



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Dipartimento di Dipartimento di Ingegneria Industriale e Scienze
Matematiche

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica

*Sviluppo e confronto di modelli per la simulazione
dinamica di autoveicoli*

*Development and comparison of models for the dynamic
simulation of vehicles*

TESI DI LAUREA

Relatori:

Prof. Ing. Matteo Claudio Palpacelli

Tesi di Laurea di:

Andrea Piergiacomi

Anno Accademico 2018/2019

Introduzione

1. Dinamica del veicolo

1.1. Comportamento direzionale	2
1.1.1. Equazioni di congruenza	4
1.1.2. Equazioni di equilibrio	7
1.1.3. Forze e momenti	9
1.1.4. Equazioni costitutive	11
1.1.5. Variazione dei carichi sulle ruote	12
1.2. Pneumatici	14
1.2.1. Moto di una ruota rigida	14

2. Costruzione del modello

2.1. MSC Adams	17
2.2. Assemblaggio dei componenti	19
2.3. Pneumatici e Strada	23
2.4. Masse e matrici di inerzia	25
2.6. Coppia motrice	27
2.5.1. Controllo in retroazione	27

3. Analisi dinamica

3.1. Analisi dinamica	29
3.1.1. Accelerazione	29
3.1.2. Velocità costante e angolo di sterzo variabile	35
3.1.3. Grafici delle singole simulazioni	41
3.2. Confronto con simulazioni matematiche	47
3.2.1. Matlab	47
3.2.2. Analisi Matematiche	48
3.2.3. Risultati	49

Conclusioni

Bibliografia

Introduzione

Il presente lavoro di tesi propone lo sviluppo e il confronto di modelli per la simulazione dinamica di autoveicoli con l'ausilio di sistemi multicorpo. Le simulazioni dinamiche hanno raggiunto un livello di accuratezza così elevato da poter supportare l'intero processo di progettazione, abbassandone notevolmente i costi. Si possono prevedere le prestazioni e il comportamento dinamico del veicolo con un alto grado di precisione. Il confronto con simulazioni matematiche permette di relazionare i modelli dinamici con modelli teorici.

La tesi è articolata in tre capitoli:

1. Nel Capitolo 1 verranno enunciati gli aspetti teorici alla base della dinamica dell'autoveicolo come riferimento per la costruzione del modello dinamico.
2. Nel Capitolo 2 verrà descritto il processo di costruzione del modello di veicolo con l'ausilio del software per la dinamica multibody *MSC Adams*.
3. Nel Capitolo 3 verranno analizzati e illustrati attraverso i grafici i risultati delle simulazioni dinamiche. Tali risultati verranno infine confrontati con quelli ottenuti dalle analisi matematiche.

1. Dinamica del veicolo

In questo primo capitolo verrà formulato un modello matematico di veicolo molto semplice ma che permette ugualmente di comprendere i principali aspetti della dinamica del veicolo.

1.1. Comportamento direzionale

L'obiettivo nello sviluppo di un autoveicolo è quello di percorrere abbastanza fedelmente una strada senza richiedere una guida esasperata. È dunque importante formulare modelli matematici che permettano di studiare il comportamento direzionale e la stabilità di un veicolo.

Lo sviluppo di un modello semplificato si basa sulle seguenti ipotesi:

- strada piana e orizzontale;
- si evitano repentine frenature e accelerazioni (velocità di avanzamento costante);
- limitazioni sull'accelerazione trasversale (curve di ampio raggio ed a velocità costante).

Queste ipotesi permettono di trascurare i moti di rollio¹ e di beccheggio² della carrozzeria.

Rimangono da considerare le quattro ruote. La loro massa è molto inferiore rispetto a quella dell'intero veicolo quindi l'effetto inerziale generato dal loro rotolamento è abbastanza modesto e di conseguenza trascurabile. Il movimento delle ruote anteriori durante la fase di sterzata non influenza la posizione del baricentro del veicolo stesso.

¹**Rollio** è il termine che indica l'oscillazione di un veicolo attorno al proprio asse longitudinale.

²**Beccheggio** è il termine che indica l'oscillazione di un veicolo attorno al proprio asse trasversale.

Si arriva ad avere un modello con tre soli gradi di libertà in cui il veicolo è schematizzato come un unico corpo rigido di massa m e baricentro G .

Definiamo ora un sistema di riferimento $(x,y,z;G)$ solidale al veicolo con origine nel baricentro e versori $(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{k})$. Come illustrato in **Fig. 1.1**, l'asse x viene assunto parallelo alla strada e diretto in avanti, l'asse z ortogonale alla strada e diretto verso l'alto e l'asse y perpendicolare agli altri due e diretto verso sinistra (**Fig. 1.1**).

Il sistema di riferimento scelto, generalmente, non coincide con la terna centrale d'inerzia. Se però si ipotizza che il veicolo sia simmetrico rispetto al piano contenente i due assi x e y , l'asse z è centrale d'inerzia e di conseguenza si annullano i termini \mathbf{J}_{xy} e \mathbf{J}_{yz} mentre è in generale non nullo il termine \mathbf{J}_{xz} . I termini \mathbf{J}_{xx} , \mathbf{J}_{yy} e \mathbf{J}_{zz} sono ovviamente non nulli.

La posizione del baricentro rispetto al veicolo è definita dalle lunghezze a_1 e a_2 (dette semipassi). Con $l = a_1 + a_2$ e t si indicano, rispettivamente, il passo e la careggiata del veicolo, entrambe misurate dai centri delle ruote.

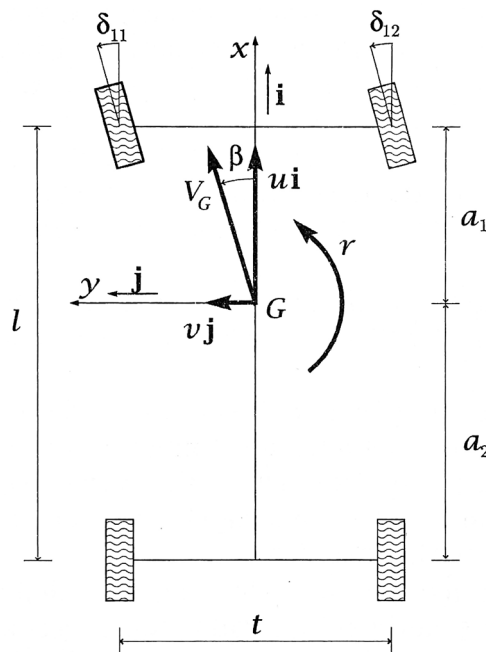


Fig. 1.1 Modello di veicolo a tre gradi di libertà

Per la formulazione matematica del modello si utilizzeranno i seguenti tre gruppi di equazioni:

- equazioni di congruenza;
- equazioni di equilibrio;
- equazioni costitutive.

1.1.1. Equazioni di congruenza

Le equazioni di congruenza sono legami puramente cinematici.

Avendo schematizzato il veicolo come un unico corpo rigido, è possibile determinare univocamente la velocità di un qualunque suo punto conoscendo la *velocità del baricentro* \mathbf{V}_G e la *velocità di imbardata*³ r . La velocità del baricentro \mathbf{V}_G è data da:

$$\mathbf{V}_G = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$$

La componente u è detta velocità di avanzamento mentre la componente v è detta velocità laterale.

La velocità di imbardata r è data da:

$$\boldsymbol{\Omega} = r\mathbf{k}$$

Un importante parametro cinematico è l'*angolo di assetto* del veicolo

$$\beta = \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \simeq \frac{v}{u}$$

fra l'asse longitudinale del veicolo e la direzione della velocità \mathbf{V}_G del baricentro. Dopo aver definito l'angolo d'assetto β è opportuno definire un altro angolo

$$\gamma = \arctan\left(\frac{lr}{u}\right) \simeq \frac{lr}{u}$$

detto *angolo di Ackermann*.

³ **Imbardata** è il termine che indica la rotazione di un veicolo attorno al proprio asse verticale passante per il baricentro.

Si vogliono determinare adesso le velocità assolute \mathbf{V}_{ij} dei centri delle ruote, dove $i = 1,2$ indica, rispettivamente, l'assale anteriore e posteriore, mentre $j = 1,2$ indica, rispettivamente, la ruota interna e esterna alla curva. Per ottenere le velocità basta applicare la formula fondamentale dei moti rigidi

$$\mathbf{V}_{ij} = \mathbf{V}_G + \boldsymbol{\Omega} \times (P_{ij} - G) = \mathbf{V}_G + r\mathbf{k} \times (P_{ij} - G) = (u\mathbf{i} + v\mathbf{j}) \times \left(a_i\mathbf{i} + \frac{t}{2}\mathbf{j} \right)$$

da cui, per ogni ruota

$$\mathbf{V}_{11} = \left(u - \frac{rt_1}{2} \right) \mathbf{i} + (v + ra_1) \mathbf{j}$$

$$\mathbf{V}_{12} = \left(u + \frac{rt_1}{2} \right) \mathbf{i} + (v + ra_1) \mathbf{j}$$

$$\mathbf{V}_{21} = \left(u - \frac{rt_2}{2} \right) \mathbf{i} + (v - ra_2) \mathbf{j}$$

$$\mathbf{V}_{22} = \left(u + \frac{rt_2}{2} \right) \mathbf{i} + (v - ra_2) \mathbf{j}.$$

Ne seguono le relazioni che esprimono gli angoli di assetto β_{ij}

$$\tan(\delta_{11} - \alpha_{11}) = \tan(\beta_{11}) = \frac{v + ra_1}{u - rt_1/2}$$

$$\tan(\delta_{12} - \alpha_{12}) = \tan(\beta_{12}) = \frac{v + ra_1}{u + rt_1/2}$$

$$\tan(\delta_{21} - \alpha_{21}) = \tan(\beta_{21}) = \frac{v - ra_2}{u - rt_2/2}$$

$$\tan(\delta_{22} - \alpha_{22}) = \tan(\beta_{22}) = \frac{v - ra_2}{u + rt_2/2}.$$

Se si assume che in normali condizioni di esercizio la componente u prevale su tutte le altre e quindi che

$$u \gg v \quad u \gg |r|a_i \quad u \gg \frac{|r|t_i}{2}$$

le relazioni precedenti possono essere semplificate in

$$\beta_1 = \frac{v + ra_1}{u} = \beta + \frac{a_1}{l} \gamma = (\beta_{11} \simeq \beta_{12})$$

$$\beta_2 = \frac{v - ra_2}{u} = \beta - \frac{a_2}{l} \gamma = (\beta_{21} \simeq \beta_{22})$$

da cui si ricava che le ruote su uno stesso assale hanno angoli di assetto quasi uguali, di conseguenza verranno indicati con β_1 e β_2 gli angoli di assetto, rispettivamente, per l'anteriore e il posteriore.

Allo stesso modo se si considera che per angoli di sterzo modesti si ha che $(\delta_{i1} \simeq \delta_{i2}) = \delta_i$ ⁴ è possibile ricavare gli angoli di deriva

$$\alpha_1 = \delta_1 - \frac{v + ra_1}{u} = \delta_1 - \beta - \frac{a_1}{l} \gamma = (\alpha_{11} \simeq \alpha_{12})$$

$$\alpha_2 = \delta_2 - \frac{v - ra_2}{u} = \delta_2 - \beta - \frac{a_2}{l} \gamma = (\alpha_{21} \simeq \alpha_{22})$$

da cui emerge che le due ruote di uno stesso assale lavorano con angoli di deriva quasi uguale.

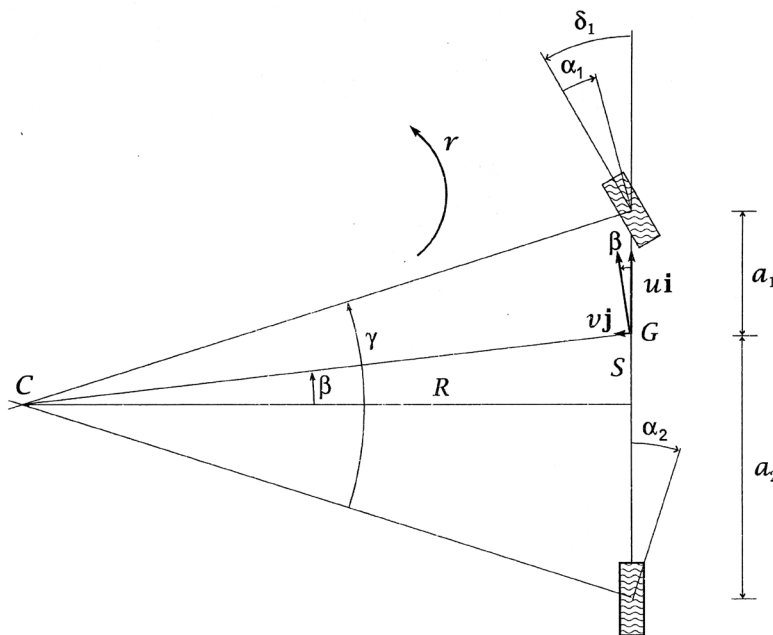


Fig. 1.2 Modello monotraccia di veicolo

⁴ L'angolo di sterzo δ_{ij} è legato all'angolo di sterzo del volante δ_v tramite un rapporto di trasmissione costante $\delta_{ij} = \tau_{ij} \delta_v$.

Dalle relazioni precedenti si ottengono le seguenti relazioni

$$\beta_1 - \beta_2 = \frac{lr}{u} = \frac{l}{R} = \gamma$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = (\delta_1 - \delta_2) = \delta - \frac{l}{R} = \delta - \delta_0 = \gamma_0 - \gamma$$

La quantità $\gamma = \delta_0$ è l'angolo di Ackermann, mentre $\gamma_0 = \delta$ è detta *angolo globale di sterzata* delle ruote.

1.1.2. Equazioni di equilibrio

Le equazioni di equilibrio sono esprimibili attraverso le equazioni cardinali della dinamica del corpo rigido

$$m \mathbf{a}_G = \mathbf{F}$$

$$\dot{\mathbf{K}}_G^r = \mathbf{M}_G$$

Rispetto al riferimento di assi corpo definito in precedenza:

$$\mathbf{a}_G = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}$$

$$\dot{\mathbf{K}}_G^r = -J_{xz} (\dot{r} \mathbf{i} + r^2 \mathbf{j}) + J_z \dot{r} \mathbf{k}$$

e

$$\mathbf{F} = X \mathbf{i} + Y \mathbf{j} + Z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{M}_G = L \mathbf{i} + M \mathbf{j} + N \mathbf{k}$$

L'accelerazione del baricentro \mathbf{a}_G si ottiene derivando la sua velocità \mathbf{V}_G rispetto al tempo t . Nella derivazione occorre tener conto che i versori cambiano direzione durante il moto per cui $\frac{d\mathbf{i}}{dt} = r \mathbf{j}$ e $\frac{d\mathbf{j}}{dt} = -r \mathbf{i}$, così da ottenere

$$\mathbf{a}_G = \frac{d\mathbf{V}_G}{dt} = \dot{u} \mathbf{i} + ur \mathbf{j} + \dot{v} \mathbf{j} - vr \mathbf{i} = (\dot{u} - vr) \mathbf{i} + (\dot{v} + ur) \mathbf{j} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}$$

In questo modo si è scomposta l'accelerazione del baricentro \mathbf{a}_G in *accelerazione longitudinale*

$$a_x = \dot{u} - vr = \dot{u} - \frac{u^2 \beta \gamma}{l}$$

e in *accelerazione laterale*

$$a_y = \dot{v} + ur = \dot{v} + \frac{u^2}{R} = u\dot{\beta} + \dot{u}\beta + \frac{u^2 \gamma}{l}$$

rispetto all'asse del veicolo.

L'accelerazione del baricentro \mathbf{a}_G può essere scomposta anche in *accelerazione normale o centripeta* a_n e in *accelerazione tangenziale* a_t

$$\mathbf{a}_G = a_t \mathbf{t} + a_n \mathbf{n},$$

dove $\mathbf{t} = \cos \beta \mathbf{i} + \sin \beta \mathbf{j}$ e $\mathbf{n} = -\sin \beta \mathbf{i} + \cos \beta \mathbf{j}$. Le due componenti sono date da

$$a_t = \mathbf{a}_G \cdot \mathbf{t} = a_x \cos \beta + a_y \sin \beta = \frac{\dot{u}u + \dot{v}v}{\sqrt{u^2 + v^2}}$$

e

$$a_n = \mathbf{a}_G \cdot \mathbf{n} = -a_x \sin \beta + a_y \cos \beta = \frac{r(u^2 + v^2) - \dot{u}v + \dot{v}u}{\sqrt{u^2 + v^2}}.$$

A questo punto, è possibile ricavare il *raggio di curvatura* R_G

$$R_G = \frac{V_G^2}{a_n} = \frac{(u^2 + v^2)^{\frac{3}{2}}}{r(u^2 + v^2) - \dot{u}v + \dot{v}u} = \frac{V_G}{r - \frac{\dot{u}v}{V_G} + \frac{\dot{v}u}{V_G}}$$

R_G è positivo se il centro di curvatura si trova sulla sinistra del veicolo, quindi in caso di una curva a sinistra, mentre è negativo in caso contrario.

Nel caso di moto in condizioni stazionarie, ovvero con $\dot{u} = \dot{v} = 0$, l'accelerazione di G è solo centripeta, quindi $a_t = 0$ e $a_n = V_G r$.

Infine, l'*accelerazione angolare* $\dot{\Omega}$ è data da $\dot{\Omega} = (0, 0, \dot{r})$.

1.1.3. Forze e momenti

Si definiscono, rispetto al sistema di riferimento di assi corpo $(x, y, z; \mathbf{G})$, con (X, Y, Z) le tre componenti della forza \mathbf{F} risultante agente globalmente sul veicolo e con (L, M, N) le tre componenti del momento \mathbf{M}_G .

Utilizzando le stesse convenzioni introdotte precedentemente, si indicano con $F_{x_{ij}}$ le componenti longitudinali, con $F_{y_{ij}}$ le componenti trasversali e con $F_{z_{ij}}$ le componenti verticali delle forze trasmesse dalla strada alle quattro ruote (**Fig 1.3**). È conveniente sommare i contributi delle componenti relative alle due ruote di uno stesso assale

$$\begin{aligned} F_{x_1} &= F_{x_{11}} + F_{x_{12}}, & F_{x_2} &= F_{x_{21}} + F_{x_{22}}, \\ F_{y_1} &= F_{y_{11}} + F_{y_{12}}, & F_{y_2} &= F_{y_{21}} + F_{y_{22}}, \\ F_{z_1} &= F_{z_{11}} + F_{z_{12}}, & F_{z_2} &= F_{z_{21}} + F_{z_{22}}, \end{aligned}$$

e definire i *trasferimenti di carico laterali*

$$\Delta F_{z_1} = \frac{F_{z_{11}} - F_{z_{12}}}{2}, \quad \Delta F_{z_2} = \frac{F_{z_{21}} - F_{z_{22}}}{2}.$$

Adottando le seguenti semplificazioni:

- in vetture non da competizione che non viaggiano a velocità elevata possono essere trascurate le componenti dovute alle forze aerodinamiche;
- i termini $(F_{x_{11}} - F_{x_{12}})$ e $(F_{x_{21}} - F_{x_{22}})$ sono nulli in frenata e accelerazione poiché si considera il veicolo dotato di un differenziale ordinario (non autobloccante);
- sono trascurabili tutte le forze longitudinali $F_{x_{ij}}$ rispetto alle forze laterali;
- $\cos \delta_i \simeq 1$ e $\sin \delta_i \simeq \delta_i$ per piccoli angoli di sterzo;

e introducendo i termini inerziali si ottengono le seguenti *equazioni di equilibrio*

$$\begin{aligned}
m(\dot{u} - vr) &= X = F_{x_1} + F_{x_2} - F_{y_1}\delta_1 \\
m(\dot{v} - ur) &= Y = F_{y_1} + F_{y_2} \\
0 &= Z = F_{z_1} + F_{z_2} - mg \\
-J_{zx}\dot{r} &= L = \Delta F_{z_1}\frac{t_1}{2} + \Delta F_{z_2}\frac{t_2}{2} + Yh \\
-J_{zx}r^2 &= M = -F_{z_1}a_1 + F_{z_2}a_2 - Xh \\
J_z\dot{r} &= N = F_{y_1}a_1 - F_{y_2}a_2.
\end{aligned}$$

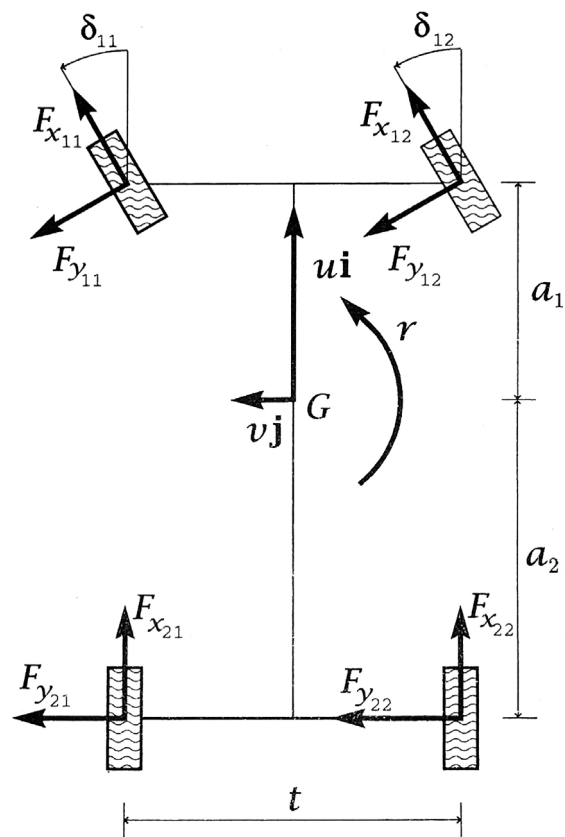


Fig. 1.3 Forze che la strada applica sul veicolo

1.1.4. Equazioni costitutive

Per completare il modello rimane da definire il comportamento degli pneumatici. Come verrà descritto in seguito, la *forza laterale* $F_{y_{ij}}$, esercitata dalla strada su ciascuna ruota, è influenzata dall'*angolo di deriva* α_{ij} e da molti altri fattori come il carico verticale, l'angolo di camber e la forza longitudinale.

Il modello di pneumatico che verrà trattato è un modello semplificato in cui la relazione fra forza laterale e angolo di deriva è lineare

$$F_{y_{ij}} = C_{\alpha_{ij}} \alpha_{ij}$$

da cui, considerando $\alpha_{i1} \simeq \alpha_{i2}$, si ottiene

$$F_{y_i} = (C_{\alpha_{i1}} + C_{\alpha_{i2}}) \alpha_i.$$

Se gli angoli di deriva sono piccoli, il trasferimento di carico verticale $\Delta F_{z_{ij}}$ sarà contenuto e quindi è possibile linearizzare anche la dipendenza delle rigidità di deriva $C_{\alpha_{ij}}$ da $\Delta F_{z_{ij}}$. Dato che le due ruote sono uguali e che $\Delta F_{z_{i1}} \simeq -\Delta F_{z_{i2}}$, si ha la compensazione degli effetti del trasferimento di carico fra la ruota esterna e la ruota interna alla curva, ed è possibile ottenere un modello linearizzato per ogni assale

$$F_{y_i} = C_i \alpha_i.$$

1.1.5. Variazione dei carichi sulle ruote

A questo punto, dalle equazioni di congruenza e dalle equazioni costitutive ricavate in precedenza, è possibile definire il *trasferimento dei carichi laterali*

$$F_{y_1} = C_1 \alpha_1 = C_1 \left(\tau \delta_v \frac{v + r a_1}{u} \right)$$

$$F_{y_2} = C_2 \alpha_2 = C_2 \left(\tau \chi \delta_v \frac{v - r a_2}{u} \right)$$

(per semplicità è stato ipotizzato un veicolo *monotraccia*).

Dalle equazioni di equilibrio si possono ricavare, invece, le variazioni dei carichi verticali alle singole ruote

$$F_{z_{11}} = F_{z_{10}} - \Delta F_{z_1} - \frac{Xh}{l} = F_{z_{10}} - \theta_{11} m(\dot{v} + ur) - \theta_{12} J_z \dot{r} - \frac{m(\dot{u} - vr)h}{l}$$

$$F_{z_{12}} = F_{z_{10}} + \Delta F_{z_1} - \frac{Xh}{l} = F_{z_{10}} + \theta_{11} m(\dot{v} + ur) + \theta_{12} J_z \dot{r} - \frac{m(\dot{u} - vr)h}{l}$$

$$F_{z_{21}} = F_{z_{20}} - \Delta F_{z_2} + \frac{Xh}{l} = F_{z_{20}} - \theta_{21} m(\dot{v} + ur) - \theta_{22} J_z \dot{r} + \frac{m(\dot{u} - vr)h}{l}$$

$$F_{z_{22}} = F_{z_{20}} + \Delta F_{z_2} + \frac{Xh}{l} = F_{z_{20}} + \theta_{21} m(\dot{v} + ur) + \theta_{22} J_z \dot{r} + \frac{m(\dot{u} - vr)h}{l}.$$

in cui $F_{z_{10}} = \frac{mga_2}{l}$ e $F_{z_{20}} = \frac{mga_1}{l}$ sono i cosiddetti *carichi statici* sugli assali e

θ_{11} e θ_{21} sono due coefficienti che tengono conto, rispettivamente, della parte di ΔF_{z_i} trasferita dai *braccetti* della sospensione e della parte di ΔF_{z_i} trasferita dagli *organi elastici* (molle e barre di torsione).

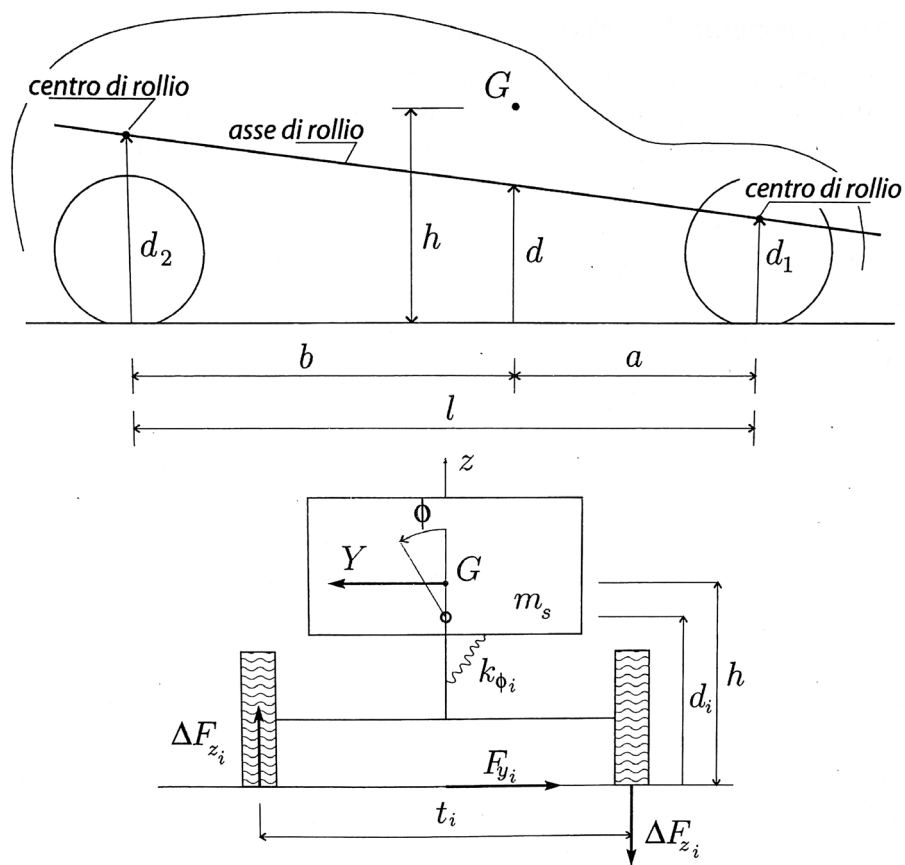


Fig. 1.4 Vista laterale e frontale dello schema di veicolo ($a = a_1$ e $b = a_2$)

1.2. Pneumatici

Lo pneumatico è uno dei componenti fondamentali e più tipici dell'automobile. Le caratteristiche fondamentali sono la deformabilità che, accompagnata ad una relativa leggerezza, rende possibile il mantenimento del contatto ruota-strada anche in presenza di piccole asperità, e l'aderenza, favorita dalla presenza del battistrada in gomma. Queste caratteristiche sono due fattori essenziali per poter avere un'adeguata tenuta di strada del veicolo.

1.2.1. Moto di una ruota rigida

Per meglio comprendere la cinematica di una ruota con pneumatico è utile studiare prima il moto di una ruota rigida.

In **Fig.1.5** è rappresentata una ruota toroidale. Si indica con S il punto di contatto tra ruota e strada, con \mathbf{j}_c l'asse di rotazione della ruota e con $\boldsymbol{\Omega}$ la velocità angolare. Si può notare che nella ruota toroidale S e O coincidono solo se l'angolo di camber⁵ è nullo.

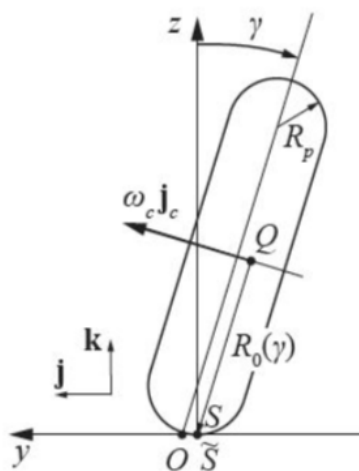


Fig. 1.5 Ruota rigida toroidale in rotolamento

⁵ L'angolo di camber γ è l'angolo di inclinazione dell'asse verticale del sistema di riferimento della ruota rispetto a quello verticale del sistema di riferimento della strada.

È utile considerare anche il punto geometrico \tilde{S} , giacente sul piano e, in ogni istante, coincidente con S . Il punto \tilde{S} si muove lungo la strada con velocità $\mathbf{V}_{\tilde{S}}$ detta anche *velocità di avanzamento* \mathbf{V}_a .

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_{\tilde{S}} = V_x \mathbf{i} + V_y \mathbf{j}$$

Ipotizzando un osservatore solidale alla ruota, la velocità del punto \tilde{S} può essere espressa come somma della velocità relativa $\mathbf{V}_{\tilde{S}}^r$ e della velocità di trascinamento $\mathbf{V}_{\tilde{S}}^t$.

Si possono definire anche altre due velocità: la *velocità di scorrimento* \mathbf{V}_s e la *velocità di rotolamento* \mathbf{V}_r .

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_{\tilde{S}}^t = \mathbf{V}_a - \mathbf{V}_r$$

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{V}_{\tilde{S}}^r = \mathbf{V}_{\tilde{S}} - \mathbf{V}_{\tilde{S}}^t$$

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_s + \mathbf{V}_r.$$

L'angolo α (**Fig. 1.6**) fra la velocità di rotolamento \mathbf{V}_r e la velocità di avanzamento \mathbf{V}_a è detto *angolo di deriva*, definito positivo se diretto in senso orario e negativo in senso antiorario.

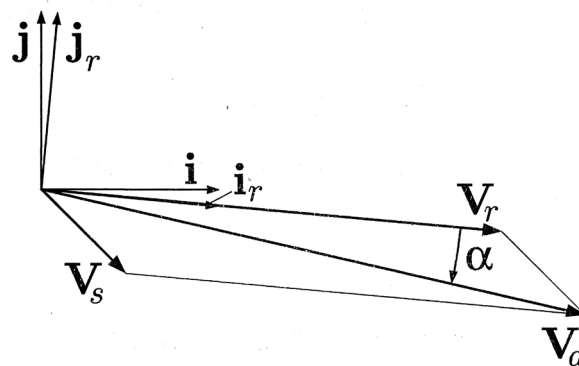


Fig. 1.6 Velocità di avanzamento, di rotolamento e di scorrimento; angolo di deriva

2. Costruzione del modello

In questo capitolo verrà illustrata la costruzione del modello di autovettura utilizzato nelle simulazioni dinamiche.

Il modello è una ricostruzione semplificata dell'eRod, un'autovettura sportiva totalmente elettrica costruita dall'azienda svizzera produttrice di veicoli elettrici Kyburz.



Fig. 2.1 Kyburz eRod

PESO (batterie incluse)	600 kg
PRESTAZIONI	45 kW (60 cv) / 140 Nm
VELOCITÀ MASSIMA	120 km/h
BATTERIA	19.2 kWh, 96 V / 200 Ah
AUTONOMIA	183 km

2.1. MSC Adams

Il software usato per le simulazioni dinamiche è ADAMS (**A**utomated **D**ynamic **A**nalysis of **M**echanical **S**ystems) della *MSC Software*. È un programma che permette di effettuare simulazioni su sistemi multibody dove i corpi sono in prevalenza rigidi e connessi da coppie cinematiche che ne determinano il comportamento cinematico e dinamico. I software di simulazione multibody si differenziano dai software a elementi finiti (FEM), che sono invece orientati ad analizzare le tensioni e le deformazioni di corpi che per la loro geometria e le loro proprietà fisiche devono essere considerati necessariamente deformabili.

Il metodo degli elementi finiti permette di risolvere problemi descritti da equazioni differenziali mediante la discretizzazione del dominio ottenuta con la creazione di una griglia (*mesh*) composta da *elementi finiti*, definiti da funzioni approssimanti (*shape functions*), di forma codificata (triangoli e quadrilateri per domini 2D, tetraedri e esaedri per domini 3D). Il problema viene così ridotto ad un numero finito di incognite. Le funzioni

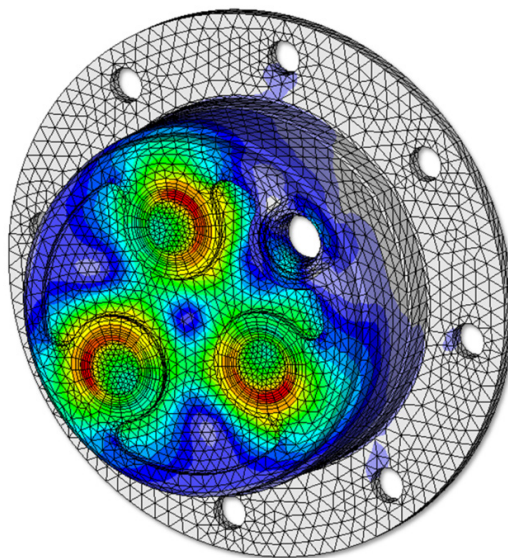


Fig. 2.2 Analisi FEM

approssimanti vengono definite attraverso i valori che la variabile indipendente assume in punti specifici, detti *nodi*, che sono posti sul contorno degli elementi.

L'analisi multibody, invece, si basa sulla creazione di corpi rigidi e deformabili connessi fra loro tramite dei giunti che ne limitano il movimento relativo. Un sistema multibody è definito come una raccolta di sottosistemi chiamati corpi, componenti o sottostrutture. Il movimento dei sottosistemi è cinematicamente vincolato a causa di diversi tipi di giunti e ciascun sottosistema o componente può subire ampie traslazioni e spostamenti rotazionali. Questo metodo permette di simulare il comportamento dei corpi noto il campo di forze e coppie agenti su di essi (*analisi dinamica diretta*).

Se questi sottoinsiemi sono cinematicamente vincolati è possibile anche svolgere *analisi cinematiche* o *analisi dinamiche inverse*. Quest'ultime consentono, partendo da un sistema completamente vincolato in cui si conoscono la legge del moto di ogni corpo del sistema, di calcolare le forze/coppie applicate per ottenerla.

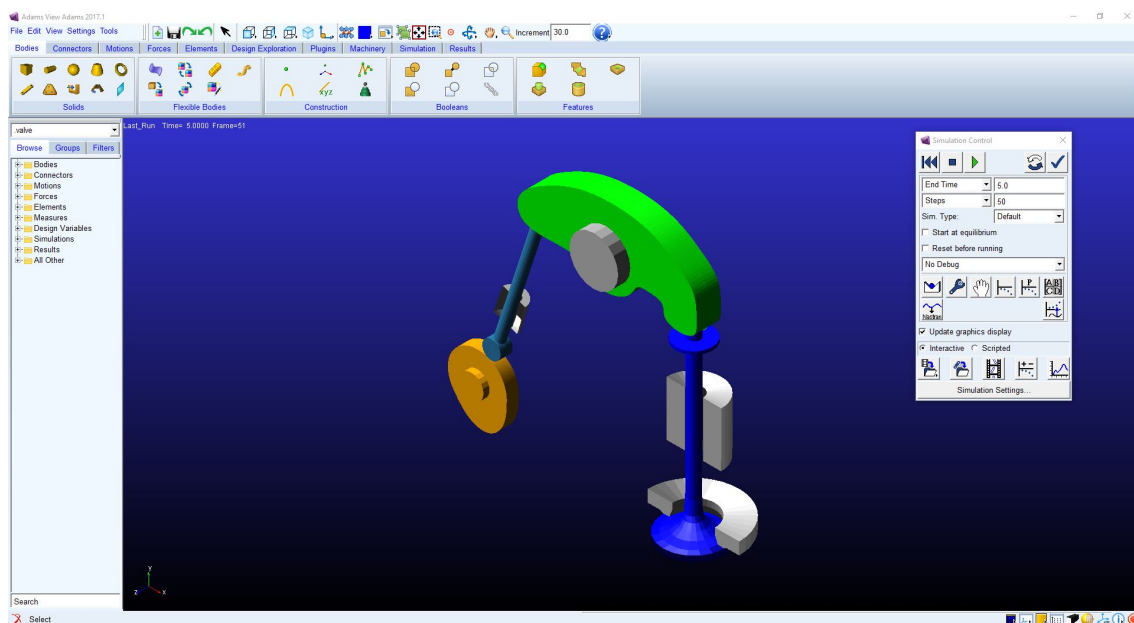


Fig. 2.2 Interfaccia MSC Adams

2.2. Assemblaggio dei componenti

Adams non consente grande libertà nella creazione delle geometrie perciò la base di partenza per la modellazione del veicolo è stata un modello CAD in Catia. Il primo passo è stato, quindi, quello di esportare ogni singolo componente dal software CAD e importarlo in Adams. I formati preferenzialmente utilizzati per l'importazione di file CAD sono:

- *Parasolid* (.xmt_txt, .x_t, .xm_bin, .x_b),
- *Step* (.step, .stp).

La costruzione dei modelli geometrici di Adams si basa su delle terne di riferimento interne al corpo, chiamate *marker*, le quali possono essere definite relativamente le une alle altre permettendo una rapida e semplice modifica della configurazione della struttura del veicolo.

Al momento dell'importazione i componenti vengono posizionati con l'origine del sistema di riferimento solidale al corpo nell'origine del sistema di riferimento globale (*ground*). Il secondo step è stato, quindi, quello di riposizionare ogni componente per ricreare la configurazione del veicolo (**Fig. 2.3**).

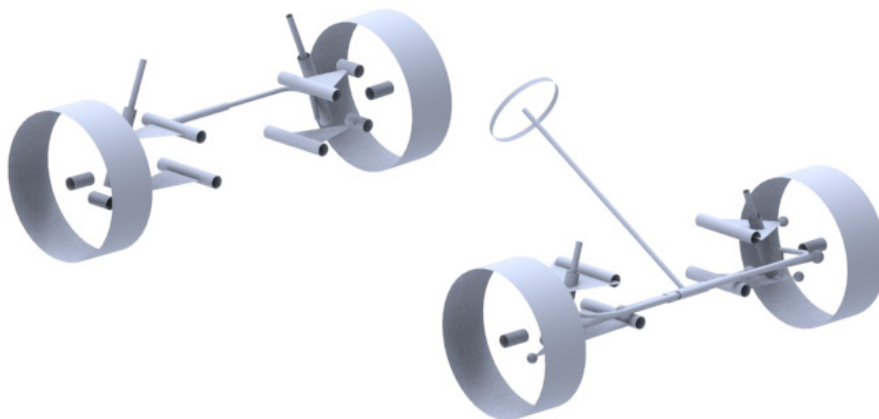


Fig. 2.3 Modello CAD del veicolo

Dei componenti che non hanno un compito nella dinamica del veicolo (es. motore, batterie, ecc.) sono state considerate solo le proprietà di massa e quindi non hanno una vera e propria struttura 3D.

Le parti del veicolo si trovano in posizione ma non sono fisicamente legati l'uno all'altro. Il passo successivo è, quindi, quello di fissare tutta la struttura così da avere un unico corpo. Adams permette la creazione di giunti, ovvero dei vincoli cinematici, tra due corpi (**Fig. 2.4**). In questo caso sono stati utilizzati i seguenti giunti:

- incastro, non permette movimenti relativi tra i corpi (🔒);
- giunto rotoidale, permette solo la rotazione attorno ad un asse (🔗);
- giunto prismatico, permette solo la traslazione lungo un asse (📏);
- giunto cilindrico, permette la rototraslazione lungo un asse (🔗);
- giunto sferico, permette le rotazioni attorno ai tre assi ma non le traslazioni (🏎️).

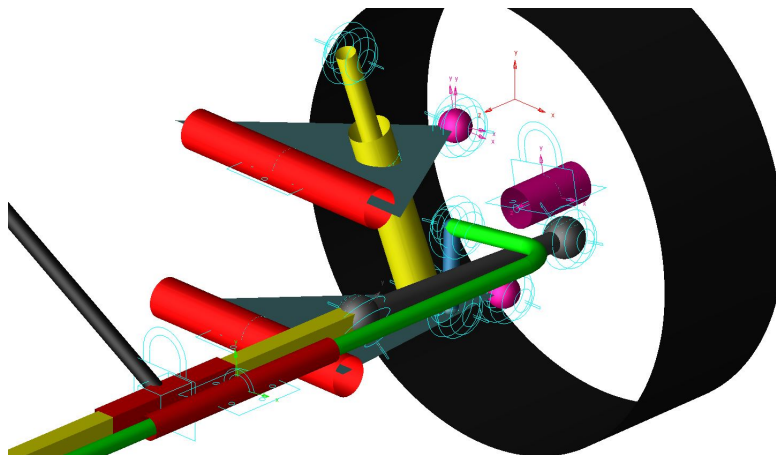


Fig. 2.4 Giunti (in celeste)

Nello specifico:

GIUNTO	CORPO MOBILE	CORPO FISSO
Rotoidale	Braccio superiore	Telaio
Rotoidale	Braccio inferiore	Telaio
Sferico	Porta-mozzo	Braccio superiore
Sferico	Porta-mozzo	Braccio inferiore
Rotoidale	Ruota	Porta-mozzo
Sferico	Ammortizzatore superiore	Telaio
Sferico	Ammortizzatore inferiore	Braccio inferiore
Cilindrico	Ammortizzatore superiore	Ammortizzatore inferiore
Rotoidale	Barra di torsione	Telaio
Sferico	Barra di torsione	Braccio inferiore

Tabella 2.1 Giunti sospensione frontale


GIUNTO	CORPO MOBILE	CORPO FISSO
Rotoidale	Braccio superiore	Telaio
Rotoidale	Braccio inferiore	Telaio
Rotoidale	Porta-mozzo	Braccio superiore
Rotoidale	Porta-mozzo	Braccio inferiore
Rotoidale	Ruota	Porta-mozzo
Sferico	Ammortizzatore superiore	Telaio
Sferico	Ammortizzatore inferiore	Braccio inferiore
Cilindrico	Ammortizzatore superiore	Ammortizzatore inferiore
Rotoidale	Barra di torsione	Telaio
Sferico	Barra di torsione	Braccio inferiore

Tabella 2.2 Giunti sospensione posteriore

GIUNTO	CORPO MOBILE	CORPO FISSO
Prismastico	Cremagliera	Telaio
Sferico	Tirante	Cremagliera
Sferico	Porta-mozzo	Tirante

Tabella 2.3 Giunti sterzo

2.3. Pneumatici e Strada

Il modello costruito deve comportarsi come un autoveicolo reale, deve quindi essere in grado di percorrere fedelmente la strada. Per fare ciò è importante ricreare, in modo sufficientemente realistico, il contatto ruota-strada. Adams ha già al suo interno, nella sezione delle forze, la funzione *tire* () (**Fig. 2.5**) che permette di generare degli pneumatici importando i parametri da file **tire** (estensione *.tir*).

La società produttrice di Adams fornisce insieme al programma una libreria contenente vari modelli di pneumatici. Sfortunatamente, all'interno di tale libreria non è presente nessun file che rispetta le caratteristiche del modello, di conseguenza è stato utilizzato un modello tra quelli presenti (*TR_front_pac89.tir*) al quale però sono stati modificati i parametri utili ai fini delle simulazioni dinamiche (**Tabella 2.4**).

Raggio	285,6 mm
Coefficiente di smorzamento	2000 kg/s
Rigidezza verticale	100 N/m
Rigidezza di deriva	57295.78 N/rad
Resistenza al rotolamento	0,02

Tabella 2.4 Parametri pneumatici

A questo punto non resta che inserire la massa e la matrice di inerzia e definire la posizione del centro di massa della ruota.

Per quanto riguarda la strada, come per le ruote, Adams permette di importare dei modelli da file **road** (estensione *.rdf*), anch'essi sono presenti nella libreria del programma. I principali parametri contenuti nei file road sono il coefficiente di attrito μ , la quantità e la tipologia di asperità e il grado di pendenza.

Affinché il contatto pneumatico-strada sia sempre garantito, si ipotizza una strada priva di asperità (piana). Riprendendo le ipotesi espresse nel **Capitolo 1**, si assume la strada orizzontale. Per rispettare queste ipotesi è stato scelto il modello *2d_flat.rdf*.

Name	MODEL_CAR.WHEEL_1
Side	<input checked="" type="radio"/> left <input type="radio"/> right
Cm Offset	0.0
Mass	20.0
lxx lyy	0.33
lzz	0.33
Wheel Center Offset	0.0
Tire Property File	C:/Progetti_ADAMS/TR_front_pac89.tir
Wheel Initial Velocities	Standard
Longitudinal Velocity	0.0
Spin Velocity	0.0
Road	MODEL_CAR.ROAD
Wheel Center Location and Orientation	
Location	(LOC_RELATIVE_TO({0, 0, 0}, HUB_FL_WHEEL))
Orient using	<input checked="" type="radio"/> Euler Angles <input type="radio"/> Direction Vectors
Euler Angles	(ORI_RELATIVE_TO({0, 0, 0}, HUB_FL_WHEEL))
X Vector	0.9829969956, 0.1820123606, -2.4257105813E-02
Z Vector	2.388252189E-02, 4.2498246761E-03, 0.9997057388

Fig. 2.5 Importazione ruote e pneumatici

2.4. Masse e matrici di inerzia

Adams definisce automaticamente la massa e le matrici di inerzia in funzione della geometria e di una densità (di default pari a quella dell'acciaio). È possibile anche inserire manualmente la matrice d'inerzia del corpo da riferire ad un marker in particolare (*marker cm*). Ovviamente questa scelta richiede la creazione di un marker apposito in corrispondenza della terna centrale d'inerzia.

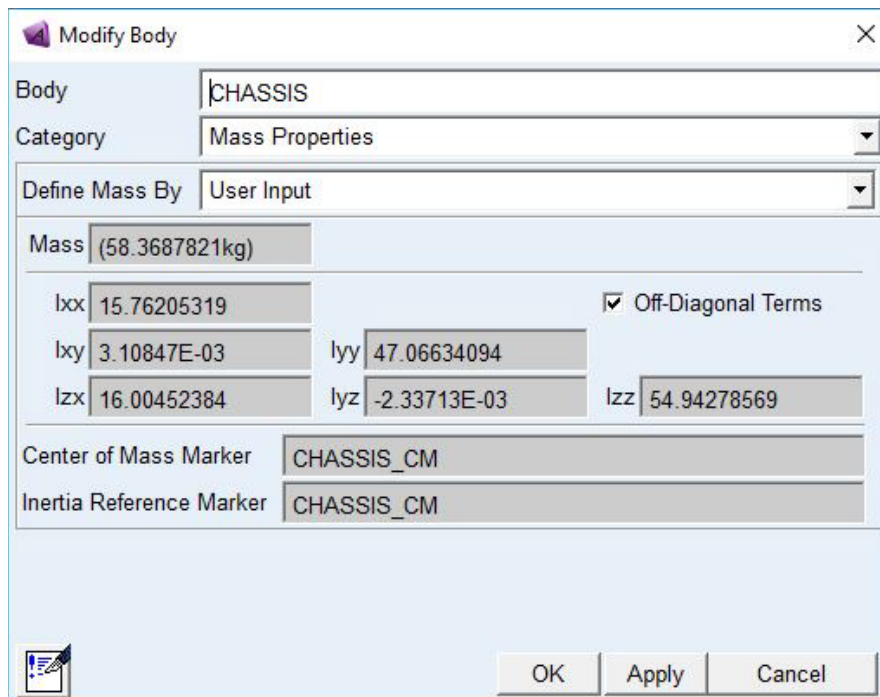


Fig. 2.6 Massa e matrici di inerzia

In questo caso la struttura del veicolo, essendo semplificato, non corrisponde a quella reale, perciò le proprietà di massa generate automaticamente sono errate. È necessario quindi, definire la massa e la matrice di inerzia di ogni singolo componente (i dati possono essere recuperati dal modello originale Catia).

Come detto in precedenza queste matrici di inerzia devo essere riferite ad uno specifico marker. Fortunatamente è possibile recuperare la posizione della terna di riferimento rispetto al sistema di riferimento globale dal modello Catia.

2.6. Coppia motrice

Un autoveicolo per muoversi ha bisogno di un motore che generi una coppia motrice che poi attraverso il cambio e la trasmissione viene trasmessa alle ruote, le quali grazie all'attrito tra pneumatico e strada generano una forza che fa avanzare il veicolo. La coppia alle ruote deve essere in grado di vincere l'attrito volvente tra pneumatico e strada, la resistenza imposta dall'aria, l'inerzia e di generare una forza tale da accelerare il veicolo.

In questo caso si è svolta l'analisi dinamica di un autoveicolo che percorre una curva a velocità costante, di conseguenza la coppia motrice deve accelerare il veicolo fino al raggiungimento di una specifica velocità. Successivamente deve maniere tale velocità costante nel tempo anche al variare dell'angolo di sterzo. La coppia è stata applicata direttamente alle ruote, dato che si vuole studiare il comportamento del veicolo in curva, e tutto ciò che riguarda la trasmissione di potenza dal motore alle ruote non è rilevante ai fini delle simulazioni. La coppia è stata definita attraverso una funzione *step*, in particolare da una funzione step all'interno di un sistema di controllo in retroazione (*feedback*).

Una funzione *step* ($\text{STEP}(\text{variabile } x, x_0, h_0, x_1, h_1)$) è una funzione discontinua che definisce la variazione da una situazione iniziale a una finale della coppia di valori (x, h) . In questo caso la variabile x corrisponde al tempo mentre la variabile h corrisponde alla velocità del veicolo.

2.5.1. Controllo in retroazione

Il controllo in retroazione è un sistema ad anello chiuso in cui un sensore monitora l'uscita del sistema (velocità del veicolo) e la confronta

continuamente con la quantità di riferimento, ovvero la variabile di input del sistema (velocità desiderata). La differenza, detta *errore*, determina il controllo del sistema (coppia motrice). Nel caso del veicolo, quando la velocità rilevata del sensore, quindi la velocità effettiva, è minore della velocità desiderata, l'errore sarà positivo e la coppia motrice tenderà a farlo accelerare. Mentre se la velocità effettiva è maggiore della velocità desiderata il sistema tenderà a diminuire la coppia e di conseguenza il veicolo decelera (**Fig. 2.7**).

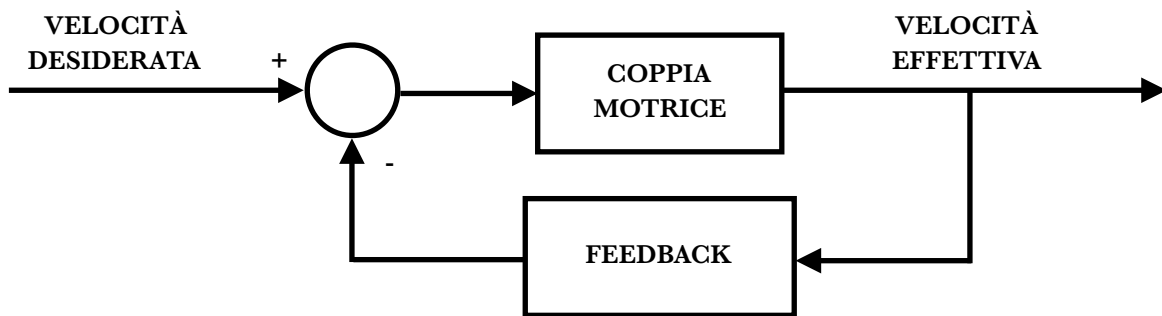


Fig. 2.7 Controllo in retroazione

3. Analisi dinamica

In questo capitolo verranno illustrate le analisi dinamiche svolte e verranno analizzati i risultati ottenuti.

3.1. Analisi dinamica

Le maggior sollecitazioni in un veicolo si hanno in fase di accelerazione, frenata e sterzata. In questo caso si studia il comportamento del veicolo in due situazioni:

- fase di accelerazione;
- fase di sterzata a velocità costante con raggio di sterzo variabile.

Per comodità, durante le simulazioni il veicolo accelererà fino a raggiungere la velocità desiderata e poi inizierà a sterzare, cosicché sarà possibile analizzare sia la fase di accelerazione che la fase di cornering.

Le simulazioni sono state effettuate a tre diverse velocità:

- $V_1 = 8,3 \text{ m/s} = 30 \text{ km/h}$;
- $V_2 = 16,6 \text{ m/s} = 60 \text{ km/h}$;
- $V_3 = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$.

3.1.1. Accelerazione

La prima parte della simulazione rappresenta la fase di accelerazione, preceduta da una fase di assestamento del modello della durata di 10 secondi e seguita da una fase in cui il veicolo viaggia a velocità costante. La fase di accelerazione, nelle tre le prove, ha sempre la stessa durata (20 secondi).

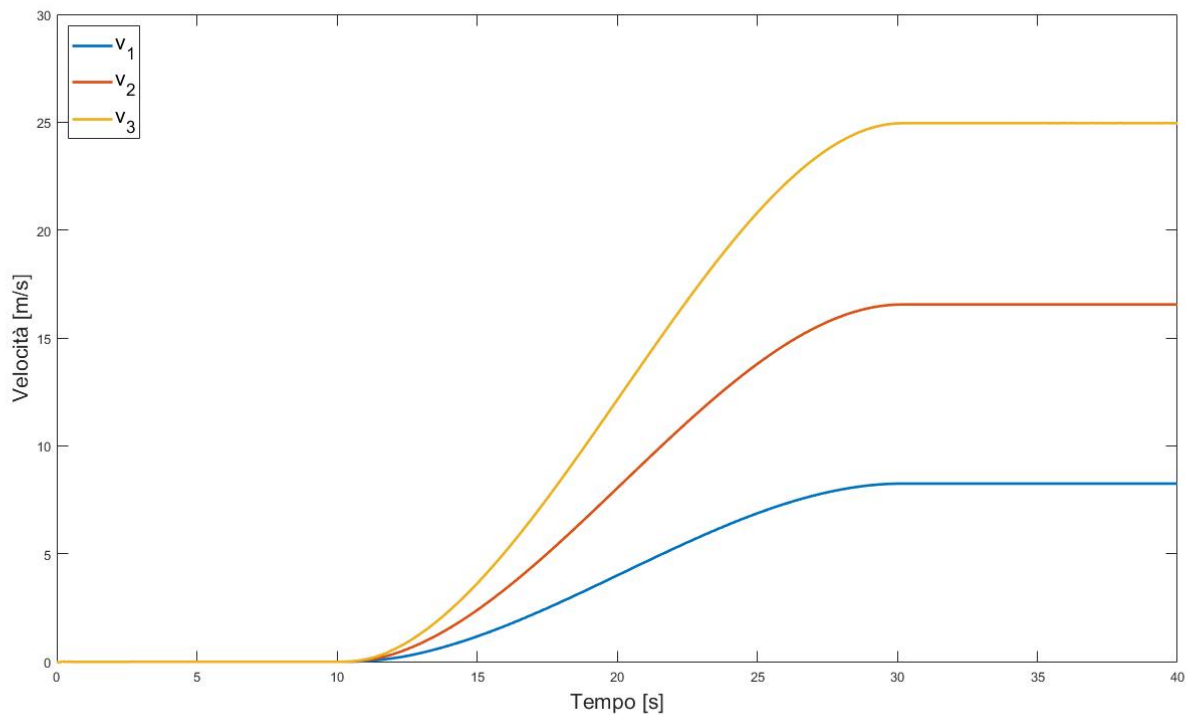


Grafico 3.1 Andamento delle velocità in fase di accelerazione nelle tre prove: 30 km/h, 60 km/h, 90km/h

Dal **Grafico 3.1**, che mostra la variazione di velocità nel tempo, è possibile notare l'azione del controllo in retroazione che rende l'accelerazione meno brusca.

La durata della fase di accelerazione è sempre la stessa, per cui ad un aumento della velocità da raggiungere corrisponde un aumento della coppia da applicare alle ruote (**Grafico 3.2**).

Durante la prova a 90 km/h la coppia raggiunge un massimo di 185 Nm. Mentre nelle altre due prove a 60 km/h e 30 km/h la coppia massima raggiunta è, rispettivamente, di 130 Nm e 75 Nm.

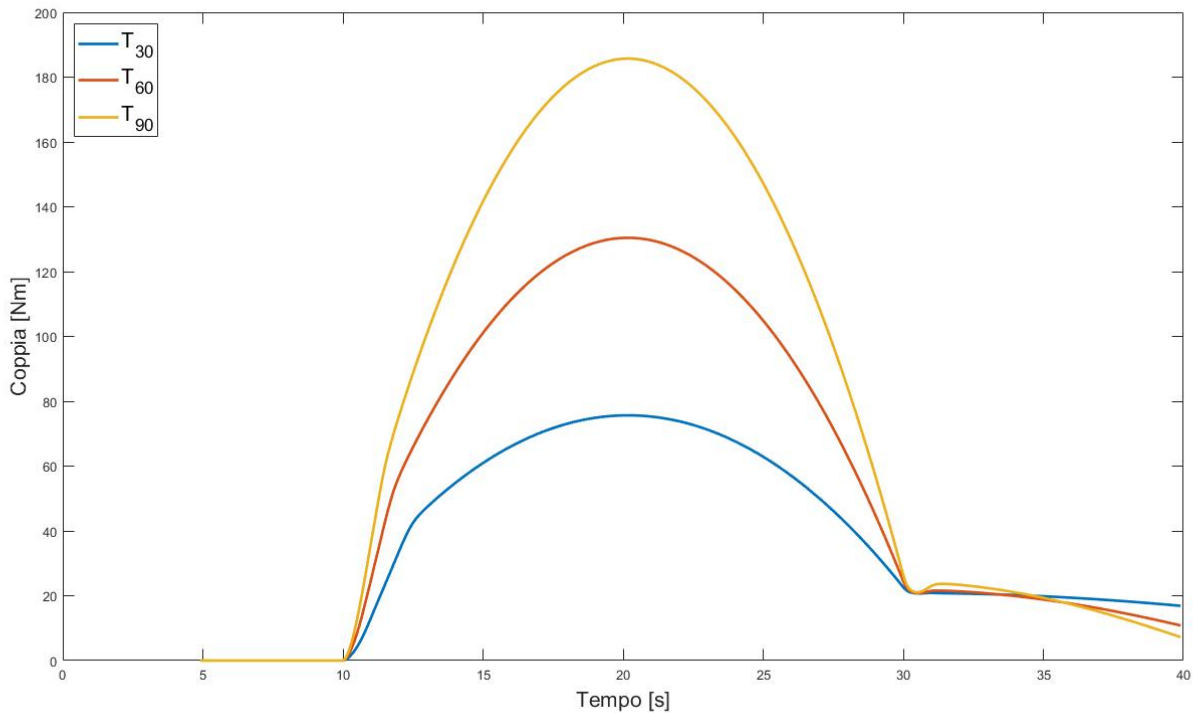


Grafico 3.2 Andamento coppia motrice in fase di accelerazione nelle tre prove: 30 km/h, 60 km/h, 90 km/h

Quando il veicolo accelera le ruote producono una forza diretta nel verso di moto del veicolo, mentre l'inerzia genera una forza applicata nel centro di massa del veicolo che si oppone al moto. Queste due forze generano un momento che tende a far ruotare il veicolo attorno all'asse trasversale (**Fig. 3.1**).

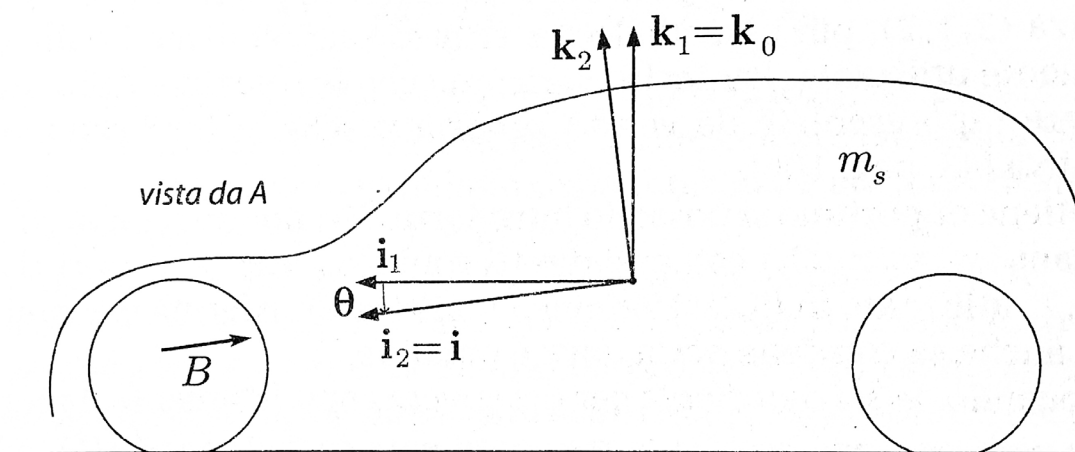


Fig. 3.1 Beccheggio θ

Si genera così un trasferimento dei carichi verticali dalle ruote anteriori alle ruote posteriori, come si nota dal **Grafico 3.3** e dal **Grafico 3.4**.

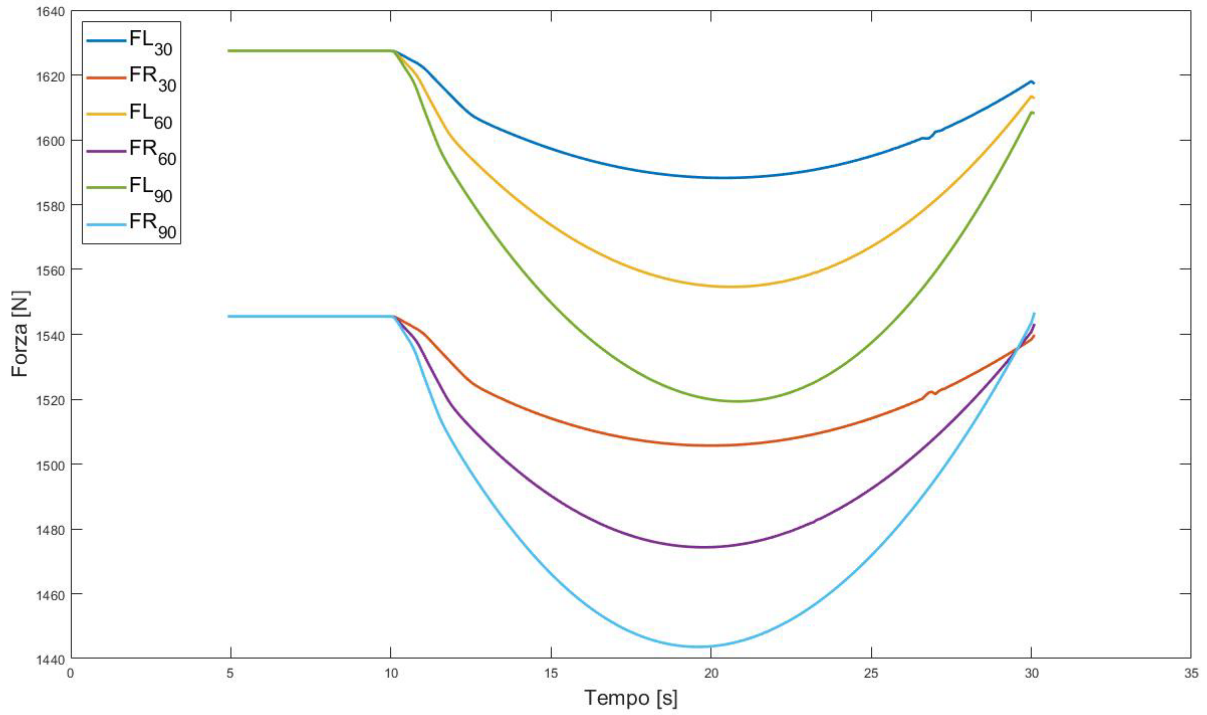


Grafico 3.3 Variazione dei carichi verticali alle ruote anteriori

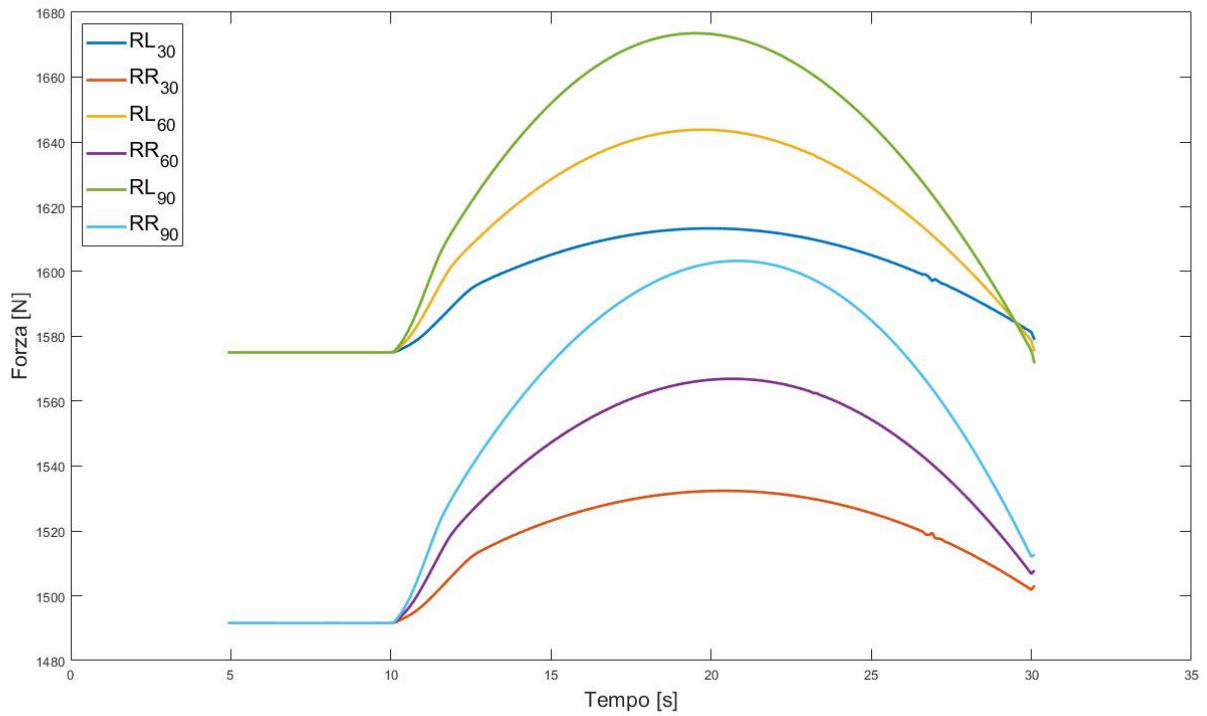


Grafico 3.4 Variazione dei carichi verticali alle ruote posteriori

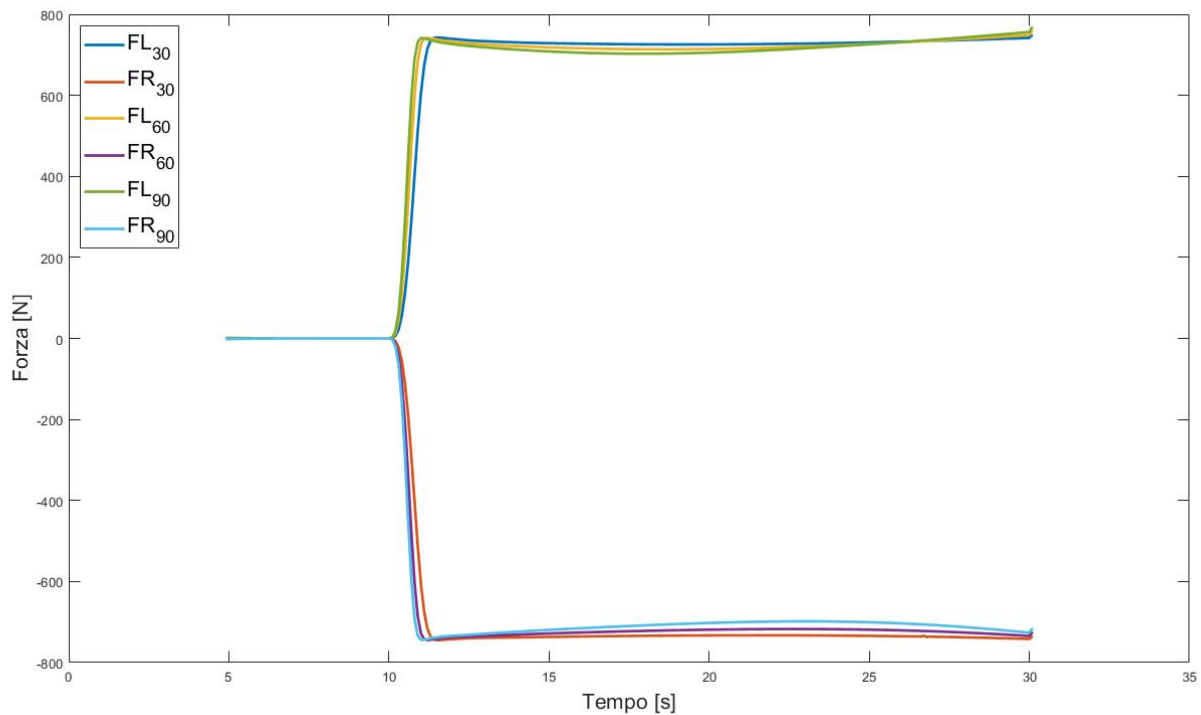


Grafico 3.5 Variazione dei carichi laterali alle ruote anteriori

Dal grafico delle forze laterali alle ruote (**Grafico 3.5**) si nota che in fase di accelerazione i carichi laterali agenti sulle ruote anteriori subiscono un notevole incremento.

In teoria se le quattro ruote fossero parallele e la velocità di avanzamento corrispondesse a quella di rotolamento (velocità di scorrimento nulla), sulle ruote non agirebbero forze laterali. Nella realtà, questo non accade perché solitamente le ruote sono montate con una certa *convergenza* (**Fig. 3.2**).

Per capire la motivazione che sta dietro questa scelta di assetto si ipotizza un veicolo che viaggi con le quattro ruote parallele durante il moto rettilineo e, in curva, rispetti la condizione di *sterzata cinematica*.

La sterzata cinematica è la condizione in cui gli angoli di deriva sono nulli. Per avere questa condizione è necessario che le rette ortogonali a ciascuna ruota si incontrino nello stesso punto *C* (**Fig. 3.3**). L'angolo di

sterzo δ_i della ruota interna dovrà essere maggiore di quello della ruota esterna δ_e secondo la relazione

$$\frac{t}{l} = \frac{1}{\tan(\delta_e)} - \frac{1}{\tan(\delta_i)}.$$

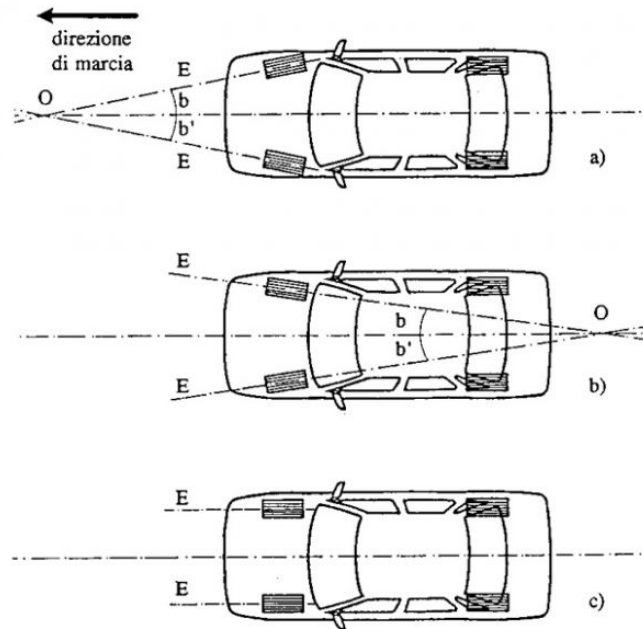


Fig. 3.2 Convergenza e divergenza ruote anteriori

Nella realtà un tale assetto comporta che la ruote interne alla curva abbiano angoli di deriva superiori alle corrispondenti ruote esterne. In questo caso si ha il paradosso che la ruota esterna, quella sottoposta a un carico verticale maggiore, si trovi a lavorare con angoli di deriva inferiori a quelli della corrispondente ruota interna. Di conseguenza, le due ruote di uno stesso asse non raggiungono mai le condizioni limite di aderenza e la tenuta di strada è fortemente penalizzata. Per esempio, può accadere che, per un certo trasferimento di carico, le massime forze verticali si abbiano per angoli di deriva di 10° e 12° , rispettivamente, sulla ruota interna e esterna. Tuttavia, per la condizione di sterzata cinematica, se l'angolo interno valesse 10° , quello esterno varrebbe, per esempio, 8° .

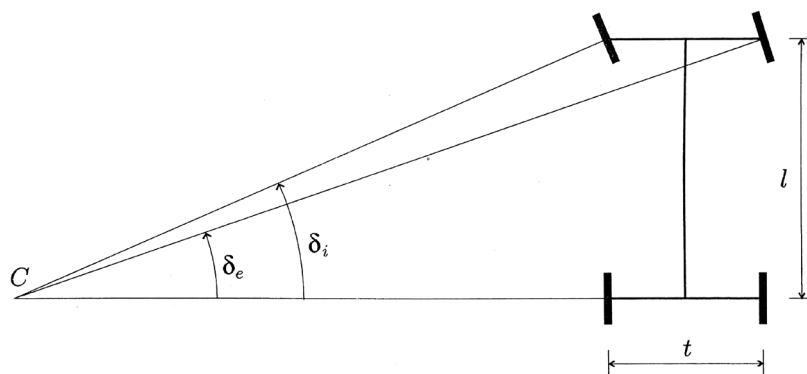


Fig. 3.3 Condizione necessaria per la sterzata cinematica

3.1.2. Velocità costante e angolo di sterzo variabile

Riepilogando le tre simulazioni svolte sono:

- velocità costante di 30 km/h e angolo di sterzo variabile;
- velocità costante di 60 km/h e angolo di sterzo variabile;
- velocità costante di 90 km/h e angolo di sterzo variabile.

In tutte le simulazioni la variazione dell'angolo di sterzo è la stessa (**Grafico 3.6**).

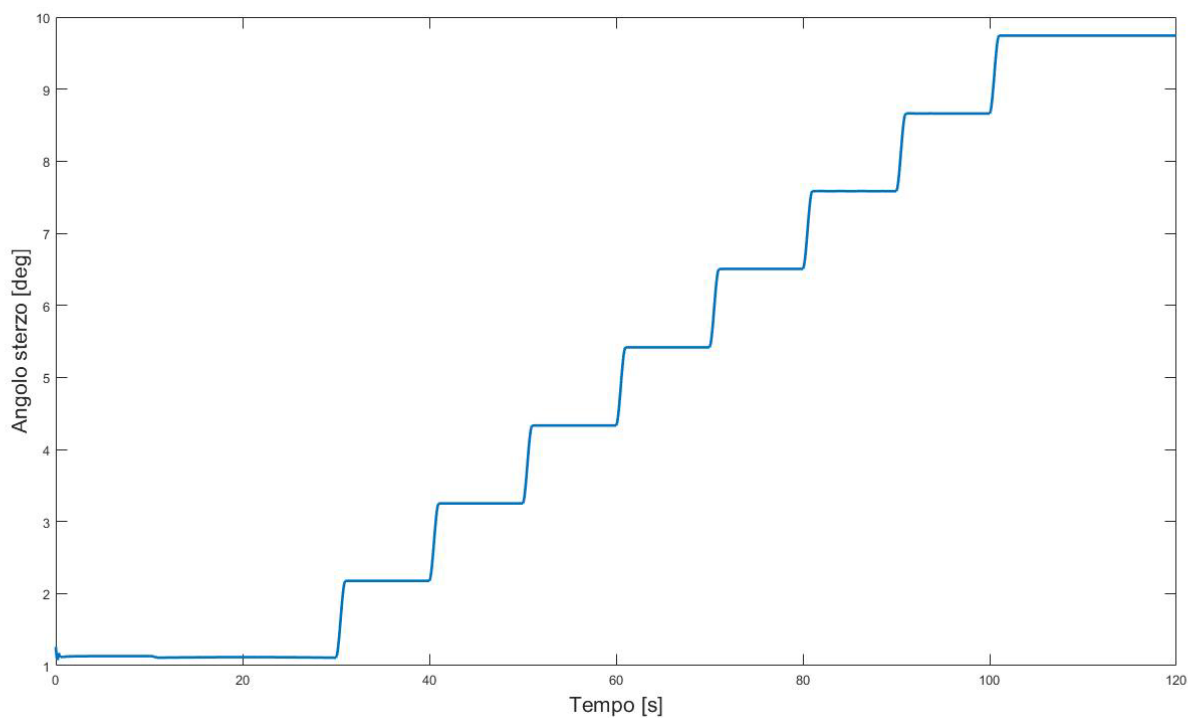


Grafico 3.6 Variazione dell'angolo di sterzo

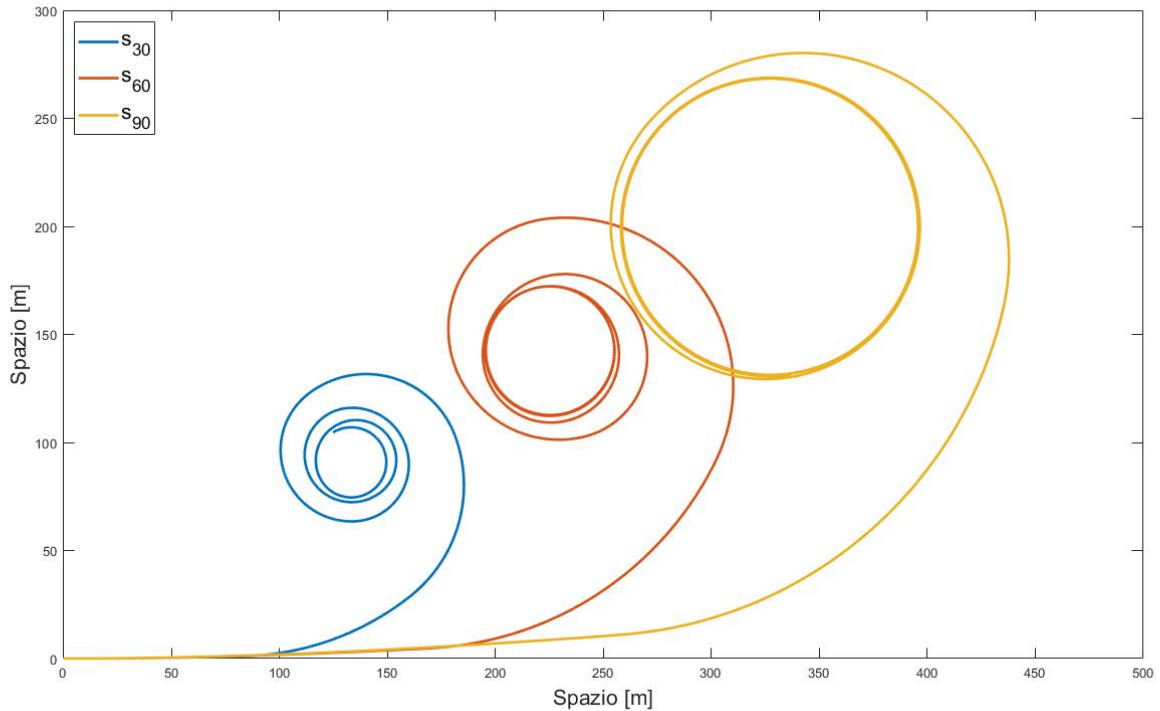


Grafico 3.7 Traiettorie del veicolo nelle varie simulazioni

Per prima cosa, dal grafico della traiettoria (**Grafico 3.7**) si può notare come nella prova a 60 km/h e a 90 km/h il veicolo si stabilizza in un moto circolare nonostante l'angolo di sterzo stia aumentando. Questo accade poiché il veicolo va in condizione di *sottosterzo*.

Per sottosterzo si intende la condizione in cui il veicolo ha un raggio di curvatura maggiore rispetto a quello corrispondente all'assetto del volante. Al contrario, se il raggio di curvatura è inferiore a quello corrispondente all'assetto del volante si dice che il veicolo è in *sovrasterzo*.

Si definisce con S_k la risposta di curvatura

$$S_k = \frac{K}{\delta} = \frac{1}{R(\delta_1 - \delta_2)}$$

K , indica il *fattore di stabilità*:

$$K = \frac{m}{l^2} \left(\frac{a_2}{C_1} - \frac{a_1}{C_2} \right)$$

Il comportamento del veicolo è dato dal fattore di stabilità:

- veicolo sovrasterzante $K > 0$;
- veicolo neutro $K = 0$;
- veicolo sottosterzante $K < 0$.

Considerando che la massa del veicolo m e il passo l non possono essere negativi, il segno del termine K dipende dal termine $C_1a_1 - C_2a_2$. Per cui si può scrivere:

- veicolo sovrasterzante $C_1a_1 - C_2a_2 > 0$;
- veicolo neutro $C_1a_1 - C_2a_2 = 0$;
- veicolo sottosterzante $C_1a_1 - C_2a_2 < 0$.

In questo caso la rigidità di deriva è la stessa per tutte e quattro le ruote ($C_1 = C_2$) e i semipassi a_1 e a_2 valgono rispettivamente 1,12 m e 1,24 m. Di conseguenza, il fattore di stabilità è negativo e il veicolo ha un comportamento sottosterzante, come dimostrato dal grafico.

La condizione di sottosterzo si può vedere anche analizzando i grafici delle forze laterali alle ruote. Osservando, infatti, i grafici **3.8** e **3.9**, si nota che aumentando l'angolo di sterzo, aumentano anche i carichi laterali. Nelle simulazioni a 60 km/h e 90km/h, però, ad un certo valore di forza rimangono pressoché costanti. Nello specifico, per le ruote esterne il limite è di circa 2000 N mentre per le ruote interne circa 1000 N. Nel punto in cui i carichi laterali raggiungono il limite, il veicolo inizia a sottosterzare.

La differenza tra le forze laterali sulle ruote esterne e quelle interne è dovuta al trasferimento dei carichi verticali. Quando un veicolo affronta una curva il peso si sposta verso le ruote esterne a causa della forza centrifuga.

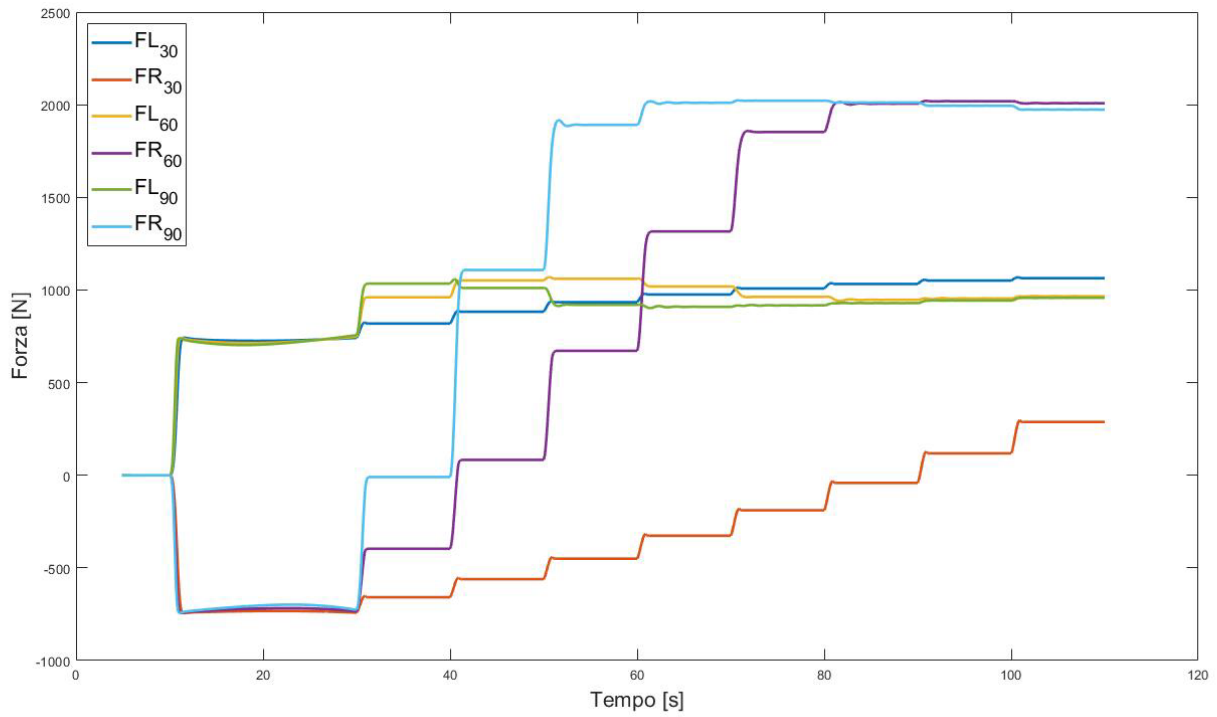


Grafico 3.8 Variazione dei carichi laterali alle ruote anteriori

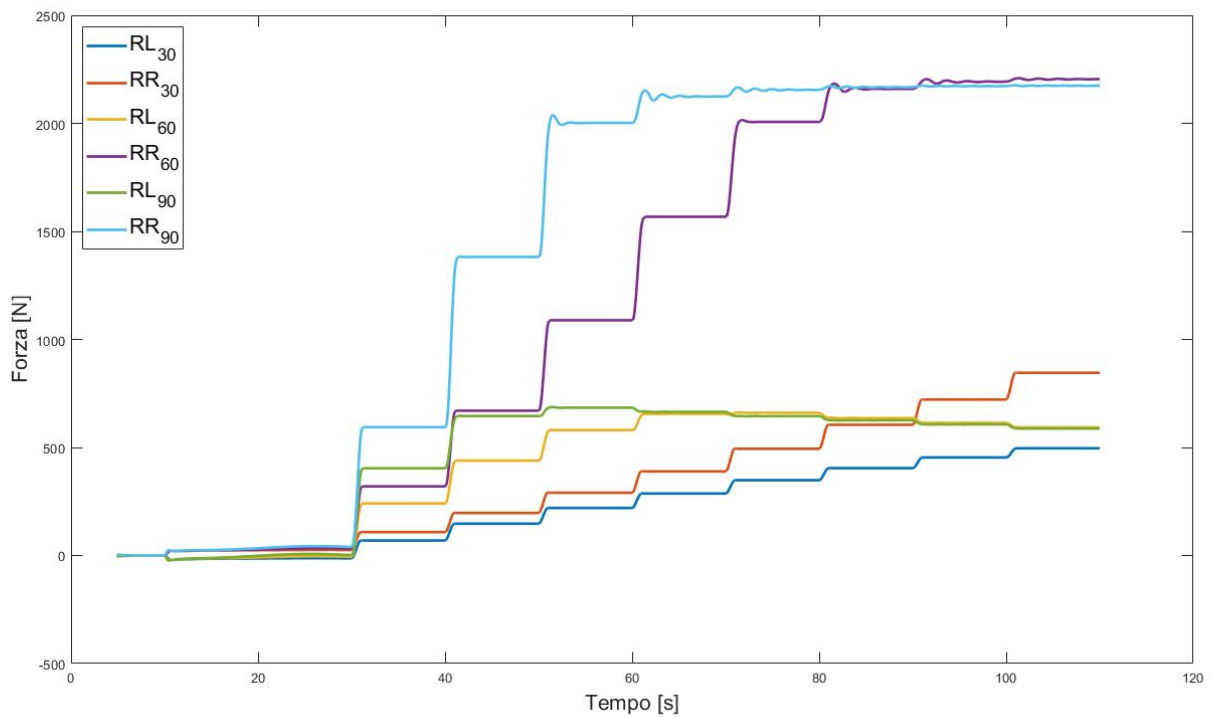


Grafico 3.9 Variazione dei carichi laterali alle ruote posteriori

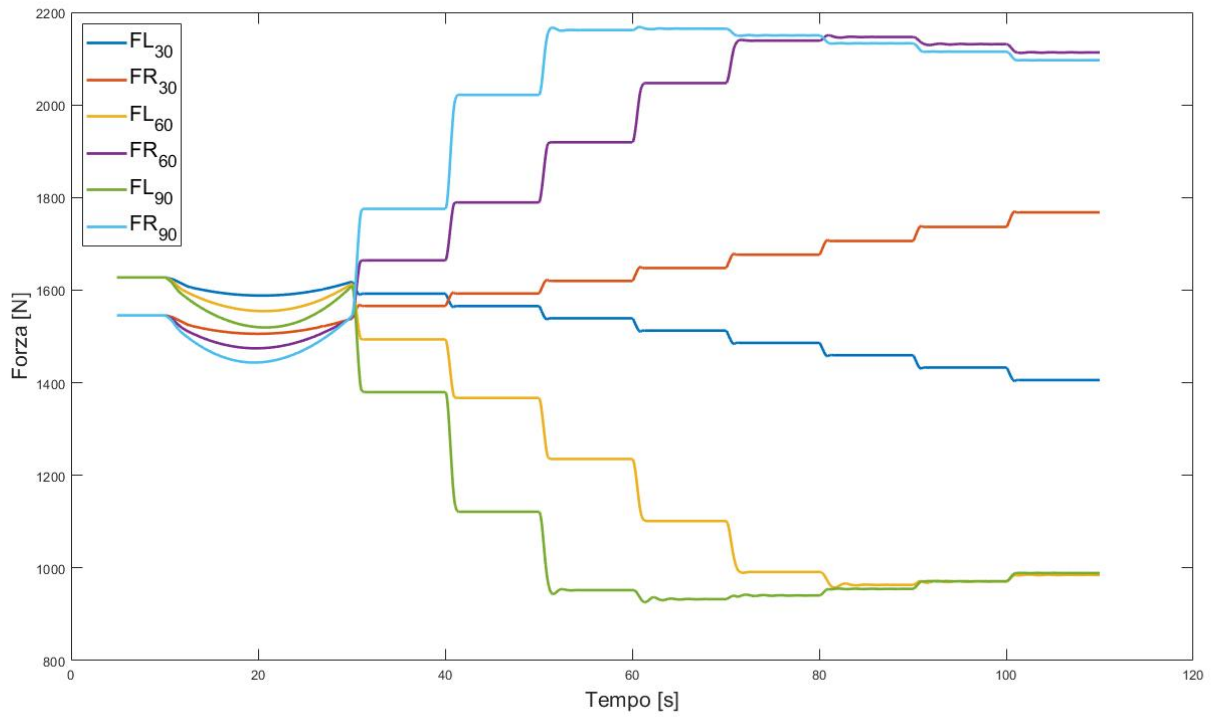


Grafico 3.10 Variazione dei carichi verticali alle ruote anteriori

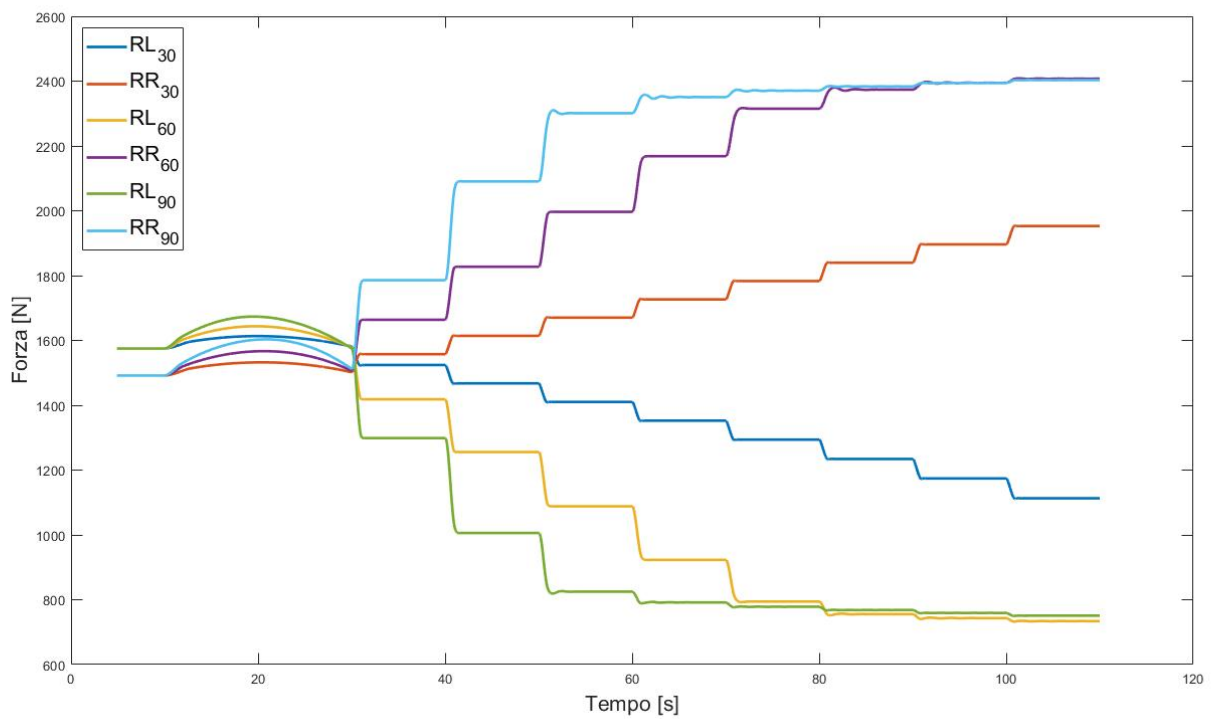


Grafico 3.11 Variazione dei carichi verticali alle ruote posteriori

Infine, dal **Grafico 3.12** si può notare che quando il veicolo inizia a perdere aderenza, quest'ultimo raggiunge la massima accelerazione laterale ($\simeq 9\text{m/s}^2$). Essa dipende dalla somma dei carichi laterali agenti sulle singole ruote. Perciò, come espresso in precedenza, è necessario trovare l'assetto che permetta di raggiungere la condizione limite di aderenza su ogni pneumatico così da aumentare il carico laterale complessivamente sopportabile dalle ruote. Il veicolo avrà di conseguenza una maggiore tenuta di strada ad alte velocità di percorrenza delle curve e potrà affrontare, a parità di velocità, curve con raggio di curvatura minore.

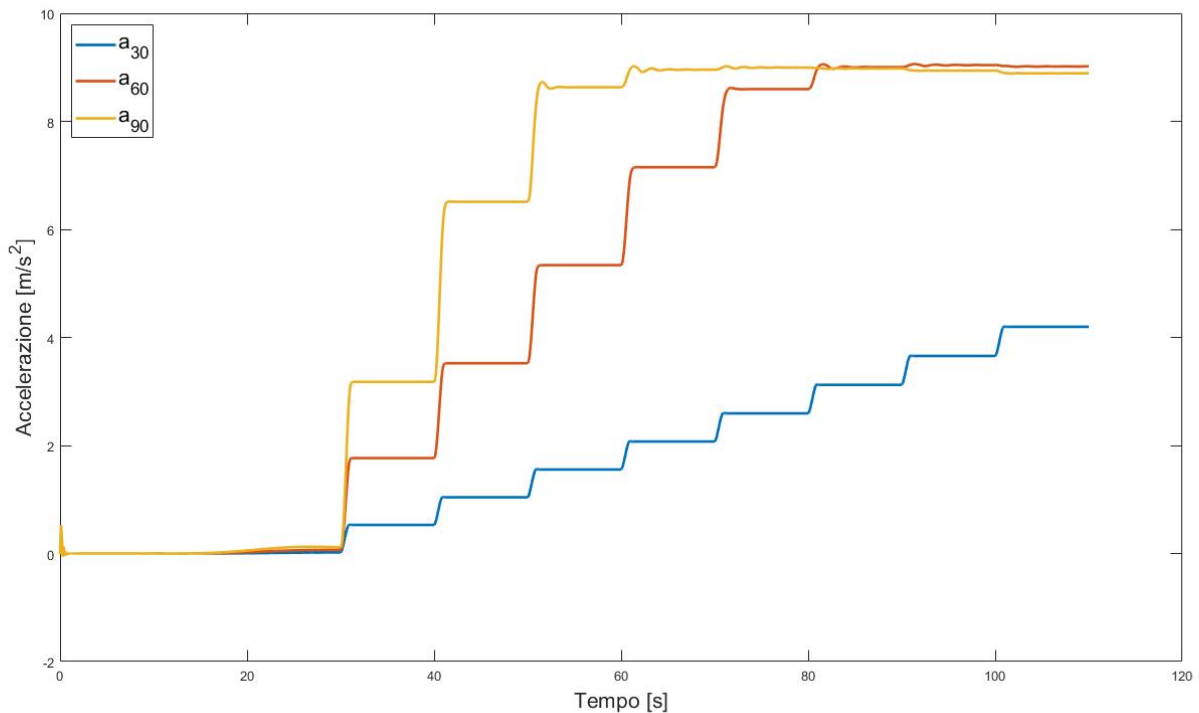


Grafico 3.12 Accelerazione laterale del veicolo

3.1.3. Grafici delle singole simulazioni

Velocità costante 30 km/h, angolo di sterzo variabile

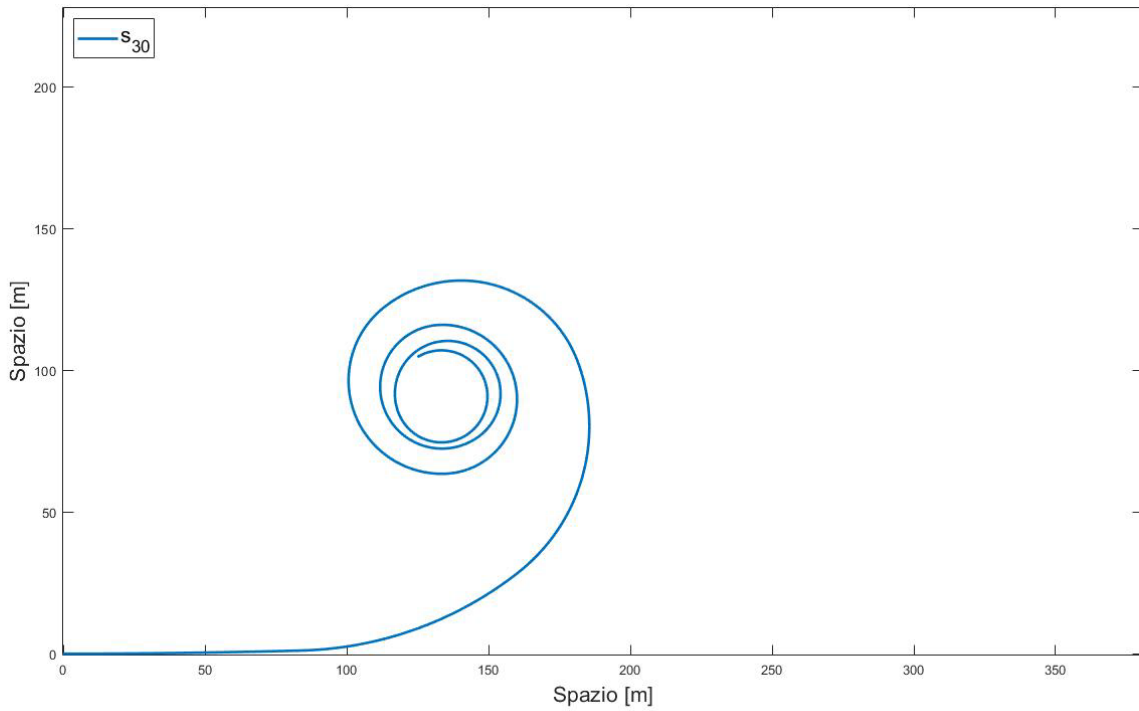


Grafico 3.13 Traiettoria 30 km/h

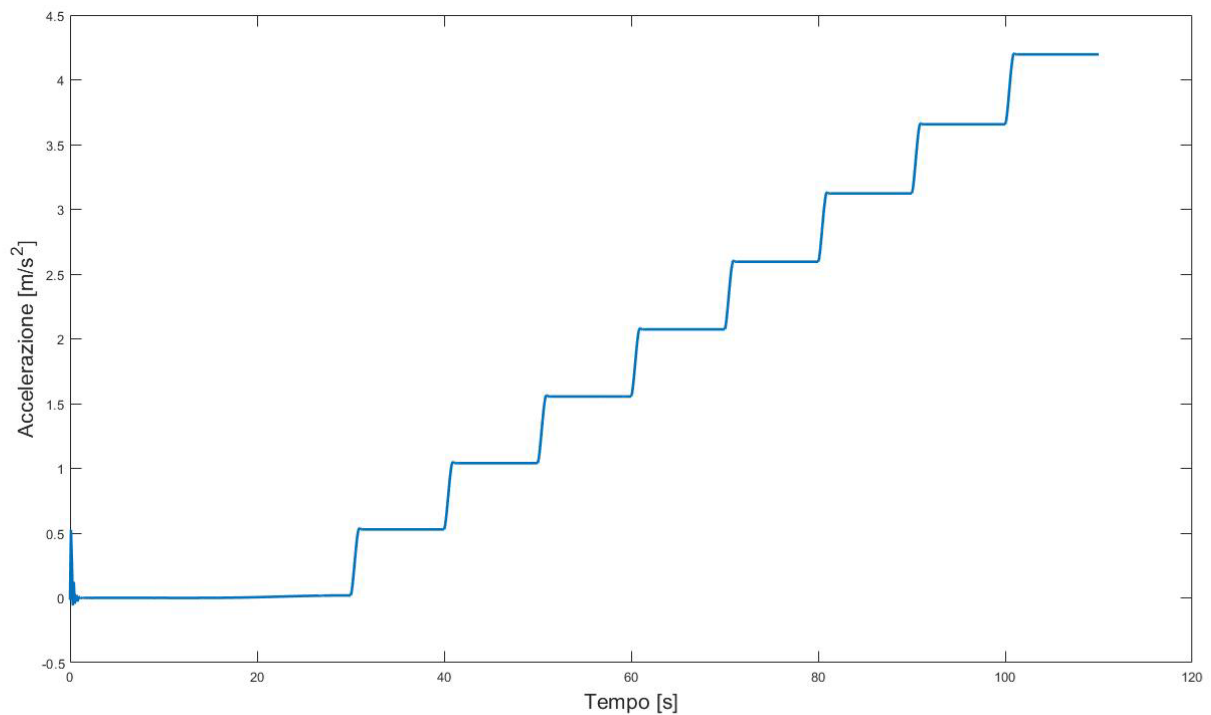


Grafico 3.14 Andamento accelerazione laterale a 30 km/h

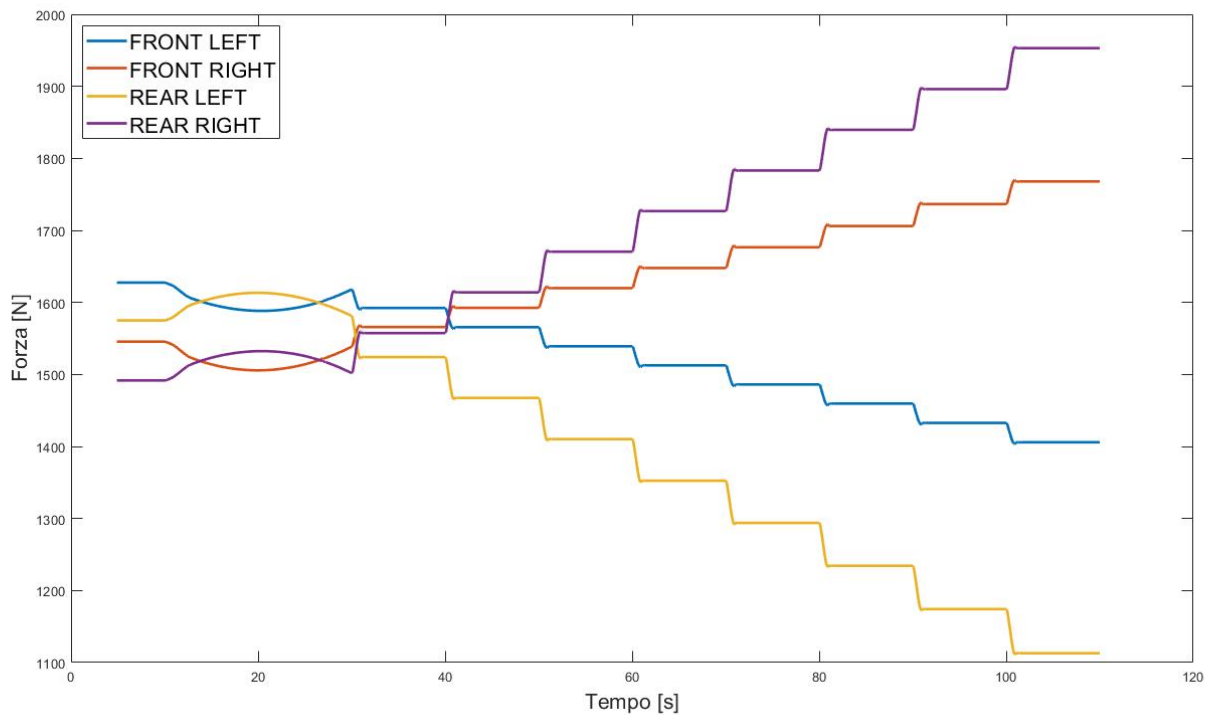


Grafico 3.15 Variazione dei carichi normali a 30 km/h

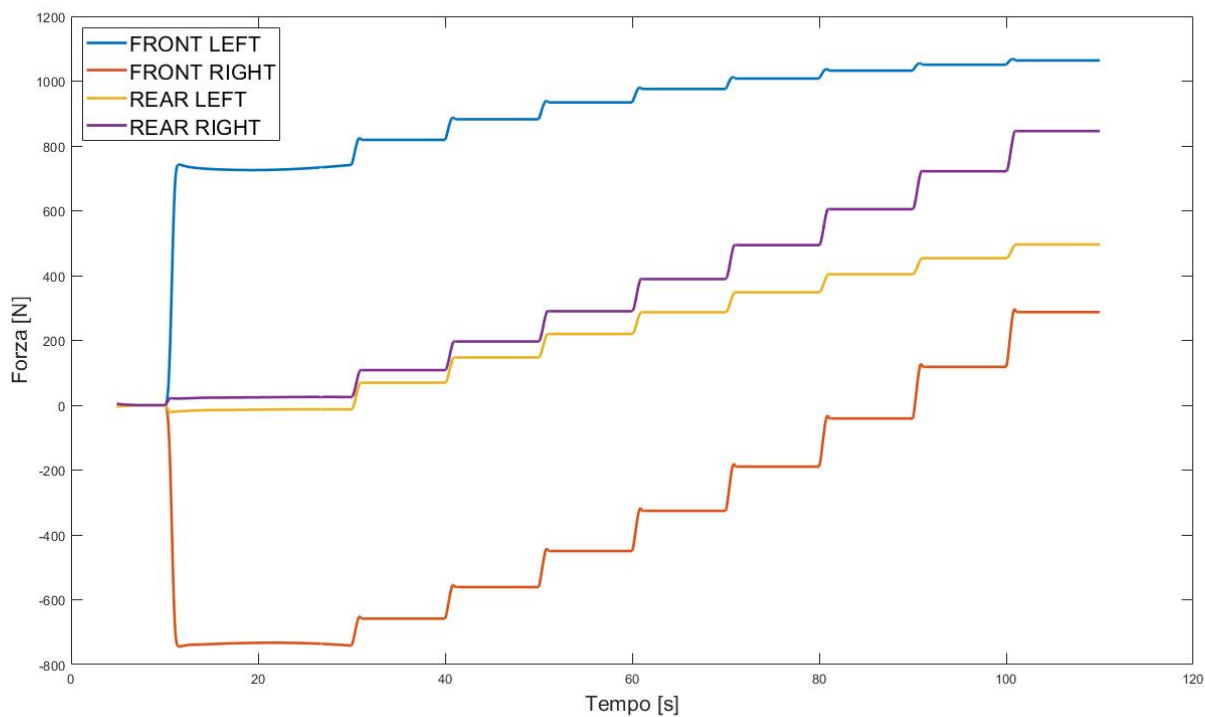


Grafico 3.16 Variazione dei carichi laterali a 30 km/h

Velocità costante 60 km/h, angolo di sterzo variabile

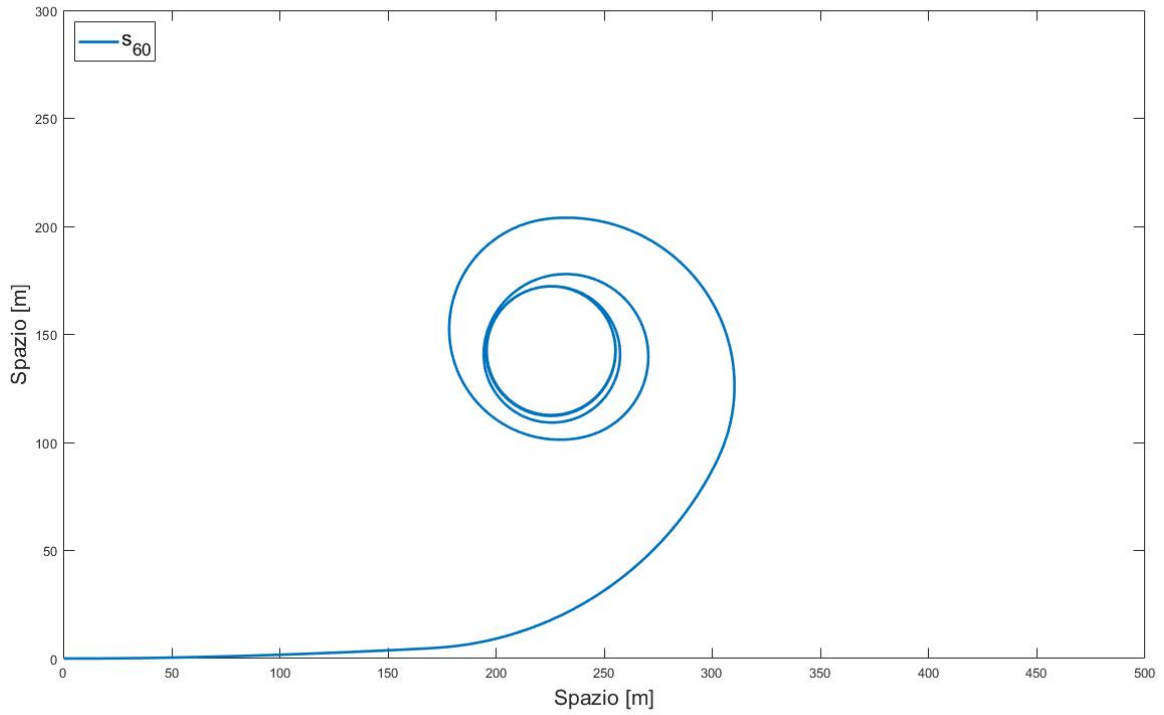


Grafico 3.17 Traiettoria 60 km/h

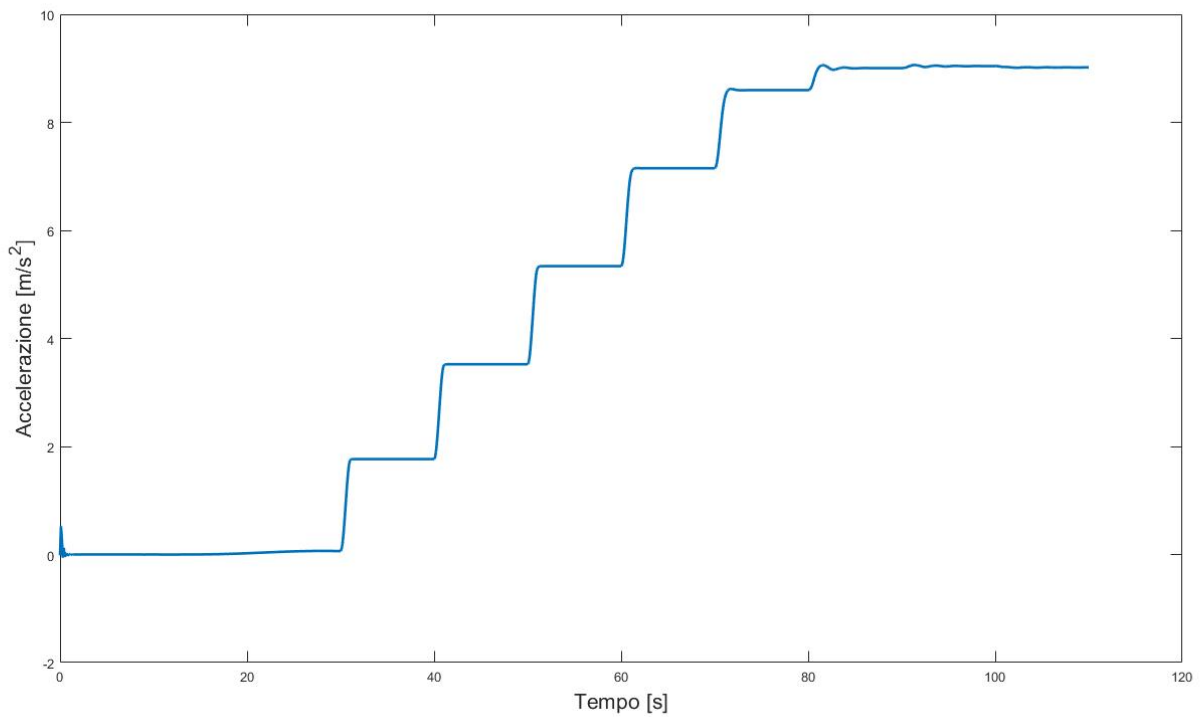


Grafico 3.18 Andamento dell'accelerazione laterale a 60 km/h

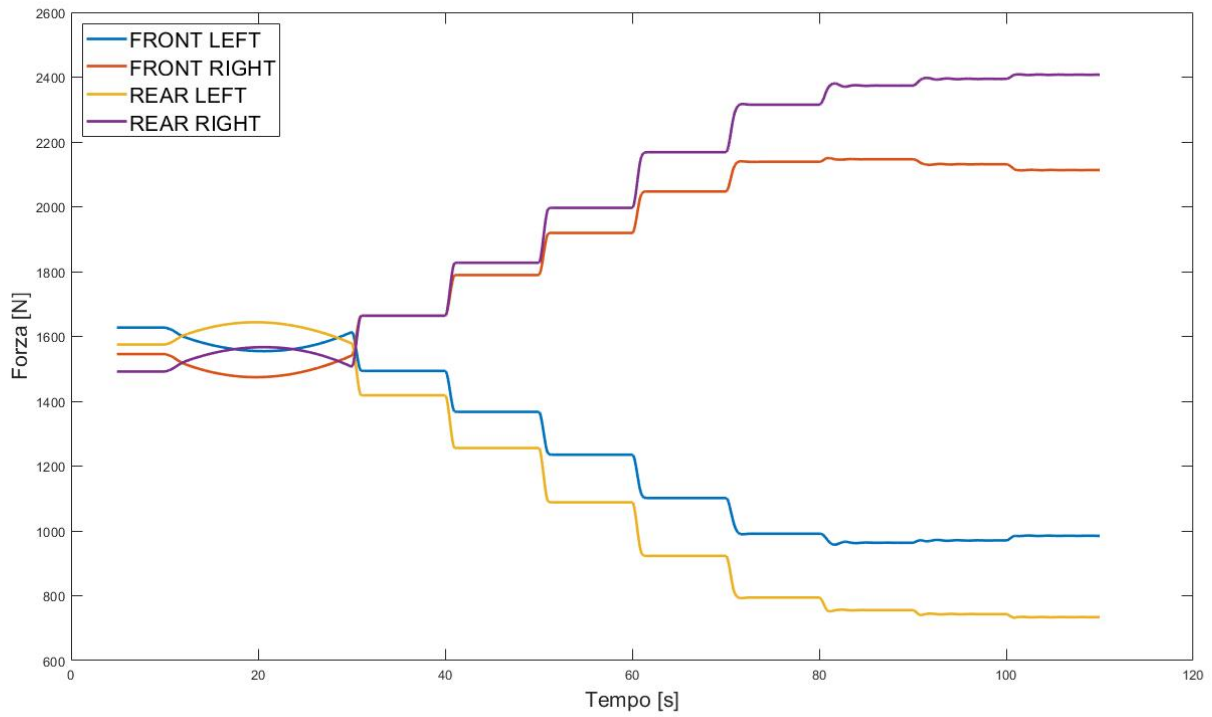


Grafico 3.19 Variazione dei carichi normali a 60 km/h

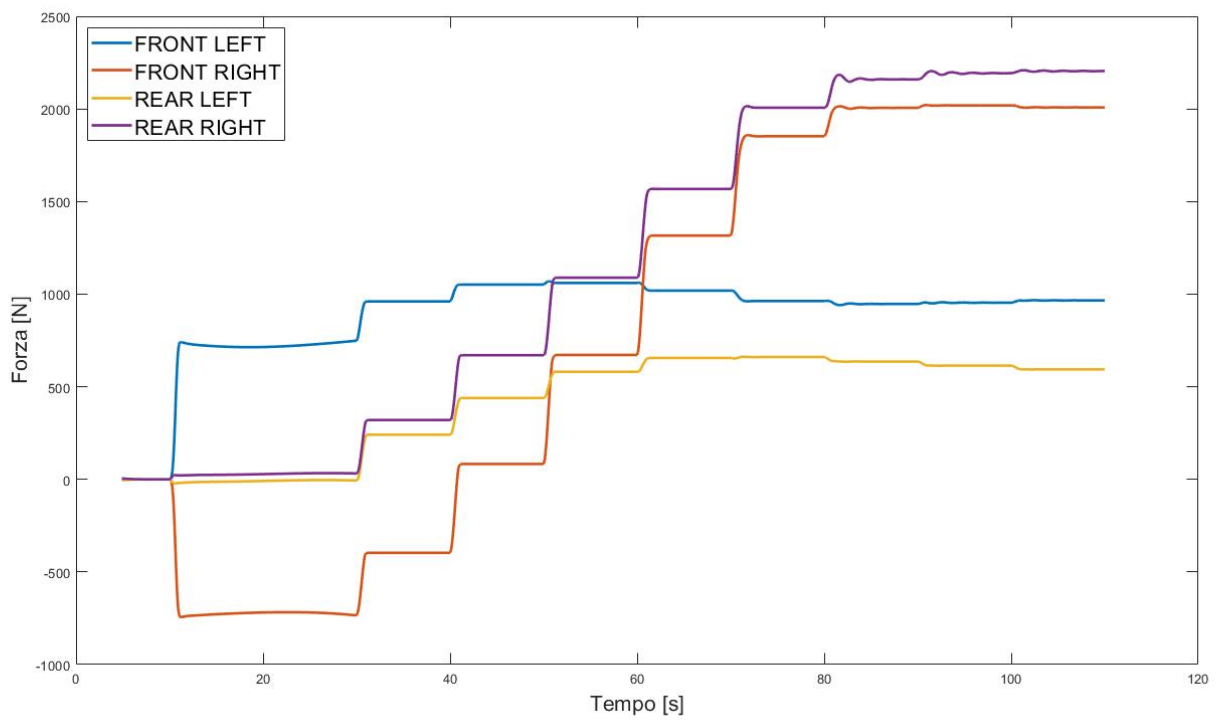


Grafico 3.20 Variazione dei carichi laterali a 60 km/h

Velocità costante 90 km/h, angolo di sterzo variabile

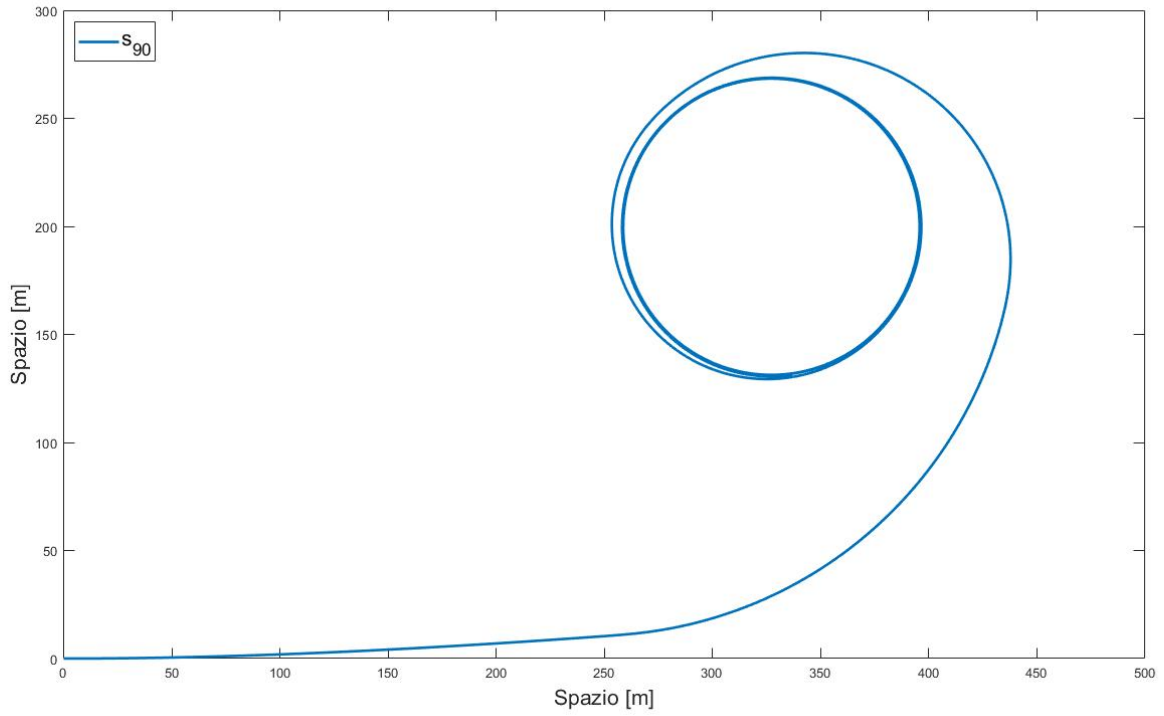


Grafico 3.21 Traiettoria 90 km/h

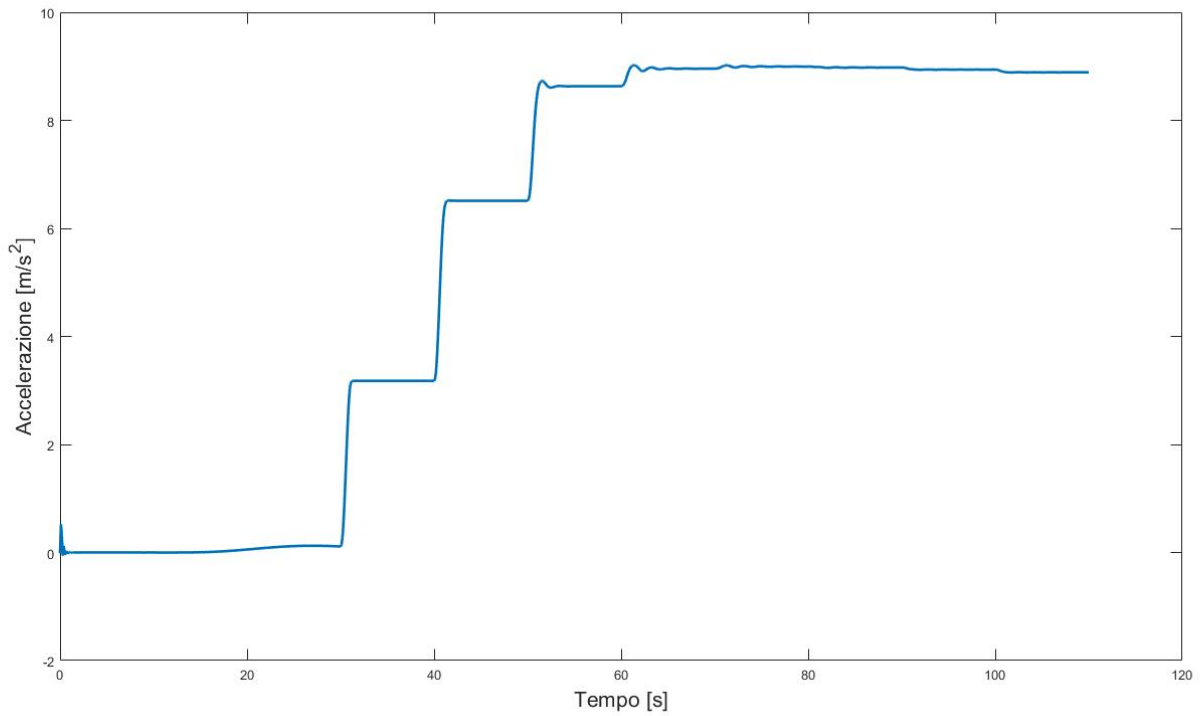


Grafico 3.22 Andamento dell'accelerazione laterale a 90 km/h

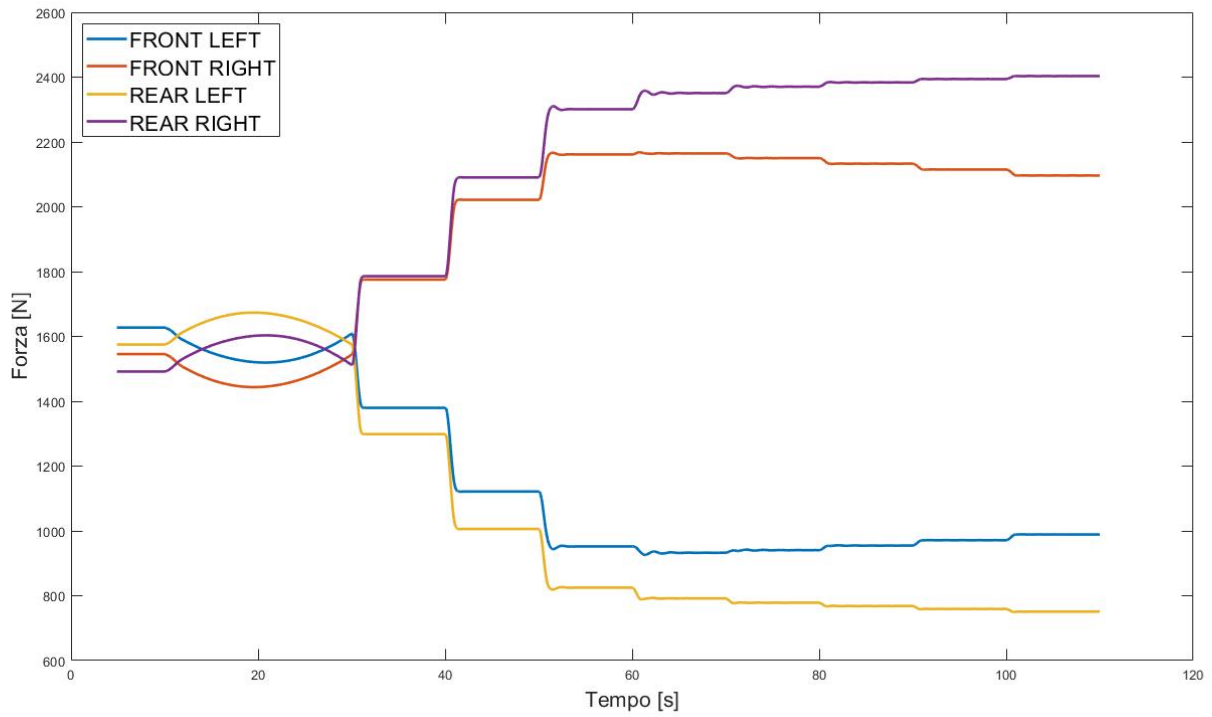


Grafico 3.23 Variazione dei carichi normali a 90 km/h

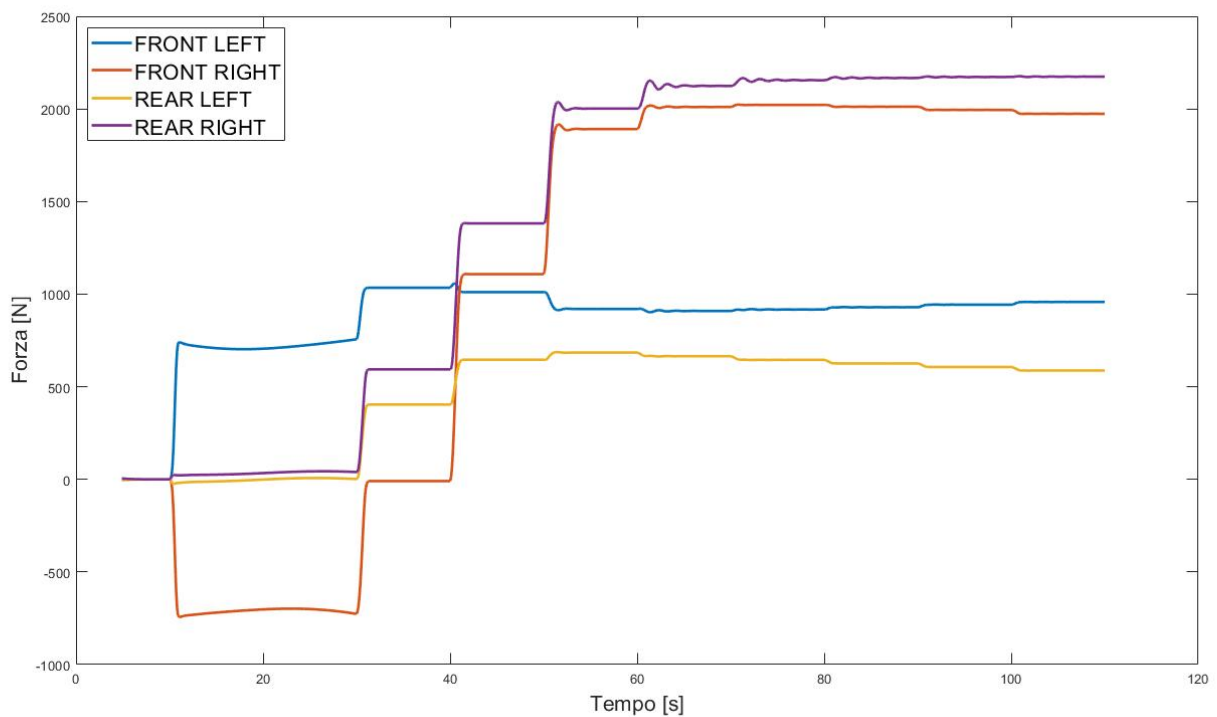


Grafico 3.24 Variazione dei carichi laterali a 90 km/h

3.2. Confronto con simulazioni matematiche

I risultati ottenuti dalle simulazioni dinamiche sono stati confrontati con il modello matematico trattato nel **Capitolo 1**. Per l'analisi matematiche è stato usato il software di calcolo numerico *Matlab*.

3.2.1. Matlab

MATLAB (**M**atrix **L**aboratory) è un software per il calcolo numerico sviluppato dall'azienda *MathWorks*. Come intuibile dal nome “Laboratorio della matrice” Matlab si basa sul calcolo matriciale e, grazie ad un suo linguaggio di programmazione, permette una risoluzione di problemi con algoritmi più semplici rispetto ad altri linguaggi (es. *C* o *fortran*). Inoltre consente anche una rappresentazione grafica dei risultati ottenuti.

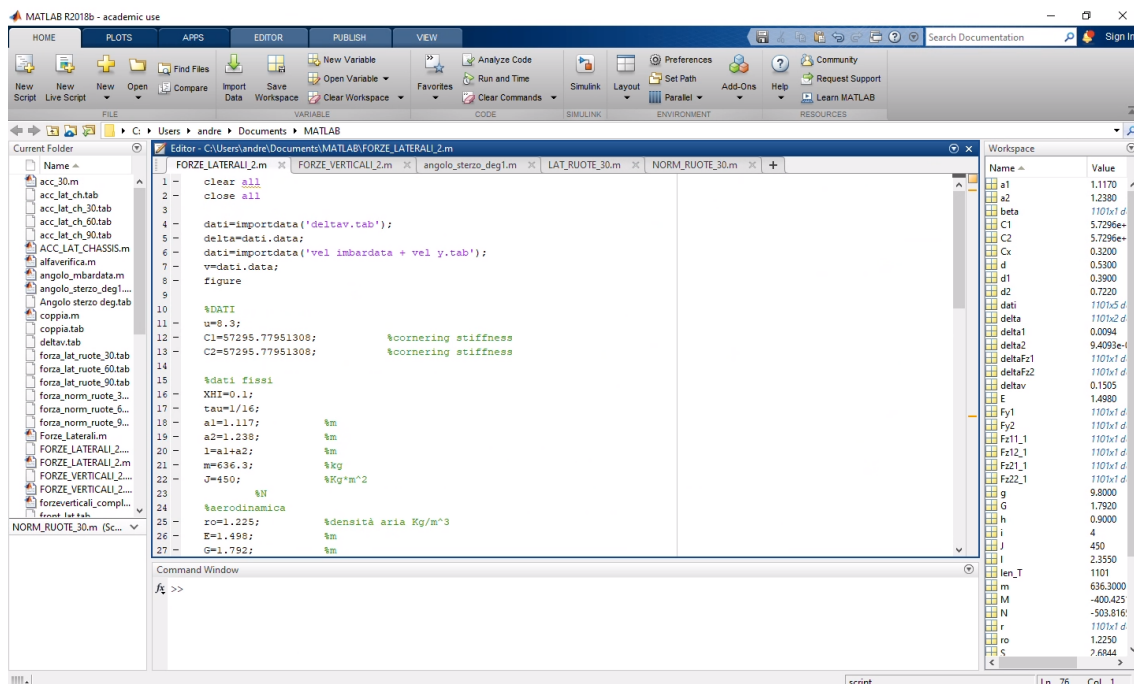


Fig. 3.4 Interfaccia Matlab

3.2.2. Analisi Matematiche

I parametri scelti per il confronto tra le simulazioni dinamiche e quelle matematiche sono:

- il trasferimento dei carichi normali;
- il trasferimento dei carichi laterali.

Le formule per tali trasferimenti sono le stesse enunciate nel **Capitolo 1**:

$$F_{y_1} = C_1 \alpha_1 = C_1 \left(\tau \delta_v \frac{v + r a_1}{u} \right)$$

$$F_{y_2} = C_2 \alpha_2 = C_2 \left(\tau \chi \delta_v \frac{v - r a_2}{u} \right)$$

per i trasferimenti dei carichi laterali;

$$F_{z_{11}} = F_{z_{10}} - \Delta F_{z_1} - \frac{Xh}{l} = F_{z_{10}} - \theta_{11} m(\dot{v} + ur) - \theta_{12} J_z \dot{r} - \frac{m(\dot{u} - vr)h}{l}$$

$$F_{z_{12}} = F_{z_{10}} + \Delta F_{z_1} - \frac{Xh}{l} = F_{z_{10}} + \theta_{11} m(\dot{v} + ur) + \theta_{12} J_z \dot{r} - \frac{m(\dot{u} - vr)h}{l}$$

$$F_{z_{21}} = F_{z_{20}} - \Delta F_{z_2} + \frac{Xh}{l} = F_{z_{20}} - \theta_{21} m(\dot{v} + ur) - \theta_{22} J_z \dot{r} + \frac{m(\dot{u} - vr)h}{l}$$

$$F_{z_{22}} = F_{z_{20}} + \Delta F_{z_2} + \frac{Xh}{l} = F_{z_{20}} + \theta_{21} m(\dot{v} + ur) + \theta_{22} J_z \dot{r} + \frac{m(\dot{u} - vr)h}{l}$$

per i trasferimenti dei carichi normali.

Da queste relazioni emerge chiaramente che i carichi verticali e laterali dipendono dalle condizioni di moto del veicolo, ossia dalle variabili di stato u , v e r ; rispettivamente, le componenti longitudinale e laterale della velocità del baricentro e la velocità di imbardata. Nei carichi laterali è presente anche l'angolo volante δ_v e il rapporto di trasmissione fra volante e ruote τ . Quest'ultime possono essere sostituite dall'angolo di sterzo delle ruote ($\delta = \tau \delta_v$).

Per limitare gli errori di simulazione, le variabili u , v , r e δ devono corrispondere con quelle del modello dinamico. La velocità longitudinale,

essendo costante, si può dichiarare direttamente in Matlab. Le altre (velocità laterale, velocità di imbardata e angolo di sterzo) possono, invece, essere esportate direttamente da Adams in un foglio elettronico che Matlab, poi, leggerà come matrice.

Considerato che nelle simulazioni a 60 km/h e 90 km/h il veicolo perde aderenza e va in sottosterzo si è deciso di confrontare solo il caso a 30 km/h.

3.2.3. Risultati

Si è analizzato il caso in cui il veicolo viaggia a velocità costante e l'angolo di sterzo varia ogni 10 secondi.

Il **Grafico 3.25** mostra l'andamento dei carichi laterali. Si nota subito che mentre nelle simulazioni dinamica, a causa della divergenza delle ruote, durante la marcia rettilinea i grafici mostravano un carico laterale; nella

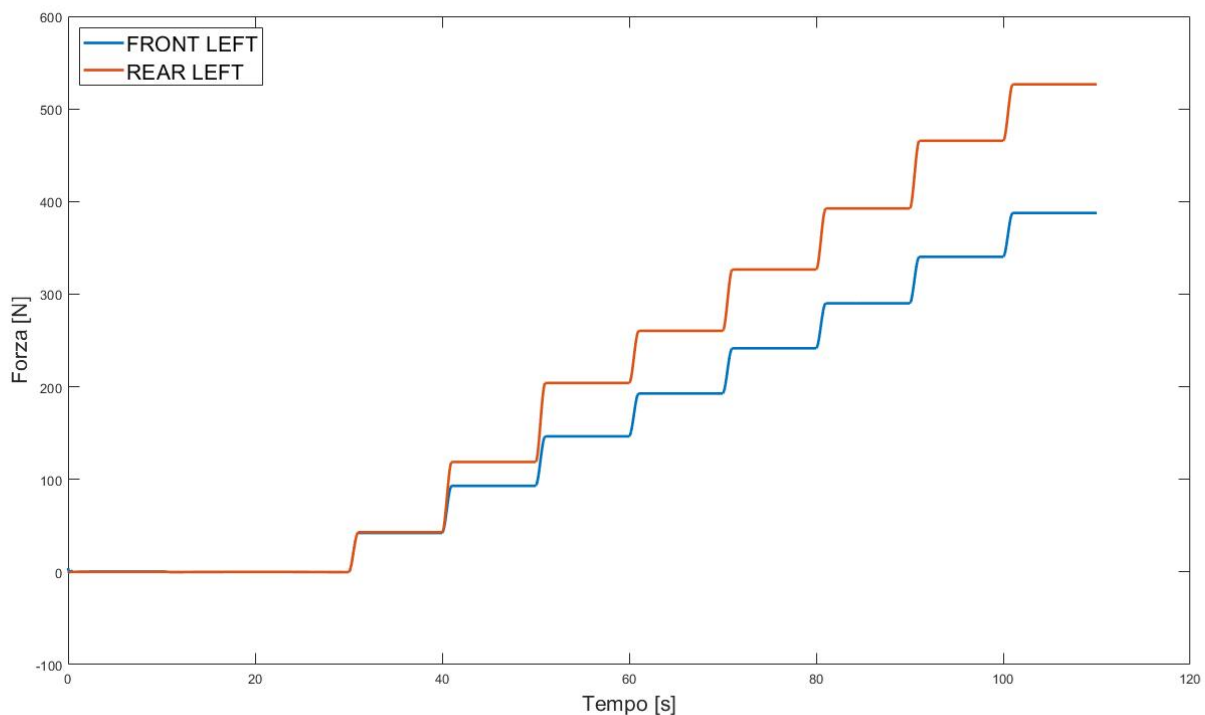


Grafico 3.25 Variazione dei carichi laterali nel modello matematico

simulazione matematica le ruote sono perfettamente parallele e i carichi sono nulli.

Perciò bisogna correggere il modello matematico aggiungendo un angolo di partenza pari all'angolo di divergenza del modello dinamico. Si ottiene così un risultato che rispecchia con un errore massimo di circa 70 N quello ottenuto in Adams (**Grafico 3.26**).

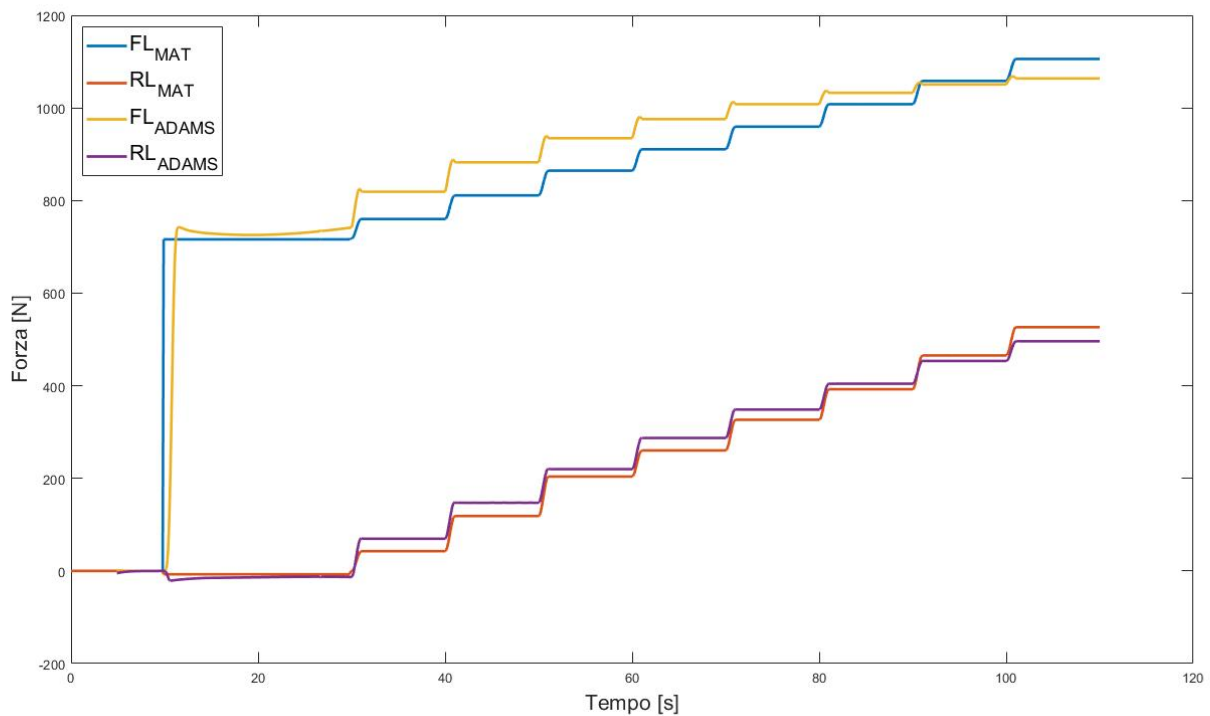


Grafico 3.26 Confronto dei carichi laterali nei modelli: matematico e dinamico

Anche per quanto riguarda i carichi verticali bisogna effettuare una piccola correzione. Infatti, dal **Grafico 3.27**, si nota che in condizioni stazionarie il carico sulle ruote della parte destra del veicolo è uguale a quello delle corrispondenti ruote nella parte sinistra. In realtà c'è una differenza di circa 100 N (corrispondente ad uno sbilanciamento di 10kg), come si vede nel **Grafico 3.15**.

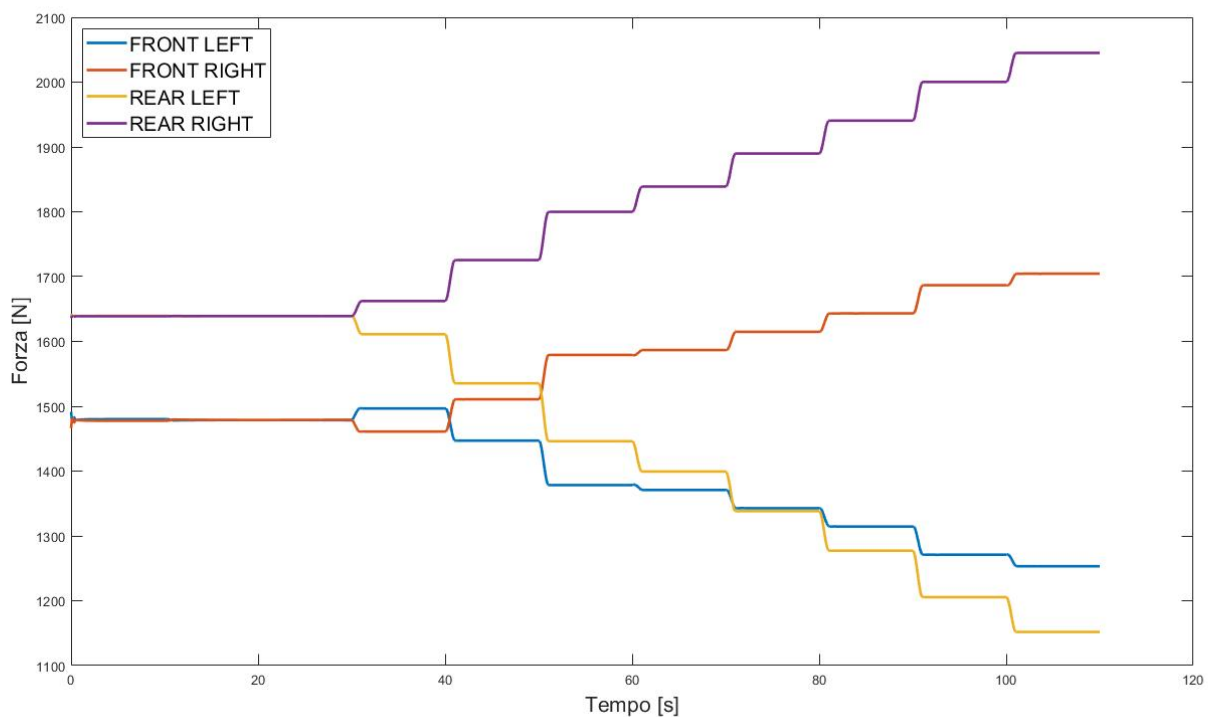


Grafico 3.27 Variazione dei carichi normali nel modello matematico

Considerando lo sbilanciamento anche nel modello matematico si ottiene un risultato che coincide con quello della simulazione dinamica a più di un errore significativo durante il primo “colpo di sterzo” (**Grafico 3.28 e 3.29**).

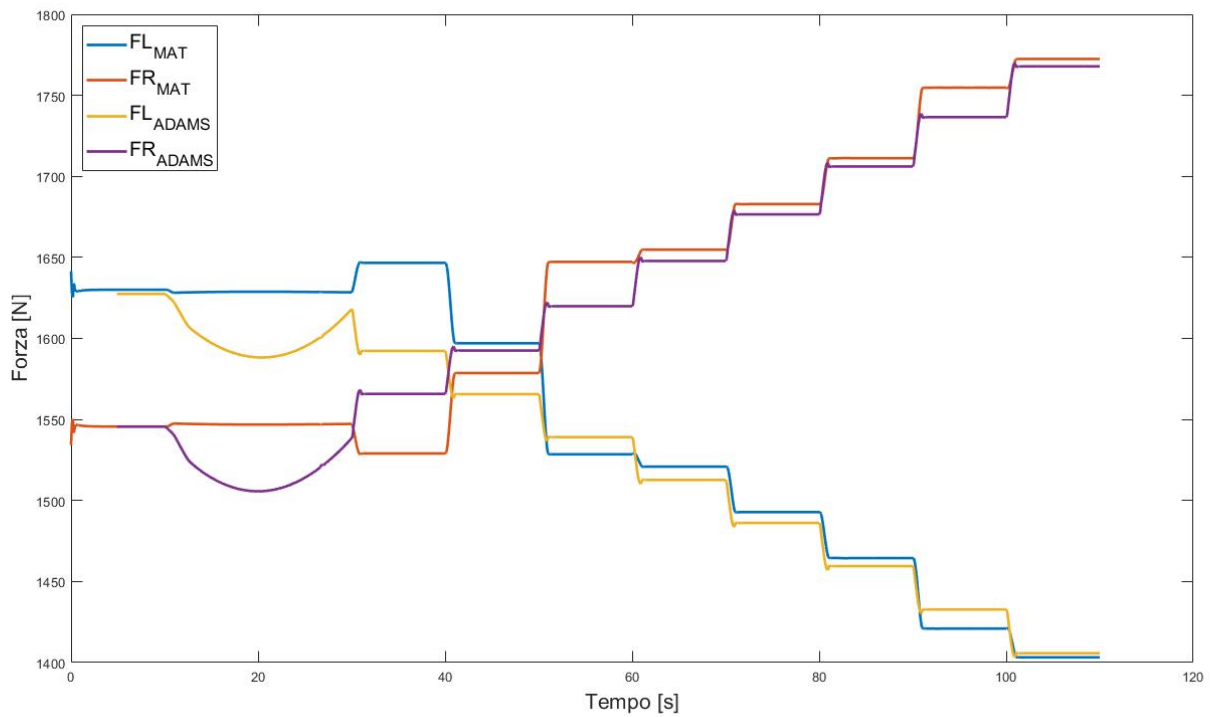


Grafico 3.28 Confronto dei carichi normali alle ruote anteriori nei modelli: matematico e dinamico

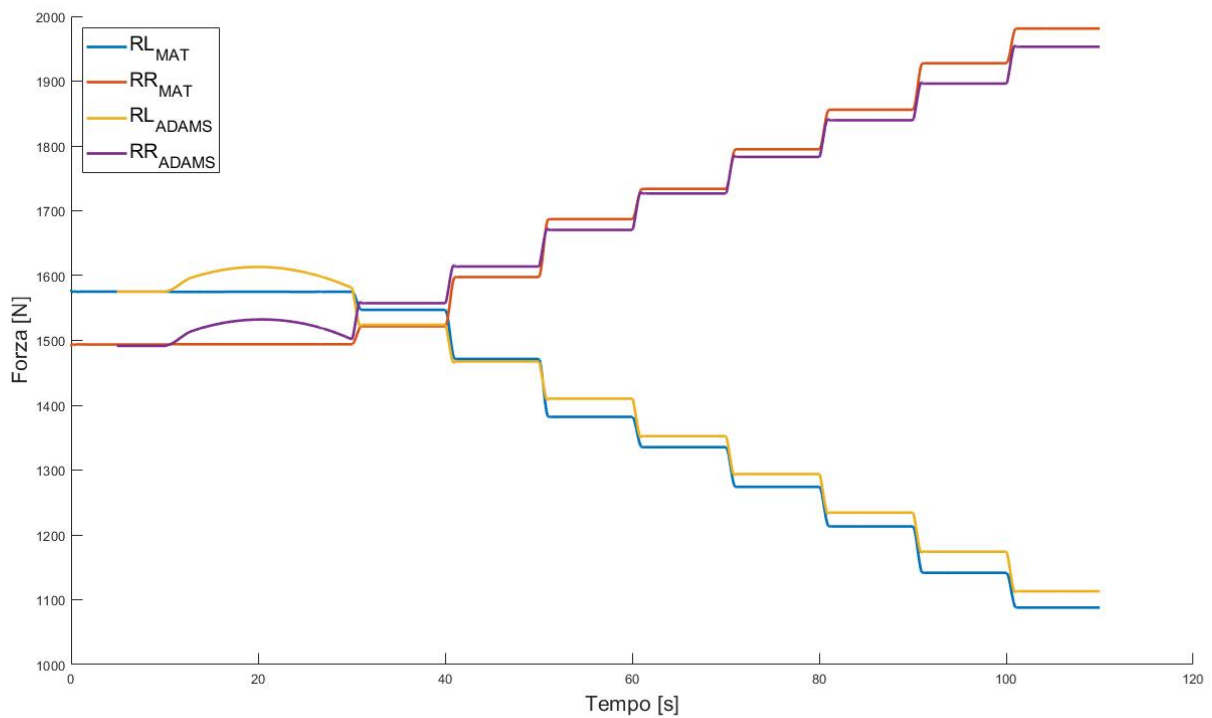


Grafico 3.29 Confronto dei carichi normali alle ruote posteriori nei modelli: matematico e dinamico

Conclusioni

In conclusione, in questa tesi è stata trattata la costruzione di un modello multibody per le analisi dinamiche e di un modello matematico per le analisi matematiche.

Per prima cosa è stato dimostrato, attraverso le prove di accelerazione e di sterzata, che mediante la tecnologia multibody si può realizzare un modello di veicolo semplificato con un comportamento dinamico confrontabile a quello di un veicolo reale.

In sintesi per la costruzione del modello sono stati effettuati i seguenti passaggi:

- Importazione dei componenti in Adams;
- Ricostruzione della configurazione del veicolo;
- Unione dei componenti mediante dei giunti;
- Aggiunta degli pneumatici;
- Aggiunta delle proprietà di massa;
- Applicazione della coppia motrice.

Infine, sono stati confrontati i risultati delle simulazioni con dei modelli matematici ed è stato dimostrato che i due modelli hanno un comportamento paragonabile al più di errori di configurazione (convergenza delle ruote e distribuzione del peso).

Bibliografia

- [1] M. Guiggiani, *Dinamica del veicolo*, CittàStudiEdizioni, 1998.
- [2] M. Callegari, P. Fanghella, F. Pellicano, *Meccanica applicata alle macchine*, CittàStudiEdizioni, 2017.
- [3] A. A. Shabana, *Dynamics of multibody systems*. Cambridge university press, 2013.
- [4] E. O. Doebelin, *Strumenti e metodi di misura*, McGraw-Hill, 2008.
- [5] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, J.Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, Elsevier, 2013.