

UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea triennale di Ingegneria Meccanica

"Analisi modale di una trave incastrata vibrante attraverso due differenti tecniche: una tradizionale e l'altra mediante vibrometria laser doppler a scansione continua"

"Modal analysis of a fixed ended vibrating beam through two different techniques: the traditional one and the one using continuous scanning laser doppler vibrometry"

Relatore: Chiar.mo

Prof. Paolo Castellini

Tesi di Laurea di:

Luigi Tedone

A.A. 2020 / 2021

INDICE

Introduzione

- 1. Riferimenti Teorici
 - 1.1 Segnali e generalità
 - 1.2 FRF
 - 1.3 Modello massa-molla-smorzatore
 - 1.4 Acquisizione dei dati digitali
 - 1.5 Analisi modale
 - 1.5.1 Layout
 - 1.5.1.1 Sistema meccanico
 - 1.5.1.2 Eccitazione
 - 1.5.1.3 Misurazione
 - 1.5.1.4 Controllo ed acquisizione
 - 1.5.1.4.1 Trigger
 - 1.5.1.4.2 Finestre di segnale
 - 1.5.1.4.3 Ulteriori chiarimenti
 - 1.5.2 Sviluppo su software
- 2. Analisi modale tradizionale
 - 2.1 Preparazione e specifiche tecniche
 - 2.2 Elaborazione in Matlab
- 3. Analisi modale mediante laser a scansione continua
 - 3.1 Preparazione e specifiche tecniche
 - 3.2 Elaborazione in Matlab
- 4. Risultati e confronti
- 5. Conclusioni
- Ringraziamenti
- Bibliografia

Introduzione

L'obiettivo di questa tesi consiste nell'esecuzione dell'analisi modale di una trave incastrata, eccitata tramite shaker elettrodinamico generante forza continua. Tale analisi viene affrontata tenendo in conto l'impiego di due differenti metodi: uno è tradizionale, mentre l'altro utilizza la tecnica della vibrometria laser doppler a scansione continua. La fase finale prevede il tentativo di ricerca di coerenza tra i due metodi.

Nel processo di acquisizione dei dati sono stati utilizzati un generatore di segnale (*Sine Random Generator Type 1027*) e un amplificatore (*Power Amplifier Type 2706*).

Nella fase di elaborazione è stato usato il programma di calcolo Matlab.

1. Riferimenti teorici

1.1 Segnali e generalità

Un segnale è la rappresentazione di un messaggio e ne registra la variazione temporale. L'analisi dei segnali può essere descritta attraverso due differenti domini:

1) nel dominio *del tempo* la risposta vibrazionale è visualizzata sotto forma di un segnale nel tempo. Un esempio può essere il segnale di un moto alternativo a pistone. In Fig. 1 è rappresentato nel dominio del tempo;



Fig. 1 Rappresentazione del moto alternativo a pistone nel dominio del tempo

2) nel dominio della frequenza (Fig. 2) la risposta vibrazionale nel tempo fornisce uno spettro contenente una serie di picchi, rappresentato Fondamentale F successivamente da un insieme di spettri di risposta. L'analisi spettrale permette di trasformare un segnale dal 2°armonica = 2F dominio del tempo al dominio della frequenza. Lo spettro si stima attraverso

la trasformata o serie di Fourier.



Fig. 2 Spettro di un moto

Se un segnale è rappresentabile con un'equazione matematica è considerabile deterministico. In tal caso l'evoluzione può essere predetta a priori. Un esempio è in **Fig. 3**, che considera un segnale periodico come un semplice segnale sinusoidale che si manifesta uguale a sé stesso dopo ogni periodo.



fig. 3 Segnale periodico descritto nel dominio del tempo (a destra), descritti dominio della frequenza (a sinistra)

Un segnale è possibile considerarlo anche *casuale* (Fig. 4). In questi casi non è possibile prevedere l'evoluzione futura del segnale. Nei segnali casuali/random si ha un ampio spettro di frequenze.



Fig. 4 Segnale casuale descritto nel dominio del tempo (a destra), descritto nel dominio della frequenza (a sinistra)

Tra i segnali casuali in esempio sono considerati i *segnali transitori* (**Fig 5**), i quali si manifestano in un certo intervallo di tempo, passato il quale si esauriscono.



Fig. 5 Segnale transitorio

Il segnale trasporta il messaggio vibrazionale. Le vibrazioni sono descritte da equazioni lineari. Queste si suddividono in:

- vibrazioni lineari: sono presenti in assenza di forze esterne. Il sistema vibra a frequenze proprie del sistema dinamico. Un corpo non sottoposto a forzante vibra, poiché le sue condizioni iniziali (spostamento, velocità e accelerazione) sono diverse da zero;
- vibrazioni forzate: avvengono in presenza di sollecitazione di forze esterne. Lo studio, in questo caso, è più complesso, essendo presenti frequenze proprie del sistema e frequenze di eccitazione. In questa tesi è studiato il caso corrente e viene approfondito nei prossimi capitoli.

1.2 FRF

Una nota funzione, sicuramente da citare, è la risposta in frequenza di un sistema (FRF, *Frequency Response Function*). Essa è considerabile come il rapporto tra gli spettri di uscita e gli spettri di ingresso. È una grandezza che varia in funzione della frequenza (w):

$$H_1(w) = \frac{S_{fx}(w)}{S_{ff}(w)}$$

 S_{fx} indica la correlazione tra ingresso e uscita (chiamata cross-correlazione) e attraverso S_{ff} (chiamata auto-correlazione) si normalizza il risultato indicando la correlazione della funziona con sé stessa.

La funzione FRF può essere graficata (**Fig. 6**) in funzione della sua parte reale e immaginaria:



Fig. 6 Spettro di risposta in frequenza in funzione della parte reale (sopra) e della parte immaginaria (sotto)

La funzione FRF può essere espressa anche in funzione di ampiezza e fase (Fig. 7):



Fig. 7 Spettro di risposta in frequenza in funzione dell'ampiezza (sopra) e della fase (sotto)

È possibile introdurre un ulteriore estimatore:

$$H_2\left(w\right) = \frac{S_{xx}\left(w\right)}{S_{xf}\left(w\right)}$$

 S_{xf} indica la correlazione tra ingresso e uscita (chiamata cross-correlazione) e S_{xx} (chiamata auto-correlazione) indica la correlazione della funzione con sé stessa.

Si arriva, infine, a definire un un'ulteriore grandezza chiamata coerenza:

$$\gamma^2 = \frac{|H_1|_{media}}{|H_2|_{media}}$$

Questa indica la bontà delle misurazioni. Pertanto, in caso si facessero errori, questi verrebbero individuati dalla funzione coerenza. In condizioni ideali è 1. Una risposta in frequenza nasce dallo studio di un sistema vibrante con presenza di eccitazione (attuatore) e con sistema di risposta (output).

Preso in considerazione un oggetto vibrante sottoposto ad eccitazione, si costruisce una griglia sulla superficie del sistema vibrante in modo tale da suddividerlo in piccole porzioni.

Successivamente possono essere effettuati due possibili differenti studi delle FRF:

roving hammer: si ha in caso di eccitazione in tutti i punti stabiliti della griglia della struttura vibrante e misurazione della funzione di output in un singolo punto. Se uno stesso punto è soggetto a eccitazione e misurazione della risposta, questo è chiamato "driving point", mentre tutti gli altri punti, distanti dal punto di eccitazione, sono chiamati "transfer points". Ogni coppia di punti presi in considerazione comporta la nascita di una FRF. Le FRF misurate da un driving point si chiamano driving FRF. Allo stesso modo le FRF derivanti dalla misurazione dei transfer point sono chiamate transfer FRF. Si usa in caso di strutture pesanti e non compatte. È spesso associato all'impact test, quindi all'utilizzo di martello strumentato.

Un esempio grafico può essere rappresentato dall'eccitazione, tramite martello strumentato, di una trave incastrata:

eccitazione e misurazione tramite accelerometro della grandezza in output nel punto 3 (driving point) producente una driving FRF (Fig. 8).



Fig. 8 Schema eccitazione sistema tramite martello strumentato (sinistra), esempio risposta in frequenza (destra).

Eccitazione nel punto 1 (**Fig. 9 sx**) e nel punto 2 (**Fig. 9 dx**) e misurazione tramite accelerometro nel punto 3. Sono considerati transfer point. Questo setup produce transfer FRF.



Fig. 9 Schema eccitazione tramite martello strumentato (sopra) e risposta in frequenza (sotto), nel caso del punto 2 (sinistra), del punto 1 (destra)

In un sistema a tre gradi di libertà si avranno nove FRF combinando la misura della forza e della risposta sui tre gradi di libertà. Quindi, si avrà una matrice 3x3 (**Fig. 10**).



Fig. 10 Rappresentazione spettri in ampiezza (sinistra) e fase (destra)

roving accelerometer: si ha in caso di eccitazione in un punto fisso della griglia della struttura vibrante e misurazione della funzione di output in tutti i punti dell'oggetto di studio. Si presenta in caso di strutture compatte e leggere. È associato all'utilizzo di un attuatore di tipo shaker elettrodinamico.

La funzione di risposta in frequenza può essere espressa in funzione dello spostamento, della velocità e dell'accelerazione:

- la repectance è una funzione complessa data dal rapporto tra la risposta armonica del sistema in termini di spostamento x (t) = Ae^{iwt} e la forza in ingresso altrettanto armonica: f (t) = Fe^{iwt}
- la mobility è una funzione complessa data dal rapporto tra la risposta armonica del sistema in termini di velocità $v(t) = Ae^{iwt}$ e la forza in ingresso anch'essa armonica $f(t) = Fe^{iwt}$

In termini di ampiezza e fase (Fig. 11 sopra), in termini di parte reale ed immaginaria (Fig. 11 sotto):



la *inertance* è una funzione complessa data dal rapporto tra la risposta armonica del sistema in termini di accelerazione $a(t) = Ae^{iwt}$ e la forza in ingresso $f(t) = Fe^{iwt}$ anch'essa armonica.

•

In termini di ampiezza e fase (**Fig. 12 sopra**), in termini di parte reale ed immaginaria (**Fig. 12 sotto**).

1.3 Modello massa-molla-smorzatore

I fondamenti dell'analisi delle vibrazioni possono essere compresi studiando il *modello massa – molla – smorzatore*. Si faccia riferimento a una massa m

collegata a telaio tramite molla lineare di rigidezza k e uno smorzatore viscoso di coefficiente c (**Fig. 13**). Tale meccanismo è chiamato sistema di secondo grado.

Fig. 13 Schema sistema massa-mollasmorzatore

Si consideri il sistema di secondo grado in moto libero (senza la presenza di termini relativi a forzanti):

 $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0$

Trascurando, in prima battuta, lo smorzamento:

 $m\ddot{x}\left(t\right) + kx\left(t\right) = 0$

rappresentante l'equazione dell'oscillazione armonico;

introducendo la pulsazione naturale $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$

L'integrale generale dell'equazione differenziale è del tipo:

$$x(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Con s_1 e s_2 soluzioni dell'equazione caratteristica:

 $s^2+w_n^2=0~$, tale che $~~s_{1,2}=\pm i w_n$

L'equazione del moto dell'oscillatore armonico è data dalla seguente funziona complessa:

$$x\left(t\right) = A_1 e^{-iw_n t} + A_2 e^{-iw_n t}$$

Nel caso agisse sulla massa una forza esterna armonica $f = F e^{iwt}$

l'equazione del moto diventa:

$$-\frac{w^2}{w_n^2}A_1e^{iwt} + A_2e^{iwt} = \frac{1}{k}Fe^{iwt}$$

da cui si ricava la risposta in frequenza (FRF):

$$H(w) = \frac{A}{F} = \frac{\frac{1}{k}}{1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2}$$

Durante la vibrazione l'energia viene dissipata per effetti di attriti interni e smorzamento.

Lo smorzamento è un'approssimazione matematica utilizzata per rappresentare la dissipazione di energia che si osserva nelle strutture. Può essere causato da attriti interni, attriti esterni ed effetti viscosi.

Lo smorzamento si considera direttamente proporzionale alla velocità:

 $F = -c\dot{x}$

L'equazione del moto del sistema di secondo ordine in moto libero viene adimensionalizzata dividendo per la massa:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0$$

Introducendo il fattore di smorzamento: $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$

E quindi, riscrivendo l'equazione del moto:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta w_n \dot{x}(t) + w_n^2 x(t) = 0$$

l'integrale generale dell'equazione differenziale è del tipo:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}$$

Il fattore di smorzamento determina il comportamento del sistema:

se $\zeta > 1$, le radici sono entrambe reali : $s_{1,2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) w_n$

Il moto si smorza con il tempo in modo esponenziale. È il sistema che raggiunge più lentamente la configurazione d'equilibrio statico (Fig. 14);

se $\zeta < 1$, le radici sono complesse coniugate: $s_{1,2} = \left(-\zeta \pm i \sqrt{1-\zeta^2}\right) w_n$

Il sistema sotto smorzato raggiunge più lentamente con oscillazioni la configurazione d'equilibrio ≯Xe^{-ζω_nt} statico (Fig. 15).

Nel caso di sistema con smorzamento critico $\zeta = 1$, le radici sono reali coincidenti: $s^2 + 2w_n s + w_n^2 = 0$ da cui si ricavano le radici $s_{1,2} = -w_n$.

Il sistema criticamente smorzato raggiunge per primo la configurazione di equilibrio statico (Fig. 16).

L'equazione differenziale ha un integrale generale di tipo $x(t) = C_1 e^{-w_n t} + C_2 t e^{-w_n t}$

Al variare del fattore di smorzamento i grafici di ampiezza e fase cambiano notevolmente, è possibile notarlo attraverso la seguente rappresentazione (Fig 17). Nel caso si avesse $\zeta > \frac{1}{\sqrt{2}}$ non risulterebbero esserci risonanze.

Fig. 17 Variazione grafici ampiezza e fase in funzione del fattore di smorzamento

1.4 Acquisizione dei dati digitali

Da sottolineare è l'acquisizione dei dati digitali.

La realtà fisica macroscopica è considerabile Il come analogica. analogico segnale è un segnale continuo, può assumere infiniti valori all'interno dell'intervallo considerato, rappresentante una grandezza fisica con un andamento analogo a quello assunto dal fenomeno rappresentato (Fig. 18).

Attualmente, però, sono sempre più utilizzati sistemi digitali per il calcolo numerico, per l'acquisizione, l'elaborazione e la trasmissione dei segnali. I sistemi di acquisizione digitale di segnali analogici sono l'interfaccia tra analogico e digitale. Il cuore di tali sistemi sono i convertitori analogico-digitali. Un segnale digitale è un segnale discreto che assume valori appartenenti ad un insieme discreto (**Fig. 19**). I principali vantaggi dei sistemi digitali sono la facilità di manipolazione, la compatibilità e l'insensibilità ai disturbi.

Fig. 19 Segnale digitale

La conversione analogico-digitale viene utilizzata per convertire i segnali usciti direttamente da qualsiasi strumento attraverso il "linguaggio" digitale degli elaboratori elettronici.

L'acquisizione digitale è alla base dell'analisi modale. È una procedura caratterizzata da due principali fasi: il campionamento/quantizzazione e la codifica. La discretizzazione lungo lasse x dei tempi è chiamata campionamento, mentre lungo l'asse y dell'ampiezza è chiamata quantizzazione. In tale fase, il segnale analogico continuo viene suddiviso in un insieme di stati discreti. Nella codifica si assegna una stringa di caratteri (secondo l'opportuno codice scelto ad ogni stato discreto). Ogni elemento della stringa di caratteri viene detto 'bit'. In tal caso si avrebbe un ingresso con grandezza continua ed un'uscita caratterizzata da 2^n stati discreti con *n* numeri di bit.

1.5 Analisi modale sperimentale

L'analisi modale è un processo tramite il quale il comportamento dinamico della struttura viene descritto tramite le sue caratteristiche naturali. Esso si basa sulla determinazione dei modi di vibrare di un oggetto tridimensionale.

Metodologie ed attrezzature utilizzate per l'analisi modale sperimentale possono variare sensibilmente a seconda delle caratteristiche del sistema oggetto di studio, di particolari esigenze del committente e/o dello sperimentatore.

1.5.1 Layout

Occorre definire l'architettura (o layout) dell'apparato sperimentale che si intende realizzare.

1.5.1.1 Sistema meccanico oggetto della sperimentazione

Di solito si fa riferimento a due configurazioni limite: *free* e *ground*. Le condizioni di vincolo reali saranno sempre una 'via di mezzo' tra tali due configurazioni, ma si cercherà sempre di tendere il più possibile ad una di esse.

- La condizione *free* si realizza quando l'oggetto da testare è liberamente sospeso in aria. È una condizione ideale che si può approssimativamente applicare attraverso delle sospensioni o attraverso degli appoggi di gommapiuma.
- La condizione *grounded* si realizza quando si fissano degli appoggi a terra della struttura da analizzare. In questa tesi è la condizione utilizzata per lo studio della trave incastrata.

1.5.1.2 Eccitazione

Per studiarne la risposta dinamica del sistema, esso deve essere sottoposto a una forma di eccitazione (una forza esterna). L'eccitazione deve essere nota, ripetibile e controllabile. Per questo motivo, la forza effettivamente erogata dall'attuatore deve essere misurata tramite apposite celle di carico interposte tra l'attuatore stesso ed il sistema. Gli attuatori più usati sono il *martello strumentato* (si parla di impact test, **Fig. 20 dx**) e lo *shaker elettrodinamico* (**Fig. 20 sx**), costituito da tavola vibrante messa in movimento da un campo magnetico variabile. Attraverso un generatore di segnali si comanda un amplificatore, in modo tale da fornire allo shaker una corrente elettrica di alimentazione proporzionale alla forza che si vuole applicare alla struttura. Lo shaker è costituito da un solenoide elasticamente vincolato al telaio dello shaker stesso, che si muove in funzione della corrente che circola nella bobina che lo avvolge. Importante è la presenza dello stinger, un filo di acciaio collegato mediante grani filettati alla tavola vibrante dello shaker a un'estremità e alla cella di carico dall'altra. L'accoppiamento stinger-shaker deve essere rigido assialmente e flessibile trasversalmente. Lo shaker viene utilizzato quando la struttura è sufficientemente leggera e compatta. In questa tesi viene utilizzato esclusivamente lo shaker.

Fig. 20 Shaker elettrodinamico (a sinistra), martello strumentato (a destra)

1.5.1.3 Misurazione

La risposta del sistema viene misurata utilizzando uno o più sensori posti sul sistema oggetto di sperimentazione. Un'oculata scelta dei punti di misura, delle grandezze acquisite e del tipo di sensori può contribuire sensibilmente a migliorare il rapporto segnale/rumore, e quindi l'esito della prova. Un sensore molto usato è l'accelerometro piezometrico (Fig. 21):

Fig. 21 Accelerometro

sono trasduttori di moto assoluto, perché montati direttamente sull'oggetto di misura.

L'elemento elastico e sensibile è una lamina di quarzo, un materiale piezometrico, il quale, se sollecitato, comporta la nascita di cariche di segno opposto proporzionali alla forza applicata lungo l'asse elettrico.

Nel sensore piezometrico l'ingresso è uno spostamento e l'uscita è una tensione (Fig. 22).

Fig. 22 Circuito corrispondente del sensore piezoelettrico

La CSLDV (*continuous scanning laser doppler vibrometry*) è un ulteriore metodo per la misurazione della risposta di sistemi studiati. Si basa sul movimento continuo di un puntatore laser sulla superficie del sistema vibrante (**Fig.** 23).

Fig. 23 CSLDV

I progressi nella misurazione delle vibrazioni, eseguiti dai vibrometri laser doppler a scansione continua, hanno aumentato la capacità di misurare i dati delle vibrazioni da una griglia di poche centinaia di punti di misurazione a una singola scansione, che attraversa e misura molte migliaia di punti sulla stessa struttura.

L'introduzione delle tecniche di scansione continua ha sfidato il principio tradizionale secondo cui il numero di punti di misurazione delinea la definizione spaziale delle forme di deformazione. Le deformazioni potrebbero essere ottenute misurando una singola serie temporale da una traiettoria continua che copre la stessa superficie, che sarebbe tradizionalmente coperta da una serie di misurazioni a punto fisso, ciascuna delle quali copre un intervallo di frequenze.

L'uso della scansione continua fa venir meno due possibili limitazioni dei classici sensori montati fisicamente sull'oggetto di studio, ad esempio dell'accelerometro. Infatti, i classici sensori, seppur molto leggeri, sono costituiti da una massa che potrebbe influenzare la risposta in frequenza, soprattutto se la struttura studiata è molto leggera. Un ulteriore limitazione degli accelerometri è il montaggio. Le principali problematiche sono dovute a fattori ambientali, come la temperatura, il rumore dovuto ai cavi, i campi magnetici, l'umidità, la presenza di sostanze corrosive, e le vibrazioni trasversali.

Esistono differenti tipologie di scansione (Fig. 24).

Nel caso seguente è impossibile utilizzare scansioni circolari

della per via geometria della trave. Da ciò si determina chiaramente l'utilizzo di scansioni in linea retta а velocità uniforme.

Fig. 24. Schema tipologie di scansione

1.5.1.4 Controllo ed acquisizione

Un dispositivo elettronico, come un analizzatore spettrale o un PC equipaggiato con schede di acquisizione, gestisce in tempo reale tutta la prova assolvendo alle seguenti funzioni: generazione della forma d'onda desiderata per l'eccitazione, controllo e sincronizzazione dell'unità di attuazione e della acquisizione dei dati, e memorizzazione dei dati.

Bisogna ora definire alcuni parametri, presenti nei successivi sottocapitoli.

1.5.1.4.1 Trigger

Importante per l'analisi modale è l'utilizzo del trigger: l'acquisizione di segnali temporanei è legata alla sincronizzazione per l'acquisizione del segnale stesso. Si utilizza una funzione, detta trigger, che permette di iniziare l'acquisizione in un determinato istante. I parametri caratterizzanti del trigger sono il livello, la pendenza, la posizione, e il canale di riferimento. Il livello è il valore assunto dal segnale affinché abbia inizio l'acquisizione. Questo si esprime attraverso vari elementi: la percentuale del fondoscala (ossia la differenza tra il massimo e il minimo valore che possono essere acquisiti); la pendenza, che indica quale verso considerazione prendere in per l'avvio dell'acquisizione e può suddividersi in pendenza positiva o pendenza negativa; la posizione del trigger (o pre-trigger), la quale indica il numero di campioni da registrare prima che il segnale raggiunga il livello del trigger con pendenza stabilita.

1.5.1.4.2 Finestre di segnale

Un'altra importante funzione è rappresentata dalle finestre. Queste si usano per diminuire l'influenza degli effetti di bordo e il loro valore viene moltiplicato con il valore del segnale acquisito. Esistono due principali tipologie di finestre: la finestra rettangolare e la finestra di Hanning. La finestra rettangolare è caratterizzata da una funzione costante (vale 1) all'interno di un intervallo prescelto. Al di fuori dell'intervallo vale 0. Sulla sinistra, di seguito, si ha un segnale periodico mentre a destra si ha il segnale risultante dall'utilizzo della finestra rettangolare visibile in alto (**Fig. 25**).

Fig.25 Grafico esplicativo dell'utilizzo della finestra rettangolare

La finestra di Hanning (**Fig. 26**), data al campione n di una serie di campioni che va da 0 a n-1, è considerata:

 $w\left(n\right) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right]$

Riduce l'effetto di bordo portando a 0 gli estremi della finestra temporale, comportando perdita di informazioni, ma conservando il segnale nella zona centrale.

Fig. 26 Rappresentazione del funzionamento della finestra Hanning

Nella finestra rettangolare si elimina completamente il problema del leakage, mentre nella finestra di Hanning si riduce notevolmente.

1.5.1.4.3 Ulteriori chiarimenti

È di rilevante importanza la frequenza a cui si campiona il segnale analogico. Esiste, infatti, il problema dell'*aliasing*: se fc (frequenza di campionamento) < 2fs (frequenza del segnale), il segnale campionato non è più riconoscibile e sembra avere una frequenza più bassa del segnale analogico originale.

In rosso il segnale originale, in blu il segnale ricostruito vittima del fenomeno di aliasing (Fig. 27).

Fig.27 Fenomeno di aliasing

Da questa problematica nasce il Teorema di Nyquist-Shannon, per cui il segnale x(t) è completamente ricostruibile a partire dal segnale campionato se fc > 2fs. Sono possibili, però, ulteriori metodi per evitare l'effetto aliasing. Esistono, infatti, i filtri anti-alias integrati. Il filtro anti-alias (**Fig. 28**) è un filtro analogico utilizzato prima del campionamento di un segnale, che ha il fine di restringere la banda del segnale stesso per soddisfare approssimativamente il teorema del campionamento di Nyquist-Shannon.

Fig. 28 Esplicazione del filtro anti-aliasing

Infine, è importante precisare quante siano le medie che definiscono le FRF nel software di controllo. Ad esempio, 4 medie che costituiscono un FRF indicano la necessità di acquisire quattro storie temporali sia della forza input, sia della grandezza in output, farne crosspettri e autospettri, e calcolarne l'FRF come definito nell'apposito capitolo.

1.5.2 Sviluppo su software

Dopo aver misurato le FRF, queste vengono utilizzate per stimare i parametri modali attraverso l'analisi modale (in questa tesi vista nel dominio della frequenza).

 $FRF \rightarrow MODELLO MODALE \rightarrow MODELLO STRUTTURALE$

frequenze naturali, modi di vibrare massa, smorzamento e rigidezza

I processi utilizzati in questa tesi sono due:

- *l'analisi tradizionale*, la quale si basa su un processo di curvefitting tramite l'uso di software che semplificano il processo di estrazione. Dunque, si effettua l'interpolazione delle FRF misurate attraverso un'espressione teorica. Lo scopo è quello di determinare i coefficienti presenti nell'espressione teorica delle FRF, al fine di consentire di meglio interpolare le FRF misurate. I principali parametri sono le frequenze naturali, i fattori di smorzamento e i modi propri del sistema. Per un sistema MDOF (multi-degree of freedom) si utilizza la somma delle FRF acquisite con il successivo utilizzo del diagramma di stabilizzazione, che indica il livello di stabilizzazione degli errori. L'ultima fase del processo consiste nella valutazione della qualità dei parametri stimati attraverso il confronto tra le FRF ricostruite e le FRF di input. La specifica delle operazioni è indicata accuratamente nei prossimi capitoli;
- *l'analisi modale a scansione continua* (CSLDV) è la seconda tecnica utilizzata in questa tesi. Il fine è l'estrazione degli ODSs (operational deflection shapes). L'evoluzione spaziale degli ODSs rispetto al percorso scansionato determina un effetto di modulazione di ampiezza sui dati di vibrazione CSLDV: questo effetto provoca la presenza di bande laterali rispetto alla frequenza di risonanza dell'ODS (che è la frequenza centrale) spaziate per l'intero multiplo della frequenza di scansione utilizzata per spazzare il punto laser sul bersaglio.

L'ampiezza e la fase dello spettro alla frequenza di eccitazione e le sue bande laterali possono essere sfruttate per recuperare l'ampiezza e la fase dell'ODS, richiedendo quindi che i picchi delle bande laterali siano facilmente distinguibili. Questo limita l'applicazione in scenari di vibrazione più complessi. La velocità di vibrazione sinusoidale vz di un punto, nella direzione z, perpendicolare ad una superficie nominalmente nel piano x, y, ad una frequenza w, può essere scritta come:

$v_z(s,t) = V_a(s)\cos\omega t + V_b(s)\sin\omega t$

dove *s* è la distanza del punto lungo una linea di scansione e V_a e V_b sono i coefficienti di fase e di quadratura relativi a un dato, solitamente un segnale di forza in ingresso.

Se il raggio SLDV viene scansionato ad una velocità uniforme, *vz* può essere considerato solo in funzione del tempo e l'ODS può essere ottenuto demodulando il segnale di uscita SLDV.

Un metodo conveniente per la demodulazione consiste semplicemente nella moltiplicazione dell'uscita LDV (Laser

$$V_a(t)\cos^2\omega t + V_b(t)\sin\omega t\cos\omega t$$

= $\frac{1}{2}V_a(t) + \frac{1}{2}V_a(t)\cos 2\omega t + \frac{1}{2}V_b(t)\sin 2\omega t$
 $V_a(t)\sin\omega t\cos\omega t + V_b(t)\sin^2\omega t$
= $\frac{1}{2}V_b(t) + \frac{1}{2}V_a(t)\sin 2\omega t - \frac{1}{2}V_b(t)\cos 2\omega t.$

Doppler Vibrometry) per segnali in fase e in quadratura alla frequenza di eccitazione.

Se si utilizza una scansione sufficientemente lenta, le componenti del segnale intorno alla frequenza 2*w* possono essere rimosse con un filtro passa-basso, lasciando dati in forma di modalità reali e immaginari.

Nel caso di scansione circolare, i contributi modali V_a e V_b nell'equazione possono essere espansi come serie spaziali di Fourier lungo la linea di scansione.

Se l'SLDV viene scansionato uniformemente in un cerchio alla velocità di rotazione Ω , la distanza intorno alla scansione, da un raggio di riferimento, può essere rappresentata da Ω t, con $\alpha \in \gamma$ inclusi come sfasamenti temporali e spaziali dai rispettivi dati.

$$v_z(t) = V_{a0}\cos(\omega t - \alpha_0) + V_{b0}\sin(\omega t - \alpha_0)$$

+ $\sum_{n=1}^{p} V_{an}\cos n(\Omega t - \gamma_n)\cos(\omega t - \alpha_n) + V_{bn}\sin n(\Omega t - \gamma_n)\sin(\omega t - \alpha_n)$

Esistono, quindi, coppie di bande laterali nello spettro SLDV, distanziate di $\pm n\Omega$ rispetto alla frequenza di vibrazione *w*. I coefficienti di Fourier V_{an} e V_{bn} per le componenti modali (complesse) e gli angoli di fase α_n e γ_n sono facilmente ricavabili dalle grandezze e dagli angoli di fase alle frequenze della banda laterale.

Nel caso delle travi è utilizzata una scansione lineare, essendo quella circolare inappropriata per la geometria del sistema studiato. Si usa la stessa procedura del caso con scansione circolare.

Tuttavia, quasi invariabilmente, ciò causerebbe difficoltà per via delle discontinuità alle estremità della scansione, dove la direzione di scansione si inverte. Pertanto si impiega una scansione sinusoidale lineare, in modo che la velocità di scansione si riduca gradualmente a zero in questi termina.

È conveniente assumere che la scansione sia di ampiezza ±1 e zero nel punto medio di scansione, in modo che il punto indirizzato sia $x(t) = \cos \Omega t.$

L'output SLDV ha, come per una scansione circolare, una struttura a banda laterale centrata su *w*, che è, in questo caso, teoricamente, simmetrica, sia per lo spettro di magnitudine, sia per lo spettro di fase a condizione che il campione di segnale venga attivato quando la scansione passa per il punto centrale. Lo spettro dà la forma modale come serie di Fourier in termini della variabile di scansione, Ωt .

I componenti dello spettro in fase A_{an} danno il componente in fase (reale) della forma del modo:

$$V_{az} = A_{a0} + 2A_{a1}\cos\Omega t + 2A_{a2}\cos2\Omega t + 2A_{a3}\cos3\Omega t + \cdots$$
 [1]

e le componenti di quadratura A_{bn} danno la componente di forma (immaginaria)

$$V_{bz} = A_{b0} + 2A_{b1}\cos\Omega t + 2A_{b2}\cos2\Omega t + 2A_{b3}\cos3\Omega t + \cdots$$
[2]

successivamente utilizzata la matrice di Chebicev attraverso le eq [1] e [2].

2. Analisi modale tradizionale

2.1 Preparazione e specifiche tecniche

In questa fase sono state utilizzate una piastra in metallo vincolata ad un'estremità (condizione grounded) e uno shaker elettrodinamico che fornisse eccitazione al sistema vibrante. Esso è stato posto vicino al vincolo stesso al fine di avere meno cedevolezza e quindi anche più forza impressa dallo shaker, risultante nella riduzione di rumore.

La valutazione della forza entrante è elaborata da una cella di carico posta tra lo shaker e lo stinger. Cella di carico: pcb modello 208a03, serial number 8623, fattore di taratura 109.2 mV/N.

L'accoppiamento shaker-stinger (**Fig. 29**) è rigido assialmente e flessibile trasversalmente. È buona norma adottare un montaggio *free* per gli attuatori utilizzati per eccitare il sistema in prova. In questo modo si riduce il rischio di introdurre nel sistema sollecitazioni indesiderate e non facilmente quantificabili.

Fig. 29 Schema attuatore-oggetto in vibrazione

È stato utilizzato un generatore di segnale (*Sine Random Generator Type 1027*) e un amplificatore (*Power Amplifier Type 2706*). Il range di frequenza è 2Hz/2kHz con un voltaggio di output di 3.5V. Il programma utilizzato per l'acquisizione dei dati è PSV 200 con l'utilizzo di due canali: uno di input di forza proveniente dalla cella di carico (canale a) e l'altro di segnale di velocità (studio mobility) (canale b).

Entrambi i canali sono caratterizzati dalla presenza di finestre di Hanning.

Da considerare è l'assenza di trigger.

Il canale A ha un range di input di 100mV con un fattore di calibrazione (per Volt) di 447.5 N. Il canale B ha un range di input di 5V.

Il canale B è, inoltre, caratterizzato da un filtro anti-aliasing.

2.2 Elaborazione in Matlab

La tesi è sviluppata sulla misurazione senza smorzamento (*FRFtest_nodamp*) e sulla misurazione a tre differenti livelli di smorzamento (*FRFtest_damp1*, *FRFtest_damp2 e FRFtest_damp3*). Lo sviluppo su Matlab ha inizio con l'importazione delle FRF acquisite tramite misurazione. Successivamente si estrae la frequenza f e la frequenza di campionamento fs (**Fig. 30**).

```
4
       %% Sezione di input:
5 -
       cd('C:\Users\W10\Desktop\TestSLDVLaura\1\daticompleti')
 6
       %acquisizione FRF
7 -
       FRFrect=readuff('FRFtest nodamp.unv');
      FRFrectl=readuff('FRFtest dampl.unv');
8 -
9 -
      FRFrect2=readuff('FRFtest damp2.unv');
       FRFrect3=readuff('FRFtest damp3.unv');
10 -
11 -
       n righe=32;
12 -
       n colonne=4;
13 -
       n points=n righe*n colonne;
14
15
       %frequenza f:
16 -
       f=FRFrect{3+n points}.x;
17 -
       df=FRFrect{3+n points}.dx;
18 -
       f=[f f(end)+df];
19 -
       fs=f(end)*2.56;
```

Fig. 30 Istruzioni Matlab

Si ricostruisce virtualmente la struttura geometrica del sistema studiato attraverso l'importazione di n_righe e n_colonne per arrivare alla formazione di n_points, rappresentante il numero totale dei punti caratterizzanti la trave. Si avvia inizialmente lo studio senza smorzamento.

Successivamente, si ha l'importazione di tutte le FRF riferite alla condizione priva di smorzamento nelle differenti posizioni della griglia relative alla valutazione della velocità di output, che si possono visionare graficamente (**Fig.**

32).

Fig.31 Istruzioni Matlab relative alla rappresentazione grafica delle FRF acquisite

Fig.32 Rappresentazione spettri FRF acquisiti

Da considerare la scelta della banda di frequenza di studio (bandcut 0-1500Hz).

Fig. 33 Istruzioni Matlab

Con la funzione *modalsd* (**Fig. 33**) si istituisce il diagramma di stabilizzazione, presentato nei riferimenti teorici, basato sulla stima delle frequenze naturali e dei rapporti di smorzamento. Di seguito un esempio (**Fig. 34**):

Fig.34 Diagramma di stabilizzazione

I punti \bigcirc sono stabili in frequenza, i punti + sono considerati stabili in frequenza e smorzamento, mentre i punti • sono considerati instabili in frequenza.

Ad ogni polo scelto il software valuta il numero di gradi di libertà, la frequenza naturale, lo smorzamento ed ulteriori parametri.

Infine, con la funzione *modalfit* si ricostruisce un vettore basato sui parametri stimati:

dr rapporto di smorzamento per frequenze naturali;

ms modi di vibrare;

ofrf ricostruisce funzioni di risposta in frequenza.

Si ha, successivamente, un confronto tra un grafico sintetizzato derivante dai parametri stimati e il grafico FRF reale (**Fig. 36**):

75		%% Grafico Sintetizzato FRF vs Grafico Reale
76	-	<pre>frf2plot=2;</pre>
77	-	<pre>for frf2plot=1:size(FRF,2)</pre>
78	-	figure
79	-	<pre>semilogy(f,abs(FRF(:,frf2plot)))</pre>
80	-	hold on,
81	-	<pre>semilogy(f(ind_cut(l):ind_cut(2)),abs(ofrf(:,frf2plot)))</pre>
82	-	<pre>legend('Real FRF','Synthesiezed FRF');</pre>
83	-	xlim(bandcut)
84		<pre>%pause</pre>
85	-	L end

Fig.35 Istruzioni Matlab sul confronto tra le FRF

Fig.36 Esempio confronto FRF acquisita e FRF ricostruita

Infine, è stato elaborato un diagramma tridimensionale per meglio rappresentare i modi della trave incastrata (**Fig. 38**). È stata inizialmente costruita una griglia virtuale per la valutazione della dimensione 3d della struttura vibrante e,

successivamente, plottati i differenti modi caratterizzanti della vibrazione della

trave incastrata.

Fig. 37 Istruzioni Matlab riguardo il diagramma tridimensionale

Fig. 38 Rappresentazione con due differenti viste di uno stesso modo di vibrare

L'approccio affrontato per lo studio del caso senza smorzamento viene effettuato, allo stesso modo, per i casi con smorzamento aggiuntivo, che si ottiene aggiungendo uno, due o tre strati di scotch. I risultati vengono resi noti e confrontati con quelli relativi ad uno studio con vibrometro laser nei capitoli successivi.

3. Analisi modale mediante laser a scansione continua

3.1 Preparazione e specifiche tecniche

ll vibrometro laser Doppler (LDV) opera misurando la velocità di un punto indirizzato da un raggio laser focalizzato, utilizzando lo spostamento doppler tra la luce incidente e la luce diffusa che ritorna allo strumento di misura. Ciò ha il netto vantaggio di evitare di caricare la struttura in prova.

Nel caso di scansione continua con laser doppler è stata utilizzata la medesima piastra dell'analisi precedente. L'eccitazione viene effettuata mediante lo stesso shaker elettrodinamico. La valutazione della forza entrante è valutata da una cella di carico posta tra lo shaker e lo stinger. Cella di carico pcb modello 208a03, serial number 8623, fattore di taratura 109.2 mV/N.

È stato utilizzato un generatore di segnale Sine Random Generator Type 1027 (white noise) con range di frequenza 2Hz-2kHz e un amplificatore Power Amplifier Type 2706. Il programma di acquisizione utilizzato è TestLab.

I parametri di acquisizione sono: larghezza di banda di 16384 Hz e risoluzione di 0.25 Hz.

È stato utilizzato un trigger con livello 0.50V con un pre-trigger di 0s e una durata di acquisizione di 4s.

Si definiscono 32 medie (32 storie temporali per la costituzione di un FRF).

Presenti due canali di input: Input1 relativo alla forza proveniente dalla cella di carico (sensibilità 109.2 mV/N) e Input2 relativo alla misurazione del segnale di velocità, studio mobility (sensibilità 40 V/(m/s)).

3.2 Elaborazione in Matlab

L'analisi con scansione continua si basa sullo studio senza smorzamento (*studioND*) e con smorzamento aggiuntivo (*studioD*).

Sono importati due file direttamente dal setup di misurazione: Damp e ND.

```
**
5
 6 -
        dire='C:\Users\W10\Desktop\TestSLDVLaura\2\daticompleti'
 7 -
       fna='ND.mat';
 8 -
       fname=[dire '\' fna];
 9 -
        aa=load(fname);
10
11 -
       dt=aa.s.dt;
12 -
       f_scan=aa.s.f_scan;
13 -
       f scan=f scan';
14 -
        signal=aa.s.LDV;
15 -
        clear s
16
17 -
       signal=signal';
18
19 -
        tlist=l:size(signal,2);
20 -
        tlist=tlist*dt;
21
22 -
       MMM=2^10;
23 -
       n scan=7;
24 -
        signal=signal(l:n scan,l:MMM);
25 -
       tlist=tlist(l:MMM);
26
27 -
       fs=1/dt;
28 -
       f_scan=f_scan(l:n_scan);
Fig.39 Istruzioni Matlab
```

Rileva importanza il numero di scansioni effettuate (n_scan, **Fig. 39**). In base a questa informazione sono effettuate elaborazioni di dati differenti.

Si estraggono le informazioni di segnale LDV misurate e se ne costituisce una matrice *signal*, la cui dimensione è (1:n_scan,1:MMM).

È utilizzato un algoritmo (gen_CSLDV_func, Fig. 41):

```
59 - [xx_b,rA,cA,residuo]=gen_CSLDV_func(m,fs,df,f_scan,Signall,method,criterion);
```

Fig.41 Istruzioni Matlab

Si avrà una soluzione del sistema (xx_b) dipendente dal numero di bande laterali (m), dalla frequenza naturale (fs), dalla risoluzione in frequenza (df), dal vettore di scansione in frequenza (f_scan) e di *Signal1* precedentemente ricavato. Si istituiscono due matrici di zero: x_real_b e x_imag_b (Fig. 42, sopra). I successivi cicli *for* (Fig. 42) determinano prima il riempimento delle due

Queste ultime determinano la matrice abs_m (Fig. 43) come la radice dei quadrati di rez_m e imz_m , importante al fine di determinare lo spettro medio ave abs (Fig. 43, sotto).

108 abs_m=sqrt(rez_m.^2+imz_m.^2); 109 pha_m=atan2(rez_m,imz_m); 110 pcolor(abs m), shading interp 111 figure(9), pcolor(abs_m.*sin(pha_m)),xlabel('Hz'),ylabel('Position [mm]'), shading interp 112 rr=11/0.1+1; 113 figure, plot(abs_m(:,rr).*sin(pha_m(:,rr))) 116 ave_abs=sum(sqrt(rez_m.^2+imz_m.^2),1)/size(rez_m,1); 117 118 119 freque=0:df:fs/2; 120 ave_abs=[0 ave_abs]; 121 ave_abs=ave_abs(1:501);

Fig. 43 Istruzioni Matlab spettro abs_m e spettro medio ave_abs

Ne deriva la **Fig. 44** della matrice di ampiezza degli ODSs, dove vengono riportati gli spettri mediati sulle posizioni di misurazione.

Fig.44 Rappresentazione matrice ampiezza ODSs

4. Risultati e confronti

L'analisi tradizionale, come già detto precedentemente, si basa sulla costruzione del sistema studiato suddiviso in punti. I punti totali caratterizzanti la struttura studiata sono 128. Sono isolate le risonanze/anti-risonanze presenti fino a 500Hz per meglio valutare i risultati. I successivi spettri ricostruiti si riferiscono ad uno stesso punto di misurazione ed il confronto è effettuato in base al livello di smorzamento:

no damp (Fig. 45, in alto a sinistra) si riferisce alla misurazione senza smorzamento aggiuntivo;

damp 1 (Fig. 45, in alto a destra) si riferisce alla misurazione con uno strato di scotch (un livello di smorzamento) aggiuntivo;

damp 2 (Fig. 45, in basso a sinistra) si riferisce alla misurazione con due strati di scotch (due livelli di smorzamento) aggiuntivo;

damp 3 (Fig. 45, in basso a destra) si riferisce alla misurazione con tre strati di scotch (tre livelli di smorzamento) aggiuntivo.

1 122.75 1 Ki Simen22ute

Di seguito, prendendo come esempio due punti differenti, è presente il confronto tra spettri ricostruiti. Si differenziano in base al livello di smorzamento (Figg. 46):

Figg.46 Confronto FRF sintetizzate in base al livello di smorzamento

L'analisi a scansione continua con laser doppler è suddivisa in due principali casi: D (damp, nel caso di smorzamento aggiuntivo) e ND (no damp, nel caso senza smorzamento aggiuntivo) e successivamente, per ogni singolo caso, sono stati effettuati tre studi in base al numero di scansioni (Figg. 47): 13,15 e 17. Sono isolati i modi fino a 500Hz. Gli spettri medi risultanti dalla relativa analisi modale sono i seguenti:

Figg.47 Spettri medi a differente numero di scansioni

Deriva il confronto, rispettivamente per ND (No Damp) e D (Damp), in base al numero di scansioni effettuate (Figg. 48).

Figg. 48 Spettri medi in funzione del numero di scansioni

È possibile effettuare ulteriormente anche il confronto tra ND (No Damp) e D (Damp) per stesso numero di scansioni (Figg. 49).

all'analisi frequenza rispetto tradizionale

Figg. 49 Spettri medi in funzione dello smorzamento

5. Conclusioni

L'analisi modale del sistema vibrante (trave incastrata) effettuata tramite i due metodi esposti, uno tradizionale e l'altro attraverso vibrometria laser doppler a scansione continua, ha evidenziato le seguenti conclusioni: i risultati derivanti dall'analisi tradizionale sono coerenti in frequenza e ampiezza, visibili dal confronto tra risposta in frequenza misurata e risposta in frequenza ricostruita. È stata effettuata la valutazione fino a 500 Hz per ridurre le parti di spettro con maggiore rumore. I risultati derivanti dall'analisi a scansione continua, invece, sono inaffidabili sia in frequenza sia in ampiezza, con presenza di elevato rumore.

La *CSLDV* ha, come già ribadito, molti vantaggi dovuti all'assenza di contatto con il sistema vibrante. È, nel complesso, conveniente da usare e richiede poche attrezzature aggiuntive rispetto a quelle normalmente disponibili in un laboratorio di prove di vibrazione. Non vi è alcun requisito per la stabilità dello strumento da banco ottico: l'LDV può essere montato su treppiede e possono essere numerose le applicazioni rispetto a una situazione di laboratorio. *L'analisi modale tradizionale* richiede, invece, maggiori attenzioni dovute alla presenza di contatto tra l'attuatore e il sistema vibrante. Risulta, però, collaudata e molto più affidabile in termini di misurazione e algoritmi utilizzati nei programmi di calcolo presi in esame.

Si ripropone, nel range 0-500Hz (con la volontà di isolare le prime tre risonanze), un confronto di esempio tra l'analisi tradizionale (a destra) e l'analisi a scansione continua (a sinistra).

Ringraziamenti

Al professor Paolo Castellini, mio relatore, per avermi trasmesso attraverso la praticità gli insegnamenti teorici impartiti in aula, per avermi consigliato e per aver supportato il mio lavoro, grazie.

A tutti i miei amici che, anche inconsapevolmente, mi trasmettono sorrisi e spensieratezza, grazie.

Agli amici conosciuti ad Ancona in questi tre anni, grazie per essere stati i migliori che potessi desiderare.

Alla mia famiglia che mi dona ogni giorno il dono più importante che ci sia: l'esserci insieme, GRAZIE.

Bibliografia

A.B. Stanbridge and D.J. Ewins, Mechanical Systems and Signal Processing (1999)

M.Martarelli, D.J. Ewins, Mechanical Systems and Signal Processing (2006)

Stanbridge AB, Martarelli M, Ewins DJ, The scanning laser Doppler vibrometer applied to impact modal testing (1999)

Stanbridge AB, Martarelli M, Ewins DJ, Measuring area mode shapes with a scanning laser Doppler vibrometer (1999)