



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di laurea triennale in Ingegneria Meccanica

**Ottimizzazione delle caratteristiche
strutturali e dinamiche di un metamateriale
vibrazionale**

Optimization of the structural and dynamic
characteristics of a vibrational metamaterial

Relatore:

Prof. Paolo Castellini

Candidato:

Francesco Falcinelli

Correlatore:

Ing. Alessandro Annessi

Indice

Indice delle figure.....	iii
1 Introduzione	1
2 Modelli e materiali.....	3
2.1 Metamateriali.....	3
2.1.1 Classificazione.....	3
2.1.2 Proprietà.....	4
2.1.3 Studio dei metamateriali periodici.....	5
2.1.3.1 Reticoli di Bravais.....	5
2.1.3.2 Reticolo reciproco	7
2.1.3.3 Prima zona di Brillouin	7
2.1.3.4 Periodicità di Floquet	8
2.1.3.5 Propagazione delle onde	10
2.1.3.6 Curve di dispersione.....	10
2.1.4 Metamateriali risonanti.....	12
2.1.4.1 Mode separation.....	13
2.2 Metodo degli elementi finiti FEM.....	14
2.3 Manifattura additiva	16
3 Metamateriale omogeneo.....	19
3.1 Geometria	19
3.1.1 Raccordi.....	20
3.1.1.1 Analisi statica.....	21
3.1.1.2 Diagrammi di dispersione	23
3.1.1.3 Conclusioni	27
3.1.2 Analisi di sensibilità delle dimensioni principali della cella	28
3.1.3 Geometria modulare	30
3.2 Scelta del materiale.....	33
3.2.1 Simulazioni.....	33
3.2.2 Risultati e conclusioni	34

3.3	Prove sperimentali	35
3.3.1	Setup sperimentale.....	35
3.3.2	Esecuzione della prova	37
3.3.3	Analisi dei risultati.....	39
3.3.4	Confronto tra risultati sperimentali e simulativi.....	42
4	Metamateriale multimateriale.....	44
4.1	Geometria	45
4.1.1	Raccordi.....	45
4.1.2	Analisi di sensibilità delle dimensioni principali della cella	47
4.1.3	Geometria modulare	48
4.2	Scelta del materiale.....	49
5	Conclusioni e sviluppi futuri.....	51
	Bibliografia	53

Indice delle figure

Figura 2.1: Schematizzazione della classificazione dei materiali	4
Figura 2.2: Reticoli di Bravais tridimensionali [3].....	6
Figura 2.3: Prima zona di Brillouin (quadrato tratteggiato) e zona irriducibile di Brillouin (triangolo verde) [4].....	8
Figura 2.4: Rappresentazione schematica del processo di realizzazione di un metamateriale periodico infinito [5].....	9
Figura 2.5: Schematizzazione cella elementare.....	10
Figura 2.6: Esempio di un diagramma di dispersione, le zone verdi rappresentano il bandgap [6].....	11
Figura 2.7: A sinistra prototipo della struttura periodica, a destra sezione trasversale della cella elementare in cui vengono riportate le dimensioni principali.....	13
Figura 2.8: La linea rossa tratteggiata rappresenta la funzione uh , quella blu la u , la ψ è rappresentata dalle linee nere, mentre i coefficienti ui sono rappresentati dalle linee tratteggiate verdi.....	15
Figura 2.9: Esempio di simulazione FEM del comportamento statico di una trave a flessione [13].....	16
Figura 2.10: Schematizzazione di un processo di stampa SLA [14].....	17
Figura 3.1: Super cella elementare metamateriale omogeneo.....	19
Figura 3.2: Super cella elementare raccordata.....	20
Figura 3.3: Array 1x1x2.....	21
Figura 3.4: Incastro imposto ad una estremità (trave incastrata).....	22
Figura 3.5: Mesh.....	22
Figura 3.6: Deformata del metamateriale.....	23
Figura 3.7: Condizioni di Floquet applicate alla super cella elementare lungo la direzione Z.....	23
Figura 3.8: IBZ del reticolo ORC [19].....	24
Figura 3.9: Percorso che segue il reticolo ORC.....	24

Figura 3.10: Grafico di dispersione per $k=5.5$ per il modello omogeneo con raccordo di 3mm, la parte celeste rappresenta il bandgap.	25
Figura 3.11: Grafico di dispersione per $k=5.5$ per il modello omogeneo con raccordo di 3mm, la parte gialla rappresenta il bandgap.	25
Figura 3.12: Grafico di dispersione completo, k varia da 0 a 12 per step di 0,5.	26
Figura 3.13: Modi di vibrare del modello con raccordo a 3 mm: a è il modo di apertura del bandgap a 1371 Hz, b un modo “sordo” delle sole molle di collegamento a 5108 Hz e c il modo di chiusura a 15733 Hz del gap.	27
Figura 3.14: Grafico del bandgap per il modello omogeneo al variare di R	29
Figura 3.15: Grafico del bandgap per il modello omogeneo al variare di α_1	29
Figura 3.16: Diversi tipi di configurazioni, a $1 \times 1 \times 2$, b $1 \times 1 \times 3$ e c $2 \times 2 \times 2$	30
Figura 3.17: Geometria con incastrati.	31
Figura 3.18: Geometria con incastrati e numerazione delle facce.	31
Figura 3.19: Primo step, in questo caso la faccia da accoppiare è la 4 con la 2.	32
Figura 3.20: Secondo step, assemblaggio dei sottoassiemi.	32
Figura 3.21: Ultimo step, assemblaggio dell’assieme.	32
Figura 3.22: Grafico del bandgap per il modello omogeneo al variare dei materiali.	35
Figura 3.23: Setup sperimentale: in alto a sinistra l’accelerometro, in alto a destra l’amplificatore, in basso a sinistra lo shaker con fissato sopra il metamateriale e i due accelerometri, in basso a destra lo SCADAS.	36
Figura 3.24: Schema di collegamento.	36
Figura 3.25: Setup dei canali in Testlab.	37
Figura 3.26: Posizionamento accelerometri.	38
Figura 3.27: Punti di misurazione.	38
Figura 3.28: In alto trasmissibilità $1 \times 1 \times 3$ lungo Z per i punti da 1 a 4, in basso lungo X Y e Z per i punti 1 5 e 6.	40
Figura 3.29: In alto trasmissibilità $1 \times 1 \times 2$ lungo Z per i punti da 1 a 4, in basso lungo X Y e Z per i punti 1 5 e 6.	41
Figura 3.30: Confronto tra trasmissibilità lungo Z della configurazione $1 \times 1 \times 2$ e $1 \times 1 \times 3$	42
Figura 3.31: Confronto tra le trasmissibilità ottenute sperimentalmente e quelle ottenute tramite simulazione con diversi modelli.	43
Figura 4.1: Componenti del multimateriale: a sono le masse metalliche, b è lo scheletro polimerico e c l’assieme.	44

Figura 4.2: Geometria metamateriale multimateriale raccordato.....	45
Figura 4.3: A sinistra i domini corrispondenti al polimero, a destra quelli corrispondenti al metallo.	46
Figura 4.4: Grafico di dispersione per $k=5.5$ per il multimateriale con raccordo di 4mm, la parte celeste rappresenta il bandgap.	46
Figura 4.5: Grafico del bandgap per modello multimateriale al variare di a_1	47
Figura 4.6: Geometria super cella elementare multimateriale con incastri.	48
Figura 4.7: Geometria con entrambi gli incastri, quelli delle masse metalliche e quelli nei punti di raccordo.....	48
Figura 4.8: Geometria finale super cella unitaria multimateriale.....	49
Figura 4.9: Grafico del bandgap al variare dei materiali.	50

1 Introduzione

Questo lavoro di tesi ha come obiettivo la definizione della geometria di un metamateriale vibrazionale, avendo come requisiti una buona resistenza meccanica, buone prestazioni di riduzione delle vibrazioni e infine una geometria modulare.

Il metamateriale in questione è un supporto meccanico per misure di vibrazioni a contatto di tipo accelerometrico; è un dispositivo di piccole dimensioni e funziona da collegamento tra lo strumento di misura, un accelerometro per l'appunto, e un robot meccanico, riuscendo a disaccoppiare la misura tra i due per un ampio campo di frequenze. Così facendo si evita l'utilizzo di collanti che influenzano sempre in qualche modo la misura, inoltre diminuiscono i tempi di misurazione e il montaggio diviene più semplice.

Il corpo in esame è stato progettato in due modelli, uno presenta un solo materiale per tutto il metamateriale, pertanto detto omogeneo, l'altro presenta due materiali, un polimero e dell'acciaio, pertanto viene detto multimateriale. Il secondo modello è stato creato con l'intenzione di ottenere proprietà simili ma con una maggior compattezza.

In questo elaborato, nel primo capitolo "Modelli e materiali" viene proposta un'introduzione alla tematica dei metamateriali, si pone poi l'attenzione sullo studio dei metamateriali periodici e infine sui metamateriali risonanti, illustrando brevemente la tecnica della Mode Separation proposta da D'Alessandro. Sempre nello stesso capitolo è presente una breve illustrazione del metodo degli elementi finiti FEM e delle principali tecniche di stampa 3D.

Nel secondo capitolo "Metamateriale omogeneo" si passa alla realizzazione vera e propria della geometria per il metamateriale omogeneo, con l'ausilio di software di analisi FEM come Comsol e di software CAD 3D come Solid Edge; in particolare si illustrano le analisi e i risultati che ci hanno portato a scegliere una geometria piuttosto che un'altra. Spesso però non vi è un vero vincitore tra le alternative analizzate, come nel caso della scelta del materiale oppure delle dimensioni della cella, ma bensì si deve scegliere un compromesso tra rigidità del metamateriale e prestazioni in termini di riduzione delle vibrazioni. Scelta la geometria della super cella elementare, formata da otto celle elementari disposte ai vertici di un cubo, si è passati a rendere tale geometria modulare;

per fare questo sono stati realizzati opportuni incastri che permettano di mettere in serie più celle elementari. Inoltre, in questo capitolo sono anche riportati i risultati delle prove sperimentali, che è stato possibile fare sul metamateriale omogeneo, poiché si aveva a disposizione un prototipo realizzato tramite stampa 3D. La prova in esame è una prova di trasmissibilità che permette di rilevare l'accelerazione ad entrambe le estremità del metamateriale, per poi farne il rapporto e verificare l'effettiva riduzione di ampiezza dell'accelerazione. I risultati della prova sperimentale sono stati poi confrontati con quelli delle simulazioni per verificarne la corrispondenza.

Nel terzo capitolo "Metamateriale multimateriale" vengono trattati gli stessi passi per la definizione della geometria fatti per il metamateriale omogeneo, con le ovvie differenze dovute alla presenza di materiale metallico, e alle diverse esigenze; infatti, in questo caso si predilige la compattezza del metamateriale, cercando di mantenere inalterate le prestazioni.

Le geometrie a cui siamo giunti rappresentano un ottimo compromesso tra resistenza meccanica e attenuazione delle vibrazioni, inoltre permettono una grande modularità, in quanto è possibile assemblare più super celle elementari lungo le 3 direzioni dello spazio per ottenere le configurazioni volute. Sviluppi futuri prevedono la stampa 3D di un numero maggiore di prototipi al fine di verificare l'effettiva stampabilità del pezzo, e uno studio di sensibilità sui parametri del modello FEM per renderlo più aderente possibile al modello reale.

2 Modelli e materiali

2.1 Metamateriali

Un metamateriale è un materiale creato artificialmente che presenta delle proprietà e delle funzionalità che non si possono ritrovare nei materiali esistenti in natura. Essi sono costituiti assemblando più elementi realizzati con materiali compositi come plastica o metalli. I metamateriali sono solitamente disposti in geometrie ripetute, con dimensioni inferiori alle lunghezze d'onda dei fenomeni che influenzano. Le proprietà di un metamateriale derivano dalla struttura che assumono e non dalle proprietà del materiale di base: la loro geometria, forma, dimensione, orientamento e disposizione conferiscono loro proprietà intelligenti in grado di manipolare le onde, bloccando, assorbendo o piegando quest'ultime, ottenendo vantaggi che vanno oltre ciò che è possibile ottenere utilizzando materiali convenzionali.

2.1.1 Classificazione

I materiali esistenti in natura, naturali o artificiali che siano, possono essere classificati mediante le proprietà elettro-magnetiche, in particolare tramite i parametri di permeabilità magnetica e permittività elettrica.

La permeabilità magnetica è definita come:

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (2.1)$$

Dove B è l'induzione magnetica e H il campo magnetico.

La permittività (o costante dielettrica), invece:

$$\varepsilon = \frac{D}{E} \quad (2.2)$$

In cui D è l'induzione elettrica ed E il campo elettrico.

In base a tali proprietà distinguiamo [1]:

- a) DPS (double positive medium) in cui entrambi i parametri di permeabilità e permittività sono positivi; in questa categoria rientrano gran parte dei materiali esistenti in natura.
- b) ENG (epsilon negative medium) in cui i materiali presentano permittività elettrica negativa e permeabilità magnetica positiva, $\varepsilon < 0$ e $\mu > 0$. A questa categoria appartengono alcuni metalli nobili come oro e argento.
- c) MNG (μ negative medium) in cui la permeabilità magnetica è negativa, mentre la permittività elettrica è positiva, $\mu < 0$ e $\varepsilon > 0$.
- d) DNG (double negative medium) in cui entrambi i parametri sono negativi; in natura nessun materiale presenta questa caratteristica. Per far sì che questa condizione si verifichi è necessario un metamateriale.

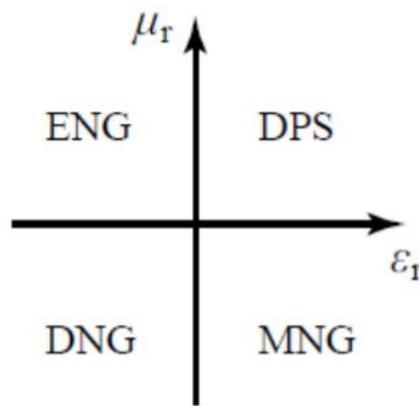


Figura 2.1: Schematizzazione della classificazione dei materiali

2.1.2 Proprietà

Una delle proprietà uniche dei metamateriali è l'indice di rifrazione negativo. L'indice di rifrazione di un materiale quantifica la diminuzione della velocità di propagazione della radiazione elettromagnetica quando essa lo attraversa. Esso è una grandezza adimensionale ed è convenzionalmente considerato una misura della densità ottica, definito come:

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.3)$$

dove c è la velocità della luce nel vuoto e v la velocità di fase della radiazione che attraversa il materiale in questione.

Utilizzando metamateriali, come già detto, entrambi questi parametri sono negativi, di conseguenza anche l'indice di rifrazione dei metamateriali è negativo. Infatti, dalle equazioni di Maxwell, esso può essere calcolato come:

$$n^2 = \varepsilon\mu \Rightarrow n = \pm\sqrt{(\varepsilon\mu)} \quad (2.4)$$

Questo conferisce ai metamateriali con tale caratteristica proprietà sorprendenti, come ad esempio l'effetto doppler rovesciato.

Come detto in precedenza, le proprietà di un metamateriale derivano dalla struttura che assumono, non dalle proprietà del materiale di base. A differenza di un materiale naturale, l'obiettivo centrale nella progettazione di metamateriali è la manipolazione delle onde, pertanto, affinché un metamateriale sia efficace, deve essere considerato come materiale uniforme piuttosto che come un array di celle elementari. Ciò significa che le unità che compongono il metamateriale devono essere relativamente piccole rispetto alla lunghezza d'onda che deve essere manipolata e reindirizzata.

I metamateriali sono divisi in due principali categorie, quelli elettromagnetici e quelli acustici. I metamateriali di tipo elettromagnetico piegano e manipolano le onde elettromagnetiche, tipo onde di luce visibile, microonde e onde infrarosse, utilizzando la permittività e la permeabilità negative. I metamateriali acustici invece manipolano le onde longitudinali associate alle vibrazioni; per il loro funzionamento si basano invece su un modulo di massa e di densità negativi. Poiché le lunghezze d'onda per le onde acustiche sono molto più grandi di quelle delle onde elettromagnetiche, ci rendiamo conto che i metamateriali acustici sono più facili da costruire.

2.1.3 Studio dei metamateriali periodici

Analizziamo ora il processo che ci permette di progettare dei metamateriali periodici con le proprietà volute.

2.1.3.1 Reticoli di Bravais

In natura esistono dei materiali, chiamati cristalli, caratterizzati da una distribuzione regolare e ripetitiva degli atomi nelle tre direzioni. L'unità strutturale di base, la cui trasposizione nello spazio dà luogo ai cristalli, si chiama cella unitaria. Queste strutture sono periodiche con reticoli ben definiti. Il reticolo di Bravais [2], detto anche reticolo

diretto, può essere definito come una serie infinita di punti generati da un insieme di traslazioni, descritte nello spazio tridimensionale da:

$$R = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3 \quad (2.5)$$

Con $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ costituenti una base di vettori non complanari, che identificano il reticolo nelle tre direzioni, e n_1, n_2, n_3 numeri interi. Da tale relazione si evince che il reticolo di Bravais è invariante per traslazione.

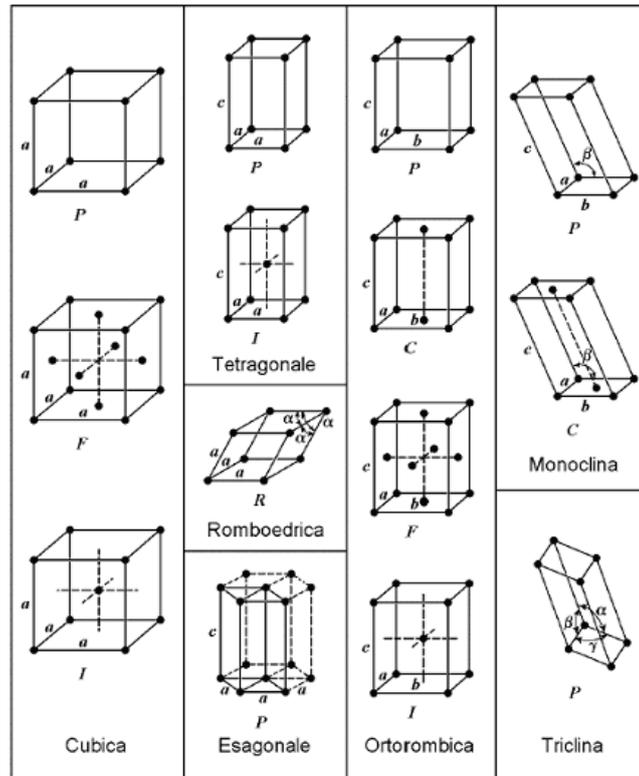


Figura 2.2: Reticoli di Bravais tridimensionali [3].

A causa delle simmetrie, in ogni dimensione esiste soltanto un numero finito di reticoli di Bravais distinti: in una dimensione ce n'è uno, in 2D ce ne sono cinque e in 3D quattordici.

Una cella di un reticolo di Bravais è definita come il volume che, traslato secondo i vettori che generano il reticolo, riempie lo spazio senza lasciare alcun vuoto e senza sovrapposizione dei vettori stessi. Sono dette celle primitive quelle aventi il minor volume possibile e che ricoprono l'intero spazio senza sovrapposizioni, esse contengono un unico punto del reticolo. Il loro volume risulta pari a:

$$V = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3 \quad (2.6)$$

Si definisce anche la cella primitiva di Wigner-Seitz che, in un reticolo cristallino, è una cella primitiva che gode di tutte le proprietà di simmetria della struttura cristallina. Viene descritta come il luogo geometrico dei punti che si trovano ad una distanza minore da un punto del reticolo rispetto a tutti gli altri.

2.1.3.2 Reticolo reciproco

Il reticolo reciproco rappresenta la trasformata di Fourier nello spazio del reticolo di Bravais. Sia \mathbf{K} l'insieme dei vettori d'onda che identifica la posizione dei punti del reticolo reciproco, per la periodicità in tutte le direzioni, deve risultare che:

$$e^{i\mathbf{K}(\mathbf{r}+\mathbf{R})} = e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}} \quad (2.7)$$

dove \mathbf{r} è il generico vettore che identifica la posizione di un punto nel reticolo diretto e \mathbf{R} un vettore traslazione dello stesso. Essendo il reticolo reciproco un reticolo di Bravais, possiamo scrivere da un punto di vista algebrico che:

$$\mathbf{K} = m_1\mathbf{b}_1 + m_2\mathbf{b}_2 + m_3\mathbf{b}_3 \quad (2.8)$$

ove m_i sono numeri interi e \mathbf{b}_i sono i vettori primitivi del reticolo reciproco, i quali, nel caso di un reticolo tridimensionale, assumono la seguente forma algebrica:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_1 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} \\ \mathbf{b}_2 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} \\ \mathbf{b}_3 &= 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.1.3.3 Prima zona di Brillouin

Per prima zona di Brillouin (FBZ, first Brillouin zone) si intende la cella primitiva di Wigner-Seitz del reticolo reciproco. In altre parole, la prima zona di Brillouin è una costruzione geometrica della cella primitiva di Wigner-Seitz nello spazio reciproco. Questa zona è l'insieme dei vettori d'onda che consentono di descrivere la generica propagazione di onde nella struttura periodica.

2.1.3.4 Periodicità di Floquet

Dato un certo reticolo, le onde che si propagano sono onde di Bloch, cioè onde periodiche con la periodicità del reticolo.

Definiamo allora l'IBZ (Irreducible Brillouin Zone), ossia la zona irriducibile di Brillouin, come la FBZ privata di tutte le simmetrie. Vediamo che definire la FBZ e la IBZ è importante perché, descrivendo le onde in un mezzo periodico mediante le funzioni di Bloch, si trova che le soluzioni possono essere completamente caratterizzate dal loro comportamento in una sola zona di Brillouin.

Inoltre, ogni vettore d'onda nella FBZ può essere ottenuto, per simmetrie della struttura, da un vettore d'onda nella IBZ, e questo ha ovvi vantaggi in fase computazionale, perché il vettore d'onda \mathbf{k} deve descrivere un percorso minore.

Effettuando un'analisi modale del metamateriale si ottengono gli autovalori e gli autovettori (ω, \mathbf{u}) , ossia i modi di vibrare e le frequenze naturali; essi però variano al variare della direzione di propagazione del vettore d'onda \mathbf{k} , pertanto per indagare tutte le possibili direzioni di propagazione bisogna far variare il vettore \mathbf{k} lungo tutta la IBZ, ossia, facendo riferimento alla Figura 2.3, lungo il percorso (G-X-M-G).

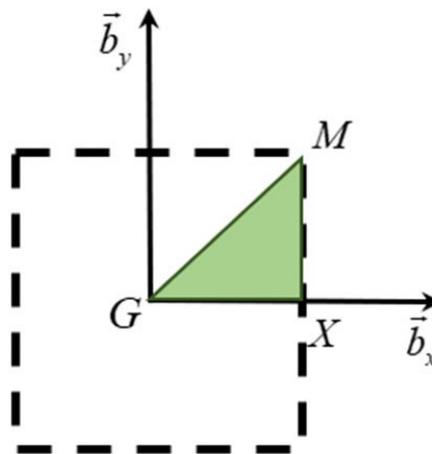


Figura 2.3: Prima zona di Brillouin (quadrato tratteggiato) e zona irriducibile di Brillouin (triangolo verde) [4].

Per considerare un materiale spazialmente infinito dobbiamo introdurre delle condizioni al contorno, dette condizioni di Floquet [2], le quali sono esplicitate nella (2.10):

$$u_d = u_s e^{ik_f(r_d - r_s)} \quad (2.10)$$

k_f è il numero d'onda di Floquet, definito dall'utente, e r sono le coordinate spaziali degli estremi in cui vengono applicate le condizioni di Floquet.

Facendo propagare un'onda all'interno del materiale in una certa direzione k e imponendo che ai bordi questa onda sia modulata da una funzione periodica del reticolo secondo la funzione (2.10) si può ottenere il metamateriale periodico infinito.

Queste condizioni implicano che, in una struttura periodica, lo spostamento in ogni nodo di una certa cella unitaria u_d dipenda soltanto dal campo di spostamento del corrispondente nodo della cella unitaria di riferimento u_s .

Per una cella unitaria che rappresenta la periodicità dell'onda guida queste condizioni al contorno andrebbero applicate alle facce parallele della cella.

La periodicità Floquet è definita per problemi nel dominio della frequenza con una periodicità spaziale della geometria e della soluzione. La struttura modellata è tipicamente una cella unitaria di una struttura ripetitiva, come si può vedere schematicamente in Figura 2.4.

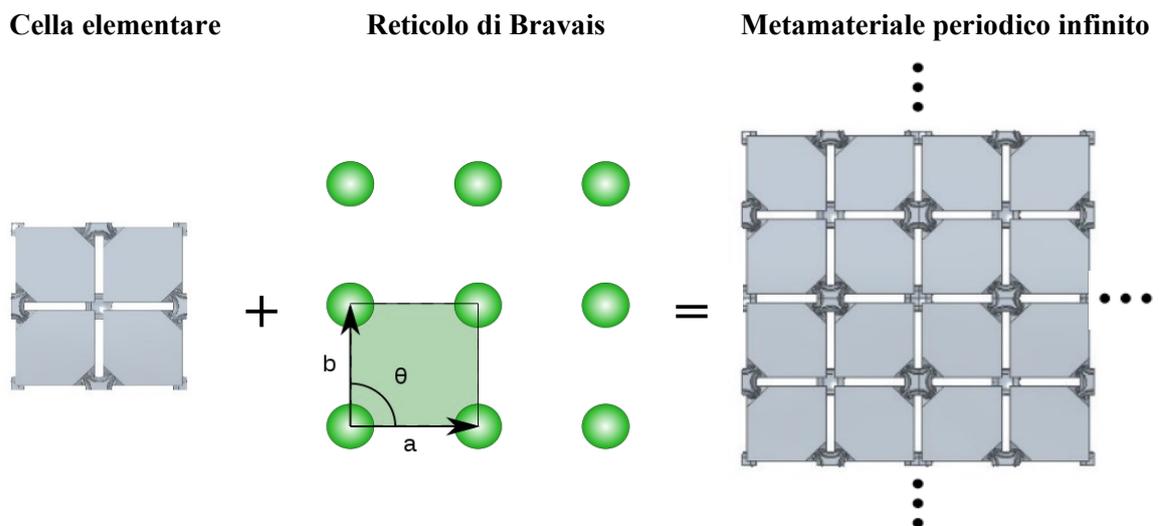


Figura 2.4: Rappresentazione schematica del processo di realizzazione di un metamateriale periodico infinito [5].

2.1.3.5 Propagazione delle onde

Per progettare correttamente strutture con capacità di attenuazione delle vibrazioni, è importante comprendere il modo in cui si propagano le onde e la risposta dinamica del sistema. A tal fine schematizziamo la cella elementare come composta da un set di masse m e di rigidità k . Le equazioni di moto per la vibrazione libera e non smorzata della cella elementare sono date da:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_1\ddot{q}_l + k(q_l - q_i) &= 0 \\ m_2\ddot{q}_i + k(2q_i - q_l - q_r) &= 0 \\ \frac{1}{2}m_1\ddot{q}_r + k(q_r - q_i) &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

In cui abbiamo schematizzato la cella elementare come un set di tre masse e due molle come in Figura 2.5:

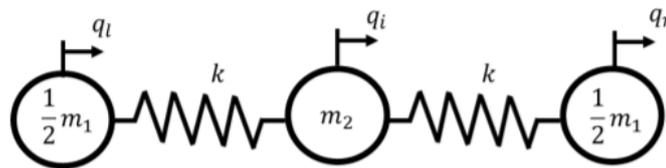


Figura 2.5: Schematizzazione cella elementare.

Dove \mathbf{q} è il vettore spostamento e i pedici l, i e r sono riferiti rispettivamente alla massa di sinistra, a quella centrale e a quella di destra. Andando a sostituire $\ddot{q} = -\omega^2 A \sin(\omega t - \phi)$ nell'equazione (2.11) e scrivendo le equazioni risultanti in forma matriciale, si ottiene un problema degli autovalori del tipo $A\mathbf{X} = \lambda\mathbf{X}$, che può essere risolto per valori di ω^2 . Facendo la radice quadrata di ω^2 e dividendola per 2π , otteniamo le frequenze naturali della cella elementare, espresse in Hz.

Una volta noto il comportamento dinamico della cella posso usare queste informazioni per indagare come la struttura risponda ad una determinata eccitazione, e quindi progettare in maniera tale che riesca a realizzare l'attenuazione e la soppressione delle vibrazioni volute.

2.1.3.6 Curve di dispersione

La propagazione d'onda nell'intero reticolo può essere studiata analizzando una singola cella unitaria attraverso l'applicazione del teorema di Floquet-Bloch, il che porta

a risparmi di tempo nel calcolo e nei costi rispetto all'analisi di reticoli con numero infinito e semi-infinito di celle unitarie.

Le curve di dispersione sono curve che descrivono l'andamento della velocità di fase $v_p = \frac{\omega}{k}$ in funzione della frequenza: in ogni punto delle curve di dispersione la pendenza della curva è data la rapporto $\frac{\omega}{k}$, ricordando che con ω si intende la pulsazione, mentre con k il vettore d'onda.

Quando la velocità di fase è costante, la relazione $\omega = \omega(k)$ (detta relazione di dispersione) è lineare, ovvero le frequenze dell'onda si propagano con la stessa velocità, e si parla in questo caso di mezzi non dispersivi. Invece, quando la velocità di fase non è costante ma varia al variare della frequenza, si parla di mezzi dispersivi, per i quali si ha:

$$v_p(k) = \frac{\omega}{k(\omega)} \quad (2.12)$$

Per mezzi non dispersivi la relazione di dispersione non è lineare e viene rappresentata appunto nel diagramma di dispersione.

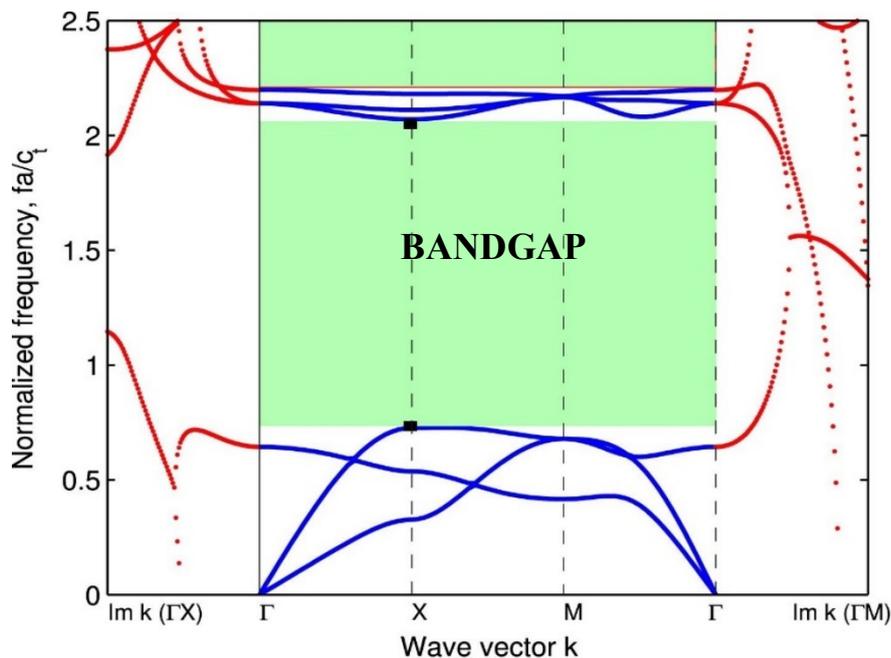


Figura 2.6: Esempio di un diagramma di dispersione, le zone verdi rappresentano il bandgap [6].

Quest'ultimo si ottiene dai risultati dell'analisi modale, effettuata al variare di \mathbf{k} , ed è un grafico che presenta nelle ascisse il percorso del vettore \mathbf{k} e nelle ordinate la frequenza

o la frequenza normalizzata definita come $\Omega = \frac{f}{c_t}$, con f la frequenza e c_t velocità dell'onda trasversale.

Ogni punto di questo grafico rappresenta un autovalore e quindi una frequenza naturale; se all'interno del grafico vi sono zone in cui i modi di vibrare non propagano si ottiene un bandgap. Per bandgap si intende una regione in frequenza in cui non propaga nessuna onda di Bloch nel dominio spaziale.

Lo studio delle curve di dispersione può essere affrontato utilizzando vari metodi, tra cui, il metodo degli elementi finiti FEM.

2.1.4 Metamateriali risonanti

Come già detto le strutture periodiche dei metamateriali sono note per presentare caratteristiche dinamiche uniche derivanti dalla loro capacità di agire come filtri meccanici per la propagazione delle onde. La capacità di queste strutture periodiche di trasmettere onde da una posizione all'altra è influenzata dalle discontinuità materiali e geometriche nelle singole sottostrutture o celle. Come risultato, le onde si propagano lungo le celle periodiche solo all'interno di specifiche bande di frequenza chiamate passband, mentre queste onde sono completamente bloccate all'interno di altre bande di frequenza chiamate stopband.

Le caratteristiche di filtraggio di tali strutture permettono il controllo della propagazione dell'onda sia in domini spettrali che spaziali, nel tentativo di fermare o limitare la propagazione di disturbi esterni indesiderati. I metamateriali localmente risonanti sono stati introdotti da Liu [7]. Più recentemente, c'è stato un crescente interesse per questa classe di metamateriali in cui le strutture elastiche sono dotate di più risonatori che agiscono come assorbitori locali di vibrazioni meccaniche. Le strutture con risonatori locali sono state recentemente viste come ottime candidate per applicazioni di soppressione delle vibrazioni [8].

Il grafico di dispersione di questi meccanismi localmente risonanti ha mostrato degli stopband che non dipendono necessariamente dalle dimensioni della cellula periodica, ma piuttosto dalle proprietà delle risonanze locali. Questi forniscono un'attenuazione significativa delle vibrazioni a bassa frequenza utilizzando una quantità esigua di celle elementari, conferendo così una maggiore libertà e flessibilità di progettazione.

2.1.4.1 Mode separation

Al fine di ottenere un bandgap che permetta di avere una consistente attenuazione delle vibrazioni si possono usare varie tecniche, tra cui la mode separation, proposta da D'Alessandro [9].

Per mode separation si intende la progettazione della geometria della cella elementare periodica in modo che l'energia meccanica della struttura sia delimitata da bande di frequenza ben separate, sfruttando le caratteristiche peculiari delle forme modali. Questo conferisce alla struttura il tipico comportamento di un filtro meccanico passa banda, con l'attenuazione che inizia in corrispondenza della frequenza di apertura del bandgap e procede oltre la frequenza di chiusura.

La struttura è organizzata in maniera tale che tutti i modi caratterizzati da grandi masse modali siano confinati nel primo passa banda, mentre i successivi passa banda sono caratterizzati da modi con piccole masse modali. D'Alessandro ha dimostrato sia concettualmente che numericamente che questo porta alla fusione dei due bandgap e quindi migliori effetti di attenuazione delle vibrazioni.

In particolare, la struttura studiata e progettata da D'Alessandro è caratterizzata da sfere che, se eccitate ad una certa frequenza, si muovono come corpi rigidi e da connessioni a scheletro cubico che sfruttano la rigidità flessionale delle travi [10].

Il modo che apre il buco in frequenza è detto modo globale, in quanto coinvolge tutta la cella; in questo caso le sfere sono assimilabili a masse concentrate mentre le travi di collegamento a delle molle elastiche sottoposte a flessione. Questo modo si manifesta a bassa frequenza per via della grande massa coinvolta.

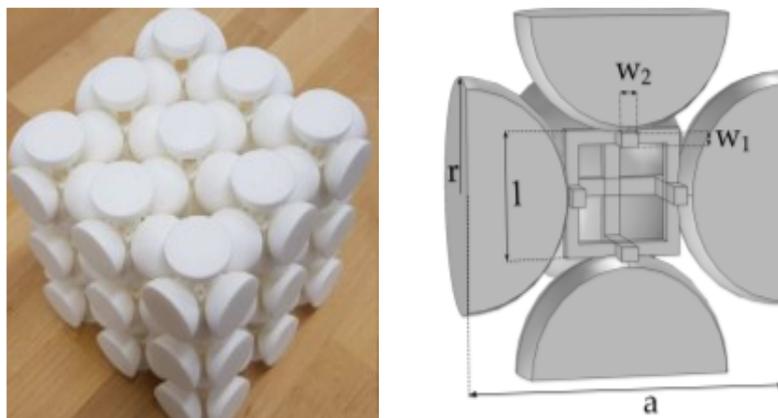


Figura 2.7: A sinistra prototipo della struttura periodica, a destra sezione trasversale della cella elementare in cui vengono riportate le dimensioni principali.

Il modo di chiusura invece è detto modo locale, in quanto caratterizzato dalla deformazione del solo scheletro centrale; questo, per via della minor massa coinvolta, avviene ad alta frequenza.

2.2 Metodo degli elementi finiti FEM

Il metodo degli elementi finiti FEM (Finite element method) è un metodo utilizzato per risolvere in maniera approssimata problemi descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali: esso, infatti, permette di ridurre le equazioni differenziali a un sistema, lineare o non lineare, di equazioni algebriche.

Poiché moltissimi fenomeni sono governati da equazioni differenziali difficilmente risolvibili in maniera analitica possiamo capire la potenza di tale metodo.

Tutto questo è possibile grazie alla caratteristica principale del metodo degli Elementi finiti: la discretizzazione del dominio continuo di partenza in un numero finito di sottodomini aventi forma semplice (per esempio triangoli o quadrilateri per domini bidimensionali, esaedri o tetraedri per domini tridimensionali), tra di loro interconnessi nei punti nodali. La “rete” che si ottiene da tale discretizzazione prende il nome di mesh.

All'interno di ciascun elemento si assume che l'andamento della grandezza oggetto di studio possa essere espresso mediante una funzione continua, detta funzione forma o interpolatrice, descritta univocamente dai valori assunti dalla grandezza stessa nei punti nodali [11].

Per esempio, prendendo una funzione u , variabile dipendente in una equazione differenziale alle derivate parziali, questa può essere approssimata con una funzione u_h usando le combinazioni lineari di funzioni elementari come descritto nelle seguenti equazioni:

$$u \approx u_h$$
$$u_h = \sum_i u_i \psi_i \tag{2.13}$$

Dove ψ_i è la generica funzione elementare mentre u_i è il generico coefficiente della funzione che approssima u con u_h .

Questo processo è illustrato graficamente nella Figura 2.8, dove le funzioni elementari assumono un valore di 1 ai rispettivi nodi e 0 negli altri nodi.

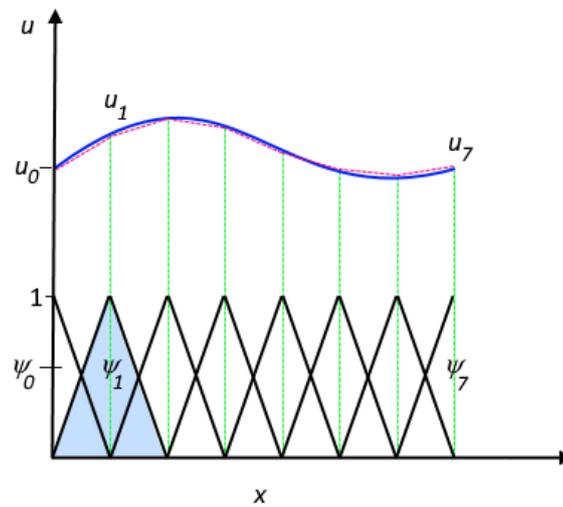


Figura 2.8: La linea rossa tratteggiata rappresenta la funzione u_h , quella blu la u , la ψ_i è rappresentata dalle linee nere, mentre i coefficienti u_i sono rappresentati dalle linee tratteggiate verdi.

Uno dei molti vantaggi che questo metodo offre è la grande libertà nella scelta dei parametri della discretizzazione, quindi delle funzioni base e degli elementi usati. Questo può portare ad esempio a scegliere una distribuzione non uniforme degli elementi usati per la discretizzazione, permettendo così di avere un numero maggiore di elementi e di minor dimensione, nelle regioni dove la funzione da approssimare ha un gradiente maggiore [12].

Così facendo la soluzione del problema analizzato non è più costituita da una funzione variabile in un dominio a due o tre dimensioni, ma da un numero discreto di variabili (i valori assunti dalla grandezza oggetto di indagine nei nodi), tramite le quali è possibile risalire a una valutazione, sia pure approssimata, dell'andamento della funzione nell'intero dominio.

Capiamo che questo metodo si sposa bene con la capacità di calcolo dei computer, ed anzi qui trova la sua massima espressione, permettendo di elaborare delle mesh, tramite software di simulazione FEM, di oggetti CAD 3D (computer-aided design) forniti come input e quindi di operare una simulazione numerica di svariati problemi fisici per l'oggetto in questione.

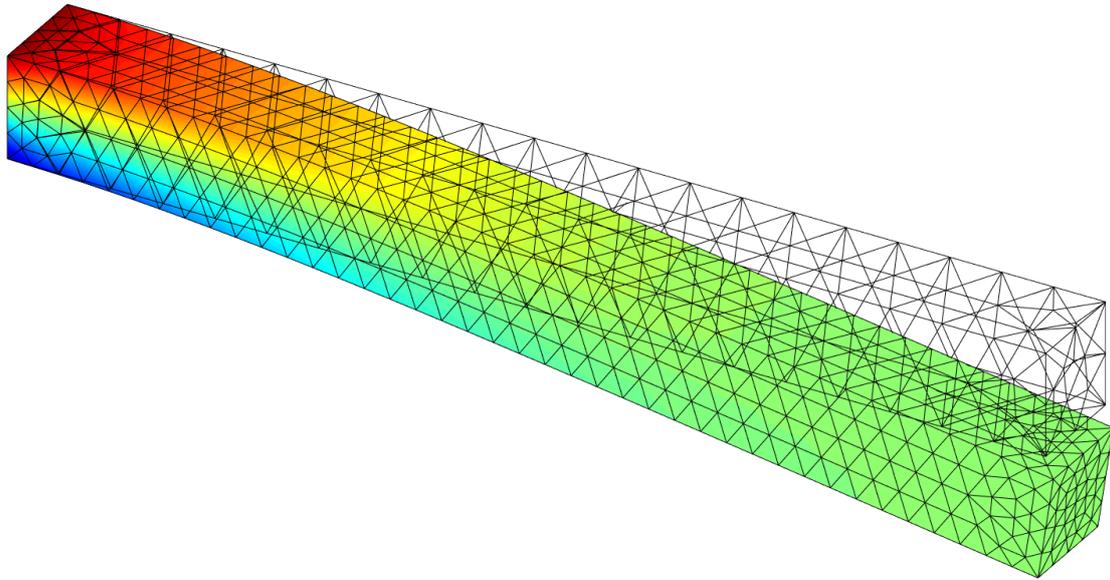


Figura 2.9: Esempio di simulazione FEM del comportamento statico di una trave a flessione [13].

È evidente che la qualità della soluzione, cioè il suo essere più o meno vicino alla soluzione esatta, dipende in primo luogo da quanto l'approssimazione assunta in merito all'andamento della variabile considerata all'interno degli elementi sia aderente alla realtà. Pertanto, il numero degli elementi impiegati nella discretizzazione e il grado della funzione forma (lineare, quadratica, ecc.) influenzano notevolmente il livello di approssimazione dell'analisi ma, di converso, anche la quantità di calcoli necessaria e quindi i tempi e i costi dell'elaborazione. Poiché il numero degli elementi e il grado della funzione forma sono strettamente correlati alla dimensione della mesh, capiamo che vi è un compromesso tra una soluzione più vicina possibile a quella esatta e i tempi e i costi dell'elaborazione.

2.3 Manifattura additiva

La manifattura additiva permette, partendo dal file CAD 3D dell'oggetto, di ottenere tramite una serie di passaggi, tra cui ad esempio la generazione del file STL (standard triangulation to layer), il pezzo finale.

Poiché la potenza di calcolo dei computer moderni ha raggiunto livelli tali da permettere di fare simulazioni sempre più aderenti alla realtà, e tali da permettere di

utilizzare strumenti come l'ottimizzazione topologica, le tecniche di manifattura additiva stanno assumendo sempre maggiore importanza, in quanto permettono di produrre oggetti che non potrebbero essere realizzati tramite la manifattura tradizionale, o che comunque avrebbero richiesto tempi e costi proibitivi.

Analizziamo ora i principali processi additivi:

- Stereolitografia (SLA)
- Modellazione con deposizione di materiale fuso (FDM)
- Sinterizzazione selettiva mediante laser (SLS)
- Stampa a getto (3D printing e 3D polyjet)

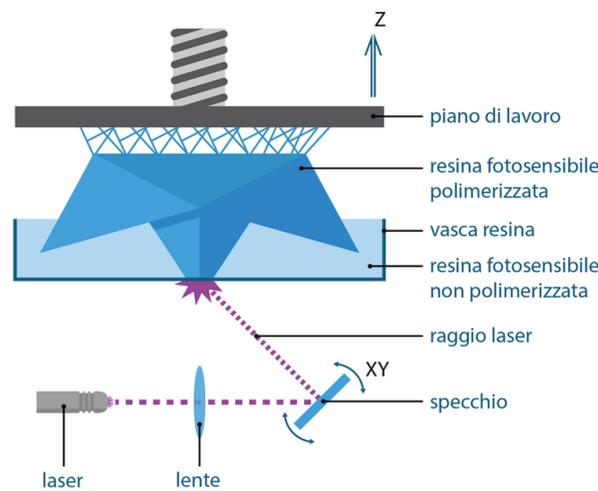


Figura 2.10: Schematizzazione di un processo di stampa SLA [14].

Il processo alla base della stereolitografia è la fotopolimerizzazione, per cui per polimerizzare la resina liquida si utilizza una fonte di luce (un fascio laser o un proiettore), trasformando così la resina in plastica dura [15]. Nel caso dell'FDM invece il processo è basato sull'estrusione di un filo di polimero termoplastico (ad esempio ABS o PLA) o di cera attraverso un ugello riscaldato, pertanto il polimero inizialmente è allo stato solido a differenza dell'SLA [16]. Nella stampa SLS il processo è basato sulla solidificazione, strato dopo strato, di una polvere portata allo stato liquido da un laser che agisce su un letto di tale polvere [17]. Nel caso in cui la polvere su cui agisce il laser è una polvere metallica, tale che l'oggetto metallico è direttamente prodotto a fine processo, allora si parla di DMLS (Direct Metal Laser Sintering) [18].

La stampa a getto è invece basata su una tecnica simile a quella delle stampanti a getto d'inchiostro. Nella tecnica del 3D printing la realizzazione del pezzo avviene in maniera

simile alla sinterizzazione laser, la differenza sta nel fatto che i grani costituenti la polvere vengono uniti mediante un collante spruzzato con la tecnica della stampa a getto di inchiostro. Nel caso del 3D polyjet l'elemento centrale è la testina di scrittura, che è molto più complessa di quella usata nel caso del 3D printing, in quanto dotata di un numero molto alto di ugelli; attraverso gli ugelli vengono spruzzati due diversi fotopolimeri: uno formerà la struttura dell'oggetto in costruzione mentre l'altro provvederà a costituire i supporti.

La scelta del particolare processo deve essere fatta considerando la precisione e la finitura superficiale che il pezzo finito deve avere; da ciò ne viene che al fine di una buona riuscita bisogna effettuare uno studio preventivo accurato.

3 Metamateriale omogeneo

Il metamateriale omogeneo è una versione del metamateriale oggetto dei nostri studi in cui, come si evince dal nome, il materiale utilizzato per la realizzazione è omogeneo per tutto il corpo.

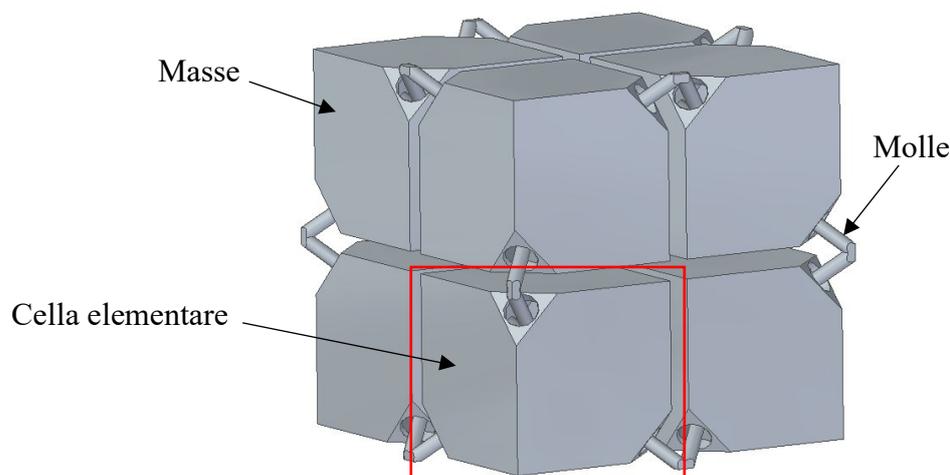


Figura 3.1: Super cella elementare metamateriale omogeneo.

Vediamo dalla Figura 3.1 come la cella elementare presenti delle molle cedevoli e delle masse; l'idea di base è infatti quella di sfruttare la tecnica della mode separation, e per far questo si è scelto di realizzare una geometria in cui la massa sia distribuita principalmente nei tetraedri esterni e in cui siano presenti delle molle cedevoli che permettano di raggiungere frequenze di apertura più basse, e quindi di avere un filtro passa basso con frequenza inferiore più bassa possibile. In questo caso il metamateriale presenta una super cella elementare formata da quattro celle elementari così da avere delle simmetrie che permettano la messa in serie di più celle elementari.

3.1 Geometria

Il metamateriale omogeneo presentava alcune problematiche riguardanti la geometria dello stesso, in particolare:

- I punti di raccordo delle mollette del metamateriale erano dei punti a rischio di rottura, in quanto la dimensione ridotta delle stesse e l'assenza di raccordi ne determinavano una minor resistenza meccanica.
- La definizione della dimensione del raggio delle molle e del lato della cella elementare.
- La realizzazione di una geometria modulare, creando opportuni incastri che permettano il montaggio in serie di più super celle.

3.1.1 Raccordi

Per quanto riguarda la realizzazione dei raccordi, uno dei maggiori problemi da affrontare è stato la scelta del raggio di raccordo, in quanto raggi troppo ampi implicano un grande apporto di massa alle molle con conseguente alterazione delle prestazioni dinamiche, ma d'altro canto garantiscono una maggiore resistenza meccanica. Inoltre, come vedremo più avanti, dalla dimensione dei raccordi dipende anche lo spazio a disposizione per la realizzazione degli incastri.

Per effettuare i raccordi si è esportato da Comsol Multiphysics (software utilizzato per la realizzazione della geometria e per l'analisi FEM) il file della geometria in formato STEP per importarlo poi in Solid Edge (software CAD 3D parametrico) in cui si è proceduto a raccordare le molle come in Figura 3.2.

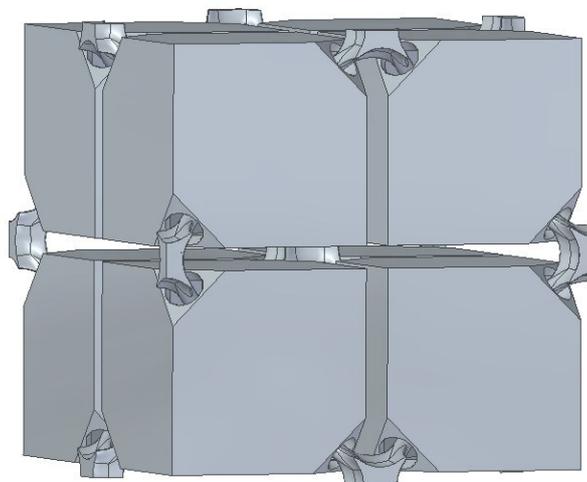


Figura 3.2: Super cella elementare raccordata.

Sono stati realizzati due modelli, uno con raggio di raccordo pari a 3 mm e l'altro pari a 4 mm, i quali sono stati poi importati in Comsol per effettuare un'analisi statica e un'analisi modale, ossia uno studio agli autovalori e autovettori per ricavare frequenze naturali e modi di vibrare, da cui ricavare il diagramma di dispersione delle due configurazioni.

3.1.1.1 Analisi statica

L'analisi statica consiste nel calcolo della freccia massima per un metamateriale formato da un array di super celle 1x1x2, come illustrato nella Figura 3.3, sottoposto soltanto al peso proprio.

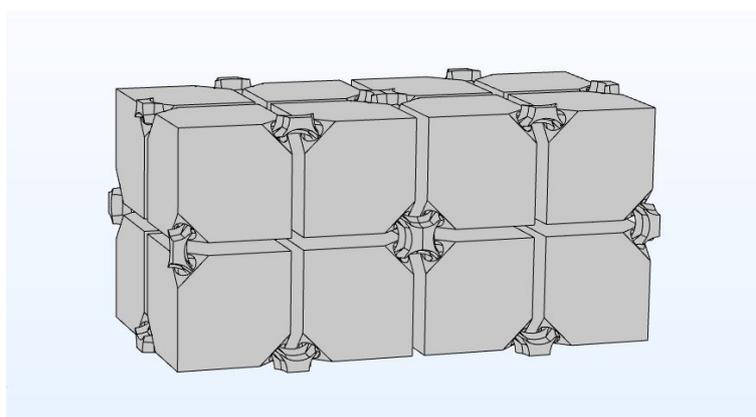


Figura 3.3: Array 1x1x2.

Una volta importata la geometria in Comsol si è provveduto a definire il materiale e i vincoli a cui sottoporre il metamateriale; in particolare, si è definito il modello del materiale lineare elastico, imponendo i parametri del materiale ricavati da catalogo per un particolare polimero chiamato Nylon PA 2200 e riportati nella Tabella 3.1:

Tabella 3.1: Parametri Nylon PA 2200

E	1700	MPa
G	1240	MPa
ρ	900	kg/m ³

Caratterizzato il materiale è stato imposto il vincolo di incastro ad una estremità come in Figura 3.4, ove le facce colorate in celeste sono le facce vincolate, ed è stata imposta l'azione della gravità su tutto il dominio dell'oggetto.

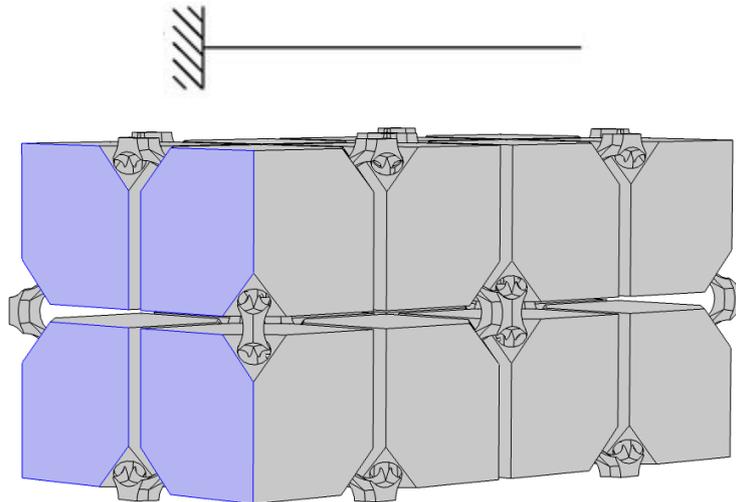


Figura 3.4: Incastro imposto ad una estremità (trave incastrata).

Definiti correttamente vincoli e materiale è stata creata la mesh, in particolare nel nostro caso è stata usata una mesh Tetraedrica non strutturata, ottenendo quanto si vede in Figura 3.5.

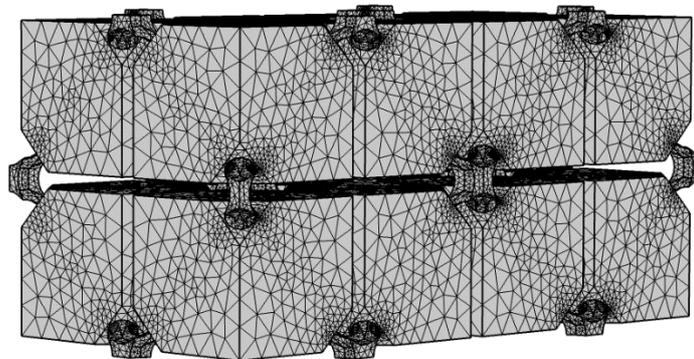


Figura 3.5: Mesh.

Infine, è stato definito lo studio che il programma avrebbe dovuto applicare alla mesh, in questo caso uno studio statico a flessione.

La simulazione fornisce un output grafico della deformata 3D dell'oggetto, come si vede in Figura 3.6, e anche un valore derivato che è quello della freccia massima.

La freccia massima risultante è pari a 0,52 mm per il raggio di raccordo di 4mm e 0,67 mm per il raggio di raccordo di 3 mm.

Come previsto un raggio di raccordo maggiore implica una maggior rigidità della struttura e quindi una minore freccia.

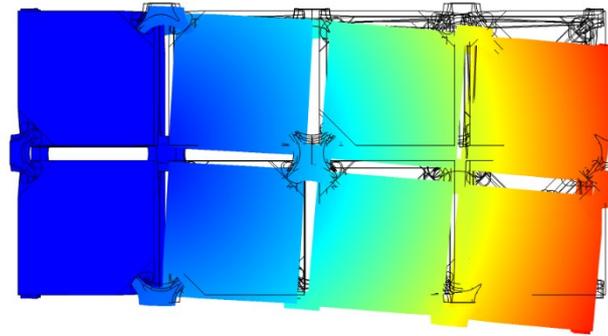


Figura 3.6: Deformata del metamateriale.

3.1.1.2 Diagrammi di dispersione

Questa simulazione consiste in un'analisi modale per trovare modi di vibrare e frequenze proprie, e quindi frequenza di apertura e di chiusura del gap.

Anche in questo caso si è proceduto ad importare la geometria e a definire le grandezze caratteristiche del materiale, come nella simulazione statica.

Sono state poi imposte le condizioni di periodicità di Floquet sulle facce parallele dei punti di giunzione, alle estremità delle mollette, come possiamo vedere in Figura 3.7.

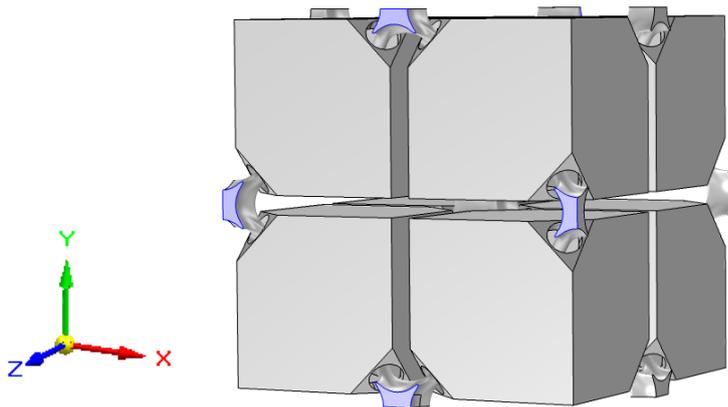


Figura 3.7: Condizioni di Floquet applicate alla super cella elementare lungo la direzione Z.

Il vettore \mathbf{k} varia nelle 3 direzioni per descrivere la IBZ (Figura 3.8), la quale è di tipo Simple Orthorhombic Lattice (ORC), secondo il percorso:

$$\Gamma - X - S - Y - \Gamma - Z - U - R - T - Z \mid Y - T \mid U - X \mid S - R \mid$$

Percorso che viene schematizzato numericamente in Figura 3.9.

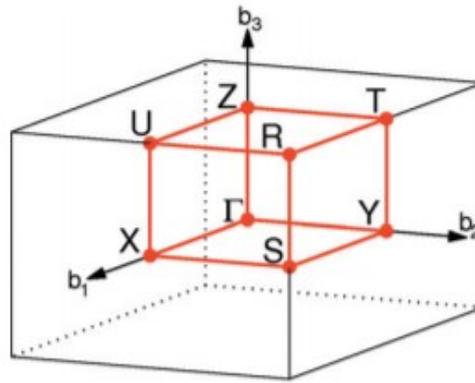


Figura 3.8: IBZ del reticolo ORC [19].

	1	2	3	4	5	6
kx	0:b1/2	b1/2	b1/2:0	0	0	0: b1/2
ky	0	0:b2/2	b2/2	b2/2:0	0	0
kz	0	0	0	0	0:b3/2	b3/2
	7	8	9	10	11	12
kx	0:b1/2	b1/2	b1/2:0	0	0	0:b1/2
ky	0	0:b2/2	b2/2	b2/2:0	0	0
kz	0	0	0	0	0:b3/2	b3/2

Figura 3.9: Percorso che segue il reticolo ORC.

In realtà si è poi optato per degli step di variazione di k pari alla metà di quelli considerati, ottenendo quindi non 12 valori ma 24, questo per avere una maggior precisione nella determinazione del diagramma di dispersione e nella valutazione dei bandgap.

Una volta imposte le condizioni di periodicità si è provveduto a costruire la mesh, esattamente come nell'analisi statica.

Anche in questo caso l'output fornito è dato da un output grafico che permette di avere una visualizzazione 3D di ciascun modo, e da un output numerico che definisce la frequenza di ciascun modo di vibrare.

In particolare troviamo che, per $k=5.5$, il modello con raggio di 3mm (Figura 3.10) la frequenza di apertura del gap è 1371 Hz, quella di chiusura invece è 15733 Hz; mentre per il raggio di 4 mm si ha l'apertura a 1418 Hz e la chiusura a 15751 Hz (Figura 3.11).

Si sceglie di valutare il buco in frequenza nella direzione $k=5.5$ perché, per le modalità di utilizzo del nostro metamateriale, la direzione di maggiore interesse è proprio quella verticale, corrispondente a tale valore di k .

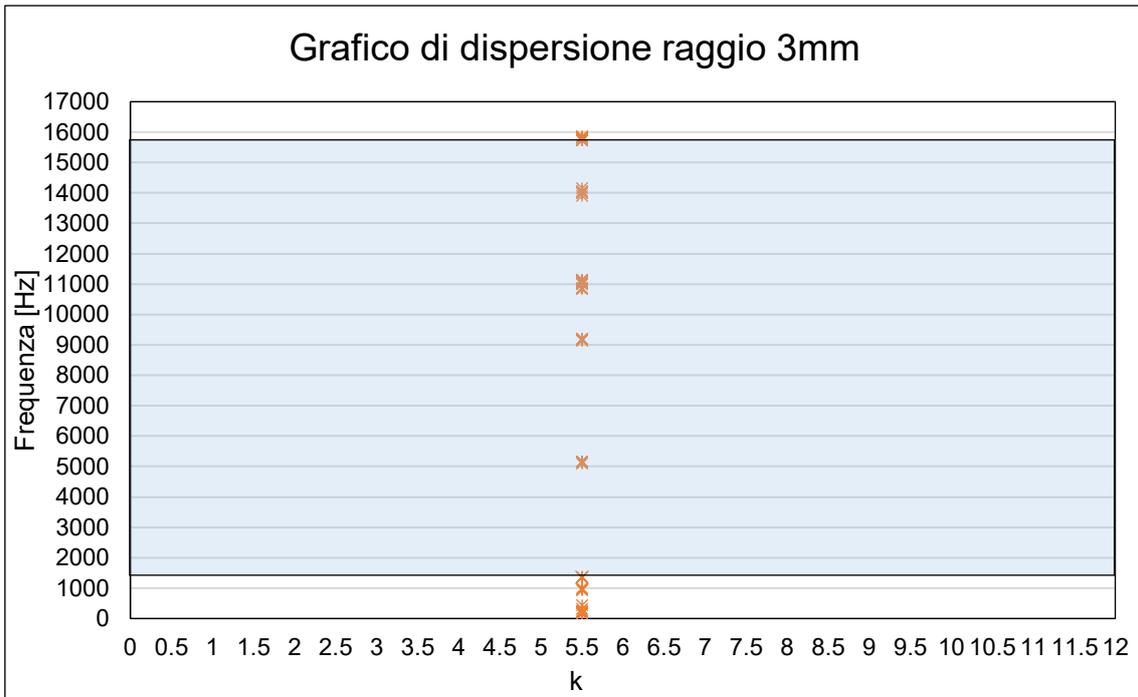


Figura 3.10: Grafico di dispersione per $k=5.5$ per il modello omogeneo con raccordo di 3mm, la parte celeste rappresenta il bandgap.

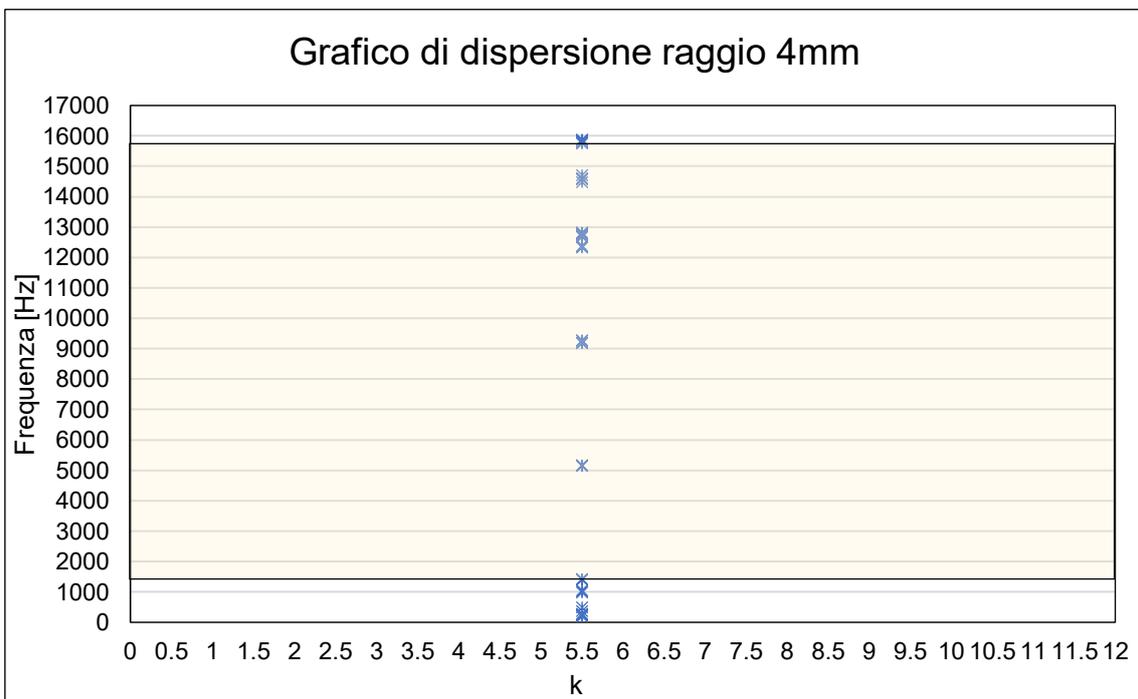


Figura 3.11: Grafico di dispersione per $k=5.5$ per il modello omogeneo con raccordo di 3mm, la parte gialla rappresenta il bandgap.

Un esempio di un grafico di dispersione completo e riportato in Figura 3.12.

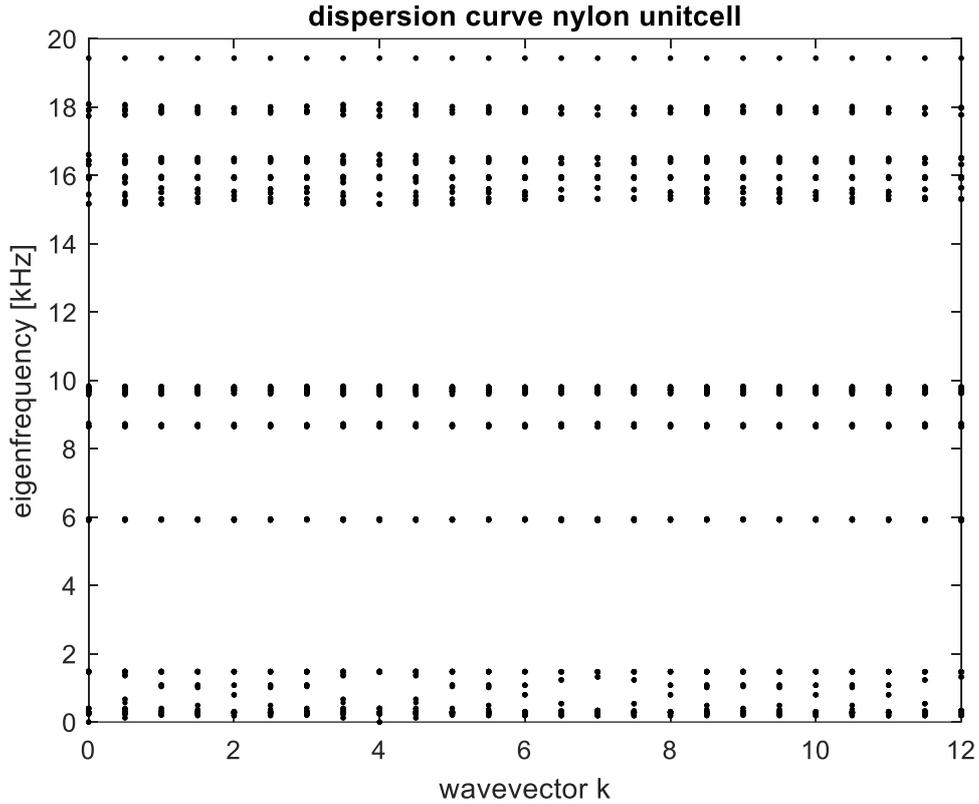


Figura 3.12: Grafico di dispersione completo, k varia da 0 a 12 per step di 0,5.

Definiamo ora la larghezza di banda relativa (fractional bandwidth) [20] come:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_c} = \frac{2(\omega_t - \omega_b)}{\omega_t + \omega_b} \quad (3.1)$$

In essa ω_c è la frequenza centrale e ω_t e ω_b sono rispettivamente la frequenza di chiusura e di apertura del bandgap. Questo indice è molto importante perché permette un confronto tra le ampiezze dei buchi in frequenza di metamateriali differenti.

Per il modello a 3 mm otteniamo un valore di $\frac{\Delta\omega}{\omega_c} = 168\%$ mentre per quello a 4mm $\frac{\Delta\omega}{\omega_c} = 167\%$. Questo valore della larghezza di banda relativa è un valore molto alto, soprattutto se confrontato con altri valori trovati in letteratura che sono, ad esempio, nell'ordine del 135% [21].

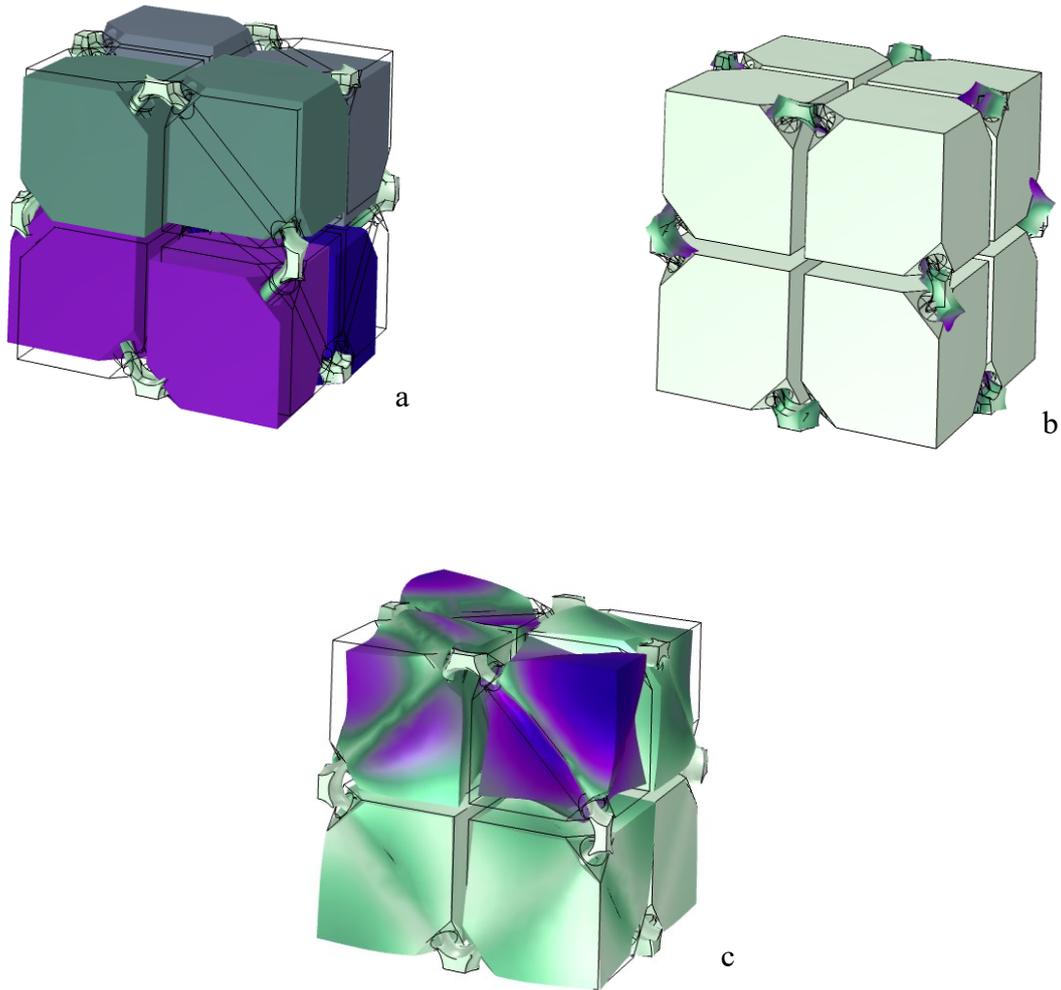


Figura 3.13: Modi di vibrare del modello con raccordo a 3 mm: *a* è il modo di apertura del bandgap a 1371 Hz, *b* un modo “sordo” delle sole molle di collegamento a 5108 Hz e *c* il modo di chiusura a 15733 Hz del gap.

3.1.1.3 Conclusioni

Per scegliere il raggio di raccordo da utilizzare si è dovuti scendere ad un compromesso riguardante bandgap, rigidità e quindi il comportamento statico, e la superficie dei punti di giunzione. Infatti, poiché con un raggio di raccordo di 3 mm non si riescono a realizzare gli incastri e si ha una minor rigidità, si è allora optato per un raggio di raccordo pari a 4 mm, a scapito però del buco in frequenza.

3.1.2 Analisi di sensibilità delle dimensioni principali della cella

Vi sono due dimensioni principali da stabilire: il raggio delle molle e il lato della cella elementare. Per fare questo si è proceduto a creare diversi modelli della super cella al variare del raggio R (mantenendo costante a_1) e del lato della cella a_1 (mantenendo costante R), in particolare per quanto riguarda R abbiamo scelto degli step di un decimo di millimetro, a partire dal valore di 0,7 mm fino ad arrivare a 1,2 mm, mentre per a_1 si è proceduto per step di 1 mm, a partire da 5 mm fino a 10 mm.

Per ciascun modello sono state fatte simulazioni simili a quelle viste in precedenza, quindi uno studio statico a flessione del metamateriale in array 1x1x2 ed uno studio delle auto frequenze per determinare il diagramma di dispersione.

I risultati delle prove statiche sono riassunti nella Tabella 3.2 e Tabella 3.3:

Tabella 3.2: Tabella riassuntiva dei risultati per ciascun modello omogeneo al variare di R con valore di a_1 fisso, pari a 4 cm.

R	0.7 mm	0.8 mm	0.9 mm	1.0 mm	1.1 mm	1.2 mm
Freccia massima [mm]	1.0360	0.59828	0.38116	0.25554	0.17827	0.12433

Tabella 3.3: Tabella riassuntiva dei risultati per ciascun modello omogeneo al variare di a_1 , con valore di R fisso e pari a 0.7 mm.

a_1	5 mm	6 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm
Freccia massima [mm]	0.013633	0.041292	0.10554	0.23917	0.49379	0.93506

Per quanto riguarda invece lo studio dei diagrammi di dispersione i risultati sono riportati nei grafici che seguono (Figura 3.14 e Figura 3.15) per una maggiore facilità di lettura:

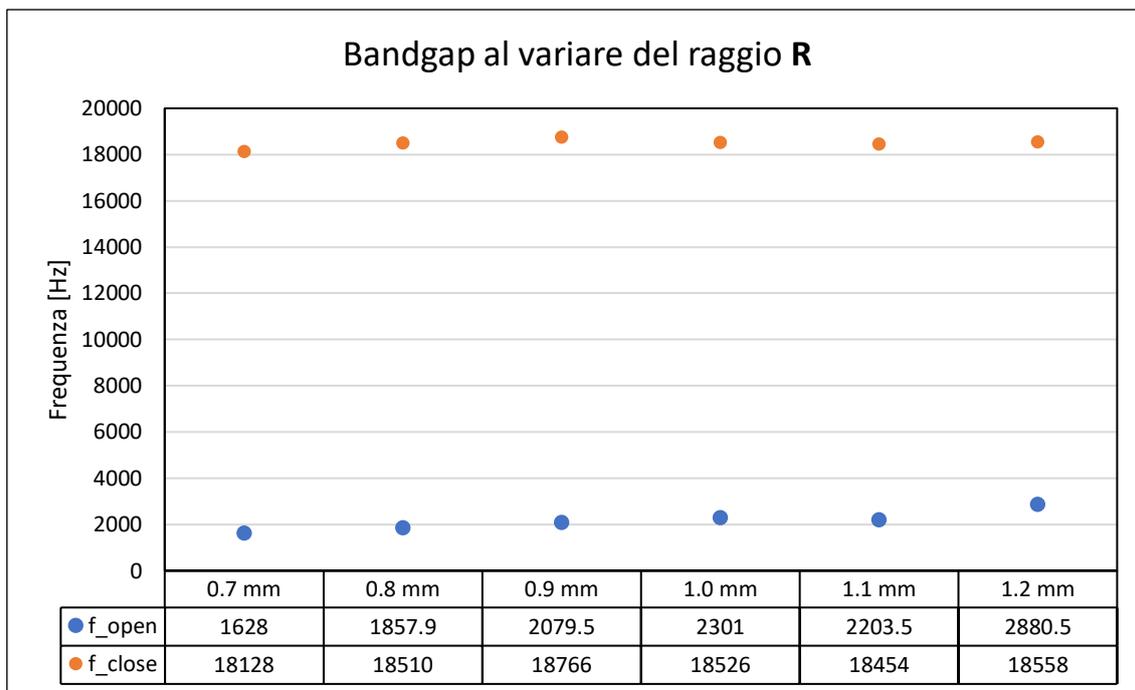


Figura 3.14: Grafico del bandgap per il modello omogeneo al variare di R .

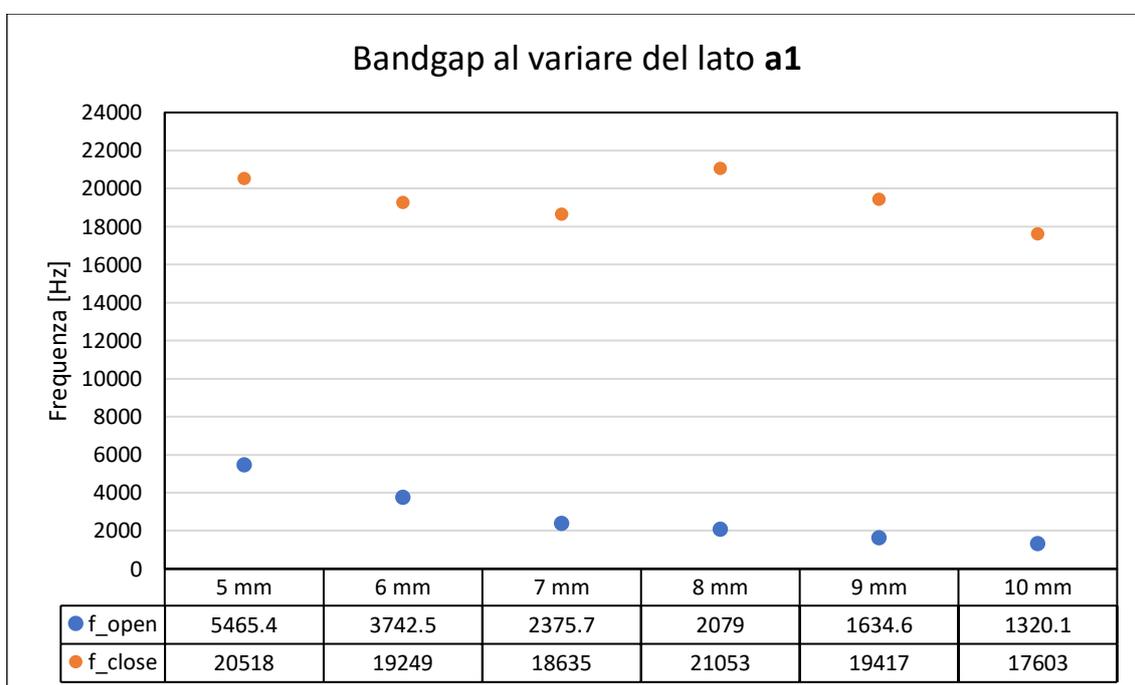


Figura 3.15: Grafico del bandgap per il modello omogeneo al variare di a_1 .

In conclusione, si è optato per una cella di dimensioni $a_1 = 10 \text{ mm}$ e $R = 0,7 \text{ mm}$, in quanto rappresentanti un ottimo compromesso tra compattezza, freccia ridotta e bandgap più ampio possibile, riservandoci in futuro la possibilità di utilizzare modelli con dimensioni differenti da queste a seconda del campo di utilizzo e delle necessità.

3.1.3 Geometria modulare

Al fine di garantire una modularità, e quindi di poter realizzare metamateriali formati da diversi tipi di array di super celle, si è pensato di realizzare degli incastri di forme opportune.

Questo perché un design modulare permette di avere diverse configurazioni, che possono garantire prestazioni statiche e dinamiche differenti e quindi di coprire un campo di utilizzo più ampio.

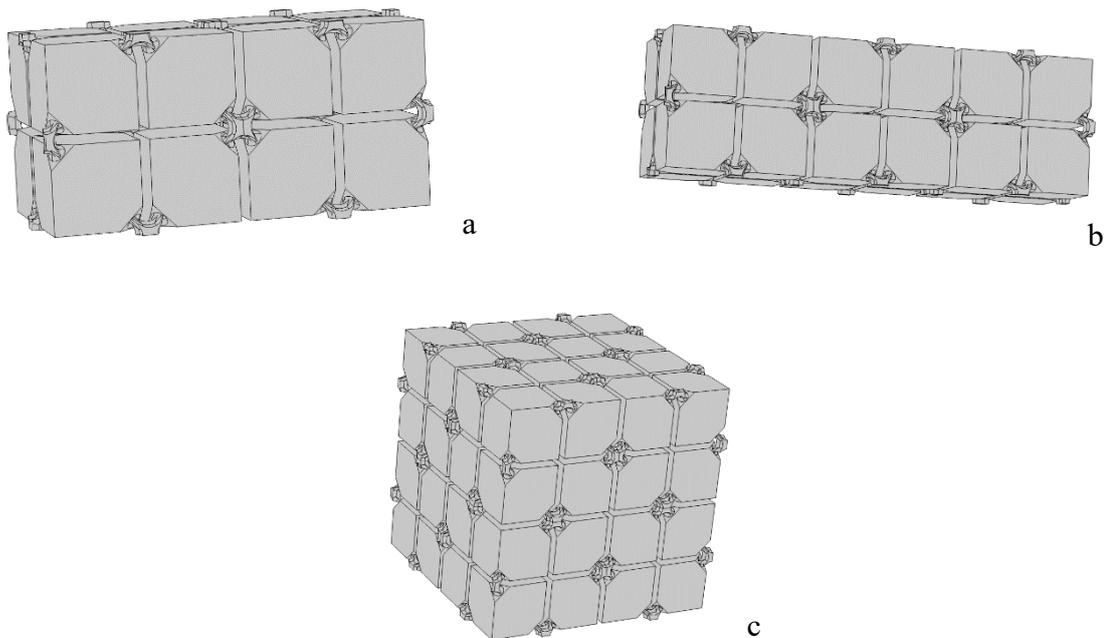


Figura 3.16: Diversi tipi di configurazioni, a 1x1x2, b 1x1x3 e c 2x2x2.

La forma scelta per gli incastri è stata quella di perni cilindrici, con i corrispondenti fori passanti, posti nei punti di giunzione al termine delle mollette, così da realizzare un incastro che faccia da supporto al normale incollaggio con colla cianoacrilata.

Si è pertanto proceduto a reimportare la geometria in Solid Edge e lì sono state effettuate le protrusioni dei perni e i relativi fori come si può notare in Figura 3.17.

Per quanto riguarda le dimensioni, il diametro dei perni è di 1 mm mentre l'altezza è di 2 mm.

Il posizionamento dei perni e dei fori nelle diverse facce è stato pensato in modo tale che una faccia si possa sempre montare con la faccia ad essa opposta; per facilitare il

montaggio, pertanto, si è optato per una numerazione delle diverse facce, così da poterle riconoscere velocemente le facce e quindi realizzare il corretto ordine di montaggio.

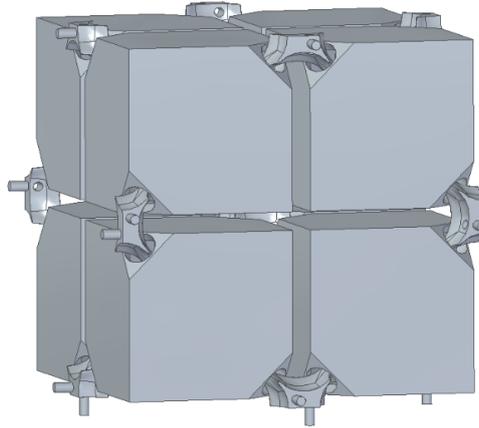


Figura 3.17: Geometria con incastrì.

Anche questo è stato realizzato in Solid Edge, tramite degli scavi di profondità pari a 0,3 mm della forma adeguata, per tutte e sei le facce.

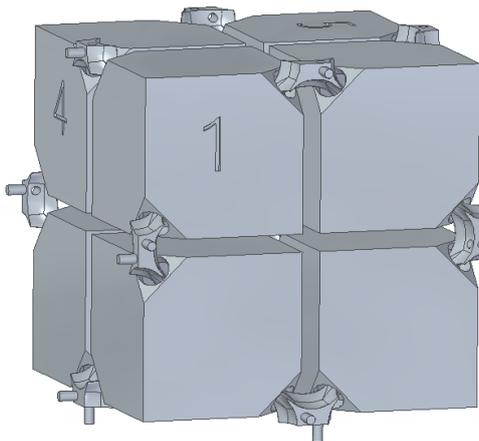


Figura 3.18: Geometria con incastrì e numerazione delle facce.

Illustriamo ora un esempio di assemblaggio di un insieme 2x2x2:

1. Il primo step consiste nel montaggio dei quattro blocchi 1x1x2, per fare questo bisogna accoppiare facce opposte, quindi le facce da accoppiare sono:

1 → 3

2 → 4

5 → 6.

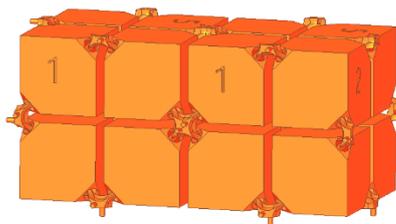


Figura 3.19: Primo step, in questo caso la faccia da accoppiare è la 4 con la 2.

2. Il secondo step consiste nell'assemblaggio dei due sottoassiemi mettendo insieme i blocchi 1x1x2, pertanto, facendo riferimento alla Figura 3.20, si procede ad assemblare l'arancione con il celeste, e quindi accoppiare le rispettive facce 5 e 6.

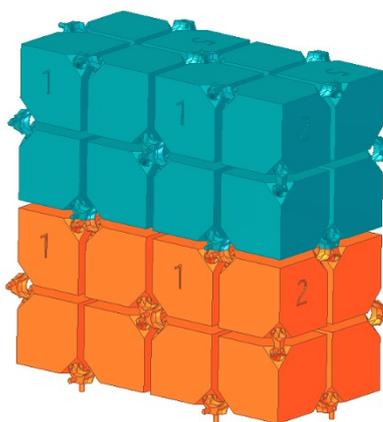


Figura 3.20: Secondo step, assemblaggio dei sottoassiemi.

3. Il terzo ed ultimo step consiste nell'assemblaggio dell'assieme, facendo riferimento alla Figura 3.21, accoppiando le facce 1 e 3 dei rispettivi sottoassiemi.

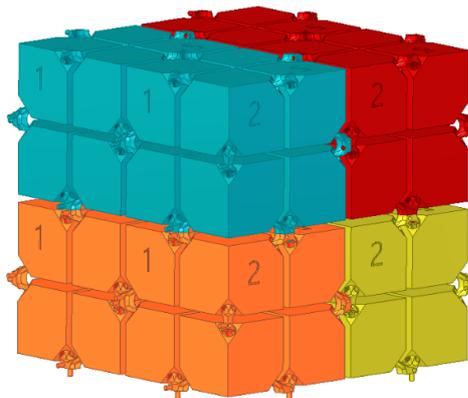


Figura 3.21: Ultimo step, assemblaggio dell'assieme.

3.2 Scelta del materiale

Altro punto molto importante da definire è il materiale da utilizzare per realizzare il metamateriale, e per fare questo si sono utilizzati dei dati di catalogo per nove materiali, i quali sono poi stati inseriti in input alle simulazioni FEM.

3.2.1 Simulazioni

In questo caso le simulazioni sono leggermente diverse da quelle viste precedentemente, questo perché in una sola simulazione si va a valutare il comportamento di tutti e nove i materiali.

Per quanto concerne l'analisi statica, si è innanzitutto provveduto a creare un materiale lineare elastico ortotropo, fornendo come parametri i valori della Tabella 3.4.

Tabella 3.4: Parametri caratteristici dei materiali.

Materiale	E_x [MPa]	E_y [MPa]	E_z [MPa]	G [MPa]	ρ $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
PA 2200	1700	1700	1700	1240	925
PA12 flame retardant (halogen free)	2450	2450	2250	2300	1060
PA12	1650	1650	1650	1500	930
PA12 aluminium reinforced	3800	3800	3800	3600	1360
PA12 glass beads reinforced	3200	3200	2500	2900	1220
VITRA DL375	1950	1950	1950	2250	1010
THERMA DM220	5125	5125	5125	5550	1520
I N V I C T A DL395	1550	1550	1550	1400	1020
PA12 carbon fiber reinforced	6100	3400	2200	5500	1040

Sono state poi imposte le condizioni di vincolo e di gravità e infine è stata creata la mesh, come visto precedentemente.

Nella definizione dello studio è stato imposto uno sweep, ossia una variazione di uno o più parametri tra un numero discreto di valori. Questo è realizzato tramite la funzione Sweep Parametrico in cui si possono scegliere i parametri da variare e la lista dei valori

da far assumere al parametro; nel nostro caso i parametri sono quelli caratteristici del materiale e i valori della Tabella 3.4.

Per il diagramma di dispersione si è proceduti allo stesso modo, ovviamente però in questo caso lo studio effettuato è uno studio delle autofrequenze.

3.2.2 Risultati e conclusioni

Per lo studio statico i risultati sono riassunti nella Tabella 3.5:

Tabella 3.5: Freccia massima per un insieme 1x1x2 omogeneo al variare del materiale.

	PA 2200	PA 12 FR	PA 12	PA 12 AR	PA 12 GBR	VITRA DL375	THERMA DM220	INVICTA DL395	PA 12 CFR
Freccia massima [mm]	0.9610	0.7508	0.9656	0.6092	0.6881	0.8530	0.4939	1.1285	0.4141

Mentre i risultati dello studio delle autofrequenze sono riassunti nel grafico di Figura 3.22.

Analizzando i dati vediamo che per qualsiasi tipo di materiale il trend è simile, ossia, per materiali più rigidi si avranno minori frecce ma bandgap che risentono della maggiore rigidità e viceversa: pertanto non esiste un materiale migliore in assoluto, vi sono però più materiali che possono essere usati a seconda delle esigenze, si che si possa avere una certa “modularità” anche per quanto riguarda i materiali.

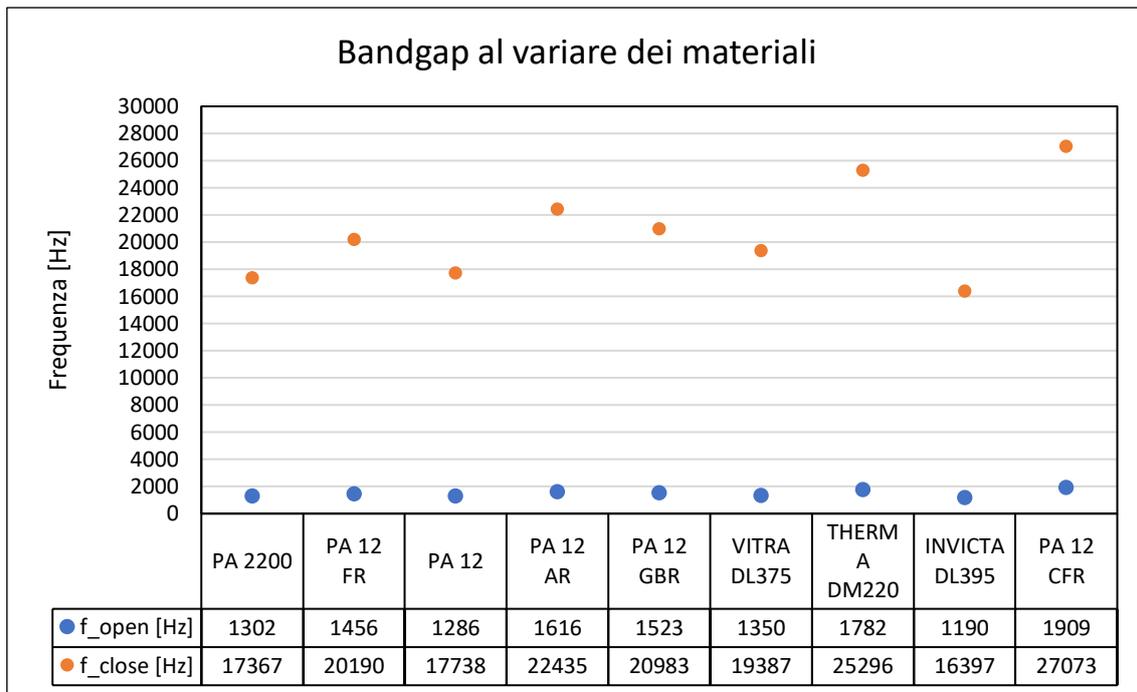


Figura 3.22: Grafico del bandgap per il modello omogeneo al variare dei materiali.

3.3 Prove sperimentali

Per il metamateriale omogeneo abbiamo avuto la possibilità di effettuare alcune prove sperimentali in quanto avevamo a disposizione due prototipi dello stesso, stampati in nylon PA, nella disposizione 1x1x2 e 1x1x3. Questi differiscono leggermente dalla geometria finale, perché realizzati prima della realizzazione di quest’ultima.

3.3.1 Setup sperimentale

La strumentazione usata si compone di due accelerometri miniaturizzati PCB monoassiali, uno shaker, un amplificatore, il componente hardware di acquisizione SCADAS, il software di acquisizione Simcenter Testlab.

Per quanto riguarda invece i collegamenti si ha il seguente schema: i due accelerometri entrano in input ai canali 1 e 2 dello SCADAS, il quale è collegato tramite un cavo Ethernet al computer in cui è aperto Testlab, e tramite l’output 1 lo SCADAS è collegato all’amplificatore nell’ingresso external input, infine all’uscita dell’amplificatore è collegato lo shaker (Figura 3.24).

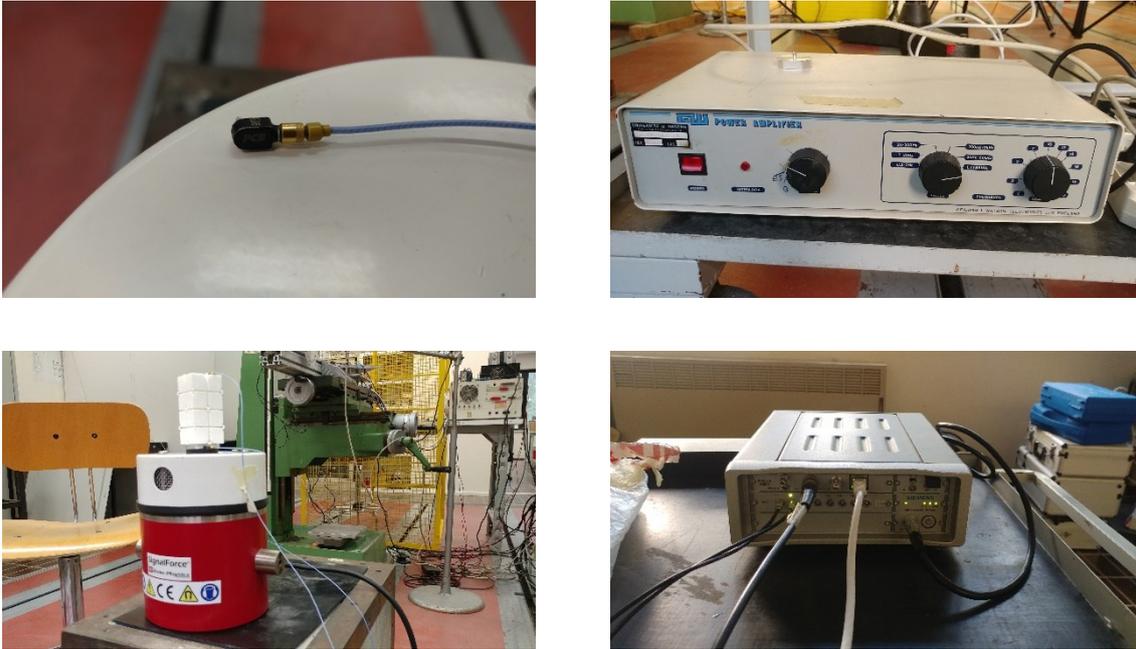


Figura 3.23: Setup sperimentale: in alto a sinistra l'accelerometro, in alto a destra l'amplificatore, in basso a sinistra lo shaker con fissato sopra il metamateriale e i due accelerometri, in basso a destra lo SCADAS.

Gli accelerometri hanno una sensibilità pari a 5.11 mV/g quello di riferimento e 5.39 mV/g l'altro, e un range di misura da 2 a 10000 Hz.

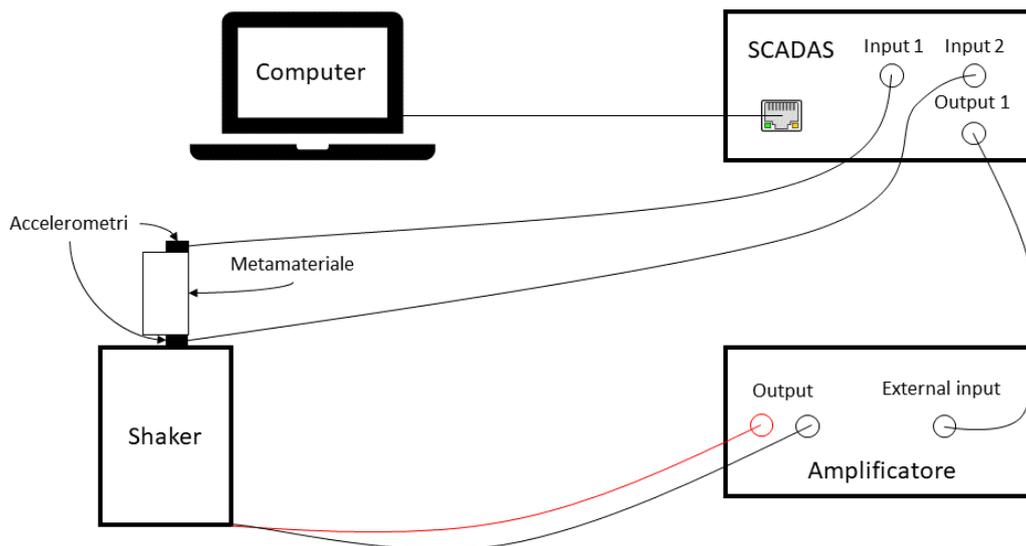


Figura 3.24: Schema di collegamento.

In Testlab si è acquisito con una larghezza di banda di 20480 Hz, 16384 linee spettrali e una risoluzione di 1.25 Hz, utilizzando una finestra di tipo Hanning. Come segnale di eccitazione si è usato un rumore bianco con una banda pari alla larghezza di banda di acquisizione.

Simcenter Testlab Spectral Testing - metamateriale_vibrazionale - unitcell_1x1x3_20kHz_6-28-2021_geometria

File Edit View Data Tools Window Help

unitcell_1x1x3_20kHz_6-28-2021.g

Channel Setup

Status: ■ Verification OK

	PhysicalChannelId	OnOff	Reference	User channel Id	ChannelGroupId	Point	Direction	Input mode	Coupling	Measured Quantity	Electrical Unit	Actual sensitivity
1	Tacho1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Tacho	Tacho1	None	Voltage DC	Single Ended			
2	Input1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		Vibration	Point1	-Z	ICP	Single Ended	Acceleration	mV	5.11 mV/g
3	Input2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Vibration	uc_1x1x3_16	-X	ICP	Single Ended	Acceleration	mV	5.39 mV/g
4	Input3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Vibration	Point3	+Z	ICP	Single Ended	Acceleration	mV	100 mV/g
5	Input4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Vibration	Point4	None	Voltage AC	Single Ended	Acceleration	mV	100 mV/g
6	Input5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Vibration	Point5	None	Voltage AC	Single Ended	Acceleration	mV	100 mV/g
7	Input6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Vibration	Point6	None	Voltage AC	Single Ended	Acceleration	mV	100 mV/g
8	Input7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Vibration	Headset Left	None	ICP	Single Ended	Pressure	mV	31.62 mV/Pa
9	Input8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Vibration	Headset Right	None	ICP	Single Ended	Pressure	mV	31.62 mV/Pa

Figura 3.25: Setup dei canali in Testlab.

3.3.2 Esecuzione della prova

La prova sperimentale fatta sul metamateriale è una prova di trasmissibilità, in quanto l’obiettivo è quello di rilevare la capacità del metamateriale di bloccare la propagazione di onde in un certo bandgap.

Questo tipo di analisi necessita di un accelerometro di riferimento e di un altro accelerometro posto nel punto in cui vogliamo effettivamente misurare l’accelerazione (o lo spostamento). In questo modo misuriamo la trasmissibilità $T(f)$, funzione molto simile a una funzione di risposta in frequenza (FRF), ma che presenta al denominatore il segnale proveniente dall’accelerometro di reference piuttosto che il segnale di un trasduttore di forza. Essa è quindi adimensionale e assume la seguente forma [22]:

$$T(f) = \frac{A_i(f)}{A_{ref}(f)} \tag{3.2}$$

Nel nostro caso l’accelerometro di riferimento è posto sulla piastra dello shaker, che funge da base vibrante per l’eccitazione del metamateriale, mentre l’altro è posto in vari punti della superficie del metamateriale, come si può vedere nella Figura 3.26.

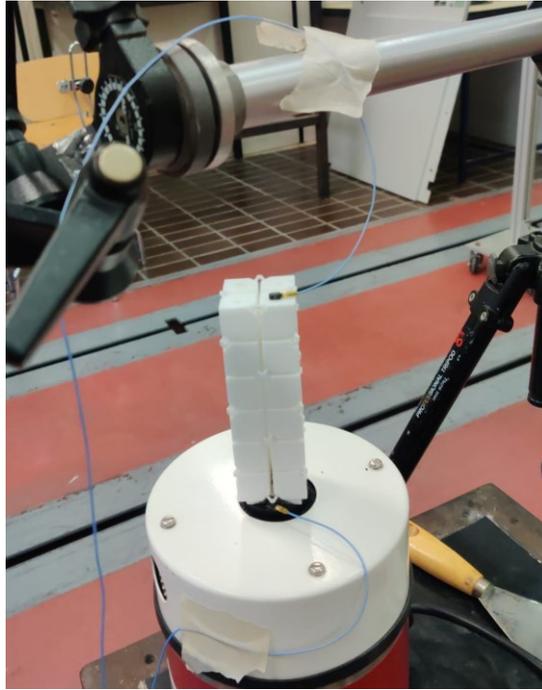


Figura 3.26: Posizionamento accelerometri.

Gli accelerometri sono fissati alla struttura con della cera d'api e i cavi sono fissati con del nastro adesivo in modo che non interferiscano con la misurazione, mentre il metamateriale è fissato alla base dello shaker tramite del nastro biadesivo che ne garantisca un sicuro fissaggio.

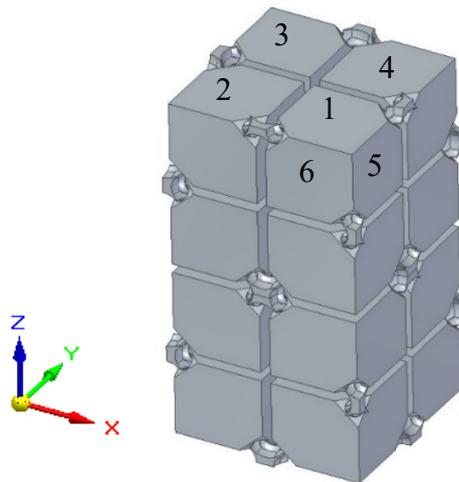


Figura 3.27: Punti di misurazione.

I punti di misura sono sei, i primi quattro sulla superficie superiore (al centro di ogni massa come in Figura 3.27), gli altri due posti lateralmente così da avere una rilevazione della trasmissibilità anche nelle direzioni X e Y.

3.3.3 Analisi dei risultati

I risultati dei test sono stati esportati da Testlab per essere poi analizzati in Matlab, in quanto così facendo si ha la possibilità di confrontare i risultati delle prove sperimentali con le simulazioni.

La trasmissibilità per il metamateriale 1x1x3 risultante dalle prove sperimentali è rappresentata in Figura 3.28.

Analizzando i risultati notiamo innanzitutto che vi è effettivamente una forte attenuazione delle vibrazioni, in quanto tra i 1800 Hz e i 16 kHz si ha una riduzione dello spostamento che oscilla tra i 3 e i 4 ordini di grandezza. Pertanto il materiale lavora come voluto.

Notiamo poi che il comportamento del metamateriale nelle tre direzioni presenta delle differenze in ampiezza, le quali, anche se piccole, dovranno essere opportunamente presi in considerazione per valutare l'impatto di ciò sul comportamento del materiale nel suo complesso.

Tali differenze sono dovute ai diversi picchi di risonanza che si manifestano nelle tre direzioni.

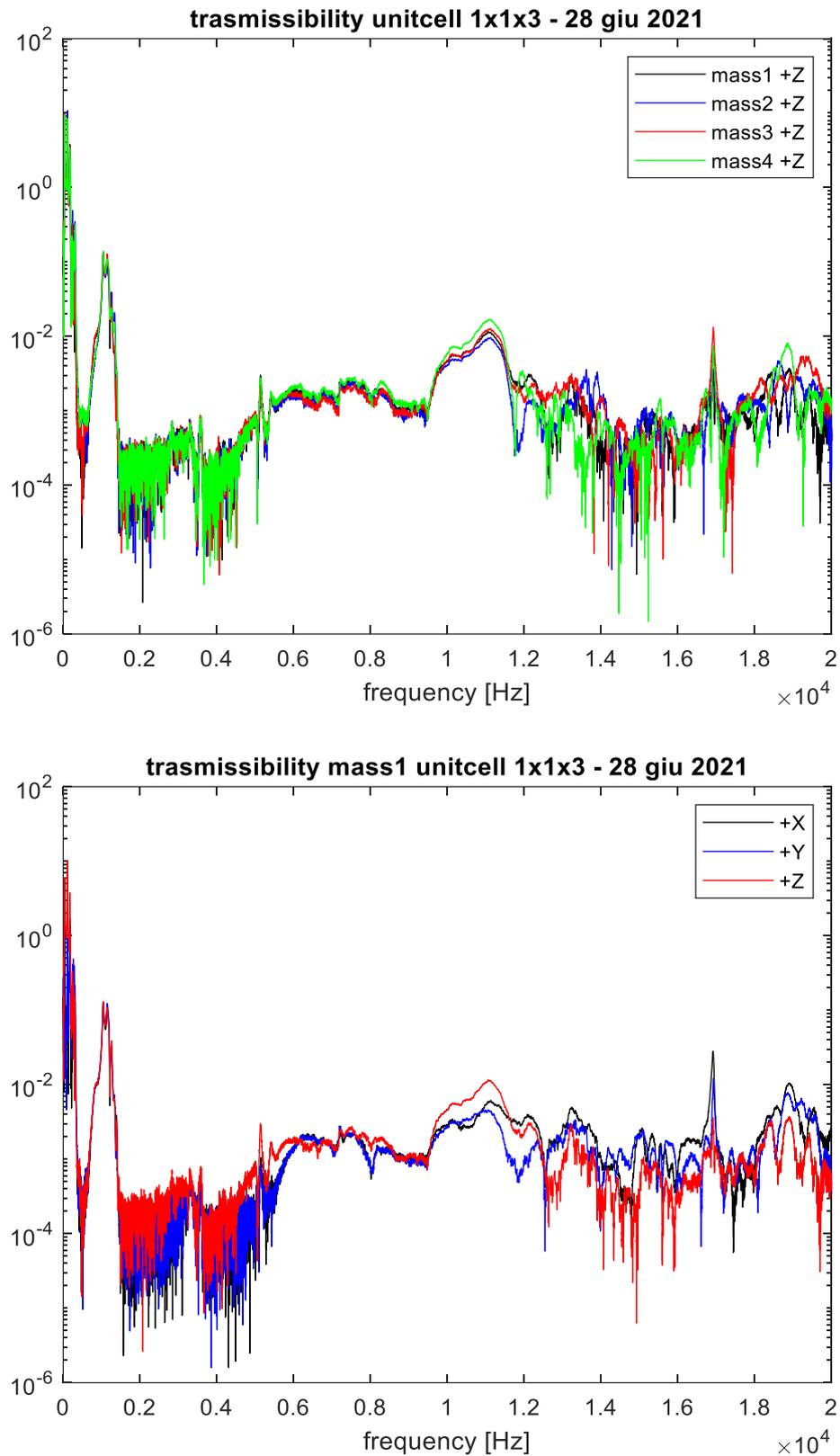


Figura 3.28: In alto trasmissibilità 1x1x3 lungo Z per i punti da 1 a 4, in basso lungo X Y e Z per i punti 1 5 e 6.

Lo stesso è stato fatto anche per l'assieme 1x1x2, i cui risultati sono riportati in Figura 3.29:

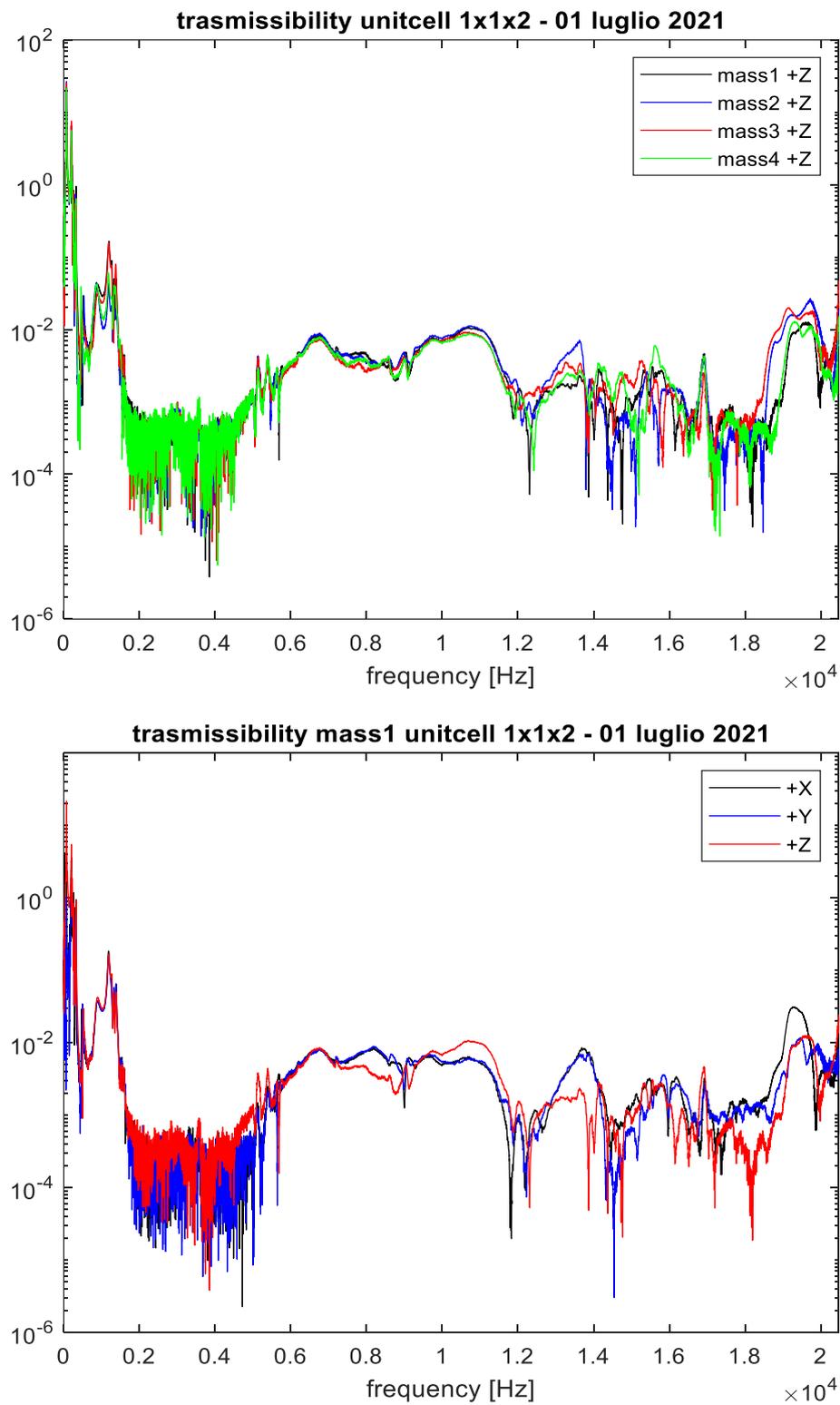


Figura 3.29: In alto trasmissibilità 1x1x2 lungo Z per i punti da 1 a 4, in basso lungo X Y e Z per i punti 1 5 e 6.

Inoltre, è anche stato fatto un confronto tra la trasmissibilità lungo Z misurata nella massa 1 tra la configurazione 1x1x2 e l'1x1x3 (Figura 3.30), trovando una corrispondenza tra le due, ma con qualche differenza, ad esempio vicino ai 10000 Hz e in alta frequenza.

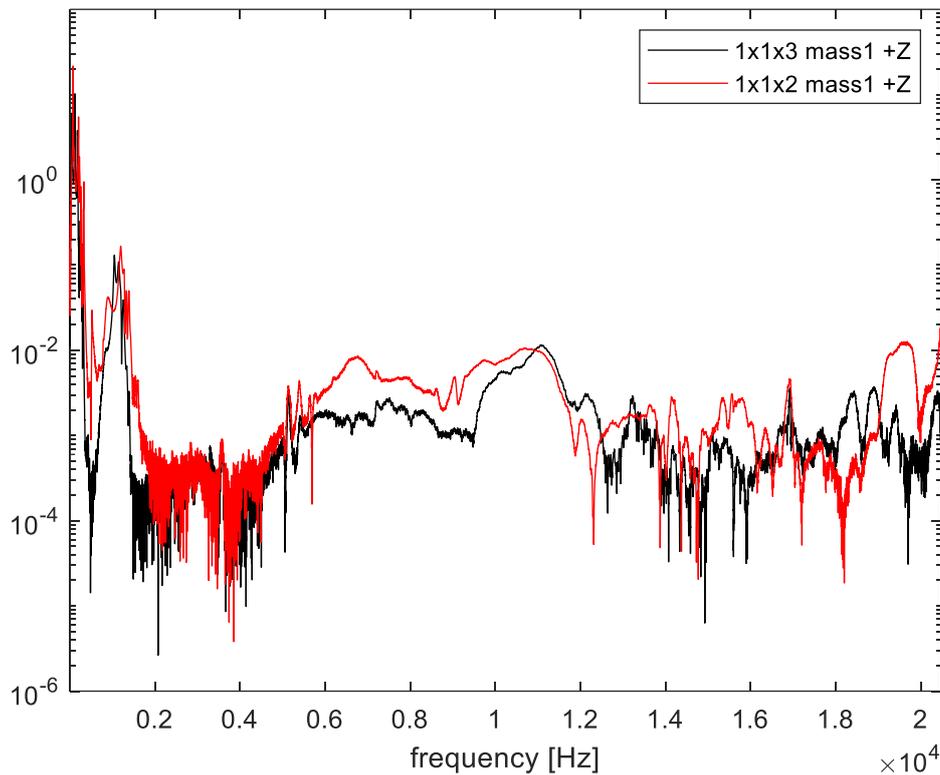


Figura 3.30: Confronto tra trasmissibilità lungo Z della configurazione 1x1x2 e 1x1x3.

3.3.4 Confronto tra risultati sperimentali e simulativi

Per verificare la corrispondenza tra il modello FEM e i risultati sperimentali è stata effettuata una simulazione in COMSOL che permettesse di rilevare la trasmissibilità del metamateriale, ottenuta andando ad applicare come input una accelerazione unitaria ad una estremità della cella e visualizzando come output gli effetti di questo nell'altra estremità. In particolare, sono stati creati diversi modelli, sia di tipo viscoelastico che isotropo, al fine di avere un modello che aderisca il più possibile a quello reale.

Dal confronto di Figura 3.31 si possono notare alcuni punti di coincidenza tra il diagramma sperimentale e quello dato dalle simulazioni, come ad esempio i primi picchi fino ai 2000 Hz, pertanto la frequenza di apertura del bandgap coincide per tutti i modelli. Per il resto della banda i risultati non sembrano avere altri punti comuni, ma questo è dato dal fatto che è molto difficile trovare i parametri da attribuire al materiale in modo che questo aderisca a quello reale.

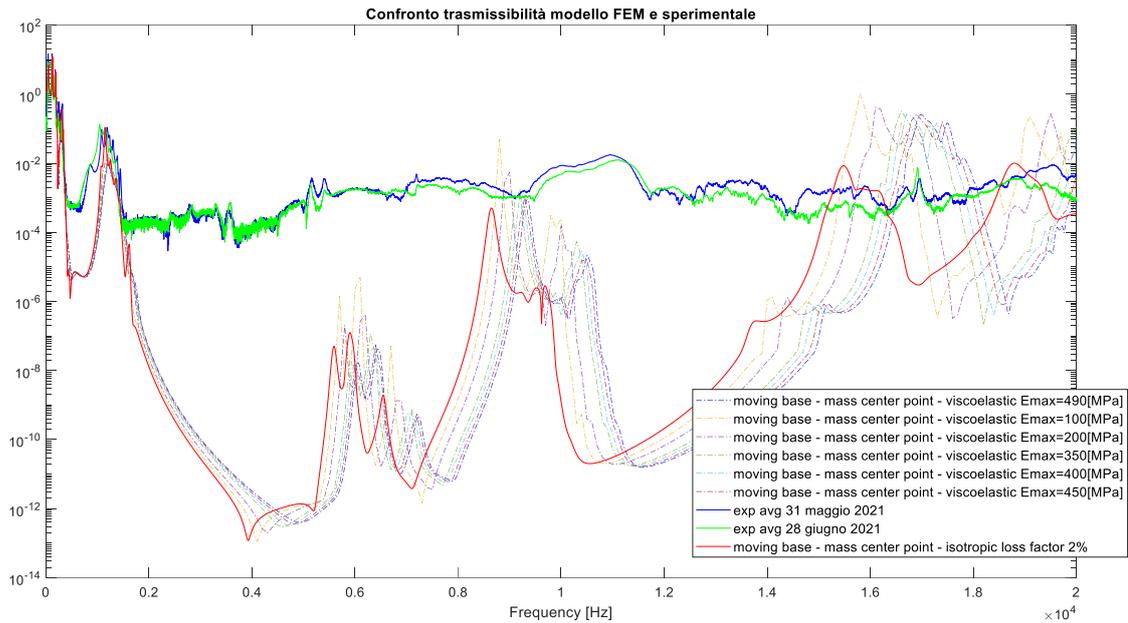


Figura 3.31: Confronto tra le trasmissibilità ottenute sperimentalmente e quelle ottenute tramite simulazione con diversi modelli.

Inizialmente, infatti, si era utilizzato un modello viscoelastico, più complesso di quello isotropo, però la determinazione dei parametri fondamentali di tale modello è particolarmente difficoltosa e si dovrebbe procedere in modo iterativo cercando di avvicinarsi sempre più al comportamento del materiale; ciò è reso ancor più difficile dal fatto che questi modelli sono molto pesanti e richiedono grande potenza e lunghi tempi per il calcolo.

Per questo, infine, si è scelto di utilizzare il modello isotropo, il quale, come vediamo dalla Figura 3.31 (linea rossa), ha un comportamento coerente con quello degli altri ed anche del metamateriale reale.

4 Metamateriale multimateriale

Al fine di avere frequenze di apertura minori del buco in frequenza e maggiore compattezza del metamateriale è stato progettato un secondo metamateriale.

Questo, a differenza di quello omogeneo, è composto da due materiali, un polimero per scheletro e molle e acciaio per le masse, come si può vedere nella Figura 4.1, e pertanto prende il nome di metamateriale multimateriale.

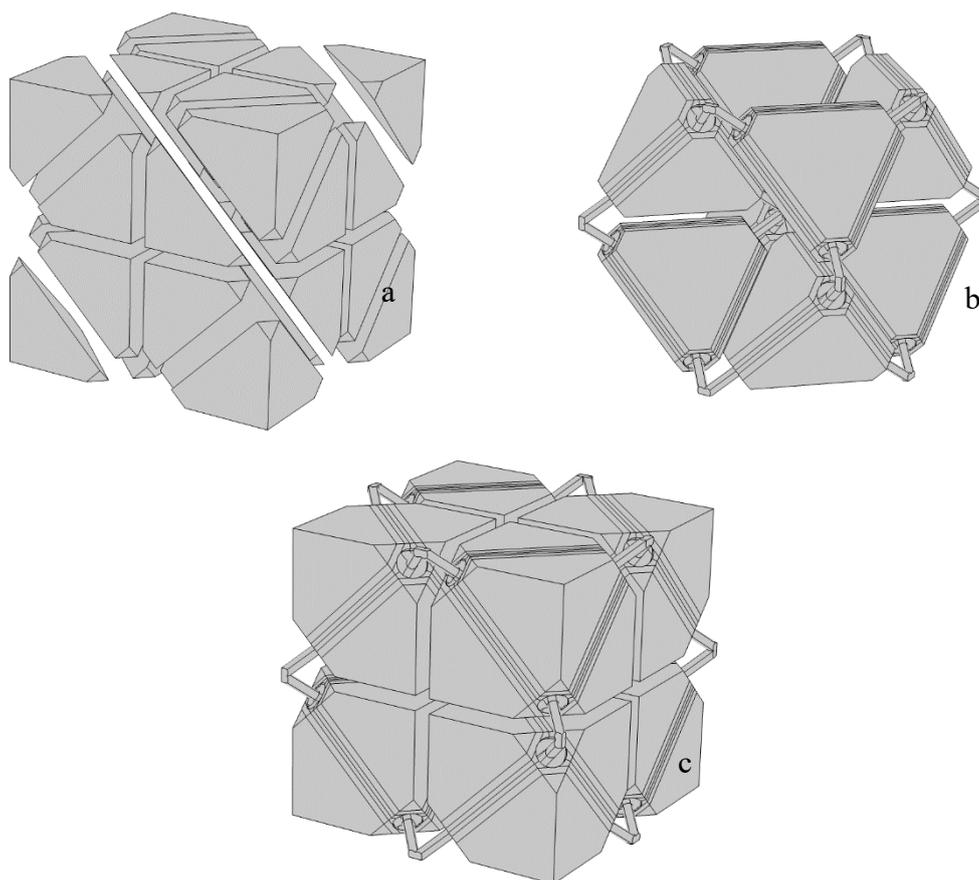


Figura 4.1: Componenti del multimateriale: a sono le masse metalliche, b è lo scheletro polimerico e c l'assieme.

La geometria di questo è totalmente analoga a quella del multimateriale omogeneo, con l'unica differenza che sono presenti delle masse metalliche; queste sono state introdotte perché permettono di avere dei bandgap con frequenze di apertura minori, pagando però in prestazioni statiche, ossia avendo una freccia maggiore dovuta al peso maggiore.

4.1 Geometria

Anche in questo caso l'ottimizzazione della geometria riguarda tutti i punti elencati nel paragrafo 3.1, con l'aggiunta di ulteriori incastri che servono a fissare le masse metalliche sullo scheletro polimerico.

4.1.1 Raccordi

Anche in questo caso si è provveduto ad esportare la geometria creata in Comsol importandola in Solid Edge, in cui sono stati fatti i raccordi. In questo caso si è optato subito per un raccordo di 4mm, forti degli studi precedenti sul metamateriale omogeneo e del fatto che con tale dimensione si ha abbastanza superficie per creare i perni di incastro.

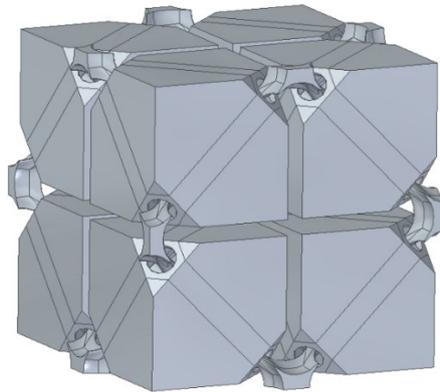


Figura 4.2: Geometria metamateriale multimateriale raccordato.

Per tale geometria ($a_1 = 10 \text{ mm}$ e $R = 0,7 \text{ mm}$) sono state eseguite delle simulazioni FEM in Comsol. In questo caso l'impostazione delle stesse è un po' differente da quanto visto nel caso del metamateriale omogeneo.

Le differenze sono dovute alla presenza di più di un materiale, per questo nella sezione Parametri di Comsol sono stati definiti i parametri di densità, modulo di Young e modulo tangenziale o coefficiente di Poisson, sia per il polimero (PA 2200) che per l'acciaio. I parametri per il polimero sono riportati in Tabella 3.1 e per l'acciaio in Tabella 4.1.

Tabella 4.1: Parametri per acciaio Inox 316L.

E	200	GPa
ν	0,3	MPa
ρ	7870	kg/m ³

Quindi sono stati definiti due materiali lineari elastici, uno per il polimero e l'altro per l'acciaio. Si è poi associato ciascun materiale ai domini della geometria corrispondenti, come in Figura 4.3.

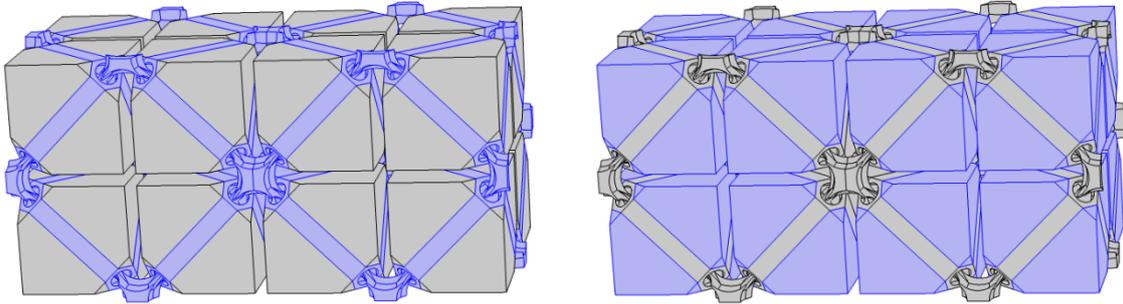


Figura 4.3: A sinistra i domini corrispondenti al polimero, a destra quelli corrispondenti al metallo.

Si ottiene così una freccia massima per un array 1x1x2 pari a 2,68 mm, e frequenze di apertura e chiusura del bandgap, per $k=5,5$, pari rispettivamente a 588 Hz e 9534 Hz (Figura 4.4). Inoltre, la larghezza di banda risultante è pari a $\frac{\Delta\omega}{\omega_c} = 177\%$.

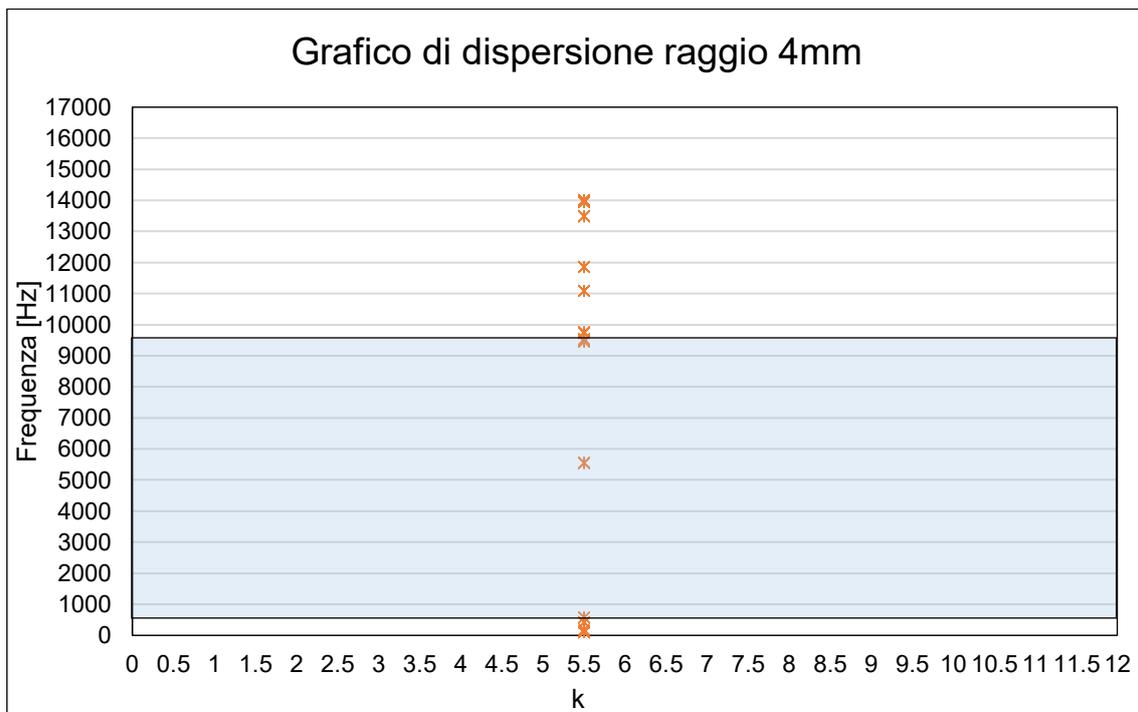


Figura 4.4: Grafico di dispersione per $k=5,5$ per il multimateriale con raccordo di 4mm, la parte celeste rappresenta il bandgap.

4.1.2 Analisi di sensibilità delle dimensioni principali della cella

In questo caso sono stati fatti degli studi sulla dimensione del solo lato della cella a_1 imponendo come raggio delle molle $R=0,7$ mm.

I risultati delle simulazioni sono riassunti nella Tabella 4.2 e nel grafico in Figura 4.5:

Tabella 4.2: Tabella multimateriale riassuntiva dei risultati per ciascun modello multimateriale al variare di a_1 , con valore di R fisso e pari a 0.7 mm.

a_1	5 mm	6 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm
Lato ($4a_1$) [mm]	20	24	28	32	36	40
Freccia massima [mm]	0.036312	0.11472	0.31731	0.76088	1.6369	3.2121

Da tali risultati capiamo che anche in questo caso non esiste una dimensione ottimale, ma bisogna sempre scegliere un compromesso, ad esempio per applicazioni in cui sia necessario un bandgap con frequenza di apertura molto bassa si opterà per dimensioni della cella maggiori e viceversa.

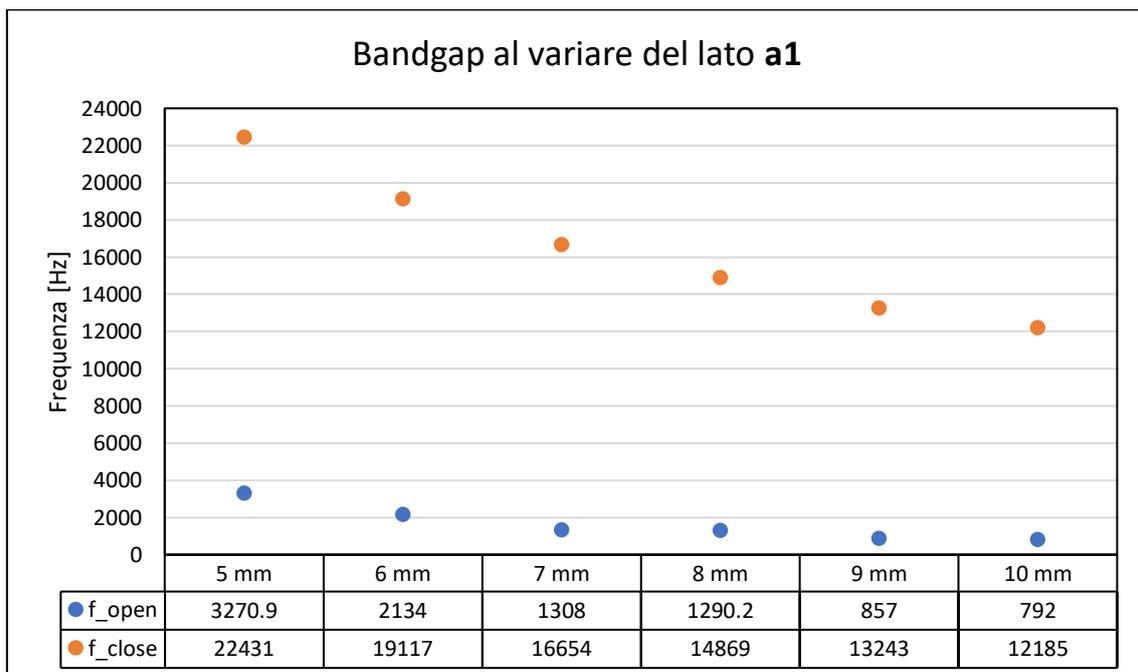


Figura 4.5: Grafico del bandgap per modello multimateriale al variare di a_1 .

4.1.3 Geometria modulare

Anche nel caso del multimateriale la modularità della geometria è un punto fondamentale: a questo fine si è pensato di utilizzare una soluzione simile a quella del multimateriale omogeneo.

Si è arrivati così alla geometria in Figura 4.6.

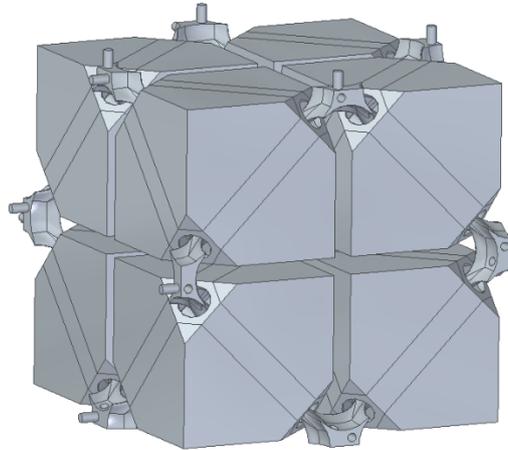


Figura 4.6: Geometria super cella elementare multimateriale con incastri.

Era poi necessario trovare un modo per fissare le masse metalliche allo scheletro polimerico. Si è provveduto quindi a creare dei perni sulle masse metalliche e dei fori sullo scheletro opportunamente modellati. Questo è stato fatto in Solid Edge usando un comando di protrusione per creare i perni e il comando di taglio per i fori; i perni sono tre così da garantire il centraggio della massa sulla faccia dello scheletro, come si può vedere in Figura 4.7.

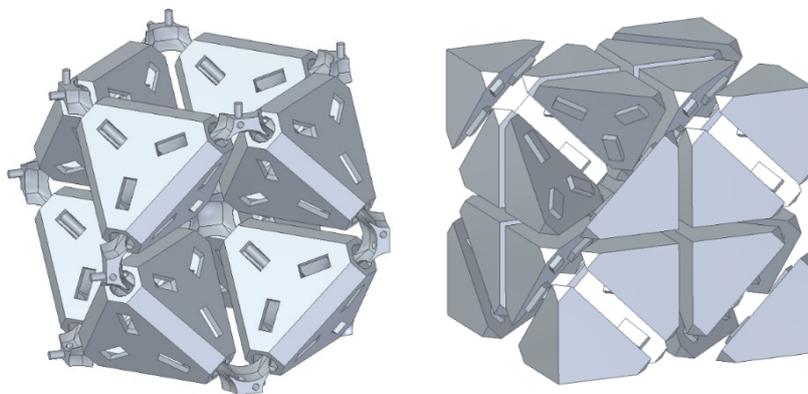


Figura 4.7: Geometria con entrambi gli incastri, quelli delle masse metalliche e quelli nei punti di raccordo.

Infine sono stati aggiunti, come per il caso omogeneo, dei numeri su ogni faccia al fine di facilitare il montaggio di più super celle assieme, ottenendo la geometria finale di Figura 4.8.

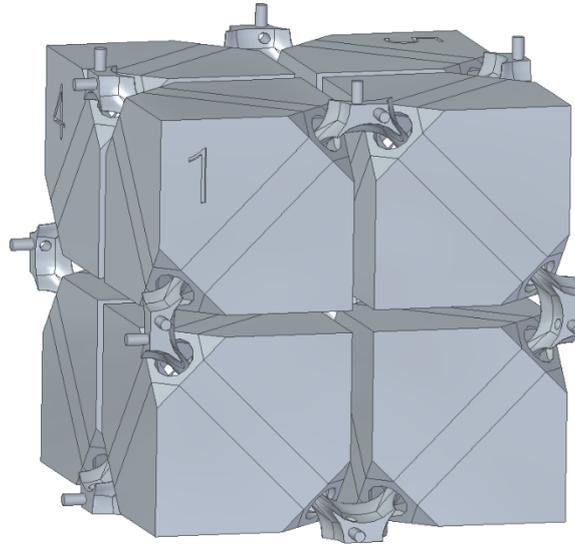


Figura 4.8: Geometria finale super cella unitaria multimateriale.

4.2 Scelta del materiale

Anche in questo sono state effettuate delle simulazioni al fine di poter valutare il comportamento del modello al variare del polimero scelto, tenendo fisso l'acciaio Inox 316L per le parti metalliche.

Le simulazioni sono state impostate allo stesso modo del caso del metamateriale omogeneo, ossia utilizzando la funzione di sweep parametrico, facendo però attenzione ad attribuire correttamente i domini all'uno o all'altro materiale.

Per l'analisi statica i risultati sono riassunti nella Tabella 4.3, mentre per lo studio delle autofrequenze i risultati sono riassunti nel grafico in Figura 4.9:

Tabella 4.3: Freccia massima per un insieme multimateriale 1x1x2 al variare del materiale.

	PA 2200	PA 12 FR	PA 12	PA 12 AR	PA 12 GBR	VITRA DL375	THERMA DM220	INVICTA DL395	PA 12 CFR
Freccia massima [mm]	5.2468	3.6150	5.2447	2.34092	2.9153	4.2926	1.7189	5.6290	2.0287

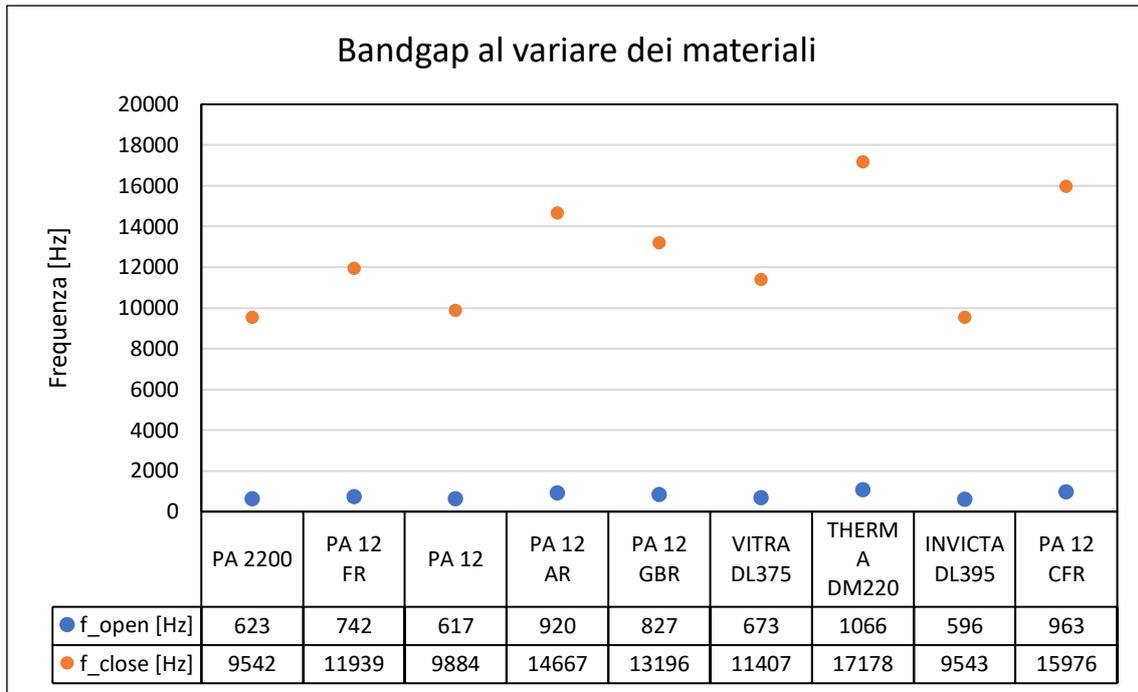


Figura 4.9: Grafico del bandgap al variare dei materiali.

Ancora una volta ribadiamo il fatto che non vi è un materiale migliore di un altro, ma vi sono più materiali utilizzabili in diversi ambiti e in diverse situazioni; notiamo inoltre che in questo caso, come già detto, si ottengono delle frecce molto maggiori rispetto al caso del metamateriale omogeneo e dei bandgap meno estesi, che però hanno limiti inferiori al di sotto dei 1000 Hz.

5 Conclusioni e sviluppi futuri

Questo lavoro di tesi mirava alla determinazione del comportamento dei metamateriali progettati al variare della geometria, del materiale e alla realizzazione di una geometria modulare dei metamateriali in questione.

Per fare questo sono stati utilizzati software di simulazione al FEM come Comsol e software di disegno CAD 3D come Solid Edge, i quali hanno permesso di definire la geometria del metamateriale e di verificare le proprietà dello stesso al variare di alcuni parametri della geometria.

I risultati ottenuti ci hanno permesso di riscontrare che le geometrie ipotizzate avessero effettivamente un bandgap ampio e una freccia la più ridotta possibile; grazie poi all'utilizzo di diversi materiali durante gli studi fatti, si è potuto ampliare campo di applicazione e di utilizzo dei metamateriali in questione, permettendo ad esempio di avere attenuazione delle vibrazioni già dalle basse frequenze o viceversa a seconda del materiale scelto.

Tramite la creazione di assiemi virtuali si è verificata l'effettiva possibilità di realizzare diverse configurazioni del supporto per misure accelerometriche, come ad esempio la configurazione 2x2x2 o 1x1x3 viste in Figura 3.16.

In ultimo, per il solo metamateriale omogeneo, si è potuta effettuare un'analisi sperimentale su un prototipo del metamateriale stampato, così da verificare l'effettiva presenza di un bandgap e quindi di una reale attenuazione delle vibrazioni in quel campo di frequenze; inoltre, si è potuto confrontare quanto ottenuto dalle simulazioni col reale comportamento del materiale.

Dai risultati di queste analisi è emerso che il metamateriale stampato ha un ampio bandgap, e quindi una reale attenuazione delle vibrazioni, e inoltre si è visto come per i primi modi si abbia una effettiva corrispondenza tra i modelli e il metamateriale reale.

Sviluppi futuri prevedono degli studi di sensibilità sui parametri del modello FEM, così da renderlo sempre più aderente al metamateriale reale, e si prevede anche di stampare dei nuovi prototipi per verificare l'effettiva modularità della geometria progettata e le proprietà del metamateriale con tale geometria.

Inoltre, andranno fatti degli studi e delle verifiche sull'effettiva stampabilità del metamateriale, ossia bisogna verificare che le tolleranze del metodo di stampa 3D scelto permettano o meno la realizzazione dei modelli progettati e l'accoppiamento di più celle elementari al fine di realizzare più configurazioni del supporto per misura accelerometriche.

Bibliografia

- [1] I. A. Buriak, V. O. Zhurba, G. S. Vorobjov, V. R. Kulizhko and O. K. Kononov, "Metamaterials: Theory, classification," *Journal of Nano- and Electronic Physics*, 2016.
- [2] P. Hofmann, *Solid state physics: an introduction*, Weinheim: Wiley-VCH, 2008.
- [3] L. Operato, "In parole chimiche," [Online]. Available: <https://www.inparolechimiche.it/teoria-di-chimica-inorganica/capitolo-6-legame-metallico-e-strutture-cristalline/2/>.
- [4] R. Noroozi, M. Bodaghi, H. Jafari and A. Zolfagharian, "Shape-Adaptive Metastructures with Variable Bandgap Regions by 4D Printing," *Polymers*, Marzo 2020.
- [5] Prolineserver, "Wikipedia," 20 Aprile 2008. [Online]. Available: https://it.wikipedia.org/wiki/Reticolo_di_Bravais#/media/File:2d-bravais.svg.
- [6] A. O. Krushynska, M. Miniaci, F. Bosia and N. M. Pugno, "Coupling local resonance with Bragg band gaps in single-phase mechanical metamaterials," *Extreme Mechanics Letters*, pp. 30-36, Aprile 2017.
- [7] Z. Liu, "Locally resonant sonic materials," *Science*, Settembre 2000.
- [8] P. F. Pai, "Metamaterial-based broadband elastic wave absorber," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Gennaio 2010.
- [9] L. D'Alessandro, E. Belloni, R. Ardito, A. Corigliano and F. Braghin, "Modeling and experimental verification of an ultra-wide bandgap in 3d phononic crystal.," *Applied Physics Letters*, Novembre 2016.

- [10] L. D'Alessandro, E. Belloni, R. Ardito, F. Braghin and A. Corigliano, "Mechanical low-frequency filter via modes separation in 3d periodic structures," *Applied Physics Letters*, Dicembre 2017.
- [11] F. Gabrielli, R. Ippolito and F. Micari, "Metodo degli elementi finiti," in *Analisi e tecnologia delle lavorazioni meccaniche*, pp. 511-513.
- [12] Comsol multiphysics, Comsol, Marzo 2016. [Online]. Available: <https://www.comsol.it/multiphysics/finite-element-method>.
- [13] P. v. Alem, "MathWorks," 17 Giugno 2021. [Online]. Available: <https://it.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/46384-introduction-to-fem>.
- [14] "3D Biomodel," 11 Giugno 2020. [Online]. Available: <https://www.3dbiomodel.it/post/stampanti-3d-sladlp-conosciamole>.
- [15] Formlabs, "Formlabs," [Online]. Available: <https://formlabs.com/it/blog/guida-definitiva-stampa-3d-stereolitografia-sla/>.
- [16] Stratasys, "Stratasys," [Online]. Available: <https://www.stratasys.com/it/fdm-technology>.
- [17] Formlabs, "Formlabs," [Online]. Available: <https://formlabs.com/it/blog/fdm-sla-sls-scegliere-tecnologia-stampa-3d/>.
- [18] F. Gabrielli, R. Ippolito and F. Micari, "Lavorazioni speciali," in *Analisi e tecnologia delle lavorazioni meccaniche*, Mc Graw Hill.
- [19] Anskar, "Wikipedia," 17 Ottobre 2011. [Online]. Available: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:ORC.svg>.
- [20] E. Amel, E. Fouzia, E. Yassin, R. Atika and E. Raja, "UWB Communication System Based on Bipolar PPM with Orthogonal Waveforms," *Wireless Engineering and Technology*, 2012.
- [21] R. Ardito, F. Braghin, A. Corigliano and L. D'Alessandro, "Low frequency 3D ultra-wide vibration attenuation via elastic metamaterial," *Scientific Reports*, 2019.

- [22] B. Yang, "Vibration Analysis of One-Degree-of-Freedom Systems," in *Stress, Strain, and Structural Dynamics*, Elsevier, 2005.
- [23] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics*, Holt-Saunders, 1976.
- [24] M. K. Prasanta , *Physics of Condensed Matter*, Elsevier, 2012.
- [25] A. Bacigalupo, M. Lepidi, G. Gnecco, F. Vadalà and L. Gambarotta, "Optimal Design of the Band Structure for Beam Lattice Metamaterials," *Frontiers in Materials*, Gennaio 2019.
- [26] I. Arretche and K. H. Matlack , "On the Interrelationship Between Static and Vibration Mitigation Properties of Architected Metastructures," *Frontiers in Materials*, 20 Novembre 2018.