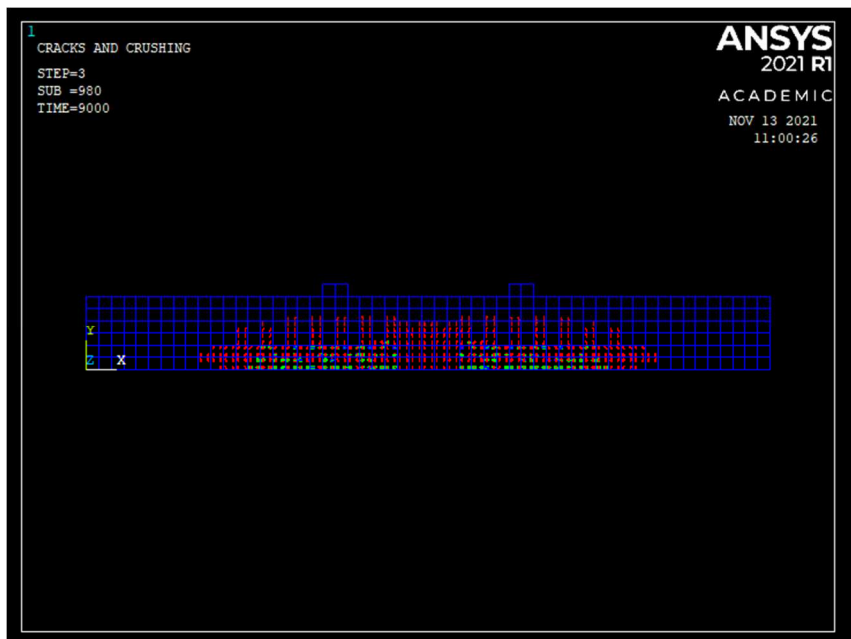


Figura 5.26 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 9kN applicato sulla trave priva di rinforzi.

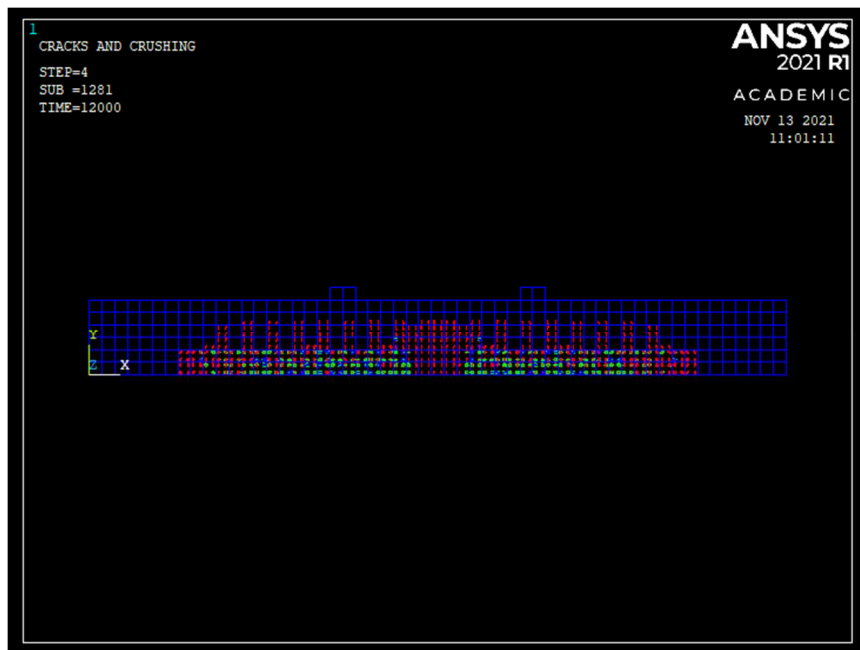


Figura 5.27 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 12kN applicato sulla trave priva di rinforzi.

## Trave rinforzata intradossalmente ed estradossalmente con GFRP per una lunghezza di 30cm

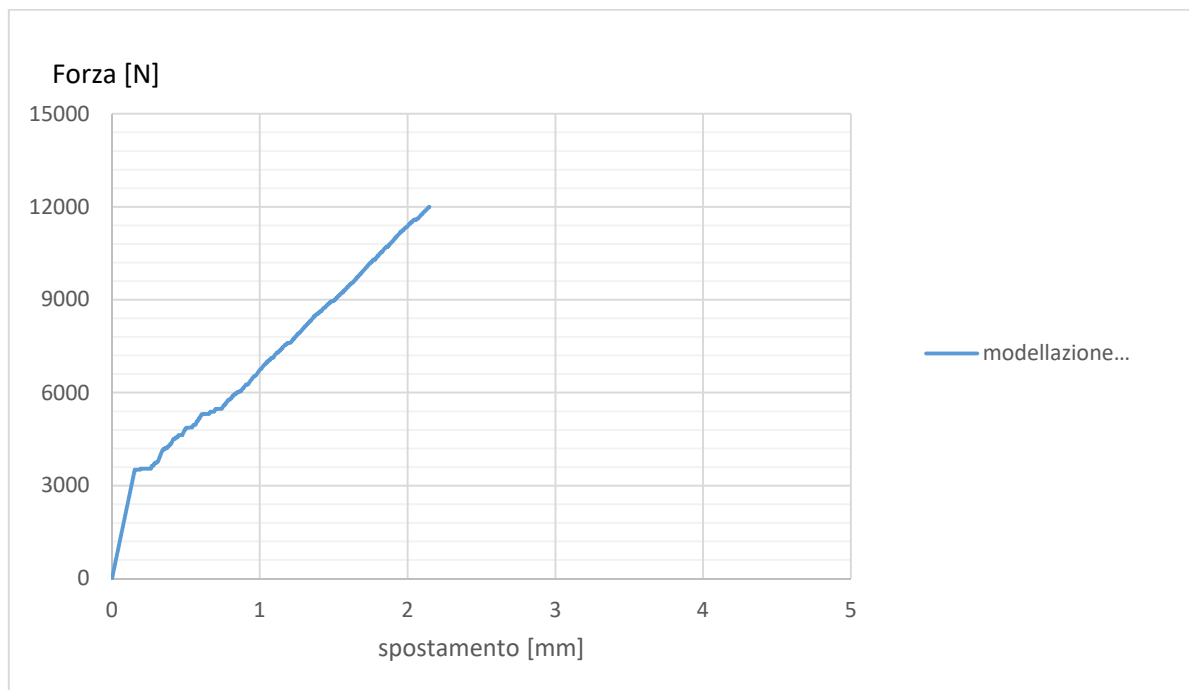


Figura 5.28 – Diagramma sforzo-deformazione del modello con trave rinforzata e modulo elastico pari a 28000 N/mm<sup>2</sup>.

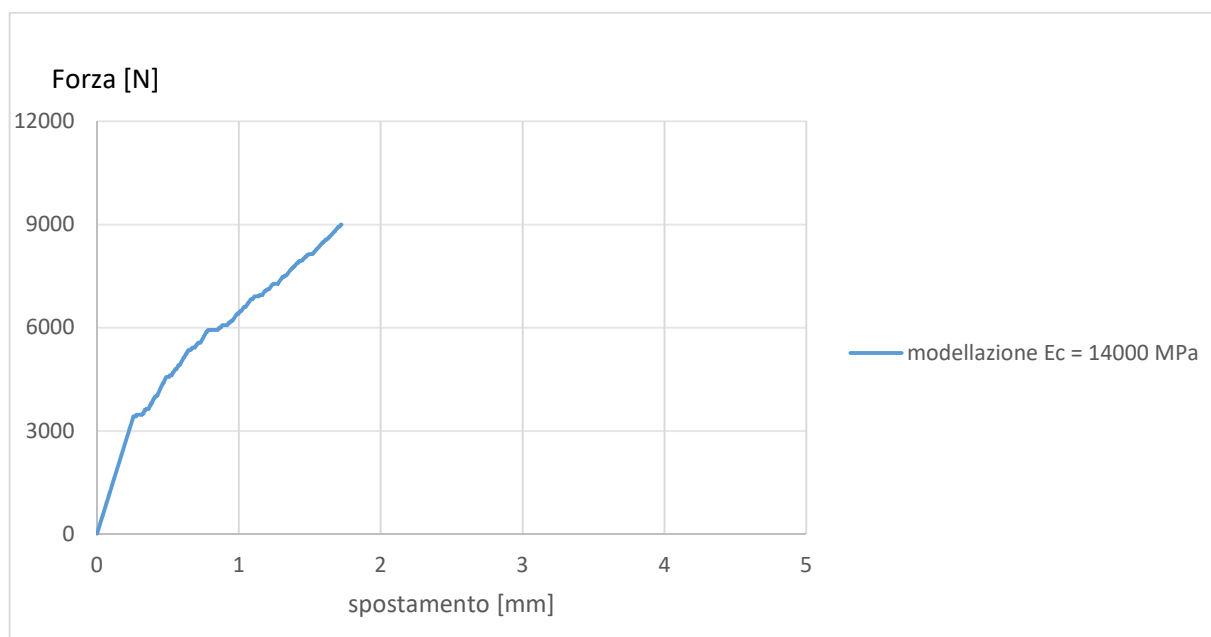


Figura 5.29 – Diagramma sforzo-deformazione del modello con trave rinforzata e modulo elastico fessurato pari a 14000 N/mm<sup>2</sup>.

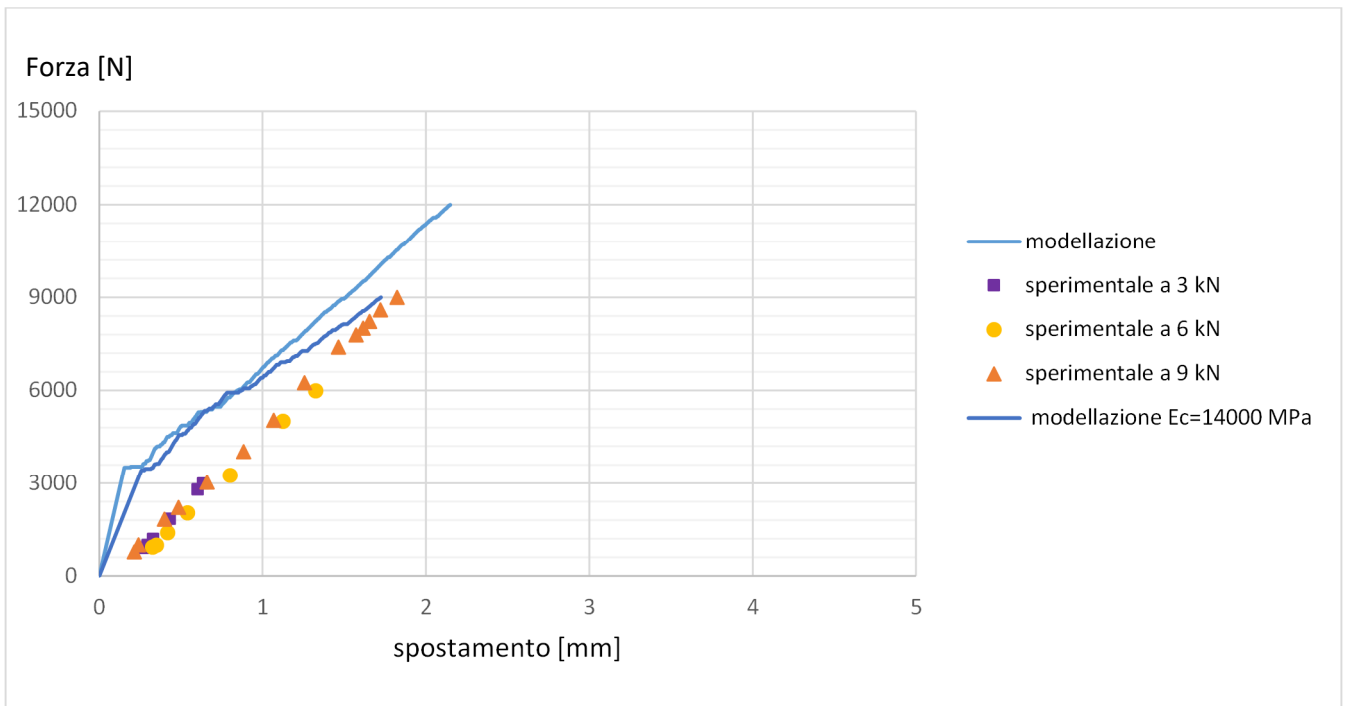


Figura 5.30 – Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico ed i risultati sperimentali.

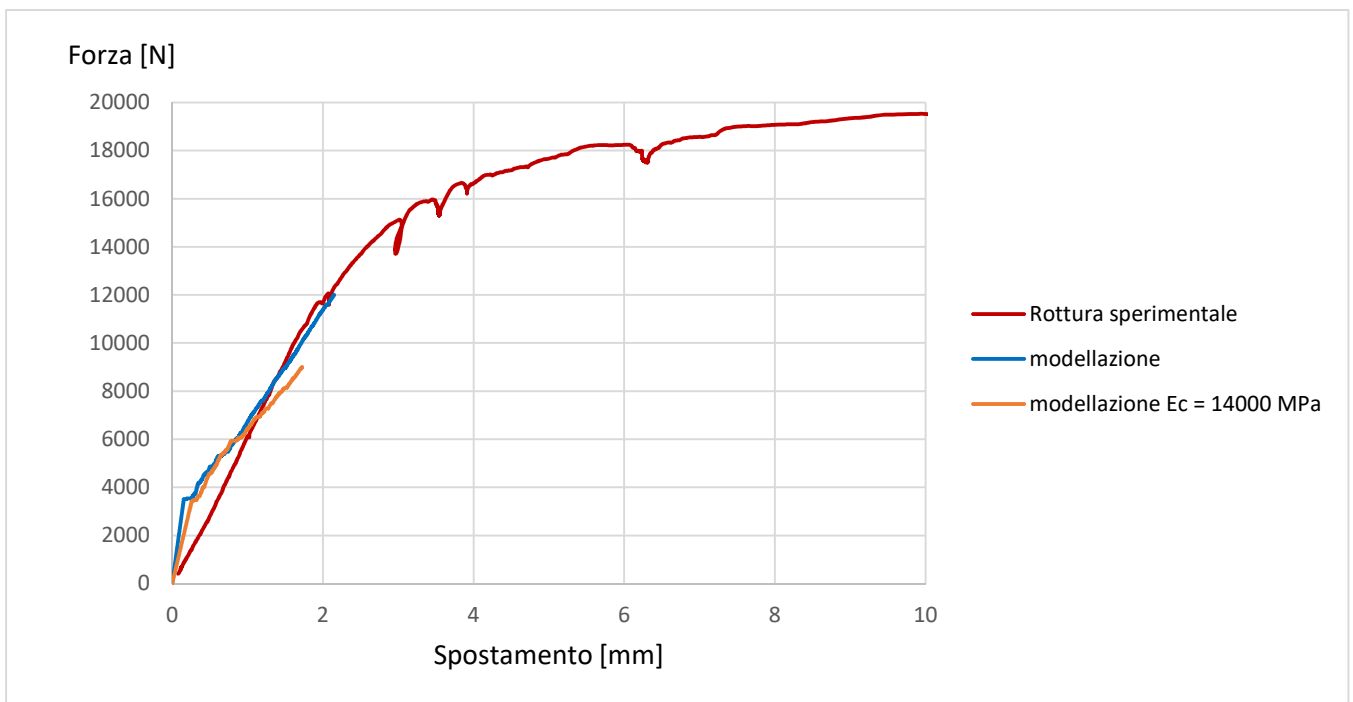


Figura 5.31 – Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico e la rottura sperimentale.

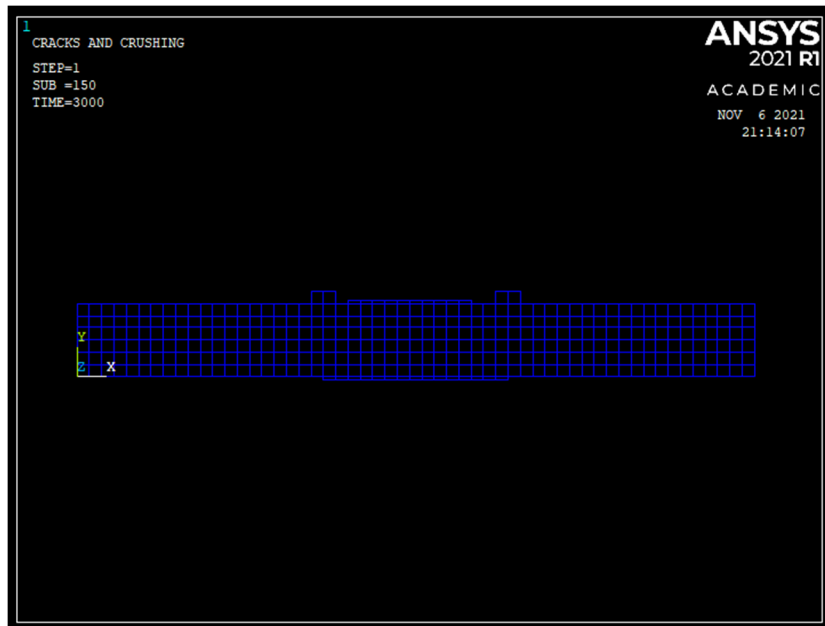


Figura 5.32 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 3kN.

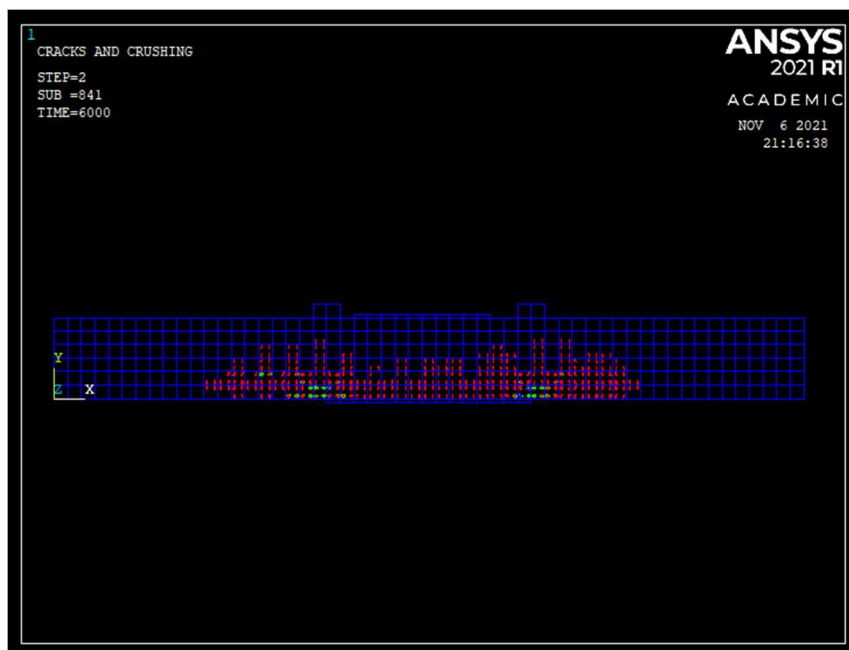


Figura 5.33 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 6kN.



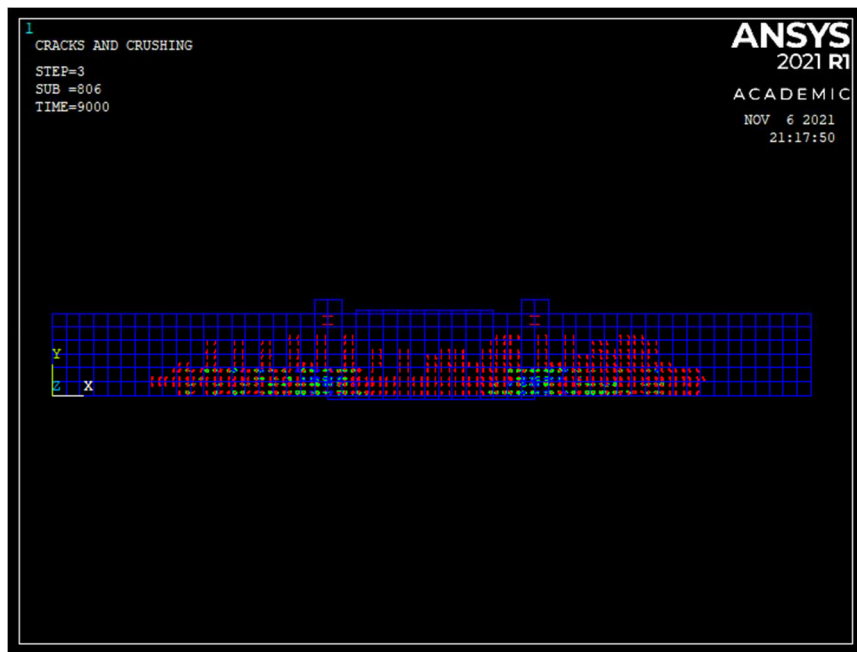


Figura 5.34– Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 9kN.

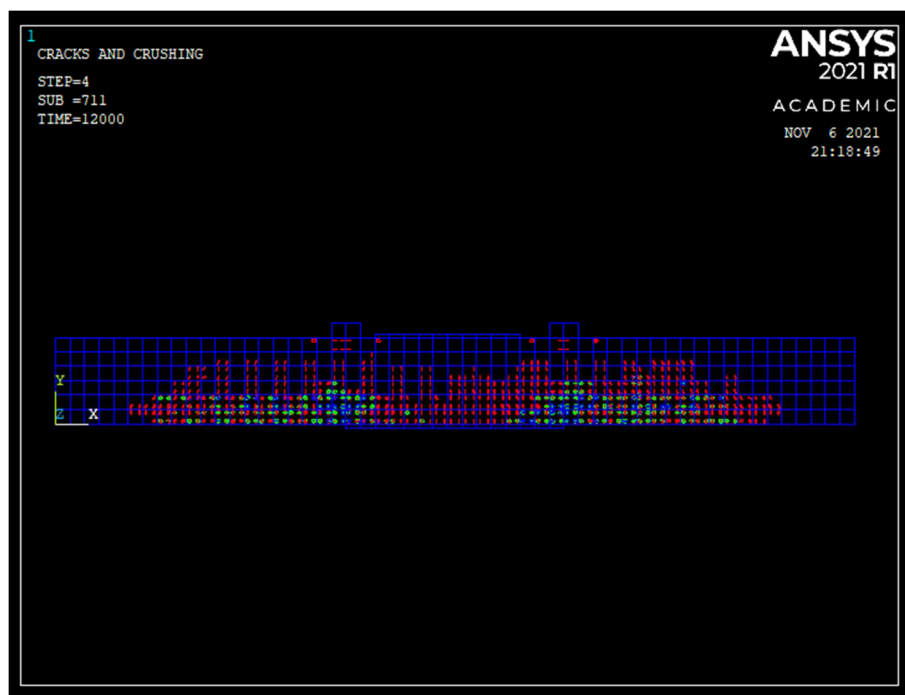


Figura 5.35 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 12kN.

## Trave rinforzata estradossalmente per 30cm ed intradossalmente per 1m con GFRP

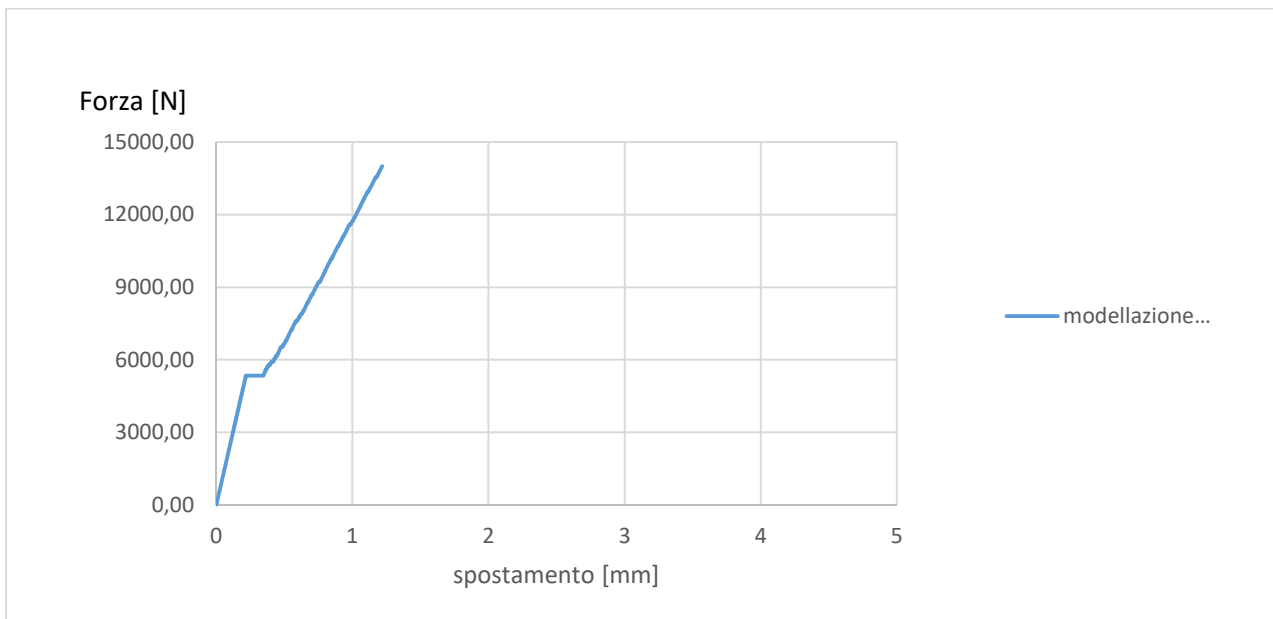


Figura 5.36 – Diagramma sforzo-deformazione del modello con trave rinforzata e modulo elastico pari a  $28000 \text{ N/mm}^2$ .

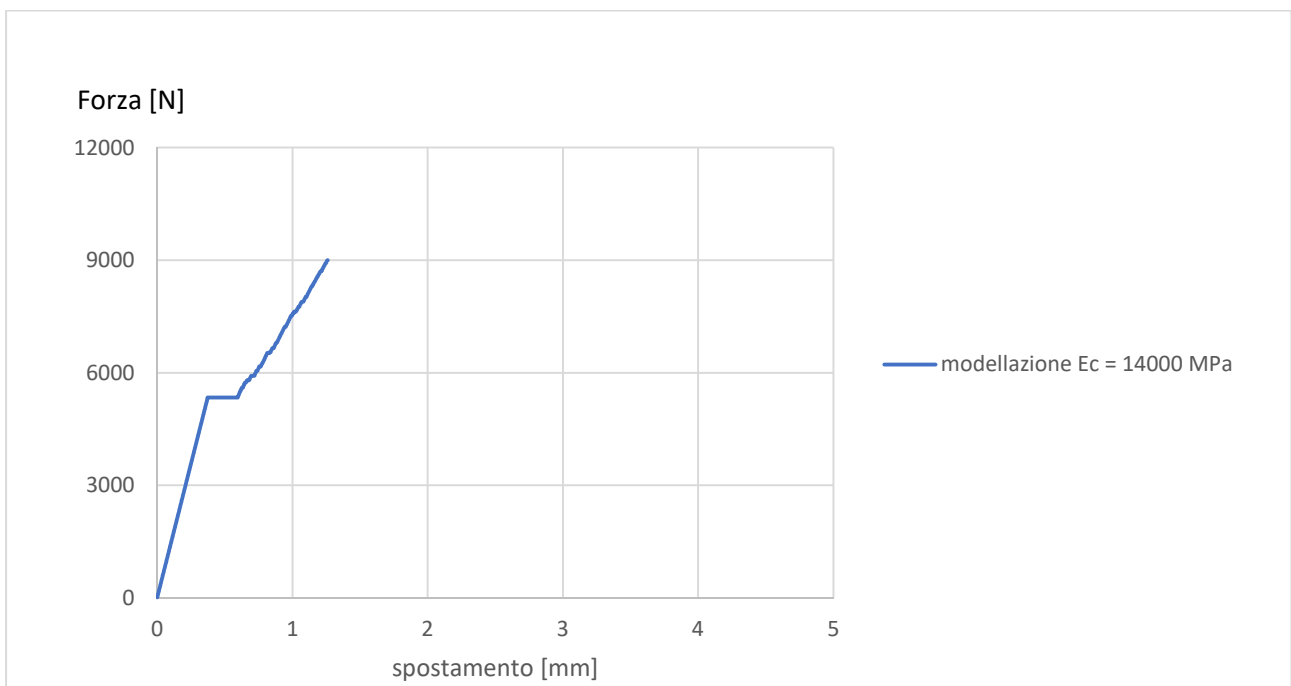


Figura 5.37 – Diagramma sforzo-deformazione del modello con trave rinforzata e modulo elastico pari a  $14000 \text{ N/mm}^2$ .

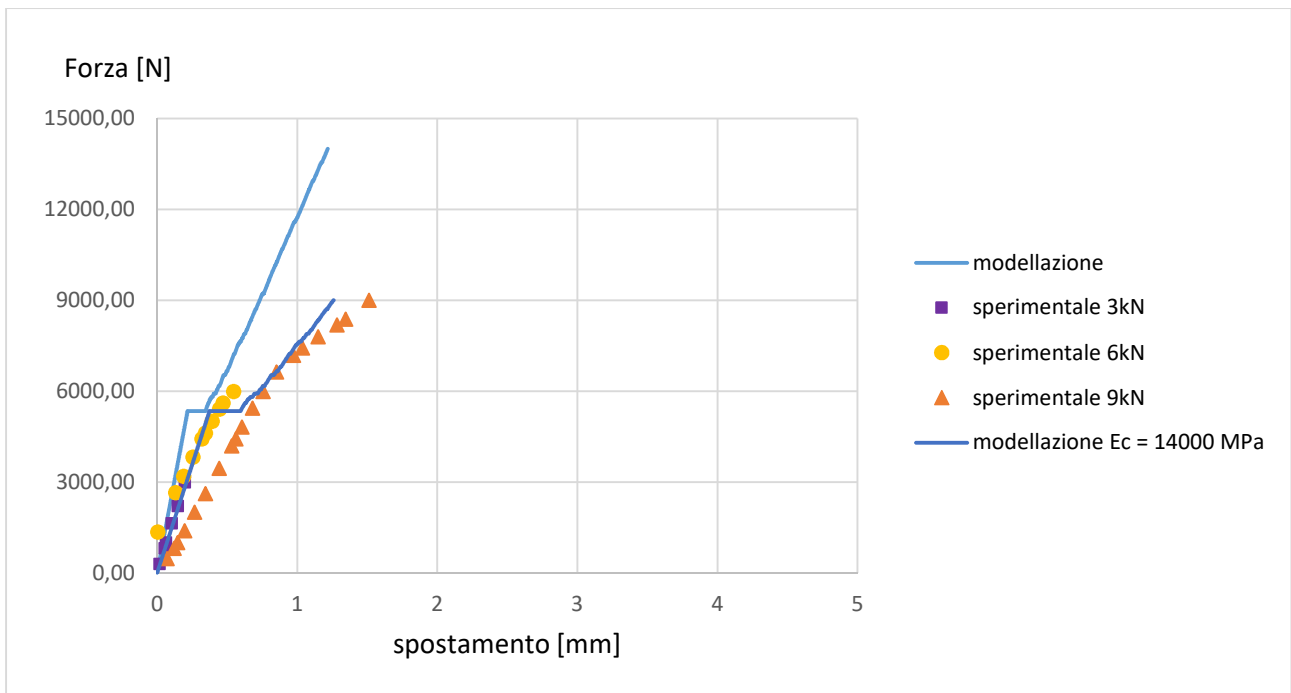


Figura 5.38 – Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico ed i risultati sperimentali.

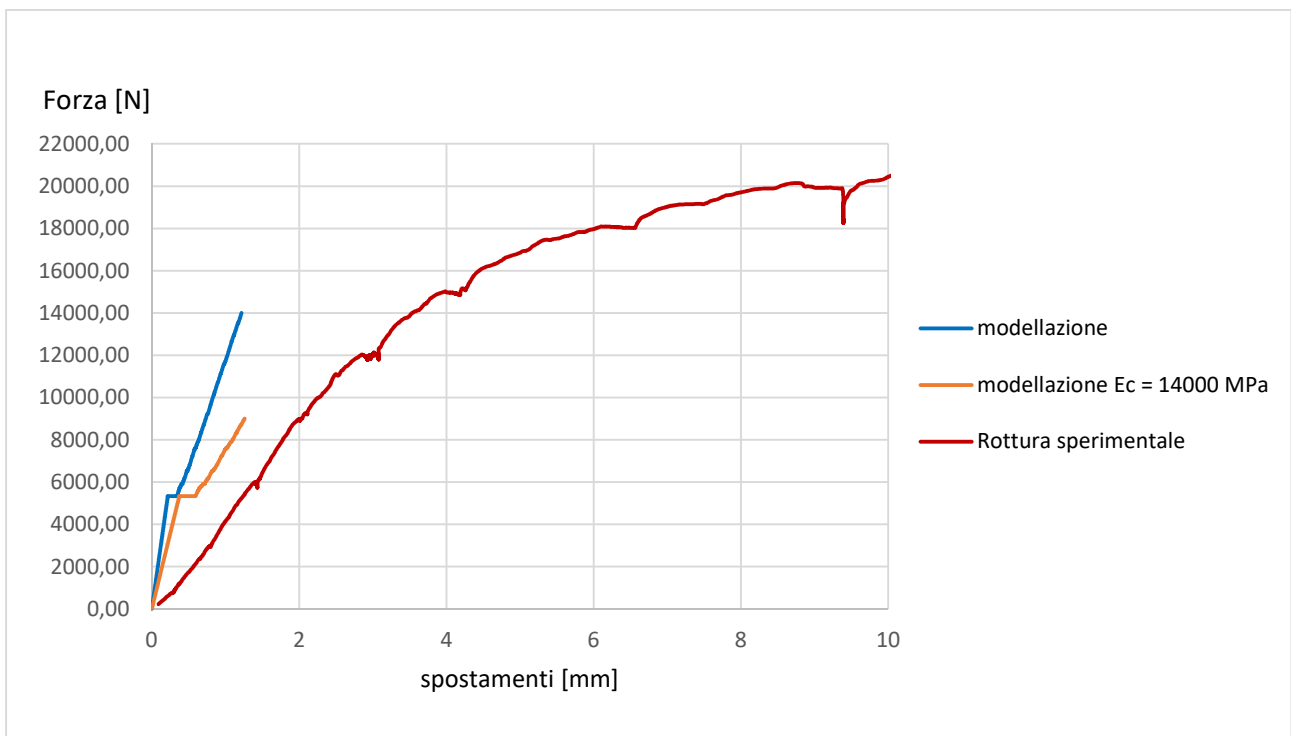


Figura 5.39 – Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico e la rottura sperimentale.

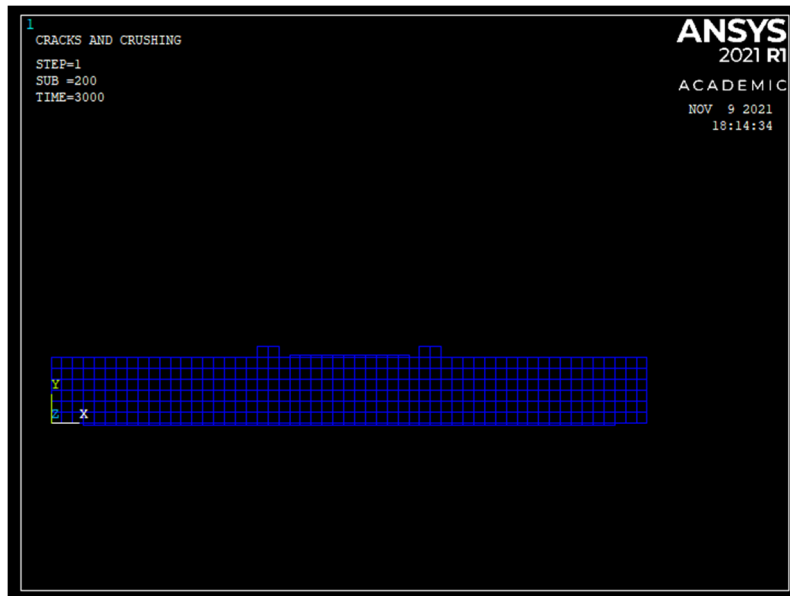


Figura 5.40 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 3kN.

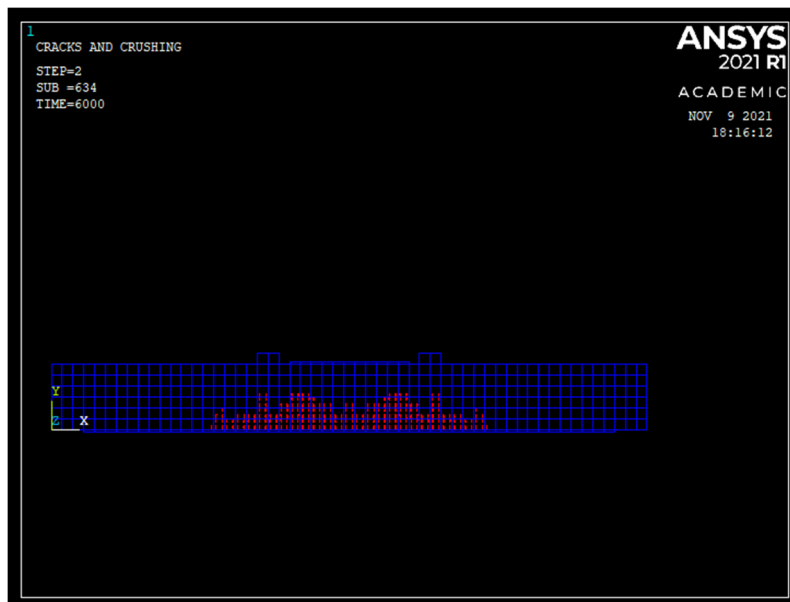


Figura 5.41 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 6kN.

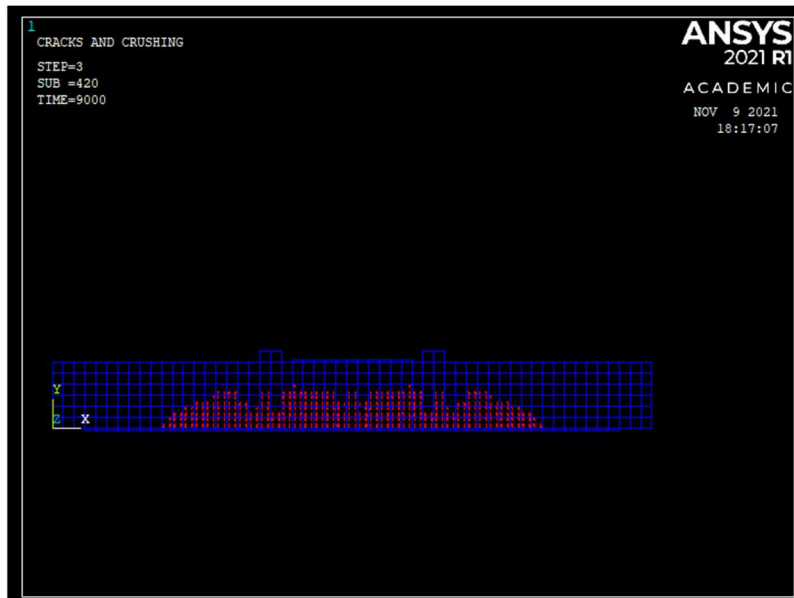


Figura 5.42 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 9kN.

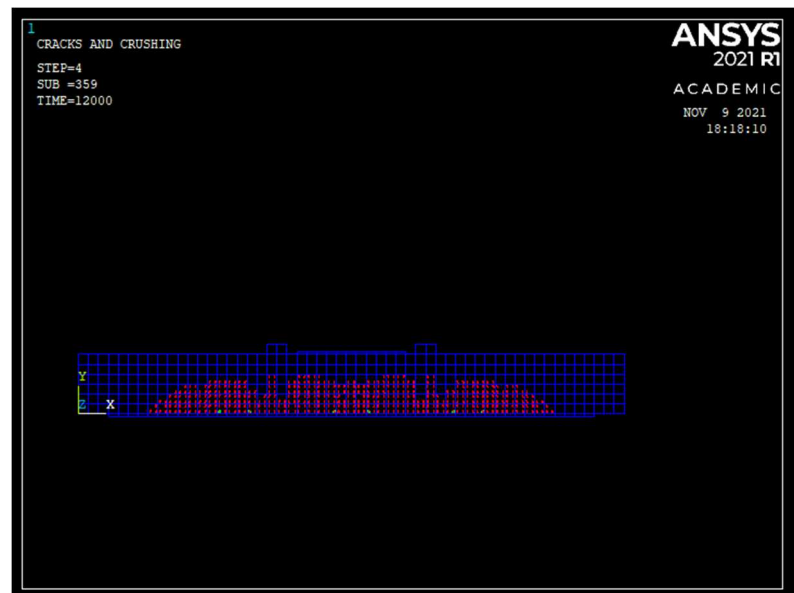


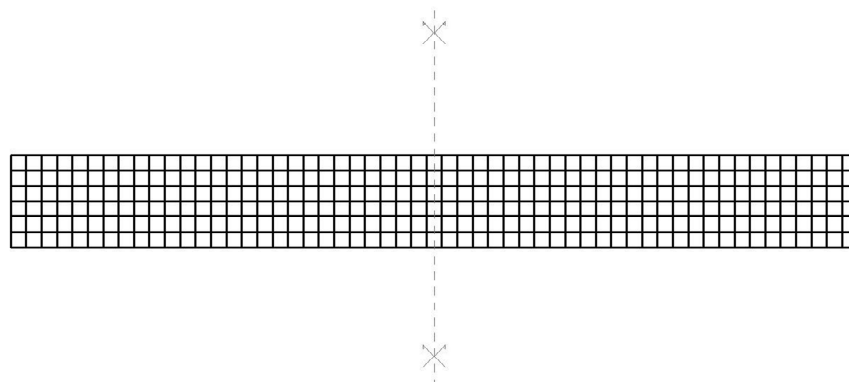
Figura 5.43 – Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 12kN.

## 5.2 ANALISI DINAMICA

Le proprietà dinamiche di una struttura possono essere determinati mediante modellazioni agli elementi finiti, oppure mediante analisi modali sperimentali. Le caratteristiche dinamiche di materiali danneggiati e intatti sono molto diversi. Per questo motivo, i difetti del materiale possono essere rilevati, specialmente nelle travi. La formazione di fessure a causa di carichi ciclici porta a fatica la struttura e causa discontinuità nella configurazione interna. La formazione di fessure nei componenti vibranti può avviare delle gravi rotture. Pertanto, vi è la necessità di comprendere la dinamica delle strutture fessurate. Quando una struttura presenta danni, le sue proprietà dinamiche possono cambiare. Specificamente, i danni da fessurazione possono causare una riduzione di rigidità, con una intrinseca riduzione delle frequenze naturali, un aumento dello smorzamento modale, e un cambiamento nelle forme modali. Da questi cambiamenti possono essere identificati la posizione e la grandezza delle fessure. Poiché la riduzione delle frequenze naturali può essere facilmente osservata. La frequenza della trave è stato anche determinato e verificato sperimentalmente. Dopo aver effettuato l'analisi statica è stata effettuata l'analisi modale sulla modellazione agli elementi finiti in esame. Lo scopo di questa analisi è quello di definire mediante il modello numerico agli elementi finiti il comportamento dinamico, ovvero frequenze proprie e forme modali, della trave in esame all'aumentare del grado di danneggiamento della trave.

### 5.2.1 CREAZIONE DELLA GEOMETRIA

Per quanto riguarda la definizione del modello geometrico si è scelto di riprendere lo stesso modello utilizzato per l'analisi statica non lineare.



*Figura 5.44 – Geometria del modello numerico.*

## 5.2.2 SCELTA DEI TIPI DI ELEMENTI

Le analisi numeriche sono state effettuate utilizzando modelli ad elementi finiti in campo non lineare implementati nel codice Ansys. Anche nel caso dell'analisi dinamica la modellazione al continuo è stata condotta impiegando, per il calcestruzzo l'elemento finito isoparametrico a otto nodi con otto punti di integrazione di Gauss, denominato Solid65 concrete, per le armature l'elemento finito a due nodi denominato Link180, per il rinforzo in GFRP il Solid185 a otto nodi. In aggiunta a questi elementi è stato aggiunto nella modellazione numerica dell'analisi dinamica l'elemento Combin14 in modo tale da riproporre le stesse condizioni di trave libera ad entrambi gli estremi presente nella sperimentazione.

### Combin14

L'elemento Combin14 ha una capacità longitudinale o trasversale nelle applicazioni monodimensionali, bidimensionali e tridimensionali (Figura 5.42).

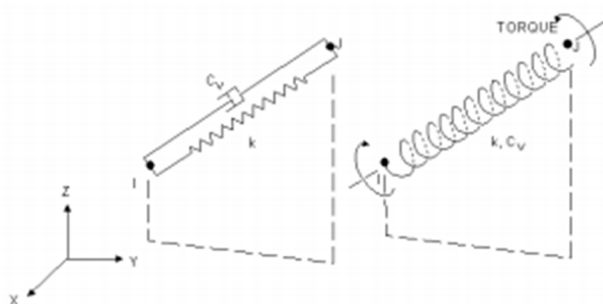


Figura 5.45 – Geometria dell'elemento Combin14.

L'opzione di molla-smorzatore longitudinale è un elemento monoassiale reagente a trazione e a compressione con un massimo di tre gradi di libertà in ogni nodo: traslazioni nodali nelle direzioni x, y e z. Non è consentita alcuna deformazione a flessione o a torsione. L'opzione di molla-smorzatore torsionale è un elemento puramente rotazionale con tre gradi di libertà in ogni nodo: rotazioni sui nodi x, y, z. Non sono considerati carichi di flessione o assiali. L'elemento molla-ammortizzatore non ha massa. Le masse possono essere aggiunte utilizzando l'elemento massa appropriata. La molla o la capacità di smorzamento possono essere rimossi dall'elemento. Le seguenti ipotesi principali e restrizioni si applicano per il COMBIN14:

- La lunghezza dell'elemento molla-smorzatore non deve zero, cioè, i nodi I e J non dovrebbero coincidere, in quanto le posizioni dei nodi determinano l'orientamento della molla;
- La rigidità longitudinale dell'elemento a molla agisce solo lungo la sua lunghezza. La rigidità dell'elemento molla torsionale agisce solo sulla sua lunghezza, come in una barra di torsione;
- L'elemento consente solo una sollecitazione uniforme nella molla;
- Alcune opzioni supportano l'incrudimento o le grande deviazione, inoltre, se ci sono alcune opzioni che vengono utilizzate nel caso di grandi spostamenti, le coordinate non verranno aggiornate;
- La rigidezza o la capacità di smorzamento possono essere cancellati dall'elemento impostando rispettivamente K o Cv uguale a zero.

Il valore della costante di rigidezza della molla è stato calcolato tenendo conto della rigidezza delle funi a sostegno della trave presenti nell'apparecchiatura in fase di sperimentazione. Per quanto riguarda la determinazione del coefficiente di smorzamento si è considerata una molla avente smorzamento nullo. Lo stesso discorso vale per la determinazione del coefficiente di smorzamento non lineare. Per quanto riguarda i valori assegnati alla lunghezza iniziale e alla forza iniziale, si è assunto un valore pari a zero in quanto non è presente alcun tipo di pretensione iniziale.

### 5.2.3 MODELLAZIONE DEI MATERIALI

Per quanto riguarda la definizione delle proprietà dei materiali si è mantenuto ciò che era stato impostato in fase di analisi statica. Lo scopo dell'analisi dinamica nel modello agli elementi finiti è quello di determinare i valori delle frequenze proprie del sistema e le forme modali al variare del grado di danneggiamento della trave. Per tener conto del grado di danneggiamento crescente all'aumentare del numero di cicli di carico si è intervenuto modificando il modulo elastico.

Per determinare il valore del modulo elastico che possa tener conto dell'aumentare del grado di danneggiamento, si è fatto riferimento alle frequenze naturali per la trave uniforme di Eulero-Bernoulli nell'ipotesi di trave snella, omogenea, di rigidezza flessionale EI e densità  $\rho$ .

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{r \cdot a r \cdot \pi}{L} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}, r = 1, \dots, 4 \quad (5.2)$$



In questa formula il coefficiente  $a_r$  dipende dalle condizioni di vincolo della trave. I valori sono stati dati ad  $a_r$  sono stati scelti in base alle condizioni al contorno della trave in vibrazione libera.

<b><math>a_r</math></b>	<b><math>a_1</math></b>	<b><math>a_2</math></b>	<b><math>a_3</math></b>	<b><math>a_4</math></b>
<b>libero - libero</b>	1.506	1.25	1.167	1.125

Poiché in questa formula le frequenze proprie della trave sono note dalla sperimentazione, utilizzando la formula inversa si determinano per ciascuna frequenza i relativi moduli elastici al variare del grado di danneggiamento. I valori dei moduli elastici ottenuti per ciascuna frequenza per ciascuno stato di danno sono riassunti nella Tabella 5.1.

D0		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	352,344	25933,75
MODO 2	931,25	23856,35
MODO 3	1690,625	20443,61
D1		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	342,969	24572,05
MODO 2	911,719	22866,17
MODO 3	1654,687	19583,70

D2		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	259,375	14053,61
MODO 2	708,594	13812,31
MODO 3	1339,062	12825,21
D3		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	240,625	12095,20
MODO 2	667,187	11423,12
MODO 3	1259,375	11344,18
R1-D0		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	273,316	15604,93
MODO 2	662,009	12055,89
MODO 3	1330,87	10368,06

R1-D1		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	251,132	13174,55
MODO 2	629,165	10889,31
MODO 3	1267,493	9364,81
R1-D2		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	246,841	12728,18
MODO 2	620,601	10594,89
MODO 3	1246,958	9111,60
R1-D3		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	245,566	12597,03
MODO 2	613,46	10352,47
MODO 3	1230,099	8903,12

R2-D0		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	288,69	17409,49
MODO 2	772,02	16395,82
MODO 3	1403,35	14086,22
R2-D1		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	271,30	15376,02
MODO 2	712,41	13961,64
MODO 3	1339,39	12831,45

R2-D2		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	250,11	13067,85
MODO 2	691,40	12764,00
MODO 3	1307,41	12226,12
R2-D3		
	f [Hz]	E [N/mm <sup>2</sup> ]
MODO 1	245,53	12593,23
MODO 2	671,10	12389,24
MODO 3	1277,32	11669,85

Tabella 5.1 – Frequenze proprie di ciascuno stato di danno e relativi moduli elastici.

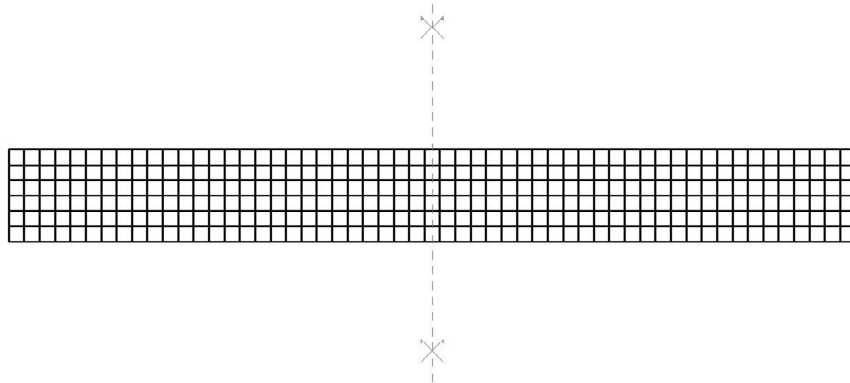
Pe ciascun stato di danno sono stati scelti i moduli elastici relativi al primo modo di vibrare. I valori dei moduli elastici immessi nel modello numerico agli elementi finiti relativi a ciascun stato di danno sono riportati nella Tabella 5.2.

	E (N/mm <sup>2</sup> )
D0	25933,75
D1	24572,05
D2	14053,61
D3	12095,20
R1-D0	15604,93
R1-D1	13174,55
R1-D2	12728,18
R1-D3	12597,03
R2-D0	17409,49
R2-D1	15376,02
R2-D2	13067,85
R2-D3	12593,23

*Tabella 5.2 – Moduli elastici immessi nel modello numerico.*

#### 5.2.4 DEFINIZIONE DELLA MESH

La mesh scelta nel caso del modello numerico per l'analisi dinamica è stata mantenuta uguale rispetto a quella scelta per l'analisi statica.



*Figura 5.46 – Mesh longitudinale.*

#### 5.2.5 CARICHI E CONDIZIONI AL CONTORNO

E' necessario definire le condizioni al contorno in termini di spostamento per vincolare il modello per ottenere un'unica soluzione. Per garantire che il modello si comporti allo stesso modo della trave sperimentale, le condizioni al contorno devono essere applicate dove effettivamente presenti i supporti e i punti di applicazione dei carichi in fase di sperimentazione.

## Vincoli

Per quanto riguarda l'assegnazione dei vincoli alla trave in esame si è operato cercando di riproporre appieno le condizioni di vincolo presenti in fase di sperimentazione. Nella sperimentazione si è scelto di creare un sistema di sospensione che rappresenti la condizione di trave libera. Questo sistema è realizzato mediante delle leggere bande elastiche che fanno da molle con una rigidezza rotazionale del tutto trascurabile. Nella modellazione agli elementi finiti si è operato creando delle linee a cui è stato assegnato l'elemento Combin14 in modo tale da riproporre i cavi elastici della sperimentazione. Queste linee sono poi state vincolate alle estremità ponendo i valori degli spostamenti  $UX$ ,  $UY$  e  $UZ$  pari a zero. Le condizioni di vincolo sono mostrate nelle Figure 5.44 e 5.45.

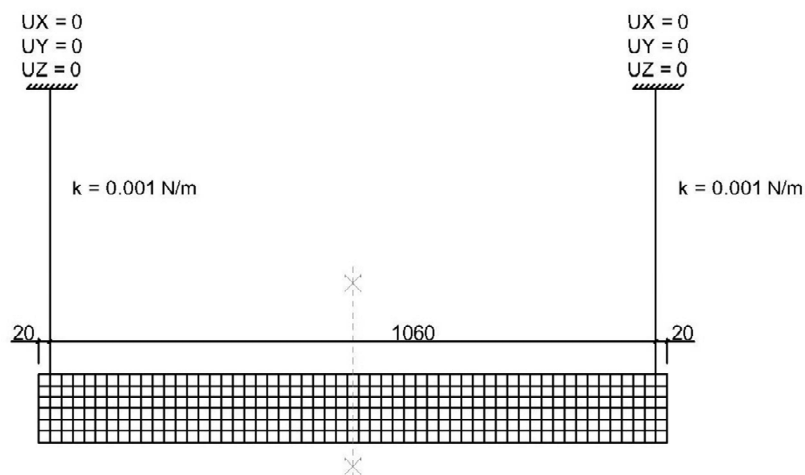


Figura 5.47 – Schematizzazione condizioni di vincolo.

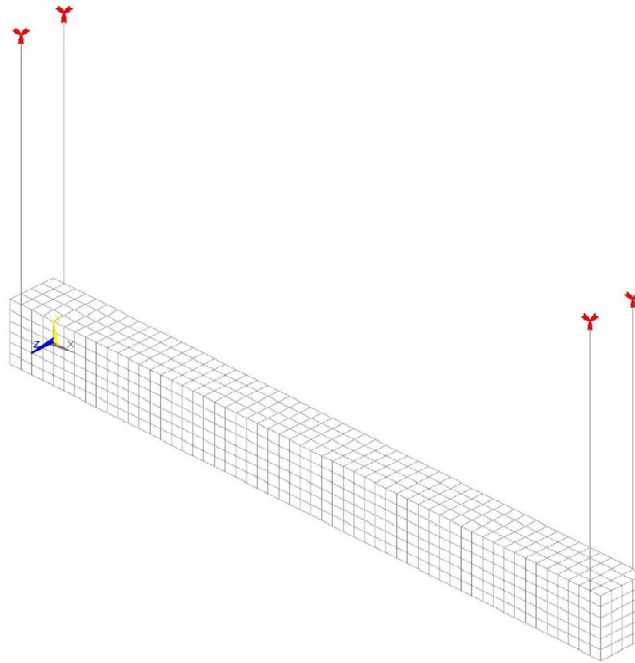


Figura 5.48 – Condizioni di vincolo del modello numerico.

### 5.2.6 IMPOSTAZIONE DELL'ANALISI MODALE

L'analisi dinamica studia il comportamento di una struttura in funzione del tempo. L'obiettivo della analisi dinamica strutturale è valutare la risposta strutturale in strutture soggette a carichi dinamici. Per risposta strutturale si intende una grandezza vettoriale funzione del tempo che identifica una struttura dal punto di vista dinamico (spostamento, caratteristica della sollecitazione, energia, ...). Per carico dinamico si intende una grandezza vettoriale funzione del tempo che identifica una condizione di carico. In un problema dinamico le azioni esercitate su un sistema ed i loro effetti su tale sistema variano entrambi nel tempo. Per storia di carico si intende l'andamento nel tempo delle azioni esercitate su un sistema; per storia della risposta si intende l'andamento nel tempo degli effetti delle azioni esercitate su un sistema.

Risulta importante ricordare che all'interno della dinamica classica trova validità il principio di D'Alembert secondo il quale ogni problema di dinamica può essere visto come un problema di statica se alle forze esterne si aggiungono le forze di inerzia. L'analisi dinamica strutturale può essere effettuata con riferimento a due modelli:

- Modello continuo. In questo caso la struttura presenta un numero infinito di gradi di libertà dinamici e si ricorre ad equazioni alle derivate parziali.
- Modello discreto.

Il metodo agli elementi finiti costituisce un particolare tipo di approccio a spostamenti generalizzati nel quale la struttura viene suddivisa in un numero finito di elementi connessi fra loro in dei punti detti nodi ed il campo degli spostamenti dell'intera struttura viene espresso in funzione dei campi degli spostamenti dei singoli nodi. Per quanto riguarda l'impostazione delle analisi dinamiche nel modello agli elementi finiti si è scelto di effettuare un'analisi modale e un'analisi armonica del sistema in esame.

### **Analisi modale**

Questa analisi è il processo di determinazione delle frequenze proprie e modi vibrazione (ovvero delle caratteristiche dinamiche) inerenti la struttura in esame. L'analisi modale ignora qualunque tipo di forza esterna. In un dominio discreto ad  $n$  gradi di libertà, escludendo qualunque tipo di carico esterno, si ottiene l'equazione caratteristica valida per domini discreti di  $n$  gradi di libertà in assenza di vibrazione forzate.

Nella maggior parte dei casi, i modi caratterizzati da una frequenza bassa sono importanti nella risposta della struttura. Di conseguenza, se il modello ad elementi finiti ha molti gradi di libertà, solo le frequenze basse di solito devono essere estratte a seconda dei casi. Ci sono vari algoritmi per approssimare la soluzione chiamati tecniche di estrazione degli autovalori e autovettori propri. Queste tecniche sono basate sulla trasformazione di un'equazione standard in un'equazione agli autovalori. Il codice di calcolo agli elementi finiti Ansys permette di utilizzare cinque differenti tecniche per l'estrazione degli autovalori. L'uso di ciascuna di queste tecniche dipende dalle dimensioni del modello ad elementi finiti, dalle risorse computazionali e dalla specifica applicazione. Per il caso in esame si è utilizzata la tecnica Block Lanczos, in quanto risulta il più adatto nella risoluzione dei grandi problemi agli autovalori simmetrici, nonché nella caratterizzazione dei modi di corpo rigido. Il Block Lanczos si è dimostrato adeguato al caso in analisi anche per il raggiungimento di un rapido tasso di convergenza. Si è ritenuto sufficiente impostare un numero di modi da estrarre pari a venti in modo da poter determinare i primi quattro modi flessionali significativi per la trave in esame e di poterli confrontare con quelli indicati dalla sperimentazione.

## 5.2.7 RISULTATI E CONFRONTI ANALISI DINAMICA

Di seguito vengono riportati i risultati in termini di frequenze dei primi tre modi per ogni modello numerico analizzato, viene inoltre riportata la differenza in percentuale ottenuta dal rapporto tra la frequenza sperimentale ( $f_s$ ) e quella derivante dalla modellazione ( $f_m$ ).

### Trave non rinforzata

D0	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	$f_s/f_m$ (%)
Modo 1	345,977	353,125	1,02
Modo 2	893,414	932,885	1,04
Modo 3	1618,25	1688,28	1,04

D1	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	$f_s/f_m$ (%)
Modo 1	337,779	342,969	1,02
Modo 2	871,995	911,719	1,05
Modo 3	1578,94	1654,687	1,05

D2	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	$f_s/f_m$ (%)
Modo 1	266,043	259,375	0,97
Modo 2	683,989	708,594	1,04
Modo 3	1232,75	1339,062	1,09

D3	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	$f_s/f_m$ (%)
Modo 1	250,399	240,625	0,96
Modo 2	642,766	667,187	1,04
Modo 3	1156,40	1259,375	1,09

Tabella 5.3 – Frequenze proprie sperimentali e della modellazione relative alla trave in assenza di rinforzi ai vari stati di danno.



**Trave rinforzata intradossalmente ed estradossalmente con GFRP per una lunghezza di 30cm**

R1-D0	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	303,380	276,562	0,91
Modo 2	725,805	671,875	0,93
Modo 3	1349,51	1335,156	0,99

R1-D1	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	285,328	259,375	0,91
Modo 2	676,716	639,844	0,95
Modo 3	1260,74	1267,969	1,01

R1-D2	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	281,857	251,562	0,89
Modo 2	667,278	631,25	0,95
Modo 3	1243,64	1260,937	1,01

R1-D3	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	280,827	255,469	0,91
Modo 2	664,477	621,094	0,93
Modo 3	1238,56	1230,468	0,99

*Tabella 5.4 – Frequenze proprie sperimentali e della modellazione relative alla trave rinforzata intradossalmente ed estradossalmente con GFRP per una lunghezza di 30cm ai vari stati di danno.*

**Trave rinforzata intradossalmente per 30cm ed estradossalmente per 1m con GFRP**

R2-D0	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	331,883	285,937	0,86
Modo 2	822,718	777,344	0,94
Modo 3	1377,82	1420,31	1,03

R2-D1	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	318,508	260,938	0,82
Modo 2	786,260	634,375	0,81
Modo 3	1.310,45	1275	0,97

R2-D2	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	302,460	255,469	0,84
Modo 2	742,264	634,375	0,85
Modo 3	1229,37	1264,06	1,03

R2-D3	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	299,024	254,688	0,85
Modo 2	732,803	622,656	0,85
Modo 3	1211,98	1232,81	1,02

*Tabella 5.5 – Frequenze proprie sperimentali e della modellazione relative Trave rinforzata intradossalmente per 30cm ed estradossalmente per 1m con GFRP ai vari stati di danno.*

## CONCLUSIONI

Questa tesi presenta un lavoro di ricerca per elaborare e validare un modello numerico, rapportando i risultati del modello con quelli ottenuti mediante prove statiche e dinamiche condotte su provini in scala di travi in calcestruzzo armato, danneggiati e rinforzati con strisce di GFRP, in grado quindi di descrivere il comportamento elastico e dinamico di tali elementi.

Andando a mettere alla prova il modello sotto due aspetti importanti

- Descrivere il comportamento sia statico che dinamico dell'elemento;
- Descrivere il comportamento dell'elemento in tre condizioni differenti, integra, danneggiata e ripristinata.

Di seguito viene mostrato il confronto, per ogni trave, in termini di:

- Andamento degli spostamenti all'aumentare della forza dei 3 provini rapportati ai modelli corrispondenti;
- Fessurazione sperimentale e fessurazione derivante dalla modellazione;
- Viene inoltre mostrato il confronto del comportamento dinamico in termini di frequenze proprie tra le frequenze sperimentali, individuate mediante prove dinamiche e quelle calcolate dal software di modellazione ANSYS.

## Trave non rinforzata

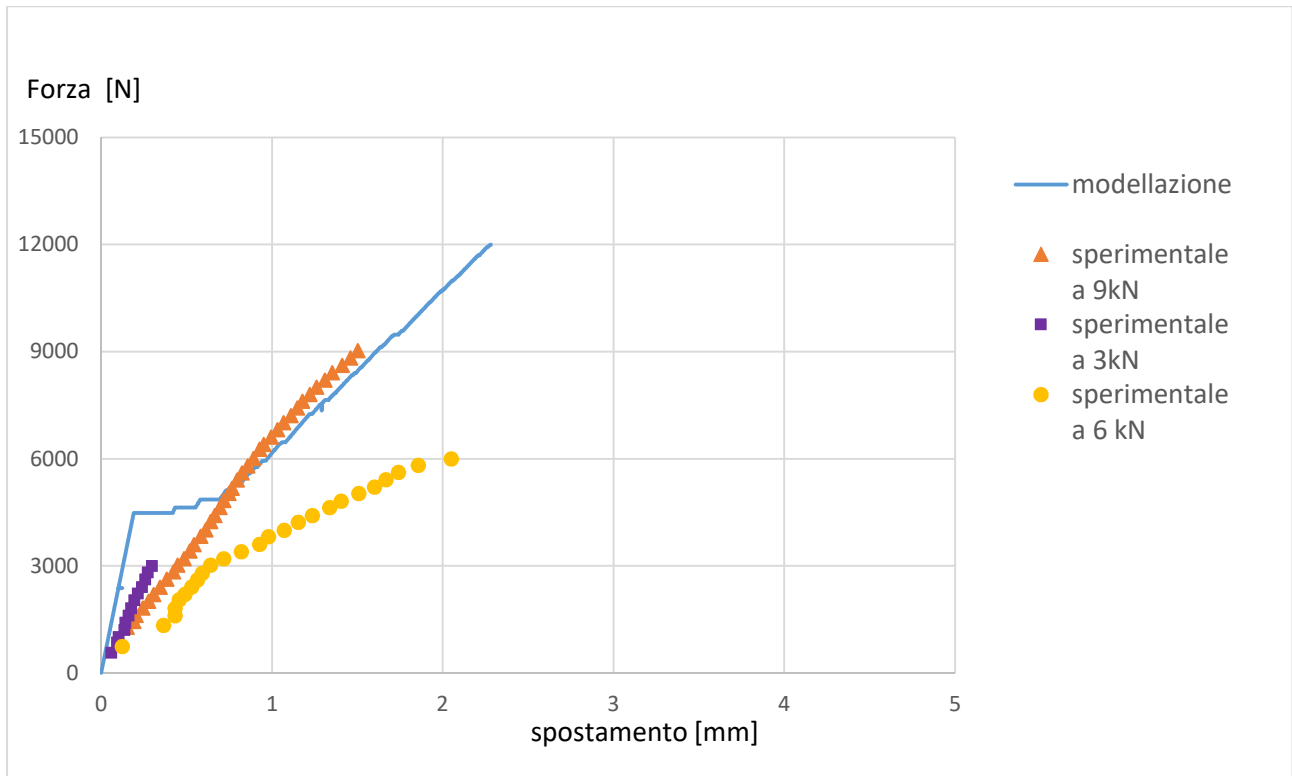


Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico ed i risultati sperimentali.

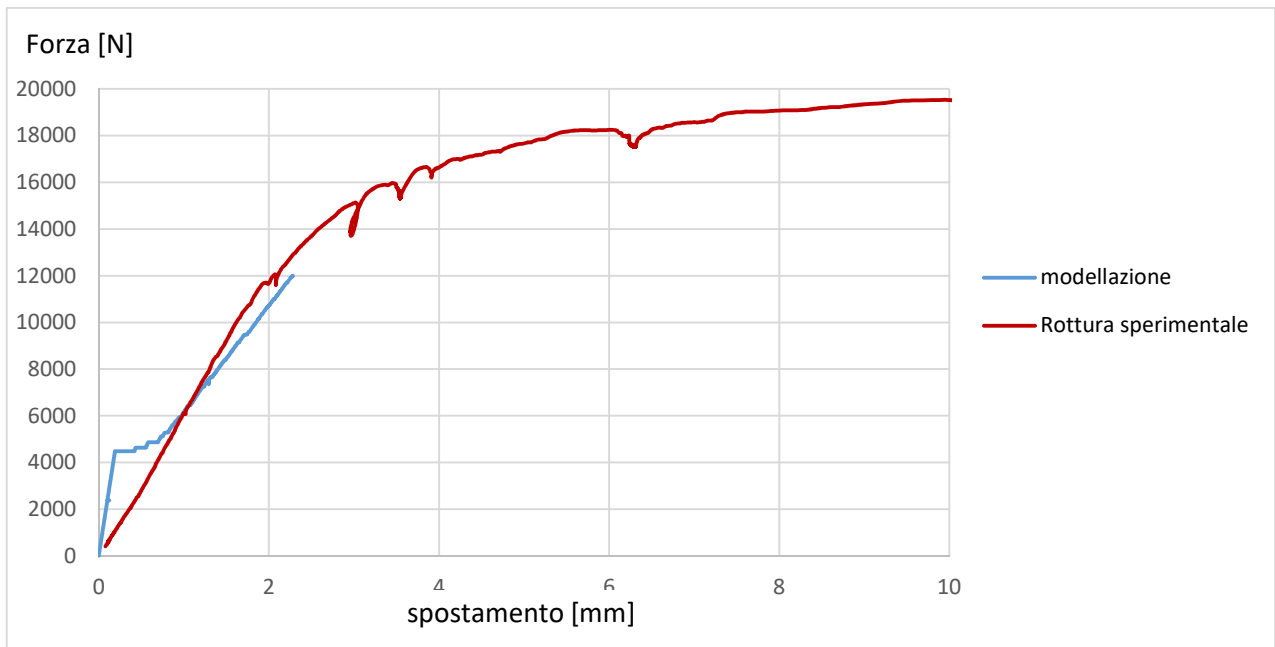
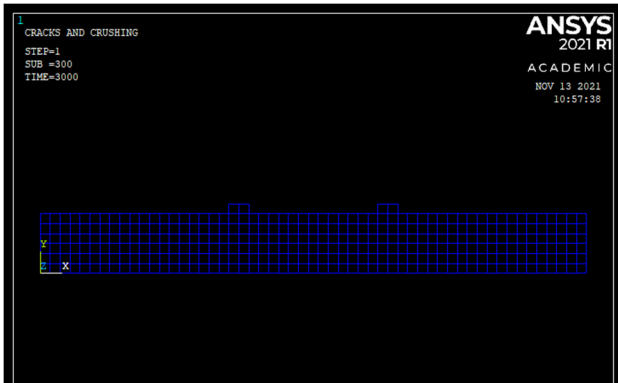
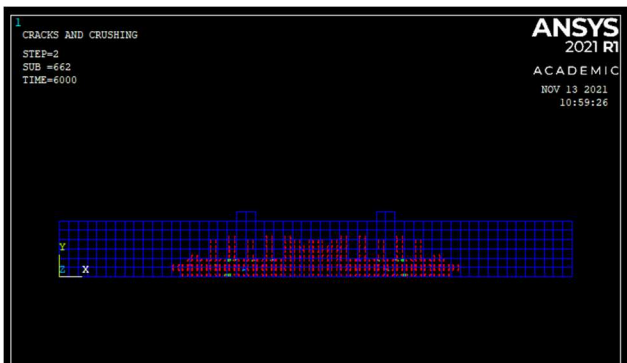
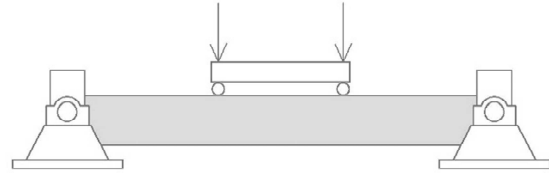


Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico e la rottura sperimentale.

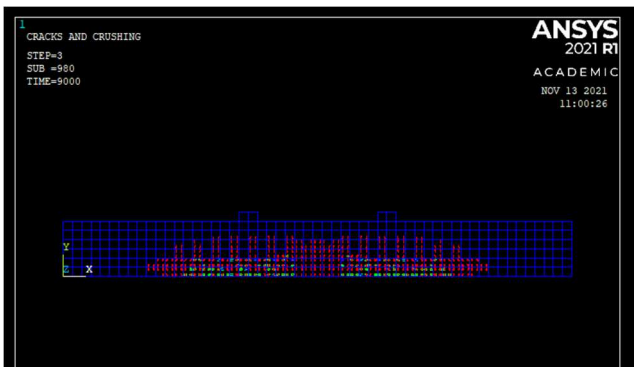
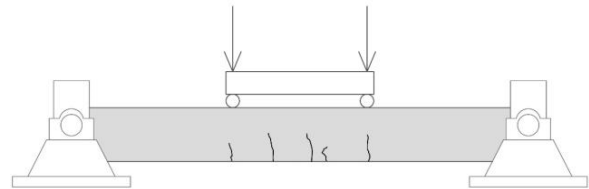
## Confronto della fessurazione tra modellazione e dati sperimentali



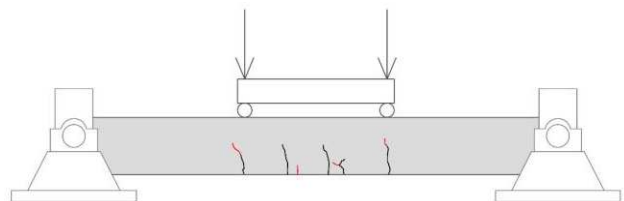
*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 3kN applicato sulla trave priva di rinforzi.*



*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 6kN applicato sulla trave priva di rinforzi.*



*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 9kN applicato sulla trave priva di rinforzi.*



### Confronto del comportamento dinamico della trave non rinforzata

D0	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	345,977	353,125	1,02
Modo 2	893,414	932,885	1,04
Modo 3	1618,25	1688,28	1,04

D1	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	337,779	342,969	1,02
Modo 2	871,995	911,719	1,05
Modo 3	1578,94	1654,687	1,05

D2	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	266,043	259,375	0,97
Modo 2	683,989	708,594	1,04
Modo 3	1232,75	1339,062	1,09

D3	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	250,399	240,625	0,96
Modo 2	642,766	667,187	1,04
Modo 3	1156,40	1259,375	1,09

## Trave rinforzata intradossalmente ed estradossalmente con GFRP per una lunghezza di 30cm

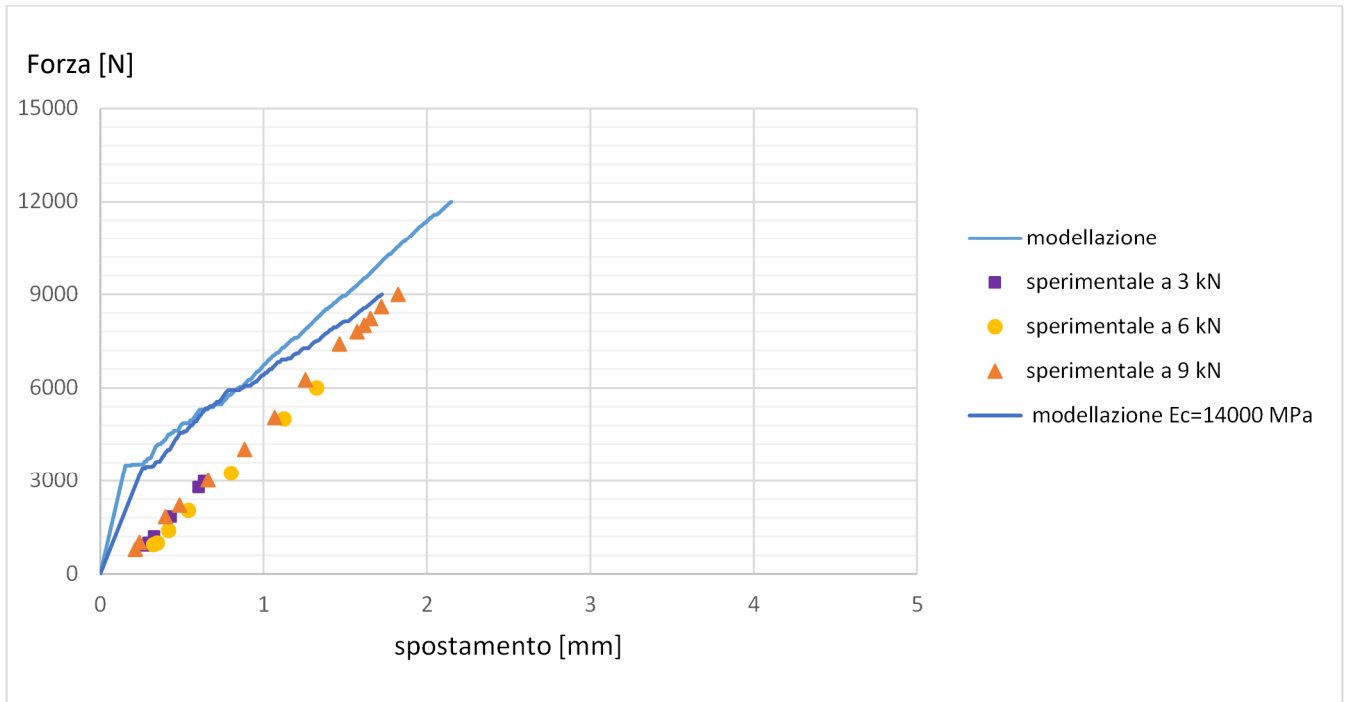


Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico ed i risultati sperimentali.

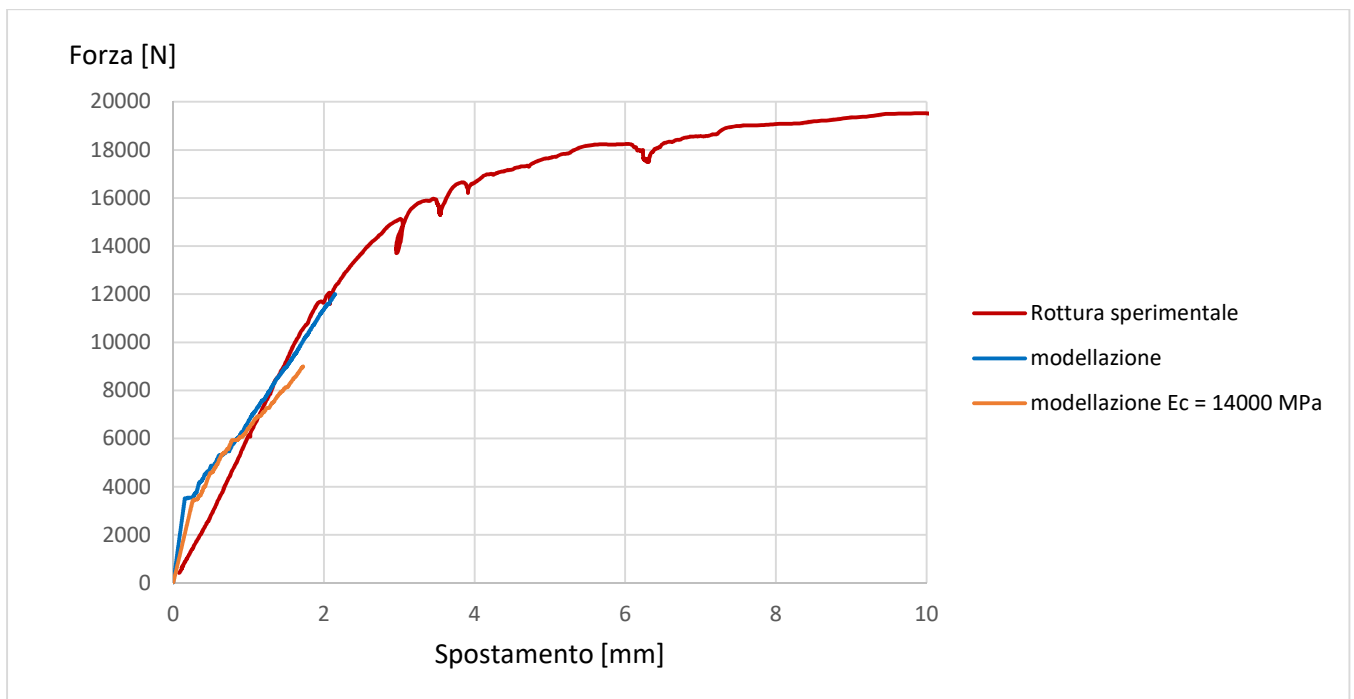
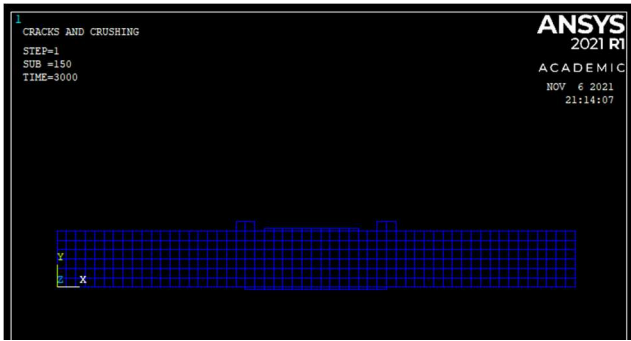
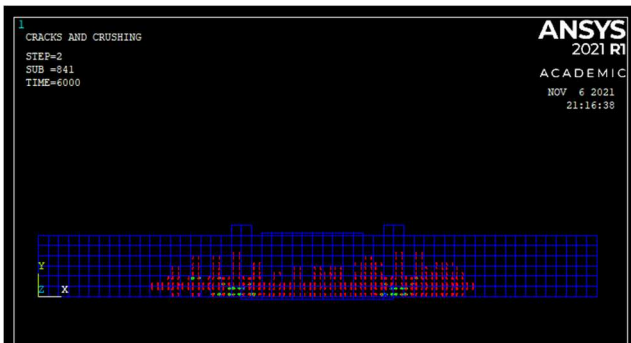
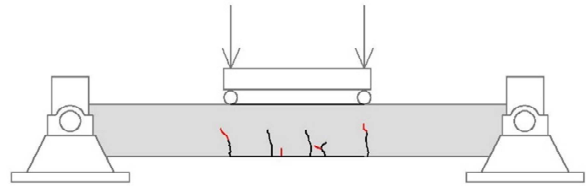


Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico e la rottura sperimentale.

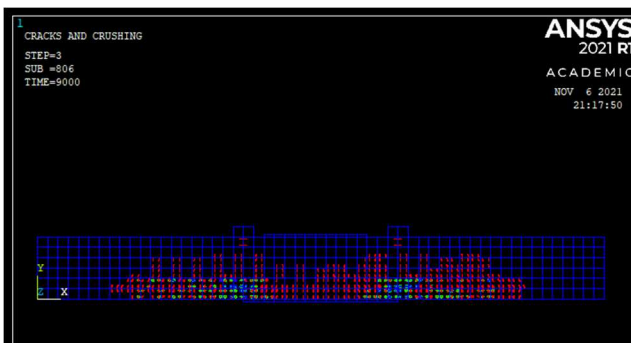
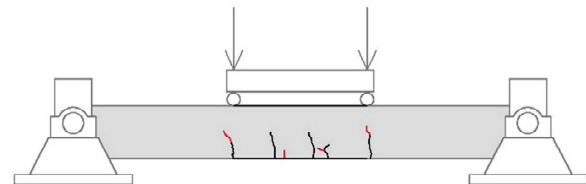
## Confronto della fessurazione tra modellazione e dati sperimentali



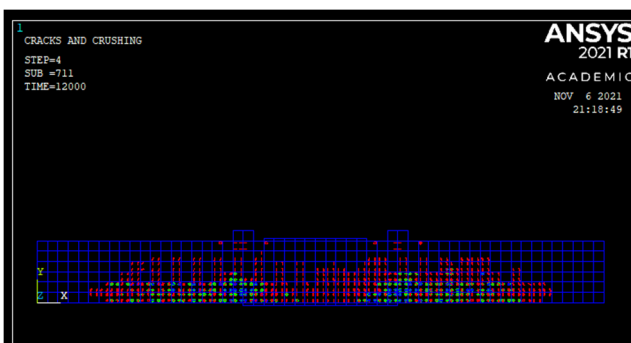
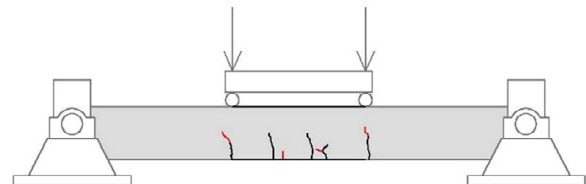
*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 3kN.*



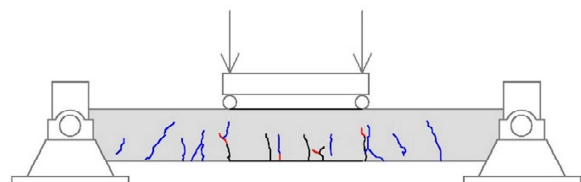
*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 6kN.*



*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 9kN.*



*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 12kN.*





**Confronto del comportamento dinamico della trave rinforzata intradossalmente ed estradossalmente con GFRP per una lunghezza di 30cm**

R1-D0	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	303,380	276,562	0,91
Modo 2	725,805	671,875	0,93
Modo 3	1349,51	1335,156	0,99

R1-D1	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	285,328	259,375	0,91
Modo 2	676,716	639,844	0,95
Modo 3	1260,74	1267,969	1,01

R1-D2	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	281,857	251,562	0,89
Modo 2	667,278	631,25	0,95
Modo 3	1243,64	1260,937	1,01

R1-D3	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	280,827	255,469	0,91
Modo 2	664,477	621,094	0,93
Modo 3	1238,56	1230,468	0,99

## Trave rinforzata estradossalmente per 30cm ed intradossalmente per 1m con GFRP

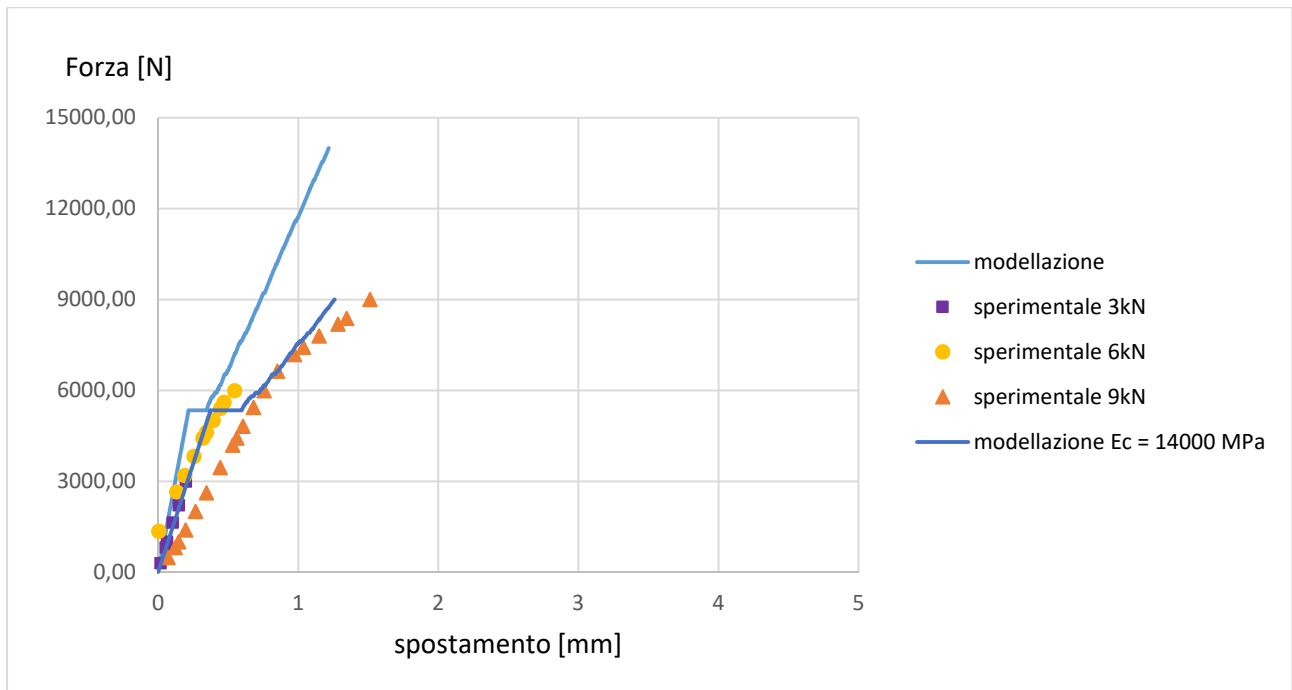


Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico ed i risultati sperimentali.

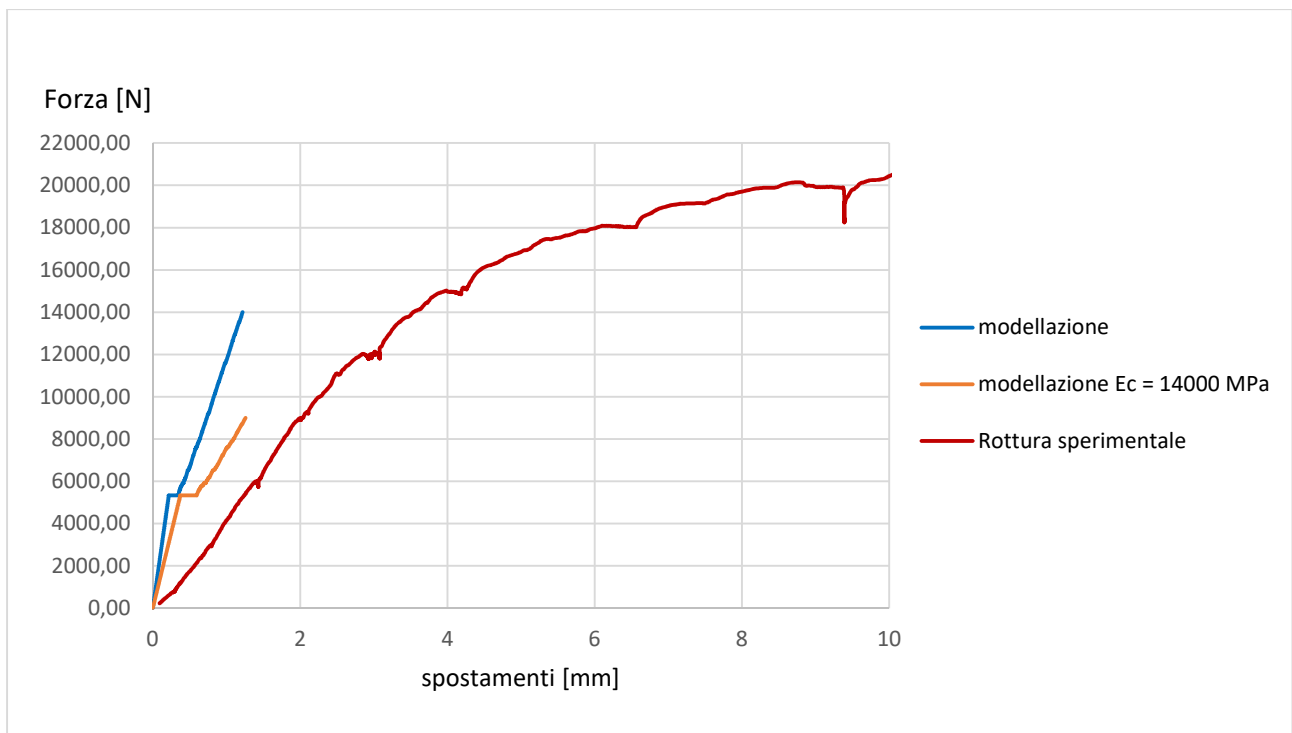
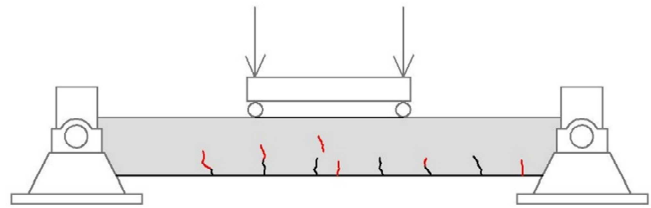
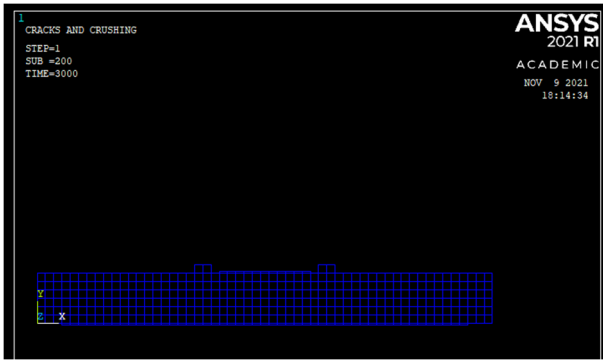
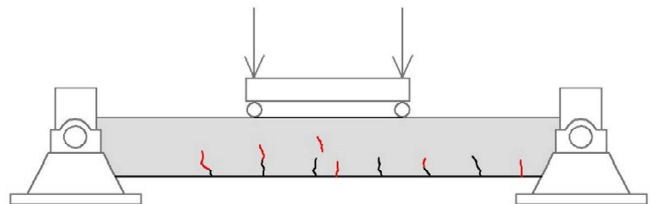
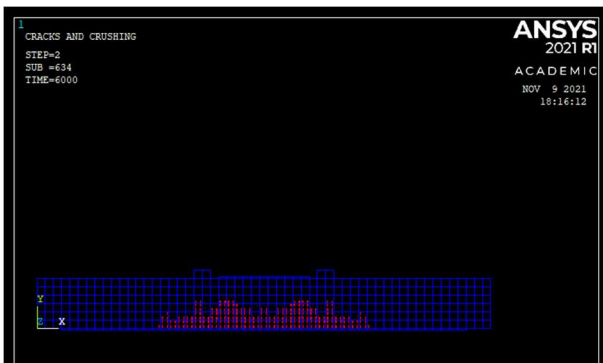


Diagramma sforzo-deformazione di confronto tra il modello numerico e la rottura sperimentale.

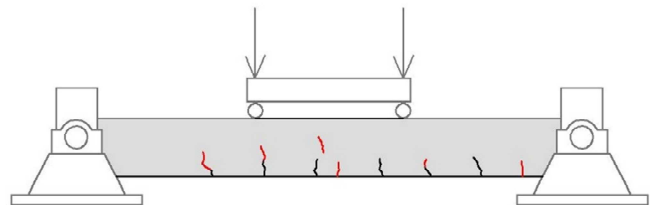
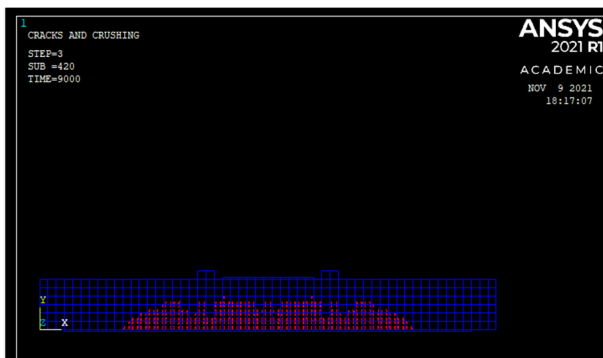
## Confronto della fessurazione tra modellazione e dati sperimentali



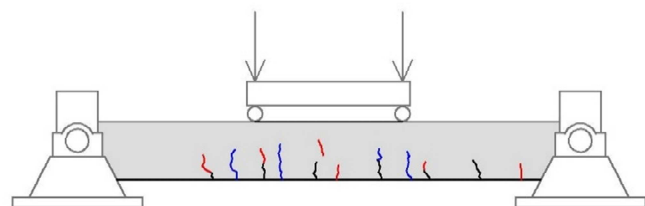
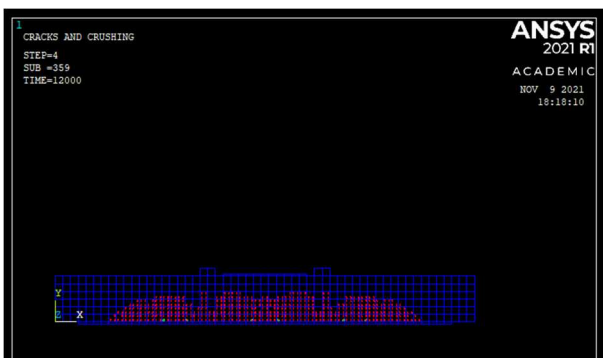
*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 3kN.*



*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 6kN.*



*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 9kN.*



*Quadro fessurativo corrispondente ad un carico di 12kN.*

**Confronto del comportamento dinamico della trave rinforzata estradossalmente per 30cm ed intradossalmente per 1m con GFRP**

R2-D0	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	331,883	285,937	0,86
Modo 2	822,718	777,344	0,94
Modo 3	1377,82	1420,31	1,03

R2-D1	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	318,508	260,938	0,82
Modo 2	786,260	634,375	0,81
Modo 3	1.310,45	1275	0,97

R2-D2	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	302,460	255,469	0,84
Modo 2	742,264	634,375	0,85
Modo 3	1229,37	1264,06	1,03

R2-D3	Frequenza (Hz)	Frequenza sperimentale (Hz)	fs/fm (%)
Modo 1	299,024	254,688	0,85
Modo 2	732,803	622,656	0,85
Modo 3	1211,98	1232,81	1,02

Alla luce dei risultati descritti all'interno di questa relazione è possibile affermare che il modello sviluppato mediante software ANSYS è in grado di fornire risultati paragonabili a quelli sperimentali. Pertanto rappresenta una buona base di partenza per successive sperimentazioni di questo tipo, mediante le quali sarà possibile perfezionarlo ulteriormente rendendo sempre più facilmente percorribile questa strada.

## BIBLIOGRAFIA

- R. Capozucca, *Vibration analysis of damaged RC beams strengthened with GFRP*, *Composite Structures*, 2018, Volume 200, 624-634.
- R. Capozucca, S. Bossoletti, S. Montecchiani, *Assessment of RC beams with NSM CFRP rectangular rods damaged by notches*, *Composite Structures*, 2015, Volume 128, 322-341.
- R. Capozucca, S. Bossoletti, *Dynamic response of RC beams – in different scale – with near surface mounted CFRP rectangular rods*, *Composite Structures*, 2015, Volume 131, 516-529.
- Roberto Capozucca, *Vibration of CFRP cantilever beam with damage*, *Composite Structures*, 2014, Volume 116, 211-222.
- Capozucca R., Magagnini E. *RC beam models damaged and strengthened with GFRP strips under bending loading and free vibration*. *Composite Structures*, 2020, 253, 112730.
- Capozucca R., Magagnini E. *Analysis of cracked RC beams under vibration*. *Proceedings of the 12th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2017)*, Kitakyushu, Japan, 10-12 July 2017. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, 842, 012076.
- Capozucca R., Magagnini E., Vecchietti M.V. *Damaged RC beams strengthened with GFRP*. In: Bartoli G., Betti M., Fagone M., Pintucchi B. (eds) *Proceedings of the 14th International Conference on Building Pathology and Constructions Repair, Procedia Structural Integrity (CINPAR 2018)*, Firenze, Italy, 20-22 July 2018, 2018, 11: 402-409.
- Capozucca R., Magagnini E., Vecchietti M. V. *Experimental Free Vibration of Damaged RC Beam Models*. In: Paipetis S.A., M.H. Aliabadi Ferri (eds) *Proceedings of 18th International Conference on Fracture and Damage Mechanics (FDM 2019)*, Rhodes, Greece, 16-18 September 2019, Key Engineering Materials, 2019, 827, 499–504.
- Capozucca R., Magagnini E. *Assessment of RC elements strengthened with NSM FRP rods by experimental tests*. In: Golewki G.L. (eds) *Proceeding of the 10th International Conference on Advanced Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures (AMCM2020)*, Lublin, Poland, 21-23 October, 2020. *MATEC Web of Conferences*, 2020, 323, 01008.
- Magagnini E., Capozucca R. *Detection of Damage in RC Beams Strengthened with NSM CFRP Rectangular Rod by Finite Element Modeling*. In: Abdel Wahab M. (eds) *Proceedings of the 8th International Conference on Fracture, Fatigue and Wear (FFW 2020)*, 2020. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Singapore, 2020, 227-242.
- Manuale Ansys.

## **RINGRAZIAMENTI**

*Giunti a questo punto vorrei prendermi un momento per ringraziare tutte quelle persone che mi sono state vicino in questo arco di vita che sta per chiudersi.*

*Voglio ringraziare la mia famiglia, voi che mi siete stati accanto ogni giorno, questo lavoro di tesi è per voi, grazie dei sacrifici che avete fatto per permettermi di studiare e raggiungere questo traguardo, grazie per la pazienza che avete avuto nei miei confronti, specialmente nei giorni prima di ogni esame ed in questo ultimo periodo che è stato un susseguirsi di emozioni dove mi stavo perdendo, ma grazie a voi e alle vostre parole riesco a riacquisire la calma e la lucidità necessarie per andare avanti, grazie per avermi convinto, ragionando assieme e motivandomi, a non mollare quattro anni fa, quando ancora ero all'inizio di questa esperienza universitaria, facendomi capire che non è un numero o una bocciatura a definire la caratura di una persona, ma che è importante metterci l'impegno e la passione in ciò che si fa e che i risultati poi vengono da se. Grazie per avermi sostenuto poi, al termine dei tre anni, nella scelta di continuare gli studi per conquistare anche questo secondo traguardo, voi sarete sempre un porto sicuro per me, dal quale partirò per affrontare quella che sarà la mia vita, con la certezza che ogni volta che tornerò verrò accolto a braccia aperte.*

*Abbiamo affrontato tanti ostacoli e tanti ancora ne dovremo affrontare, ma siamo ancora qui, uniti come sempre e pronti a tutto.*

*Mi auguro di rendervi fieri di me donandovi molte soddisfazioni per la persona che sono e per ciò che farò.*

*Aurora, sei la cosa migliore che mi abbiamo mai dato, così diversa da me, delle volte siamo addirittura opposti, ma comunque occupi una parte dei miei pensieri e del mio cuore, voglio dirti che per te ci sarò sempre e che ti voglio tanto bene.*

*Ai miei amici delle superiori, vi ringrazio per esserci sempre e vi chiedo scusa se in questi anni non sono stato in grado di darvi le giuste attenzioni, nonostante ciò so con certezza che per me ci sarete sempre e me ne avete dato prova molte volte dimostrandomi sempre pronti e disponibili nei momenti importanti, anche con la semplice proposta di una pizza o di una passeggiata. Grazie*

*Voglio ringraziare i miei amici dell'università, quelle persone con cui dai primi giorni abbiamo legato e formato un gruppo solido in cui ci aiutavamo e motivavamo a vicenda per affrontare al meglio gli studi e gli esami, dove abbiamo gioito dei traguardi e consolato nelle sconfitte di ognuno. Questo gruppo è poi mutato con il percorso magistrale, dove si sono aggiunte altre persone, ma la musica non è cambiata dimostrando nuovamente unità e solidarietà. Grazie a tutti voi*

*Vorrei ringraziare i miei compagni di avventura, Valerio, Carlo, Michele e Rossella, voi mi siete stati vicini in tutti i momenti e spero di aver fatto altrettanto. Abbiamo condiviso tantissime cose, momenti leggeri e difficili. Mi auguro di non perderci e di restare uniti come lo siamo oggi.*

*Ai miei amici di Ancona e dintorni, grazie per avermi accolto nel gruppo ed avermi fatto sentire fin da subito parte di esso e non l'ultimo arrivato, per avermi sopportato e supportato, oltre che aiutato creando momenti di svago e di gioco che riuscissero a distogliere il pensiero, per qualche ora, dal peso e dall'ansia che l'università ci fa carico.*

*Con alcuni di voi inoltre sono riuscito a scoprire lati di me che non conoscevo, migliorato altri aspetti del mio carattere di cui non andavo fiero e vissuto storie che non avrei altrimenti vissuto.*

*Mi riferisco al gruppo nerd delle sessioni dei giochi di ruolo ed al gruppo Magic, Anche in questo caso mi auguro di restare sempre uniti.*

*Ed infine ringrazio me stesso, per non aver mollato, per aver avuto la caparbia di concludere questo percorso, di essere riuscito a superare molte difficoltà, per essere riuscito a tirare fuori il carattere nelle occasioni in cui era necessario superando anche alcuni limiti personali per ottenere ciò che si vuole. Con queste ultime righe concludo una fase della mia vita, con la consapevolezza che da domani ci sarà un nuovo inizio.*

*E dopo aver scritto questi ringraziamenti che mi sento veramente fortunato per ciò che ho intorno a me.*

*Vi voglio bene.*