



**UNIVERSITÀ POLITECNICA
DELLE MARCHE**

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea in Ingegneria meccanica

Tesi di Laurea Triennale

Calcolo ottico di spostamenti su un telaio tensegrale

Optical calculation of displacements
on a tensegral frame

Relatore: Chiar.mo Prof. Marco Rossi

Correlatore: Chiar.mo Prof. Gianluca Chiappini

Laureando: Alessandro Di Pietro

Anno accademico: 2020/2021

Indice

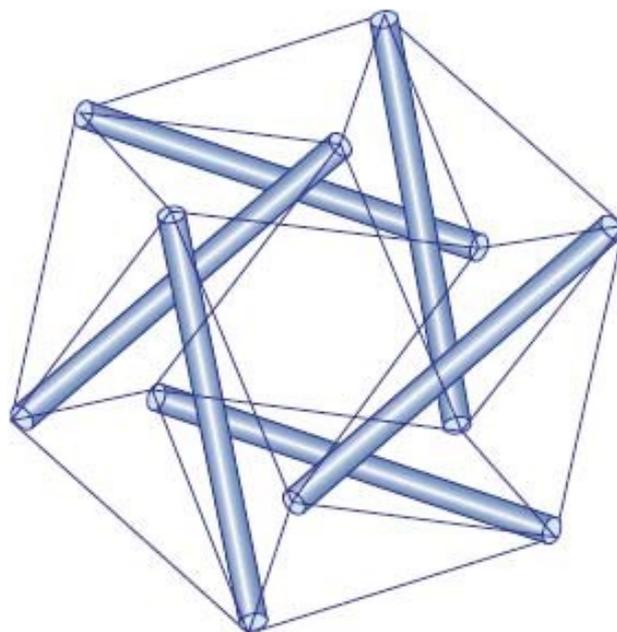
Introduzione.....	1
1. Telaio tensegrale.....	5
1.1 Corpo rigido	7
1.2 Cavi metallici	8
1.3 Giunti adesivi	10
1.4 Realizzazione del prototipo	12
2. Calibrazione.....	16
2.1 Immagini e modello di calibrazione	16
2.2 Parametri intrinseci ed estrinseci	20
2.3 Calibrazione stereoscopica	23
3. Coordinate dei markers.....	25
3.1 I 9 punti di riferimento	25
3.2 Algoritmo alternativo	29
3.3 Confronti	31
4. Risultati e analisi.....	33
4.1 Le 3 funzioni di interpolazione	34

4.2	Analisi delle prove del 31/03/2021	38
4.2.1	Mappe e spostamenti per le camere	39
4.2.2	Mappe e spostamenti per i sensori	44
4.2.3	Analisi dei valori con ausilio di grafici	45
4.3	Analisi delle prove del 26/04/2021	48
4.3.1	Mappe e spostamenti per le camere	49
4.3.2	Mappe e spostamenti per i sensori	54
4.3.3	Analisi dei valori con ausilio di grafici	55

**5. Confronto prove del 31/03/2021 e del
26/04/2021.....59**

5.1	Conclusioni	59
-----	-------------	----

Bibliografia.....60



Introduzione

L'oggetto della mia tesi riguarda il calcolo ottico di spostamenti su un telaio tensegrale. Ciò è stato possibile grazie alle immagini delle prove effettuate in laboratorio e al materiale fornitomi dal professor Chiappini e al supporto dei programmi Matlab e Excel. Il materiale necessario per realizzare tale prova è stato di: un telaio tensegrale in acciaio con un solaio di piastrelle in vetro, degli oggetti pesati tali da coprire una massa di 400kg e 200 kg che saranno poi disposti in maniera differente, due fotocamere poste sopra il solaio una alla destra e l'altra sulla sinistra e 8 sensori di spostamento sotto il telaio. Le prove sono state realizzate sia il 31/03/2021 e sia il 26/04/2021 con le piastrelle del solaio non incollate ma semplicemente appoggiate sul telaio. L'obbiettivo sarà quello di analizzare gli spostamenti, dovuti alla pressione del carico sul solaio, tramite il calcolo ottico con le fotocamere e si avrà una conferma su tali valori confrontandoli con quelli misurati dai sensori di spostamento.

L'uso di elementi in vetro nell'ingegneria civile si sta diffondendo negli ultimi anni al di là delle funzioni meramente estetiche ma per la loro facilità di installazione e produzione. Tuttavia, le prestazioni strutturali di tali materiali in qualsiasi condizione d'uso è oggetto di indagine. In questo caso, il pavimento tensegrale (brevetto n. 0001426973), rappresentato in Fig.1, è caratterizzato da una particolare giunzione adesiva acciaio-vetro che permette una proficua cooperazione strutturale tra materiali diversi. Come noto, alla base dell'efficacia delle strutture tensegrali vi è il corretto tensionamento dei fili di metallo che sono dedicati a mantenere gli elementi rigidi compressi. Il livello di tensionamento è quindi

responsabile della deformazione effettiva della struttura, che è ovviamente della massima importanza quando si parla di applicazioni civili.

La struttura viene analizzata e confrontata in un ambiente simulato per mezzo di un modello multibody ibrido di elementi finiti.

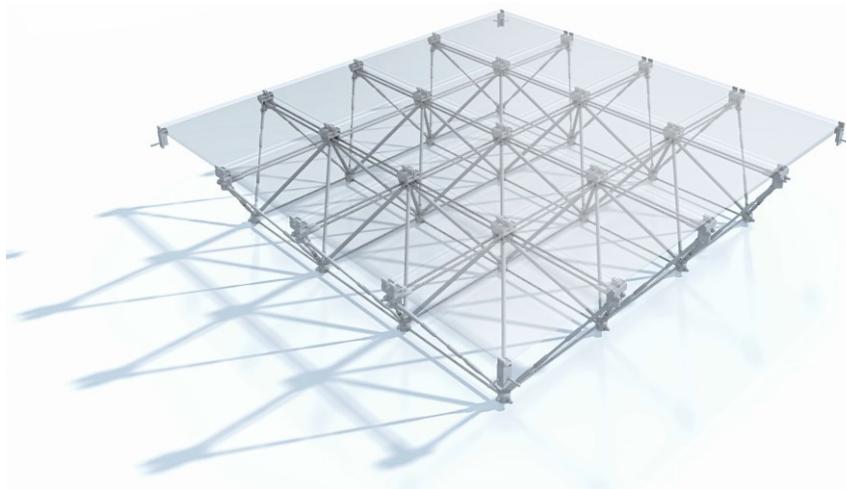


Fig.1 Il piano tensegrale (brevetto n.0001426973)

Nonostante il peso ridotto e la versatilità, l'utilizzo delle strutture tensegrali nella pratica ingegneristica è stato limitato fino ad ora per la loro peculiare complessità. In primo luogo, le condizioni di stabilità sono estremamente difficili da soddisfare. Inoltre, la natura flessibile spesso limita la loro applicazione alle costruzioni civili. Tale caratteristica li rende però particolarmente utili per scopi meccanici e aerospaziali, vale a dire per quelle applicazioni che richiedono efficacia in termini sia di peso che di dimensioni [1, 2]. I concetti di tensegrità hanno trovato molte applicazioni anche nel campo della robotica [3], dove sono stati maggiormente sfruttati per le loro caratteristiche di grande deformazione [4, 5].

Come ovvio, l'interesse suscitato da tale applicazione ha spinto anche la ricerca sullo studio di modelli per la stabilità statica e dinamica e sull'attuazione e il controllo dei sistemi di tensegrità, ne vengono presentati anche modelli matematici per l'analisi statica [6]. Il piano tensegrale [7,8] oggetto di questo studio è una struttura ibrida vetro-metallo caratterizzata da un leggero telaio metallico che sostiene un pavimento in vetro.

Per la sua peculiare trasparenza, il pavimento si adatta a quelle applicazioni dove è preferibile un basso impatto visivo, come nel caso della copertura di aree di siti archeologici e la rivitalizzazione di edifici storici. Il controtelaio metallico è costruito sfruttando i concetti tipici delle strutture tensegrali, storicamente utilizzate per il loro valore estetico dagli architetti [9, 10].

Secondo Renè Motro questi sono "sistemi" in uno stato di auto stress stabile e includono un insieme discontinuo di componenti compressi all'interno di un continuum di componenti tensionati" [11].

La principale novità di questa struttura tensegrale è l'introduzione delle lastre di vetro costituenti il pavimento come elementi strutturali. Infatti, anche se la smaltatura diffusa sulle facciate sono dette strutturali, i pannelli di vetro non forniscono alcun effetto benefico all'intera resistenza della struttura. Nella struttura, grazie al giunto adesivo progettato, il vetro non è più un semplice supporto, ma garantisce un contributo effettivo verso la riduzione delle deformazioni dell'insieme sistema entro i limiti imposti dai regolamenti edilizi.

Nonostante gli effetti benefici dell'innovativa strategia di montaggio utilizzata per la lastra, la resistenza offerta dal vetro non è sufficiente a garantire la stabilità del pavimento.

A tal fine, il controtelaio in acciaio deve contribuire attivamente per sostenere la superficie del vetro e per ridurre le azioni interne che avvengono nelle connessioni adesive. Perciò, lo stato tensionale interno della struttura deve essere modificato di conseguenza al carico agente sulla struttura.

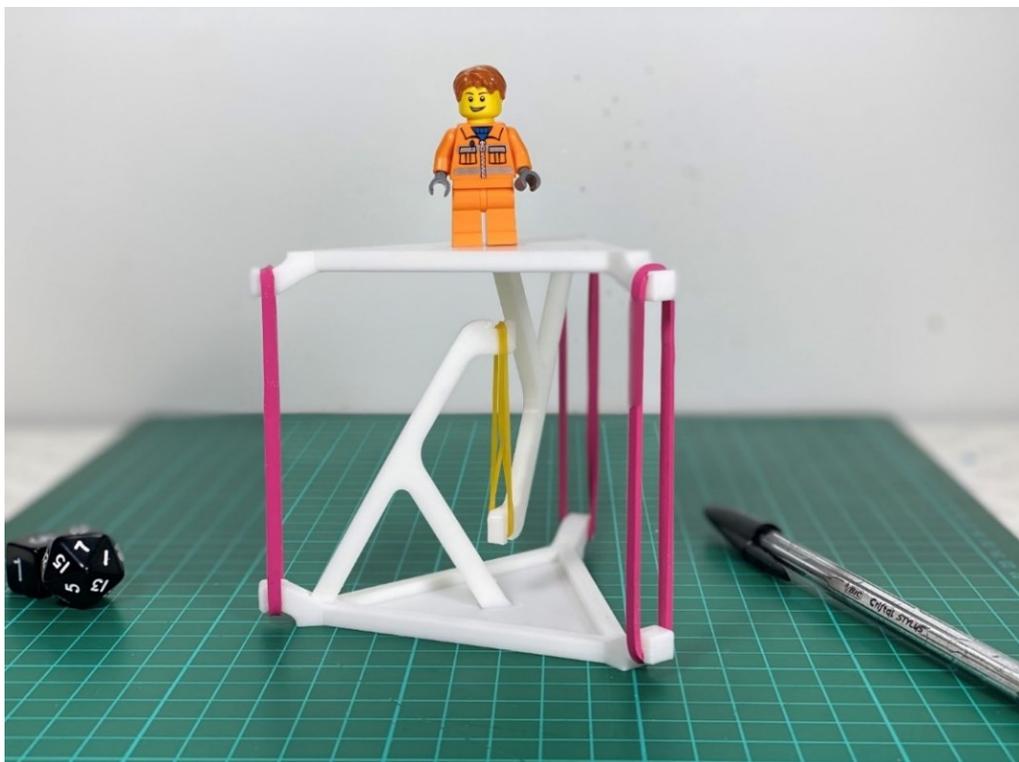
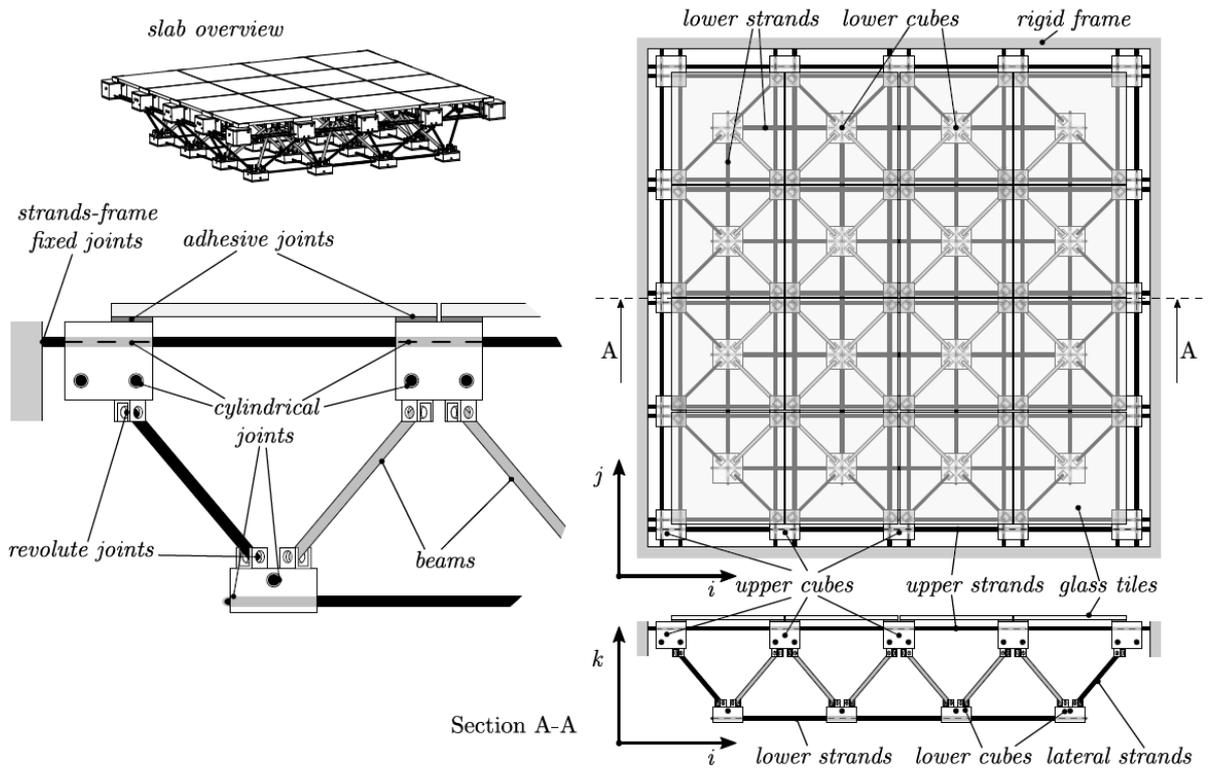


Fig.2 Struttura tensegrale di Lego con elastici

1. Telaio tensegrale

Le strutture tensegrali sono solitamente interessate da grandi spostamenti a seconda della tensione interna dei trefoli. Tali spostamenti sono dovuti principalmente alla cinematica del sistema piuttosto che le deformazioni dei corpi stessi, ad eccezione dei cavi ovviamente. Questa semplice osservazione è supportata dalla pratica comune e anche giustificato dalle condizioni di deformazione dei componenti che di solito sono travi compresse e cavi tesi [12, 13]. Pertanto, una strategia di modellazione efficace deve tenere in considerazione tale presupposto limitando l'analisi delle deformazioni a quegli elementi che sono più soggetti, e mettendo a fuoco sulla topologia dei vincoli che rendono possibili le deviazioni. Questo approccio multibody ibrido agli elementi finiti viene proposto per il piano tensegrale. L'approccio della modellazione e analisi sono eseguiti in un ambiente software appropriato. Vale la pena notare che le strutture per applicazioni di ingegneria civile sono comunemente fortemente sovra vincolate, come lo è il sistema che è stato proposto.



Nomenclatura

Inglese	Italiano
Slab overview	Panoramica della lastra
Strands-frame fixed joints	Giunti fissi al trefolo e telaio
Adhesive joints	Giunti adesivi
Cylindrical joints	Giunti cilindrici
Revolute joints	Giunti rotante
Beams	Travi
Upper/lower cubes	Cubi superiori/inferiori
Upper/lower/lateral strands	Trefoli superiori/inferiori/laterali
Glass tiles	Piastrelle di vetro
Rigid frame	Telaio rigido

Fig.1.1 Corpi e giunti del piano tensegrale

1.1 corpo rigido

Il comportamento del pavimento viene studiato mediante un modello sviluppato in ambiente MSC.ADAMS secondo lo schema funzionale mostrato in Fig. 1.1. Con eccezione dei cavi metallici, indicati in figura come superiore, inferiore e laterali (upper, lower, lateral stands), tutti i corpi sono stati progettati e quindi costruiti come corpi rigidi.

I principali componenti rigidi del solaio tensegrale sono:

- le tessere di vetro (sedici in totale) che rappresentano la superficie superiore del pavimento e sono collegate al controtelaio mediante giunti adesivi, il cui modello è descritto di seguito (forza massima ad ogni supporto 200N);
- venticinque elementi portanti per le piastrelle a cui sono collegati, a forma di cubi cavi d'acciaio (cubi superiori in Fig.1.1 forza massima agente 400N);
- trentasei travi rigide collegate rispettivamente alla superficie superiore e ai cubi inferiori per mezzo di un giunto sferico e universale (forza assiale massima 400N);
- sedici cubi cavi (cubi inferiori), simili a quelli superiori e collegati ad essi dalle travi (massimo forza 400N).

Vengono raccolti i parametri di massa e d'inerzia di questi corpi nella tabella di Fig.1.2. Accanto agli elementi solidi appena introdotti, un numero totale di quaranta cavi metallici completano il pavimento tensegrale interfacciandosi con elementi rigidi come descritto a seguire.

Corpo	Densità	Massa	Mom. inerzia
	Kg/m ³	kg	X 10 ⁻³ kg m ²
Cubi superiori	7801	2.42	4.48, 3.84, 3.83
Cubi inferiori	7801	0.60	0.92, 0.53, 0.53
Travi	7801	0.12	0.20, 0.20, 0.0018
Piastrelle	2595	1.40	21.0, 10.5, 10.5

Fig.1.2 Proprietà fisiche dei corpi rigidi

1.2 cavi metallici

Come mostrato in Fig. 1.1, i trefoli metallici del piano tensegrale sono disposti secondo uno schema abbastanza complesso. Nello schema, i trefoli sono divisi in tre diverse tipologie, vale a dire i trefoli inferiori, superiori e laterali, a seconda della loro posizione all'interno del controtelaio in acciaio del pavimento. Ogni tipo di filamento svolge un ruolo diverso nell'equilibrio statico della struttura.

Qualitativamente, le loro funzioni possono essere descritte come segue:

- trefoli superiori: tale classe di cavi è destinata a mantenere i cubi superiori nelle posizioni nodali della griglia e si definiscono appena sotto la vetrata; la connessione tra cubi e trefoli è discusso più avanti. Sebbene i cubi sono sospesi su di essi, questi cavi non sono sufficienti per mantenere una superficie piana di piastrelle di vetro senza il sostegno proveniente dalle travi sottostanti.

- trefoli inferiori: il livello inferiore dei cavi definisce la reciproca posizione dei cubi inferiori e, di conseguenza, l'altezza effettiva del controtelaio in acciaio. In pratica, più i cavi inferiori sono tesi, più vicini sono i cubi inferiori. L'inclinazione delle travi si modifica di conseguenza fornendo supporto ai cubi superiori.

- trefoli laterali: questi cavi sono disposti esattamente come delle travi rigide tra i cubi superiori e inferiori. Il loro stato di sollecitazione influenza la posizione dei cubi inferiori come fatto dai cavi inferiori, ma in maniera più complessa. Da un lato, maggiore è la tensione, il cavo più lontano tira i cubi inferiori riducendo l'inclinazione delle travi e il conseguente sostegno fornito ai cubi superiori. Dall'altro, la lunghezza dei cavi laterali influisce direttamente sull'altezza dei cubi inferiori rispetto ai superiori: quindi, più questi cavi sono tesi, più i cubi inferiori vengono spinti verso l'alto fornendo ulteriore sostegno al piano di calpestio in vetro.

Le connessioni tra i cubi (sia superiore che inferiore) e i trefoli avvengono solo per mezzo di fori sulle facce dei solidi, attraverso cui passano i cavi inseriti. Grazie a tale connessione, ogni cubo può sia ruotare intorno e traslare lungo l'asse del rispettivo cavo, realizzando due giunti cilindrici (uno per ogni faccia).

In particolare, ad ogni giunto cilindrico è stato posto un nodo per trasmettere le forze di vincolo agli assi dei cavi metallici. Il materiale è stato impostato per fornire il comportamento dei fasci ortotropi tipico dei cavi metallici. I dettagli sono forniti nella tabella di Fig.1.3.

Parametro	Valore	
Densità	7801	kg/m ³
Modulo di Young	207	GPa
Modulo di taglio	10	GPa
Coeff. di Poisson	0.3	
Raggio del cavo	5	mm
Carico massimo	18000	N

Fig.1.3 Proprietà meccaniche dei cavi metallici

1.3 giunti adesivi

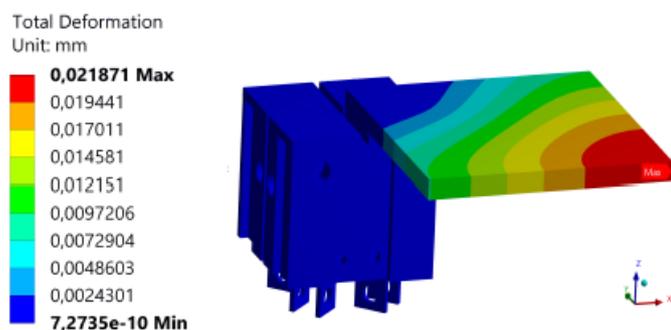


Fig.1.4 FEM del giunto

Parametro	Valore	
Rigidità normale	3.84×10^9	N/m
Rigidità tangente	8.99×10^8	N/m

Fig.1.5 Proprietà meccaniche dei giunti adesivi

Nella progettazione del pavimento tensegrale a grandezza naturale, ogni piastrella di vetro che compone la superficie del piano è collegata a quattro cubi mediante giunti adesivi, realizzando una struttura con una resina epossidica. Il materiale scelto per i giunti è il 3M 7260, le cui proprietà meccaniche sono riassunte nella tabella di Fig.1.5. La connessione è geometricamente sagomata come un sottile strato quadrato (30mm, 30mm 1.1mm) posato tra le tessere di vetro e i rispettivi cubi inferiori. Modellando tale connessioni come vincolo rigido tra piastrelle e cubi inibisce qualsiasi moto relativo tra gli organi coinvolti, come fosse un giunto fisso che esercita sia forze e momenti in 3 dimensioni. La topologia del vincolo risultante sarebbe essere troppo abbondante e bloccherebbe qualsiasi tipo di moto relativo tra i corpi del pavimento. I valori di rigidezza rotazionale e di traslazione (raccolte

anche in Fig.1.5) sono state calcolate per mezzo di una analisi statica eseguita con il metodo degli elementi finiti (FEM) dello strato adesivo, rappresentato in Fig.1.4.

Il modello FEM è stato costruito utilizzando il codice commerciale ANSYS Workbench. Il modello rappresenta un singolo modulo del pavimento costituito da: un cubo d'acciaio, una piastrella di vetro e lo strato di colla. La piastrella è composta da un vetro laminato composto da due pannelli di vetro temperato di 4 mm di spessore separato da un sottile strato di PVB (polivinilbutirrale) con uno spessore di 0.3 mm.

Materiale	E	v	ρ
	MPa		Kg/m ³
Vetro temperato	70000	0.22	2500
PVB	14800	0.48	1080
Steel	200000	0.33	7850
3M 7260	3000	0.35	1200

Fig.1.6 Proprietà elastiche utilizzate nel modello FEM

Le proprietà elastiche utilizzate per i diversi materiali sono elencati nella tabella di Fig.1.6, ovvero il modulo di Young (**E**), il rapporto di Poisson (**v**) e la densità (**ρ**). Diverse condizioni di carico sono state applicate in direzioni diverse per estrarre la rigidità normale e tangente equivalente, usata nella simulazione multibody. Per unire i diversi componenti del modulo è stato utilizzato un contatto incollato. Un esempio del modello FEM utilizzato è riportato in Fig.1.4 dove era presente un carico verticale applicato alla fine della piastrella. Le rigidità equivalenti finali sono elencati nella tabella di Fig.1.5

Nonostante l'uso di connessioni non rigide, la presenza di quattro punti di contatto per ciascuna delle tessere di vetro conferisce al prototipo del pavimento un'estrema rigidità che impedisce qualsiasi deformazione significativa della struttura. Per questa ragione si è scelto di utilizzare una particolare strategia di assemblaggio che libera le tessere di vetro dalle coppie generate dalle connessioni adesive. In altre parole, le piastrelle sono state incollate a sotto elementi opportunamente realizzati invece di collegare direttamente ai cubetti. Tali elementi di supporto, quindi, sono stati mantenuti liberi di ruotare rispetto ai cubi.

Le connessioni risultanti possono essere descritte come giunti sferici elastici che mantengono il contatto tra piastrelle e cubetti senza vincolare le rotazioni reciproche.

1.4 Realizzazione del prototipo

Per la realizzazione del prototipo, prima di tutto è stato creato il telaio esterno, a cui l'intera struttura è composta di cubi, lastre di vetro e trefoli che verranno poi collegati. Il telaio di supporto esterno è composto da quattro travi IPE 120 saldati insieme per formare un quadrato di dimensione 1.20m, 1.20m. I fori sono stati realizzati lungo i lati del telaio sul quale i cavi saranno poi bloccati. Il pavimento tensegrale si compone di due livelli. I trefoli superiori necessari per sostenere i cubi superiori sono vincolati al telaio alla loro estremità. Ogni cubo (80 mm di lato) è supportato da quattro trefoli. I cubi esterni del livello superiore sono semplicemente supportati dal telaio. Sono stati praticati dei fori su questi cubi che servono per il passaggio dei cavi. I cubi di livello superiore sono realizzati come mostrato in Fig.1.7. Il più basso livello è composto da cubi

simili a quelli superiori (di metà altezza), collegati tra loro da trefoli e collegati ai cubi superiori da puntoni. Sul lato inferiore dei cubetti superiori e sul lato superiore dei cubetti inferiori i profili forati sono stati saldati per consentire il collegamento tra i due livelli. Il collegamento avviene tramite montanti, fissato al profilo a C con apposita bullonatura. Per quanto riguarda il pavimento è realizzato con piastrelle di vetro (300mm, 300mm). Le tessere di vetro sono composte da due lastre di vetro di 4mm di spessore con interposto uno strato di PVB 0.3mm. Dei supporti in acciaio sono stati incollati ad ogni angolo delle piastrelle di vetro, permettendo un facile collegamento con i cubi di supporto (Fig.1.8). Il prototipo finale assemblato è mostrato nella Fig.1.9.



Fig.1.7 Cubo superiore

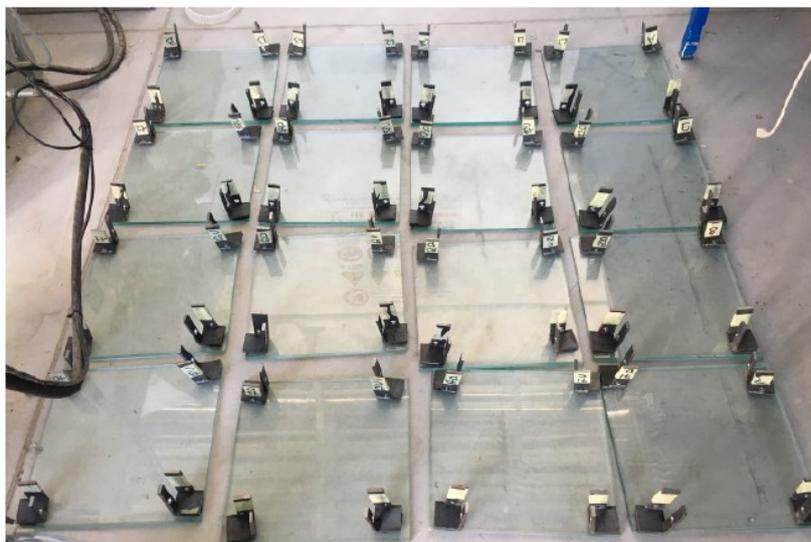


Fig.1.8 Piastrelle in vetro con supporto incollato

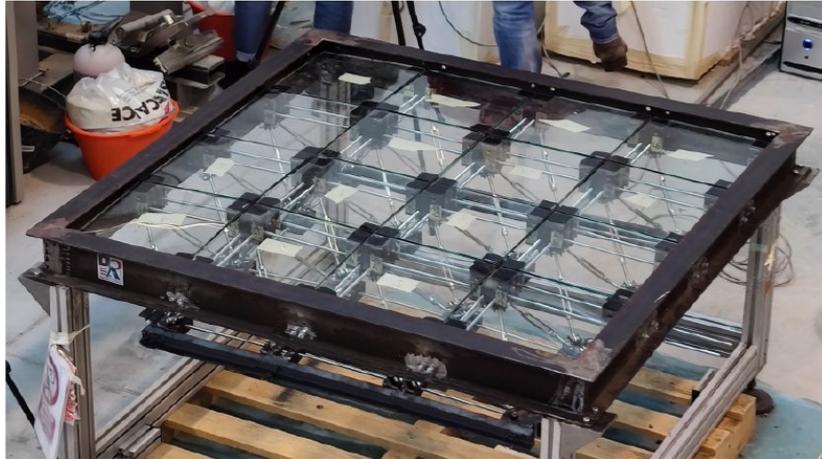


Fig.1.9 Prototipo assemblato

Un setup sperimentale per misurare lo spostamento del piano tensegrale in diverse condizioni di carico è stato sviluppato utilizzando un approccio fotogrammetrico. Viene descritta e verificata la tecnica di misurazione in condizioni di carico statico. È stato utilizzato il metodo della griglia ottica. Una griglia 3X3 dove dei markers circolari sono stati incollati sulla superficie superiore del prototipo.

Sono state utilizzate due fotocamere digitali per catturare contemporaneamente due immagini del pavimento da diverse angolazioni. Le telecamere hanno un sensore CMOS con risoluzione 1280X1024 pixel (modello Pixelink® B371F). Le immagini sono state post-elaborate con Matlab dalla binarizzazione dell'immagine (image binarization) e dall'analisi delle bolle (bubble analysis) per ottenere il centro dei markers. Quindi è stato utilizzato un algoritmo stereoscopico per derivare le coordinate 3D dei markers in un riferimento globale del telaio. Le due fotocamere sono state opportunamente calibrate. Innanzitutto, la posizione dei markers sul pavimento scaricato era ottenuto come configurazione di riferimento. Poi con il pavimento caricato, la nuova posizione dei markers è stata derivata dal sistema

stereoscopico. Sono state prese in considerazione tre condizioni di carico:

- (I) un carico uniformemente distribuito di 400 kg,
- (II) un carico di 200 kg posto lateralmente,
- (III) un carico di 200 kg concentrato sul centro.

La tensione dei cavi è stato impostato in tutti i casi in modo tale che il pavimento sia piatto quando il carico è zero; quindi viene mantenuto costante man mano che viene applicato il carico.

Il carico è stato applicato utilizzando una serie di pesi posti sul pavimento. Quando si posizionano i pesi, occorre prestare attenzione a garantire che i markers rimangano ben visibili dalle due fotocamere.

La distribuzione dello spostamento su tutta la superficie è stata ottenuta utilizzando diverse funzioni di interpolazione, le quali ne parleremo in seguito.

Per verificare la precisione del sistema di misura, due sensori di spostamento, ovvero trasduttori di spostamento lineare caricato a molla (modello M.A.E. PT50T), sono stati utilizzati per misurare lo spostamento del piano caricato in punti distanti dai marcatori circolari.

Il sistema di misurazione adottato è piuttosto semplice e flessibile, permette di ottenere una mappa ragionevolmente accurata dello spostamento lungo tutta la superficie e può essere convenientemente utilizzato per convalidare l'effetto del sensore servo azionato. Inoltre, le prove con carichi statici dimostrano la rigidità e la stabilità del solaio.

2. Calibrazione

La calibrazione è l'operazione in cui uno strumento di misura viene regolato in modo da migliorarne l'accuratezza. L'operazione richiede il confronto con delle misure di riferimento prodotte utilizzando uno strumento campione.

È importante distinguere il concetto di calibrazione da quello di taratura:

- la taratura è un'operazione che permette di definire le caratteristiche metrologiche di uno strumento, allo scopo di definirne la precisione;
- la calibrazione ha come obiettivo quello di rendere lo strumento più accurato e spesso, conseguentemente, migliorarne la precisione (in particolare nella strumentazione a lettura diretta).

In altre parole, la prima determina le caratteristiche attuali dello strumento, mentre la seconda le migliora.

A seconda delle caratteristiche dello strumento, la regolazione può essere fatta su un solo punto (tipicamente lo zero), su due punti (tipicamente zero e fondo scala), o su più punti all'interno del campo di misura.

In questo caso si tratterà di calibrazione delle fotocamere rispetto al solaio al fine di ottenere un'analisi il più possibile accurata.

2.1 Immagini e modello di calibrazione

Il modello di calibrazione adottato è stato quello suggerito dal toolbox calibration di Matlab adatto per le calibrazioni di fotocamere. Prima di

tutto ho iniziato a prendere dimestichezza con Matlab, visto che non lo avevo mai usato fino ad all'ora.

Per prima cosa ho calibrato entrambe le camere rispetto al telaio, tutto ciò usufruendo di 35 immagini (per ogni camera e sia per le prove di marzo che di aprile, in questo le immagini proposte si riferiranno a marzo) che sono state selezionate in base alla nitidezza e poi caricate in memoria su un file Matlab. Queste immagini avevano come soggetto il solaio che per l'occasione era stato coperto da un foglio apposito bianco con una matrice di cerchi neri ed ognuna si differenziava dall'altra per via della diversa inclinazione lungo il piano perpendicolare al solaio e diversa rotazione e/o traslazione rispetto il piano dove giaceva il solaio stesso.

Inserendo le informazioni quali: il numero di cerchi neri lungo l'asse x (l'asse orizzontale), il numero di cerchi neri lungo l'asse y (l'asse verticale), la dimensione della finestra con cui andrò ad indicare manualmente col cursore i centri dei cerchi posti agli estremi del foglio (Fig.2.1) e lo spazio che persiste tra i due centri dei cerchi consecutivi.

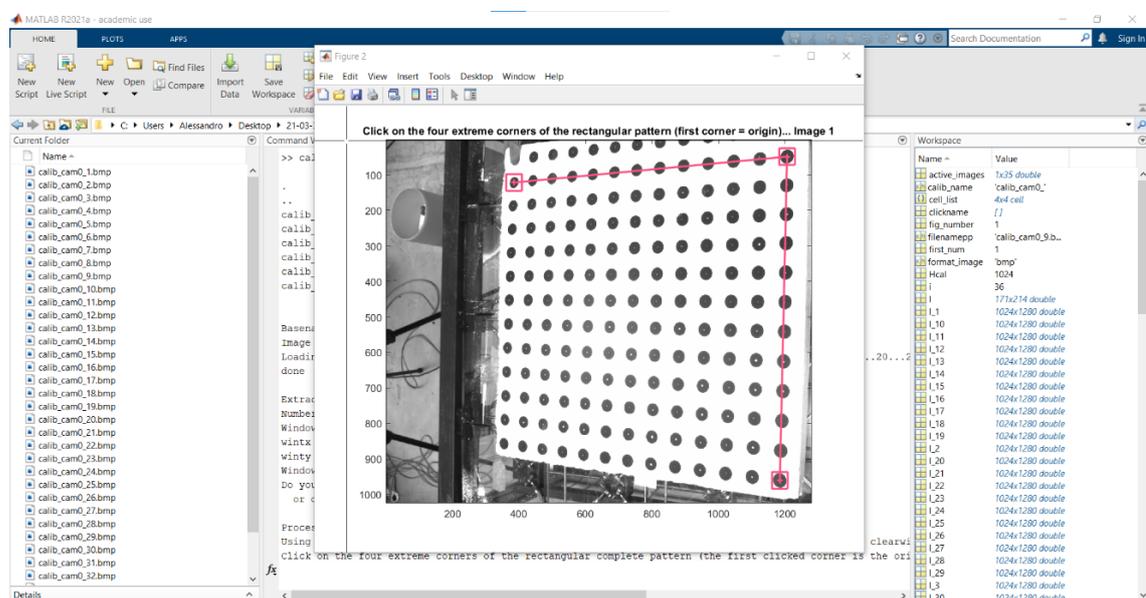


Fig.2.1 Rilevamento dei quattro centri dei cerchi

In tale maniera ho ottenuto come output, per ognuna delle 35 immagini, la stessa corrispondente dapprima con solo gli assi x e y e il loro centro d'origine (Fig.2.2) e successivamente con i centri rilevati (croci rosse) e con i centri della griglia riproiettati (quadrati blu) mostrato in Fig.2.3.

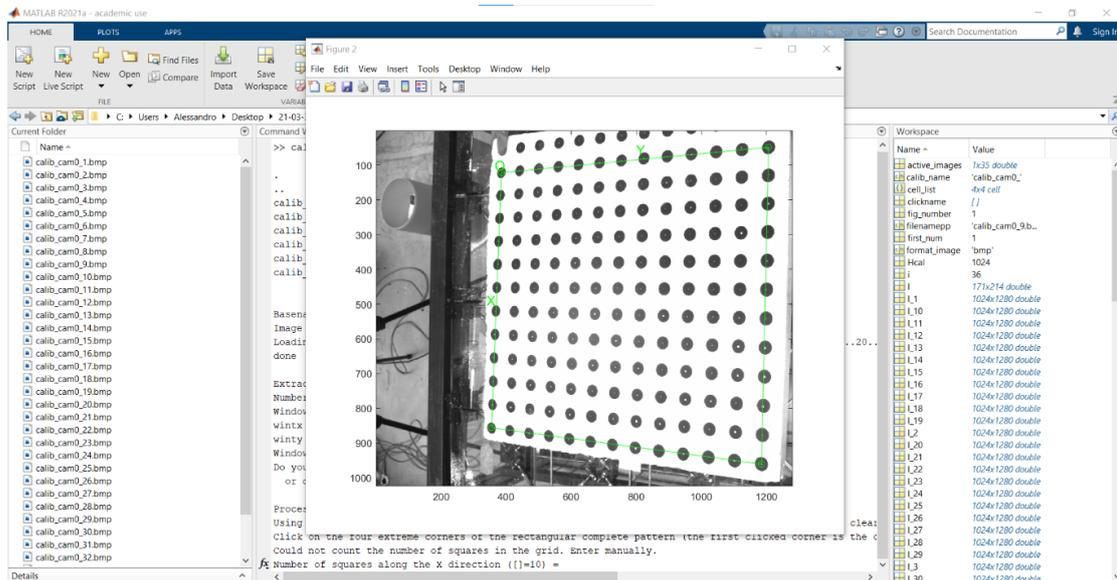


Fig.2.2 Piano cartesiano ottenuto

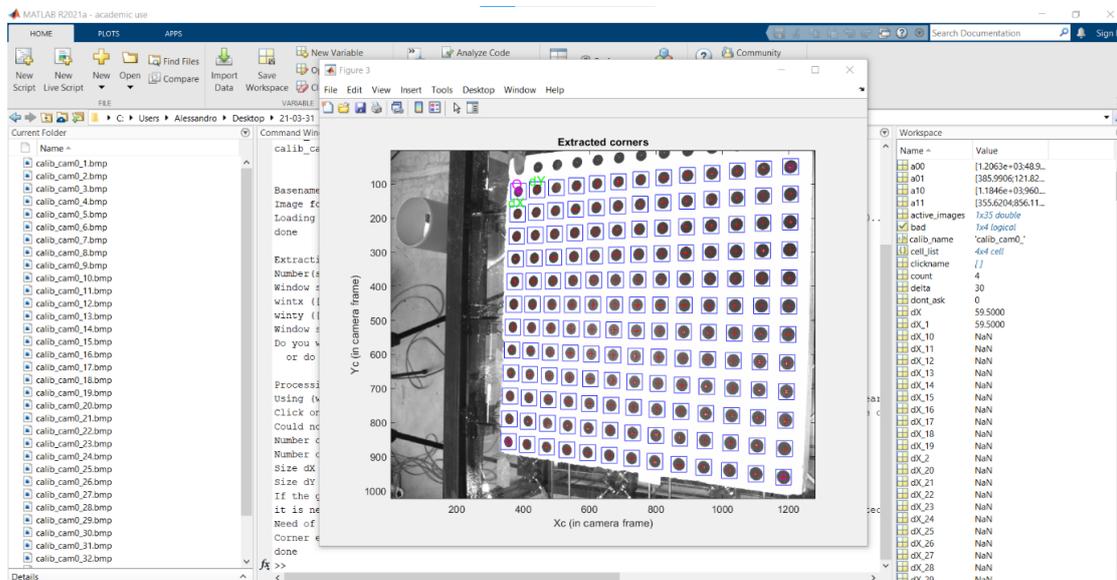


Fig.2.3 Cerchi e i loro centri rilevati

A questo punto dopo l'estrazione degli angoli ho realizzato la calibrazione della fotocamera che viene eseguita in due fasi: prima l'inizializzazione e poi l'ottimizzazione non lineare. La fase di inizializzazione calcola una soluzione in forma chiusa per i parametri di calibrazione basata senza includere alcuna distorsione dell'obiettivo. La fase di ottimizzazione non lineare minimizza l'errore di riproiezione totale (nel senso dei minimi quadrati) su tutti i parametri di calibrazione (i quali ne parleremo in seguito). L'ottimizzazione viene eseguita mediante discesa iterativa del gradiente con un calcolo esplicito (in forma chiusa) della matrice jacobiana.

Avrò così i parametri di calibrazione memorizzati in una serie di variabili. Guardando indietro al grafico degli errori, si noti che l'errore di riproiezione è molto grande su un gran numero di figure. Il motivo è che non abbiamo svolto un lavoro molto accurato nell'estrarre gli angoli su alcune immagini altamente distorte. Tuttavia, possiamo correggerlo ora ricalcolando automaticamente gli angoli dell'immagine su tutte le immagini, la modalità automatica (auto) utilizza la griglia riproiettata come posizioni iniziali di ipotesi per l'angolo, la modalità manuale consente all'utente di estrarre gli angoli manualmente (metodo tradizionale di estrazione degli angoli). In questo caso, i punti della griglia riproiettati sono molto vicini agli angoli effettivi dell'immagine. Gli angoli di tutte le immagini vengono quindi ricalcolati e eseguo una nuova ottimizzazione della calibrazione, non è stata eseguita alcuna fase di inizializzazione (l'ottimizzazione è partita dal risultato della calibrazione precedente).

Come detto, il processo di calibrazione è stato effettuato sia per la fotocamera 0, posta sulla destra del solaio e sia per la fotocamera 1, posta sulla sinistra.

2.2 Parametri intrinseci ed estrinseci

Realizzata la calibrazione si ottengono i parametri utili e l'elenco di quest'ultimi può essere suddiviso in due categorie: parametri intrinseci e parametri estrinseci.

I parametri intrinseci sono:

- **Lunghezza focale:** la lunghezza focale in pixel è memorizzata nel vettore 2×1 **fc**.
- **Punto principale:** Le coordinate del punto principale sono memorizzate nel vettore 2×1 **cc**.
- **Coefficiente di inclinazione:** il coefficiente di inclinazione che definisce l'angolo tra gli assi dei pixel x e y è memorizzato nello scalare **alpha_c**.
- **Distorsioni:** i coefficienti di distorsione dell'immagine (distorsioni radiali e tangenziali) sono memorizzati nel vettore 5×1 **kc**.

Il toolbox di calibrazione restituisce anche le stime delle incertezze su tali parametri.

Di seguito nelle Fig.2.4 e Fig.2.5 i risultati per la calibrazione per la fotocamera 0 e poi la 1.

```
Editor - C:\Users\Alessandro\Desktop\21-03-31\Calib_Results_cam0.m
Calib_Results_cam0.m
10
11
12  %-- Focal length:
13  fc = [ 1781.538411043910401 ; 1767.838739250559001 ];
14
15  %-- Principal point:
16  cc = [ 665.121615464029219 ; 514.901454535340463 ];
17
18  %-- Skew coefficient:
19  alpha_c = 0.000000000000000;
20
21  %-- Distortion coefficients:
22  kc = [ -0.186026656382490 ; 0.506851406785656 ; 0.004205073260648 ; -0.008951104440265 ; 0.00000
23
24  %-- Focal length uncertainty:
25  fc_error = [ 25.726122337402270 ; 30.352113049556475 ];
26
27  %-- Principal point uncertainty:
28  cc_error = [ 29.466353461946341 ; 4.554086617900993 ];
29
30  %-- Skew coefficient uncertainty:
31  alpha_c_error = 0.000000000000000;
32
33  %-- Distortion coefficients uncertainty:
34  kc_error = [ 0.010631599988307 ; 0.076394204910876 ; 0.000615893693624 ; 0.001987741258001 ; 0.0
35
36  %-- Image size:
37  nx = 1280;
38  ny = 1024;
```

Fig.2.4 Risultati della calibrazione per la fotocamera 0

```
Editor - C:\Users\Alessandro\Desktop\21-03-31\Calib_Results_cam1.m
Calib_Results_cam1.m
10
11
12  %-- Focal length:
13  fc = [ 1690.388978584032202 ; 1681.286588472185258 ];
14
15  %-- Principal point:
16  cc = [ 600.870976482878973 ; 524.528210255955059 ];
17
18  %-- Skew coefficient:
19  alpha_c = 0.000000000000000;
20
21  %-- Distortion coefficients:
22  kc = [ -0.174070666660923 ; 0.478588090610835 ; 0.002297723569529 ; 0.007634502534136 ; 0.000000
23
24  %-- Focal length uncertainty:
25  fc_error = [ 33.172650220737594 ; 33.844382204676911 ];
26
27  %-- Principal point uncertainty:
28  cc_error = [ 14.734063808795915 ; 3.995401352664561 ];
29
30  %-- Skew coefficient uncertainty:
31  alpha_c_error = 0.000000000000000;
32
33  %-- Distortion coefficients uncertainty:
34  kc_error = [ 0.009717969477591 ; 0.049147502255505 ; 0.000539200756847 ; 0.000943834729216 ; 0.0
35
36  %-- Image size:
37  nx = 1280;
38  ny = 1024;
```

Fig.2.5 Risultati della calibrazione per la fotocamera 1

I parametri estrinseci sono:

- **Rotazioni:** Un insieme di matrici di rotazione n_{ima} 3×3 $\mathbf{Rc}_1, \mathbf{Rc}_2, \dots, \mathbf{Rc}_{20}$ (assumendo $n_{\text{ima}}=20$).
- **Traduzioni:** Un insieme di vettori n_{ima} 3×1 $\mathbf{Tc}_1, \mathbf{Tc}_2, \dots, \mathbf{Tc}_{20}$ (assumendo $n_{\text{ima}}=20$).

Sia \mathbf{P} uno spazio di punti del vettore coordinate $\mathbf{XX} = [X; Y; Z]$ nel sistema di riferimento. Sia $\mathbf{XX}_c = [X_c; Y_c; Z_c]$ il vettore delle coordinate di \mathbf{P} nel frame di riferimento della fotocamera. Allora \mathbf{XX} e \mathbf{XX}_c sono in relazione tra loro attraverso la seguente equazione di moto rigida:

$$\mathbf{XX}_c = \mathbf{Rc}_1 * \mathbf{XX} + \mathbf{Tc}_1$$

In particolare, il vettore di traslazione \mathbf{Tc}_1 è il vettore delle coordinate dell'origine del reticolo (\mathbf{O}) nel quadro di riferimento della telecamera e la terza colonna della matrice \mathbf{Rc}_1 è il vettore normale alla superficie del piano contenente la griglia planare nella telecamera quadro di riferimento. La stessa relazione vale per i restanti parametri estrinseci: $(\mathbf{Rc}_2, \mathbf{Tc}_2), (\mathbf{Rc}_3, \mathbf{Tc}_3), \dots, (\mathbf{Rc}_{20}, \mathbf{Tc}_{20})$. Una volta che le coordinate di un punto sono espresse nel frame di riferimento della fotocamera, può essere proiettato sul piano dell'immagine utilizzando i parametri intrinseci della fotocamera.

2.3 Calibrazione stereoscopica

Caricando i file di calibrazione delle fotocamere 0 e 1, rispettivamente a destra e a sinistra realizzo la calibrazione stereoscopica.

Qui vengono mostrati i valori iniziali per i parametri intrinseci della fotocamera oltre a una stima per i parametri estrinseci che caratterizzano la posizione relativa della fotocamera di destra rispetto a quella di sinistra.

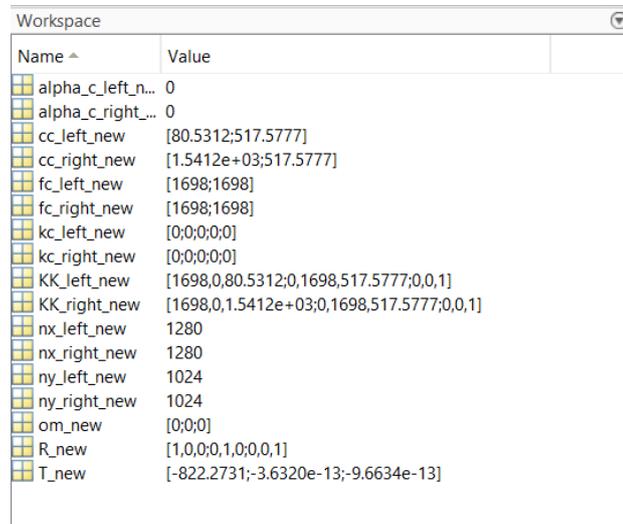
I parametri intrinseci rimangono equivalenti mentre i parametri estrinseci sono definiti in modo tale che se consideriamo un punto \mathbf{P} nello spazio 3D, i suoi due vettori di coordinate \mathbf{X}_L e \mathbf{X}_R nei sistemi di riferimento della fotocamera sinistra e destra sono correlati tra loro attraverso la trasformazione rigida del moto $\mathbf{X}_R = \mathbf{R} * \mathbf{X}_L + \mathbf{T}$.

Osserviamo che tutti i parametri intrinseci ed estrinseci sono stati ricalcolati, insieme a tutte le incertezze, in modo da ridurre al minimo gli errori di riproiezione su entrambe le fotocamere per tutte le posizioni della griglia di calibrazione.

Si considera la variabile \mathbf{KK} , nota come matrice della fotocamera che è definita come segue:

$$\mathbf{KK} = \begin{bmatrix} \mathbf{fc}(1) & \mathbf{alpha_c} * \mathbf{fc}(1) & \mathbf{cc}(1) \\ 0 & \mathbf{fc}(2) & \mathbf{cc}(2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nella Fig.2.6 abbiamo ciò che otteniamo dopo la calibrazione stereoscopica:



Name ^	Value
alpha_c_left_n...	0
alpha_c_right_...	0
cc_left_new	[80.5312;517.5777]
cc_right_new	[1.5412e+03;517.5777]
fc_left_new	[1698;1698]
fc_right_new	[1698;1698]
kc_left_new	[0;0;0;0]
kc_right_new	[0;0;0;0]
KK_left_new	[1698,0,80.5312;0,1698,517.5777;0,0,1]
KK_right_new	[1698,0,1.5412e+03;0,1698,517.5777;0,0,1]
nx_left_new	1280
nx_right_new	1280
ny_left_new	1024
ny_right_new	1024
om_new	[0;0;0]
R_new	[1,0,0;0,1,0;0,0,1]
T_new	[-822.2731;-3.6320e-13;-9.6634e-13]

Fig.2.6 Risultati della calibrazione stereoscopica

Naturalmente tutto ciò è stato fatto oltre che per le prove del 31/03/2021 anche per le prove del 26/04/2021 ottenendo così dei valori differenti per questi parametri.

3. Coordinate dei markers

3.1 I 9 punti di riferimento

Per eseguire l'analisi degli spostamenti del telaio è necessario avere dapprima una configurazione di riferimento sul solaio. Ciò è data dalle coordinate dei markers posti sul solaio in maniera da rimanere ben visibili dalle fotocamere, naturalmente nella fase di scarico e sia nella fase di carico, ponendo attenzione sulla disposizione degli oggetti che fungeranno da carico.

I punti di riferimento sono 9 e corrispondono ai centri dei 9 cerchi neri disposti in questa maniera (Fig.3.1):

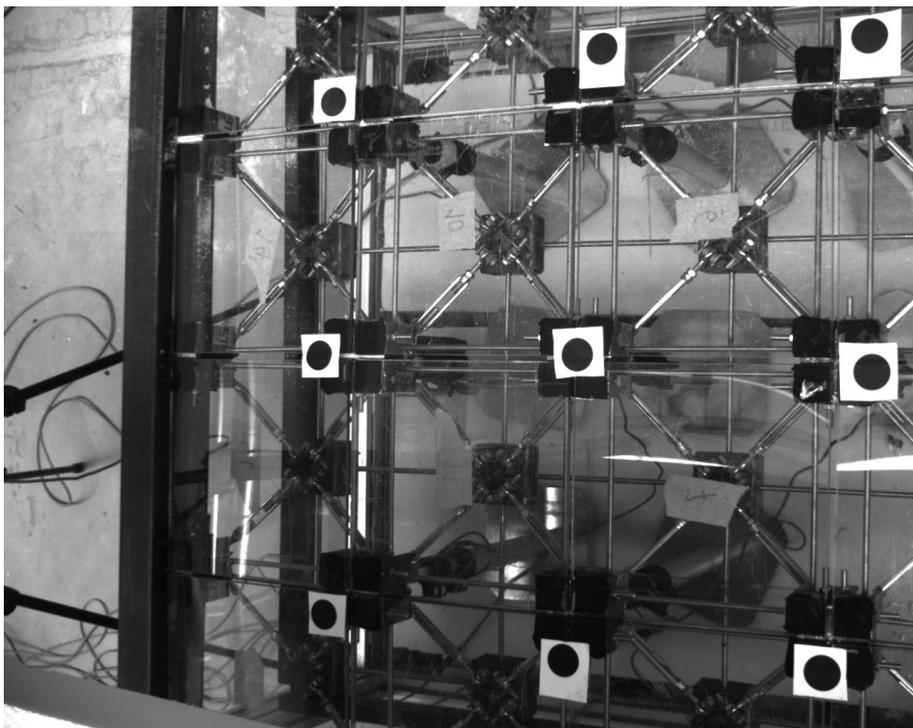


Fig.3.1 Foto del solaio scarico dalla camera 0 (posta a destra)

Dopo aver caricato il solaio abbiamo questa situazione, che varia in base alle prove (Fig.3.2, Fig.3.3, Fig.3.4):

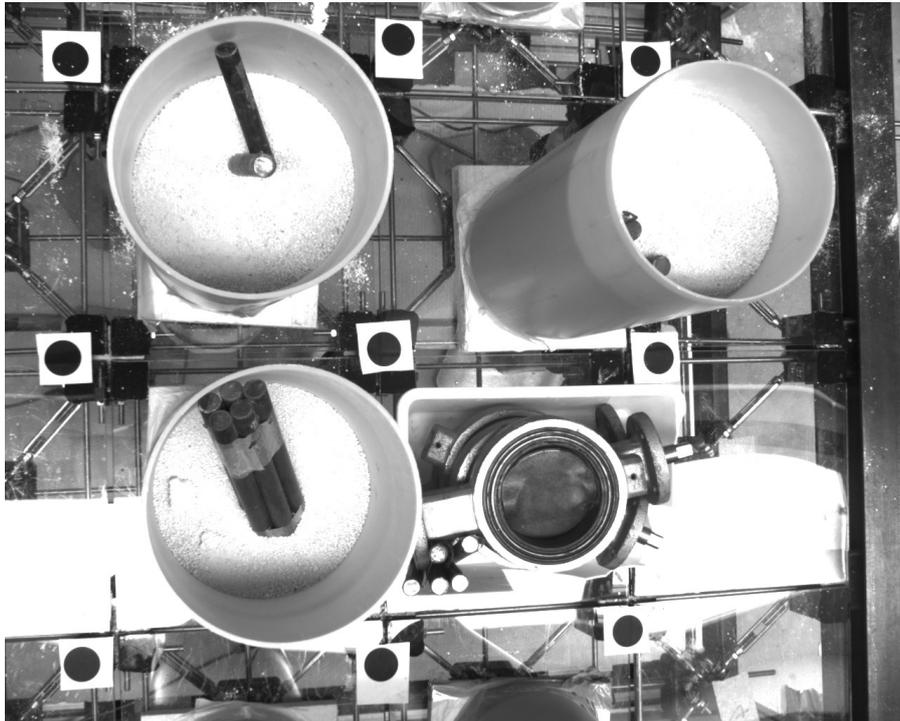


Fig.3.2 Foto da cam 1 (posta a sinistra) con carico di 200 kg concentrato

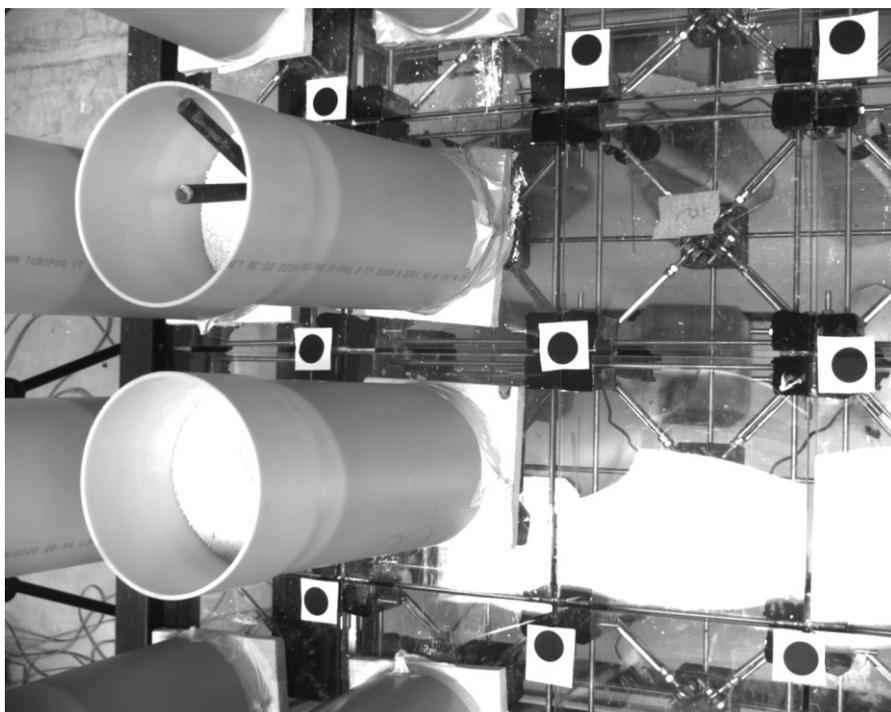


Fig.3.3 Foto da cam 0 (posta a destra) con carico di 200 kg laterale

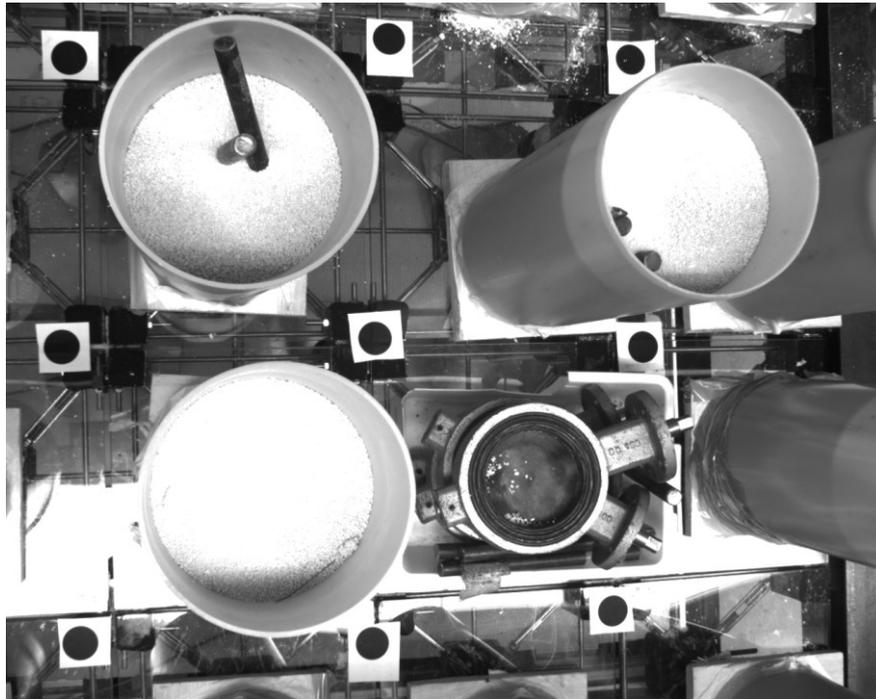


Fig.3.4 Foto da cam 1 (posta a sinistra) con carico di 400 kg distribuito

Per trovare le coordinate dei 9 markers è stato utilizzato uno script Matlab capace di leggere l'immagine del piano scarico della prova che si vuole analizzare. Poi tramite diverse funzioni si ha un ciclo 'for' che permette di tracciare dei quadrilateri sull'immagine manualmente in modo tale da avere il centro del cerchio nero al suo interno. Inoltre la funzione 'regionprops' garantisce di individuare le coordinate dei centri dei cerchi x , y in pixel, limitando le ricerche nel quadrilatero disegnato (tramite un altro ciclo 'for') e per valori di area ed eccentricità del cerchio. In output si ottiene l'immagine del piano scarico con sopra segnalati i 9 markers e un vettore dove sono state salvate le coordinate dei singoli punti.

Questo procedimento viene eseguito per ogni prova, sia in fase di carico che di scarico e per entrambe le fotocamere.

Tutti i dati sono stati salvati in una cartella omonima.

Esempio della prova da 200 kg carico laterale B dalla fotocamera 1 rappresentati nelle Fig.3.5 e Fig.3.6:

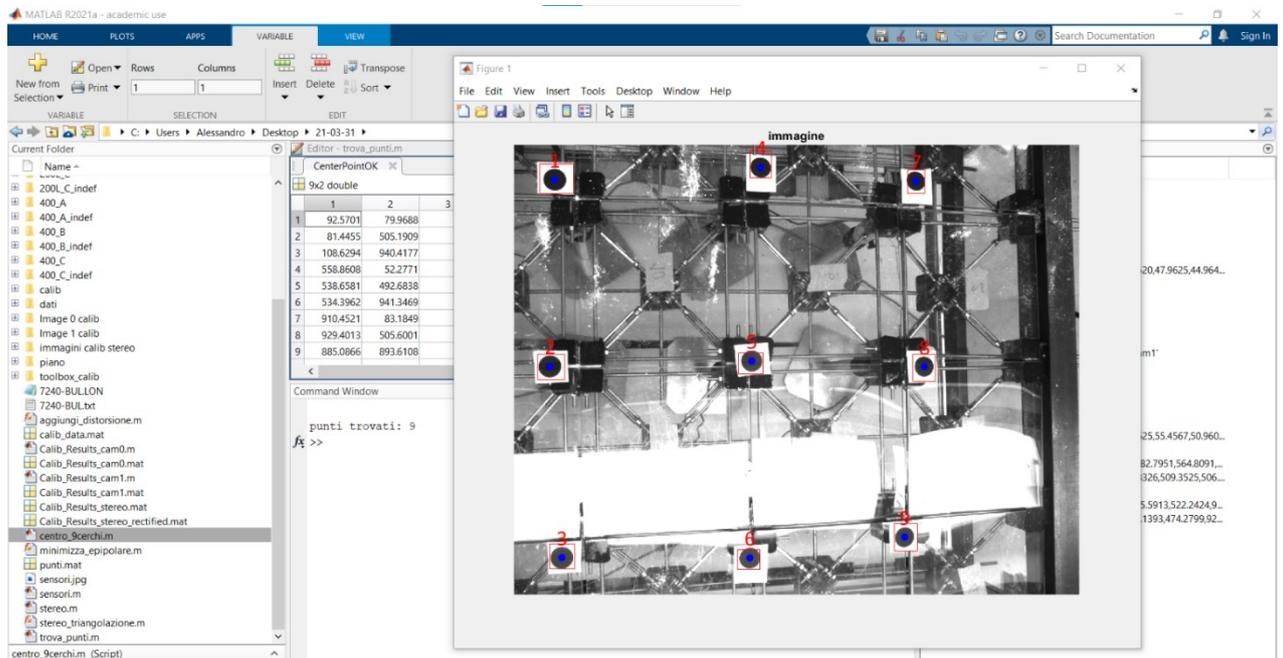


Fig.3.5 Prova 200 kg laterale B dalla fotocamera 1 in fase di scarico

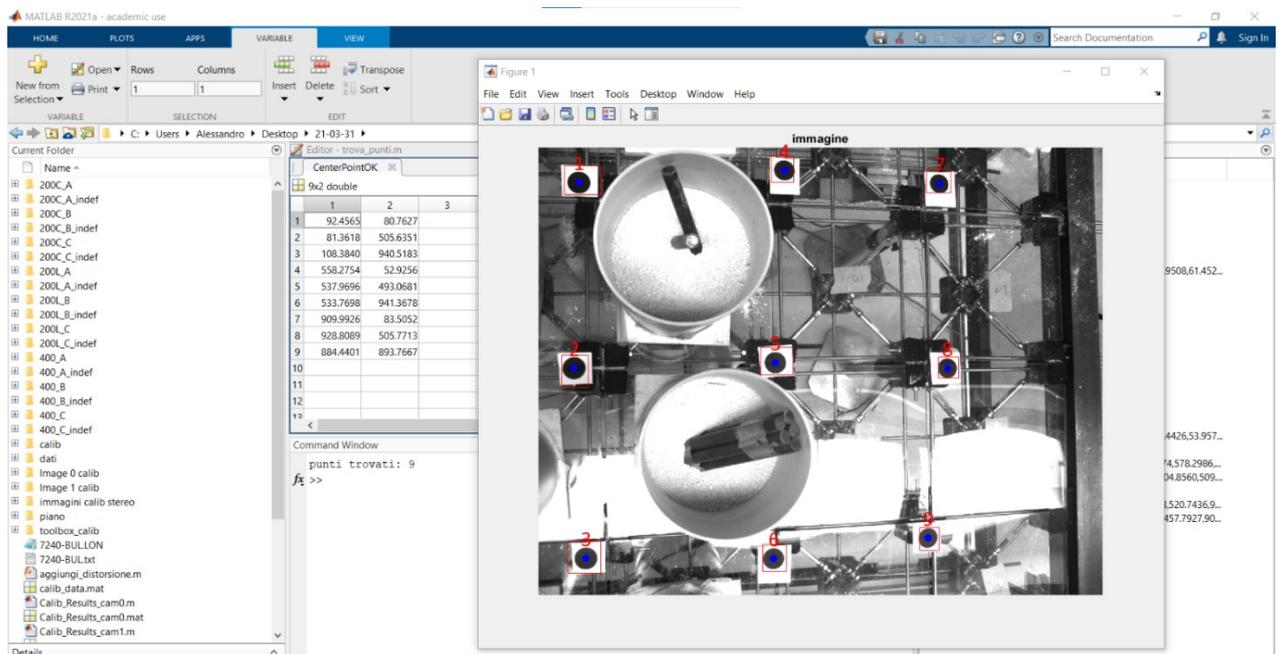


Fig.3.6 Prova 200 kg laterale B dalla fotocamera 1 in fase di carico

3.2 Algoritmo alternativo

Altresì ho realizzato un algoritmo alternativo capace ugualmente di trovare le coordinate in pixel dei markers.

Lo script Matlab è composto in modo da avere nella prima parte il pescaggio dell'immagine della prova corrispondente inserendo il nome della prova (per esempio 400_A_indef) e il tipo di fotocamera se sia la 0 o la 1. Poi si effettua una modifica del contrasto dei colori così da rendere più evidente la posizione dei cerchi neri posti su di un quadrato bianco e grazie alla funzione 'regionprops' che mi permetterà di trovare le coordinate dei centri di qualsiasi oggetto circolare, che la funzione riesca a trovare nell'immagine e anche il loro diametro e quindi il raggio, che verranno salvati in dei vettori. In base alla dimensione del vettore, nel quale sono stati salvati i valori dei raggi dei cerchi individuati nell'immagine si avvia un ciclo for, dove per ogni valore del vettore dei raggi e per ogni valore di coordinata del centro sia lungo l'asse x che y si effettua un controllo; si verifica che ogni valore rientri in dei parametri che io ho estrapolato manualmente dalle immagini, sia per quanto riguarda le dimensioni massime e minime che i raggi dei cerchi devono avere, per escludere eventuali oggetti circolari estranei ma comunque riconosciuti dalla funzione utilizzata e sia per la posizione sommaria dei cerchi. Naturalmente i valori confermati dai parametri vengono salvati mentre il resto viene scartato, così avrò in output il vettore delle coordinate dei centri dei cerchi che corrispondo ai 9 markers e l'immagine della prova con i cerchi evidenziati in rosso, come mostrato nella Fig.3.7.

```

% Ottengo centri e raggi dei cerchi
    centers = stats.Centroid;
    diameters = mean([stats.MajorAxisLength
stats.MinorAxisLength],2);
    radii = diameters/2;

n = length(radii);
m=1;

for i=1:n
    v = radii(i,1);
    if cam==0
        if (v >= 18.2) & (v <= 26.0)

            if ((centers(i,1)>=420.0) &
(centers(i,1) <=480.0)) || ((centers(i,1)>=775.6) &
(centers(i,1) <=858.0)) || ((centers(i,1)>=1130.0) &
(centers(i,1) <=1238.0))

                if ((centers(i,2)>=839.0) &
(centers(i,2) <=948.0)) || ((centers(i,2)>=469.0) &
(centers(i,2) <=540.0)) || ((centers(i,2)>=17.0) &
(centers(i,2) <=153.0))

                    r(m,1) = v;
                    c(m,1) = centers(i,1);
                    c(m,2) = centers(i,2);
                    m=m+1;
                    end
                    end
                    end

            else if cam==1
                if (v >= 18.2) & (v <= 26.0)
                    if ((centers(i,1)>=56.0) &
(centers(i,1) <=133.0)) || ((centers(i,1)>=510.0) &
(centers(i,1) <=580.0)) || ((centers(i,1)>=862.0) &
(centers(i,1) <=948.0))

                        if ((centers(i,2)>=872.0) &
(centers(i,2) <=966.0)) || ((centers(i,2)>=469.0) &
(centers(i,2) <=531.0)) || ((centers(i,2)>=30.0) &
(centers(i,2) <=105.0))

                            r(m,1) = v;
                            c(m,1) = centers(i,1);
                            c(m,2) = centers(i,2);
                            m=m+1;
                            end
                            end
                            end
                    end
                    end
                    end
end
end
end

```


Lo svantaggio principale del secondo algoritmo è la mancanza di ottimizzazione, ovvero il processo con cui trova i centri dei cerchi è vincolato da dei parametri che sono stati inseriti manualmente dal programmatore (me stesso) e quindi variano a seconda della fotocamera che è stata usata per ottenere l'immagine della relativa prova. Il primo metodo invece, qualsiasi sia la posizione dei cerchi, è in grado di evidenziarli e quindi trovare le coordinate dei loro centri. Un altro svantaggio del secondo algoritmo è dato dalla mancanza di una numerazione dei punti che segua un ordine prestabilito e uguale per tutte le prove che si vogliono analizzare. Infatti, mentre con il primo metodo ciò è possibile in base all'ordine con cui si evidenziano i cerchi, qui l'elenco è dato in base alla loro posizione lungo l'asse y (orizzontale) e quindi dal suo valore più basso al più grande.

Es. Prova 400 kg A dalla fotocamera 0 in fase di carico in Fig.3.8

	1	2
1	460.6289	136.0590
2	440.9955	493.0245
3	447.2710	857.9785
4	835.6016	61.4092
5	801.8326	491.9797
6	781.9517	922.5800
7	1.2092e+03	43.1732
8	1.2124e+03	516.8571
9	1.1432e+03	940.3172

Primo algoritmo

	1	2
1	441.1241	493.0347
2	447.5461	858.0658
3	460.8209	135.9699
4	781.8920	922.7082
5	801.8272	492.1810
6	835.6433	61.2697
7	1.1432e+03	940.4166
8	1.2093e+03	43.0601
9	1.2126e+03	516.8439

Secondo algoritmo

Fig.3.8 Risultati del primo e del secondo algoritmo

4. Risultati e analisi

A questo punto ho tutto l'occorrente per avviare l'effettiva analisi degli spostamenti. Con un altro script Matlab eseguo per ogni prova lo studio, usufruendo dei dati della calibrazione, della posizione dei 9 markers e delle immagini del telaio caricato con i diversi pesi a seconda della prova. Si ottiene come risultato una mappatura del telaio che ha analizzato lo spostamento in ogni suo punto, si registra in un vettore lo spostamento dei 9 markers presi in considerazione e in un altro vettore lo spostamento degli 8 punti corrispondenti alla posizione dove i sensori, posti in basso al telaio, hanno effettuato la misurazione.

Queste mappe e i valori di spostamento corrispondenti sono stati analizzati con 3 funzioni di interpolazione differenti:

- `cubicinterp`
- `biharmonicinterp`
- `thinplateinterp`

così da potermi avvicinare il più possibile al valore reale facendo in seguito una media.

La misurazione realizzata dai sensori è stata salvata in un file eseguibile con Matlab e grazie ad un altro script è stato possibile ricavarne i dati. Ciò si ha interpolando i valori ottenuti per ogni prova in 3 istanti di tempo diversi ma sempre durante la stessa misurazione, quindi grazie a 3 click differenti lungo il grafico, mostrato in Fig.4.1, avrò un valore più attendibile dopo averne fatto la media. Inoltre si ottiene la relativa mappatura sugli spostamenti del solaio.

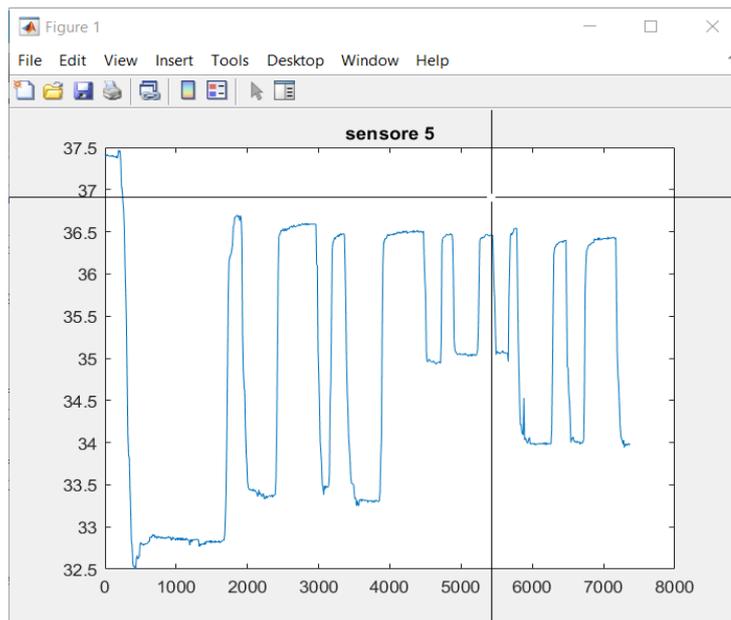


Fig.4.1 Grafico rispetto al tempo delle misurazioni dei sensori

I picchi del grafico corrispondono alla fase di scarico, mentre le zone di più basse alle fasi di carico, i primi tre per i 400 kg, poi per i 200 kg posti lateralmente e gli ultimi tre per i 200 kg di carico concentrato.

Questi dati ottenuti per ogni prova sono stati salvati su un foglio di calcolo (Excel) così da avere un grafico a barre dei valori di spostamenti degli 8 punti sia per le camere che per i sensori.

4.1 Le 3 funzioni di interpolazione

In matematica per interpolazione si intende un metodo per individuare nuovi punti del piano cartesiano a partire da un insieme finito di punti dati, nell'ipotesi che tutti i punti si possano riferire ad una funzione di una data famiglia di funzioni di una variabile reale.

Interpolazione cubica (cubicinterp)

Nell'interpolazione cubica se i valori di una funzione $f(x)$ e della sua derivata sono noti in $x=0$ e $x=1$, allora la funzione può essere interpolata sull'intervallo $[0,1]$ utilizzando un polinomio di terzo grado, un esempio è mostrato nella Fig.4.2. Questa è chiamata interpolazione cubica. La formula di questo polinomio può essere facilmente derivata.

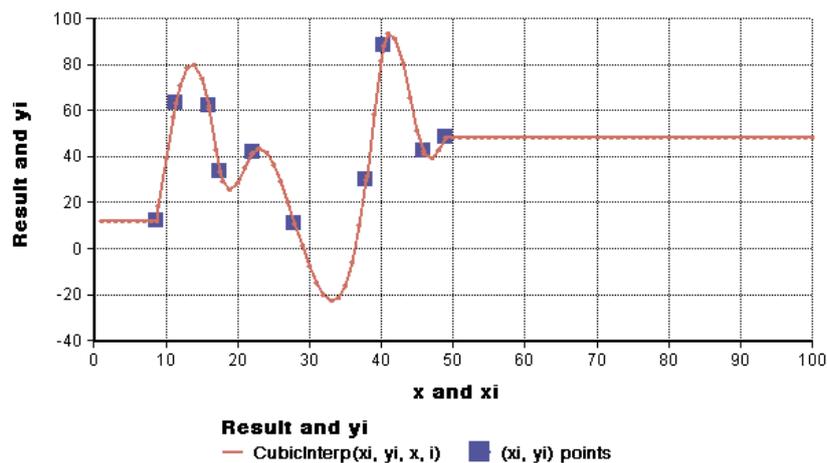


Fig.4.2 Rappresentazione dell'interpolazione cubica

Un polinomio di terzo grado e la sua derivata:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

I valori del polinomio e della sua derivata in $x=0$ e $x=1$:

$$f(0) = d$$

$$f(1) = a + b + c + d$$

$$f'(0) = c$$

$$f'(1) = 3a + 2b + c$$

Le quattro equazioni precedenti possono essere riscritte in questo modo:

$$a = 2f(0) - 2f(1) + f'(0) + f'(1)$$

$$b = -3f(0) + 3f(1) - 2f'(0) - f'(1)$$

$$c = f'(0)$$

$$d = f(0)$$

Ed ecco la nostra formula di interpolazione cubica.

$$F(x) = (2f(0) - 2f(1) + f'(0) + f'(1)) x^3 + (-3f(0) + 3f(1) - 2f'(0) - f'(1)) x^2 + f'(0) x + f(0)$$

Interpolazione biarmonica (biharmonicinterp)

Un'interpolazione biarmonica è un'interpolazione di punti dati bidimensionali spaziatamente irregolarmente. La superficie interpolante è una combinazione lineare di funzioni di Green centrata in ogni punto dati. Le ampiezze delle funzioni di Green si trovano risolvendo un sistema lineare di equazioni.

La superficie $s(x)$ è espressa come:

$$s(x) = \sum_{j=1}^n w_j g(x, x_j),$$

dove n è il numero di punti dati $x_j = (x_j, y_j)$, $g(x, x_j)$ è la funzione di Green e w_j è il peso del punto dati j .

I pesi w_j sono determinati richiedendo che la superficie $s(x)$ passi esattamente attraverso gli n punti dati, cioè:

$$s(\mathbf{x}_{i0}) = \sum_{j=1}^n w_j g(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Questo produce un sistema di equazioni lineare quadrato $n \times n$ che può essere risolto per w_j .

Per i dati bidimensionali la funzione di Green è:

$$g(\mathbf{x}_{i0}, \mathbf{x}_j) = |\mathbf{x}_{i0} - \mathbf{x}_j|^2 (\ln |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| - 1, 0).$$

Interpolazione thin plate (thinplateinterp)

Le thin plate spline sono una tipologia di funzione spline poliarmonica comunemente utilizzata in interpolazione, introdotta da Duchon in geometria computazionale. L'analogia fisica alla base delle funzioni thin plate, da cui prendono il nome, è quella di determinare la deformazione di una sottile lastra piana di metallo nella quale un insieme di punti di controllo è vincolato ad un dislocamento ortogonale al piano della lastra stessa.

Esse sono ampiamente utilizzate per modellare trasformazioni elastiche in elaborazione digitale delle immagini. Tra le proprietà che le hanno rese così popolari vi sono il fondamento fisico del loro comportamento, il fatto di avere una soluzione in forma chiusa per la stima dei parametri, e il fatto di produrre una funzione interpolante liscia.

La funzione di interpolazione deriva dalla considerazione dell'integrale del quadrato della derivata seconda, che ne costituisce la misura di levigatezza.

Nel caso in cui è bidimensionale, per l'interpolazione, essa si adatta a una funzione di mappatura tra insiemi di punti corrispondenti e che minimizza la funzione energetica.

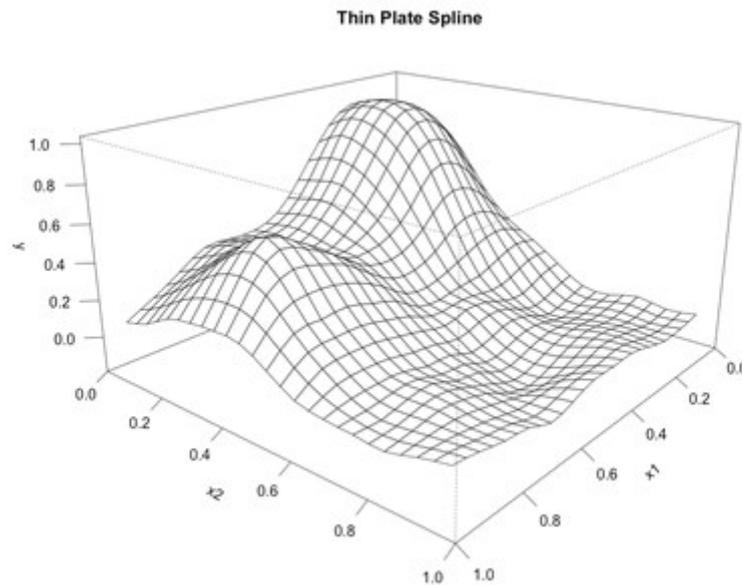


Fig.4.3 Rappresentazione grafica dell'Interpolazione thin plate

4.2 Analisi delle prove del 31/03/2021

Tutti i risultati dovuti alle analisi delle prove del 31 marzo 2021 sono di seguito riportati secondo uno schema logico. Prima si avranno le mappature del solaio per le varie prove, ottenute tramite il calcolo ottico grazie alle due fotocamere. Poi le mappature del solaio per le diverse prove, calcolate con i sensori. Infine dei grafici per ogni singola prova, così da avere un confronto tra i vari punti soggetti a carico. Le prime mappe vengono poste in modo tale da avere la prima a sinistra quella ottenuta tramite l'interpolazione cubica, la seconda per l'interpolazione

biarmonica e l'ultima con l'interpolazione thin plate. Nelle mappe dei sensori invece troviamo questi ultimi numerati.

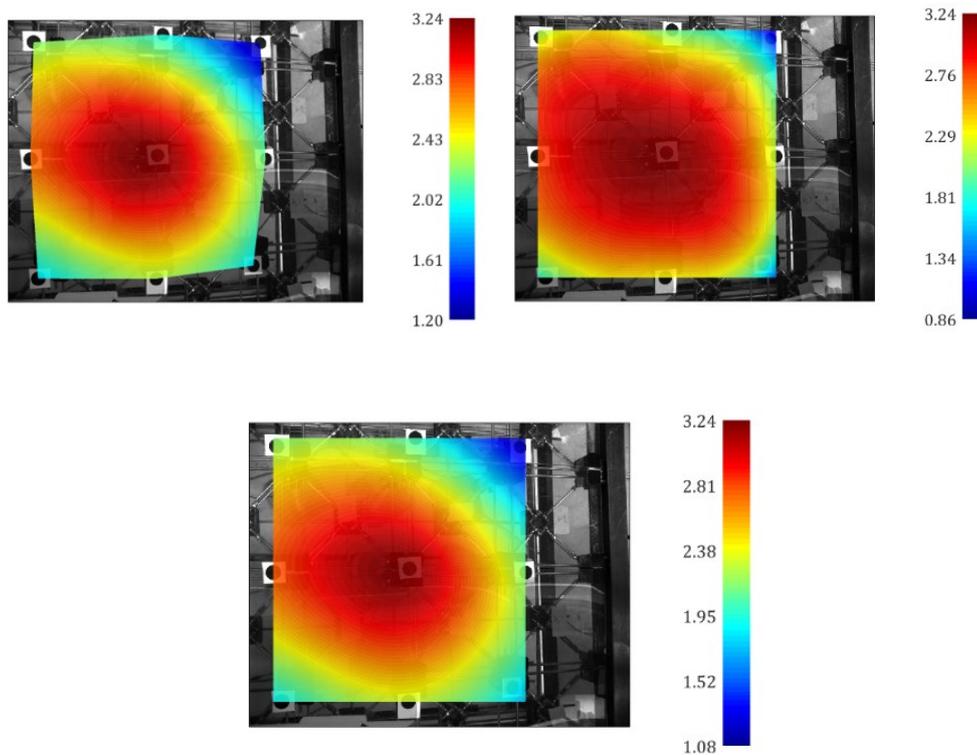
4.2.1 Mappe e spostamenti per le camere

cubicinterpolation

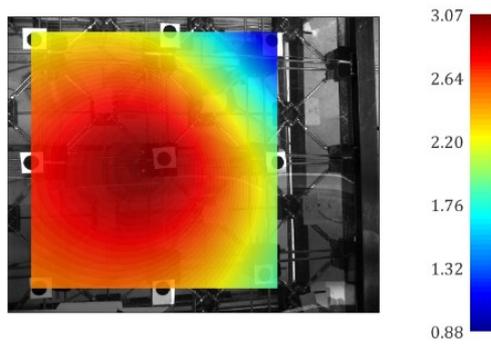
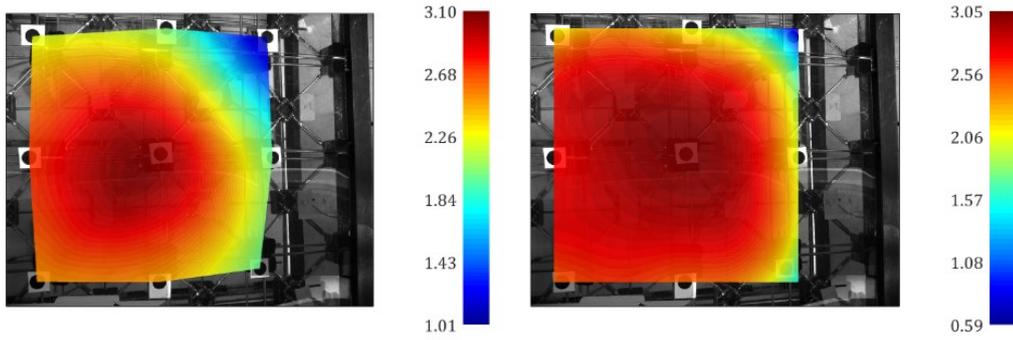
biharmonicinterpolation

thinplateinterpolation

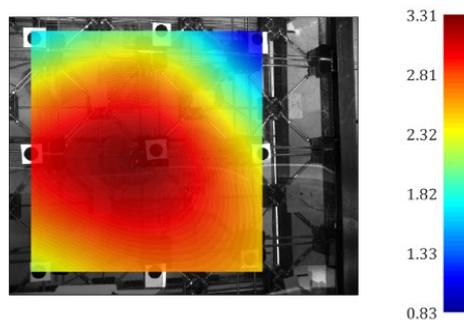
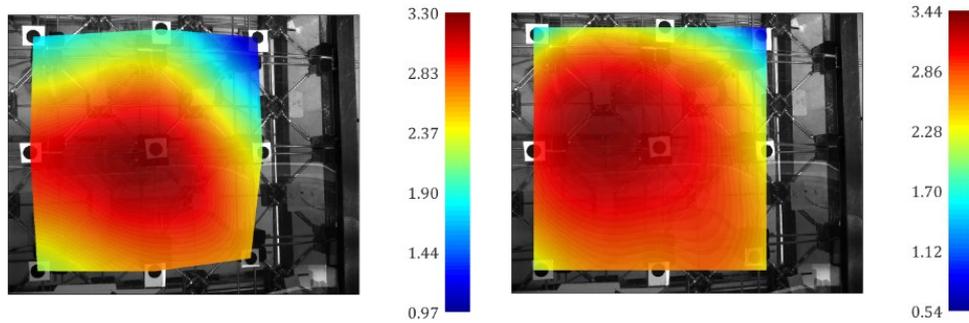
Prova 400 kg A



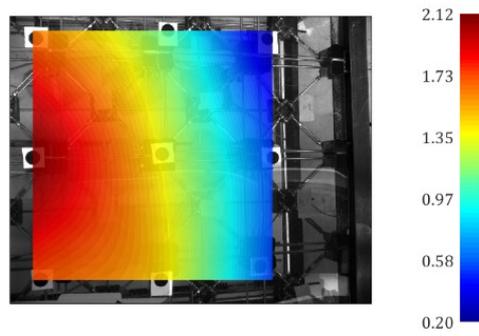
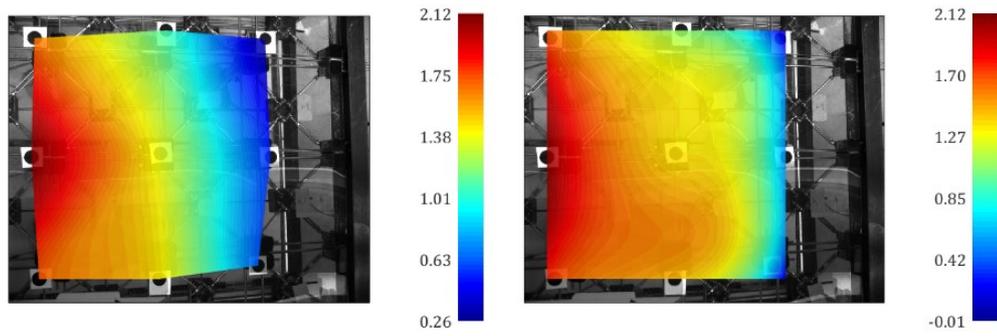
Prova 400 kg B



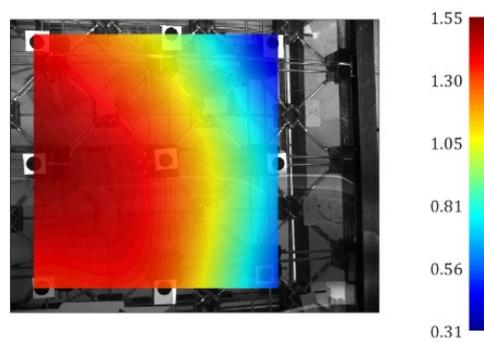
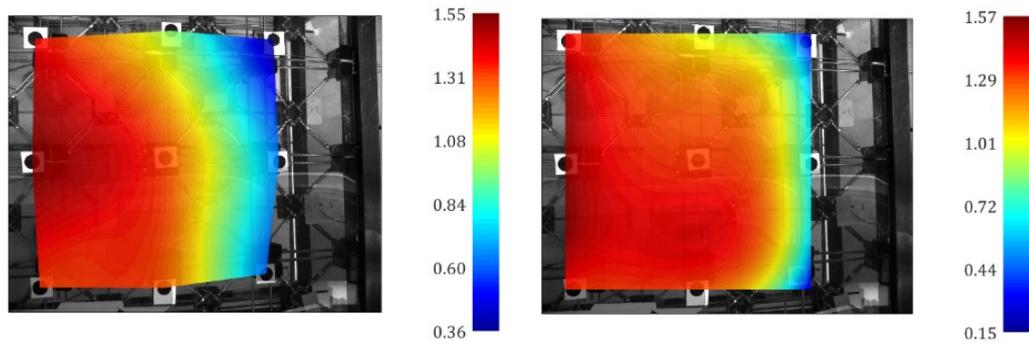
Prova 400 kg C



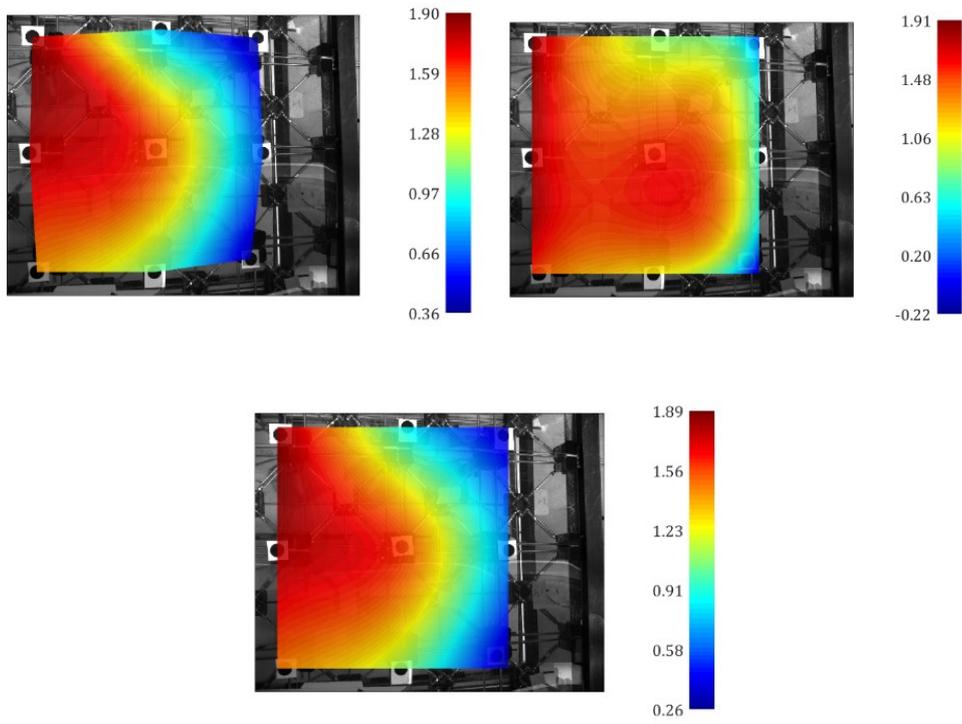
Prova 200 kg carico laterale A



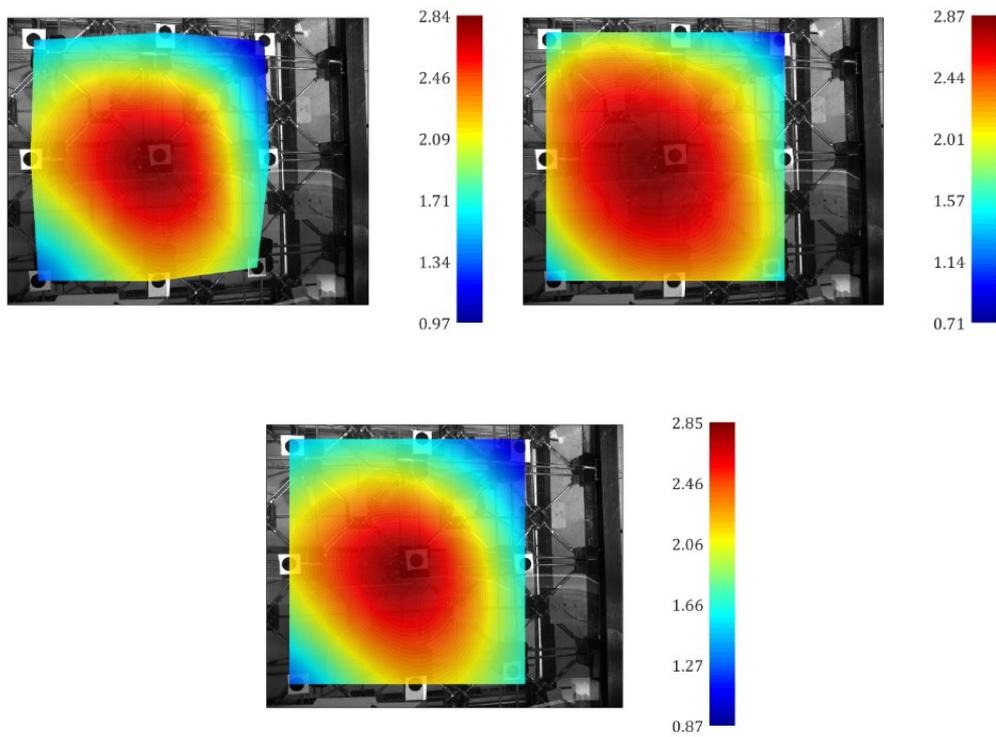
Prova 200 kg carico laterale B



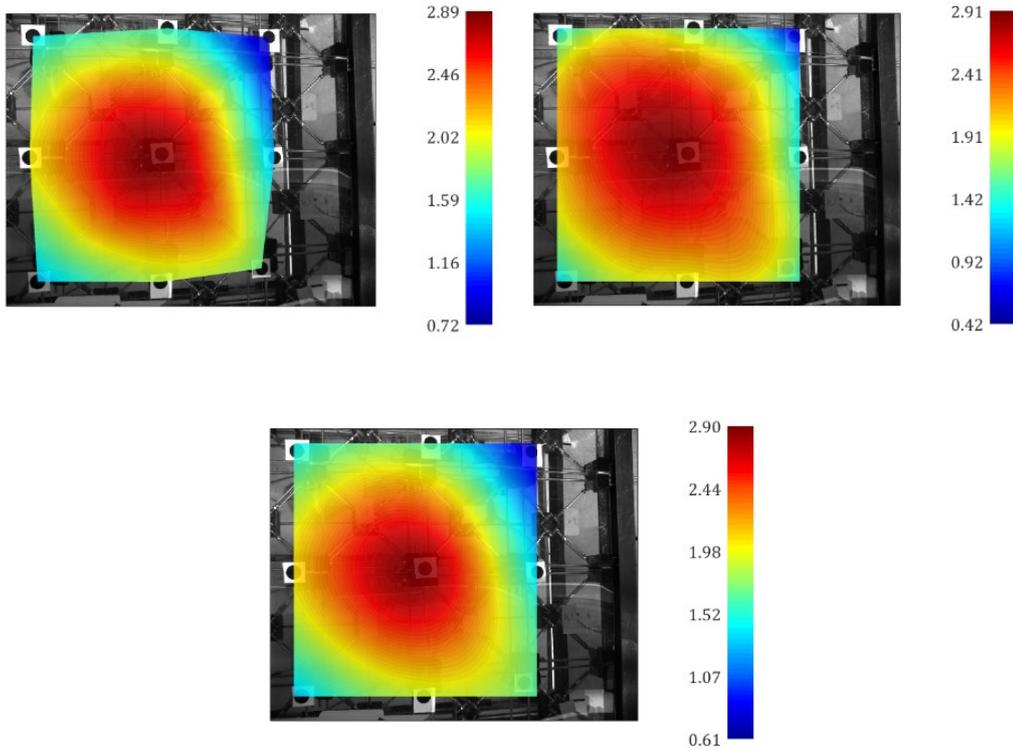
Prova 200 kg carico laterale C



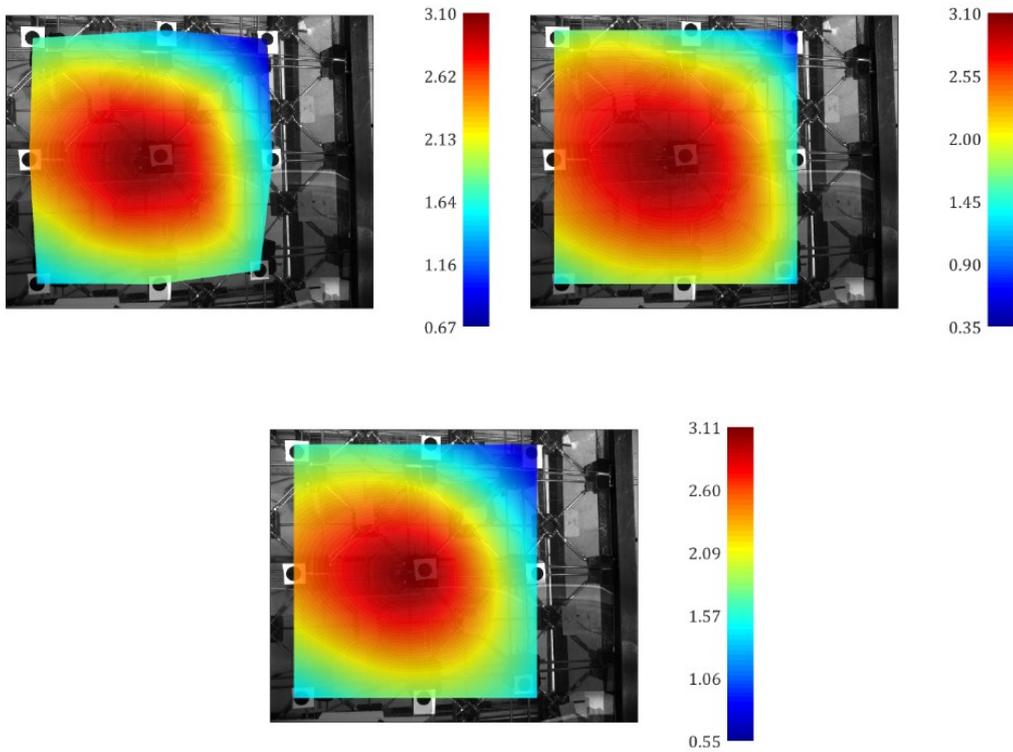
Prova 200 kg carico concentrato A



Prova 200 kg carico concentrato B



Prova 200 kg carico concentrato C

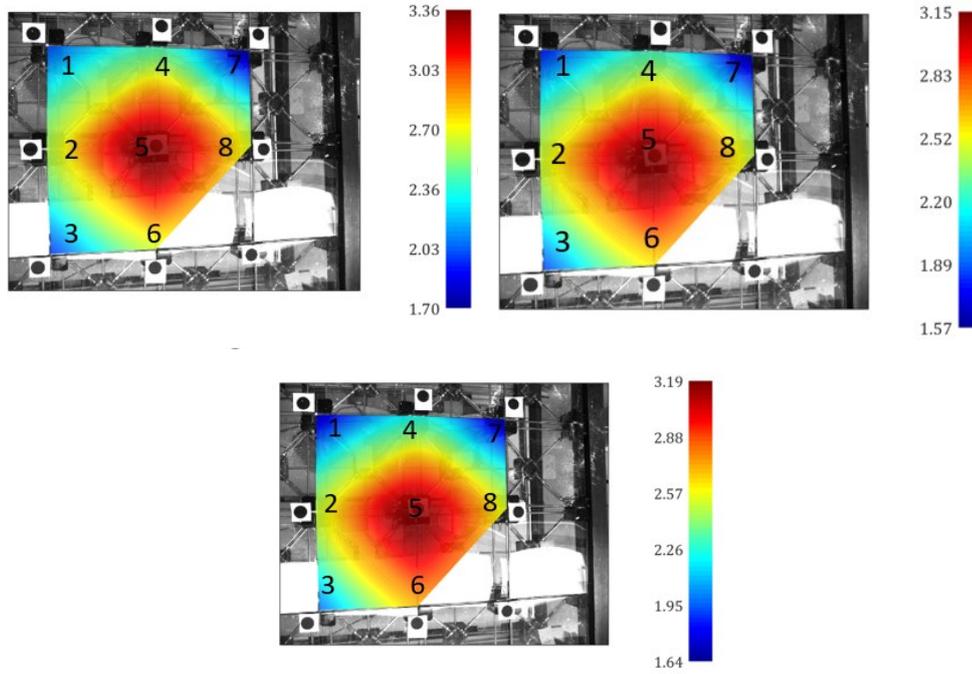


4.2.2 Mappe e spostamenti per i sensori

Prova 400 kg A

Prova 400 kg B

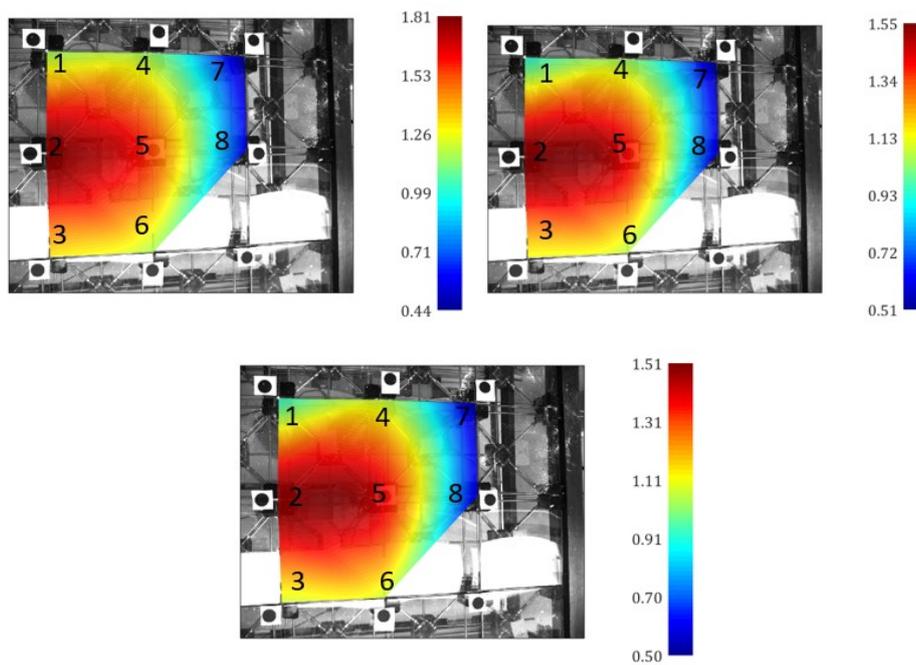
Prova 400 kg C



Prova 200 kg lat. A

Prova 200 kg lat. B

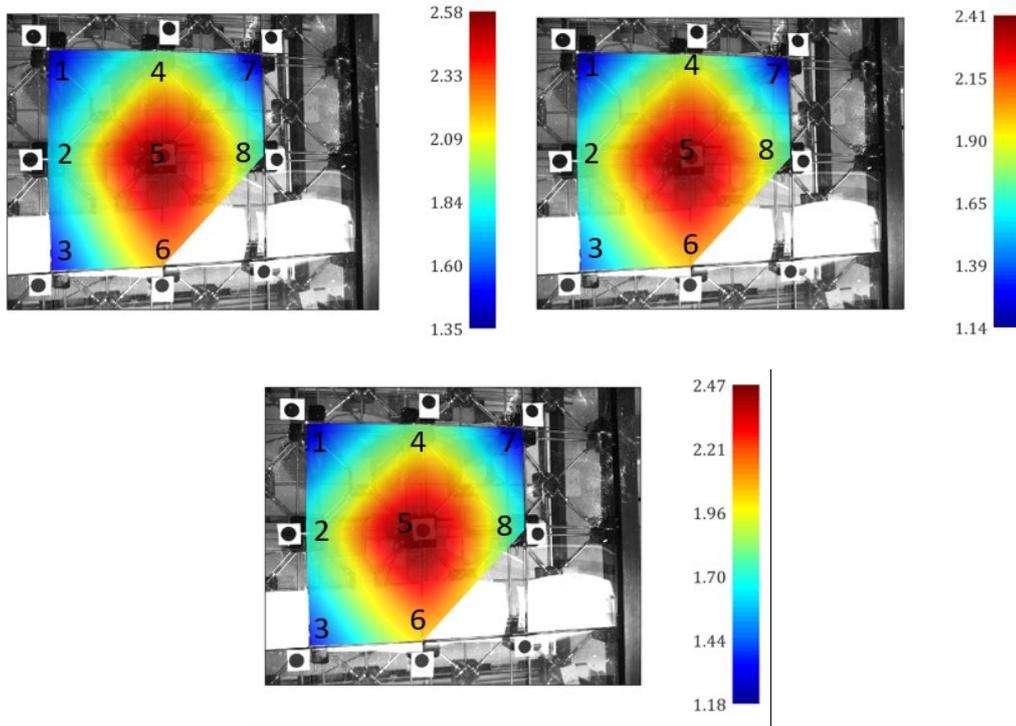
Prova 200 kg lat. C



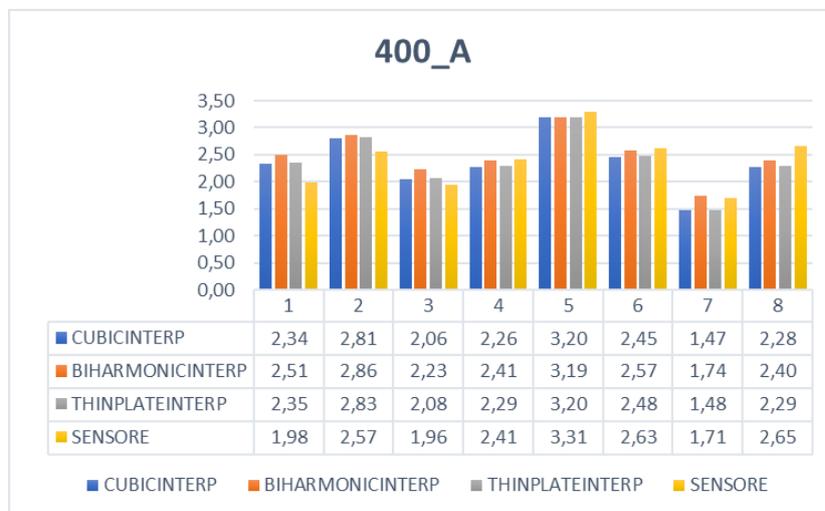
Prova 200 kg conc. A

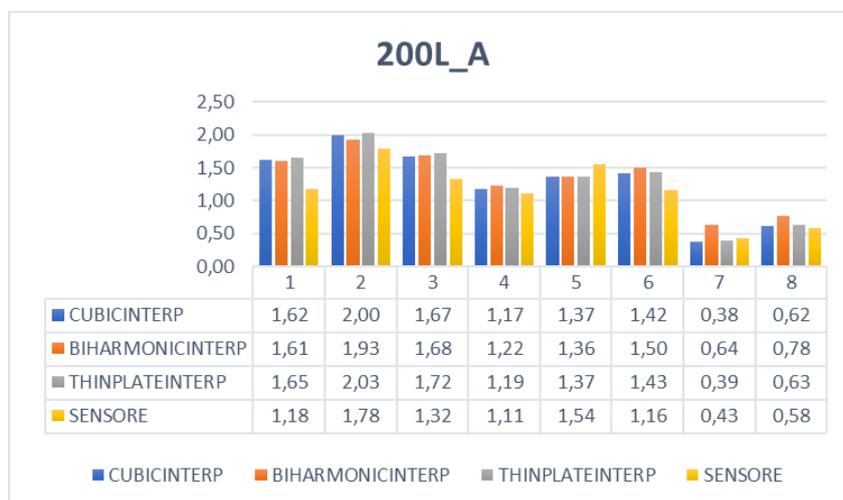
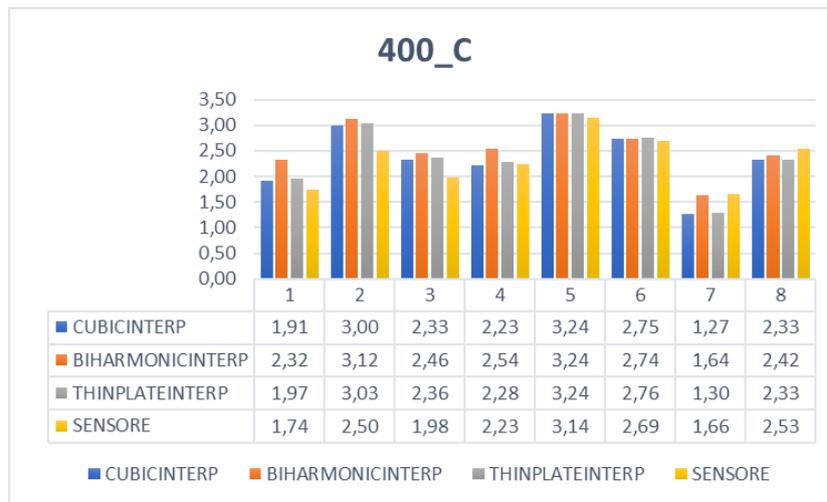
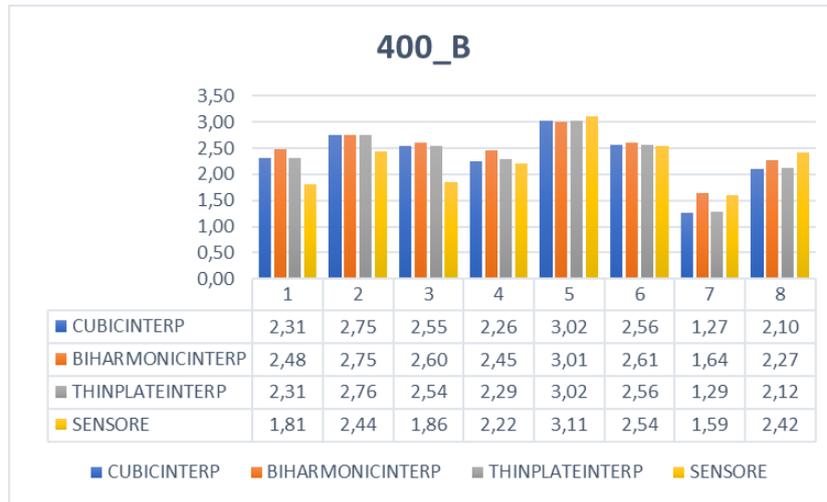
Prova 200 kg conc. B

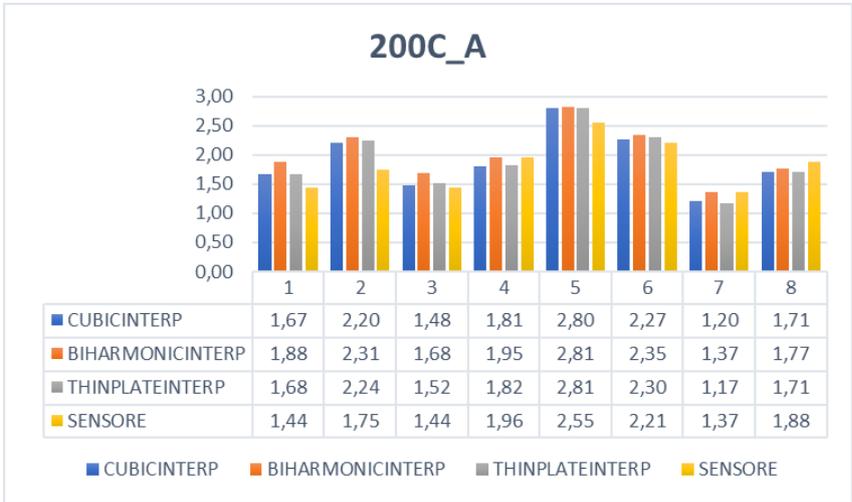
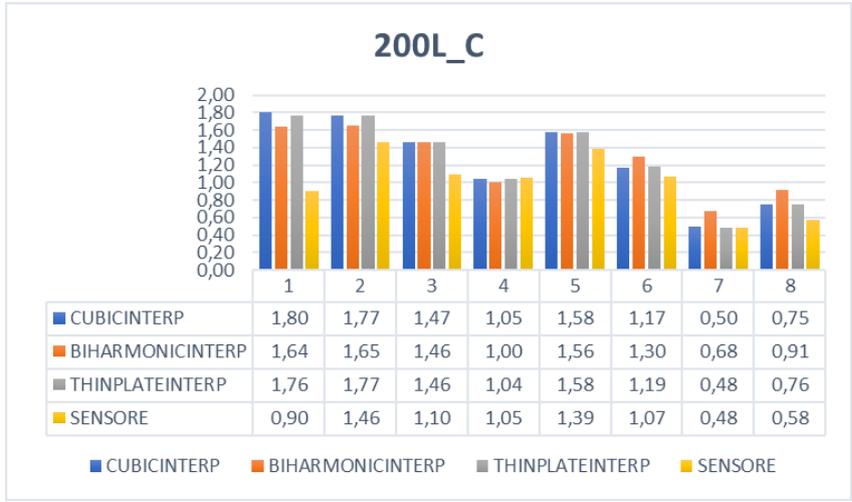
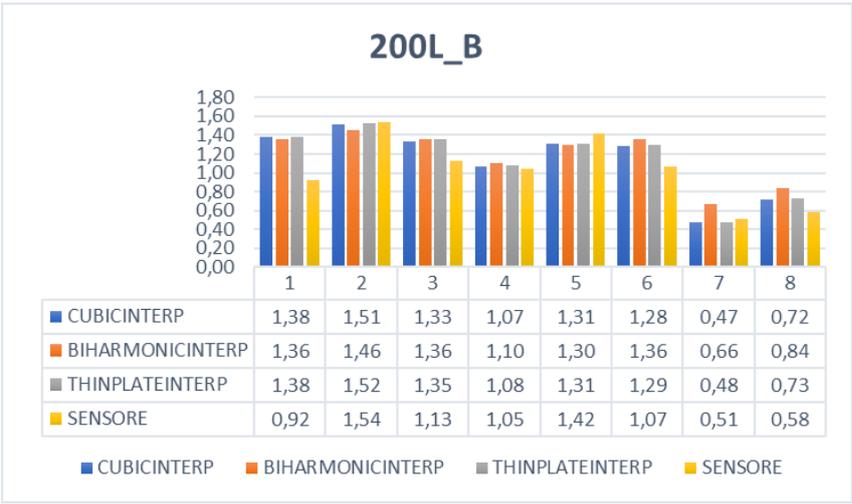
Prova 200 kg conc. C

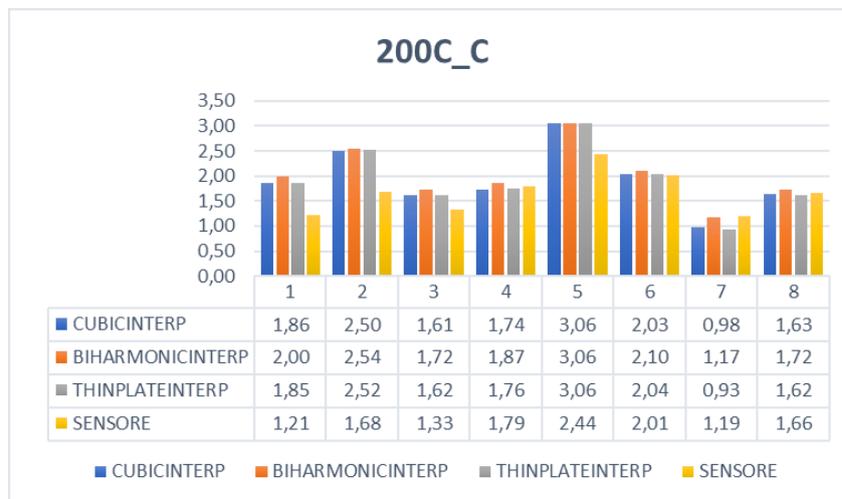
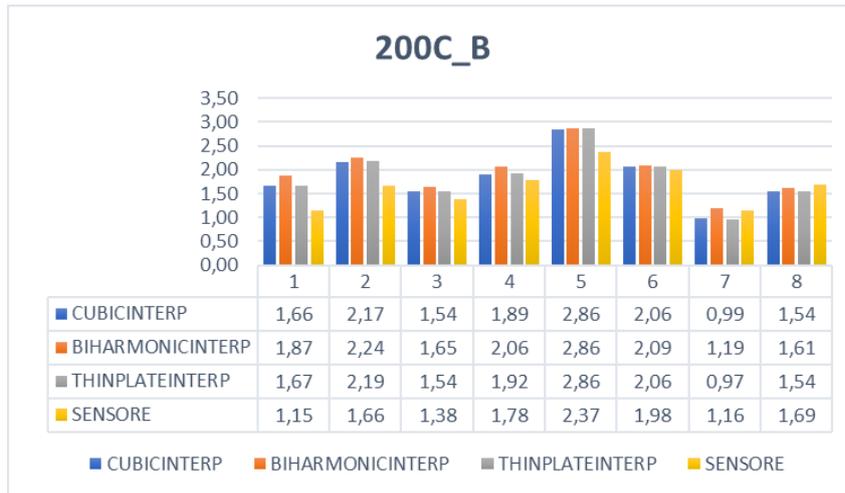


4.2.2 Analisi dei valori con ausilio di grafici









4.3 Analisi delle prove del 26/04/2021

Analogamente con quanto fatto per le prove di marzo anche per quelle del 26 aprile 2021 i risultati sono stati raccolti e presentati secondo lo stesso schema logico. I pesi delle prove per il carico laterale di 200 kg sono posti a destra rispetto alle fotocamere a differenza di quelle di marzo dove erano posti a sinistra. Tuttavia la numerazione dei sensori è differente così da facilitare il confronto tra le prove di marzo e aprile.

Infatti il piano del solaio di aprile risulterebbe ruotato di 180° rispetto al piano del solaio di marzo.

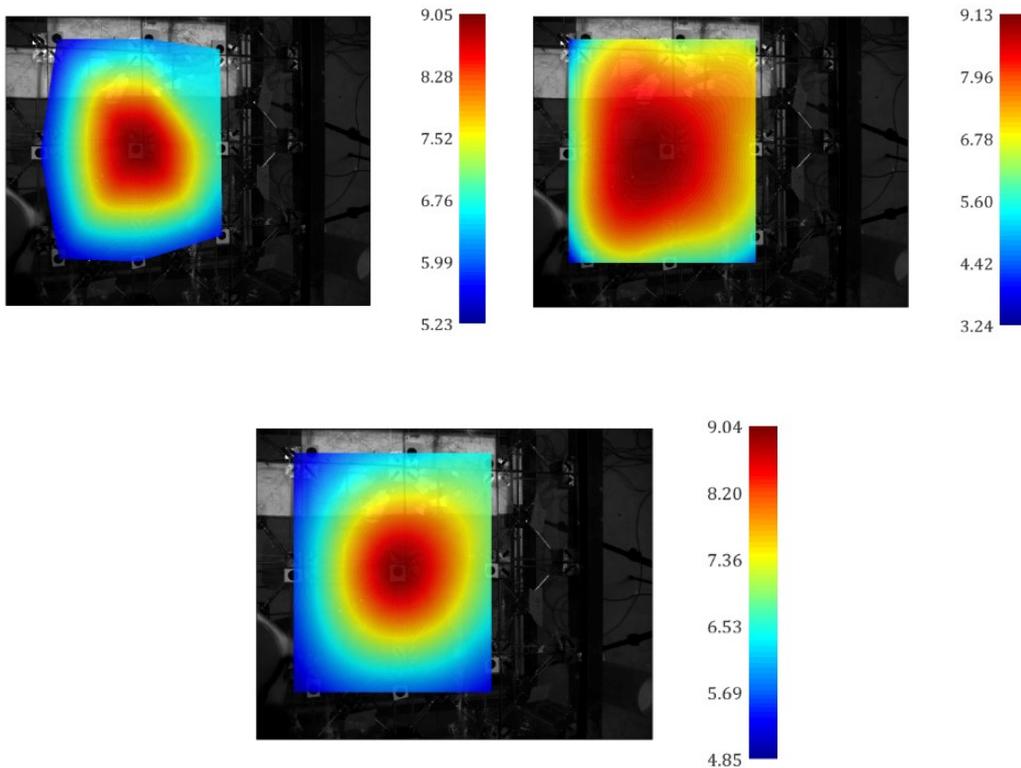
4.2.3 Mappe e spostamenti per le camere

cubicinterpolation

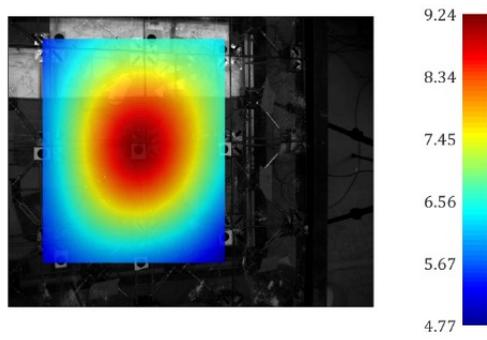
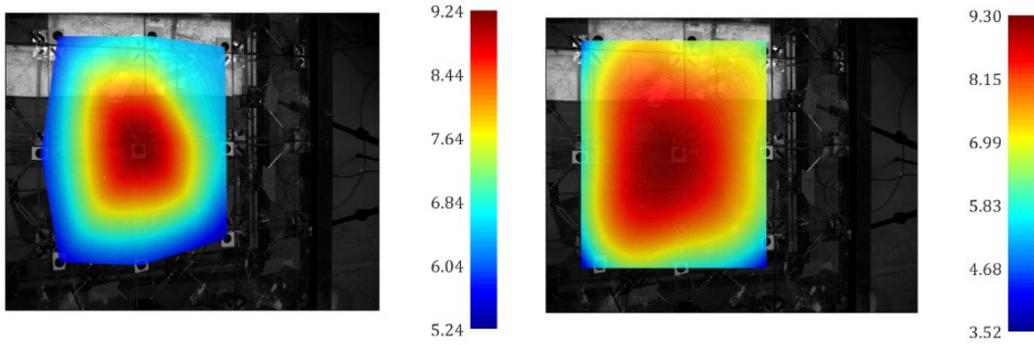
biharmonicinterpolation

thinplateinterpolation

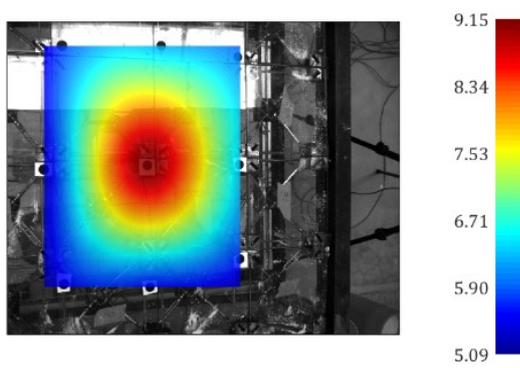
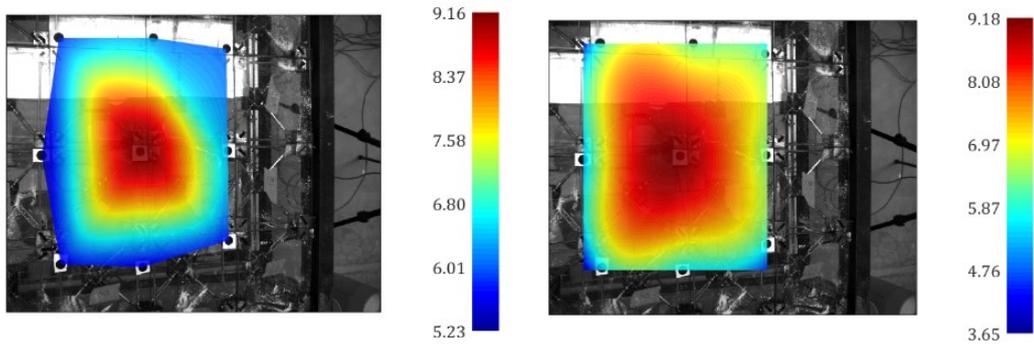
Prova 400 kg A



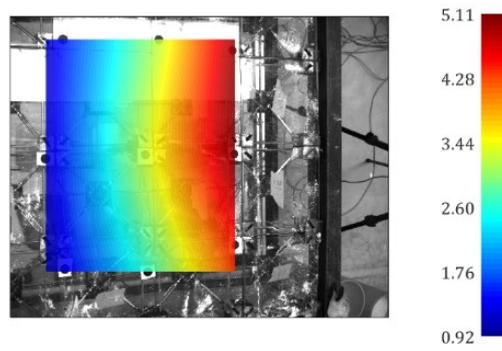
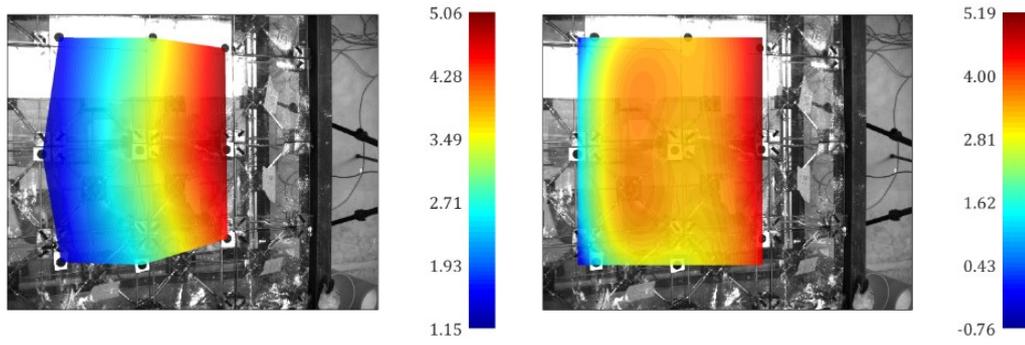
Prova 400 kg B



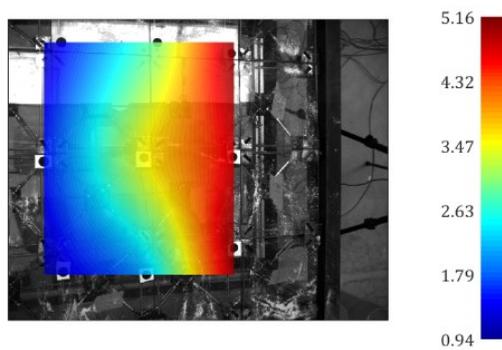
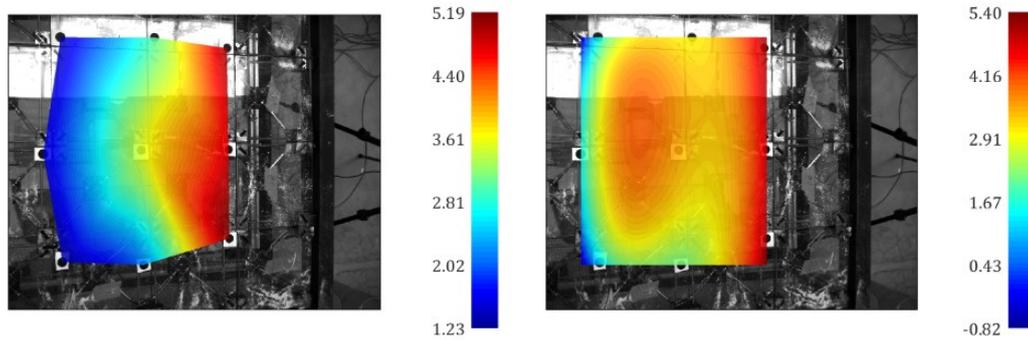
Prova 400 kg C



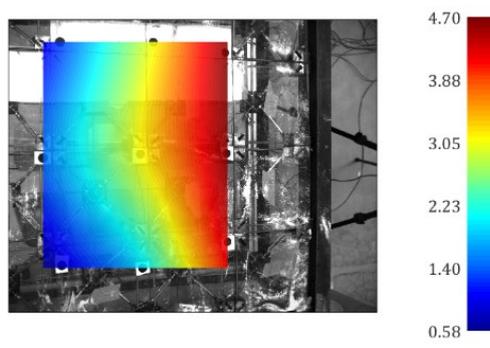
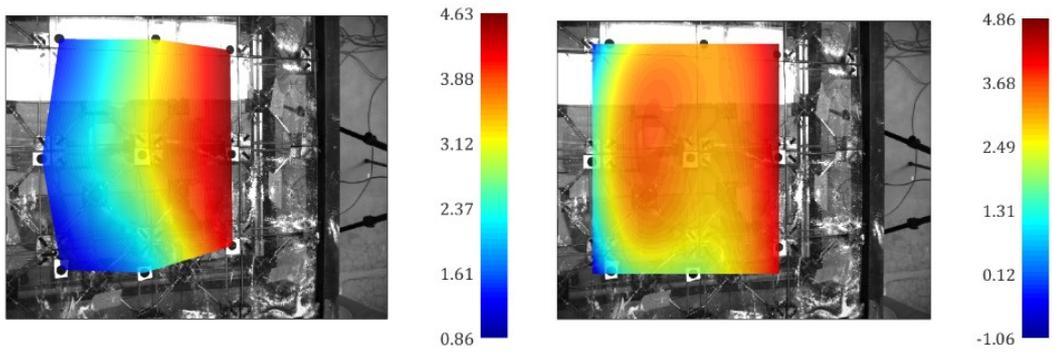
Prova 200 kg carico laterale A



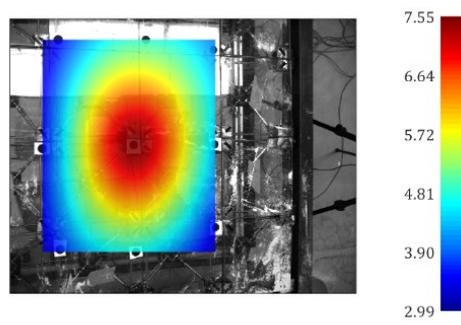
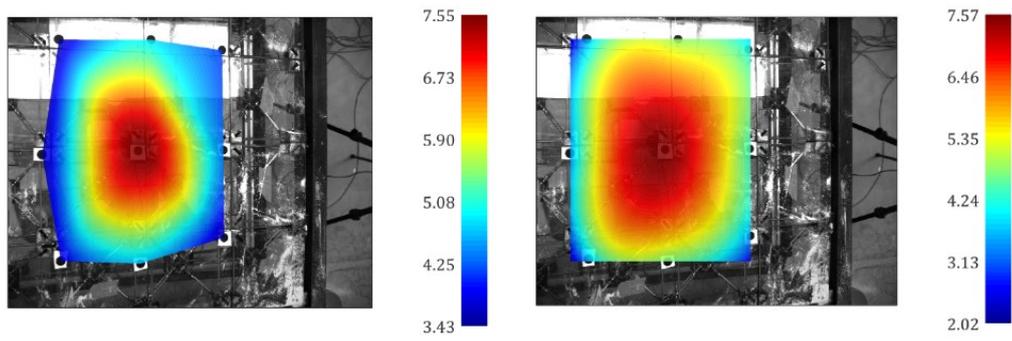
Prova 200 kg carico laterale B



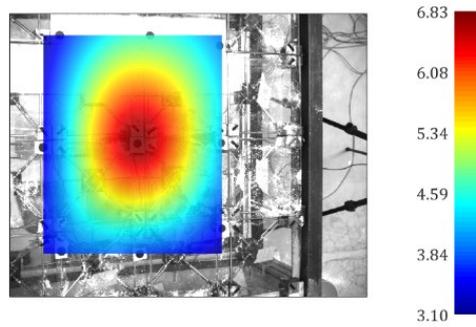
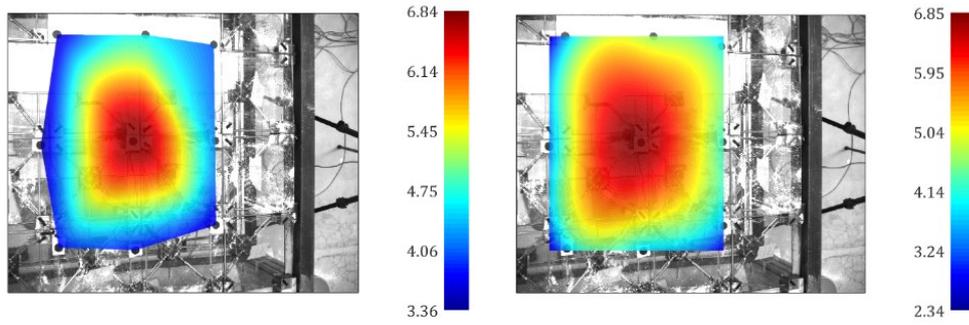
Prova 200 kg carico laterale C



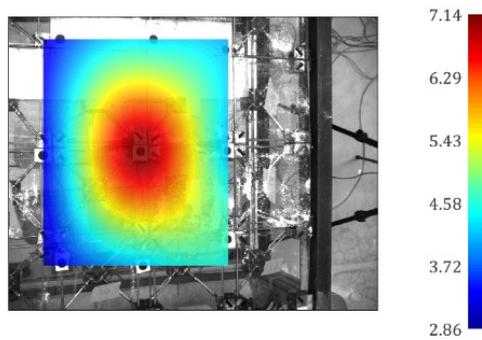
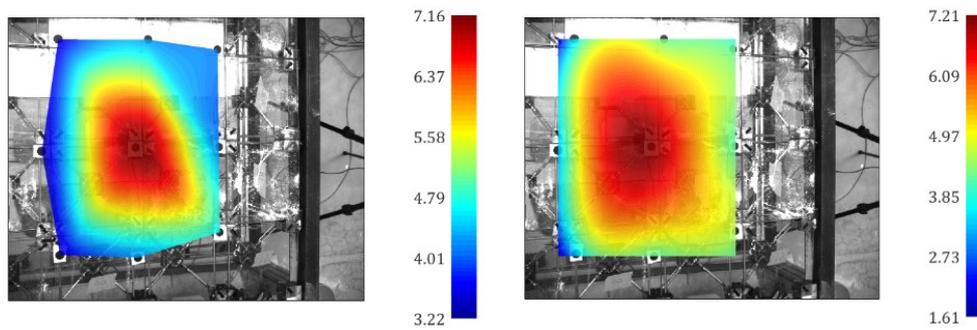
Prova 200 kg carico concentrato A



Prova 200 kg carico concentrato B



Prova 200 kg carico concentrato C

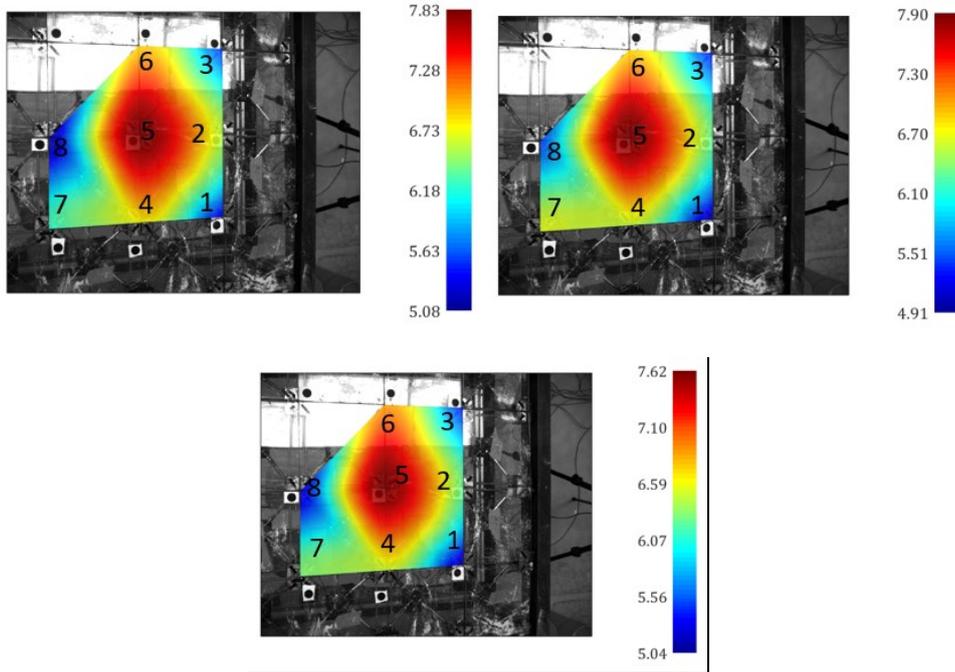


4.2.4 Mappe e spostamenti per i sensori

Prova 400 kg A

Prova 400 kg B

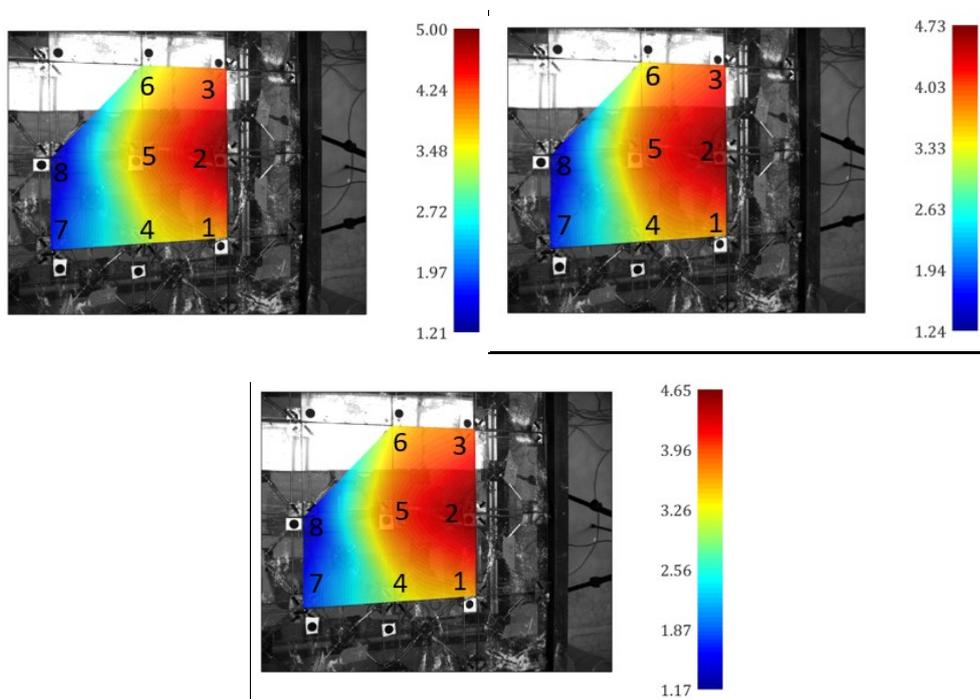
Prova 400 kg C



Prova 200 kg lat. A

Prova 200 kg lat. B

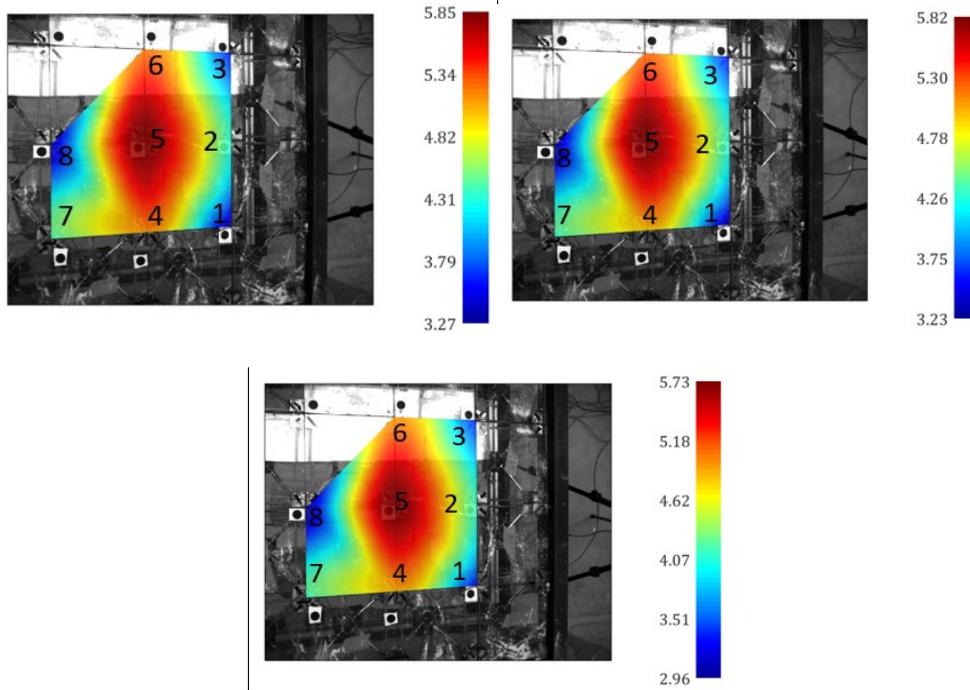
Prova 200 kg lat. C



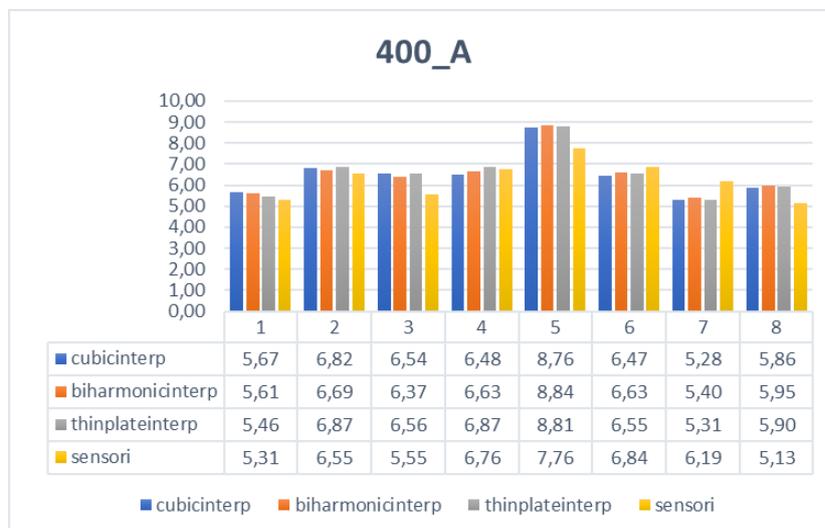
Prova 200 kg conc. A

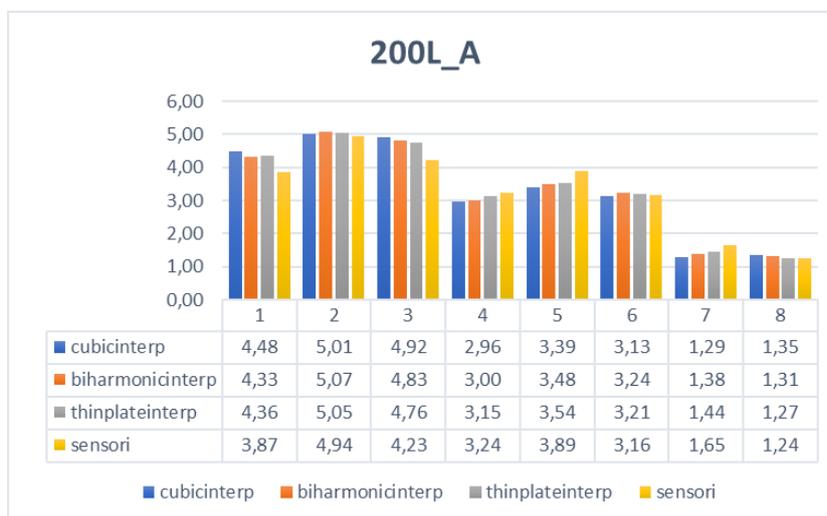
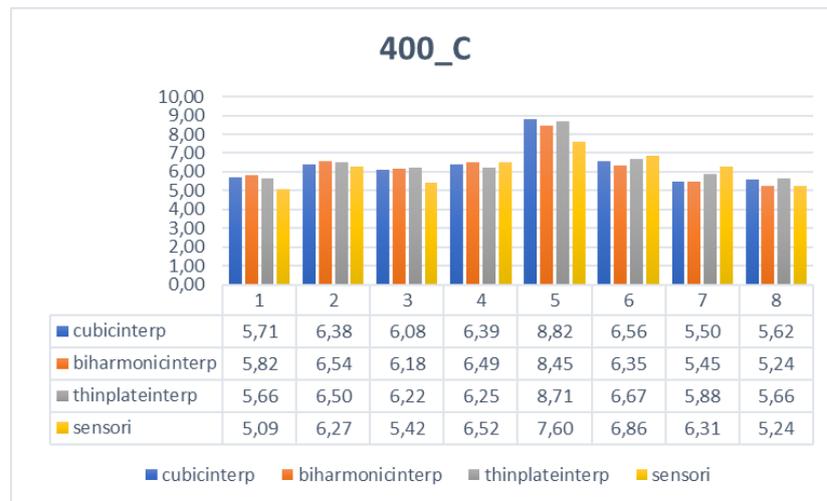
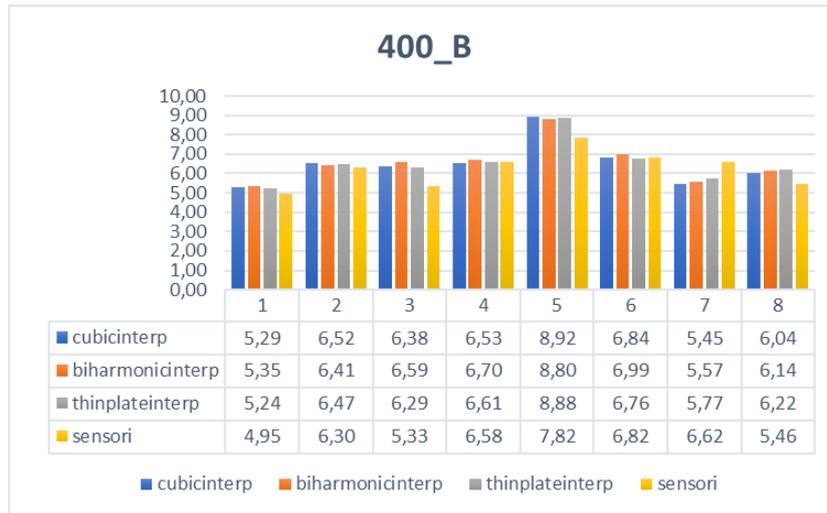
Prova 200 kg conc. B

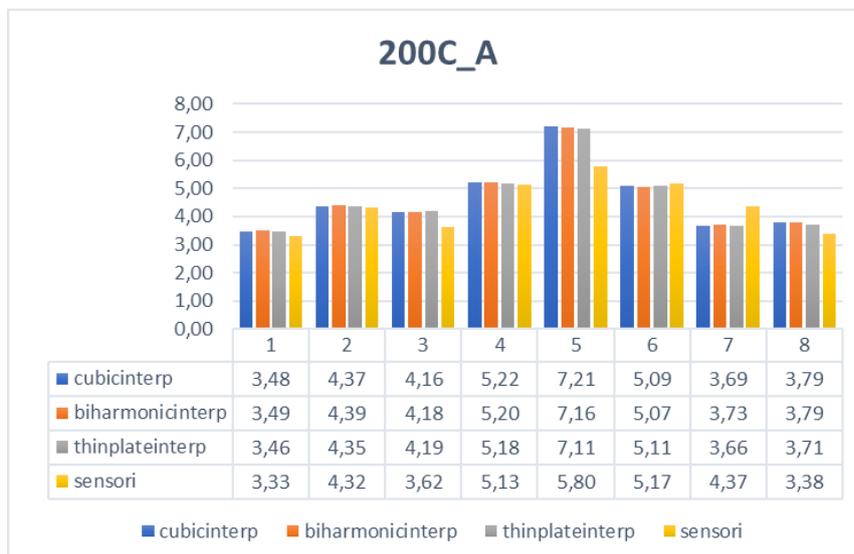
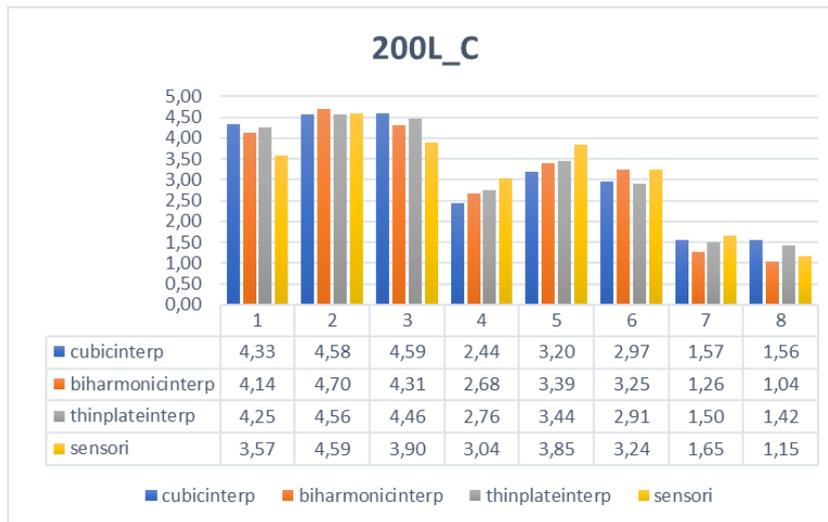
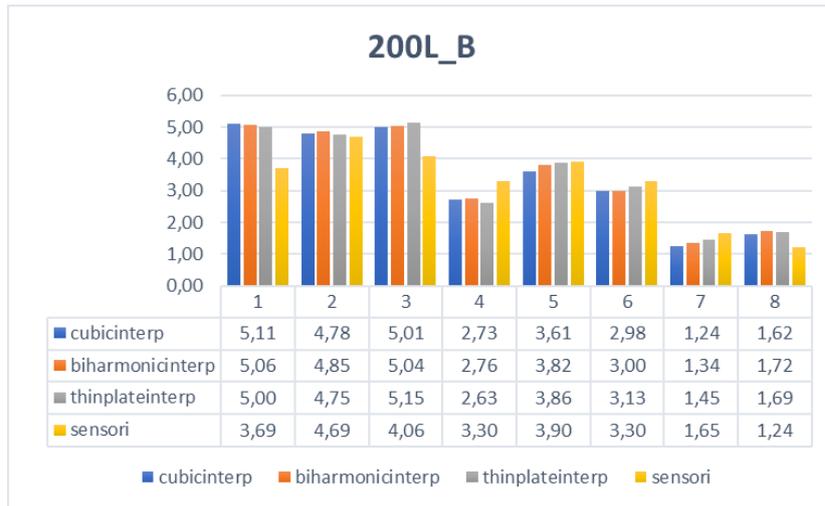
Prova 200 kg conc. C

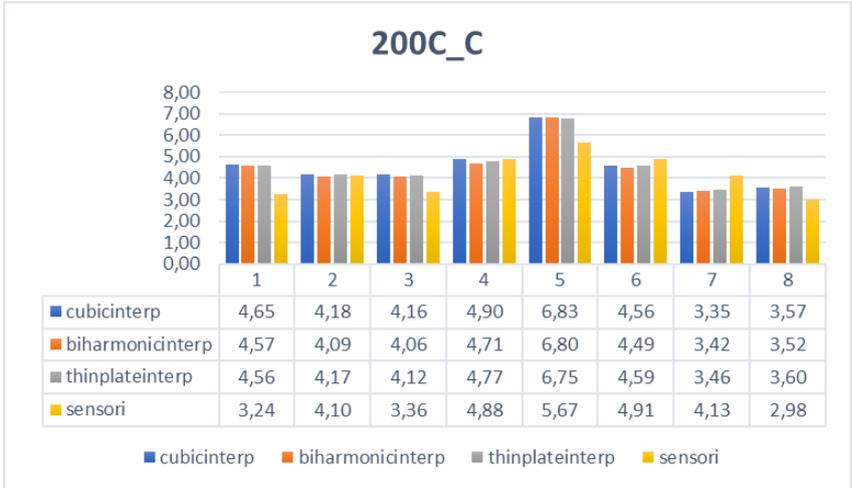
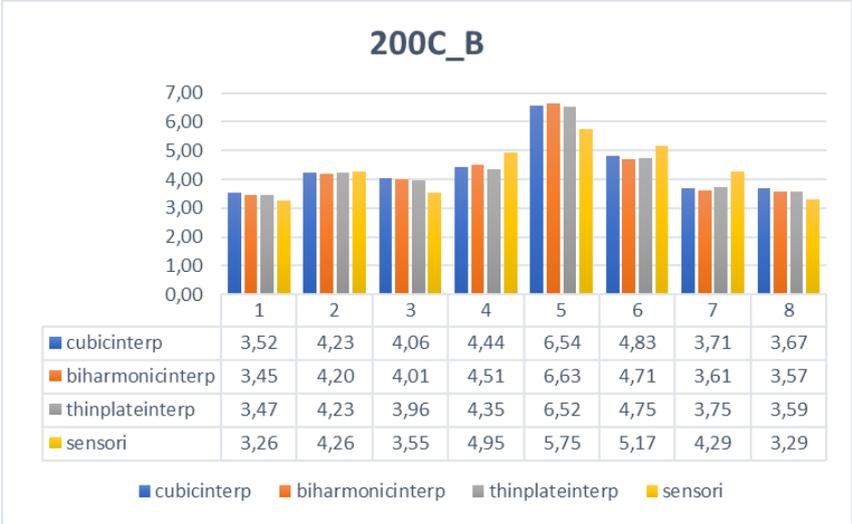


4.2.5 Analisi dei valori con ausilio di grafici









5. Confronto prove del 31/03/2021 e del 26/04/2021

5.1 Conclusioni

In questo elaborato si è discusso di queste tecniche di calcolo con l'ausilio di Matlab dopo aver fatto un'introduzione sulle strutture tensegrali generiche e poi nello specifico su quella utilizzata in laboratorio.

In seguito all'analisi dei risultati ottenuti è possibile confrontare le prove effettuate il 31 marzo con le prove del 26 aprile 2021. Prima di tutto si nota una netta differenza sui valori degli spostamenti misurati, infatti per le prove di aprile essi sono per ogni prova, più del doppio di quelli di marzo e ciò è dovuto dalla composizione del solaio; ovvero per le prove di aprile le piastrelle di vetro sono state semplicemente appoggiate sul telaio senza un opportuno incollaggio. Naturalmente, avendo delle piastrelle meno vincolate, la struttura ha ceduto maggiormente permettendo un più ampio spostamento.

Nei grafici, dove sono evidenziate le misure degli spostamenti, si nota un discostamento seppur lieve e quindi trascurabile tra i valori ottenuti dalle diverse funzioni di interpolazione utilizzate e anche con quelli misurati dai sensori. Questo è visibile per tutte le prove effettuate.

Quindi al termine di queste analisi, i risultati ottenuti dal calcolo ottico sono stati confermati dalle misure dei sensori di spostamento posti sotto il telaio e quindi possiamo ritenere soddisfatto il nostro test sperimentale.

Bibliografia

- [1] Van De Wijdeven, J., De Jager, B., 2005. "Shape change of tensegrity structures: design and control". In *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005.*, IEEE, pp. 2522–2527. Pag.2
- [2] Kim, T.-H., Suh, J.-E., Han, J.-H., 2021. "Deployable truss structure with flat-form storability using scissor-like elements". *Mechanism and Machine Theory*, 159, p. 104252 Pag.2
- [3] Karnan, H., Goyal, R., Majji, M., Skelton, R. E., Singla, P., 2017. "Visual feedback control of tensegrity robotic systems". In *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, IEEE, pp. 2048–2053. Pag.2
- [4] Vespignani, M., Friesen, J. M., SunSpiral, V., Bruce, J., 2018. "Design of superball v2, a compliant tensegrity robot for absorbing large impacts". In *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, IEEE, pp. 2865–2871. Pag.2
- [5] Vespignani, M., Ercolani, C., Friesen, J. M., Bruce, J., 2018. "Steerable locomotion controller for six-strut icosahedral tensegrity robots". In *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, IEEE, pp. 2886–2892. Pag.2
- [6] Crane III, C. D., Duffy, J., Correa, J. C., 2005. "Static Analysis of Tensegrity Structures". *Journal of Mechanical Design*, 127(2), pp. 257–268. Pag.3
- [7] Munaf'o, P., 2017. *Tensegrity floor*, May 3. Patent N.0001426973. Pag.3
- [8] Alderucci, T., Terlizzi, V., Urso, S., Borsellino, C., Munaf'o, P., 2018. "Experimental study of the adhesive glass-steel joint behavior in a tensegrity floor". *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 85, pp. 293–302. Pag.3
- [9] Quirant, J., Kazi-Aoual, M., Motro, R., 2003. "Designing tensegrity systems: the case of a double layer grid". *Engineering structures*, 25(9), pp. 1121–1130. Pag.3
- [10] Cimmino, M., Miranda, R., Sicignano, E., Ferreira, A., Skelton, R., Fraternali, F., 2017. "Composite solar facades and wind generators with tensegrity architecture". *Composites Part B: Engineering*, 115, pp. 275–281. Pag.3
- [11] Motro, R., 2003. *Tensegrity: structural systems for the future*. Elsevier. Pag.3
- [12] Fest, E., Shea, K., Smith, I. F., 2004. "Active tensegrity structure". *Journal of Structural Engineering*, 130(10), pp. 1454–1465. Pag.5
- [13] Shibata, M., Saijyo, F., Hirai, S., 2009. "Crawling by body deformation of tensegrity structure robots". In *2009 IEEE international conference on robotics and automation*, IEEE, pp. 4375–4380 Pag.5