

UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA



*Corso di Laurea Triennale in  
Ingegneria Elettronica*

*Modellamento, studio teorico e studio in simulazione  
numerica delle prestazioni dei moderni motori elettrici  
polifase.*

---

*Modeling, theoretical study and numerical simulation of  
the performance of modern polyphase electric motors*

Relatore:  
**PROF. FIORI SIMONE**

Laureando:  
**NOVELLI GIOVANNI**

ANNO ACCADEMICO 2020-2021



## Sommario

Lo scopo di questa tesi è quello di fornire una ampia visione dei Motori Elettrici Polifase ed in particolar modo del Motore Sincrono a Magneti Permanenti avente dodici fasi (12 phase PMSM); dai suoi principi di funzionamento alle sue applicazioni, puntando l'interesse sulla tecnica di controllo "Field Oriented Control" (FOC) usata per regolare la velocità di rotazione del motore.

Nel primo capitolo vengono descritte le caratteristiche generali delle macchine elettriche polifase ed i relativi vantaggi rispetto ad una macchina trifase. In seguito viene introdotto il motore sincrono a magneti permanenti; il suo funzionamento ed i vari vantaggi che ha rispetto ad un motore asincrono.

Nel secondo capitolo, vi è una descrizione dei concetti teorici necessari per comprendere le equazioni matematiche alla base del PMSM: viene presentata una tecnica denominata "Vector Space Decomposition" (VSD) che permette di modellizzare e gestire il controllo della maggior parte delle macchine elettriche polifase tramite le trasformate generalizzate di Clarke e Park. Inoltre, viene presentata la tecnica di controllo "Field Oriented Control" ed i vari componenti coinvolti nel controllo motore.

Nel terzo capitolo, si ha l'implementazione in Simulink dei componenti spiegati a livello teorico nel capitolo precedente usati nella realizzazione del controllo motore FOC.

Nelle conclusioni, i risultati ottenuti vengono brevemente discussi, riassumendo i vantaggi e gli svantaggi della tecnica di controllo e dei vari componenti utilizzati.



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>5</b>
1.1	Che cos'è un motore elettrico polifase? . . . . .	6
1.2	Vantaggi delle macchine elettriche polifase . . . . .	6
1.3	Il motore sincrono a magneti permanenti (PMSM) . . . . .	9
1.3.1	Breve cenno storico . . . . .	9
1.3.2	Generalità e struttura del PMSM . . . . .	9
1.3.3	Funzionamento del PMSM . . . . .	11
1.3.4	Le possibili configurazioni del rotore . . . . .	12
1.3.5	Vantaggi e svantaggi del PMSM . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Modellazione e tecniche di controllo per motori polifase</b>	<b>15</b>
2.1	Tipologie di motori polifase . . . . .	15
2.1.1	Motori polifase simmetrici . . . . .	15
2.1.2	Motori polifase asimmetrici . . . . .	16
2.2	Trasformazioni generalizzate di Clarke e Park per macchine polifase . . . . .	17
2.2.1	Vector Space Decomposition (VSD) . . . . .	17
2.2.2	Configurazione fondamentale degli avvolgimenti statorici . . . . .	18
2.2.3	Trasformata generalizzata di Clarke . . . . .	20
2.2.4	Harmonic Mapping . . . . .	22
2.2.5	Trasformata generalizzata di Park . . . . .	23
2.3	Modello matematico di un PMSM a 12 fasi . . . . .	24
2.3.1	Modello matematico nel tempo . . . . .	24
2.3.2	Modello matematico nel dominio di Park . . . . .	29
2.4	Strategia di controllo: Field Oriented Control (FOC) . . . . .	35
2.4.1	Descrizione e schema di controllo FOC . . . . .	35
2.4.2	Zero d-axis current control . . . . .	38
2.4.3	Feedforward compensation . . . . .	39
2.4.4	SPWM: Sinusoidal pulse width modulation . . . . .	40
2.4.5	Inverter . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Realizzazione Modello in Simulink</b>	<b>48</b>
3.1	PMSM Simulink Model . . . . .	48
3.2	Speed and Current control loops . . . . .	52
3.3	SPWM Design . . . . .	55
3.4	Inverter 12 fasi Design . . . . .	58

**INDICE** **3**

---

3.5 Grafici . . . . .	60
<b>4 Conclusioni</b>	<b>64</b>
<b>Bibliography</b>	<b>65</b>



# Capitolo 1

## Introduzione

I motori elettrici sono oggi ampiamente utilizzati in molti campi diversi, dagli elettrodomestici alle applicazioni industriali. Poiché ne esistono di diversi tipi, la scelta giusta dipende dal tipo di applicazione e dal budget disponibile. È possibile dividere i motori elettrici in due grandi famiglie: i motori in corrente continua e i motori in corrente alternata.

Rispetto ai motori in corrente continua, i motori a corrente alternata non necessitano dell'utilizzo di parti commutanti (spazzole e collettori rotanti) eliminando i relativi inconvenienti come manutenzione, perdite di potenza ed archi elettrici, generazione di calore ed interferenze elettromagnetiche (EMI).

I motori a corrente continua erano all'inizio più adatti per quelle applicazioni in cui era necessario controllare accuratamente la velocità del motore, ma grazie ai progressi compiuti nell'algoritmo di controllo dei motori AC, uniti al vantaggio di una minore inerzia, maggiore robustezza ed efficienza energetica, l'utilizzo dei motori a corrente alternata è diventato molto più popolare.

I motori AC asincroni sono caratterizzati da una corrente alternata dello statore che induce un'altra corrente nell'avvolgimento del rotore, generando un'interazione tra i 2 campi magnetici prodotti. I due campi magnetici funzionano a frequenza leggermente diversa generando una coppia. Invece, nei motori AC sincroni il campo magnetico del rotore è dovuto o a dei magneti permanenti o ad una bobina di eccitazione ed ha direzione costante in un sistema di riferimento fissato al rotore. Il rotore a regime si muove con una frequenza sincronizzata con quella del campo magnetico generato dallo statore.

Negli ultimi due decenni lo studio ed utilizzo delle macchine elettriche in corrente alternata polifase ha registrato una crescita sostanziale e questa tipologia di macchina è riemersa come potenziale soluzione per varie applicazioni industriali. L'uso di macchine trifase continua a essere la scelta principale, ma c'è una tendenza a rivalutare il numero ottimale di fasi per determinate applicazioni, specialmente dove l'intero sistema è costruito da zero o in applicazioni in cui il rischio di rottura di un avvolgimento statorico è molto alto, dato che una macchina polifase può funzionare anche in caso di rottura di una o più terne trifase.



## 1.1 Che cos'è un motore elettrico polifase?

Una macchina elettrica è detta polifase se il numero di fasi  $n$  dello statore è maggiore di tre ( $n > 3$ ). Ciò si ottiene solitamente ridisegnando il telaio dello statore o semplicemente riavvolgendo lo statore di una macchina trifase per ottenere  $n$  avvolgimenti indipendenti e  $2n$  terminali. In un azionamento elettrico polifase, la conversione di energia elettromeccanica si ottiene utilizzando una macchina multifase che viene alimentata da un convertitore multifase tramite una particolare strategia di controllo. L'azione di controllo deve in particolare tener conto di ulteriori gradi di libertà che sono unici dei sistemi polifase, consentendo modalità di funzionamento non convenzionali.

## 1.2 Vantaggi delle macchine elettriche polifase

Di seguito sono riportati alcuni dei potenziali vantaggi delle macchine elettriche polifase (MPM) che possono giustificare la maggiore complessità.

- Riduzione delle correnti di fase a potenza e tensione costanti:  
Il primo vantaggio di un MPM è la capacità di abbassare la corrente nominale per fase mantenendo la stessa tensione e la stessa potenza nominale di una macchina trifase convenzionale. L'equazione della potenza attiva in un sistema  $n$ -fase bilanciato è:

$$P = \frac{n}{2} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\Phi) \quad (1.1)$$

dove  $P$  è la potenza attiva,  $U$  è la tensione di picco,  $I$  è la corrente di picco e  $\cos(\Phi)$  è il fattore di potenza. Mantenendo gli stessi valori  $P$  e  $U$ , e approssimativamente un fattore di potenza simile, è immediato che si possono ottenere valori inferiori di  $I$  aumentando il numero di fasi  $n$ . Ciò può essere vantaggioso nelle applicazioni ad alta potenza in cui  $U$  è mantenuta costante e si possono utilizzare convertitori meno prestanti in termini di corrente massima in uscita, così da diminuire il costo complessivo del sistema.

- Armoniche spaziali relative alla forza magnetomotrice generata (MMF):  
La distribuzione della MMF attorno al traferro, interagendo con le armoniche temporali introdotte dalle tensioni di ingresso sinusoidali o non sinusoidali ai terminali della macchina, genera armoniche spaziali che influenzano la distribuzione geometrica del flusso, influenzando di conseguenza la coppia. Dal [27], vediamo come un aumento del numero delle fasi provoca uno spostamento delle armoniche spaziali (diverse da quella fondamentale), indotto dall'eccitazione di frequenza fondamentale verso le frequenze più alte, per esempio rendendo l'MMF un'onda sinusoidale "più liscia". Tuttavia, è anche dimostrato che per altre armoniche temporali nell'eccitazione, potrebbero essere generate armoniche spaziali di basso ordine a seconda del valore di  $n$ . Dal

punto di vista delle perdite statoriche,[27] mostra che una macchina a cinque fasi potrebbe teoricamente ottenere il 5,75% in meno di perdite rispetto alla controparte trifase. Questa riduzione, tuttavia, non aumenta ulteriormente, in quanto [27] ha dimostrato che un'ipotetica macchina con un numero infinito di fasi porterebbe una riduzione delle perdite dell'8,81%. In generale c'è un certo potenziale per la riduzione delle perdite, ma l'efficienza complessiva dipende molto dal design geometrico (non considerato in questa discussione) e dalla strategia di controllo.

- Pulsazioni di coppia:

In termini generali, le pulsazioni di coppia derivano dall'interazione tra le componenti di campo aventi lo stesso numero di poli  $p$ , ma che ruotano a velocità diverse all'interno del traferro. Il prodotto dei due campi interagenti determina la pulsazione di coppia, mentre la sua frequenza dipende dalla differenza tra le loro velocità. Le pulsazioni di coppia di magnitudo maggiore sono quelle che si verificano quando è coinvolto il campo principale di  $2p$ -poli. Le componenti armoniche temporali dell'eccitazione che possono generare un campo di  $2p$ -poli sono di ordine  $q$ , determinate da:

$$q = 2kn \pm 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1.2)$$

in cui  $n$  è il numero di fasi. In particolare, l'armonica temporale di ordine  $2kn + 1$  genera un campo di  $2p$ -poli che ruota nella stessa direzione del campo principale (ma  $2kn + 1$  volte più veloce), mentre l'armonica temporale di ordine  $2kn - 1$  genera un campo di  $2p$ -poli che ruota all'indietro (e  $2kn - 1$  volte più veloce) rispetto al campo principale. In entrambi i casi la frequenza della pulsazione di coppia risultante è data da:

$$\omega = 2kn\omega_f, \quad (1.3)$$

dove  $\omega_f$  è la frequenza pulsante dell'eccitazione fondamentale (cioè del campo principale). L'equazione (1.2) può essere utilizzata per determinare quali armoniche sono potenzialmente fastidiose e dovrebbero essere evitate. Ad esempio, per una macchina a nove fasi le armoniche di eccitazione da evitare sono dell'ordine  $18k \pm 1$  (es :  $17a, 19a, 35a, 37a$ , ecc.) poiché, se presenti, la (1.3) mostra che verranno prodotte pulsazioni a 18 e 36 volte la frequenza di eccitazione principale. Questi risultati sono stati ottenuti assumendo una superficie liscia del traferro sia sullo statore che sul rotore. L'effetto dell'intaglio dello statore e del rotore è quello di perturbare i campi armonici; quindi, è molto difficile fare affermazioni generali sui meriti relativi delle macchine multifase. Ad ogni modo, la (1.3) indica che le pulsazioni di coppia sono localizzate a frequenze più alte se si scelgono modelli polifase. Inoltre se non è possibile evitare le frequenze identificate dalla (1.2) nella sorgente di tensione, grazie al fatto che le armoniche temporali più alte sono di solito di ampiezza inferiore, si

può ridurre ulteriormente la grandezza delle pulsazioni di coppia nei modelli multifase.

- Gestione dei guasti:

Una macchina polifase può continuare a funzionare con un campo rotante fintanto che non più di  $n-3$  fasi siano guaste. In altre parole, finché siano garantite un minimo di tre fasi, si può produrre un campo magnetico rotante per far ruotare la macchina, anche se con potenze/coppia differenti. La quantità di potenza e coppia che può essere prodotta dipende dalla tipologia del guasto, ma anche dal design della macchina. Ad esempio, una macchina elettrica a sei fasi costruita con una configurazione a fasi separate (due serie di avvolgimenti trifase spazialmente spostate di 30 gradi elettrici) avrà diverse possibilità di gestione dei guasti a seconda se il punto stella è isolato tra le due serie di avvolgimenti, oppure no. Nel primo caso, la strategia in caso di perdita di una fase è quella di rimuovere un set completo di avvolgimenti trifase (chiaramente quello contenente la fase guasta), riducendo così del 50% il rating della macchina. Sono disponibili diverse possibilità con un comune collegamento a centro stella, dove la forma della corrente può essere modificata per mantenere un campo magnetico rotante (però introducendo qualche asimmetria nelle correnti). Alcune strategie di tolleranza agli errori sono:

- Mantenere la stessa intensità di corrente nelle fasi rimanenti: questa approssimativamente riduce le perdite in Joule dello statore di un fattore  $(n-1)/n$ , in caso di guasto di una fase;
- Aumentare l'intensità della corrente nelle fasi sane di un fattore  $\sqrt{n/(n-1)}$ , mantenendo circa le stesse perdite in Joule dello statore;
- Aumentare l'intensità della corrente nelle fasi sane di un fattore  $n/(n-1)$ , aumentando le perdite di Joule dello statore ma mantenendo lo stesso livello di coppia.

- Gradi di libertà:

Poiché sono necessarie solo due correnti per il controllo del flusso medio o della coppia media, indipendentemente dal numero di fasi, i restanti gradi di libertà possono essere sfruttati per altri scopi, quali come:

- Densità di coppia di avvio: la presenza di armoniche spaziali di solito causa solo correnti indesiderate e ripple di coppia nelle convenzionali macchine trifase, ma nelle macchine polifase, le armoniche spaziali potrebbero essere utilizzate per generare una coppia media e quindi aumentare la densità di coppia di alcuni progetti specifici. Questo di solito si ottiene iniettando alcune precise armoniche temporali nella corrente in macchine con avvolgimenti concentrati. Inoltre, questo fenomeno è meglio apprezzato in macchine simmetriche a fase dispari (cioè macchine

a cinque, sette, nove fasi, ecc.). Il guadagno minimo, di almeno il 10% rispetto ai convenzionali motori trifase, sembra essere ottenuto con macchine a cinque fasi e un'iniezione della terza armonica nelle correnti statoriche. Però questo provoca la presenza di armoniche nel flusso del traferro, aumentando la densità di flusso e quindi le perdite del ferro.

- Sistemi di azionamento multimotore: solo per macchine con distribuzione MMF sinusoidale, è possibile controllare indipendentemente più macchine polifase in serie con un singolo alimentatore elettronico. Ciò si ottiene con una trasposizione adeguata nel collegamento delle fasi della macchina, in modo tale che i componenti che producono flusso/coppia (in VSD) di una macchina appaiano come correnti che non producono flusso/coppia per tutte le altre macchine e viceversa.

## 1.3 Il motore sincrono a magneti permanenti (PMSM)

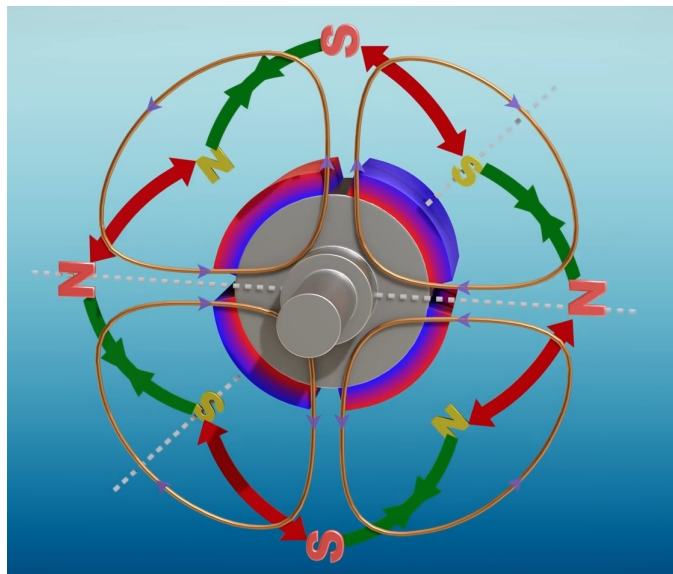
### 1.3.1 Breve cenno storico

In passato, il motore sincrono era considerato un motore a velocità costante (la velocità di sincronismo), dipendente dalla frequenza di alimentazione e dal numero di coppie polari. Per tale motivo esso era considerato inadatto alla realizzazione di azionamenti elettrici a velocità variabile e la sua applicazione era limitata a quei settori in cui non era richiesto un controllo di velocità e/o posizione. Le macchine sincrone trovarono largo impiego come generatori piuttosto che come motori; ancor oggi quasi tutti i generatori elettrici in corrente alternata sono sincroni e quasi tutta la potenza elettrica impegnata negli impianti di potenza è generata dai sincroni. Negli ultimi anni è andato continuamente crescendo l'interesse nei confronti del motore sincrono a magneti permanenti, a causa dei numerosi vantaggi che esso presenta rispetto ad altre macchine, sia in DC che in AC, convenzionalmente usate negli azionamenti.

### 1.3.2 Generalità e struttura del PMSM

La macchina sincrona convenzionale necessita di una alimentazione in continua dell'avvolgimento di campo rotorico, fornita mediante un sistema di spazzole ed anelli. Ciò causa perdite nel rame dell'avvolgimento rotorico e richiede una continua manutenzione delle spazzole e degli anelli. L'impiego di magneti permanenti in sostituzione dell'avvolgimento di campo, dell'alimentazione in continua e del collettore consente di eliminare tutti gli svantaggi menzionati in precedenza. Da questa osservazione nasce il motore sincrono a magneti permanenti (PMSM); detto anche brushless sinusoidale, è un tipo di motore sincrono AC, che presenta caratteristiche costruttive e di funzionamento del tutto simili ai classici motori sincroni, solo che in

questo caso il rotore non ha alcun avvolgimento di campo, ma dei magneti permanenti che vengono utilizzati per creare poli di campo e generare il campo magnetico statico rotorico, come mostrato in Fig. 1.1. Poiché non vi è alcuna fornitura di sorgente DC, questi tipi di motori sono molto semplici da realizzare e costano meno. La struttura del motore sincrono a magneti permanenti, mostrata in Fig.1.2, è composta da un rotore nel quale sono posizionati i magneti permanenti e uno statore che contiene  $N$  avvolgimenti che hanno il compito di generare il campo magnetico rotante. Tali avvolgimenti sono alimentati da correnti sinusoidali sincronizzate con i corrispondenti flussi concatenati dovuti al magnete. A velocità sincrona i poli del rotore si concatenano al campo magnetico rotante generato dallo statore.



**Figura 1.1:** Campo magnetico statico generato dai magneti permanenti presenti nel rotore



**Figura 1.2:** Motore sincrono a magneti permanenti (PMSM)

### 1.3.3 Funzionamento del PMSM

La conversione elettromeccanica che il motore attua segue il principio di funzionamento dei sistemi elettrodinamici, il quale si basa sull'interazione fra i conduttori percorsi da correnti presenti nello statore ed i campi magnetici creati dai magneti permanenti presenti nel rotore.

Il principio di funzionamento del motore sincrono a magneti permanenti è simile a quello del motore sincrono classico. Dipende dal campo magnetico rotante statorico che genera forza elettromotrice a velocità sincrona e dal campo magnetico costante del rotore, generato dai magneti permanenti presenti in esso che creano un flusso magnetico costante. Quando gli avvolgimenti dello statore vengono eccitati fornendo l'alimentazione AC N-fase, viene creato un campo magnetico rotante nel traferro. Questo produce la coppia quando i poli salienti di campo del rotore si concatenano con il campo magnetico rotante statorico, facendo ruotare il rotore a velocità di sincronismo. L'avviamento di un motore sincrono è complesso perché ha una curva di coppia impulsiva centrata sulla velocità  $\omega_m$ . Questo significa che il rotore ha una coppia motrice solo ed esclusivamente se sta girando alla velocità  $\omega_m$ . A motore fermo, l'applicazione della tensione di alimentazione statorica non è in grado di produrre l'avviamento del motore perché il rotore ha coppia nulla, come mostrato in Figura 1.3.



**Figura 1.3:** Grafico della coppia di un PMSM

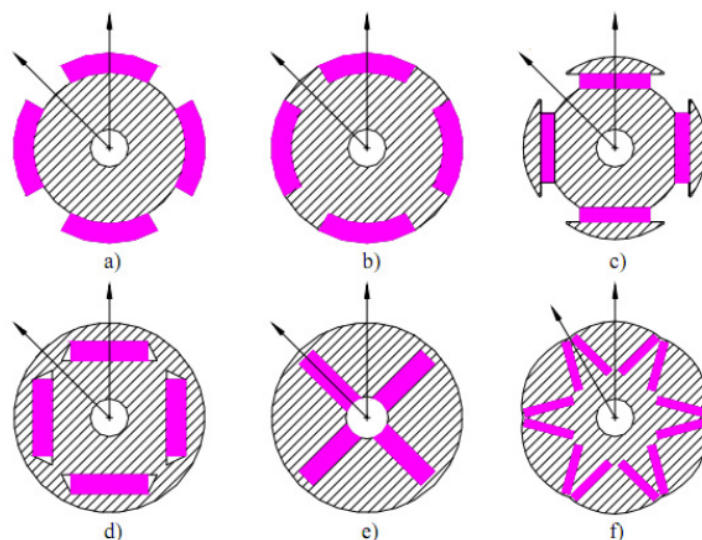
Poiché i motori sincroni a magneti permanenti non sono motori ad avviamento automatico, è necessario fornire allo statore un'alimentazione a frequenza variabile, controllata elettronicamente (es. tramite un inverter). Tuttavia, alcuni PMSM incorporano un ulteriore rotore a gabbia di scoiattolo che fornisce il comportamento asincrono, per poi passare al modo sincrono una volta avvenuto l'avviamento, e sono noti come "line-start PMSM" o "self-starting PMSM". Questi sono utilizzati come sostituti a maggiore efficienza dei motori asincroni (a causa della mancanza di slittamento), ma devono essere progettati per garantire il raggiungimento della velocità sincrona.

Fase di avvio: andando a variare la frequenza dell' alimentazione degli avvolgimenti statorici, avremo la generazione del campo magnetico rotante statorico che ruota ad una velocità inizialmente bassa permettendo al campo magnetico costante, generato dai magneti permanenti presenti nel rotore, di concatenarsi con esso; in questo modo il rotore inizia a ruotare alla stessa velocità del campo rotante ( $\omega_r = \omega_c =$  velocità di sincronismo). Aumentando la frequenza di alimentazione, aumenta la velocità di rotazione del campo magnetico rotante statorico, e di conseguenza anche il rotore aumenta la propria velocità di rotazione per mantenersi alla velocità di sincronismo.

### 1.3.4 Le possibili configurazioni del rotore

Il rotore, sede dei magneti permanenti, può essere realizzato in diverse configurazioni. La forma d'onda di induzione al traferro è strettamente legata alla forma dei magneti, la cui disposizione e tipologia incide peraltro su potenza e coppia sviluppabile e sulle caratteristiche di funzionamento, influenzando fortemente il costo complessivo del motore. Come magneti permanenti si possono utilizzare le economiche ferriti, le leghe AlNiCo o i materiali con elementi alle terre rare (SmCo o NdFeB).

In particolare i magneti al neodimio (NdFeB) erano i magneti più comunemente utilizzati in questi motori data la loro elevata forza coercitiva e induzione residua e, quindi, di difficile smagnetizzazione. Ma a causa della fluttuazione dei prezzi, si preferisce l'utilizzo dei magneti in ferrite, anche se le nuove macchine che utilizzano questi tipo di magneti hanno una densità di potenza e una densità di coppia inferiori rispetto alle macchine che utilizzano magneti al neodimio. I magneti permanenti in genere (ad esclusione delle leghe AlNiCo) presentano poi il problema della fragilità e della scarsa lavorabilità, che limita i costruttori nella realizzazione di sagomature complesse e costringe a giocare sulla disposizione dei magneti piuttosto che sulla loro forma.



**Figura 1.4:** Disposizione magneti in configurazione a flusso radiale

Nelle configurazioni a flusso radiale la disposizione più semplice è quella con magneti esterni alla superficie rotorica (Fig 1.4a); il fissaggio dei magneti al rotore è effettuato di solito mediante incollaggi con speciali resine e, per migliorare la robustezza, spesso l'unione tra le due parti viene completato con un anello esterno in fibra di carbonio. Il fissaggio risulta più semplice nel caso in cui i magneti siano interni superficiali (Fig 1.4b), o anche affogati nel ferro (Fig 1.4c,d); in quest'ultimo caso non si presenta il problema del fissaggio.

Quando i magneti sono disposti internamente forniscono una struttura meccanica più robusta, il che li rende particolarmente adatti ad applicazioni ad alta velocità, poiché i magneti sono fisicamente contenuti all'interno del rotore e protetti. Ma, di contro, si ha un maggiore flusso disperso e quindi induzione al traferro minore. Per arginare questo problema si può ricorrere all'interposizione di separatori amagnetici (Fig 1.4c) i quali però complicano la realizzazione del rotore; i lamierini, infatti, non sono più un pezzo unico con le scanalature per i magneti ma risultano costituiti da più pezzi che vanno assemblati. In alternativa si può ricorrere ad una magnetizzazione tangenziale dei magneti (Fig 1.4e,f), dove, affacciando polarità omonime, si conserva la radialità del flusso di macchina riuscendo al contempo a rinforzare l'induzione al traferro.

### 1.3.5 Vantaggi e svantaggi del PMSM

I motori sincroni a magnete permanente, detti anche brushless sinusoidali, sono caratterizzati da un maggiore rapporto coppia/inerzia e da una migliore risposta dinamica per la presenza del magnete permanente al posto di un avvolgimento nel rotore che aumenta la densità di flusso nel traferro. Sono anche più efficienti e più facili da raffreddare poiché le perdite relative alla corrente del rotore vengono eliminate. Inoltre, il loro rapporto potenza/peso è maggiore rispetto ai motori a induzione e la strategia di controllo è più facile da implementare poiché non è necessario il calcolo della velocità di scorrimento. In Fig.1.5, notiamo la differenza tra il rotore di un PMSM e quello di una macchina asincrona.

Tuttavia, gli svantaggi di questi motori sono la variazione delle loro proprietà nel tempo e alle temperature ed inoltre per funzionare correttamente hanno necessità di sensori di posizione ad alta risoluzione, inverter di potenza e un microprocessore per la gestione di tutti i componenti necessari. Un'altra limitazione è il costo eccessivo per le applicazioni ad alta potenza, ecco perché il loro utilizzo è solitamente limitato a pochi kilowatt.

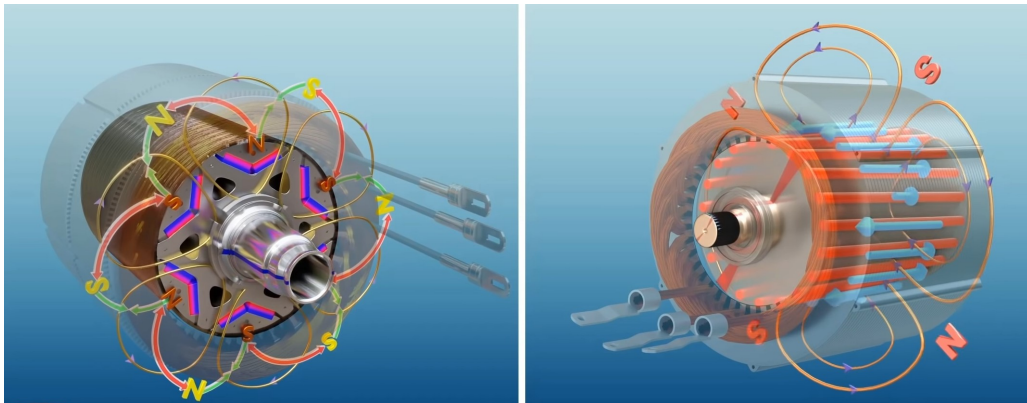
Tutte le caratteristiche precedentemente evidenziate rendono questi motori adatti a molte applicazioni, come la robotica e gli attuatori aerospaziali, ai veicoli elettrici, ecc. . . ma anche a campi diversi come la fabbricazione della carta, l'imballaggio, il tessile, la ceramica, il vetro e la lavorazione del legno.



Le principali caratteristiche possedute dai PMSM possono infine essere così riassunte:

- elevata densità di flusso al traferro;
- elevato rapporto potenza/peso;
- ampio rapporto coppia/inerzia, che garantisce elevate accelerazioni;
- piccole oscillazioni di coppia anche a velocità molto basse, il che consente di ottenere notevole accuratezza nel posizionamento;
- ampio campo di variazione della velocità;
- possibilità di funzionamento a coppie elevate, che permette di ottenere rapide accelerazioni e decelerazioni;
- alto rendimento ed alto fattore di potenza;
- struttura compatta.

Lo sviluppo di nuove tecnologie e materiali per la produzione di magneti permanenti con elevate caratteristiche magnetiche, ha contribuito notevolmente all'affermazione dei PMSM nel campo degli azionamenti elettrici a velocità variabile.



**Figura 1.5:** Rotore di un PMSM a sinistra, rotore di un motore asincrono a destra

# Capitolo 2

## Modellazione e tecniche di controllo per motori polifase

In questo capitolo vediamo come ci si approccia solitamente allo studio delle macchine polifase regolari, dalla modellazione alla strategia di controllo. Seguiremo i passaggi più importanti descritti in [18], in cui viene proposta una metodologia di approccio generale, e ci concentreremo sul motore sincrono a magneti permanenti (PMSM).

### 2.1 Tipologie di motori polifase

Esistono due tipi principali di macchine polifase (MPM), ovvero quella simmetrica ed asimmetrica.

#### 2.1.1 Motori polifase simmetrici

Nei MPM simmetrici, le fasi sono equamente distribuite sulla circonferenza dello statore con angolo di sfasamento pari a  $2\pi/n$  radianti elettrici. Questo tipo di macchina è un'estensione della macchina trifase simmetrica convenzionale come mostrato in Fig. 2.1.

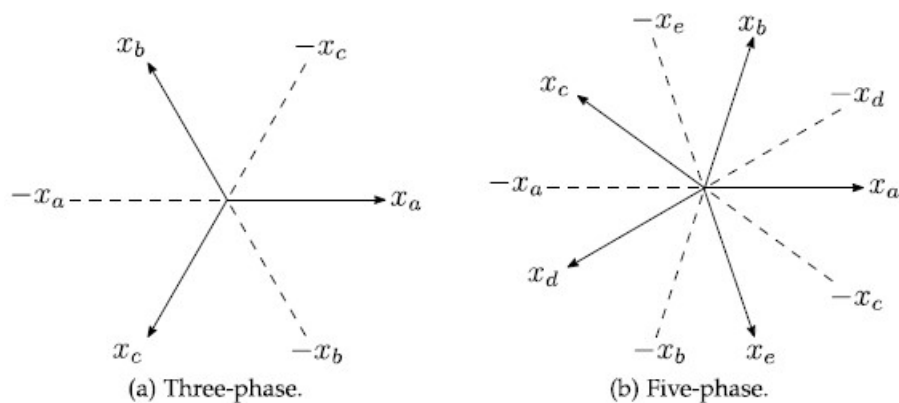


Figura 2.1: Esempi di MPM simmetriche

Le frecce rappresentano la direzione della forza magnetomotrice positiva prodotta da una fase della macchina, mentre le linee tratteggiate indicano la direzione della forza magnetomotrice negativa nella stessa fase. Si noti che nel caso di macchine simmetriche con un numero pari di fasi, ciascuna fase condivide l'asse magnetico con un'altra fase, e la forza magnetomotrice di una fase si somma o si sottrae da quella prodotta da un'altra fase nella direzione opposta.

La Fig. 2.2 mostra un esempio di MPM simmetrico a sei fasi, dove è evidente che tale macchina non è topologicamente diversa dalla controparte trifase, poiché la produzione di sequenze di forza magnetomotrice positiva nella macchina simmetrica a sei fasi può essere ottenuta ugualmente nella macchina trifase con sequenze di forza magnetomotrice positiva e negativa. Per questo motivo, le macchine simmetriche di fase pari non sono di importanza significativa.

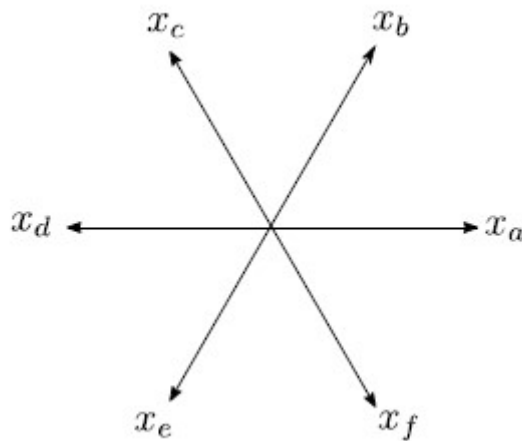


Figura 2.2: MPM simmetrico a sei fasi

### 2.1.2 Motori polifase asimmetrici

Nelle macchine polifase asimmetriche (note anche come macchine a fasi separate o a stelle multiple), un numero  $N$  di set ad  $m$ -fasi identici sono geometricamente distribuiti con uno sfasamento di  $\pi/(mN)$  radianti elettrici tra i diversi set. Il caso più comune di macchina polifase asincrona è quella in cui si combinano  $N$  set trifase identici ( $m = 3$ ), cioè con uno spostamento di  $\pi/3N$  radianti elettrici tra ogni set trifase.

La Fig. 2.3 mostra un esempio di MPM a sei fasi con 2 terne trifase sfasate di 30 gradi elettrici (detti anche YY30) tra loro. Esistono anche macchine con  $m \neq 3$ , una comune è ad esempio la macchina decafase con due gruppi pentafase sfasati di 10 gradi elettrici tra loro. Tuttavia solo gli MPM asimmetrici con  $m = 3$ , a differenza degli MPM simmetrici, hanno il vantaggio di poter essere alimentati da  $N$  convertitori trifase.

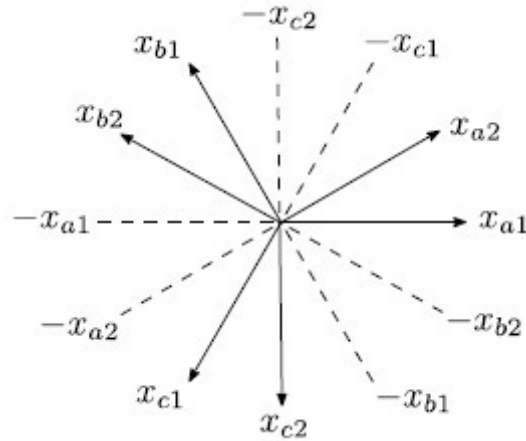


Figura 2.3: MPM asimmetrico a sei fasi o split-phase ( $N = 2, m = 3$ )

## 2.2 Trasformazioni generalizzate di Clarke e Park per macchine polifase

Per avvicinarsi alla modellazione analitica e al controllo della maggior parte delle macchine polifase, uno dei passaggi più importanti sono le trasformazioni tra sistemi di riferimento stazionari e rotanti. Useremo una tecnica denominata Vector Space Decomposition (VSD) la quale è applicabile per macchine simmetriche e asimmetriche, aventi un qualsiasi numero  $n$  di fasi.

### 2.2.1 Vector Space Decomposition (VSD)

Tramite le trasformate di Clarke e Park, in una macchina trifase si ottengono solitamente un piano (formato dagli assi  $\alpha$  e  $\beta$  nel caso di Clarke,  $d$  e  $q$  nel caso di Park) e un asse che rappresenta la componente omopolare. La VSD, tramite le trasformazioni generalizzate di Clarke e Park rappresentate da una matrice con rango pari al numero di fasi  $n$ , permette di ottenere un numero maggiore di piani o spazi vettoriali, ed eventualmente un asse rappresentante l'omopolare nel caso di  $n$  dispari. Si può dimostrare che tutti questi piani sono ortogonali tra loro. Gli spazi vettoriali vengono etichettati con le prime armoniche dispari fino al numero di fasi  $n$ . Infatti, le prime armoniche temporali dispari si distribuiscono esattamente in questo modo; ad esempio, per una macchina con sei fasi nel primo spazio vettoriale troveremo la fondamentale, nel terzo le terze armoniche, e nel quinto le quinte armoniche. Tuttavia, anche le armoniche di ordine superiore si distribuiscono nei vari sottospazi secondo una logica che dipende dalla disposizione degli avvolgimenti nella macchina. La conversione elettromeccanica avviene nello spazio vettoriale della fondamentale, che può quindi essere controllato come in una normale macchina trifase. Per quanto riguarda gli altri sottospazi vettoriali può essere utile controllarli a catena chiusa con riferimenti nulli per limitare le armoniche, oppure utilizzarli come gradi di libertà aggiuntivi per alcuni scopi specifici della macchina polifase, ad esempio:

- gestione di un guasto in una terna trifase (Fault-Tolerant Control),
- eliminazione di una specifica armonica
- aumentare la coppia mediamente prodotta dalla macchina

Rispetto ai convenzionali sistemi di riferimento  $\alpha\beta 0$  e  $dq0$  usati nelle macchine trifase, la VSD richiede un sistema di riferimento intermedio denominato “configurazione fondamentale dell’avvolgimento”. La Fig. 2.4 mostra i vari step di trasformazione attuati nella VSD, dove  $x$  è un vettore che rappresenta qualsiasi variabile della macchina (ad esempio vettori di corrente o tensione).

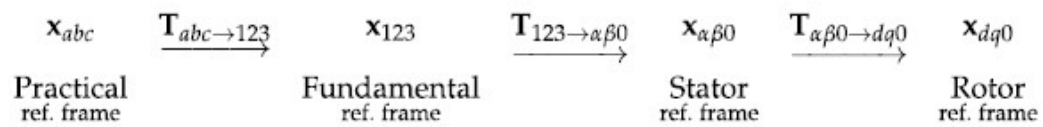
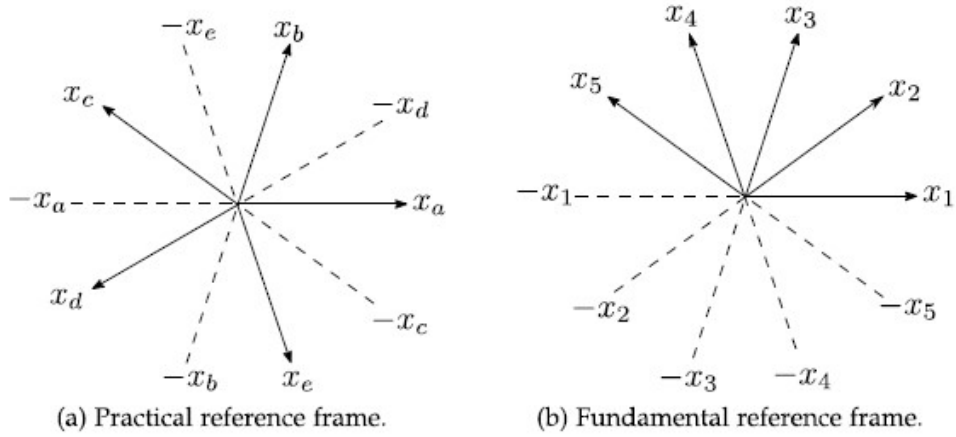


Figura 2.4: Sequenza di trasformazioni della VSD

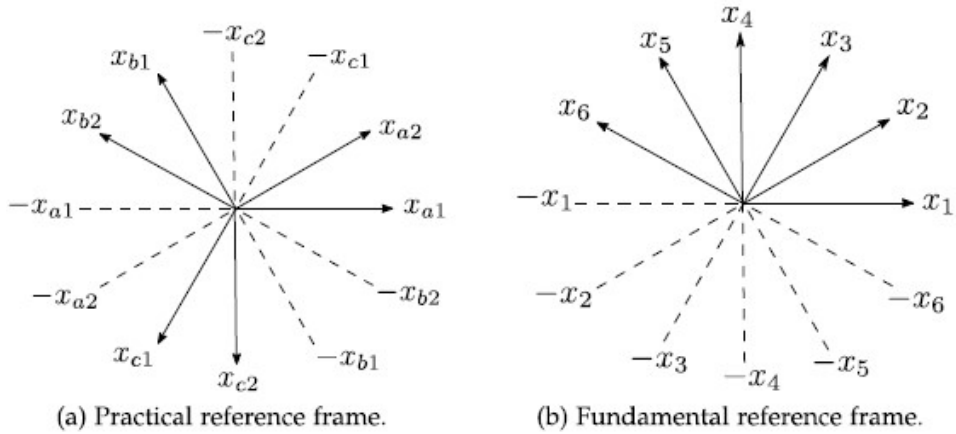
### 2.2.2 Configurazione fondamentale degli avvolgimenti statorici

Il quadro di riferimento fondamentale dell’avvolgimento (o configurazione fondamentale dell’avvolgimento) è stato introdotto in modo che la trasformazione generalizzata di Clarke potesse essere applicata senza alcuna preoccupazione circa la topologia delle fasi della macchina, [24]. Si applica alla cosiddetta configurazione pratica (detta anche configurazione reale o naturale) che è semplicemente la rappresentazione schematica delle fasi. La configurazione fondamentale dell’avvolgimento è un sistema di riferimento in cui le fasi sono sfasate di  $\delta = \pi/n$  radianti elettrici. Indipendentemente dal fatto che la macchina sia di tipo simmetrico o asimmetrico, essa è sempre composta da una sequenza di  $n$  fasi con lo stesso sfasamento tra loro, come ben spiegato in Fig. 2.5 e Fig. 2.6 dove sono mostrate le configurazioni pratiche e fondamentali degli avvolgimenti rispettivamente per una macchina simmetrica a cinque fasi e una asimmetrica a sei fasi.

Con  $x_{abc}$  ci riferiamo al vettore generale che descrive qualsiasi variabile della macchina nel sistema di riferimento pratico, indipendentemente dal numero di fasi. Per il MPM a cinque fasi simmetrico assume la forma  $x_{abc} = [x_a x_b x_c x_d x_e]^T$  mentre per il MPM a sei fasi asimmetrico è  $x_{abc} = [x_{a1} x_{b1} x_{c1} x_{a2} x_{b2} x_{c2}]^T$  con l’uso convenzionale della prima terna trifase seguita dalla seconda terna trifase. Allo stesso modo, con  $x_{123}$ , ci riferiamo al sistema di riferimento fondamentale, indipendentemente dal numero di fasi. La matrice di trasformazione  $\mathbf{T}_{abc \rightarrow 123}$ , che ha dimensione  $n \times n$  e i cui elementi dipendono dal fatto che la macchina sia simmetrica o asimmetrica, può essere trovata con un semplice confronto tra la Fig. 2.5a e la Fig. 2.5b e tra Fig. 2.6a e Fig. 2.6b.



**Figura 2.5:** Frame di riferimento di una macchina simmetrica a cinque fasi



**Figura 2.6:** Frame di riferimento di una macchina asimmetrica a sei fasi

Per il MPM simmetrico a cinque fasi otteniamo:

$$\mathbf{x}_{123} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow 123} \cdot \mathbf{x}_{abc} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \\ x_e \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Invece per il MPM asimmetrico a sei fasi otteniamo:

$$\mathbf{x}_{123} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow 123} \cdot \mathbf{x}_{abc} \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{a1} \\ x_{b1} \\ x_{c1} \\ x_{a2} \\ x_{b2} \\ x_{c2} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Per qualsiasi tipo di macchina polifase con qualunque valore di  $n$ ,  $N$ , o  $m$  la matrice di trasformazione  $\mathbf{T}_{abc \rightarrow 123}$  è ortogonale [24], ovvero vale la proprietà:

$$\mathbf{T}_{123 \rightarrow abc} = (\mathbf{T}_{abc \rightarrow 123})^{-1} = (\mathbf{T}_{abc \rightarrow 123})^T \quad (2.5)$$

### 2.2.3 Trasformata generalizzata di Clarke

Lo sviluppo della trasformata generalizzata segue i passaggi principali della trasformata di Clarke a partire dal metodo delle componenti simmetriche [8], in cui viene eseguita la modifica più rilevante. L'operatore  $\underline{\alpha} = e^{j2\pi/3}$  è sostituito da  $\underline{a} = e^{j\pi/n}$ . In breve  $\underline{\alpha} = e^{j2\pi/3}$ , o  $\underline{\alpha} = e^{j2\pi/n}$  in forma più generale, ha una simmetria a due poli, mentre il sistema di riferimento fondamentale ha i suoi componenti distribuiti su  $\pi$  radianti elettrici per consentire la descrizione di MPM in forma generalizzata. Con l'operatore complesso  $\underline{a} = e^{j\pi/n}$  è possibile definire un metodo di calcolo modificato dei componenti simmetrici per il sistema di riferimento fondamentale, dove i suoi componenti hanno una simmetria a un polo. Dopo alcuni calcoli, descritti nel [24], si può derivare la trasformazione generalizzata di Clarke:

$$\mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0} = (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123})^{-1} = \frac{2}{n} \cdot (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123})^T \quad (2.6)$$

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 1/2 \\ \cos \delta & \sin \delta & \cos 3\delta & \sin 3\delta & \cos 5\delta & \dots & -1/2 \\ \cos 2\delta & \sin 2\delta & \cos 6\delta & \sin 6\delta & \cos 10\delta & \dots & 1/2 \\ \cos 3\delta & \sin 3\delta & \cos 9\delta & \sin 9\delta & \cos 15\delta & \dots & -1/2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos(n-2)\delta & \sin(n-2)\delta & \cos(n-6)\delta & \sin(n-6)\delta & \cos(n-10)\delta & \dots & -1/2 \\ \cos(n-1)\delta & \sin(n-1)\delta & \cos(n-3)\delta & \sin(n-3)\delta & \cos(n-5)\delta & \dots & 1/2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

in cui  $\delta = \pi/n$  e l'ultima colonna è presente solo quando il numero di fasi  $n$  è dispari. Le matrici di trasformazione che conducono direttamente dal sistema di riferimento pratico al sistema di riferimento " $\alpha\beta 0$ ", e viceversa, sono quindi:

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0} \mathbf{T}_{abc \rightarrow 123} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow abc} = \mathbf{T}_{123 \rightarrow abc} \mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123} \quad (2.9)$$

In conclusione, per passare dal sistema di riferimento stazionario  $abc$  a quello  $\alpha\beta 0$  si attua la trasformazione:

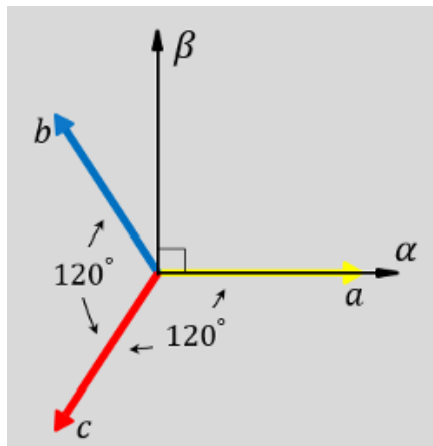
$$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} \mathbf{x}_{abc} \quad (2.10)$$

Si noti che (2.8) per il caso trifase diventa:

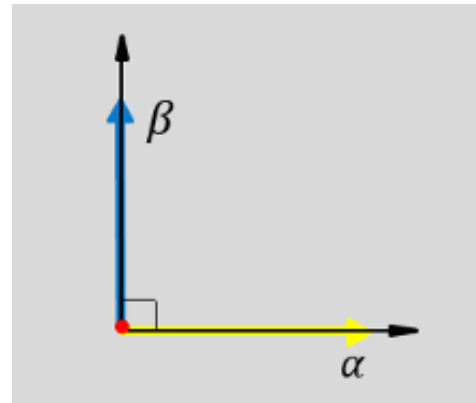
$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

che è la trasformazione convenzionale di Clarke.

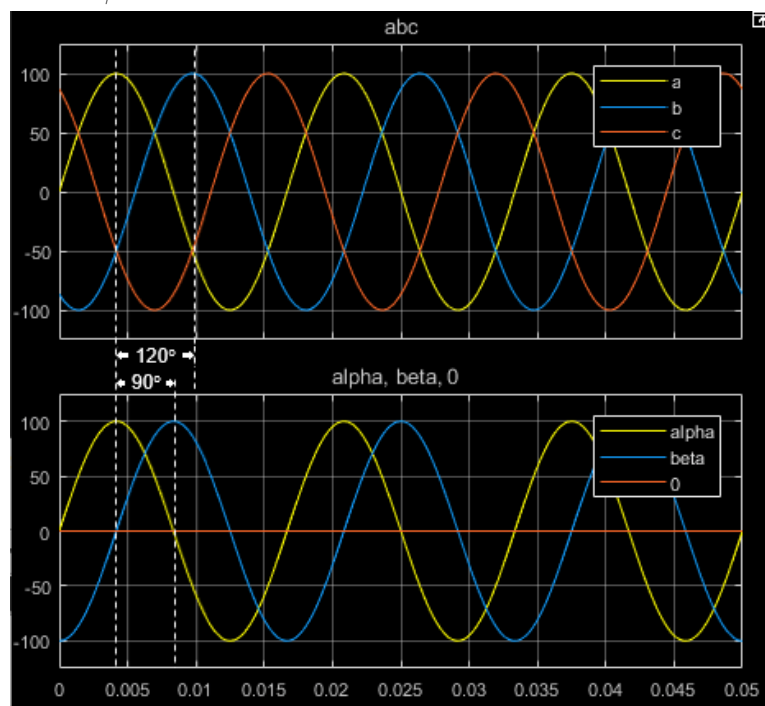
Nelle Figure 2.7a, 2.7b e 2.7c si nota il cambiamento degli assi e delle componenti tra il sistema di riferimento  $abc$  e il sistema di riferimento  $\alpha\beta 0$ .



(a) Direzione degli assi magnetici degli avvolgimenti statorici nel sistema  $abc$  e nel sistema  $\alpha\beta 0$



(b) Componenti  $\alpha, \beta, 0$  equivalenti nel sistema di riferimento fisso



(c) La risposta temporale dei singoli componenti dei sistemi equivalenti bilanciati  $abc$  e  $\alpha\beta 0$

Figura 2.7: Sistema di riferimento  $\alpha\beta 0$



### 2.2.4 Harmonic Mapping

Quando applichiamo l'equazione (2.8) al vettore generale  $\mathbf{x}_{abc}$  otteniamo il vettore  $\mathbf{x}_{\alpha\beta 0}$ :

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} \mathbf{x}_{abc} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\alpha 1} \\ \mathbf{x}_{\beta 1} \\ \mathbf{x}_{\alpha 3} \\ \mathbf{x}_{\beta 3} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{\alpha(n-1)} \\ \mathbf{x}_{\beta(n-1)} \\ \mathbf{x}_0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

I suoi elementi sono valori reali. I termini  $x_{\alpha k}$  e  $x_{\beta k}$  rappresentano le coordinate di un  $k$ -esimo piano geometrico, che è ortogonale agli altri piani, come dimostrato nel [24]. Ci riferiremo a questi piani ortogonali anche come sottospazi vettoriali, come suggerisce la teoria della VSD. L'unione dei piani ortogonali forma  $x_{\alpha\beta 0}$ . L'ultimo componente  $x_0$  è presente solo per i sistemi con  $n$  dispari e rappresenta un asse ortogonale a tutti gli altri piani, ed è quello che siamo abituati a chiamare la componente a sequenza zero. Nei sistemi con un numero pari di fasi,  $x_{\alpha\beta 0}$  non contiene una forma esplicita del componente a sequenza zero, ma è possibile che la configurazione della macchina trasformi una delle armoniche in un componente a sequenza zero. Ad esempio, nella già citata macchina YY30, quando i due punti neutri delle terne trifase sono isolati, la terza armonica non può produrre correnti e quindi  $x_{\alpha 3}$  e  $x_{\beta 3}$  agiscono come una componente di sequenza zero. Questo è il motivo per cui in letteratura, per le macchine a sei fasi, è comune vedere una nomenclatura diversa per i componenti  $x_{\alpha\beta 0}$  e un riferimento ai piani  $\alpha\beta$ ,  $0^+0^-$  e  $xy$  ortogonali.

La ragione per usare la nomenclatura  $\alpha_k\beta_k$  è che le prime  $k$ -esime armoniche dispari, fino a  $n$ , sono mappate nel sottospazio  $\alpha_k\beta_k$ . Tra l'altro queste non sono le uniche armoniche mappate nel subs spazio: per esempio nel caso trifase, ad eccezione delle componenti omopolari, tutte le altre armoniche sono mappate nell'unico piano  $\alpha\beta$  disponibile. Il modo in cui le armoniche di ordine superiore sono mappate nei vari piani dipende da molti fattori come la configurazione dell'avvolgimento (simmetrico o asimmetrico) e la configurazione del punto neutro (un singolo punto neutro o molti punti neutri isolati). Inoltre alcuni sono mappati come sequenza diretta e altri come sequenza indiretta. Nei [21] e [28] è presentato un metodo grafico per determinare la mappatura delle armoniche di ordine superiore, rispettivamente per diverse disposizioni di avvolgimento simmetrico e asimmetrico.

### 2.2.5 Trasformata generalizzata di Park

La trasformata generalizzata di Park per macchine polifase è un'estensione naturale della versione trifase, dove le varie componenti nel sistema di riferimento stazionario  $abc$  vengono trasformate in un sistema di riferimento rotante  $dq0$ . Per calcolare la matrice di trasformazione generalizzata di Park, prima introduciamo la matrice di trasformazione da Clarke a Park:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & I_{n-2} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

in cui  $\theta$  è l'angolo elettrico rotorico,  $I_{n-2}$  è la matrice identità di dimensione  $n-2$ .

Le matrici di trasformazione che vanno direttamente dal sistema di riferimento pratico al sistema di riferimento " $dq0$ ", e viceversa, sono quindi:

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0} \mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} \quad (2.15)$$

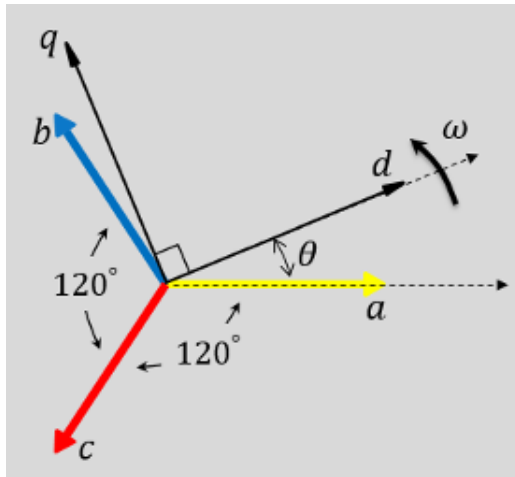
$$\mathbf{T}_{dq0 \rightarrow abc} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow abc} \mathbf{T}_{dq0 \rightarrow \alpha\beta 0} \quad (2.16)$$

in cui  $\mathbf{T}_{dq0 \rightarrow \alpha\beta 0}$  è l'inversa di  $\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0}$ .

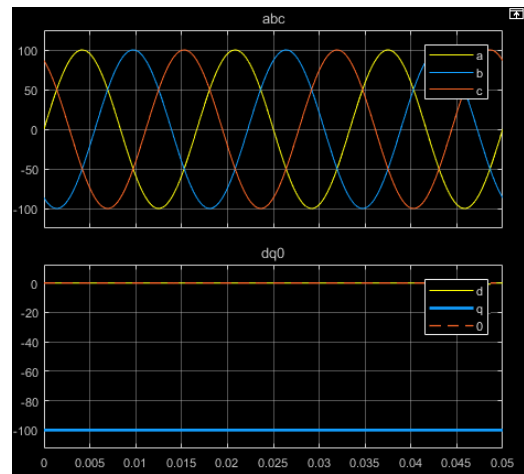
In conclusione, per passare dal sistema di riferimento stazionario  $abc$  a quello  $dq0$  si attua la trasformazione:

$$\mathbf{x}_{dq0} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0} \mathbf{x}_{abc} \quad (2.17)$$

Nelle Figure 2.8, 2.9 si nota il cambiamento degli assi e delle componenti tra il sistema di riferimento  $abc$  e il sistema di riferimento  $dq0$ .



**Figura 2.8:** L'asse  $a$  e l'asse  $d$  sono inizialmente allineati



**Figura 2.9:** Allineamento della fase  $a$  all'asse  $d$

## 2.3 Modello matematico di un PMSM a 12 fasi

In questa sezione andremo ad analizzare due tipi di modelli matematici, uno nel dominio del tempo e l'altro nel dominio della trasformata di Park, la quale ci permette di lavorare con equazioni più semplici da gestire.

### 2.3.1 Modello matematico nel tempo

#### 2.3.1.1 Forza Magnetomotrice Totale

La legge di Hopkinson, spesso chiamata legge di Ohm per i circuiti magnetici, afferma che la forza magnetomotrice (MMF) in un circuito magnetico è pari al prodotto del flusso magnetico per la riluttanza:

$$\mathcal{F} = \Phi \mathcal{R}, \quad (2.18)$$

dove  $\Phi$  è il flusso magnetico e  $\mathcal{R}$  è la riluttanza del circuito. Si può notare che la forza magnetomotrice gioca un ruolo importante in questa equazione analoga alla tensione  $V$  nella legge di Ohm:  $V = IR$ , poichè è la causa del flusso magnetico in un circuito magnetico:

$$\mathcal{F} = NI, \quad (2.19)$$

dove  $N$  è il numero di giri nell'avvolgimento e  $I$  è la corrente elettrica che attraversa il circuito. La coppia elettromagnetica del motore è generata dall'interazione tra la forza magnetomotrice generata dalla corrente di avvolgimento statorica e il campo magnetico statico del magnete permanente presente nel rotore.

Considerando la distribuzione sinusoidale dell'avvolgimento, nel caso di 4 terne trifase sfasate di  $15^\circ$  tra loro otteniamo:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{A1} = 0.5N \cos \varphi \\ N_{B1} = 0.5N \cos(\varphi - 120^\circ) \\ N_{C1} = 0.5N \cos(\varphi + 120^\circ) \\ N_{A2} = 0.5N \cos(\varphi - 15^\circ) \\ N_{B2} = 0.5N \cos(\varphi - 135^\circ) \\ N_{C2} = 0.5N \cos(\varphi + 105^\circ) \\ N_{A3} = 0.5N \cos(\varphi - 30^\circ) \\ N_{B3} = 0.5N \cos(\varphi - 150^\circ) \\ N_{C3} = 0.5N \cos(\varphi + 90^\circ) \\ N_{A4} = 0.5N \cos(\varphi - 45^\circ) \\ N_{B4} = 0.5N \cos(\varphi - 165^\circ) \\ N_{C4} = 0.5N \cos(\varphi + 75^\circ) \end{array} \right. \quad (2.20)$$

in cui  $N$  è il numero di giri per avvolgimento di fase,  $\varphi$  è l'angolo di avvolgimento dello spazio e le correnti di avvolgimento del motore 12 fasi

sono:

$$\begin{cases} i_{A1} = I \cos \theta \\ i_{B1} = I \cos(\theta - 120^\circ) \\ i_{C1} = I \cos(\theta + 120^\circ) \\ i_{A2} = I \cos(\theta - 15^\circ) \\ i_{B2} = I \cos(\theta - 135^\circ) \\ i_{C2} = I \cos(\theta + 105^\circ) \\ i_{A3} = I \cos(\theta - 30^\circ) \\ i_{B3} = I \cos(\theta - 150^\circ) \\ i_{C3} = I \cos(\theta + 90^\circ) \\ i_{A4} = I \cos(\theta - 45^\circ) \\ i_{B4} = I \cos(\theta - 165^\circ) \\ i_{C4} = I \cos(\theta + 75^\circ) \end{cases} \quad (2.21)$$

in cui  $\theta$  è l'angolo elettrico rotorico ed  $I$  è l'ampiezza delle correnti. Inoltre  $\theta = \omega_e t$  dove  $\omega_e$  è la frequenza angolare elettrica. Sapendo che:

$$\cos(x) \cos(y) = \frac{1}{2}(\cos(x - y) - \cos(x + y)) \quad (2.22)$$

possiamo calcolare la forza magnetomotrice generata dallo statore di un PMSM a 12 fasi, espressa come segue:

$$\begin{cases} F = N_{A1}i_{A1} + N_{B1}i_{B1} + N_{C1}i_{C1} + N_{A2}i_{A2} + N_{B2}i_{B2} + N_{C2}i_{C2} \\ + N_{A3}i_{A3} + N_{B3}i_{B3} + N_{C3}i_{C3} + N_{A4}i_{A4} + N_{B4}i_{B4} + N_{C4}i_{C4} \\ = \frac{1}{2}N[i_{A1} \cos \varphi + i_{B1} \cos(\varphi - 120^\circ) + i_{C1} \cos(\varphi + 120^\circ) + i_{A2} \cos(\varphi - 15^\circ) \\ + i_{B2} \cos(\varphi - 135^\circ) + i_{C2} \cos(\varphi + 105^\circ) + i_{A3} \cos(\varphi - 30^\circ) + i_{B3} \cos(\varphi - 150^\circ) \\ + i_{C3} \cos(\varphi + 90^\circ) + i_{A4} \cos(\varphi - 45^\circ) + i_{B4} \cos(\varphi - 165^\circ) + i_{C4} \cos(\varphi + 75^\circ)] \\ = \frac{1}{4}N[(i_{A1} + i_{B1}e^{j120^\circ} + i_{C1}e^{-j120^\circ} + i_{A2}e^{j15^\circ} + i_{B2}e^{j135^\circ} + i_{C2}e^{-j105^\circ} \\ + i_{A3}e^{j30^\circ} + i_{B3}e^{j150^\circ} + i_{C3}e^{-j90^\circ} + i_{A4}e^{j45^\circ} + i_{B4}e^{j165^\circ} + i_{C4}e^{-j75^\circ})e^{-j\varphi} + \\ (i_{A1} + i_{B1}e^{-j120^\circ} + i_{C1}e^{j120^\circ} + i_{A2}e^{-j15^\circ} + i_{B2}e^{-j135^\circ} + i_{C2}e^{j105^\circ} + i_{A3}e^{-j30^\circ} \\ + i_{B3}e^{-j150^\circ} + i_{C3}e^{j90^\circ} + i_{A4}e^{-j45^\circ} + i_{B4}e^{-j165^\circ} + i_{C4}e^{j75^\circ})e^{j\varphi}] \end{cases} \quad (2.23)$$

Applicando l'equazione (2.21) nell'equazione (2.23), la MMF totale è:

$$F = 6NI \cos(\theta - \varphi) = 3NI(e^{j\theta}e^{-j\varphi} + e^{-j\theta}e^{j\varphi}) \quad (2.24)$$

Considerando  $I_a$  la larghezza del traferro è possibile calcolare il campo magnetico:

$$H_{tot} = \frac{MMF_{tot}}{I_a} = \frac{6NI}{I_a} \cos(\theta - \varphi) \quad (2.25)$$

Dall'equazione (2.25) è possibile vedere che  $H$  è costante quando  $\theta - \varphi$  è costante, rendendo la derivata nel tempo = 0:

$$\omega_m = \omega_e \quad (2.26)$$

ricordando che  $\theta = \omega_e t$ . Il che significa che la frequenza angolare del vettore spaziale  $H$  è uguale alla frequenza angolare elettrica  $\omega_e$  della corrente che scorre negli avvolgimenti.

La relazione (2.26) è vera quando il numero di poli dello statore è 2, altrimenti è possibile dimostrare che:

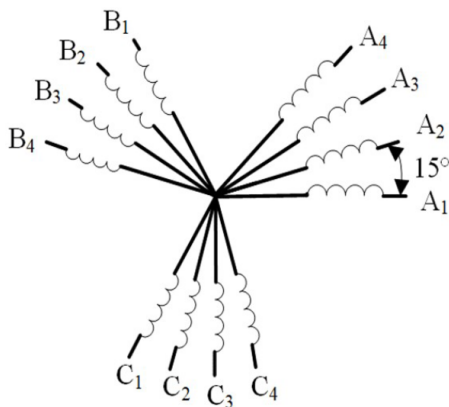
$$\omega_m = \frac{\omega_e}{\frac{p}{2}} \quad (2.27)$$

dove  $p$  è il numero di poli.

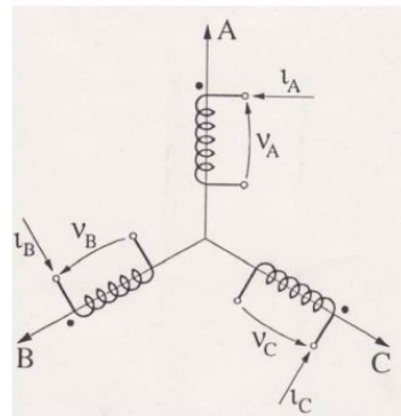
In un PMSM il numero di poli dello statore e del rotore deve essere lo stesso, la velocità angolare meccanica del rotore in condizioni stazionarie è uguale alla velocità angolare del campo magnetico prodotto dalle correnti dello statore.

### 2.3.1.2 Space Vector Representation

Nella figura 2.12 notiamo la distribuzione degli avvolgimenti statorici del PMSM a 12 fasi. Come già detto in precedenza, è composto da 4 terne trifase sfasate di  $15^\circ$  l'una dall'altra. Poiché la distribuzione degli avvolgimenti dello statore è sinusoidale, è possibile rappresentare le fasi nello spazio sotto forma di vettori spaziali. Tenendo conto dello sfasamento tra le distribuzioni sinusoidali degli avvolgimenti, possiamo rappresentare ciascuna quantità di fase su 3 vettori spostati di  $120^\circ$ , che formano una terna trifase, come nella figura 2.13.



**Figura 2.10:** Distribuzione degli avvolgimenti statorici di un PMSM 12 fasi



**Figura 2.11:** Rappresentazione vettoriale di una terna trifase

È possibile considerare il modulo di ogni vettore di fase che cambia nel tempo con la frequenza elettrica  $\omega_e$ . Prendiamo ad esempio la (2.24) e calcoliamo la MMF a  $t = 0$  e  $\varphi = 0$ :

$$MMF_{tot,\varphi,t} = 6NI \cos(0) = 6NI \quad (2.28)$$

Ora si può ottenere lo stesso risultato considerando (2.21), sostituendo  $t=0$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{A1} = I \cos(0) = I \\ i_{B1} = I \cos(-120^\circ) = -0.5I \\ i_{C1} = I \cos(120^\circ) = -0.5I \\ i_{A2} = I \cos(-15^\circ) = 0.9659I \\ i_{B2} = I \cos(-135^\circ) = -0.7071I \\ i_{C2} = I \cos(105^\circ) = -0.2588I \\ i_{A3} = I \cos(-30^\circ) = 0.8660I \\ i_{B3} = I \cos(-150^\circ) = -0.8660I \\ i_{C3} = I \cos(90^\circ) = 0 \\ i_{A4} = I \cos(-45^\circ) = 0.7071I \\ i_{B4} = I \cos(-165^\circ) = -0.9659I \\ i_{C4} = I \cos(75^\circ) = 0.2588I \end{array} \right. \quad (2.29)$$

Considerando i vettori  $\bar{I}_{A1} = i_{A1}$ ,  $\bar{I}_{B1} = i_{B1}e^{-j120^\circ}$ ,  $\bar{I}_{C1} = i_{C1}e^{j120^\circ}$ ,  $\bar{I}_{A2} = i_{A2}e^{-j15^\circ}$ ,  $\bar{I}_{B2} = i_{B2}e^{-j135^\circ}$ ,  $\bar{I}_{C2} = i_{C2}e^{j105^\circ}$ ,  $\bar{I}_{A3} = i_{A3}e^{-j30^\circ}$ ,  $\bar{I}_{B3} = i_{B3}e^{-j150^\circ}$ ,  $\bar{I}_{C3} = i_{C3}e^{j90^\circ}$ ,  $\bar{I}_{A4} = i_{A4}e^{-j45^\circ}$ ,  $\bar{I}_{B4} = i_{B4}e^{-j165^\circ}$ ,  $\bar{I}_{C4} = i_{C4}e^{j75^\circ}$  sommando la loro proiezione lungo un asse spostato da A di  $\varphi$  (coincide con A quando  $\varphi=0$ ):

$$\begin{aligned} I_\varphi = & \bar{I}_{A1} - 0.5\bar{I}_{B1} - 0.5\bar{I}_{C1} + 0.9659\bar{I}_{A2} - 0.7071\bar{I}_{B2} - 0.2588\bar{I}_{C2} \\ & + 0.8660\bar{I}_{A3} - 0.8660\bar{I}_{B3} + 0\bar{I}_{C3} + 0.7071\bar{I}_{A4} - 0.9659\bar{I}_{B4} + 0.2588\bar{I}_{C4} = 6I \end{aligned} \quad (2.30)$$

Poiché le quantità di fase sono state introdotte, ora possiamo considerare il numero di giri costante e uguale a N per ogni fase, così:

$$MMF_{tot,\varphi,t} = NI_\varphi = 6NI \quad (2.31)$$

Che è lo stesso risultato ottenuto in (2.28).

### 2.3.1.3 Equazioni costitutive

L'equazione della tensione è espressa come:

$$U_s = R_s I_s + \frac{d}{dt}(\psi_s) \quad (2.32)$$

dove,  $R_s$  è la matrice delle resistenze e  $\psi_s$  è il flusso.

L'equazione di flusso è:

$$\psi_s = L_s I_s + \psi_m \quad (2.33)$$

dove,  $L_s$  è la matrice delle induttanze,  $\psi_m$  è la matrice del flusso concatenato generato del magnete permanente.

L'equazione della coppia è espressa come:

$$T_e = \frac{1}{2} n_p \frac{\partial}{\partial \theta_m} (I_s \cdot \psi_s) \quad (2.34)$$

dove  $\theta_m$  è l'angolo meccanico.

$$\psi_m = \psi_{m1} \gamma_{s1} \quad (2.35)$$

in cui  $\psi_{m1}$  è l'ampiezza del flusso concatenato,  $\gamma_{s1}$  è la matrice dei coefficienti del flusso concatenato.

Precisamente,  $L_s, R_s, I_s, \psi_s e \gamma_{s1}$  sono:

$$L_s = \text{diag}[L_{A1} L_{B1} L_{C1} L_{A2} L_{B2} L_{C2} L_{A3} L_{B3} L_{C3} L_{A4} L_{B4} L_{C4}] \quad (2.36)$$

$$R_s = \text{diag}[R_{A1} R_{B1} R_{C1} R_{A2} R_{B2} R_{C2} R_{A3} R_{B3} R_{C3} R_{A4} R_{B4} R_{C4}] \quad (2.37)$$

$$I_s = [i_{A1} i_{B1} i_{C1} i_{A2} i_{B2} i_{C2} i_{A3} i_{B3} i_{C3} i_{A4} i_{B4} i_{C4}]^T \quad (2.38)$$

$$\psi_s = [\psi_{A1} \psi_{B1} \psi_{C1} \psi_{A2} \psi_{B2} \psi_{C2} \psi_{A3} \psi_{B3} \psi_{C3} \psi_{A4} \psi_{B4} \psi_{C4}]^T \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{s1} = & [\cos \theta, \cos(\theta - 120^\circ), \cos(\theta + 120^\circ), \cos(\theta - 15^\circ), \\ & \cos(\theta - 135^\circ), \cos(\theta + 105^\circ), \cos(\theta - 30^\circ), \cos(\theta - 150^\circ), \\ & \cos(\theta + 90^\circ), \cos(\theta - 45^\circ), \cos(\theta - 165^\circ), \cos(\theta + 75^\circ)]^T \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} [i_{A1} i_{B1} i_{C1} i_{A2} i_{B2} i_{C2} i_{A3} i_{B3} i_{C3} i_{A4} i_{B4} i_{C4}]^T = & I_s [\cos \theta, \cos(\theta - 120^\circ), \\ & \cos(\theta + 120^\circ), \cos(\theta - 15^\circ), \cos(\theta - 135^\circ), \cos(\theta + 105^\circ), \cos(\theta - 30^\circ), \\ & \cos(\theta - 150^\circ), \cos(\theta + 90^\circ), \cos(\theta - 45^\circ), \cos(\theta - 165^\circ), \cos(\theta + 75^\circ)]^T \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} [\psi_{A1} \psi_{B1} \psi_{C1} \psi_{A2} \psi_{B2} \psi_{C2} \psi_{A3} \psi_{B3} \psi_{C3} \psi_{A4} \psi_{B4} \psi_{C4}]^T = & \psi_s [\cos \theta, \cos(\theta - 120^\circ), \\ & \cos(\theta + 120^\circ), \cos(\theta - 15^\circ), \cos(\theta - 135^\circ), \cos(\theta + 105^\circ), \cos(\theta - 30^\circ), \\ & \cos(\theta - 150^\circ), \cos(\theta + 90^\circ), \cos(\theta - 45^\circ), \cos(\theta - 165^\circ), \cos(\theta + 75^\circ)]^T \end{aligned} \quad (2.42)$$

in cui  $\theta$  è l'angolo elettrico rotorico e  $n_p$  è il numero di coppie polari.

### 2.3.2 Modello matematico nel dominio di Park

Per prima cosa, si ricava il "Practical Reference Frame" ed il "Fundamental Reference Frame" del PMSM a 12 fasi:

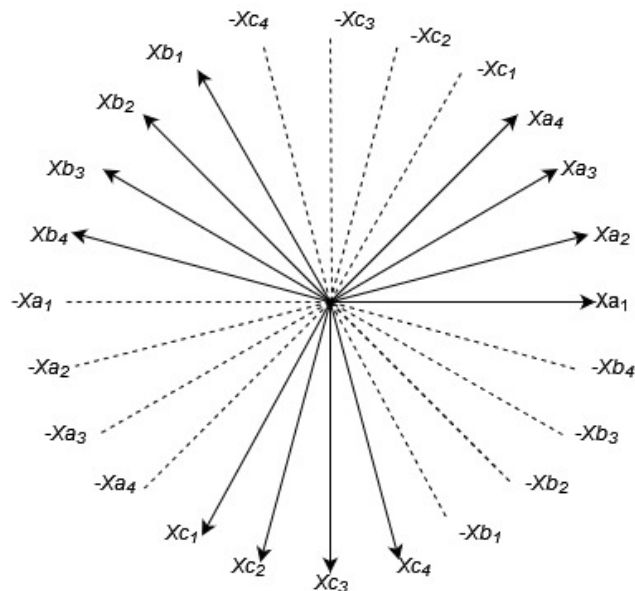


Figura 2.12: Pratical Reference Frame

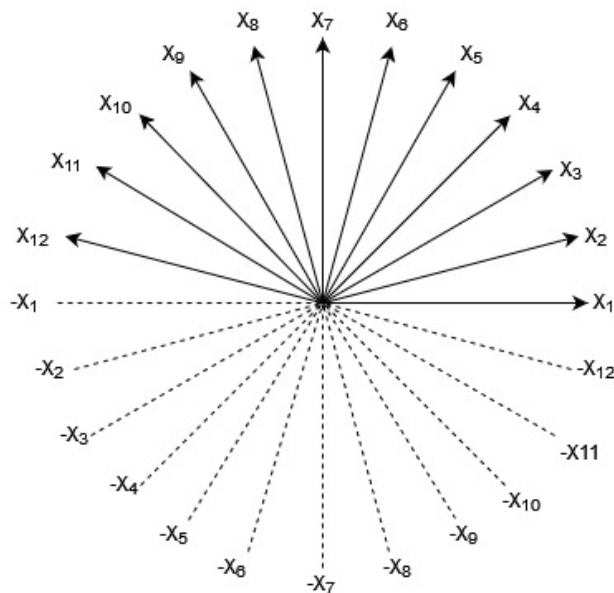


Figura 2.13: Fundamental Reference Frame

Ora calcoliamo la matrice di trasformazione  $T_{abc \rightarrow 123}$  ricavata facendo il confronto tra la Figura 2.15 e la Figura 2.14:



$$\mathbf{x}_{123} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow 123} \cdot \mathbf{x}_{abc} \quad (2.43)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{a1} \\ x_{b1} \\ x_{c1} \\ x_{a2} \\ x_{b2} \\ x_{c2} \\ x_{a3} \\ x_{b3} \\ x_{c3} \\ x_{a4} \\ x_{b4} \\ x_{c4} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Attuiamo la procedura per il calcolo della matrice di trasformazione di Clarke generalizzata:

$$\mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0} = (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123})^{-1} = \frac{2}{n} \cdot (\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123})^T \quad (2.45)$$

Calcoliamo la matrice  $\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123}$  come:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow 123} = [\mathbf{T}' \quad \mathbf{T}''] \quad (2.46)$$

dove  $\mathbf{T}'$  e  $\mathbf{T}''$  sono rispettivamente:

$$\mathbf{T}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos \delta & \sin \delta & \cos 3\delta & \sin 3\delta & \cos 5\delta & \sin 5\delta \\ \cos 2\delta & \sin 2\delta & \cos 6\delta & \sin 6\delta & \cos 10\delta & \sin 10\delta \\ \cos 3\delta & \sin 3\delta & \cos 9\delta & \sin 9\delta & \cos 15\delta & \sin 15\delta \\ \cos 4\delta & \sin 4\delta & \cos 12\delta & \sin 12\delta & \cos 20\delta & \sin 20\delta \\ \cos 5\delta & \sin 5\delta & \cos 15\delta & \sin 15\delta & \cos 25\delta & \sin 25\delta \\ \cos 6\delta & \sin 6\delta & \cos 18\delta & \sin 18\delta & \cos 30\delta & \sin 30\delta \\ \cos(n-5)\delta & \sin(n-5)\delta & \cos(n-15)\delta & \sin(n-15)\delta & \cos(n-25)\delta & \sin(n-25)\delta \\ \cos(n-4)\delta & \sin(n-4)\delta & \cos(n-12)\delta & \sin(n-12)\delta & \cos(n-20)\delta & \sin(n-20)\delta \\ \cos(n-3)\delta & \sin(n-3)\delta & \cos(n-9)\delta & \sin(n-9)\delta & \cos(n-15)\delta & \sin(n-15)\delta \\ \cos(n-2)\delta & \sin(n-2)\delta & \cos(n-6)\delta & \sin(n-6)\delta & \cos(n-10)\delta & \sin(n-10)\delta \\ \cos(n-1)\delta & \sin(n-1)\delta & \cos(n-3)\delta & \sin(n-3)\delta & \cos(n-5)\delta & \sin(n-5)\delta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos 7\delta & \sin 7\delta & \cos 9\delta & \sin 9\delta & \cos 11\delta & \sin 11\delta \\ \cos 14\delta & \sin 14\delta & \cos 18\delta & \sin 18\delta & \cos 22\delta & \sin 22\delta \\ \cos 21\delta & \sin 21\delta & \cos 27\delta & \sin 27\delta & \cos 33\delta & \sin 33\delta \\ \cos 28\delta & \sin 28\delta & \cos 36\delta & \sin 36\delta & \cos 44\delta & \sin 44\delta \\ \cos 35\delta & \sin 35\delta & \cos 45\delta & \sin 45\delta & \cos 55\delta & \sin 55\delta \\ \cos 42\delta & \sin 42\delta & \cos 54\delta & \sin 54\delta & \cos 66\delta & \sin 66\delta \\ \cos(n-35)\delta & \sin(n-35)\delta & \cos(n-45)\delta & \sin(n-45)\delta & \cos(n-55)\delta & \sin(n-55)\delta \\ \cos(n-28)\delta & \sin(n-28)\delta & \cos(n-36)\delta & \sin(n-36)\delta & \cos(n-44)\delta & \sin(n-44)\delta \\ \cos(n-21)\delta & \sin(n-21)\delta & \cos(n-27)\delta & \sin(n-27)\delta & \cos(n-33)\delta & \sin(n-33)\delta \\ \cos(n-14)\delta & \sin(n-14)\delta & \cos(n-18)\delta & \sin(n-18)\delta & \cos(n-22)\delta & \sin(n-22)\delta \\ \cos(n-7)\delta & \sin(n-7)\delta & \cos(n-9)\delta & \sin(n-9)\delta & \cos(n-11)\delta & \sin(n-11)\delta \end{bmatrix}$$

in cui  $\delta = \pi/n$  e  $n = 12$ , che è il numero di fasi.

Calcoliamo la matrice di trasformazione  $T_{123 \rightarrow \alpha\beta 0} =$

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 0.966 & 0.866 & 0.707 & 0.5 & 0.259 & 0 & -0.259 & -0.5 & -0.707 & -0.866 & -0.966 \\ 0 & 0.259 & 0.5 & 0.707 & 0.866 & 0.966 & 1 & 0.966 & 0.866 & 0.707 & 0.5 & 0.259 \\ 1 & 0.707 & 0 & -0.707 & -1 & -0.707 & 0 & 0.707 & 1 & 0.707 & 0 & -0.707 \\ 0 & 0.707 & 1 & 0.707 & 0 & -0.707 & -1 & -0.707 & 0 & 0.707 & 1 & 0.707 \\ 1 & 0.259 & -0.866 & -0.707 & 0.5 & 0.966 & 0 & -0.966 & -0.5 & 0.707 & 0.866 & -0.259 \\ 0 & 0.966 & 0.5 & -0.707 & -0.866 & 0.259 & 1 & 0.259 & -0.866 & -0.707 & 0.5 & 0.966 \\ 1 & -0.259 & -0.866 & 0.707 & 0.5 & -0.966 & 0 & 0.966 & -0.5 & -0.707 & 0.866 & 0.259 \\ 0 & 0.966 & -0.5 & -0.707 & 0.866 & 0.259 & -1 & 0.259 & 0.866 & -0.707 & -0.5 & 0.966 \\ 1 & -0.707 & 0 & 0.707 & -1 & 0.707 & 0 & -0.707 & 1 & -0.707 & 0 & 0.707 \\ 0 & 0.707 & -1 & 0.707 & 0 & -0.707 & 1 & -0.707 & 0 & 0.707 & -1 & 0.707 \\ 1 & -0.966 & 0.866 & -0.707 & 0.5 & -0.259 & 0 & 0.259 & -0.5 & 0.707 & -0.866 & 0.966 \\ 0 & 0.259 & -0.5 & 0.707 & -0.866 & 0.966 & -1 & 0.966 & -0.866 & 0.707 & -0.5 & 0.259 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Ora calcoliamo la matrice di trasformazione di Clarke generalizzata:

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{123 \rightarrow \alpha\beta 0} \mathbf{T}_{abc \rightarrow 123} = \quad (2.48)$$

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & 0.866 & -0.866 & 0 & 0.707 & -0.966 & 0.259 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & 0.5 & 0.5 & -1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & 0 & 0 & 0 & -0.707 & -0.707 & -0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & -0.866 & 0.866 & 0 & -0.707 & -0.259 & 0.966 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & 0.5 & 0.5 & -1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.259 & -0.707 & 0.966 & -0.866 & 0.866 & 0 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & -0.5 & -0.5 & 1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 1 & 1 & 1 & -0.707 & -0.707 & -0.707 & 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & -1 & -1 & -1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.966 & 0.707 & 0.259 & 0.866 & -0.866 & 0 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & -0.5 & -0.5 & 1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Riscriviamo la matrice  $\mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0}$  in questo ordine:  $[\alpha\beta x_1 y_1 x_2 y_2 x_3 y_3 o_1 o_2 o_3 o_4]^T$ :

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & 0.866 & -0.866 & 0 & 0.707 & -0.966 & 0.259 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & 0.5 & 0.5 & -1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & -0.866 & 0.866 & 0 & -0.707 & -0.259 & 0.966 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & 0.5 & 0.5 & -1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.259 & -0.707 & 0.966 & -0.866 & 0.866 & 0 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 & -0.5 & -0.5 & 1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.966 & 0.707 & 0.259 & 0.866 & -0.866 & 0 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 & -0.5 & -0.5 & 1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & 0 & 0 & 0 & -0.707 & -0.707 & -0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & 1 & 1 & -0.707 & -0.707 & -0.707 & 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 & -1 & -1 & -1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

La matrice di trasformazione che ci permette il passaggio da Clarke a Park generalizzate è:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & I_{10} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

in cui  $I_{10}$  è la matrice identità di dimensioni 10x10 e  $\theta$  è l'angolo elettrico rotorico.

La matrice di trasformazione di Park generalizzata è espressa come:

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0 \rightarrow dq0} \mathbf{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta 0} \quad (2.52)$$

Calcoliamo la matrice  $\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0}$  come:

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} T' & T'' \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

dove  $T'$  e  $T''$  sono rispettivamente:

$$T' = \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) & \cos(\theta - 15^\circ) & \cos(\theta - 135^\circ) & \cos(\theta + 105^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta - 15^\circ) & -\sin(\theta - 135^\circ) & -\sin(\theta + 105^\circ) \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 0.259 & 0.707 & -0.966 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.259 & -0.707 & 0.966 \\ 0 & 0.866 & -0.866 & 0.966 & -0.707 & -0.259 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & -0.966 & 0.707 & 0.259 \\ 0 & -0.866 & 0.866 & 0.259 & 0.707 & -0.966 \\ 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & 1 & 1 & -0.707 & -0.707 & -0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \end{bmatrix}$$

$$T'' = \begin{bmatrix} \cos(\theta - 30^\circ) & \cos(\theta - 150^\circ) & \cos(\theta + 90^\circ) & \cos(\theta - 45^\circ) & \cos(\theta - 165^\circ) & \cos(\theta + 75^\circ) \\ -\sin(\theta - 30^\circ) & -\sin(\theta - 150^\circ) & -\sin(\theta + 90^\circ) & -\sin(\theta - 45^\circ) & -\sin(\theta - 165^\circ) & -\sin(\theta + 75^\circ) \\ -0.866 & 0.866 & 0 & -0.707 & -0.259 & 0.966 \\ 0.5 & 0.5 & -1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ -0.866 & 0.866 & 0 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ -0.5 & -0.5 & 1 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ 0.866 & -0.866 & 0 & -0.707 & 0.966 & -0.259 \\ -0.5 & -0.5 & 1 & 0.707 & 0.259 & -0.966 \\ 0 & 0 & 0 & -0.707 & -0.707 & -0.707 \\ 1 & 1 & 1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \\ -1 & -1 & -1 & 0.707 & 0.707 & 0.707 \end{bmatrix}$$

inoltre la trasformata di Park inversa ( $P^{-1}$ ), per numero pari di fasi, a meno del coefficiente moltiplicativo dato che nel calcolo dell'inversa non serve, la otteniamo in questo modo:

$$\mathbf{T}_{dq0 \rightarrow abc} = (\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0})^T \quad (2.54)$$

### 2.3.2.1 Equazioni costitutive nel dominio di Park

Applicando la Trasformata generalizzata di Park, passiamo dal sistema di riferimento stazionario  $abc$  a quello  $dq0$  attuo:

$$\mathbf{x}_{dq0} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow dq0} \mathbf{x}_{abc} \quad (2.55)$$

Per ottenere le tensioni, correnti ed i flussi nel dominio  $dq0$ , applico la trasformata di Park alle rispettive equazioni:

$$v_{dq0} = [v_d v_q v_{z1} v_{z2} v_{z3} v_{z4} v_{z5} v_{z6} v_{o1} v_{o2} v_{o3} v_{o4}]^T \quad (2.56)$$

$$i_{dq0} = [i_d i_q i_{z1} i_{z2} i_{z3} i_{z4} i_{z5} i_{z6} i_{o1} i_{o2} i_{o3} i_{o4}]^T \quad (2.57)$$

$$\psi_{dq0} = [\psi_d \psi_q \psi_{z1} \psi_{z2} \psi_{z3} \psi_{z4} \psi_{z5} \psi_{z6} \psi_{o1} \psi_{o2} \psi_{o3} \psi_{o4}]^T \quad (2.58)$$

Equazione delle tensioni statoriche in  $dq0$ :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_{z1} \\ v_{z2} \\ v_{z3} \\ v_{z4} \\ v_{z5} \\ v_{z6} \\ v_{o1} \\ v_{o2} \\ v_{o3} \\ v_{o4} \end{bmatrix} = \text{diag}_{12 \times 12}[R_s] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{z1} \\ i_{z2} \\ i_{z3} \\ i_{z4} \\ i_{z5} \\ i_{z6} \\ i_{o1} \\ i_{o2} \\ i_{o3} \\ i_{o4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\psi_q \\ \psi_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} N\omega_m + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_{z1} \\ \psi_{z2} \\ \psi_{z3} \\ \psi_{z4} \\ \psi_{z5} \\ \psi_{z6} \\ \psi_{o1} \\ \psi_{o2} \\ \psi_{o3} \\ \psi_{o4} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

dove:

- $R_s$  è la resistenza degli avvolgimenti statorici considerata uguale per ogni fase
- $N = \frac{p}{2}$  è il numero di coppie polari del magnete permanente rotorico
- $\omega_m$  è la velocità di rotazione del rotore.

Nota: dalla (2.27), ricaviamo questa nuova uguaglianza:  $\omega_m = \frac{\omega_e}{N}$ .

Equazione dei flussi in  $dq0$ :

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_{z1} \\ \psi_{z2} \\ \psi_{z3} \\ \psi_{z4} \\ \psi_{z5} \\ \psi_{z6} \\ \psi_{o1} \\ \psi_{o2} \\ \psi_{o3} \\ \psi_{o4} \end{bmatrix} = \text{diag}_{12 \times 12}[L_d L_q L_0 \dots L_0] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{z1} \\ i_{z2} \\ i_{z3} \\ i_{z4} \\ i_{z5} \\ i_{z6} \\ i_{o1} \\ i_{o2} \\ i_{o3} \\ i_{o4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

in cui:

- $L_d$  = induttanza statorica nell'asse d
- $L_q$  = induttanza statorica nell'asse q
- $L_0$  = induttanza statorica nell'asse 0

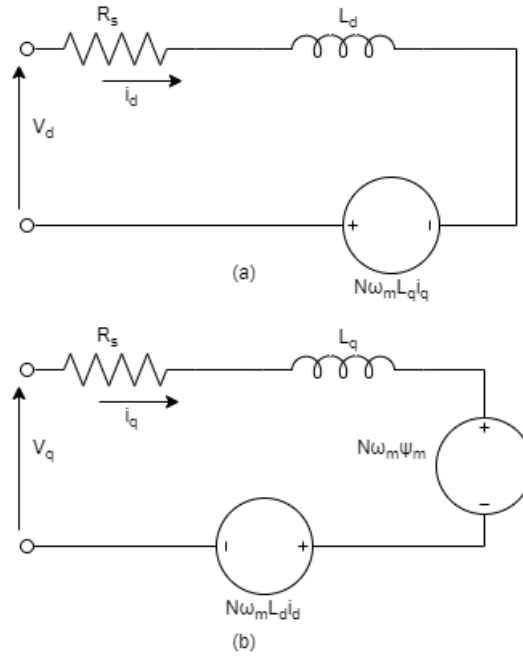
L'equazione della coppia generata dal PMSM 12 fasi è definita come:

$$\text{Torque} = 6N[i_q(i_d L_d + \psi_m) - i_d i_q L_q] \quad (2.61)$$

Notiamo che la generazione della coppia dipende esclusivamente dalle grandezze presenti nel primo spazio vettoriale  $dq0$ , cioè quello fondamentale.

La potenza attiva di un PMSM a 12 fasi è:

$$P_a = \omega_e \text{Torque} \quad (2.62)$$



**Figura 2.14:** Circuito equivalente del PMSM nel dominio  $dq0$ . (a) circuito equivalente asse  $d$ ; (b) circuito equivalente asse  $q$

Dalle equazioni di  $v_d$  e  $v_q$  ricavate dai circuiti in Figura 2.14:

$$v_d = R_s i_d - N\omega_m L_q i_q + L_d \frac{d}{dt} i_d \quad (2.63)$$

$$v_q = R_s i_q + N\omega_m (L_d i_d + \psi_m) + L_q \frac{d}{dt} i_q \quad (2.64)$$

notiamo che  $N\omega_m L_q i_q$  e  $N\omega_m (L_d i_d + \psi_m)$  rappresentano il contributo della forza elettromotrice contraria (back e.m.f.) proporzionale alla velocità del motore. Si noti che aumentando la velocità del motore  $\omega_m$  aumenta anche la back e.m.f. Ciò significa che per generare la stessa coppia a velocità più elevata anche la tensione applicata  $V_q$  deve aumentare per mantenere costante  $i_q$ .

Per quanto riguarda il dominio meccanico, vale la seguente equazione:

$$T_e - T_{load} - B\omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.65)$$

dove:

- $T_{load}$  = coppia meccanica generata dal carico
- $B$  = attrito viscoso del motore
- $J$  = inerzia del motore

Le equazioni (2.63), (2.64), (2.65) possono essere riscritte nella forma di rappresentazione dello spazio di stato:

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} (v_d - R_s i_d + N\omega_m L_q i_q) \quad (2.66)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q}(v_q - R_s i_q - N\omega_m(L_d i_d + \psi_m)) \quad (2.67)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J}(T_e - T_{load} - B\omega_m) \quad (2.68)$$

le quali nel dominio della trasformata di Laplace (dominio S) diventano:

$$i_d = \frac{1}{S} \frac{1}{L_d}(v_d - R_s i_d + N\omega_m L_q i_q) \quad (2.69)$$

$$i_q = \frac{1}{S} \frac{1}{L_q}(v_q - R_s i_q - N\omega_m(L_d i_d + \psi_m)) \quad (2.70)$$

$$\omega_m = \frac{1}{S J}(T_e - T_{load} - B\omega_m) \quad (2.71)$$

Queste equazioni verranno usare nel Capitolo 3 per derivare il modello del PMSM in Simulink.

## 2.4 Strategia di controllo: Field Oriented Control (FOC)

Il Field Oriented Control (FOC), noto anche come controllo vettoriale, è una tecnica utilizzata per controllare i motori sincroni a magneti permanenti (PMSM) ed i motori a induzione AC ed è in grado di regolare in modo indipendente il flusso e la coppia durante lo stato transitorio e stazionario. L'implementazione del FOC richiede la trasformazione delle correnti dello statore dal sistema di riferimento stazionario  $abc$  al sistema di riferimento rotorico  $dq\theta$ .

Il controllo della velocità e il controllo della coppia sono le modalità di controllo più comunemente utilizzate del FOC. La maggior parte delle applicazioni di trazione utilizza la modalità di controllo della coppia in cui il sistema di controllo del motore segue un valore di riferimento di coppia; invece nella modalità di controllo della velocità, il sistema di controllo del motore segue un valore di riferimento di velocità e genera un riferimento di coppia, usato dal controllo di coppia che forma un sottosistema interno.

L'implementazione dell'algoritmo FOC richiede un feedback in tempo reale delle correnti e della posizione del rotore, misurate utilizzando dei sensori, ma è anche possibile utilizzare tecniche sensorless che usano i valori di feedback stimati invece delle misurazioni effettive ricavate dai sensori.

### 2.4.1 Descrizione e schema di controllo FOC

La tecnica di controllo Field Oriented Control utilizza un doppio controllo vettoriale ad anello chiuso per realizzare il controllo della velocità del motore e il diagramma del blocco di controllo è mostrato in Figura 2.15.

Utilizza la velocità come variabile di controllo dell'anello esterno e le correnti in coordinate rotazionali  $dq\theta$  come variabili di controllo dell'anello interno. Poiché la coppia prodotta dalla macchina è direttamente proporzionale alla

$i_q$ , come dimostrato nell'equazione (2.61), e il rotore, a causa del magnete permanente, genera esso stesso un flusso costante, non è necessario produrre flusso attraverso la corrente  $i_d$ , che può essere mantenuta nulla. Questo riduce le perdite dello statore e aumenta l'efficienza. Quindi la corrente  $i_d$  di riferimento sarà:

$$i_d^{ref} = 0 \quad (2.72)$$

poiché il flusso magnetico prodotto dallo statore sarà correlato solo alla corrente  $i_q$  e l'angolo tra il flusso dello statore e del rotore sarà di  $90^\circ$  che corrisponde alla massima efficienza.

Il loop esterno di controllo della velocità è composto da due sottoparti:

- la prima consiste nel calcolare la differenza tra la velocità di riferimento e quella attuale; l'errore verrà preso come input dal controllore Proporzionale-Integrativo (PI) che in uscita fornirà un valore di riferimento della coppia  $T_e$ .
- nella seconda parte, questo valore di coppia  $T_e$ , sarà a sua volta l'ingresso del metodo di controllo ZDAC (spiegato successivamente) che fornisce in uscita il valore di riferimento di corrente  $i_q^{ref}$ .

Essendo una macchina polifase, è necessario considerare i gradi di libertà aggiuntivi dati dagli altri componenti dei sottospazi vettoriali. A questo proposito, è consigliabile implementare il controllo di corrente ad anello chiuso anche nel caso delle correnti generate da questi sottospazi.

Nel controllo di corrente, si imposta il valore di riferimento di  $i_d, i_q, i_{z1}, i_{z2}, i_{z3}, i_{z4}, i_{z5}, i_{z6}$  uguale a zero per evitare la produzione di potenza reattiva, ridurre le perdite di potenza nel rame ed eliminare l'influenza delle armoniche nelle correnti, basate sulla teoria della VSD. Notiamo che le correnti generate dai sottospazi zero-sequence vengono omesse, data la loro caratteristica di non generare flusso/coppia.

Al fine di tracciare le correnti di riferimento ( $i_d^{ref}, i_q^{ref}, i_{z1}^{ref}, i_{z2}^{ref}, i_{z3}^{ref}, i_{z4}^{ref}, i_{z5}^{ref}, i_{z6}^{ref}$ ) vengono implementati 8 controllori Proporzionali-Integrativi (PI) all'interno del loop interno, il cui scopo è quello di generare le tensioni  $v_d, v_q, v_{z1}, v_{z2}, v_{z3}, v_{z4}, v_{z5}, v_{z6}$ . Queste tensioni di riferimento vengono anti-trasformate secondo Park e diventano 12 tensioni nel sistema di riferimento stazionario  $abc$ .

Utilizzando il Sinusoidal PWM (SPWM), queste tensioni vengono trasformate in impulsi usati poi per comandare l'inverter 12 fasi, il quale a sua volta andrà a comandare il PMSM a 12 fasi. Il sensore di velocità in uscita al motore traccerebbe la velocità di rotazione  $\omega_m$  e verrà ricavato l'angolo di posizione del rotore  $\theta$ , il quale sarà l'ingresso della matrice di trasformazione di Park.

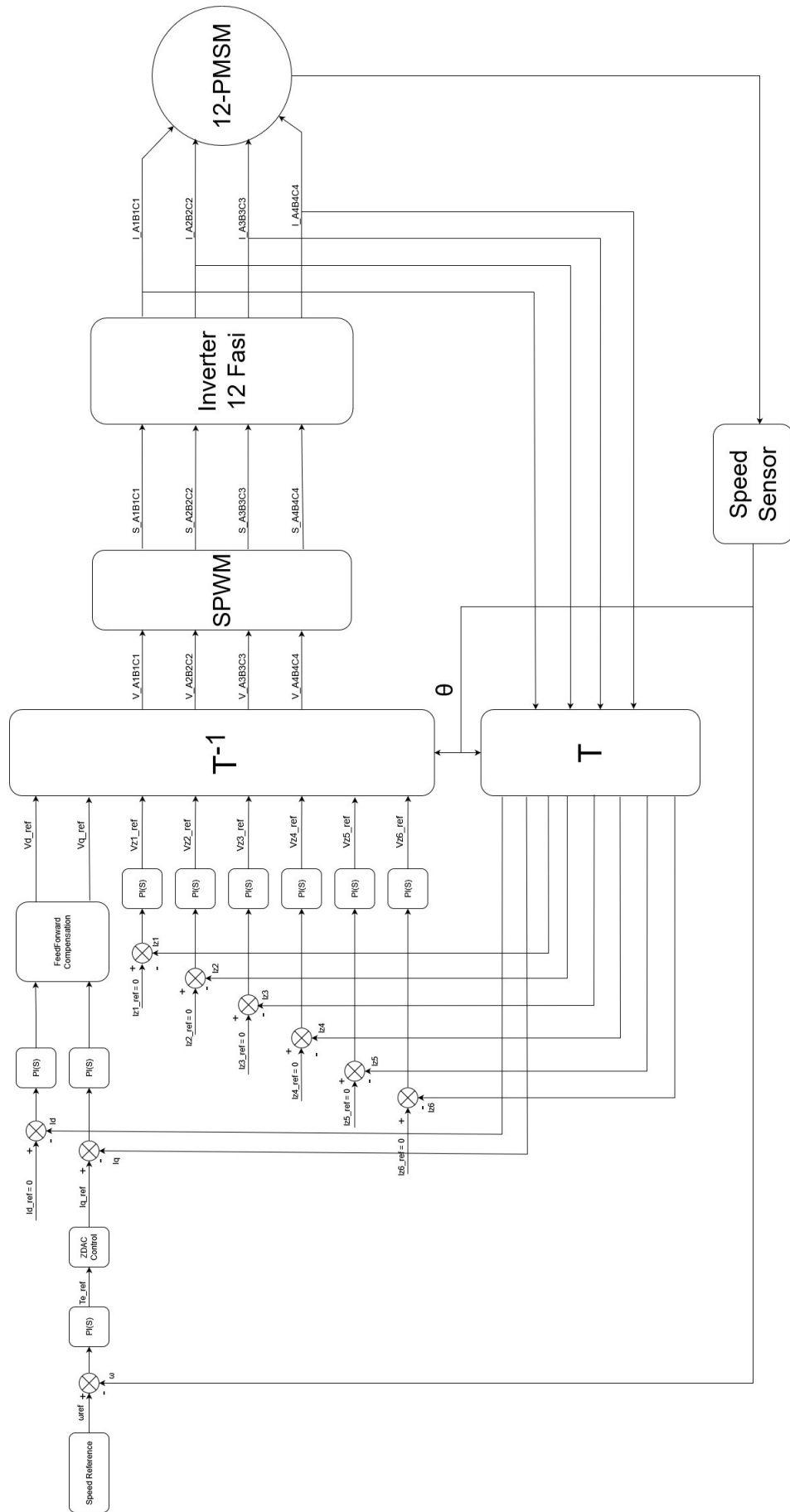
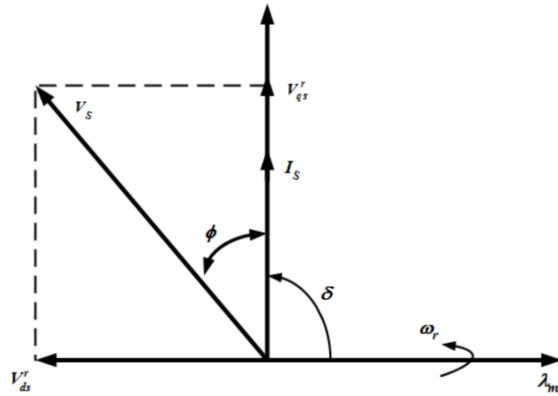


Figura 2.15: Field Oriented Control



### 2.4.2 Zero d-axis current control

Nelle applicazioni industriali, il controllo ZDAC viene utilizzato per il suo semplice metodo di funzionamento e per la semplificazione del controllo di corrente. Nel ZDAC l'angolo di coppia viene mantenuto costante a 90 gradi:



**Figura 2.16:** Fase di controllo dell'angolo di coppia costante o dell'asse d-zero

Il metodo "Zero d-axis" consiste nell'impostare la corrente di riferimento  $i_d^{ref}$  a zero e di calcolare la corrente di riferimento  $i_q^{ref}$  usando l'equazione della coppia (2.61)

$$i_d^{ref} = 0 \tag{2.73}$$

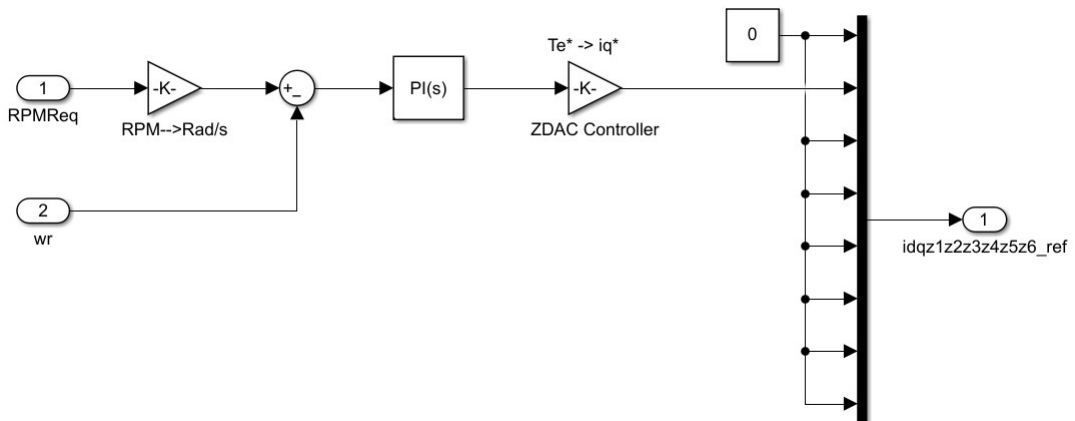
Andando a sostituire la (2.73) nella (2.61) otteniamo:

$$Torque = 3P i_q \psi_m \tag{2.74}$$

Riscrivendo questa equazione, possiamo notare che la  $i_q$  diventa una funzione della coppia:

$$i_q = \frac{Torque}{3P \psi_m} \tag{2.75}$$

Il ZDAC è applicato nel controllo di velocità mostrato in Figura 2.17:



**Figura 2.17:** Controllo di velocità ed uso della tecnica ZDAC

### 2.4.3 Feedforward compensation

Il concetto di compensazione feedforward è stato sfruttato per semplificare le funzioni di trasferimento tra l'uscita dei controllori Proporzionali-Integrativi relativi ai loop di corrente e le correnti di uscita  $i_d$  e  $i_q$ .

Considerando le equazioni (2.69) e (2.70), possono essere riscritte nella seguente maniera:

$$i_d = \frac{v_d}{R_s + sL_d} + \frac{L_q \frac{P}{2} \omega_m i_q}{R_s + sL_d} \quad (2.76)$$

$$i_q = \frac{v_q}{R_s + sL_q} - \frac{\frac{P}{2} \omega_m (L_d i_d + \psi_m)}{R_s + sL_q} \quad (2.77)$$

Il contributo della back e.m.f. presente in entrambe le equazioni, situato nel numeratore di entrambe, può essere considerato come un disturbo. È possibile compensare l'effetto del disturbo applicando:

$$v_d = v'_d - L_q \frac{P}{2} \omega_m i_q \quad (2.78)$$

$$v_q = v'_q + \frac{P}{2} \omega_m (L_d i_d + \psi_m) \quad (2.79)$$

Sostituendo  $v_d$  e  $v_q$  in (2.76) e (2.77):

$$\frac{i_d}{v'_d} = \frac{1}{R_s + sL_d} \quad (2.80)$$

$$\frac{i_q}{v'_q} = \frac{1}{R_s + sL_q} \quad (2.81)$$

Poiché  $L_q$  e  $L_d$  sono noti,  $i_q$  e  $i_d$  possono essere calcolati dalle correnti  $n$ -fase e la velocità del motore può essere derivata dalla posizione angolare del motore  $\theta_m$ . Nella Figura 2.18 vi è lo schema della FeedForward compensation:

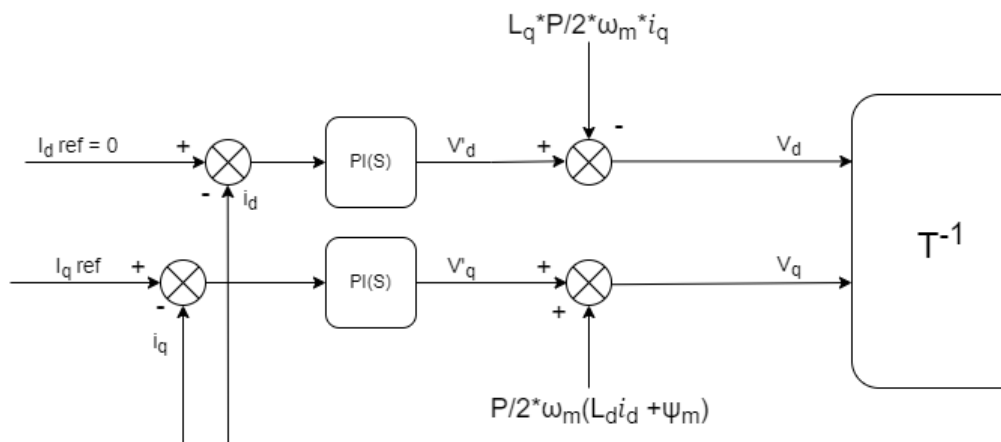


Figura 2.18: FeedForward Compensation

### 2.4.4 SPWM: Sinusoidal pulse width modulation

Il termine SPWM sta per "modulazione sinusoidale di larghezza di impulso" ed è una tecnica di modulazione di larghezza di impulso (PWM) utilizzata per creare i segnali di gate usati per comandare l'inverter, il quale controlla il PMSM. In questa tecnica PWM, il riferimento di tensione AC sinusoidale  $v_{ref}$  viene confrontato con l'onda portante triangolare  $v_c$  ad alta frequenza in tempo reale per determinare gli stati di commutazione per ciascun polo nell'inverter. Dopo il confronto, gli stati di commutazione per ogni polo possono essere determinati in base alla seguente regola:

- Tensione di riferimento  $v_{ref} >$  portante triangolare  $v_c$ : l'uscita è considerata alta  $\Rightarrow$  Switch superiore ON (tensione del polo =  $V_{dc}/2$ )
- Tensione di riferimento  $v_{ref} <$  portante triangolare  $v_c$ : l'uscita è considerata bassa  $\Rightarrow$  Switch inferiore ON (tensione del polo =  $-V_{dc}/2$ )

In questa tecnica PWM, la condizione necessaria per la modulazione lineare è che l'ampiezza del riferimento di tensione  $v_{ref}$  deve rimanere al di sotto del picco del vettore triangolare  $v_c$ , cioè  $v_{ref} \leq V_{dc}/2$ . Nella Fig.2.19 viene rappresentata la tecnica SPWM per una fase.

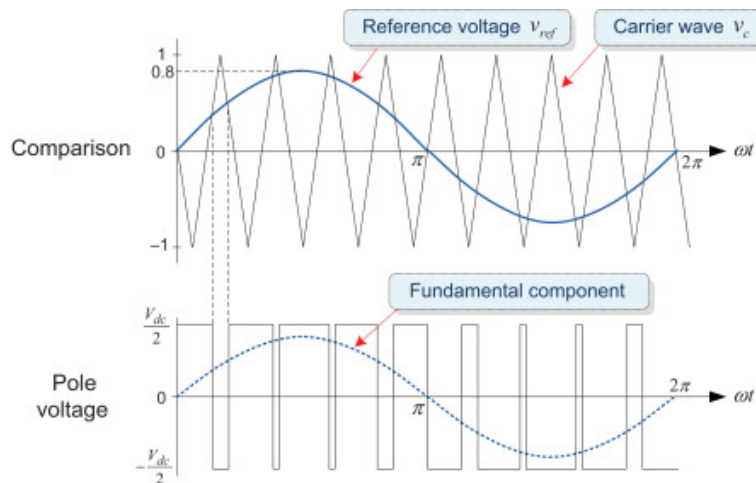


Figura 2.19: Tecnica Sinusoidal PWM

Poiché questa tecnica PWM utilizza un'onda portante ad alta frequenza per la modulazione di tensione, è definita "PWM carrier-based". Nelle tecniche PWM basate sulla portante, la forma d'onda di riferimento della tensione desiderata viene definita onda modulante. L'onda portante di solito ha una frequenza molto più alta rispetto all'onda modulante e quest'ultima nel caso della SPWM è di tipo sinusoidale. In questo PWM basato sul confronto con l'onda portante triangolare, se il rapporto tra la frequenza della portante e la frequenza della fondamentale è abbastanza grande ( $\frac{f_s}{f_o} > 20$ ), la componente fondamentale della tensione di uscita varia linearmente con la tensione di riferimento  $v_{ref}$  come:

$$v_{o1} = v_{ref} \sin \omega t \quad (2.82)$$

Inoltre, la frequenza fondamentale della tensione di uscita è identica a quella della tensione di riferimento. La tensione di uscita di Eq. (2.82) può essere riscritta in termini di indice di modulazione MI:

$$v_{o1} = \frac{V_{dc}}{2} MI \sin \omega t \quad (2.83)$$

In cui  $v_{ref} \leq V_{dc}/2$  e  $0 \leq MI \leq 1$ .

$0 \leq MI \leq 1$  è chiamato "intervallo di modulazione lineare" perché, in questo intervallo, l'inverter può generare una tensione di uscita linearmente proporzionale alla tensione di riferimento come mostrato in Fig.2.20. In questo caso, l'inverter PWM è considerato semplicemente un amplificatore di tensione con un guadagno unitario.

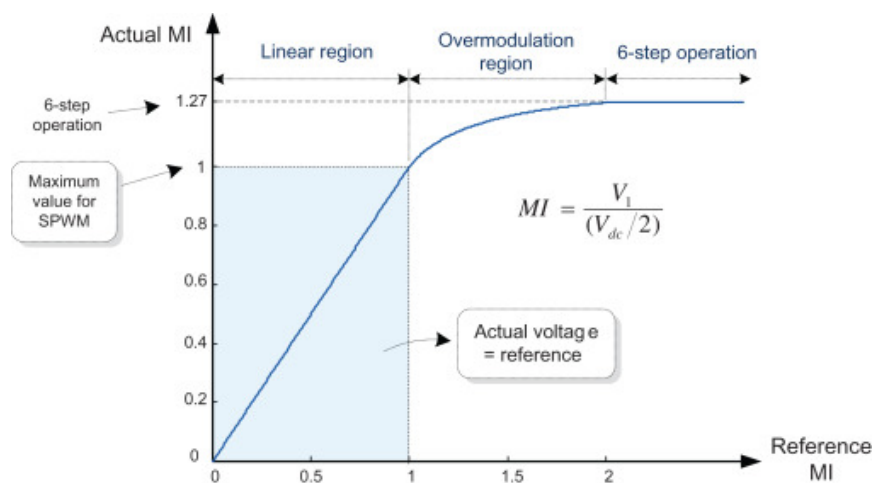
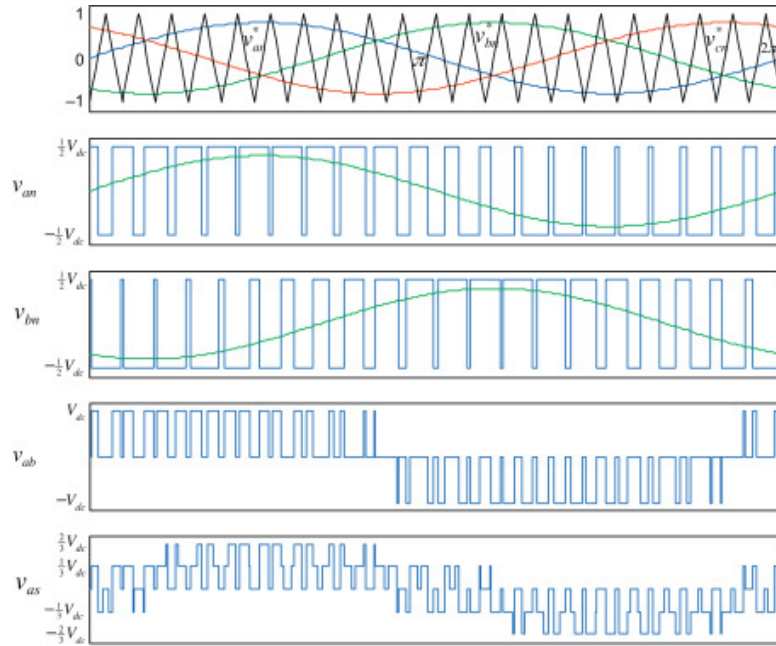


Figura 2.20: Voltage modulation range for SPWM

Tuttavia, quando il riferimento supera il picco del vettore triangolare (cioè  $MI > 1$ ), l'inverter non può produrre una tensione di uscita linearmente proporzionale al riferimento di tensione. L'intervallo di  $MI > 1$  è chiamato regione di sovramodulazione, dove si perde la linearità della modulazione. La massima tensione di uscita lineare,  $V_{dc}/2$ , ottenibile con la tecnica SPWM corrisponde al 78,5% della massima tensione di uscita, cioè  $2V_{dc}/\pi$ , mediante inverter a sei stadi. Pertanto, quando si utilizza la tecnica SPWM, il limite massimo raggiungibile dell'intervallo di modulazione lineare è inevitabilmente inferiore alla tensione di uscita massima di un inverter. Fig.2.21 mostra la tecnica SPWM per un inverter trifase. Nella tecnica SPWM, la frequenza di commutazione di un inverter è uguale a quella della portante. Dalle Figure 2.19, 2.21, possiamo notare che l'interruttore è acceso/spento una volta per ogni periodo dell'onda portante triangolare. Così la tecnica SPWM ha il vantaggio di avere una frequenza di commutazione costante, la quale consente di calcolare le perdite dei dispositivi di commutazione. Ora valuteremo quali armoniche sono contenute nella tensione di uscita generata dalla tecnica SPWM. In primo luogo, studieremo le componenti armoniche della tensione di polo  $v_p$  come mostrato in Fig. 2.19. È ampiamente noto che la tensione polare contiene armoniche alla frequenza portante  $f_c$  e alle



**Figura 2.21:** Tecnica SPWM per un inverter trifase

frequenze dei suoi multipli interi ( $M$ ) e alle bande laterali ( $N$ ) di tutte queste frequenze. Così queste armoniche, che sono conosciute come le armoniche di frequenza di commutazione, possono essere espresse come:

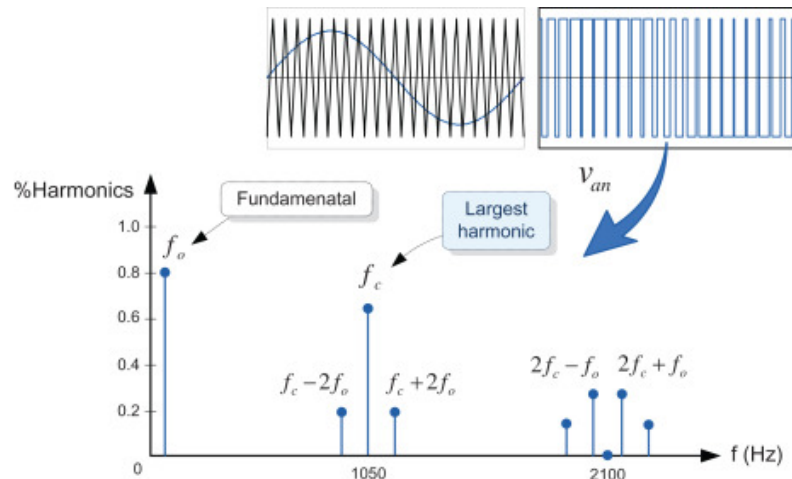
$$v_{o-h} = V_h \sin[2\pi(Mf_c \pm Nf_o)t + \phi_h] = V_h \sin[2\pi f_o(Mm_f \pm N)t + \phi_h], \quad (2.84)$$

dove  $f_o$  è la frequenza fondamentale della tensione di uscita e  $m_f$  è l'indice di modulazione di frequenza, che denota il rapporto tra la frequenza portante e la frequenza fondamentale, cioè,  $m_f = \frac{f_c}{f_o}$ .  $M$  e  $N$  sono interi, e  $M+N$  è dispari.  $\phi_h$  denota la fase della componente armonica. Dall'Eq. (2.84), gli ordini delle armoniche sono dati come:

$$\begin{cases} m_f, m_f \pm 2, m_f \pm 4, m_f \pm 6, \dots \\ 2m_f \pm 1, 2m_f \pm 3, 2m_f \pm 5, 2m_f \pm 7, \dots \\ 3m_f, 3m_f \pm 2, 3m_f \pm 4, 3m_f \pm 6, \dots \\ 4m_f \pm 1, 4m_f \pm 3, 4m_f \pm 5, 4m_f \pm 7, \dots \end{cases} \quad (2.85)$$

Tra le armoniche, il componente dell'ordine  $m_f$  ha la grandezza maggiore. Ciò significa che l'armonica con la frequenza uguale alla frequenza di commutazione  $f_c$  è la più grande. Come esempio, Fig. 2.22 mostra lo spettro in frequenza per la tensione polare di  $f_o=50\text{Hz}$  e  $m_f=21$ . In questo caso, l'armonica di 1050 Hz ( $= 21 \times 50$  Hz), cioè la frequenza di commutazione è la componente più grande.

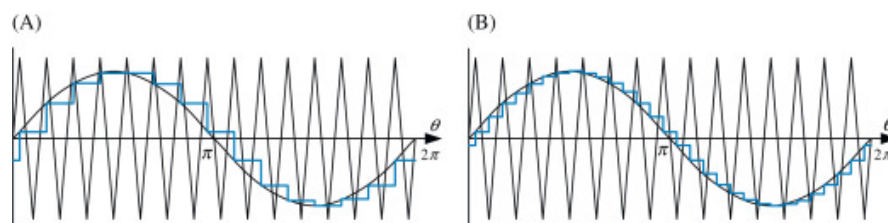
Più è alta la frequenza di commutazione, maggiore è l'ordine dell'armonica principale. Così, quando viene utilizzata una frequenza di commutazione più elevata, la qualità della forma d'onda di tensione può essere migliorata e il filtraggio è più facile. Tuttavia, questo porta a maggiori perdite di commutazione. Pertanto è importante considerare le prestazioni complessive



**Figura 2.22:** Spettro di frequenze della tensione di polo per il SPWM

del sistema quando si seleziona la frequenza di commutazione.

La tecnica SPWM è stata molto popolare grazie alla semplicità del suo principio e all'implementazione analogica. Nell'implementazione analogica dell'SPWM (noto come "PWM campionato naturalmente"), un integratore analogico viene utilizzato per generare un'onda portante triangolare e un comparatore analogico determina gli istanti di intersezione dell'onda portante triangolare e del segnale modulante. Nell'implementazione digitale, come illustrato nella Fig. 2.23, si utilizza la cosiddetta "PWM campionata regolarmente" in cui il riferimento sinusoidale è mantenuto a un valore costante campionato per l'intervallo portante e il valore campionato viene confrontato con l'onda portante per determinare gli istanti di commutazione. Nella PWM campionata regolarmente, ci sono due tipi di campionamento: simmetrico e asimmetrico. Nel campionamento simmetrico di Fig. 2.23A, il riferimento sinusoidale viene campionato una volta al picco dell'onda portante triangolare, mentre nel campionamento asimmetrico di Fig. 2.23B, viene campionato due volte sia ai picchi positivi che negativi dell'onda portante triangolare. Al giorno d'oggi, la sua implementazione digitale può essere facilmente eseguita utilizzando microcontrollori che supportano il modulo dedicato per la generazione del segnale PWM.



**Figura 2.23:** Tecnica SPWM campionata regolarmente (A) Campionamento simmetrico e (B) campionamento asimmetrico.

### 2.4.5 Inverter

L'inverter è un apparato elettronico di ingresso/uscita in grado di convertire una corrente continua in ingresso in una corrente alternata in uscita e di variarne i parametri di ampiezza e frequenza. La tensione di uscita può essere o sinusoidale o quadra a seconda dei casi. Si richiede spesso che la frequenza in uscita sia costante e indipendente dalle variazioni della tensione di alimentazione e del carico; di conseguenza anche la tensione di uscita deve essere stabile nei confronti di queste variazioni.



Figura 2.24: Inverter

L'applicazione principale dell'inverter è quella di fornire una tensione di uscita alternata di una certa potenza quando la sorgente primaria è a tensione continua (per esempio, un gruppo di batterie caricato da pannelli solari, generatori eolici, ecc...), ma è usato anche per l'azionamento a velocità variabile dei motori in AC, come nel nostro caso.

Per avere una conversione ad alto rendimento si dovranno usare transistor, tiristori o GTO funzionanti come interruttori. Si useranno transistor bipolari o MOSFET per potenze massime dell'ordine di qualche decina di kilowatt, mentre per potenze più elevate si ricorre all'uso dei tiristori e dei GTO. Affinchè i transistor lavorino come interruttori in maniera corretta occorre renderli bidirezionali collegando un diodo in antiparallelo fra emettitore e collettore nel caso del BJT, mentre nel caso dei MOSFET ciò non è necessario poichè si può sfruttare il diodo parassita fra drain e source anche se questo diodo risulta meno veloce del MOSFET. Questi interruttori sono comandati elettronicamente dai segnali di Gate, generati dalla tecnica SPWM spiegata precedentemente. Gli inverter possono avere un'uscita monofase o trifase.

#### 2.4.5.1 Inverter trifase

La struttura dell'inverter è indicata in Fig.2.25. Si tratta di un ponte trifase. Fino a pochi anni fa la tensione di uscita era del tipo a gradini e richiedeva in uscita un grosso filtro che, oltre ad essere costoso e pesante, creava notevoli problemi di carattere elettrico. Si passò quindi al pilotaggio del tipo a PWM, che consentiva di ottenere un'onda sinusoidale con un filtro molto

più piccolo, dovendo filtrare solo le frequenze elevate, quella della portante e delle sue armoniche. Per ridurre le dimensioni del filtro in uscita negli

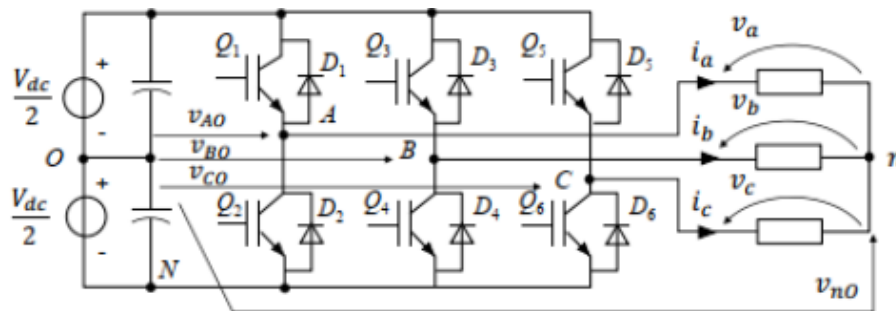


Figura 2.25: Inverter trifase

inverter occorre cercare di sintetizzare un'onda a profilo rettangolare che approssimi la sinusoide col minor numero di armoniche possibili. Ciò si può fare approssimando la sinusoide con una serie di gradini o con degli impulsi modulati di durata con legge sinusoidale come indicato in Figura 2.26.

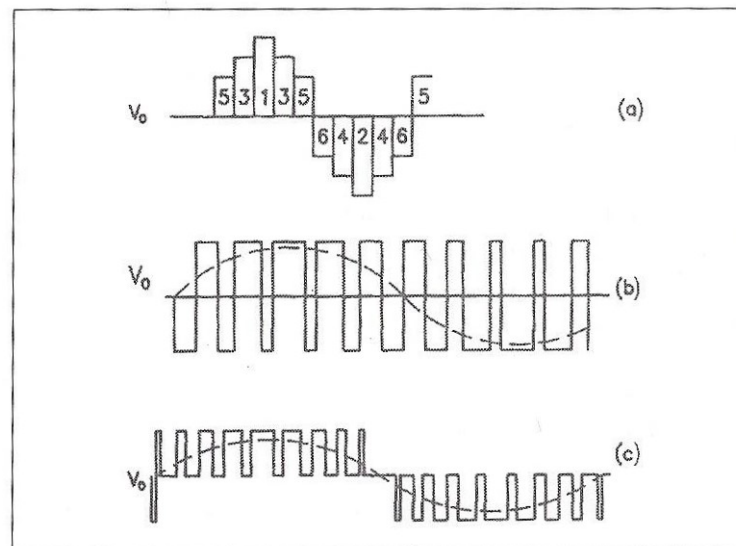


Figura 2.26: Sistemi di sintesi della sinusoide

La forma d'onda di Fig.2.26a presenta diversi vantaggi pratici:

- una stabilizzazione della tensione di uscita dell'ordine dell' 1%
- una distorsione armonica non superiore al 2%
- una risposta transitoria dell'ordine del millisecondo

Ora studiamo il filtro LC applicato in uscita all'inverter trifase usato per eliminare le frequenze di disturbo, come mostrato in Figura 2.27. I filtri LC si riferiscono a circuiti costituiti da una combinazione di induttori (L) e condensatori (C) usati per tagliare o far passare bande di frequenza specifiche di un segnale elettrico. I condensatori bloccano le correnti DC ma



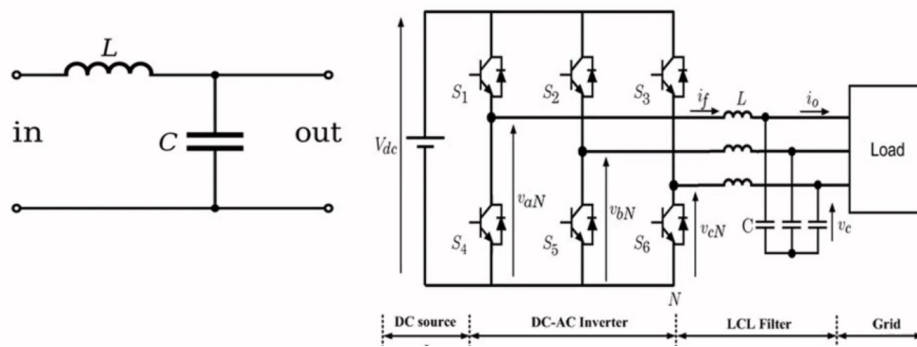


Figura 2.27: Inverter trifase con filtro LC

permettono il passaggio alle correnti AC a frequenze più elevate. Al contrario, gli induttori permettono il passaggio alle correnti DC così come sono, ma non alle correnti AC a frequenze elevate. In altre parole, condensatori e induttori sono componenti passivi con proprietà completamente opposte, ma combinando questi componenti, è possibile attenuare/eliminare il rumore e identificare segnali specifici in modo molto più efficace. I filtri LC sono di tipo passa-basso, cioè sono circuiti filtranti che lasciano passare i segnali DC/AC a bassa frequenza e tagliano i segnali ad alta frequenza. Sono i circuiti filtranti più utilizzati per tagliare il rumore ad alta frequenza. Gli induttori collegati in serie bloccano i rumori ad alta frequenza, mentre

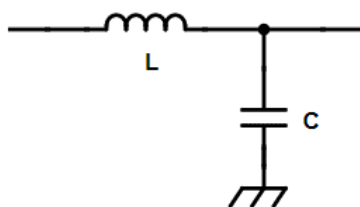


Figura 2.28: Filtro LC

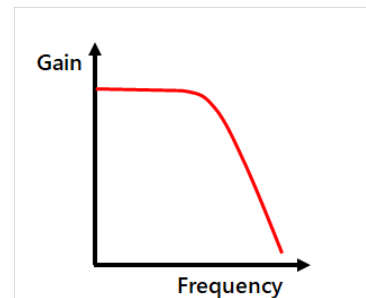


Figura 2.29: Grafico Filtro LC

i condensatori collegati in parallelo funzionano per bypassare i rumori ad alta frequenza. Per rimuovere il rumore da una forma d'onda in un circuito, è necessario selezionare i valori dei componenti che consentono un'attenuazione significativa alla frequenza del rumore piuttosto che alla frequenza del segnale.

Per comandare il PMSM a 12 fasi, abbiamo bisogno di un inverter capace di tale impresa; la sua struttura è indicata in Fig.2.30. Come possiamo notare, è la composizione di 4 inverter trifase, tutti aventi come ingresso la stessa tensione  $V_{dc}$ . Ogni inverter trifase ha il compito di controllare una singola terna trifase statorica. In Figura 2.31 abbiamo la struttura completa dell'inverter a 12 fasi e dei filtri LC passa-basso applicati all'uscita di ogni singolo inverter trifase.

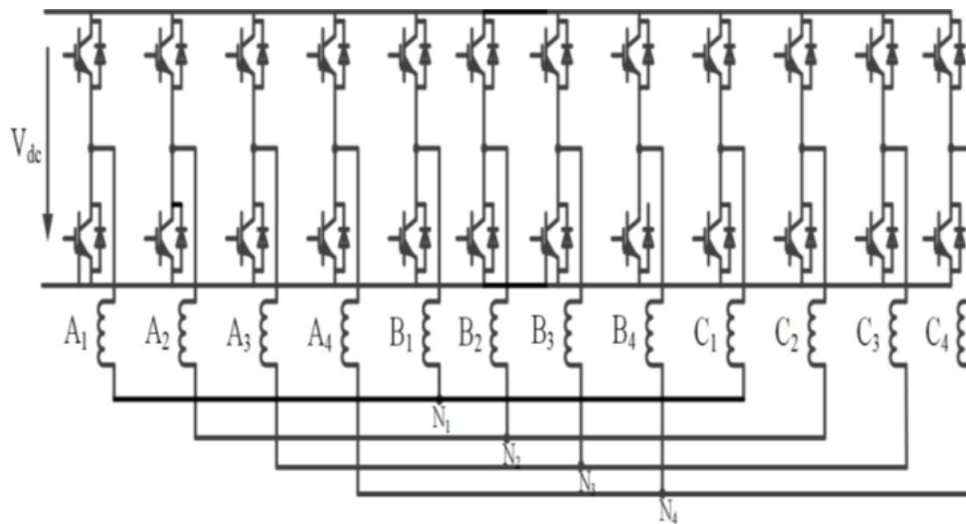


Figura 2.30: Inverter 12 fasi

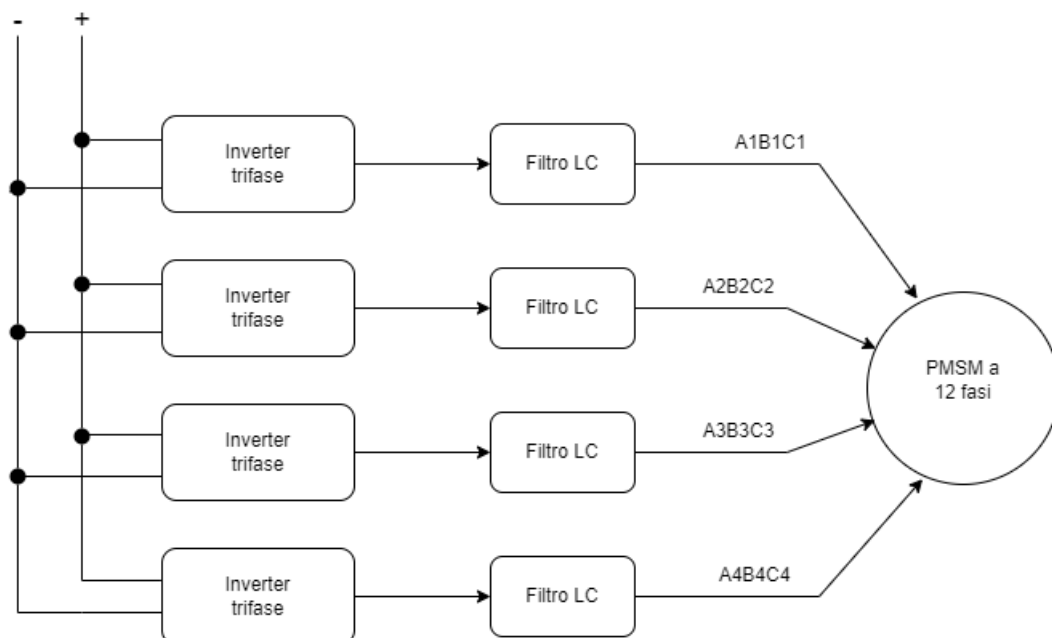


Figura 2.31: Inverter 12 fasi con filtri LC

# Capitolo 3

## Realizzazione Modello in Simulink

In questo capitolo verrà mostrato come le precedenti considerazioni teoriche sono state sfruttate per costruire il modello Simulink del PMSM a 12 fasi e del sistema di controllo FOC mostrato nella Figura 2.15.

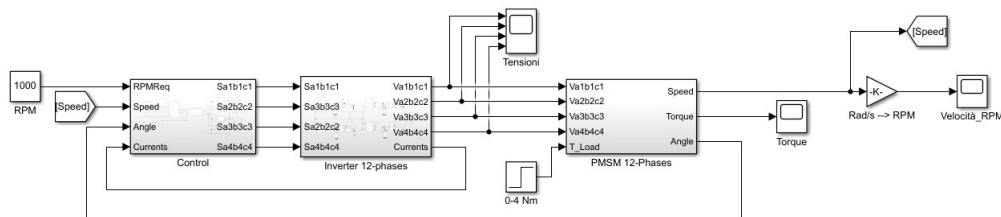
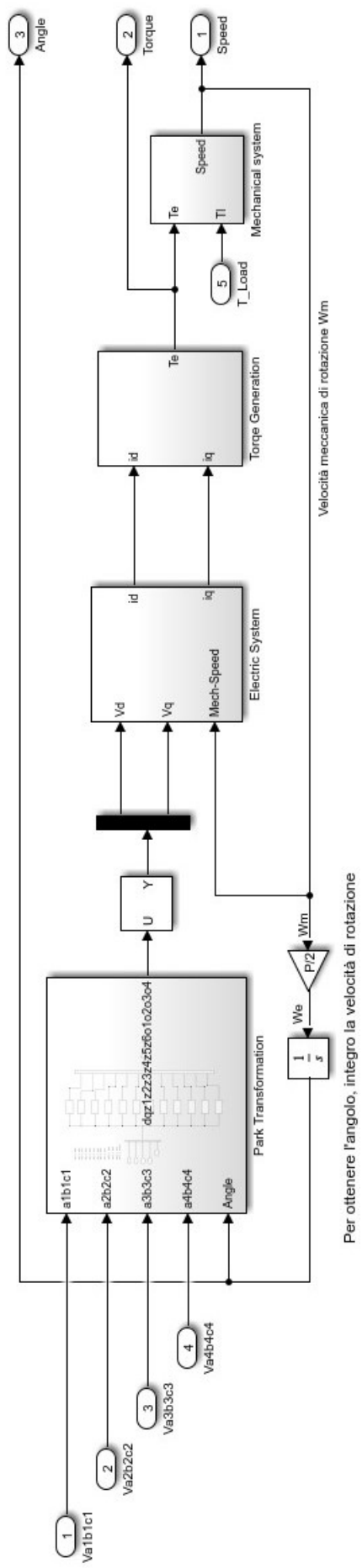


Figura 3.1: Modello completo Simulink

### 3.1 PMSM Simulink Model

Il modello del PMSM 12 fasi in Simulink è stato progettato considerando le equazioni (2.61), (2.69), (2.70), (2.71) e costruito all'interno del sottosistema "PMSM". Le tensioni 12-fasi, suddivise in 4 gruppi di tensioni trifase:  $V_{a1b1c1}$ ,  $V_{a2b2c2}$ ,  $V_{a3b3c3}$ ,  $V_{a4b4c4}$  e la coppia di carico  $T_{load}$  sono gli ingressi del sottosistema mentre la velocità di rotazione del rotore  $\omega_m$ , la coppia elettrica  $T_e$  e l'angolo elettrico  $\theta$  sono le uscite. Il contenuto del sottosistema è illustrato nella Figura 3.2. È possibile notare che altri 4 sottosistemi sono stati progettati all'interno del precedente, il primo implementa la trasformata generalizzata di Park, il secondo è derivato dalle equazioni (2.69) e (2.70), il terzo è derivato dall'equazione (2.61) ed infine il quarto è costruito sulla base dell'equazione (2.71). Il loro contenuto è mostrato nelle Figure 3.3, 3.4, 3.5, 3.6.



Per ottenere l'angolo, integro la velocità di rotazione

Figura 3.2: Sottosistema PMSM

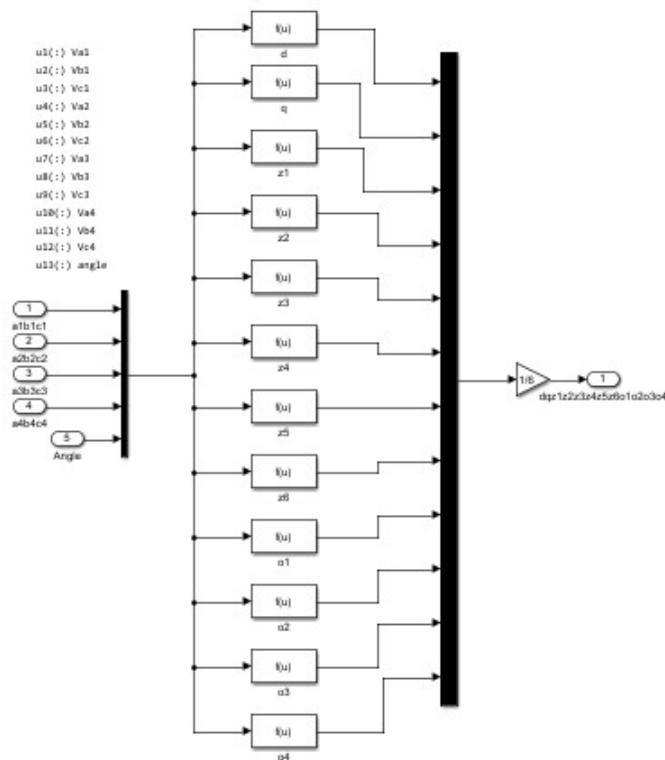


Figura 3.3: Trasformata generalizzata di Park

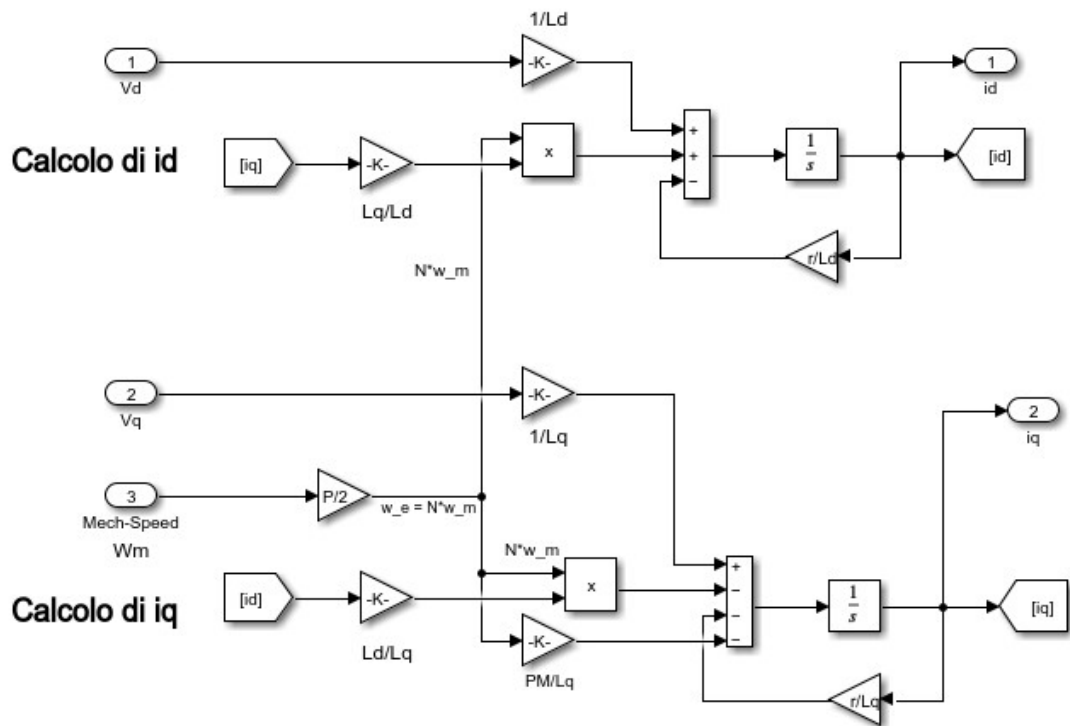


Figura 3.4: Electrical system

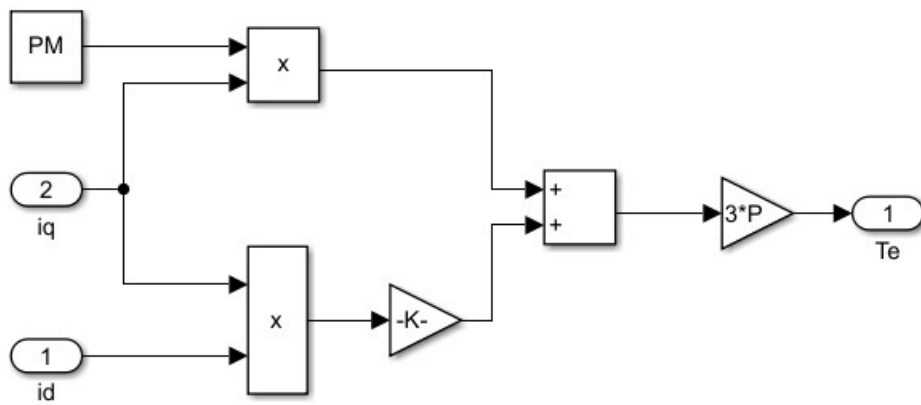


Figura 3.5: Generazione della coppia elettrica  $T_e$

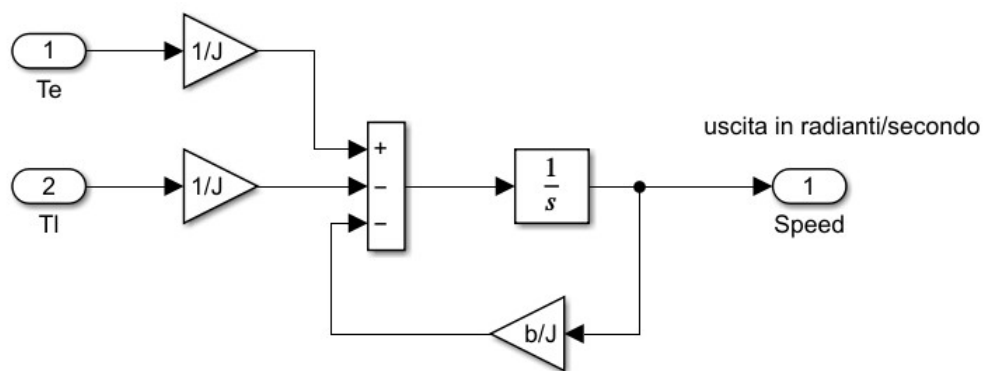


Figura 3.6: Generazione della velocità di rotazione  $\omega_m$

## 3.2 Speed and Current control loops

Lo schema FOC descritto nel capitolo 2.4 è stato implementato come mostrato nella Figura 3.8.

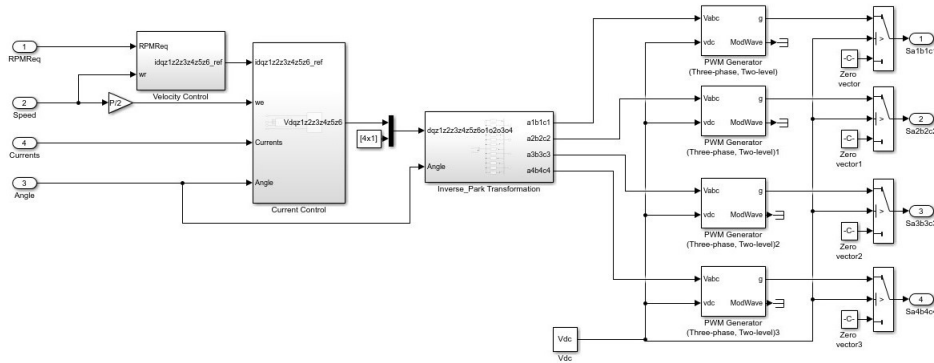


Figura 3.7: Controllo & generazione SPWM

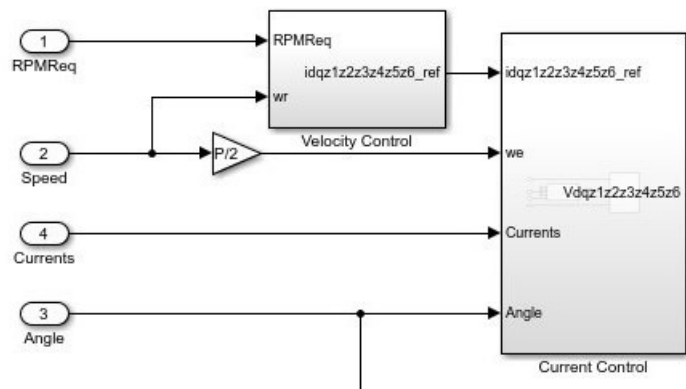


Figura 3.8: Controllo di velocità e di corrente

Per quanto riguarda il loop di velocità (Fig. 3.9) il segnale di riferimento viene dato come velocità in RPM, ma che poi all'interno del controllo di velocità viene portato in rad/s; l'errore tra riferimento e velocità effettiva viene campionato da un blocco controller PID. Dal valore di riferimento di coppia fornito dal PI, usando il metodo ZDAC, otteniamo  $i_q^{ref}$  ed impostiamo tutti gli altri valori di riferimento a zero.

Il controllo di corrente (Fig. 3.10) è suddiviso in due sottosistemi:

- il primo è la trasformata di Park (Fig. 3.3), la quale ci fornisce le correnti nel dominio  $dq0$ , dove la posizione angolare elettrica  $\theta$  è ottenuta attraverso l'uso di un integratore discreto all'interno del sottosistema PMSM.

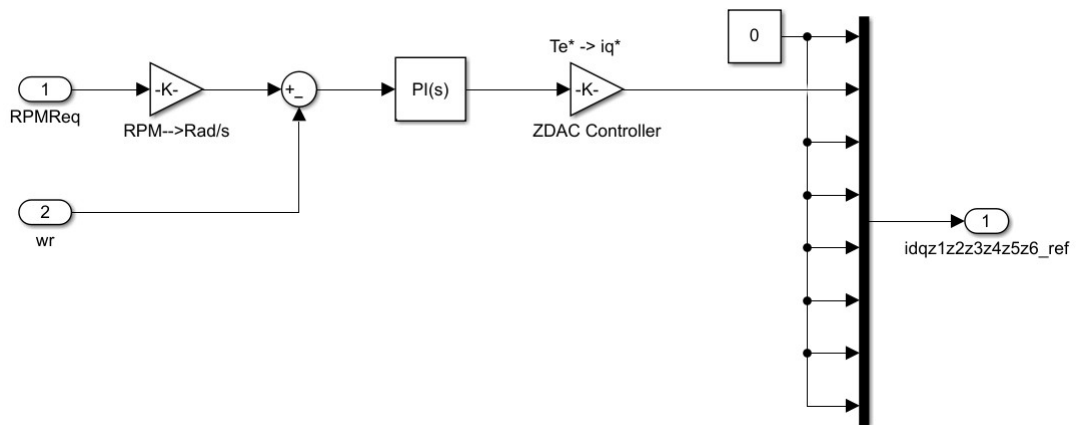


Figura 3.9: Controllo della velocità

- il secondo è il controllo delle correnti vero e proprio, mostrato in Figura 3.11

Nel controllo di corrente, al fine di tracciare le correnti di riferimento ( $i_d^{ref}$ ,  $i_q^{ref}$ ,  $i_{z1}^{ref}$ ,  $i_{z2}^{ref}$ ,  $i_{z3}^{ref}$ ,  $i_{z4}^{ref}$ ,  $i_{z5}^{ref}$ ,  $i_{z6}^{ref}$ ) vengono implementati 8 controllori Proporzionali Integrativi (PI) all'interno del loop interno, il cui scopo è quello di generare le tensioni  $v_d$ ,  $v_q$ ,  $v_{z1}$ ,  $v_{z2}$ ,  $v_{z3}$ ,  $v_{z4}$ ,  $v_{z5}$ ,  $v_{z6}$ . Notiamo che nel caso delle tensioni  $v_d$  e  $v_q$ , si applica il "Feedforward control", spiegato nel capitolo 2.4.3.

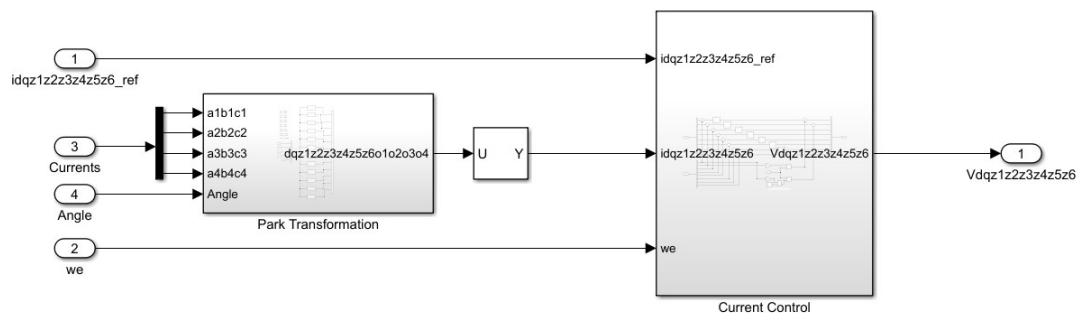


Figura 3.10: Controllo di corrente



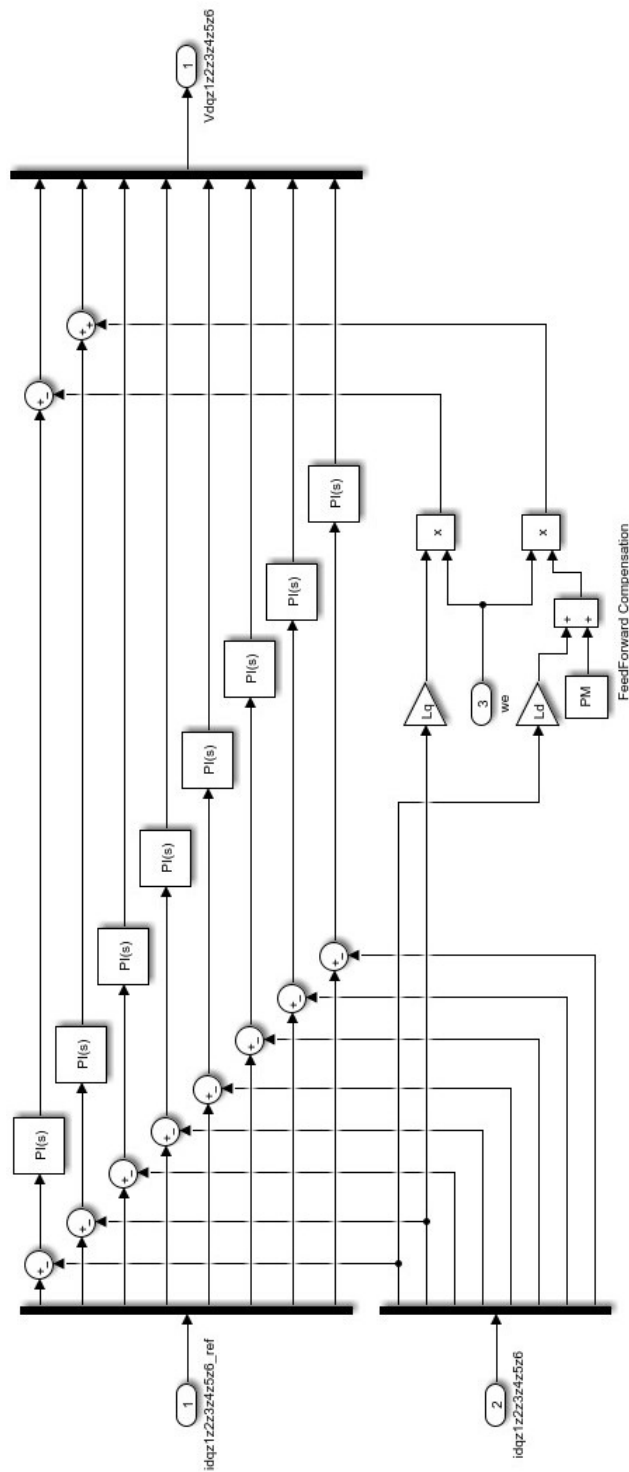


Figura 3.11: Current control & Feedforward control

### 3.3 SPWM Design

Dalla teoria esposta nel Cap 2.4.4, in questo capitolo viene esposto il modello simulink che permette la generazione del segnale SPWM. Nella prima parte si ha il sottosistema "Park inversa" (Fig. 3.12), che ci permette il passaggio dal dominio di Park a quello stazionario delle tensioni in uscita dal controllo precedente.

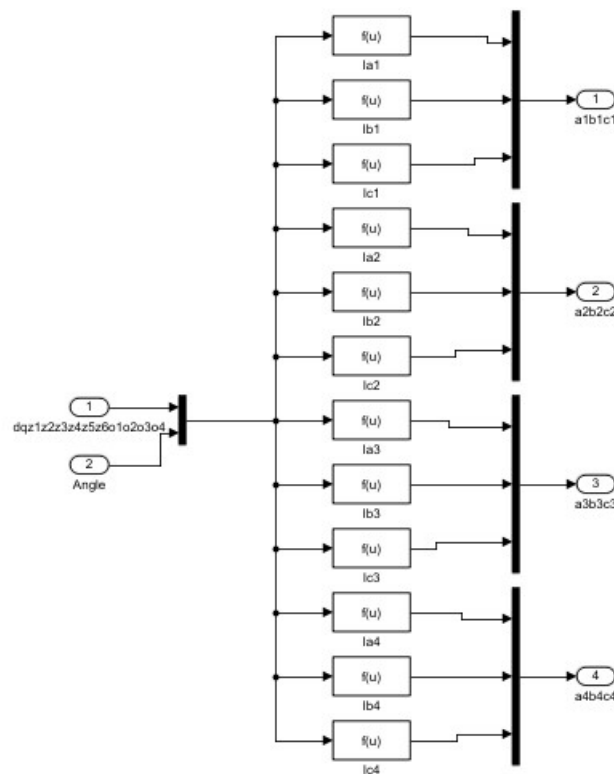


Figura 3.12: Park inversa

Nella seconda parte abbiamo il blocchetto Simulink che effettua la generazione del segnale SPWM, come mostrato in Fig. 3.13.

Il blocco "PWM Generator (Three-phase, Two-level)" controlla il comportamento di commutazione di un inverter di potenza trifase a due livelli.

Più precisamente:

- Calcola i tempi di attivazione e disattivazione in base al segnale d'ingresso, cioè tre tensioni sinusoidali, una per fase.
- Utilizza i tempi di gating per generare sei impulsi di controllo per comandare gli switch presenti all'interno dell'inverter.
- Utilizza i tempi di gating per generare forme d'onda di modulazione.

Il blocco fornisce modalità per la modulazione di larghezza di impulso sia continua che discontinua (PWM). La Figura 3.14 mostra la differenza generale tra le forme d'onda sinusoidali continue PWM (SPWM) e la modulazione vettoriale continua nello spazio (SVM).

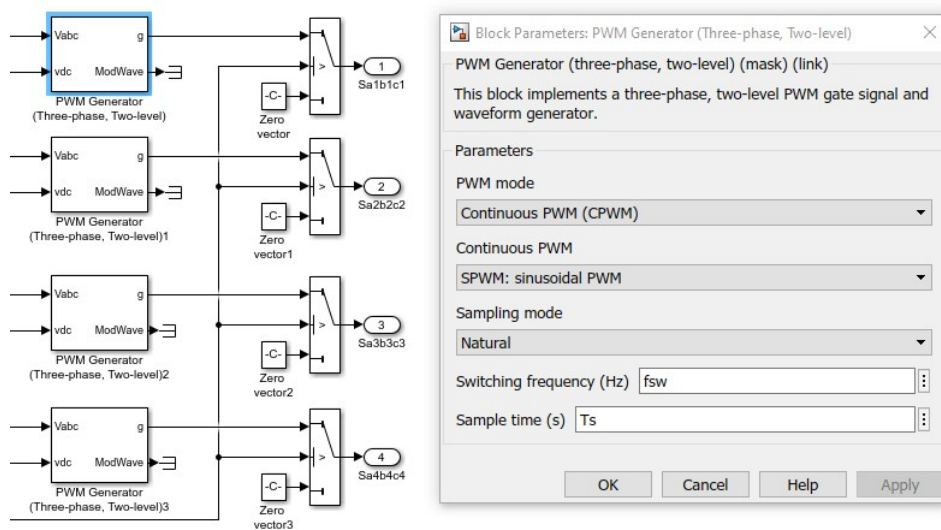


Figura 3.13: Generazione SPWM

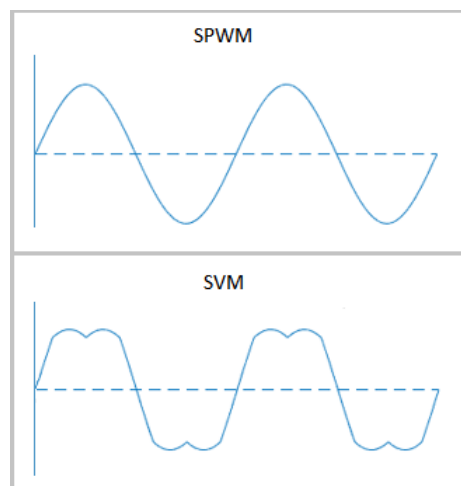


Figura 3.14: SPWM &amp; SVM

Il blocco "PWM Generator (Three-phase, Two-level)", mostrato in Fig. 3.13, consente di scegliere il campionamento naturale, simmetrico o asimmetrico dell'onda di modulazione. Un generatore che utilizza un metodo PWM a due livelli basato su un segnale di portante:

- Campiona un'onda di riferimento.
- Confronta il campione con un'onda portante triangolare.
- Genera un impulso di accensione se un campione è superiore al segnale portante o un impulso di spegnimento se un campione è inferiore all'onda portante.

Per determinare il comportamento dell'impulso di accensione e spegnimento, un generatore PWM carrier-based a due livelli utilizza questi metodi per campionare l'onda triangolare:

- Naturale - Il campionamento e il confronto si verificano nei punti di intersezione dell'onda di modulazione e l'onda portante (Fig. 3.15).
- Asimmetrico - Il campionamento avviene ai confini superiore e inferiore dell'onda portante. Il confronto avviene all'intersezione che segue il campionamento (Fig. 3.16).
- Simmetrico - Il campionamento avviene solo al limite superiore dell'onda portante. Il confronto avviene all'intersezione che segue il campionamento (Fig. 3.17).

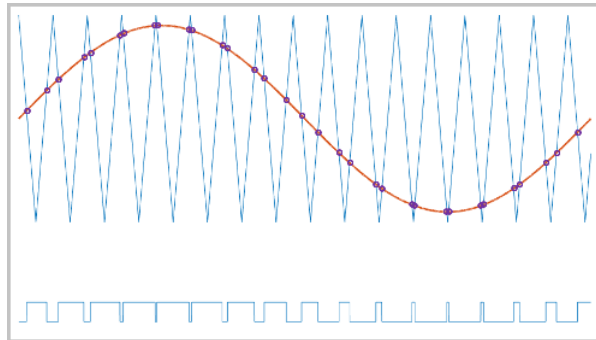


Figura 3.15: SPWM Naturale

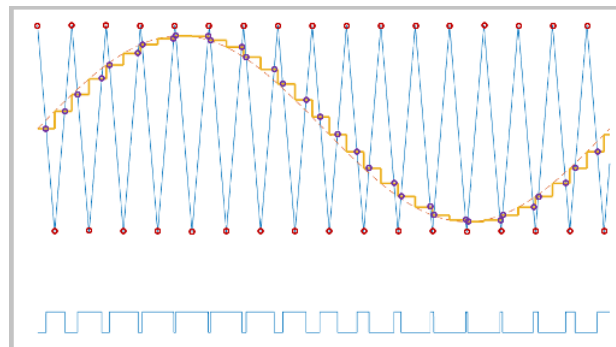


Figura 3.16: SPWM Asimmetrica

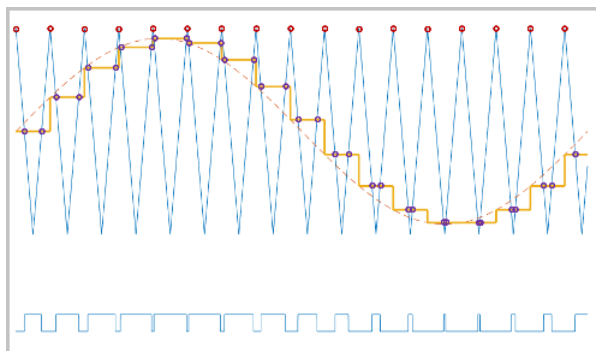
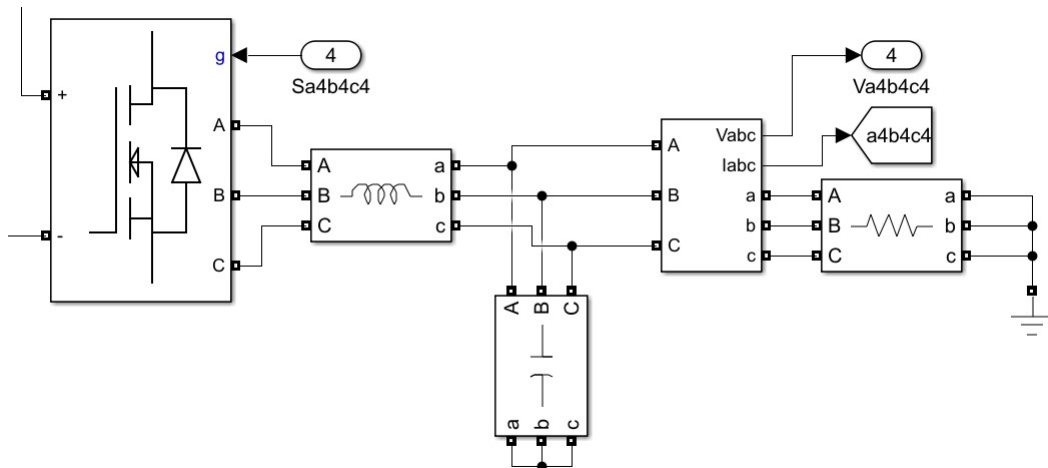


Figura 3.17: SPWM Simmetrica

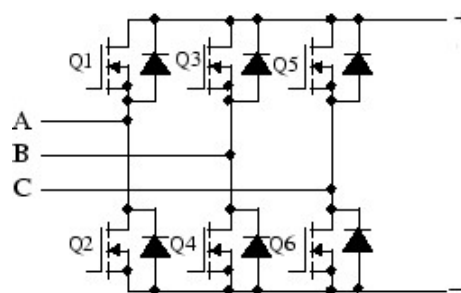
### 3.4 Inverter 12 fasi Design

Dalla teoria esposta nel Cap 2.4.5, in questo capitolo si illustra il modello Simulink dell'inverter trifase (Fig. 3.18) e 12 fasi (Fig. 3.20), entrambi con i filtri LC posti in uscita. Il blocco Universal Bridge implementa un converti-



**Figura 3.18:** Inverter trifase & Filtro LC

tore di potenza trifase universale che è composto da massimo sei interruttori di alimentazione collegati in una configurazione a ponte, come mostrato in Figura 3.19. Il tipo di interruttore di alimentazione e la configurazione del convertitore sono selezionabili dalla finestra di dialogo del blocco Simulink.



**Figura 3.19:** Universal Bridge

Il blocco Universal Bridge è il blocco base per la costruzione di convertitori di tensione a due livelli (VSC) e consente la simulazione di convertitori utilizzando sia dispositivi elettronici di potenza (diodi o tiristori) naturalmente commutati (o commutati in linea) che dispositivi forzati (GTO, IGBT, MOSFET).

L'ingresso gate dei dispositivi di commutazione controllati riceve come ingresso gli impulsi SPWM i quali vengono inviati agli interruttori superiori e inferiori delle fasi A, B e C. L'ordine degli impulsi nel vettore dei segnali di gate corrisponde al numero di commutazione indicato nei sei circuiti mostrati nella Figura 3.19; nel progetto si è utilizzato il caso a tre braccia e gli impulsi G sono del tipo: [Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6].

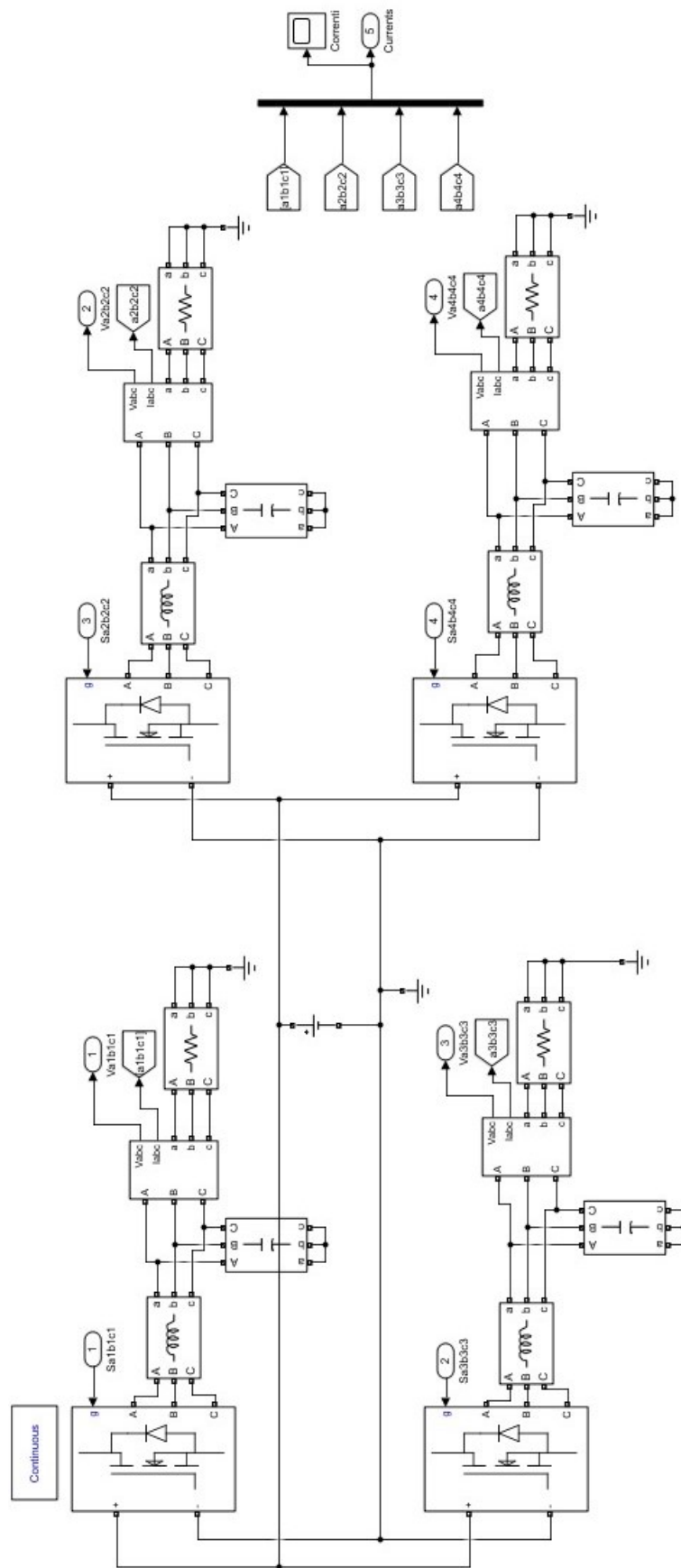


Figura 3.20: Inverter 12 fasi & Filtro LC

## 3.5 Grafici

I parametri utilizzati per effettuare le simulazioni sono i seguenti:

Parametri PMSM 12 fasi	
Numero di poli $P$	6
Flusso magnetico dei magneti permanenti $\psi_m$ [Wb]	0.68
Induttanza statorica nell'asse $d$ $L_d$ [mH]	1.8
Induttanza statorica nell'asse $q$ $L_q$ [mH]	1.8
Induttanza statorica nell'asse $0$ $L_0$ [mH]	0.12184
Resistenza degli avvolgimenti statorici $R_s$ [ $\Omega$ ]	1.4
Inerzia del motore $J$ [ $\mu K g * m^2$ ]	31.69
Attrito viscoso del motore $B$ [ $\mu PI$ ]	52.79

Parametri inverter 12 fasi	
Tensione di alimentazione continua $V_{dc}$ [V]	350
Induttanza $L$ filtro LC [mH]	1
Condensatore $C$ filtro LC [nF]	1
Tempo di campionamento $T_s$ [ $\mu s$ ]	5
Frequenza di switching $f_{sw}$ [kHz]	10

Parametri controlli PI	
Guadagno proporzionale del controllo di velocità $Kp_{\omega}$	0
Guadagno integrativo del controllo di velocità $Ki_{\omega}$	400
Guadagno proporzionale del controllo di corrente asse $d$ $Kp_{id}$	10
Guadagno integrativo del controllo di corrente asse $d$ $Ki_{id}$	50
Guadagno proporzionale del controllo di corrente asse $q$ $Kp_{iq}$	10
Guadagno integrativo del controllo di corrente asse $q$ $Ki_{iq}$	50
Guadagno proporzionale del controllo di corrente asse $z_i$ $Kpz_i$	0
Guadagno integrativo del controllo di corrente asse $z_i$ $Kiz_i$	1

La velocità di riferimento  $n_r$  è impostata a 1000 RPM ed il carico meccanico  $T_{load}$  a 4 Nm. Le Figure 3.21 e 3.22 mostrano il sistema in simulazione durante il processo di avviamento ed a regime.

Nella Figura 3.23, possiamo notare l'effetto che il filtro LC ha sull'uscita dell'inverter trifase; da una sequenza di impulsi rettangolari otteniamo un andamento sinusoidale, il quale comanderà il PMSM a 12 fasi. Nella Figura 3.24, notiamo in maggior dettaglio l'effetto del filtro su una singola fase.

Nella Figura 3.25 possiamo notare le 12 fasi di alimentazioni del PMSM. Notiamo che in fase di avvio non sono puramente sinusoidali, ma lo diventano a regime. Nella Figura 3.26, notiamo in maggior dettaglio le 12 fasi.

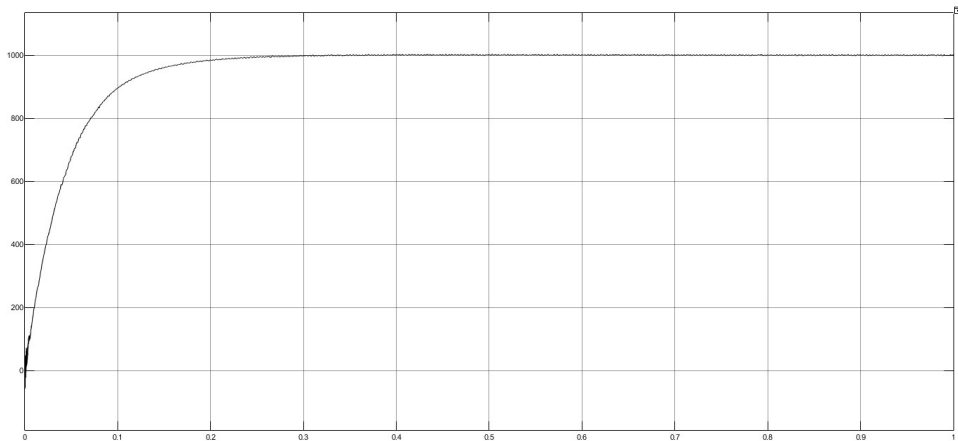


Figura 3.21: Grafico velocità con carico stabile

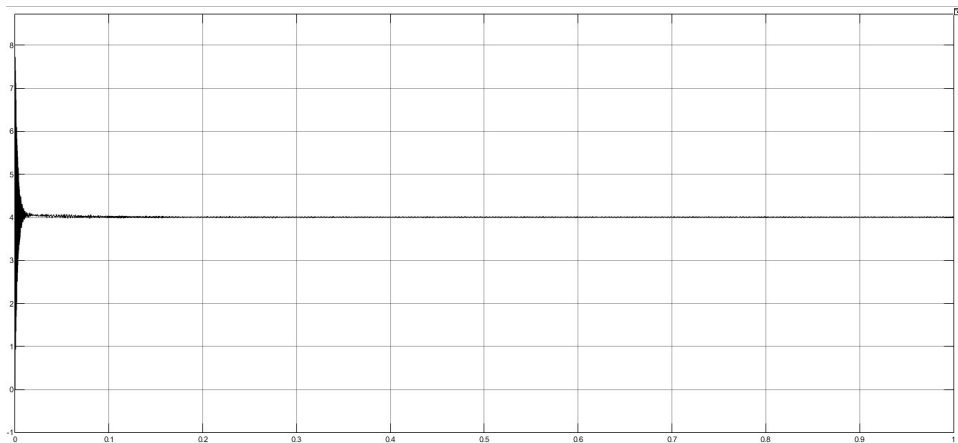


Figura 3.22: Grafico della coppia con carico stabile

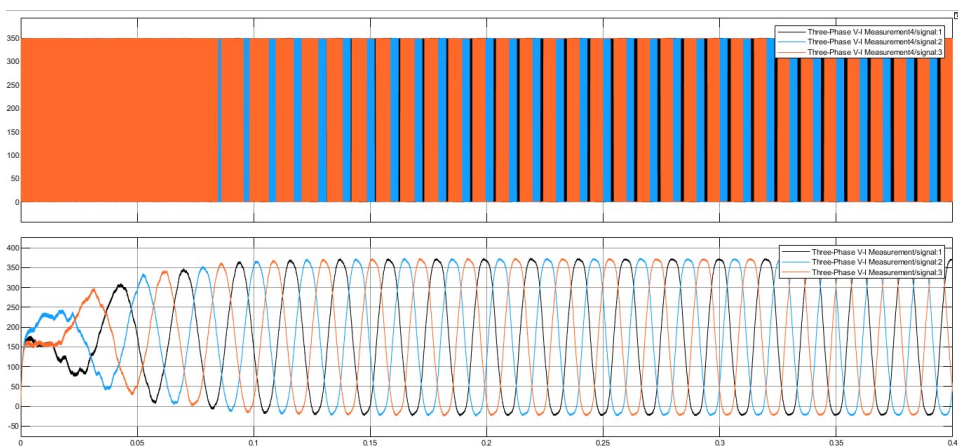


Figura 3.23: Effetto filtro LC



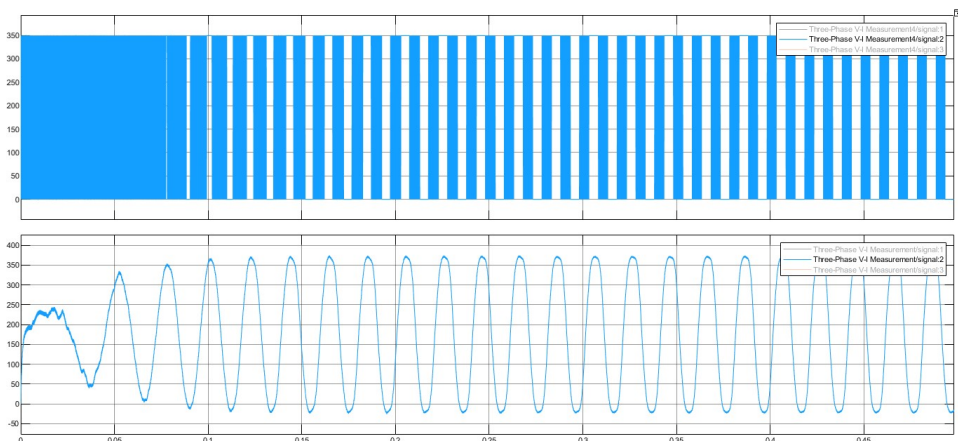


Figura 3.24: Effetto del filtro LC ad una singola fase

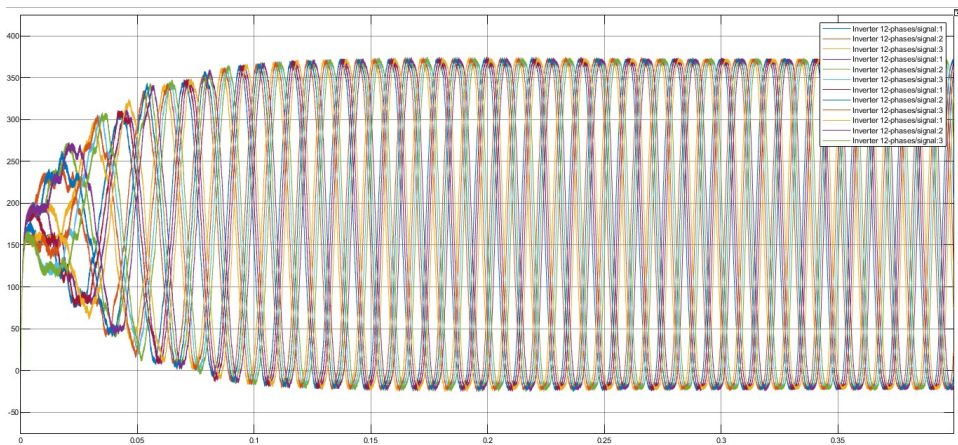


Figura 3.25: Tensioni di alimentazione PMSM 12 fasi

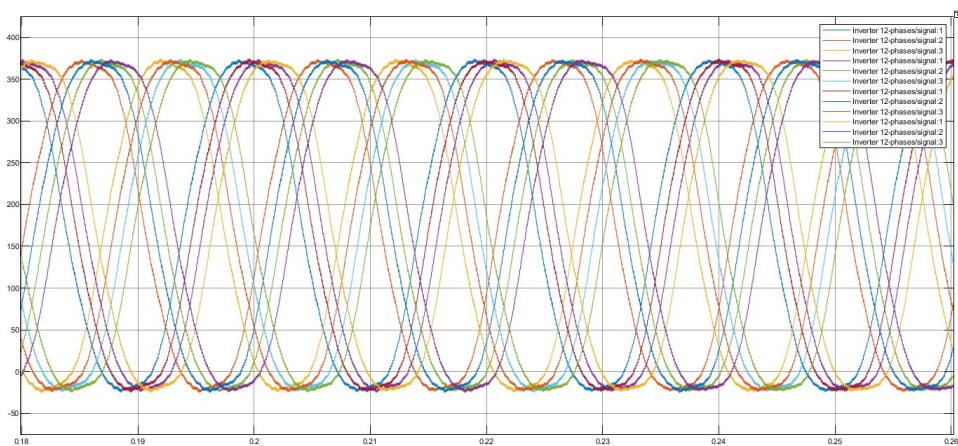


Figura 3.26: Zoom tensioni 12 fasi

Ora analizziamo il caso in cui il carico  $T_{load}$  è variabile: la velocità di riferimento  $n_r$  è impostata a 1000 RPM ed il carico meccanico  $T_{load}$  inizialmente è posto a zero fino a 0.4 secondi, dopo di che aumenta in modo repentino fino a 4 Nm. Possiamo notare che in concomitanza del cambiamento del carico meccanico  $T_{load}$ , si ha una perturbazione delle curve di velocità e di coppia. Tuttavia il controllo "Field Oriented Control", con i parametri PI scelti, riesce a reagire in modo rapido ed il sistema ritorna alla condizione di stabilità.

Le Figure 3.27 e 3.28 mostrano il sistema in simulazione durante il processo di avviamento ed a regime con il carico  $T_{load}$  variabile.

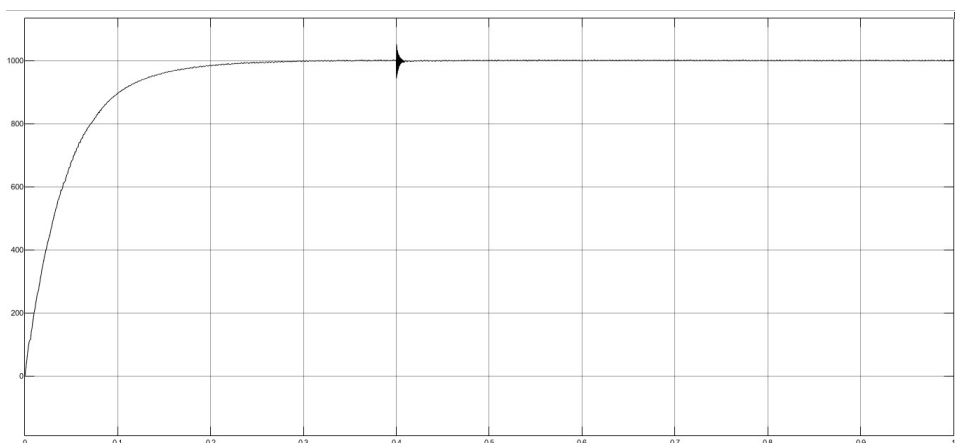


Figura 3.27: Grafico velocità con carico variabile

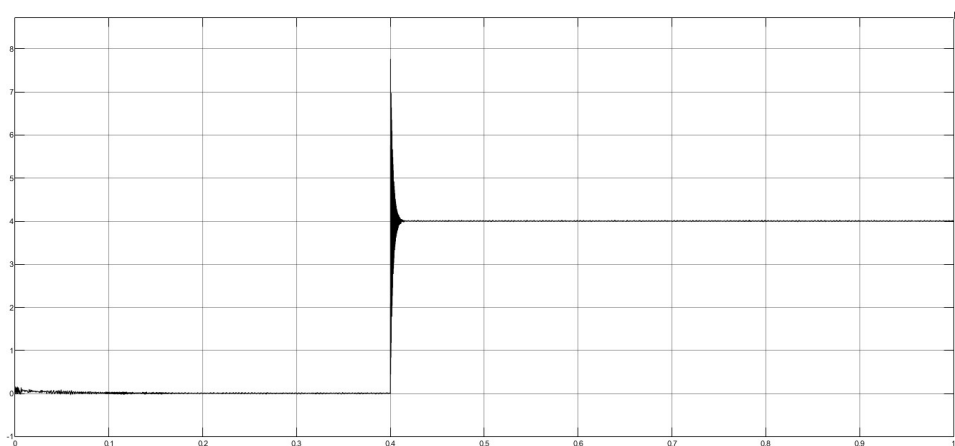


Figura 3.28: Grafico della coppia con carico variabile

# Capitolo 4

## Conclusioni

Durante lo sviluppo di questa tesi si è deciso di focalizzare l'attenzione sul modellamento matematico, studio teorico e studio in simulazione di motori elettrici polifase, in particolare si è scelto un motore sincrono a magneti permanenti avente 12 fasi (PMSM 12 phase). Inoltre ci si è concentrati sulla tecnica di controllo da utilizzare per comandare questa tipologia di motore. Nel capitolo 2, viene dato lo sfondo teorico necessario per sviluppare la tecnica di controllo "Field Oriented Control" ed un modello accurato del motore, andano ad utilizzare la tecnica VSD e le trasformate generalizzate di Clarke e Park. Nel terzo capitolo si è mostrato il lavoro di progettazione sviluppato in MATLAB e Simulink, passo dopo passo. Dai grafici in questo capitolo osserviamo che il controllo utilizzato è incredibilmente reattivo a cambi di carico e ciò è ottenuto, oltre ai due controlli (velocità e corrente), anche grazie ai componenti necessari alla generazione delle tensioni di alimentazione del PMSM, cioè al generatore di impulsi SPWM e all'inverter con filtri LC. Come possiamo notare dalla struttura del sistema, i diversi domini (continuo per il modello PMSM e l'inverter e digitale per quanto riguarda l'algoritmo di controllo) sono stati separati, lasciando all'utente la possibilità di decidere tempi di campionamento diversi per la velocità e gli anelli di corrente sulla base della potenza di calcolo hardware disponibile. Questa tipologia di applicazione è molto usata negli ambiti di trazione, ad esempio nelle auto elettriche, in cui la tensione DC necessaria all'inverter è data dal pacco batterie ed il PMSM fornisce una grande coppia e robustezza; il controllo di questa applicazione è la moltitudine di componenti necessari per farla funzionare ed il loro controllo in tempo reale.

# Bibliografia

- [1] Rafael Bausone and David Ahlbäck. Modelling and control of a dual three-phase pmsm. 2021.
- [2] Vladislav M Bida, Dmitry V Samokhvalov, and Fuad Sh Al-Mahturi. Pmsm vector control techniques—a survey. pages 577–581, 2018.
- [3] Feifei Bu, Zhida Yang, Yu Gao, Zihao Pan, Tianyu Pu, Michele Degano, and Chris Gerada. Speed ripple reduction of direct-drive pmsm servo system at low-speed operation using virtual cogging torque control method. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 68(1):160–174, 2020.
- [4] Biyang Chen, Xinjian Jiang, Jingliang Lv, Jianyun Chai, Xinzhen Zhang, and Shuang Sheng. A decoupled model predictive control method for twelve-phase permanent magnet synchronous motors. pages 231–236, 2020.
- [5] Biyang Chen, Jingliang Lv, and Xinjian Jiang. A sensorless control method based on mras for 12-phase pmsm in fess. pages 1055–1059, 2019.
- [6] Biyang Chen, Jingliang Lv, and Xinjian Jiang. Simplified model predictive control of a twelve-phase permanent magnet synchronous motor. 1:1345–1350, 2019.
- [7] Qiang Fei, Yongting Deng, Hongwen Li, Jing Liu, and Meng Shao. Speed ripple minimization of permanent magnet synchronous motor based on model predictive and iterative learning controls. *IEEE Access*, 7:31791–31800, 2019.
- [8] Charles L Fortescue. Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 37(2):1027–1140, 1918.
- [9] Hanying Gao, Wen Zhang, Yu Wang, and Zhuo Chen. Fault-tolerant control strategy for 12-phase permanent magnet synchronous motor. *Energies*, 12(18):3462, 2019.
- [10] Ram N Hajare and Archana G Thosar. Modeling and simulation of permanent magnet synchronous motor using matlab. *International Journal of Electrical Engineering*, 7(3):413–423, 2014.

- 
- [11] Sukanta Halder, Pramod Agarwal, and SP Srivastava. Comparative analysis of mtpa and zdac control in pmsm drive. pages 1–5, 2015.
- [12] Sukanta Halder, Anubhav Agrawal, Pramod Agarwal, and SP Srivastava. Resolver based position estimation of vector controlled pmsm drive fed by matrix converter. pages 68–72, 2016.
- [13] Zhang Haoyu, Yao Gang, Zhou Lidan, Mei Boshan, and Li Dongdong. Sliding mode control based on six-phase pmsm speed control system. pages 8819–8824, 2017.
- [14] Emil Levi. Multiphase electric machines for variable-speed applications. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 55(5):1893–1909, 2008.
- [15] Emil Levi, R Bojoi, Francesco Profumo, HA Toliyat, and S Williamson. Multiphase induction motor drives-a technology status review. *IET Electric Power Applications*, 1(4):489–516, 2007.
- [16] Wencan Li, Jingliang Lv, Xinjian Jiang, Xinzhen Zhang, and Shuang Sheng. A fault-tolerant control method of 12-phase pmsm in fess. pages 269–273, 2019.
- [17] Dongbin Lu, Minggao Ouyang, Jing Gu, and Jianqiu Li. Instantaneous optimal regenerative braking control for a permanent-magnet synchronous motor in a four-wheel-drive electric vehicle. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 228(8):894–908, 2014.
- [18] Giovanni Zanuso Luca Peretti. Technology aspects and analytical modelling of multi-phase synchronous and induction machines. *IET Electric Power Applications*, 2019.
- [19] Yixiao Luo and Chunhua Liu. A simplified model predictive control for a dual three-phase pmsm with reduced harmonic currents. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65(11):9079–9089, 2018.
- [20] Jingliang Lv, Gangling Tian, Xinjian Jiang, Wencan Li, Xinzhen Zhang, Zhehui Niu, and Jianyun Chai. Fault-tolerant control of twelve-phase pmsm based on motor model reconstruction in fess. pages 3703–3708.
- [21] Jano Malvar, Óscar López, Alejandro G Yepes, Ana Vidal, Francisco D Freijedo, Pablo Fernández-Comesaña, and Jesús Doval-Gandoy. Graphical diagram for subspace and sequence identification of time harmonics in symmetrical multiphase machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(1):29–42, 2013.
- [22] Yao Mingqing, Ma Hongwei, and Ren Jingpan. Research on control strategy of diode clamped three-level 12-phase permanent magnet synchronous motor. pages 3351–3357, 2020.

- 
- [23] Mohammad Abdur Razak, Naeemul Islam, Md Anis Uz Zaman, Mohammad Jawed Jaman Fahim, and Rajvi Sutra Dhar. Design and simulation of pv based harmonic compensator for three phase load. pages 1–6, 2019.
- [24] AA Rockhill and TA Lipo. A generalized transformation methodology for polyphase electric machines and networks. pages 27–34, 2015.
- [25] Dariusz L Sobczuk and Michał Rolak. Modeling and control of pwm fed 6-phase permanent magnet synchronous machine.
- [26] Hamid A Toliyat, Thomas A Lipo, and J Coleman White. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications. ii. motor design and performance. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 6(4):684–692, 1991.
- [27] Steve Williamson and Sandy Smith. Pulsating torque and losses in multiphase induction machines. *IEEE transactions on Industry Applications*, 39(4):986–993, 2003.
- [28] Alejandro G Yepes, Jesús Doval-Gandoy, Fernando Baneira, Diego Pérez-Estévez, and Oscar López. Current harmonic compensation for  $n$ -phase machines with asymmetrical winding arrangement and different neutral configurations. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 53(6):5426–5439, 2017.
- [29] Yifan Zhao and Thomas A Lipo. Space vector pwm control of dual three-phase induction machine using vector space decomposition. *IEEE Transactions on industry applications*, 31(5):1100–1109, 1995.
- [30] Ivan Zoric, Martin Jones, and Emil Levi. Vector space decomposition algorithm for asymmetrical multiphase machines. pages 1–6, 2017.

# Elenco delle figure

1.1	Campo magnetico statico generato dai magneti permanenti presenti nel rotore . . . . .	10
1.2	Motore sincrono a magneti permanenti (PMSM) . . . . .	10
1.3	Grafico della coppia di un PMSM . . . . .	11
1.4	Disposizione magneti in configurazione a flusso radiale . . . . .	12
1.5	Rotore di un PMSM a sinistra, rotore di un motore asincrono a destra . . . . .	14
2.1	Esempi di MPM simmetriche . . . . .	15
2.2	MPM simmetrico a sei fasi . . . . .	16
2.3	MPM asimmetrico a sei fasi o split-phase ( $N = 2, m = 3$ ) . . . . .	17
2.4	Sequenza di trasformazioni della VSD . . . . .	18
2.5	Frame di riferimento di una macchina simmetrica a cinque fasi . . . . .	19
2.6	Frame di riferimento di una macchina asimmetrica a sei fasi . . . . .	19
2.7	Sistema di riferimento $\alpha\beta 0$ . . . . .	21
2.8	L'asse $a$ e l'asse $d$ sono inizialmente allineati . . . . .	23
2.9	Allineamento della fase $a$ all'asse $d$ . . . . .	23
2.10	Distribuzione degli avvolgimenti statorici di un PMSM 12 fasi . . . . .	26
2.11	Rappresentazione vettoriale di una terna trifase . . . . .	26
2.12	Practical Reference Frame . . . . .	29
2.13	Fundamental Reference Frame . . . . .	29
2.14	Circuito equivalente del PMSM nel dominio $dq0$ . (a) circuito equivalente asse $d$ ; (b) circuito equivalente asse $q$ . . . . .	34
2.15	Field Oriented Control . . . . .	37
2.16	Fase di controllo dell'angolo di coppia costante o dell'asse $d$ -zero . . . . .	38
2.17	Controllo di velocità ed uso della tecnica ZDAC . . . . .	38
2.18	FeedForward Compensation . . . . .	39
2.19	Tecnica Sinusoidal PWM . . . . .	40
2.20	Voltage modulation range for SPWM . . . . .	41
2.21	Tecnica SPWM per un inverter trifase . . . . .	42
2.22	Spettro di frequenze della tensione di polo per il SPWM . . . . .	43
2.23	Tecnica SPWM campionata regolarmente (A) Campionamento simmetrico e (B) campionamento asimmetrico. . . . .	43
2.24	Inverter . . . . .	44
2.25	Inverter trifase . . . . .	45
2.26	Sistemi di sintesi della sinusoide . . . . .	45
2.27	Inverter trifase con filtro LC . . . . .	46

---

2.28	Filtro LC . . . . .	46
2.29	Grafico Filtro LC . . . . .	46
2.30	Inverter 12 fasi . . . . .	47
2.31	Inverter 12 fasi con filtri LC . . . . .	47
3.1	Modello completo Simulink . . . . .	48
3.2	Sottosistema PMSM . . . . .	49
3.3	Trasformata generalizzata di Park . . . . .	50
3.4	Electrical system . . . . .	50
3.5	Generazione della coppia elettrica $T_e$ . . . . .	51
3.6	Generazione della velocità di rotazione $\omega_m$ . . . . .	51
3.7	Controllo & generazione SPWM . . . . .	52
3.8	Controllo di velocità e di corrente . . . . .	52
3.9	Controllo della velocità . . . . .	53
3.10	Controllo di corrente . . . . .	53
3.11	Current control & Feedforward control . . . . .	54
3.12	Park inversa . . . . .	55
3.13	Generazione SPWM . . . . .	56
3.14	SPWM & SVM . . . . .	56
3.15	SPWM Naturale . . . . .	57
3.16	SPWM Asimmetrica . . . . .	57
3.17	SPWM Simmetrica . . . . .	57
3.18	Inverter trifase & Filtro LC . . . . .	58
3.19	Universal Bridge . . . . .	58
3.20	Inverter 12 fasi & Filtro LC . . . . .	59
3.21	Grafico velocità con carico stabile . . . . .	61
3.22	Grafico della coppia con carico stabile . . . . .	61
3.23	Effetto filtro LC . . . . .	61
3.24	Effetto del filtro LC ad una singola fase . . . . .	62
3.25	Tensioni di alimentazione PMSM 12 fasi . . . . .	62
3.26	Zoom tensioni 12 fasi . . . . .	62
3.27	Grafico velocità con carico variabile . . . . .	63
3.28	Grafico della coppia con carico variabile . . . . .	63