



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE  
FACOLTÀ DI ECONOMIA “GIORGIO FUÀ”

---

Corso di Laurea triennale in Economia e Commercio

Obbligazioni: analisi dei rischi connessi all'acquisto

Bonds: analysis of the risks associated with the purchase

Relatore:  
Prof.ssa Serena Brianzoni

Rapporto Finale di:  
Dalila Verdini

Anno Accademico 2023/2024



# Indice

- **Introduzione**
- 1. **Che cosa sono le obbligazioni**.....1
- 2. **Classificazione e tipologie di obbligazioni**.....1
  - 2.1 Obbligazioni con cedola (coupon bonds) e senza cedola (zero coupon)..2
  - 2.2 Obbligazioni a tasso fisso e a tasso variabile.....2
  - 2.3 Altre tipologie di obbligazioni: convertible bonds.....3
- 3. **Analisi delle obbligazioni: aspetti fondamentali per il rischio**.....4
  - 3.1 Operazioni finanziarie semplici: di investimento e di finanziamento.....5
  - 3.2 Equivalenza finanziaria: principio del valore della moneta.....6
  - 3.3 Analisi delle obbligazioni senza cedole (BOT).....7
  - 3.4 Analisi delle obbligazioni con cedole.....8
    - 3.4.1 Notazioni.....8
    - 3.4.2 Valutazione in  $t = 0$ .....10
    - 3.4.3 Valutazione in un'epoca  $t$  qualsiasi.....12
- 4. **Portafoglio obbligazionario: indicatori di rendimento**.....14
  - 4.1 Tasso di rendimento nominale: TREN.....14
  - 4.2 Tassi di rendimento immediato: TRI.....15
  - 4.3 Tasso di rendimento effettivo a scadenza: TRES o yield to maturity...15

4.3.1. Il legame tra il prezzo di un'obbligazione e il tasso di rendimento.....	17
<b>5. Rischi connessi con l'acquisto di un'obbligazione.....</b>	<b>19</b>
5.1 Portafoglio obbligazionario: indicatori di rischio.....	22
5.2. Indicatori di rischio: la durata media finanziaria (duration).....	23
5.3. Indicatori di rischio: duration modificata o volatilità dell'obbligazione...	28
• <b>Conclusioni.....</b>	<b>v</b>
• <b>Bibliografia.....</b>	<b>vii</b>

## **INTRODUZIONE**

Il mercato obbligazionario rappresenta una delle principali componenti del sistema finanziario globale, offrendo agli investitori un'ampia gamma di strumenti che combinano caratteristiche di rendimento, rischio e liquidità.

Le obbligazioni, storicamente percepite come una forma di investimento relativamente sicura rispetto alle azioni, rivestono un ruolo centrale sia nel finanziamento delle imprese e degli enti pubblici, sia nella costruzione di portafogli diversificati da parte degli investitori.

Tuttavia, l'apparente semplicità di questi strumenti finanziari nasconde una complessità significativa in termini di rischi. L'acquisto di obbligazioni non è privo di insidie, e una corretta comprensione dei rischi associati è essenziale per gli investitori, indipendente dal loro grado di esperienza.

Tra i fattori che influenzano il rischio obbligazionario vi sono elementi legati al contesto macroeconomico, come le variazioni nei tassi di interesse e l'inflazione, ma anche aspetti specifici dell'emittente, quali il rischio di credito e la solidità finanziaria.

Questa tesi si propone di analizzare i principali rischi connessi all'acquisto di obbligazioni, con l'obiettivo di fornire una visione chiara e strutturata di un tema di grande rilevanza per gli investitori e operatori del settore.

In particolare, verranno esaminati il rischio di tasso di interesse, il rischio di credito, il rischio di liquidità e il rischio legato all'inflazione, evidenziando come ciascuno di essi influisce sul valore e sulla redditività di un investimento obbligazionario.

Attraverso un'analisi teorica e pratica, si metteranno in luce le caratteristiche e le dinamiche dei rischi, fornendo elementi chiave su cui ragionare in ottica di investimento e gestione del rischio del portafoglio.

In un contesto finanziario sempre più volatile e interconnesso, la capacità di valutare e gestire il rischio è diventata una competenza fondamentale per chiunque intenda operare con consapevolezza sul mercato finanziario.

## **1. CHE COSA SONO LE OBBLIGAZIONI**

Nei casi in cui una società necessita di un finanziamento di grande entità, oppure quando un potenziale finanziatore ritiene troppo rischioso impegnarsi da solo nel soddisfare le richieste del debitore, si ricorre al frazionamento del prestito in un certo numero di quote. Questi prestiti divisi sono conosciuti come prestiti obbligazionari, e ciascuno quota costituisce un titolo di credito<sup>1</sup> chiamato obbligazione.

Per cui i contratti obbligazionari, diversamente da quelli azionari, sono strumenti finanziari che rappresentano un debito assunto da un unico emittente (tipicamente lo Stato, le società) nei confronti degli investitori, i quali, sottoscrivendo i titoli, assumono la veste di creditori dell'emittente.

## **2. CLASSIFICAZIONE E TIPOLOGIE DI OBBLIGAZIONI**

Esistono diverse tipologie di obbligazioni a seconda delle caratteristiche specifiche del titolo.

In base alla natura del soggetto emittente, per il quale l'obbligazione rappresenta un debito in quanto utilizza la somma ricevuta per finanziarsi, si possono individuare [4]:

1. titoli di Stato, emessi da Stati sovrani per il finanziamento del debito pubblico;
2. obbligazioni societarie (corporate bonds);

3. obbligazioni emesse da organizzazioni sovranazionali.

### **2.1. Obbligazioni con cedola (coupon bonds) e senza cedola (zero coupon)**

In primo luogo, una distinzione necessaria da indicare, tenendo conto della differente struttura finanziaria/profilo finanziario, è quella che permette di contrapporre le obbligazioni con cedola da quelle senza cedola. Le cedole in un'obbligazione rappresentano gli interessi che vengono periodicamente pagati al possessore del titolo in misura percentuale rispetto al valore nominale dell'obbligazione [1].

Differentemente da quanto accade nelle obbligazioni con cedola (coupon bonds), quelle prive di cedola, le cosiddette obbligazioni a capitalizzazione integrale o zero coupon bond, non prevedono il pagamento di interessi periodici.

Dunque, per questa tipologia di obbligazioni, l'importo restituito alla scadenza comprenderà sia l'ammontare mutuato sia gli interessi accumulati, dati dalla differenza tra il valore di rimborso (generalmente il valore nominale) ed il prezzo di emissione.

### **2.2. Obbligazioni a tasso fisso e a tasso variabile**

Una seconda classificazione invece si fonda sulla tipologia di remunerazione, con la quale si distinguono le obbligazioni a tasso fisso da quelle a tasso variabile. Nelle prime il tasso cedolare<sup>2</sup> è definito al momento dell'emissione e non viene successivamente modificato; nelle seconde, al contrario, il tasso cedolare è



agganciato ad un parametro, per cui è destinato a modificarsi nel tempo. Nello specifico questo parametro può essere finanziario (es. Euribor/Libor), reale (es. tasso di inflazione) o valutario.

### **2.3. Altre tipologie di obbligazioni: convertible bonds**

Una particolare categoria di obbligazioni che si colloca fra i titoli di credito e i titoli azionari è rappresentata dalle obbligazioni convertibili o convertible bonds.

Questi strumenti finanziari offrono ai sottoscrittori non solo il pagamento periodico delle cedole, generalmente di importo inferiore rispetto a quello delle obbligazioni ordinarie con caratteristiche simili, ma anche la possibilità, in corrispondenza di certe epoche, di scegliere se mantenere la posizione di creditore o convertire le obbligazioni in azioni<sup>3</sup>.

Questa conversione da titolo obbligazionario (di debito) a titolo azionario (di proprietà) conferisce all'investitore non più lo status di obbligazionista/creditore, ma di azionista/socio dell'emittente, in veste del quale partecipa direttamente al rischio di impresa e gode di particolari diritti patrimoniali e amministrativi e l'eventuale conversione viene effettuata sulla base di un rapporto di concambio predeterminato.

### **3. Analisi delle obbligazioni: aspetti fondamentali per il rischio**

Un'opinione diffusa riguardo l'acquisto dei titoli obbligazionari è quella di riuscire ad ottenere un rendimento di entità "certa" da contrapporre all'acquisto di azioni, titoli considerati per loro natura rischiosi.

Per poter analizzare i rischi connessi all'acquisto delle obbligazioni, è necessario comprendere e distinguere il funzionamento dei titoli obbligazionari a partire da quanto esplicitato nel capitolo 2.

Nel caso in cui l'emittente del prestito (debitore) sia lo Stato italiano, i titoli oggetto di analisi, i quali risultano essere anche i più comuni sono i seguenti:

- BOT (Buoni Ordinari del Tesoro, zero coupon bond);
- BTP (Buoni del Tesoro Poliennali, coupon bond).

I titoli di stato vengono acquistati dagli operatori autorizzati a partecipare all'asta presso la Banca d'Italia o Amministrazione Centrale. Gli operatori autorizzati a negoziare nel cosiddetto mercato primario<sup>4</sup> sono Banche, Società Finanziarie, Aziende di credito, Società di Assicurazioni e altri. [5]

Ogni successiva negoziazione (compravendita) dei titoli avviene nel mercato secondario<sup>5</sup>, e nel mercato telematico di stato (MTS).[5]

### 3.1 Operazioni finanziarie semplici: di investimento e di finanziamento

Un'operazione finanziaria semplice prevede lo scambio di prestazioni finanziarie ad epoche diverse tra due controparti.

Se si considerano le prestazioni finanziarie  $(C, t = 0)$  e  $(M, t > 0)$ , un'operazione finanziaria può prevedere che la somma  $C$  disponibile all'epoca  $t_0=0$  venga ceduta per un periodo di tempo di durata  $t$  e dia luogo all'introito della somma  $M$  all'epoca  $t$ , dove  $M$  indica il *valore capitalizzato* o *montante* di  $C$ .

Tuttavia, questa operazione finanziaria può essere vista sia come operazione di investimento sia come operazione di finanziamento. In altri termini è importante notare che:

$$(C, 0) \leftrightarrow (M, t)$$

cioè, che l'operazione di investimento in cui la somma  $C$  all'epoca  $t_0=0$  viene ceduta in cambio del montante  $M$  all'epoca  $t > 0$  (*operazione di capitalizzazione*) è simmetrica rispetto all'operazione di finanziamento che prevede il prestito all'epoca iniziale  $t_0=0$  della somma  $C$  in cambio della restituzione del montante  $M$  all'epoca  $t > 0$  (*operazione di attualizzazione*).

Infatti, per una parte, quella che all'epoca iniziale cede la somma  $C$  di cui dispone, si tratta di un'operazione di investimento, per l'altra parte, che all'epoca iniziale riceve a prestito tale somma, si tratta di un'operazione di finanziamento.

### **3.2 Equivalenza finanziaria: principio del valore della moneta**

Qualsiasi problema finanziario, sia di capitalizzazione che di attualizzazione, si basa sulla conoscenza delle seguenti grandezze:

- Il capitale impiegato
- La lunghezza del periodo temporale dell'operazione considerata
- Il tasso di interesse
- Il valore finale dell'impiego (montante)

Il principio fondamentale della teoria dell'interesse afferma che il valore di un importo monetario in un dato istante dipende dal tempo che è trascorso dal momento dell'investimento, ossia dall'ampiezza dell'intervallo di tempo che manca prima che l'importo divenga esigibile. Tale principio prende appunto il nome di *valore temporale della moneta*.

Dunque, come diretta conseguenza, due o più importi monetari possono essere confrontati solo se vengono capitalizzati o attualizzati ad una stessa epoca temporale comune, chiamata data di valutazione.

Quindi, l'equivalenza finanziaria, tradotta dalla cosiddetta *equazione del valore*, deriva dall'operazione che capitalizza o attualizza gli importi monetari alla data di valutazione o di confronto. Si tratta, nello specifico, di un'operazione che esprime l'equivalenza finanziaria fra due o più importi monetari esigibili in epoche diverse.

### 3.3 Analisi delle obbligazioni senza cedole (BOT)

Considerando quanto esplicitato nel capitolo precedente, il problema della valutazione dei titoli obbligazionari è di immediata soluzione per questa tipologia di obbligazioni in quanto è possibile tradurre la valutazione di questi titoli semplicemente nell'attualizzazione dell'importo  $C$  che verrà restituito all'epoca di scadenza  $T$ .

Indicando con  $i$  il tasso utilizzato per l'attualizzazione, è possibile calcolare il valore del titolo all'epoca  $t < T$ , che è dato da:

$$P_t = C(1 + i)^{-(T-t)}$$

È importante sottolineare che  $i$  è legato alle condizioni di mercato presenti all'epoca di valutazione  $t$  e rappresenta il cosiddetto *tasso di rendimento alla scadenza dell'obbligazione*, ovvero il tasso conseguito da un operatore che acquista l'obbligazione all'epoca  $t$  e la mantiene fino alla scadenza  $T$ .

Dalla formula si può dedurre che in seguito ad un aumento dei tassi di mercato il valore del titolo diminuisce; al contrario, quando i tassi diminuiscono il valore del titolo aumenta, confermando la relazione inversa che esiste tra  $i$  e il *prezzo* del titolo. Infine, se la quotazione di  $P_t$  del titolo dovesse esser nota, risulta immediato allora il calcolo del tasso di rendimento alla scadenza, che risulta essere pari a:

$$i = \left(\frac{C}{P_t}\right)^{1/(T-t)} - 1$$

### 3.4 Analisi delle obbligazioni con cedole

Se per i titoli obbligazionari senza cedola il problema di valutazione risulta di immediata soluzione come appena dimostrato, le obbligazioni con cedola necessitano di maggiori specificazioni. In particolare, nel seguente paragrafo si andrà ad esplicitare la valutazione delle obbligazioni con cedola sia al tempo  $t=0$  sia in un'epoca  $t$  qualsiasi.

#### 3.4.1 Notazioni

Con riferimento ad un'obbligazione con cedola presa in esame, si indicano:

- $F$ , il cosiddetto valore nominale (o valore facciale) del titolo obbligazionario per il quale l'emittente si è assunto l'impegno di restituzione a scadenza nei confronti dell'investitore. Per cui esso indica il valore di riferimento per il calcolo delle cedole. Per motivi di consuetudine e praticità, le obbligazioni sono quotate in funzione di un valore nominale pari a 100 unità monetarie.
- $T$ , la scadenza dell'obbligazione.
- $n$ , il numero di cedole previste in pagamento tra la data corrente  $t$  ( $0 < t < T$ ) e la scadenza ( $T$ ).
- $E$ , il prezzo di emissione, ovvero la somma pagata per acquistare il titolo al momento della sua emissione. Sulla base di questo distinguiamo tre scenari di emissione dei titoli obbligazionari:

1.  $E = 100$ , allora l'obbligazione è emessa alla pari.

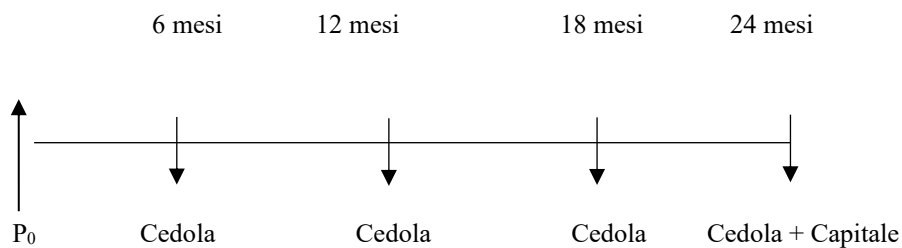
2.  $E < 100$ , allora l'obbligazione è emessa sotto la pari.
  3.  $E > 100$ , allora l'obbligazione è emessa sopra la pari.
- $P_t$ , il prezzo (o quotazione) del titolo all'epoca  $t$ , rappresentando dunque il prezzo da pagare per l'acquisto del titolo all'epoca  $t$ .
  - $c$ , il tasso cedolare, ossia il tasso utilizzato per determinare l'ammontare delle cedole. Sulla base di questo, risulta importante tener presente la coerenza tra l'arco di tempo relativo alla distribuzione delle cedole e la tipologia di tasso cedolare. In particolare, se le cedole vengono distribuite annualmente, allora  $c$  è un tasso annuo e ciascuna cedola annuale è pari a  $F * c$ ; se le cedole sono distribuite semestralmente, allora  $c$  sarà un tasso nominale convertibile due volte all'anno e dunque ciascuna cedola sarà di importo pari a  $F * \frac{c}{2}$ .
  - $C$ , il valore di rimborso, cioè la somma che verrà rimborsata al possessore dell'obbligazione alla sua scadenza. Questo valore usualmente coincide con il valore nominale, tuttavia esistono casi in cui può esser previsto un valore di rimborso  $C$  più elevato (caso in cui il rimborso avviene sopra la pari); oppure inferiore (caso in cui il rimborso avviene sotto la pari).
  - $i$  o  $ytm$ , tasso di rendimento alla scadenza (*yield to maturity*), che rappresenta il tasso di rendimento conseguito da un operatore che acquista un'obbligazione all'epoca  $t$  e ne mantiene il possesso fino a scadenza  $T$ .

### 3.4.2 Valutazione in $t = 0$

Prima di procedere ad introdurre il calcolo del prezzo dell'obbligazione, è necessario innanzitutto valutare il titolo al tempo  $t=0$  che corrisponde all'epoca di emissione o ad un'epoca immediatamente successiva allo stacco di una cedola. Se con  $Ced$  si indica l'importo delle cedole, tenendo conto che: [2]

$$Ced = \begin{cases} F c & \text{se cedole annuali} \\ F \frac{c}{2} & \text{se cedole semestrali} \end{cases}$$

e si misuri il tempo in base alla periodicità delle cedole, il prezzo  $P_0$  rappresenta la somma dei valori attuali di tutti i flussi che il titolo pagherà dall'epoca corrente fino a scadenza  $T$  e lo si può rappresentare come segue:



Dunque, si ha

$$P_0 = \sum_{k=1}^n Ced (1+i)^{-k} + C (1+i)^{-n}$$

Nei casi molto frequenti in cui il tasso cedolare è costante nel tempo, la formula sopra indicata si può scrivere come

$$P_0 = Ced a_{\bar{n}|i} + C(1+i)^{-n}$$



Da notare che come nel caso già analizzato nel paragrafo 3.3 di obbligazioni senza cedola, anche qui il tasso di attualizzazione  $i$  è legato alle condizioni di mercato vigenti all'epoca di valutazione  $t$  per i titoli con le stesse caratteristiche.

Inoltre, se l'investitore reinvestisse le cedole allo stesso tasso  $i$ , quest'ultimo costituisce il *tasso di rendimento alla scadenza dell'obbligazione*, in quanto sarà esattamente il tasso conseguito da un operatore che acquista l'obbligazione all'epoca corrente e la mantiene fino a scadenza.

Un ulteriore aspetto che differenzia il caso di obbligazioni con cedole da quelle prive riguarda il calcolo del tasso di rendimento alla scadenza. In particolare, se per titoli obbligazionari privi di cedole il calcolo risulta immediato come quanto dimostrato nel paragrafo 3.3, nel caso di obbligazioni con cedole invece, per la ricerca del tasso di rendimento alla scadenza risulta necessario ricorrere ad un algoritmo iterativo di ricerca delle radici di un'equazione non lineare, come il metodo di Newton, che risulta essere uno dei metodi più noti e utilizzati a tale scopo, considerato tra i più efficienti in quanto presenta una convergenza molto veloce alla radice  $i^*$ . In conclusione, una buona approssimazione, che può essere utilizzata come punto iniziale per la ricerca del tasso di rendimento alla scadenza con un algoritmo iterativo, è data dalla formula

$$i \cong \frac{Ced + (C - P_0)/n}{(C + 2P_0)/3}$$

in cui il numeratore rappresenta la somma della cedola e del guadagno (o perdita) periodale medio in conto capitale; mentre al denominatore si ha una media pesata tra il valore di rimborso e la quotazione corrente dell'obbligazione.

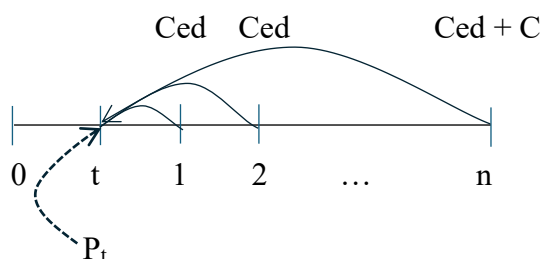
### 3.4.3 Valutazione in un'epoca $t$ qualsiasi

Una volta analizzato il caso in cui  $t = 0$ , in questo paragrafo si analizzerà lo scenario generale, ossia la valutazione dell'obbligazione in un tempo  $t$  qualsiasi non necessariamente coincidente con l'epoca di emissione o di pagamento di una cedola. In particolare, se  $t_0 = 0$  indica l'epoca in cui è stata pagata l'ultima cedola (oppure l'epoca di emissione), si ha

$$0 \leq t < 1$$



Il prezzo, in questo caso, rappresenta la somma, valutata al tempo  $t$ , dei valori attuali di tutti i flussi che il titolo pagherà dall'epoca corrente  $t$  fino a scadenza  $T$ . Questo ragionamento lo si può rappresentare come segue



Sulla base di questo è possibile calcolare  $P_t$  nel seguente modo

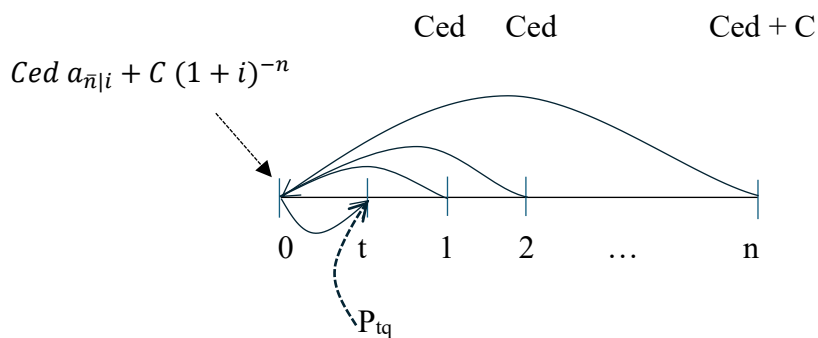
$$P_t = \sum_{k=1}^n Ced (1+i)^{-(k-t)} + C(1+i)^{-(n-t)}$$

Alternativamente, si può raggiungere il risultato del calcolo di  $P_t$  anche a partire dalla valutazione riferita al tempo  $t = 0$ .

Nello specifico, nel caso molto diffuso in cui la cedola è di importo costante, si può scrivere la formula di  $P_t$  come

$$\begin{aligned} P_t &= P_0(1+i)^t = \\ &= [Ced a_{\bar{n}|i} + C(1+i)^{-n}](1+i)^t = \\ &= Ced a_{\bar{n}|i}(1+i)^t + C(1+i)^{-(n-t)} \end{aligned}$$

Nello specifico, noto il tasso  $i$ , il membro di destra dell'equazione può essere calcolato attualizzando tutti i flussi netti (cedole e valore di rimborso) fino all'epoca  $t_0 = 0$  e capitalizzando il risultato fino all'epoca  $t$ . Graficamente:



#### **4. Portafoglio obbligazionario: indicatori di rendimento**

Un aspetto cruciale connesso con l'analisi dei rischi derivanti dall'acquisto di titoli obbligazionari è quello relativo al loro rendimento. Infatti, si possono distinguere tre diversi parametri di misurazione del rendimento dei titoli con cedola [3]:

- Tasso di rendimento nominale (TREN)
- Tasso di rendimento immediato (TRI)
- Tasso di rendimento effettivo a scadenza (TRES)

Nei paragrafi successivi con un'analisi dettagliata di ciascuno di essi.

##### **4.1 Tasso di rendimento nominale: TREN**

Il tasso di rendimento nominale è calcolato come segue:

$$TREN = \frac{Cedola}{Valore\ nominale}$$

Sulla base di questa formula, il TREN:

- non tiene conto del valore del capitale investito (prezzo di acquisto effettivo);
- non considera la frequenza con cui sono pagate le cedole;
- non considera la vita residua del titolo;
- non considera la componente del capitale nel calcolo del rendimento.

## 4.2 Tassi di rendimento immediato: TRI

Il tasso di rendimento immediato si calcola facendo:

$$TRI = \frac{Cedola}{Corso\ secco}$$

A differenza del TREN, tiene conto del valore del capitale investito (prezzo di acquisto effettivo) ma:

- non considera la frequenza con cui sono pagate le cedole;
- non considera il valore di rimborso nel calcolo del rendimento;
- usa il corso secco anziché il tel quel che è quanto effettivamente pagato per l'acquisto;
- non considera la vita residua del titolo.

## 4.3 Tasso di rendimento effettivo a scadenza: TRES o yield to maturity (ytm)

Secondo quanto analizzato nel paragrafo 3.4.2 il prezzo dell'obbligazione al tempo  $t = 0$  dovrebbe essere dato dal valore attuale dei flussi di cassa (FC) futuri attesi, ovvero:

$$P = \sum_{t=1}^N \frac{FC_t}{(1+i)^t}$$
$$P = \frac{FC_1}{(1+r)^1} + \frac{FC_2}{(1+r)^2} + \frac{FC_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{FC_n}{(1+r)^n}$$
$$P = \sum_{t=1}^N \frac{FC_t}{(1+r)^t}$$

$$P = \sum_{t=1}^N \frac{FC_t}{(1 + TRES)^t}$$

Sulla base di questo, il TRES è quel tasso di sconto che rende uguale la sommatoria dei flussi di cassa futuri attesi attualizzati al valore di mercato del titolo.

Questo indicatore risulta essere il più completo rispetto ai precedenti, in quanto prende in considerazione simultaneamente tutte le caratteristiche rilevanti del titolo (prezzo di acquisto, valore di rimborso, entità e periodicità della cedola nonché la possibilità di reinvestimento della stessa, vita residua del titolo e collocazione temporale di ogni suo flusso). Tuttavia, è necessario prestare molta attenzione alle ipotesi piuttosto forti che si trovano alla base del calcolo del TRES.

I limiti di questo indicatore, infatti, si possono identificare nel:

- Possesso del titolo fino alla scadenza, ovvero la detenzione dell'obbligazione fino alla scadenza, quando l'emittente dovrà assolvere al proprio dovere di restituzione del valore nominale;
- Reinvestimento delle cedole allo stesso TRES (curva dei tassi piatta).

In conclusione, dunque, il tasso di rendimento alla scadenza *ytm* viene ad essere effettivamente incassato se, oltre a mantenere il titolo fino alla scadenza, le cedole vengono reinvestite fino all'epoca di scadenza dell'obbligazione a un tasso coincidente con *ytm* (TRES).

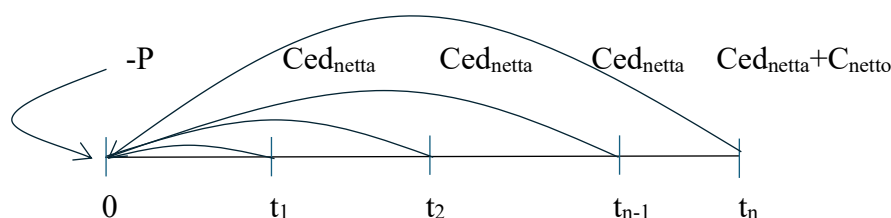
Questa condizione mette in evidenza l'importanza del reinvestimento delle cedole e sottolinea un aspetto di rischio spesso sottovalutato: il livello del tasso di reinvestimento. Tale livello, infatti, può influire in modo significativo sul tasso di rendimento effettivamente realizzato.

#### 4.3.1 Il legame tra il prezzo di un'obbligazione e il tasso di rendimento

Una volta analizzato il rendimento e i suoi indicatori risulta importante studiare il comportamento del prezzo di un'obbligazione in seguito ad una variazione nel tasso di rendimento alla scadenza conseguente ad una variazione dei tassi di mercato per titoli di natura similare.

A tale scopo, a partire dall'equazione già vista che definisce il prezzo dell'obbligazione si può procedere al calcolo della derivata parziale di  $P$  rispetto al tasso di rendimento alla scadenza  $i$ . Per semplicità si sono indicate con  $t = 0$  l'epoca di valutazione e  $t_1, t_2, \dots, t_n$  le epoche di pagamento delle cedole future;  $t_n$  rappresenta per cui l'epoca di stacco dell'ultima cedola e di rimborso del capitale.

$$P = \sum_{k=1}^n Ced_{netta}(1+i)^{-t_k} + C_{netto}(1+i)^{-t_n}$$

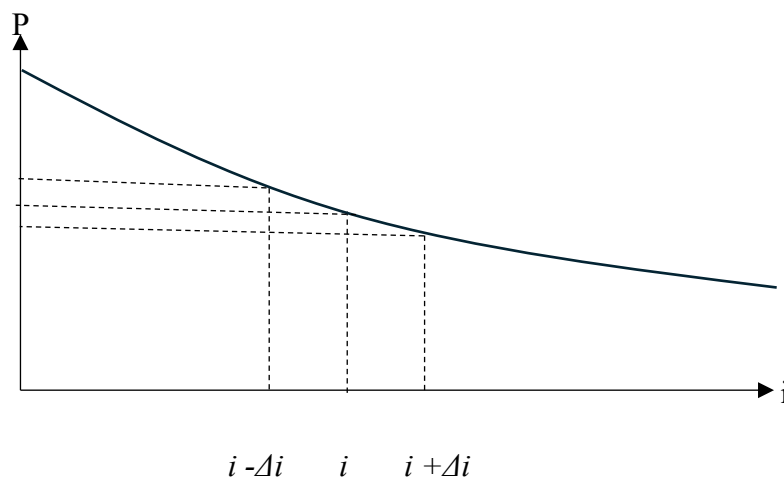


$$\frac{\partial P}{\partial i} = - \sum_{k=1}^n t_k C_{ed_{netta}} (1+i)^{-t_k-1} - t_n C_{netto} (1+i)^{-t_n-1} < 0$$

Il calcolo della derivata parziale di P rispetto al tasso di rendimento alla scadenza  $i$  mette in luce il fatto che il prezzo di un'obbligazione varia in direzione opposta rispetto al tasso di interesse di mercato. Se si calcola inoltre la derivata seconda, si ottiene:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial i^2} = \sum_{k=1}^n C_{ed_{netta}} t_k (t_k + 1) (1+i)^{-t_k-2} + t_n (t_n + 1) C_{netto} (1+i)^{-t_n-2}$$

Questo risulta  $> 0$  e indica che il prezzo è funzione convessa del tasso di mercato. Pertanto, l'aumento del prezzo originato da una diminuzione dei tassi di rendimento supera in valore assoluto la diminuzione del prezzo originata da un aumento di pari entità dei tassi, come dimostra il seguente grafico.





## 5. Rischi connessi con l'acquisto di un'obbligazione

L'acquisto di titoli obbligazionari è stato a lungo considerato un classico esempio di investimento in attività finanziarie a reddito fisso. Tuttavia, sebbene sia diffusa l'idea che le obbligazioni offrano un rendimento “certo”, in contrasto con la natura intrinsecamente rischiosa delle azioni, questa percezione non è sempre corretta. In realtà, l'investimento in obbligazioni può rivelarsi tutt'altro che esente da rischi, come dimostrato da numerosi episodi della storia finanziaria recente.

Il rischio complessivo connesso con l'acquisto di un'obbligazione è determinato da numerosi fattori, tra i quali si possono individuare i seguenti:

1. Il **rischio di insolvenza**, o *rischio di default*. Questo rischio si riferisce alla possibilità che l'emittente del titolo obbligazionario non sia in grado di adempiere ai propri obblighi finanziari, ovvero di pagare le cedole periodiche e/o rimborsare il valore nominale alla scadenza, causando una perdita per il creditore. Le agenzie di rating valutano i rischi di insolvenza attribuendo una classificazione ordinata alle principali emissioni obbligazionarie, suddividendole in diverse categorie di rischio. Le classi di rischio vengono indicate con etichette specifiche, per esempio AAA, B+, Baa2, etc. Per le obbligazioni appartenenti alle classi di rischio più elevato, il mercato richiede rendimenti maggiori, includendo un premio per compensare il rischio assunto dagli investitori. Infine, il differenziale tra il tasso di interesse pagato dalle obbligazioni nelle classi di rating più rischiose

e quello pagato dai titoli classificati più sicuri è detto *spread*. Un esempio di spread molto noto è il cosiddetto *spread BTP-Bund*, ossia il differenziale nel tasso di rendimento alla scadenza fra un BTP decennale italiano e il Bund di uguale scadenza tedesco.

2. Il **rischio di cambio**. Questo rischio, legato al tasso di cambio, è una caratteristica intrinseca delle obbligazioni emesse in valuta estera. In questi casi, i flussi di cassa futuri non possono essere determinati con certezza a priori, in quanto dipendono dall'andamento del tasso di cambio tra la valuta nazionale e quella in cui il titolo è stato emesso.
3. Il **rischio di prezzo**. Questa tipologia è connessa alle variazioni nei tassi di interesse e rappresenta una forma significativa di rischio per le obbligazioni. Questo rischio si manifesta nel momento in cui i titoli vengono rivenduti prima della loro scadenza, poiché le fluttuazioni dei tassi di interesse influenzano il valore di mercato delle obbligazioni.
4. Il **rischio di inflazione**. Il rendimento di un investimento obbligazionario può risultare insufficiente a compensare la perdita del potere d'acquisto della moneta dovuta all'inflazione. Per mitigare questo rischio, vengono emesse obbligazioni a cedola indicizzata, il cui rendimento è adeguato periodicamente in base all'andamento dell'inflazione.
5. Il **rischio di liquidità**. Tale rischio riguarda le obbligazioni che possono non trovare un acquirente, spesso a causa di volumi limitati di domanda e offerta,

come accade nel caso di emissioni di piccole imprese. Un indicatore chiave di questo rischio è il cosiddetto *bid-ask spread*. Questo indicatore rappresenta il differenziale tra il prezzo lettera (prezzo richiesto dal venditore) e il prezzo denaro (prezzo offerto dall'acquirente), dando informazioni circa la liquidità del titolo, ovvero la velocità con cui si riesce a convertire in cassa l'investimento effettuato. In mercati caratterizzati da bassi volumi di scambio, dunque in mercati poco liquidi, tale differenza tende a essere significativa, ossia il bid-ask spread risulta essere più alto.

6. Il **rischio di rimborso anticipato**. Questo rischio si verifica quando il regolamento di alcuni prestiti consente all'emittente di rimborsare il capitale prima della scadenza. Questa clausola permette all'emittente di beneficiare di una riduzione dei tassi di mercato, qualora questi scendano al di sotto del tasso cedolare. Per l'investitore, invece, ciò comporta il rischio di perdere un investimento con un rendimento fisso proprio in un contesto di tassi di mercato più bassi. In sostanza, il diritto di rimborso anticipato può essere visto come un'opzione a favore dell'emittente, che gli consente di rifinanziarsi a condizioni più vantaggiose.
7. Il **rischio di reinvestimento delle cedole**. Questo rischio si verifica nel caso in cui il tasso di rendimento alla scadenza (*ytm*) calcolato al momento dell'acquisto non viene effettivamente realizzato. Ciò accade se, da un lato, l'obbligazione non viene mantenuta fino alla scadenza o, dall'altro, le

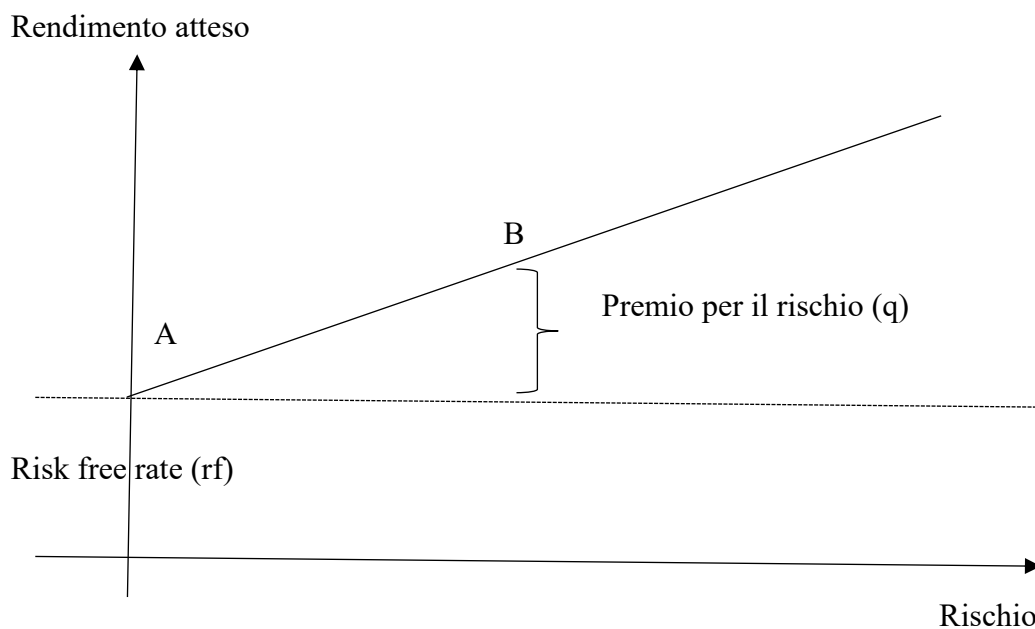
cedole non vengono reinvestite al medesimo tasso  $ytm$ . Se le cedole venissero reinvestite a un tasso diverso, la redditività complessiva dell'investimento potrebbe discostarsi da quella inizialmente prevista. Se ad esempio l'investitore riesce a impiegare le cedole a un tasso maggiore del tasso di rendimento alla scadenza, la redditività finale risulterà superiore a quella prevista. D'altra parte, se gli importi degli interessi cedolari vengono consumati invece che reinvestiti, il profitto si riduce in quanto l'investitore perde "gli interessi sugli interessi"[2].

### **5.1 Portafoglio obbligazionario: indicatori di rischio**

Nel paragrafo 4.3.1 si è analizzato come varia il prezzo di un'obbligazione in seguito a una variazione del tasso di rendimento alla scadenza, generalmente legata alla variazione dei tassi di mercato o ad una variazione nella classe di rating attribuita al titolo. Per analizzare il rischio di prezzo di un'obbligazione, si può ricorrere a due misure del rischio di interesse per titoli a reddito fisso:

- Duration, o durata media finanziaria (DMF)
- Duration modificata, o volatilità obbligazionaria

Nei prossimi due paragrafi si procede ad analizzare questi importanti indicatori, tenendo nota la relazione diretta che esiste tra rendimento e rischio, riassumibile nel seguente grafico [6]



## 5.2 Indicatori di rischio: la durata media finanziaria (duration)

La durata media finanziaria (DMF) è un indicatore che fornisce una misura di sensitività del prezzo di un'obbligazione rispetto a variazioni del tasso di mercato. Dal punto di vista analitico, la durata media finanziaria di un'obbligazione all'epoca corrente,  $D$ , è definita dalla relazione:

$$D = \frac{\sum_{k=1}^n t_k C_{ed_{netta}}(1+i)^{-t_k} + t_n C_{netto}(1+i)^{-t_n}}{P}$$

In cui  $P$  rappresenta il prezzo dell'obbligazione definito, come già visto, così:

$$P = \sum_{k=1}^n C_{ed_{netta}}(1+i)^{-t_k} + C_{netto}(1+i)^{-t_n}$$

Al fine di comprendere al meglio perché tale indicatore è chiamato durata media è possibile osservare che la formula sopra indicata si può scrivere nel seguente modo:

$$D = \sum_{k=1}^{n-1} t_k \frac{Ced_{netta}(1+i)^{-t_k}}{P} + t_n \frac{(C_{netto} + Ced_{netta})(1+i)^{-t_n}}{P}$$

Da cui è immediato notare che la DMF può essere calcolata come una media pesata delle durate  $t_k$  dei diversi pagamenti previsti in futuro dall'obbligazione, ovvero le singole cedole e il valore di rimborso, dove i pesi sono rappresentati dal valore attuale dell'importo che verrà pagato in ciascuna epoca, calcolato al tasso di rendimento alla scadenza  $i$  dell'obbligazione.

I valori attuali così calcolati infatti sono positivi e, sulla base dell'equazione legata al prezzo, la loro somma è pari a 1.

$$\sum_{k=1}^n \frac{Ced_{netta}(1+i)^{-t_k}}{P} + \frac{C_{netto}(1+i)^{-t_n}}{P} = 1$$

Dunque, la DMF non è altro che la media aritmetica ponderata dei periodi di scadenza dei flussi finanziari futuri (interessi + capitale) in cui i coefficienti di ponderazione sono il peso del valore attuale di ogni flusso sul valore complessivo dei flussi futuri attesi.

Pertanto, la duration rappresenta un indicatore che misura la struttura temporale di un'obbligazione, considerando simultaneamente l'entità dei singoli flussi di cassa (cedole e rimborso del capitale) e i momenti temporali in cui tali flussi vengono pagati, al contrario della vita residua di un'obbligazione che si riferisce

esclusivamente al periodo di tempo rimanente tra il momento attuale e la data di scadenza del titolo, senza tener conto della distribuzione dei flussi di cassa nel tempo.

Nel caso di uno zero coupon bond, la duration coincide con la vita residua dell'obbligazione, poiché l'unico flusso di cassa è rappresentato dal pagamento del valore nominale alla scadenza. In particolare, non essendoci altri pagamenti intermedi, il momento in cui si verifica il flusso coincide esattamente con la scadenza del titolo. Analogamente, succede anche nel caso di un'obbligazione che deve effettuare soltanto il pagamento dell'ultima cedola insieme al rimborso del capitale nominale alla scadenza, poiché tutti i flussi di cassa rimanenti si verificano in un unico momento, cioè alla scadenza.

Tale coincidenza ha un significato finanziario interessante: la mancanza di pagamenti intermedi, oltre a rendere coincidenti i valori della duration e del tempo alla scadenza (maturity), elimina il rischio di reinvestimento delle cedole, rendendo uguali il tasso di rendimento alla scadenza  $i$  e il tasso effettivamente realizzato  $i_{eff}$ .

Un ulteriore aspetto importante da considerare è che il paragone che spesso viene fatto tra duration e baricentro finanziario, in quanto entrambi rappresentano un punto di equilibrio ponderato. In particolare, la duration rappresenta il tempo medio ponderato in cui si ricevono i flussi di cassa di un titolo obbligazionario, come è stato dimostrato in questo paragrafo. Ogni flusso di cassa è ponderato in base alla

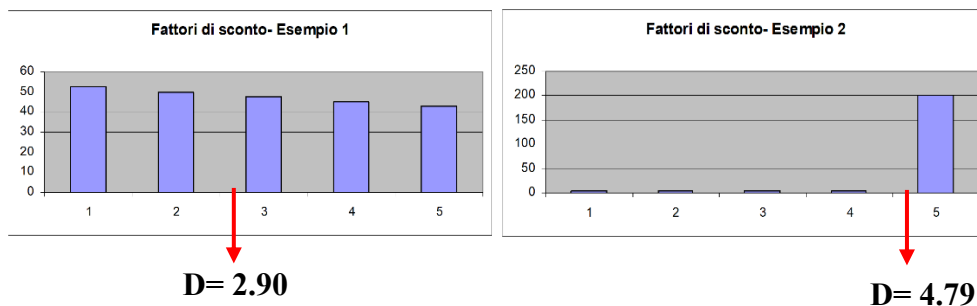
sua importanza relativa (il valore attuale del flusso rispetto al prezzo totale del titolo). Tra le analogie più rilevanti tra duration e baricentro si possono individuare:

1. Punto di equilibrio ponderato: la duration rappresenta il “tempo medio” in cui si ricevono i flussi di cassa, ponderato per la loro importanza economica (valore attuale); il baricentro è il punto di equilibrio delle masse ponderato per la loro distribuzione nello spazio.
2. Dipendenza dai pesi: nella duration, i flussi di cassa più lontani nel tempo hanno un peso maggiore se attualizzati a un tasso d’interesse basso, perché il loro valore presente è più alto rispetto a scenari con tassi più elevati; nel baricentro le masse più grandi o posizionate più lontano dal centro influiscono maggiormente sulla posizione compressiva del baricentro.
3. Misura di equilibrio: la duration rappresenta il tempo necessario per recuperare l’investimento iniziale in una obbligazione. Ogni flusso di cassa ricevuto prima della duration serve per recuperare l’investimento iniziale; mentre i flussi successivi alla duration rappresentano un profitto per l’investitore. Dunque, è il “punto di equilibrio temporale dei flussi di cassa; il baricentro, dall’altro lato, è il punto di equilibrio spaziale delle masse di un sistema fisico.
4. Sensibilità ai cambiamenti: la duration è una misura di sensibilità del prezzo di un’obbligazione alle variazioni dei tassi di interesse, riflettendo come il “baricentro” temporale dei flussi di cassa si sposta in base ai tassi;



dall'altro lato, il baricentro cambia e si modificano le masse o la loro distribuzione.

Per comprendere questo concetto, si può immaginare ad un'obbligazione con flussi di cassa a diversi anni. Come il baricentro di un corpo è il punto dove le forze si bilanciano, la duration è il punto in cui si “bilanciano” temporalmente i flussi di cassa attualizzati. Se un'obbligazione ha flussi di cassa concentrati nei primi anni, la sua duration sarà bassa (il baricentro temporale è vicino). Se i flussi sono distribuiti nel tempo o concentrati lontano, la duration sarà più alta. Di sotto un esempio grafico di quanto detto.



In conclusione, la duration presenta:

1. **una relazione inversa rispetto ai tassi di mercato**, in quanto quando i tassi di mercato aumentano: il valore attuale dei flussi di cassa futuri diminuisce, perché sono scontati a un tasso più alto; i flussi di cassa più lontani nel tempo subiscono una riduzione di valore più marcata rispetto a quelli più vicini (per via della natura esponenziale dello

sconto); di conseguenza, il “peso” relativo dei flussi di cassa più lontani diminuisce e la media ponderata del tempo (la duration) si riduce.

2. **una relazione inversa con la cedola del titolo**, dove è possibile paragonare la cedola ad una zavorra. Infatti, la cedola influisce sulla distribuzione dei flussi di cassa in quanto un titolo con cedole elevate ha flussi di cassa più consistenti distribuiti nei primi anni. Questo anticipa il recupero dell’investimento, spostando il “baricentro temporale” verso i primi anni, riducendo la duration.

3. **una relazione diretta con la sua vita residua**, la quale rappresenta il periodo massimo entro cui verranno ricevuti i flussi di cassa.

Se questa aumenta: i flussi di cassa futuri (incluso il rimborso del capitale) si spostano più lontano nel tempo; il “baricentro temporale” dei flussi di cassa si allontana, facendo aumentare la duration.

### **5.3. Indicatori di rischio: duration modificata o volatilità dell’obbligazione**

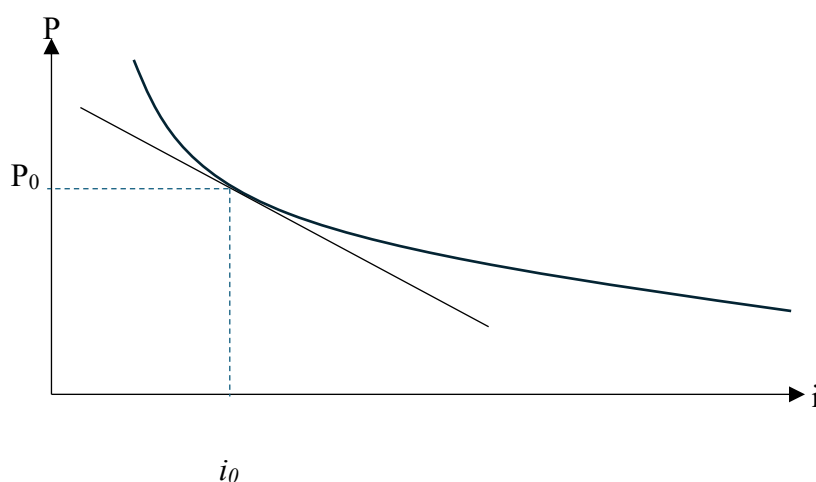
Un aspetto molto importante legato al rischio è quello di volatilità.

Sulla base di questo, si può ricorrere a dei procedimenti analitici per giustificare l’impiego della durata media finanziaria (DMF) come indicatore della sensitività del prezzo di un’obbligazione in seguito a una variazione del tasso di rendimento

alla scadenza, facendo incontrare la volatilità obbligazionaria con il concetto di elasticità.

A tal proposito, se una funzione  $f(x)$  risulta essere una funzione derivabile della variabile reale  $x$  e  $x_0$  è un punto interno al dominio di  $f$ , allora in un intorno di  $x_0$  la funzione  $f$  può essere approssimata tramite la retta tangente al grafico nel punto  $(x_0, f(x_0))$ :

$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$$



Dalla figura, che mostra la retta tangente al grafico della funzione  $P$  che rappresenta il prezzo di un'obbligazione rispetto al tasso nel punto  $(i_0, P(i_0))$ , si può notare che in un intorno di  $x_0$  la variazione che la funzione subisce in seguito ad una variazione  $\Delta x = x - x_0$  nel valore di  $x$  può essere approssimata tramite la funzione lineare

$$f'(x_0)(x - x_0) = f'(x_0)\Delta x$$

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) \cong f'(x_0)(x - x_0) = f'(x_0)\Delta x$$

In un intorno del tasso di rendimento alla scadenza iniziale  $i_0$  la funzione che descrive il prezzo  $P$  dell'obbligazione può essere approssimata dalla retta

$$P_1 = P_0 + \frac{\partial P}{\partial i} \Delta i$$

In cui

$$\frac{\partial P}{\partial i} = - \sum_{k=1}^n t_k C_{ed_{netta}} (1+i)^{-t_k-1} - t_n C_{netto} (1+i)^{-t_n-1}$$

A questo punto, confrontando con l'equazione che definisce la duration, ovvero

$$D = \frac{\sum_{k=1}^n t_k C_{ed_{netta}} (1+i)^{-t_k} + t_n C_{netto} (1+i)^{-t_n}}{P}$$

Si può scrivere:

$$D = - \frac{\frac{\partial P}{\partial i}}{P} (1+i)$$

E quindi si ha:

$$\frac{\partial P}{\partial i} = -D \frac{P}{1+i} = - \frac{D}{1+i} P$$

Da questa formula, il termine

$$D_{mod} = \frac{D}{1+i} = - \frac{\frac{\partial P}{\partial i}}{P}$$

Rappresenta la *duration modificata* o *volatilità dell'obbligazione*.

Sulla base delle formule sopra indicate, si può ottenere un'approssimazione per la variazione del prezzo del titolo in seguito a un cambiamento  $\Delta i = i - i_0$  del tasso di mercato:

$$\Delta P = P_1 - P_0 \cong \frac{\partial P}{\partial i} \Delta i = -\frac{D}{1+i} \Delta i P_0 = -D_{mod} \Delta i P_0$$

E il nuovo prezzo del titolo  $P_1$  può essere approssimato nel seguente modo

$$P_1 \cong P_0 + \Delta P = P_0 - D_{mod} \Delta i P_0$$

Inoltre, poiché vale

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \cong -\frac{D}{1+i_0} \Delta i = -D_{mod} \Delta i$$

la modified duration offre direttamente un'approssimazione per la variazione che il prezzo subisce in termini relativi in seguito alla variazione del tasso di rendimento alla scadenza di un punto percentuale (per  $\Delta i = i - i_0 = 1\%$ ).

Dunque, la durata media finanziaria è considerata un indicatore della volatilità dei prezzi obbligazionari, in quanto fornisce un'indicazione circa la risposta del titolo a seguito di una variazione percentuale dei tassi.

Infine, dalla relazione

$$\Delta P = P_1 - P_0 \cong \frac{\partial P}{\partial i} \Delta i = -\frac{D}{1+i} \Delta i P_0 = -D_{mod} \Delta i P_0$$

si può ricavare

$$D \cong -\frac{\frac{\Delta P}{P_0}}{\frac{\Delta i}{1+i_0}}$$

evidenziando il fatto che la durata media finanziaria esprime il fattore di proporzionalità tra la variazione relativa del corso di un titolo obbligazionario e la variazione relativa del tasso di interesse. La duration ha, pertanto, l'effetto di

amplificare o smorzare le variazioni delle quotazioni di un'obbligazione dovute a un cambiamento dei tassi di mercato.

### **Alcune osservazioni**

Risulta interessante osservare che, in base a quanto dimostrato, la durata media finanziaria può essere interpretata anche in termini di *elasticità*.

Infatti, data una funzione  $f(x): R \rightarrow R$ , l'elasticità di  $f$ , indicata con  $\eta_f(x)$ , è definita come il limite per  $\Delta x \rightarrow 0$  del rapporto tra gli incrementi relativi della variabile dipendente e quelli della variabile indipendente

$$\frac{\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{f(x)}}{\frac{\Delta x}{x}}$$

da cui

$$\eta_f(x) = x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)}$$

Pertanto, la duration di un'obbligazione coincide, a meno del segno, con l'elasticità del prezzo del titolo rispetto al fattore di capitalizzazione  $1+i$ , calcolata in corrispondenza del tasso di rendimento alla scadenza iniziale  $i_0$ .

## **CONCLUSIONI**

Le obbligazioni rappresentano un pilastro fondamentale del mercato finanziario, offrendo agli investitori un'alternativa di investimento che bilancia potenzialmente sicurezza e rendimento. Tuttavia, come evidenziato in questa tesi, l'acquisto di obbligazioni non è privo di rischi, molti dei quali possono influire significativamente sulle decisioni di investimento e sui risultati ottenuti.

Il rischio di tasso di interesse, di credito, di liquidità e il rischio di inflazione sono tra i fattori principali che determinano volatilità e l'incertezza dei rendimenti obbligazionari. Ciascuno di questi rischi, spesso interconnesso agli altri, richiede un'analisi accurata e un approccio consapevole da parte degli investitori.

Come dimostrato, le dinamiche economiche e finanziarie globali, unite alle caratteristiche specifiche dei singoli titoli obbligazionari, rendono necessaria una valutazione sistematica di tutti i fattori di rischio.

La gestione dei rischi connessi alle obbligazioni non si limita alla loro identificazione, ma implica l'adozione di strategie mirate per mitigare i potenziali impatti negativi. Diversificazione, analisi del merito creditizio degli emittenti, monitoraggio delle condizioni di mercato e utilizzo di strumenti derivati sono solo alcune tecniche disponibili per proteggere gli investitori da eventi avversi.

In un contesto finanziario caratterizzato da volatilità e rapidi cambiamenti, è essenziale che gli investitori, istituzionali o privati, sviluppino competenze e conoscenze adeguate per navigare i complessi mercati obbligazionari. Soltanto

attraverso un'attenta pianificazione e un approccio strategico è possibile sfruttare appieno tutti i vantaggi offerti da questi strumenti, minimizzando al contempo i rischi associati.

Questa tesi ha cercato di fornire una panoramica chiara e approfondita dei rischi legati all'acquisto di obbligazioni, con l'obiettivo di sensibilizzare e guidare gli investitori verso decisioni più informate, in quanto la consapevolezza dei rischi non deve essere vista come un deterrente, ma come uno strumento per migliorare la gestione del proprio portafoglio e perseguire obiettivi finanziari in modo sostenibile e responsabile.



## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] Sito Banca D'Italia (<https://www.bancaditalia.it/?dotcache=refresh>)
- [2] “Introduzione alla matematica finanziaria” Antonella Basso, Paolo Pianca, ed. III.
- [3] “Economia del mercato mobiliare” – Egea, 2003
- [4] “Appunti di matematica finanziaria I”, ed. VII, Rita Laura d'Ecclesia – Laura Gardini.
- [5] Economia degli Intermediari Finanziari. Mc-Graw-Hill, 4° Edizione (2022)
- [6] Lucarelli C. I mercati mobiliari. Assetto regolamentare, strumenti finanziari ed attriti di microstruttura, 2012.