

UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE



FACOLTÀ DI INGEGNERIA

---

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Determinazione delle mappe di collasso di pannelli sandwich composti  
da pelli in fibra di carbonio e core stampato in 3D

Collapse mechanism maps for hybrid sandwich plates composed by  
CFRP skins and 3D printed core

Relatore:  
Prof. Marco Sasso

Tesi di Laurea di:  
Marco La Cioppa

Anno Accademico 2020/2021

*Ai miei Nonni*

# Indice

Indice .....	I
Indice delle Figure .....	III
Indice delle Tabelle.....	V
1 Introduzione.....	1
1.1 Strutture Sandwich.....	2
1.2 Rigidezza flessionale di una Trave Sandwich.....	4
1.3 Sollecitazioni Pelli e Core.....	6
1.4 Rotture localizzate.....	9
1.5 Materiali di Pelli e Core .....	11
2 Meccanismi di collasso dei Pannelli Sandwich.....	16
2.1 La Resistenza delle Travi Sandwich .....	18
2.1.1 Rottura delle Pelli, Face Yield.....	18
2.1.2 Indentazione, Indentation.....	19
2.1.3 Sfondamento del Core, Core Shear.....	20
3 Mappe di collasso delle Strutture Sandwich .....	23
3.1 Case study, la curvatura per tre punti di un Pannello Sandwich.....	25
3.2 Strutture efficienti in termini di peso .....	27
3.3 Pannello caricato uniformemente.....	29
3.4 Modelli con rigidità limitata.....	36
3.5 Strutture a resistenza limitata .....	44

4	Implementazione in Matlab .....	52
4.1	Mappa di Collasso .....	54
4.2	Interrogatore puntuale .....	57
4.3	Ottimo $h_c$ per $h_f$ .....	58
4.4	Ottimo $h_c/h_f$ per $h$ fissa.....	60
4.5	Rotture Pannello di altezza fissa .....	62
4.6	Pannelli ottimali per forze fisse.....	63
5	Caratterizzazione del Pannello e verifica a rottura .....	65
5.1	Prova a rottura .....	68
5.2	Considerazioni finali .....	71
	Bibliografia .....	VI
	Ringraziamenti.....	VII

## Indice delle Figure

1-1 Pannello Sandwich con core stampato 3D di geometria Gyroid .....	1
1-2 Sandwich Piani e Curvi .....	2
1-3 Struttura Sandwich dei materiali da imballaggio .....	2
1-4 Tipi di Struttura Core.....	3
1-5 $hc/hf$ - Rigidezza e Densità normalizzate .....	5
1-6 Schema e convezione di Sandwich a Pelli Sottili.....	6
1-7 Variazione Momento in un Pannello Sandwich .....	7
1-8 Schema Variazione tensione Pelli in un Pannello Sandwich .....	8
1-9 Face Wrinkling .....	9
1-10 Intracell Buckling .....	10
1-11 Instabilità locale Web Core .....	10
1-12 Indentazione Pannello .....	11
1-13 Proprietà dei materiali di Ashby.....	12
2-1 Prove di Flessione a 4 punti (a) e 3 punti (b) .....	16
2-2 Rottura delle pelli sotto sollecitazione a 3 punti .....	18
2-3 Indentamento sotto sollecitazione a 3 punti .....	19
2-4 Modalità di rottura per sfondamento di Core .....	20
2-5 Carico di collasso A-B in funzione dello sbalzo H .....	22
3-1 Mappa di collasso di flessione a 3 punti.....	23
3-2 Mappa di collasso di flessione a 4 punti.....	24
3-3 Curva $\sigma$ - $\varepsilon$ in 2 case of study .....	26
3-4 Schema prova .....	29
3-5 schematizzazione delle varie rotture possibili.....	30
3-6 Curve limite rottura su diagramma $t/l$ $c/l$ .....	33
3-7 Curve limite rottura logaritmiche su diagramma $t/l$ $(1/\Pi)(c/l)$ .....	34
3-8 Curve $\Pi$ $\psi$ a varie densità relative $\rho c \rho s$ .....	35
3-9 Modello a rigidità limitata .....	36
3-10 Curva X-Y del peso minimo Globale di una struttura sandwich.....	40
3-11 Schema pannelli Sandwich e Waffle .....	42
3-12 Grafico indice di carico indice di peso .....	46

3-13 Grafico indice di carico rapporto peso Core su peso totale.....	47
3-14 Indice di carico e di peso (a) e densità ottima (b) guscio irrigidito assialmente ....	48
3-15 Confronto configurazioni alternative al Sandwich.....	50
3-16 Confronto prestazioni pannelli con densità Core minima e per tubi sandwich.....	51
4-1 Convenzione dei parametri assunta nel modello Matlab.....	53
4-2 Mappa tridimensionale di collasso divisa per zone.....	54
4-3 Mappa di collasso con linee isosforzo in 3 e 2 dimensioni con assi logaritmici.....	55
4-4 Mappa di collasso con linee isosforzo in 2 e 3 dimensioni .....	56
4-5 Mappa di collasso in 2 dimensioni con assi logaritmici codificata per colori.....	57
4-6 Rapporto $hc/hf$ - densità e rigidezza normalizzata .....	58
4-7 Rapporto $hc/hf$ - rigidezza normalizzata .....	59
4-8 Rapporto $hc/hf$ - densità normalizzata.....	59
4-9 h fisso, rapporto $hc/hf$ - rigidezza normalizzata .....	60
4-10 h fisso, rapporto $hc/hf$ - densità normalizzata .....	60
4-11 h fisso, rapporto $hc/hf$ – rapporto $X_{fe}$ .....	61
4-12 h fisso, rapporto $hc/hf$ - rigidezza $D_x$ .....	61
4-13 h fisso, rapporto $hc/hf$ – forze critiche.....	62
4-14 h – forze critiche, focus sulla zona di intersezione dei fenomeni.....	63
4-15 h – $hc$ & $hf$ .....	64
4-16 h – densità superficiale .....	64
5-1 Core stampato 3d.....	65
5-2 Geometria Gyroid.....	65
5-3 Analisi DIC2d.....	66
5-4 grafico sigma-epsilon I prova.....	66
5-5 grafico sigma-epsilon II prova.....	67
5-6 grafico tau-gamma III prova.....	67
5-7 Convenzione dei parametri del pannello .....	68
5-8 Pannello Analizzato.....	68
5-9 Pannello all’inizio e alla fine della prova .....	69
5-10 Grafico sforzo-deformazione della prova effettuata.....	70
5-11 Setup della prova effettuata .....	70
5-12 Mappa di collasso del pannello analizzato .....	71

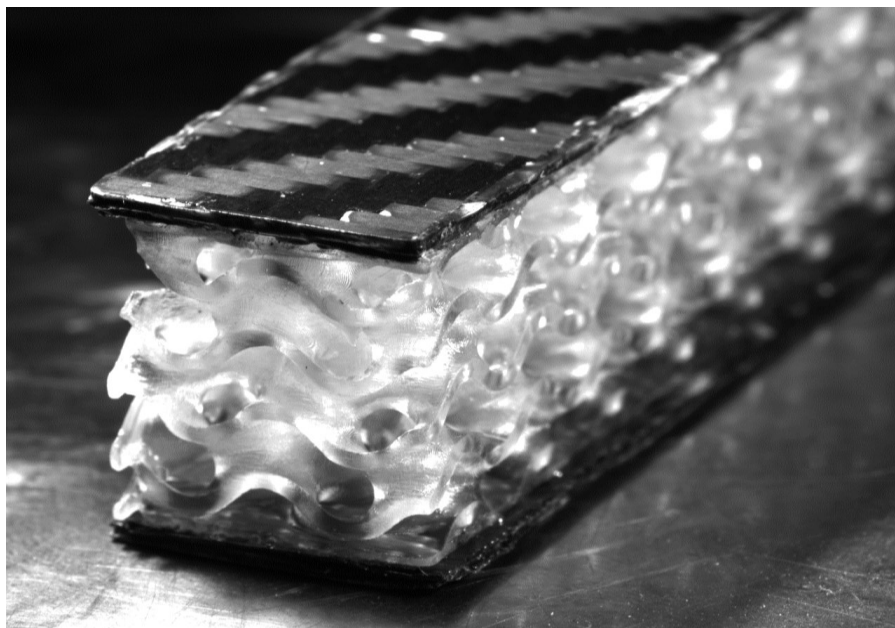
## Indice delle Tabelle

1-1 Proprietà dei materiali impiegati come Pelli .....	13
1-2 Proprietà dei materiali impiegati come Core Alveolati .....	14
1-3 Proprietà delle schiume impiegate come Core .....	14
1-4 Proprietà del legno di balsa impiegato come Core .....	15
3-1 Parametri geometrici e meccanici dei campioni 1 e 2 .....	25
3-2 Proprietà e notazioni dei materiali presi a titolo di esempio .....	28
3-3 Coefficienti B in base al tipo di carico e ai vincoli strutturali .....	32

## 1 Introduzione

Il lavoro è volto allo sviluppo e la verifica di un modello, basato sulle teorie di Ashby e Carlsson, che analizzi le prestazioni di un pannello sandwich composto da pelli in fibra di carbonio e core stampato in 3D con geometria porosa; i pannelli sandwich sono strutture che offrono al progettista la possibilità di disporre di componenti : resistenti, rigidi, leggeri e con proprietà specifiche per l'ottimizzazione della singola applicazione. Sono impiegati come sostituti di materiali tradizionali e permettono lo sviluppo di nuovi prodotti, sono impiegati con sempre maggiore diffusione in diversi settori, automotive, aereospaziale, attrezzature sportive e motorsport.

Il core stampato 3D è una novità in fase di sviluppo e sperimentazione, le sue potenzialità principali sono legate alla progettazione integrata e alla personalizzazione delle proprietà meccaniche, questa tesi ha come focus l'analisi delle condizioni critiche e la determinazione di queste a priori, e la possibilità di ottenere un pannello ottimale già in fase progettuale; dato che l'impiego dell'analisi FEM su solidi porosi dalle geometrie complesse risulta problematico e impegnativo, quindi un programma Matlab come quello sviluppato, che restituisce una mappa di collasso ottimizzata e delle analisi di ottimizzazione risulta un utile strumento di progettazione.

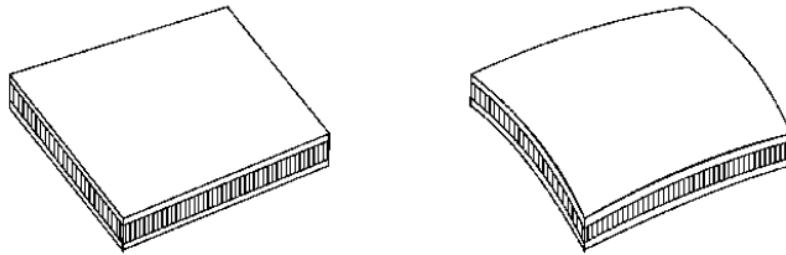


1-1 Pannello Sandwich con core stampato 3D di geometria Gyroid



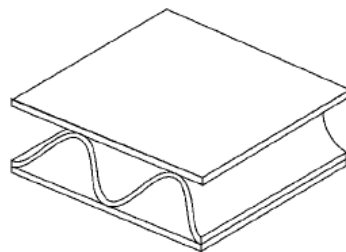
## 1.1 Strutture Sandwich

I pannelli sandwich sono componenti strutturali costituiti da due sottili pelli di materiale rigido e resistente, relativamente denso, un metallo o un composito, legato a un materiale spesso e leggero chiamato "Core". Questo concettualmente è analogo ad una trave a doppia T, ma in due dimensioni, dove le pelli supportano carichi di flessione e il Core trasferisce la forza di taglio tra queste.



1-2 Sandwich Piani e Curvi

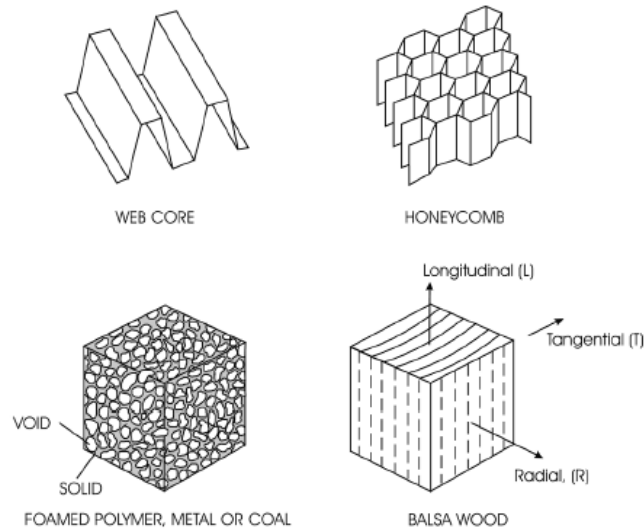
Le strutture Sandwich consentono l'ottimizzazione di strutture dove il peso è un elemento critico, come nei settori aerospaziale, navale, motorsport e nel settore eolico, oltre a fornire una struttura portante molto efficiente, il Sandwich consente la progettazione di strutture multifunzionali, per questi motivi la struttura è adottata nelle applicazioni avanzate, ma trova largo impiego anche in settori meno avveniristici, come nei materiali di imballaggio dove è impiegata da molto tempo.



1-3 Struttura Sandwich dei materiali da imballaggio

I materiali di base sono classificati in due ampie categorie, ovvero "cellulari" e "reticolari", cellulare implica che il materiale è costituito da "cellule" contenenti spazio

vuoto racchiuso da pareti, in modo ripetitivo, esempi sono: schiume polimeriche, schiume metalliche, strutture Honeycomb e il legno di balsa, queste strutture sono comuni nelle applicazioni strutturali.



#### 1-4 Tipi di Struttura Core

Il Core reticolare, è un Core costituito da una rete continua, realizzata con un materiale solido formato in modo da separare le facce ed essere efficace nel trasferire le forze di taglio; dato che il core è ottenuto con materiali leggeri con bassa resistenza specifica è comunemente il componente debole della struttura Sandwich, in alcuni casi, il legame tra le pelli e il core può essere critico per l'integrità della struttura, la corretta selezione dei materiali delle pelli e del Core richiede la comprensione della meccanica delle strutture Sandwich, nel lavoro di tesi verranno esaminati alcuni casi di sollecitazione di base e alcune modalità di rottura delle strutture Sandwich, la comprensione di questi fenomeni guiderà il progettista verso la selezione di materiali e dimensioni appropriati, tali da consentirgli di progettare una struttura efficiente e affidabile; nella pratica si utilizzano pannelli piani o curvi solitamente, lo studio però può essere efficacemente condotto considerando una struttura Sandwich piana.

## 1.2 Rigidezza flessionale di una Trave Sandwich

La rigidità alla flessione complessiva  $E_x I$  di una trave Sandwich è facilmente ottenibile dal teorema dell'asse parallelo (PAT) (Gere, 2004), che fornisce  $E_x I$  in termini dei moduli e degli spessori dei costituenti. Per una sezione simmetrica

$$E_x I = E_x^c I_c + 2E_x^f I_f \quad (1.1)$$

dove  $I_c$  e  $I_f$  sono i momenti di inerzia del Core e di ogni pelle rispetto all'asse neutro y

$$I_c = \frac{bh_c^3}{12} \quad (1.2)$$

$$I_f = \frac{bh_f^3}{12} + \frac{bh_f d^2}{4} \quad (1.3)$$

Quindi, la rigidità flessionale per unità di larghezza della trave Sandwich diventa

$$\frac{E_x I}{b} = \frac{E_x^c h_c^3}{12} + E_x^f \left( \frac{h_f^3}{6} + \frac{h_f d^2}{2} \right) \quad (1.4)$$

La quantità  $E_x I / b$  è comunemente denominata "rigidità alla flessione",  $D_x$  è la semplificazione dei risultati delle equazioni precedenti

$$D_x = E_x^f h_f d^2 \left[ \frac{h_c^3}{12h_f d^2} \left( \frac{E_x^c}{E_x^f} \right) + \frac{1}{6} \left( \frac{h_f}{d} \right)^2 + \frac{1}{2} \right] \quad (1.5)$$

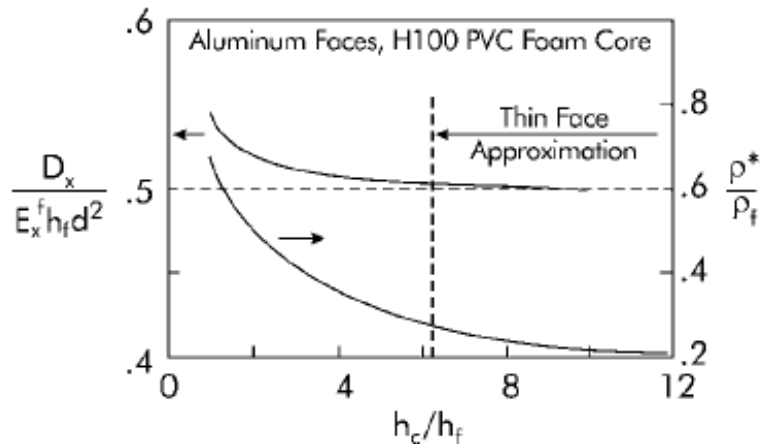
Per le strutture Sandwich è importante la determinazione della rigidità ottimale, quindi consideriamo la densità ed il peso  $W$ , normalizzando per la larghezza e la profondità della trave otteniamo

$$\frac{W}{bl} = 2h_f \rho_f + h_c \rho_c \quad (1.6)$$

dove  $\rho_f$  e  $\rho_c$  sono le densità delle pelli e del Core, la densità media complessiva del Sandwich  $\rho^*$  è quindi dove  $h$  è lo spessore totale del Sandwich ( $h = 2h_f + h_c$ ).

$$\rho^* = 2 \frac{h_f}{h} \rho_f + \frac{h_c}{h} \rho_c \quad (1.7)$$

Il grafico mostra  $D_x$  normalizzato da  $E_x^f h_f d^2$  e  $\rho^*$  normalizzato da  $\rho_f$  sulle ordinate, e il rapporto spessore Core/pelle ( $h_c/h_f$ ) sulle ascisse, il caso in analisi è un tipico Sandwich costituito da fogli di alluminio e un'anima in schiuma di PVC H100.



1-5  $h_c/h_f$  - Rigidezza e Densità normalizzate

L'analisi dei risultati nel grafico rivelano che sia la rigidità alla flessione che la densità diminuiscono con l'aumento del rapporto tra gli spessori del Core e delle pelli, la rigidità alla flessione normalizzata diminuisce rapidamente e si avvicina asintoticamente a  $1/2$ , mentre la densità normalizzata mostra una continua diminuzione.

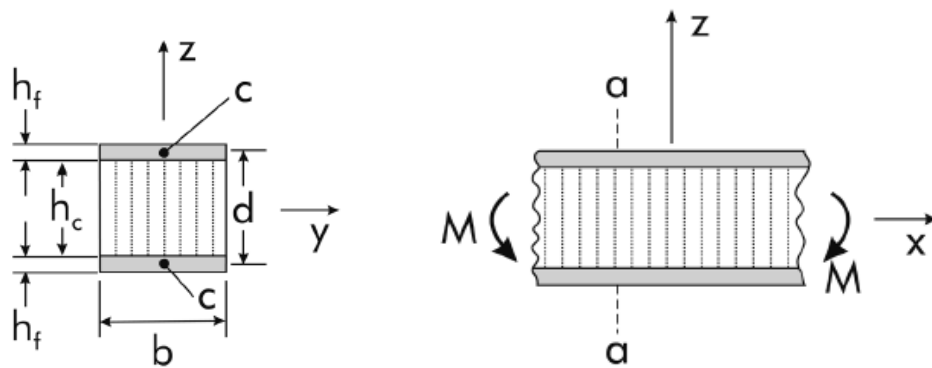
Riprendendo l'equazione 1.5 il primo termine tra parentesi rappresenta il contributo di rigidità dal Core, che è piccolo in virtù del rapporto dei moduli Core/pelle, il secondo termine rappresenta il contributo dello spessore delle pelli, significativo solo per pelli molto spesse, e può essere trascurato rispetto al terzo, questo rappresenta il contributo dovuto alla distanza delle pelli dal piano baricentrico, quest'ultimo nella equazione normalizzata ha valore  $1/2$ , continuando l'analisi dei risultati graficati individuiamo il limite oltre il quale l'incremento di spessore delle pelli porta a un miglioramento della rigidità inferiore al punto percentuale, nel caso in analisi il rapporto ( $h_c / h_f$ ) oltre il quale il secondo contributo non è più significativo è 5.35; oltre tale rapporto si definiscono Pelli sottili e l'equazione si semplifica considerando solo il terzo termine, progettando a partire dalla rigidità desiderata, le migliori prestazioni in termine di peso si avranno con pelli sottili con elevato modulo di resistenza a una distanza significativa e con Core a bassa densità.

### 1.3 Sollecitazioni Pelli e Core

Si consideri l'elemento di un Sandwich sotto carichi di flessione pura, la maggior parte del materiale non contribuisce in modo significativo alla rigidità flessionale; in tal caso, e se le Pelli sono sottili rispetto al Core, si riscontra che il momento flettente  $M$ , è equilibrato da forze di trazione e compressione di uguale grandezza che agiscono nei centri delle Pelli, se le sollecitazioni di flessione nel Core vengono quindi trascurate, l'equilibrio è soddisfatto con la seguente equazione.

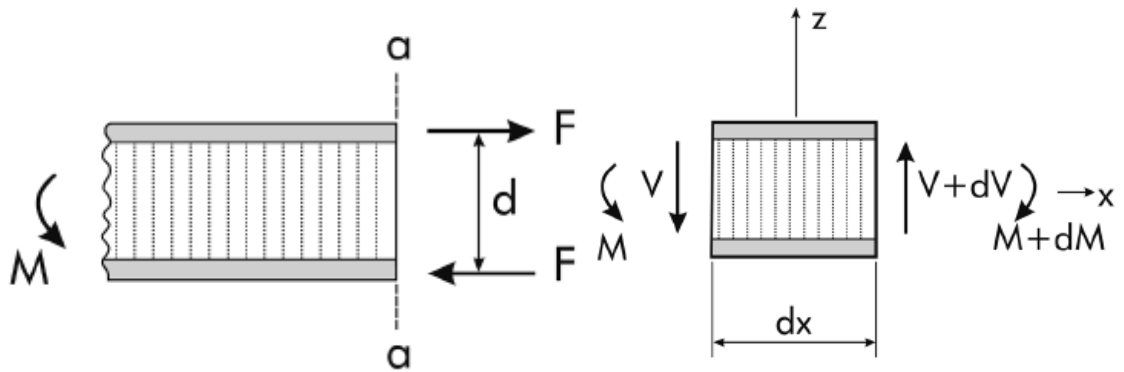
$$\sigma = \frac{M}{bdh_c h_f} \quad (1.8)$$

dove  $d$  è la distanza tra i centri delle pelli,  $h_c = h_c + h_f$ , dove  $h_c$  e  $h_f$  sono rispettivamente gli spessori del Core e della faccia e  $b$  è la larghezza dell'elemento Sandwich.



1-6 Schema e convezione di Sandwich a Pelli Sottili

Si noti che  $\sigma$  è una tensione positiva nella pelle superiore e negativa nella pelle inferiore per il caso considerato, di conseguenza, le pelli devono essere resistenti in trazione e in compressione per poter sostenere il carico flessionale; se una trave Sandwich viene caricata da un momento flettente che varia lungo la lunghezza della trave, l'analisi di equilibrio mostra che ci sarà una forza di taglio  $V$ , che agisce trasversalmente all'asse della trave.



1-7 Variazione Momento in un Pannello Sandwich

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (1.9)$$

Lo sforzo di taglio  $\tau_{xz}$ , agente sul Core, è ottenuto dall'equilibrio dell'elemento infinitesimale, la forza orizzontale dovuta alla sollecitazione  $\sigma$ , che agisce sul lato sinistro dell' elemento è  $F_1$

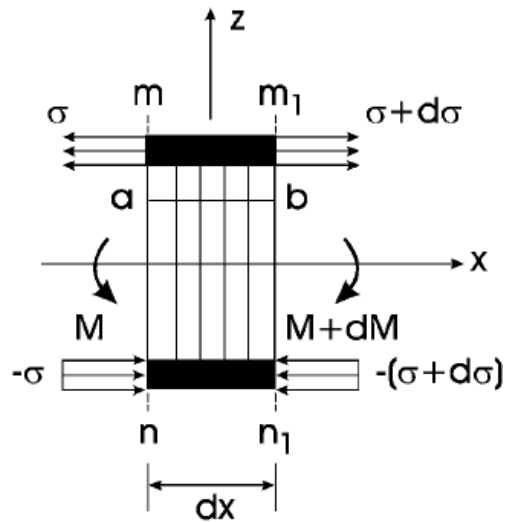
$$F_1 = \sigma b h_f = \frac{M}{d} \quad (1.10)$$

La forza orizzontale opposta che agisce sul lato destro dell'elemento è  $F_2$

$$F_2 = \frac{M + dM}{d} \quad (1.11)$$

La forza orizzontale dovuta allo sforzo di taglio che agisce sulla superficie del Core è  $F_3$

$$F_3 = \tau_{xz} b dx \quad (1.12)$$



1-8 Schema Variazione tensione Pelli in un Pannello Sandwich

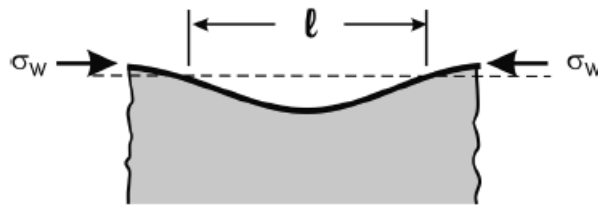
Si noti che la superficie superiore è priva di sollecitazioni di taglio.

$$\tau_{xz} = \frac{dM}{dx} \frac{1}{bd} = \frac{V}{bd} \quad (1.13)$$

Questa equazione mostra che lo sforzo di taglio nel Core, calcolato in base alle ipotesi assunte, ne risulta indipendente dalla  $z$ , l'analisi esatta (Zenkert, 1997) mostra che lo sforzo di taglio diminuisce quasi linearmente al valore  $V / bd$ , alle interfacce Pelli-Core e sulle superfici esterne, ciò evidenzia la necessità di un materiale per il Core resistente al taglio, inoltre come verrà discusso in seguito, per Core a basso modulo elastico la deformazione complessiva del pannello può essere governata dalla componente dovuta al taglio nello stesso, pertanto per evitare eccessive deformazioni si utilizzano materiali con modulo di taglio sufficientemente alto nei core.

## 1.4 Rotture localizzate

Oltre ad affrontare il cedimento in trazione e compressione oltre la rottura del Core a taglio, i pannelli Sandwich possono cedere localmente attraverso una serie di modalità di guasto, queste sono discusse in dettaglio nei capitoli successivi. Una di queste modalità di rottura è il "face wrinkling" o corrugamento superficiale, schematizzato nella figura seguente.

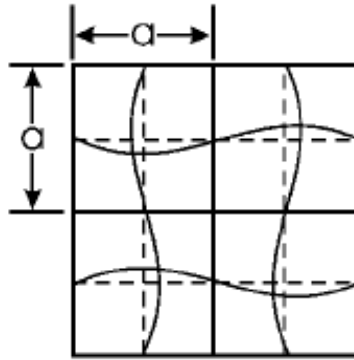


1-9 Face Wrinkling

Tale modalità di rottura può verificarsi nei pannelli con un Core morbido e omogeneo, come schiuma polimerica o legno di balsa, sotto carico di compressione uniassiale nel piano o anche lato di compressione di un pannello sottoposto a flessione.

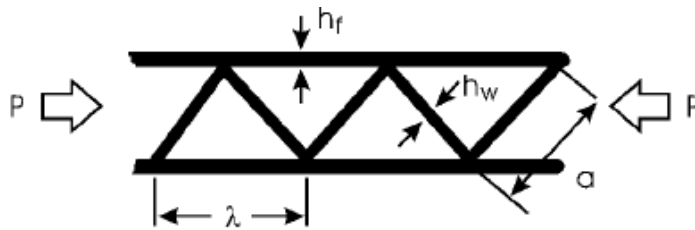
Si manifesta come instabilità a lunghezza d'onda corta (instabilità locale), tale modalità è stata oggetto di molte ricerche, queste hanno mostrato che un Core ad alta resistenza impedisce tali cedimenti, in particolare la rigidità estensionale fuori dal piano e la rigidità al taglio sono i parametri che governano questo fenomeno. I pannelli Sandwich con Core alveolare e facce sottili hanno la possibilità che le pareti si flettano tra le celle di supporto, come illustrato nella figura, tale modalità di guasto è chiamata "instabilità intracellulare" o "intracell buckling" o "face dimpling", si nota che lo stress questa instabilità è proporzionale al prodotto del modulo delle pelli e dello spessore delle pelli al quadrato,  $E_f h_f^2$ .





1-10 Intracell Buckling

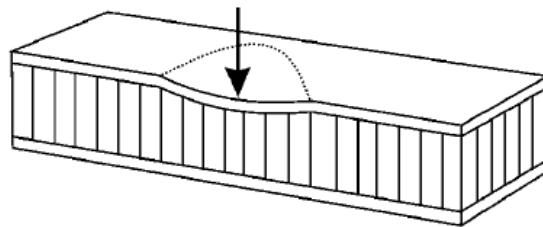
Pannelli Sandwich con Core reticolare, come nella figura seguente, se caricati in compressione perpendicolare alle ondulazioni, può cedere per instabilità locale di segmenti non supportati, sia nella Pelle che nel Core, come illustrato di seguito ciò accade anche quando il pannello viene caricato in compressione parallela alle ondulazioni.



1-11 Instabilità locale Web Core

Il carico critico per l'instabilità della faccia o del nastro è proporzionale al prodotto del modulo e il rapporto tra lo spessore e la lunghezza non supportata al quadrato, cioè  $E(h_f/\lambda)^2$  per l'instabilità frontale del Sandwich caricato perpendicolarmente alle ondulazioni. Anche i pannelli Sandwich con Honeycomb o Core reticolari possono deformarsi localmente quando il caricati a taglio. Indicativamente, tali rotture sono evitabili utilizzando brevi segmenti dalla elevata rigidità alla flessione locale ( $Eh^3$ ), dove  $h$  è lo spessore della parete del Honeycomb. Le strutture Sandwich possono subire rotture a causa di carichi concentrati agenti in direzione normale al piano del pannello Sandwich, localmente possono verificarsi tali carichi a causa di urti con oggetti duri, o si possono presentare ai raccordi e ai giunti tra le sezioni dei pannelli, i carichi concentrati che

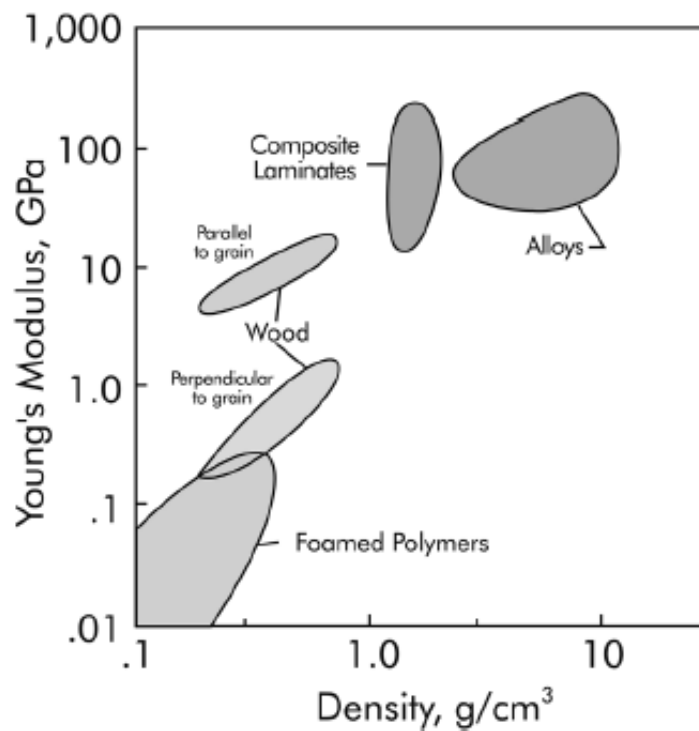
agiscono trasversalmente al piano del Sandwich possono produrre sostanziali deformazioni locali delle pelli e del Core, e inducono un complesso stato di sollecitazione, una formulazione semplificata restituisce il carico di indentazione come direttamente proporzionale alla resistenza alla compressione fuori dal piano del Core, di conseguenza, la rigidità di compressione fuori dal piano e la forza del Core sono importanti per la capacità del Sandwich di resistere a carichi localizzati.



1-12 Indentazione Pannello

## 1.5 Materiali di Pelli e Core

Nella precedente analisi della rigidità e resistenza del Sandwich sono state individuate diverse proprietà importanti delle pelli e del Core, le pelli devono essere rigide e resistenti in trazione e compressione, per resistere alla flessione e al corrugamento, il Core deve essere rigido e resistente al taglio e alla compressione nella direzione dello spessore per fornire resistenza al corrugamento e all' indentazione locale, allo stesso tempo, deve essere di bassa densità al fine di minimizzare il peso strutturale. Tali richieste sono contrastanti poiché, in generale, i materiali a bassa densità sono meno rigidi e resistenti dei materiali di maggiore densità. La selezione dei materiali può essere guidata dai grafici delle proprietà dei materiali di Ashby, una di esempio in figura.



1-13 Proprietà dei materiali di Ashby

Secondo le linee guida delineate precedentemente le pelli dovrebbero essere realizzate con laminati compositi o leghe leggere, il Core dovrebbe essere di polimeri espansi o in legno di balsa. I materiali delle pelli possono essere costituiti da metalli isotropi o laminati compositi anisotropi, tipicamente i laminati compositi sono composti da più strati simmetrici ed equilibrati (stesso numero di strati e stessa disposizione angolare), il che semplifica la loro descrizione meccanica, le proprietà meccaniche si determinano a seconda delle fibre e alla frazione di volume con la matrice, dalla matrice stessa e dall'orientamento degli strati; nella maggior parte delle applicazioni strutturali, la matrice è una resina termoindurente, epossidica, poliestere, o vinilestere; con rigidità e resistenza di molto inferiori rispetto alle fibre, di conseguenza queste nel complesso influenzano poco la resistenza del composito, nella tabella vengono elencate la densità e le proprietà meccaniche di alcuni materiali tipicamente impiegati come pelli.

Material	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E$ GPa	$G$ GPa	$\nu$	$X_T$ MPa	$X_C$ MPa
Aluminum (2024-T3)	2.80	73	27.4	0.33	414	414
Steel (AISI 1025)	7.80	207	80.0	0.30	394	394
Titanium	4.40	108	42.4	0.30	550	475
S-Glass/EP <sup>1</sup>	1.73	20.6	3.10	0.12	261	177
E-Glass/EP <sup>1</sup>	2.00	26.6	4.63	0.144	422	410
AS4-Carbon/EP <sup>1</sup>	1.63	59.5	4.96	0.047	584	491

<sup>1</sup>The composites consist of woven 0 and 90° fibers in an epoxy (EP) matrix.

### 1-1 Proprietà dei materiali impiegati come Pelli

Le proprietà dei metalli sono state ottenute da Daniel e Ishai (2006) e Gere (2004), quelle del vetro S / EP di Aviles (2005), mentre le proprietà E-glass / EP e AS4-Carbon /EP sono determinate da Alif e Carlsson (1997); queste caratteristiche sono determinate con metodi di prova standard, va sottolineato che non devono essere utilizzate per scopi di progettazione effettiva, poiché le proprietà possono variare a seconda della temperatura dell'umidità e molte altri fattori e condizioni incontrollabili.

I Core per pannelli sono raggruppati in webcore, Honeycomb, schiume e legno di balsa a grana fine, ricordando che le proprietà fondamentali più importanti sono l'elasticità fuori dal piano la rigidità e la resistenza al taglio; non è sempre possibile o significativo testare il Core isolato senza la presenza delle pelli, poiché le pelli tendono a stabilizzarlo, specialmente per i reticolati, per questo motivo è difficile elencare le proprietà per i Core. Per gli Honeycomb i materiali più comuni sono leghe di alluminio o Nomex, che è una carta in fibra aramidica impregnata con resina polimerica, generalmente fenolica.

Il metodo di produzione di Core alveolari fornisce una struttura con doppie pareti in una direzione e pareti singole nell'altra, di conseguenza, le proprietà meccaniche sono differenti nelle due direzioni principali nel piano, queste sono considerate in grande dettaglio da Gibson e Ashby (1997), la letteratura a volte riporta il modulo e resistenza alla compressione e al taglio.

Material	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$G_L$ MPa	$G_W$ MPa	$S_L$ MPa	$S_W$ MPa
Paper	0.056	141	38	1.3	0.48
Aluminum	0.070	460	200	2.2	1.50
Nomex	0.080	69	44	2.2	1.00
Nomex	0.129	112	64	3.2	1.70

### 1-2 Proprietà dei materiali impiegati come Core Alveolati

Le schiume sono materiali molto comuni, la maggior parte delle schiume commerciali di polimeri, sebbene vi sia molto interesse per le schiume metalliche, e più recentemente schiume di carbonio; i polimeri più comuni utilizzati sono poliuretano, cloruro di polivinile (PVC), e polimetacrilimide (PMI). Tali schiume sono strutture a cellule chiuse, che producono materiali isotropi e resistenti alla penetrazione dell'acqua.

Material	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$G$ MPa	$S$ MPa
Polyurethane	0.04	4	0.25
PVC H100	0.10	40	1.40
PVC HD130	0.13	40	1.50
PMI 110IG	0.11	50	2.40

### 1-3 Proprietà delle schiume impiegate come Core

I core in legno di balsa vengono utilizzati come riempitivo nei pannelli Sandwich strutturali, perché la sua bassa densità combinata con le sue buone proprietà meccaniche e la struttura a celle chiuse, come risultato dell'orientamento unidirezionale delle fibre del legno lungo la direzione longitudinale abbiamo una spiccata anisotropia, con rigidità e resistenza molto più elevate in senso longitudinale, il legno utilizzato come core in una struttura a Sandwich, viene prodotto dello spessore desiderato sotto forma di piccoli blocchi quadrati, questi vengono disposti con la direzione longitudinale del legno normale

al piano principale del pannello, i blocchi sono assemblati in un pannello tenuto insieme con un panno di tela, la configurazione delle direzioni dei blocchi nel piano è un orientamento randomico nel piano, rendendo le proprietà del planari isotrope; i core in legno di balsa a grana fine ed sono disponibili in una gamma di densità comprese tra circa 0,1 e 0,3  $g/cm^3$ , le proprietà meccaniche tipiche del legno di balsa ottenuto da Baltek sono qui riportate

Product Designation	$\rho$ $g/cm^3$	$G$ MPa	$S$ MPa
SB50	0.100	110	1.91
SB100	0.151	157	2.94
SB150	0.244	302	4.85

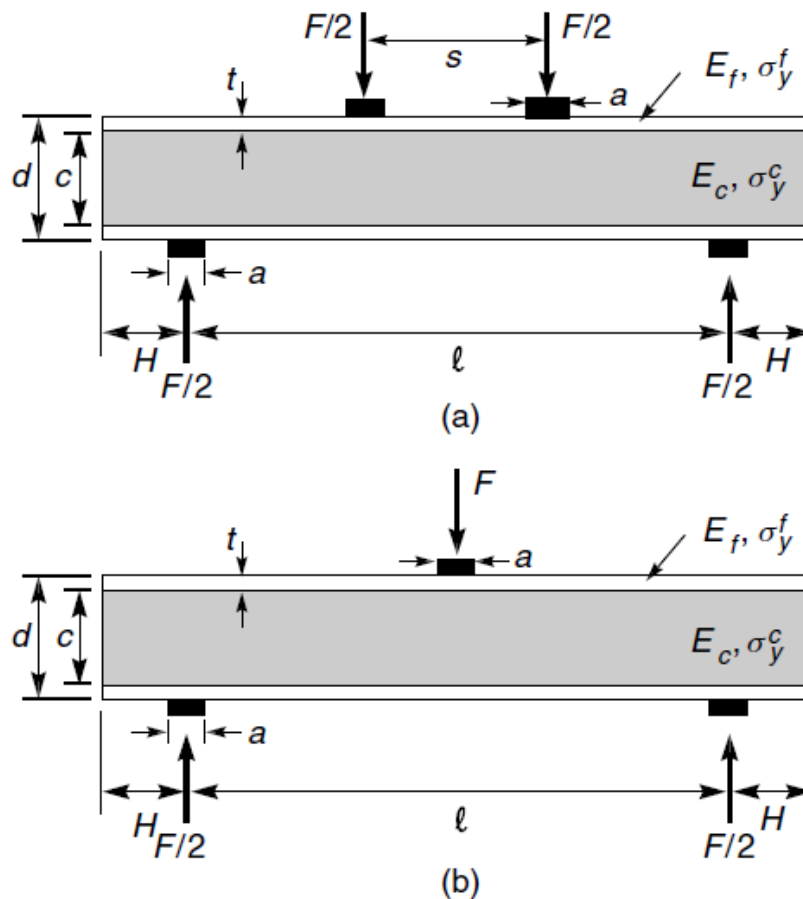
1-4 Proprietà del legno di balsa impiegato come Core

Il potenziale delle strutture Sandwich con core di schiume metalliche, sono isotropici, possono essere modellati su superfici doppiamente curve ed essere meno costosi rispetto alle strutture irrigidite da strisce di rinforzo, le quali non sono isotropiche.

Le schiume polimeriche dominano un mercato ampio, grazie alla loro semplicità di impiego, alla loro leggerezza e alla loro economicità.

## 2 Meccanismi di collasso dei Pannelli Sandwich

Consideriamo una trave Sandwich di larghezza uniforme  $b$ , con due pelli di identico spessore  $t$ , incollate ad un Core in schiuma metallica di spessore  $c$ , la trave viene caricata a quattro o a tre punti, per entrambi i casi di carico, la distanza tra i supporti esterni è  $l$ , e lo sbalzo cioè la distanza oltre i supporti esterni è  $H$ , con le travi caricate da indentatori a fondo piatto, di dimensione  $a$ , il carico totale applicato è  $F$  in entrambi i casi, per piegare in quattro punti gli indentatori interni sono distanziati dalla distanza  $s$ .



2-1 Prove di Flessione a 4 punti (a) e 3 punti (b)

Sia il Core che le pelli vengono trattati come solidi isotropi, elastoplastici, con un modulo di Young  $E_f$  per le pelli ed  $E_c$  per il Core, la flessione elastica  $\delta$  degli indentatori sulla pelle superiore rispetto a quelli su quella inferiore è la somma delle deformazioni di flessione e di taglio

Flessione elastica per le travi caricate a 4 punti

$$\delta = \frac{F(l-s)^2(l+2s)}{48(EI)_{eq}} + \frac{F(l-s)}{4(AG)_{eq}} \quad (2.1a)$$

Flessione elastica per le travi caricate a 3 punti

$$\delta = \frac{Fl^3}{48(EI)_{eq}} + \frac{Fl}{4(AG)_{eq}} \quad (2.1b)$$

Adottando come termini: modulo di taglio del Core  $G_c$ , area della sezione trasversale  $A$  e la distanza tra i piani intermedi delle pelli  $d = c + t$ , la rigidezza equivalente a flessione di una trave caricata in 4 punti è:

$$(EI)_{eq} = \frac{E_f b t d^2}{2} + \frac{E_f b t^3}{6} + \frac{E_c b c^3}{12} \approx \frac{E_f b t d^2}{2} \quad (2.2)$$

E la rigidezza equivalente a taglio è:

$$(AG)_{eq} = \frac{b d^2}{c} G_c \approx b c G_c \quad (2.3)$$

Le sollecitazioni di flessione longitudinale nelle pelli e nel Core sono

$$\sigma^f = \frac{M E_f}{(EI)_{eq}} y \quad (2.5a)$$

$$\sigma^c = \frac{M E_c}{(EI)_{eq}} y \quad (2.5b)$$

Il momento massimo, considerando il momento nella sezione trasversale  $M$  e la distanza dall'asse neutro  $y$ , è esprimibile così:

$$M = \frac{F(l-s)}{4} \quad (2.6a)$$

Nel caso di carico a 3 punti

$$M = \frac{Fl}{4} \quad (2.6b)$$



## 2.1 La Resistenza delle Travi Sandwich

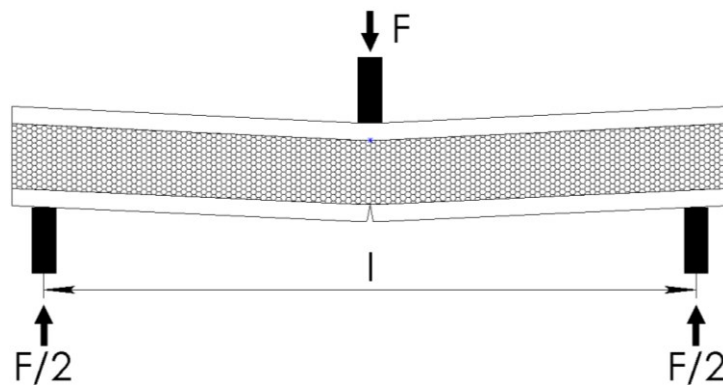
Nella progettazione di travi Sandwich, la resistenza è importante così come la rigidità. Considerando formule analitiche semplici, idealizziamo il core in schiuma e le pelli come solidi elastoplastici ideali di resistenza uniaassiale  $\sigma_y^f$  e  $\sigma_y^c$ .

### 2.1.1 Rottura delle Pelli, Face Yield

Quando le pelli di un pannello Sandwich o di una trave sono realizzate con un materiale a basso carico di snervamento, questo determina il carico limite  $F_{fy}$ , il più semplice approccio consiste nel presumere che il collasso si verifichi quando le pelli raggiungono il limite di snervamento  $\sigma_y^f$ , mentre il Core cede simultaneamente con un livello di stress di  $\sigma_y^c$ . Per i casi di carico a 3 e 4 punti le formule sono:

$$F_{fy} = \frac{4bt(c+t)}{l-s} \sigma_y^f + \frac{bc^2}{l-s} \sigma_y^c \quad (2.7a)$$

$$F_{fy} = \frac{4bt(c+t)}{l} \sigma_y^f + \frac{bc^2}{l} \sigma_y^c \quad (2.7b)$$



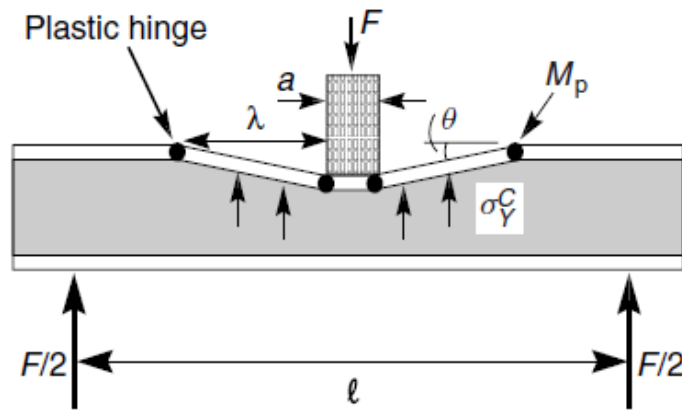
2-2 Rottura delle pelli sotto sollecitazione a 3 punti

Queste relazioni possono essere semplificate trascurando il contributo del Core, questo termine è  $\bar{F}_{fy}$ , tipicamente non supera il 15%, ciò rende la progettazione più conservativa.

$$\frac{F_{fy}}{\bar{F}_{fy}} = 1 + \frac{t}{c} + \frac{c}{4t} \frac{\sigma_y^c}{\sigma_y^f} \quad (2.8)$$

### 2.1.2 Indentazione, Indentation

La modalità di compressione e collasso per indentamento comporta la formazione di quattro cerniere plastiche all'interno delle pelli, nella zona adiacente a ciascun penetratore, con una conseguente compressione del Core sottostante, studi sul fenomeno rivelano che la pressione che questo richiede è solo leggermente maggiore della resistenza alla compressione uniassiale, ciò è dovuto al comportamento e alle caratteristiche delle schiume, che si comprimono con piccole deformazioni trasversali.



2-3 Indentamento sotto sollecitazione a 3 punti

Consideriamo prima il caso della flessione su tre punti, il carico di collasso  $F$  che agisce sul penetratore può essere derivato da un semplice calcolo sulla faccia superiore, due segmenti della pelle, di lunghezza d'ond  $\lambda$  vengono ruotati di un piccolo angolo  $\theta$ , il carico di collasso risultante è  $M_p$ , il momento che genera le cerniere plastiche nella sezione della pelle, troviamo il limite inferiore di questa soluzione rispetto al parametro libero  $\lambda$ , ciò fornisce un carico di indentazione  $F_I$

$$F = \frac{4M_p}{\lambda} + (a + \lambda)b\sigma_y^c \quad (2.9)$$

$$F_I = 2bt \sqrt{\sigma_y^c \sigma_y^f} + ab\sigma_y^c \quad (2.10)$$

$$\lambda = t \sqrt{\frac{\sigma_y^f}{\sigma_y^c}} \quad (2.11)$$

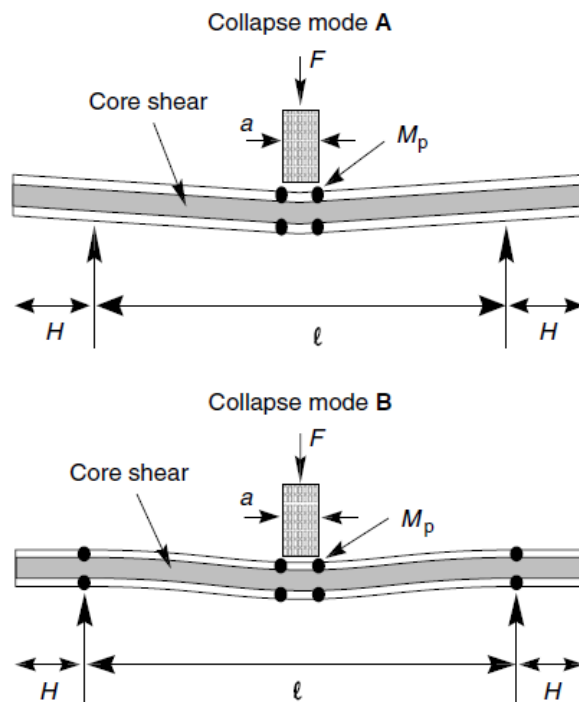
Notiamo che le stesse espressioni sono ottenibili da un calcolo del limite inferiore, considerando l'equilibrio della pelle e lo snervamento della pelle e del Core.

$$F_l = (2\lambda + a)b\sigma_y^c \quad (2.12)$$

$$M_p = \frac{1}{4}bt^2\sigma_y^f = \frac{1}{4}\lambda^2\sigma_y^c \quad (2.13)$$

### 2.1.3 Sfondamento del Core, Core Shear

Quando un pannello Sandwich è sottoposto ad una forza di taglio trasversale, la forza di taglio viene trasmessa principalmente dal Core e può verificarsi il collasso plastico per taglio del Core, due sono i meccanismi di collasso concorrenti



2-4 Modalità di rottura per sfondamento di Core

La modalità A consiste in una cerniera plastica formata a metà campata del pannello Sandwich, con cedimento a taglio del Core; la modalità B consiste nella formazione di cerniere plastiche sia a metà campata che all'esterno, sui supporti.

Per il caso A procediamo con un semplice equilibrio dei lavori virtuali per ottenere il carico di collasso  $F_A$ , assumendo che le pelli sulla metà di destra del pannello Sandwich ruotino di un angolo  $\alpha$ , e quelle della metà sinistra ruotino di un angolo uguale e contrario, quindi il Core di schiuma si taglia di un angolo doppio, l'equazione del lavoro delle forze esterne svolto e il lavoro interno che lo dissipa all'interno del Core di lunghezza  $l + 2H$ , in corrispondenza delle due cerniere plastiche delle pelli otteniamo :

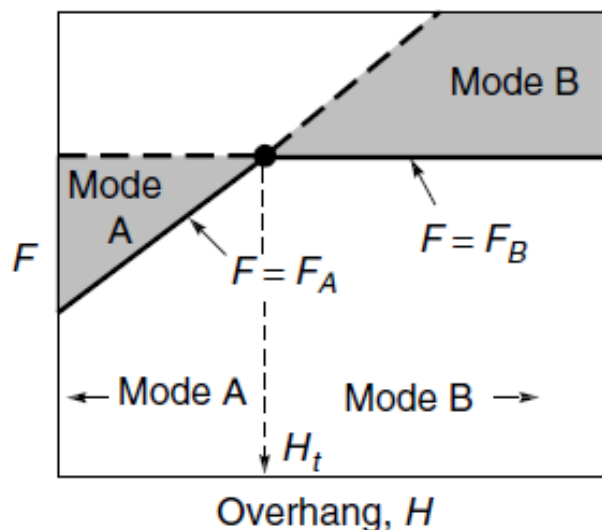
$$F_A = \frac{2bt^2}{l} \sigma_y^f + 2bc\tau_y^c \left(1 + \frac{2H}{l}\right) \quad (2.14)$$

dove  $\tau_y^c$  è la resistenza allo snervamento a taglio per il Core in schiuma, tipicamente la resistenza a taglio di una schiuma è circa due terzi della resistenza uniassiale, nel grafico seguente notiamo che  $F_A$  aumenta linearmente con la lunghezza di sbalzo H.

Considerando la modalità di rottura B, il meccanismo prevede la formazione di cerniere plastiche, in entrambe le pelli a metà campata e sui supporti esterni, il Core subisce un taglio sulla lunghezza L, tra i supporti esterni senza deformazioni oltre l'esterno dei supporti, quindi un calcolo del lavoro virtuale fornisce per il carico di collasso  $F_B$

$$F_B = \frac{4bt^2}{l} \sigma_y^f + 2bc\tau_y^c \quad (2.15)$$

Poiché i due calcoli sopra riportati sono limiti superiori per l'effettivo carico di collasso, il minore è considerato la migliore stima per il collasso effettivo, è istruttivo confrontare i carichi di collasso in funzione della lunghezza di sbalzo H, emerge che per piccoli valori è attivo il meccanismo A, mentre il meccanismo di collasso B si attiva per grandi sbalzi.



2-5 Carico di collasso A-B in funzione dello sbalzo H

La lunghezza di transizione dello sbalzo  $H_t$ , è determinato dalla uguaglianza di modalità:

$$H_t = \frac{1}{2} \frac{t^2}{c} \frac{\sigma_y^f}{\tau_y^c} \quad (2.16)$$

In gran parte dell'attuale letteratura sui pannelli Sandwich, si approssima trascurando il contributo delle pelli al carico di collasso, è possibile ottenere queste espressioni semplificate, di seguito ci sono quelle per una sollecitazione a flessione tramite carico in 4 punti; la modalità A

$$F_A = \frac{2bt^2}{l-s} \sigma_y^f + 2bc\tau_y^c \left(1 + \frac{2H}{l-s}\right) \quad (2.17a)$$

Mentre per la modalità B

$$F_B = \frac{4bt^2}{l} \sigma_y^f + 2bc\tau_y^c \quad (2.17b)$$

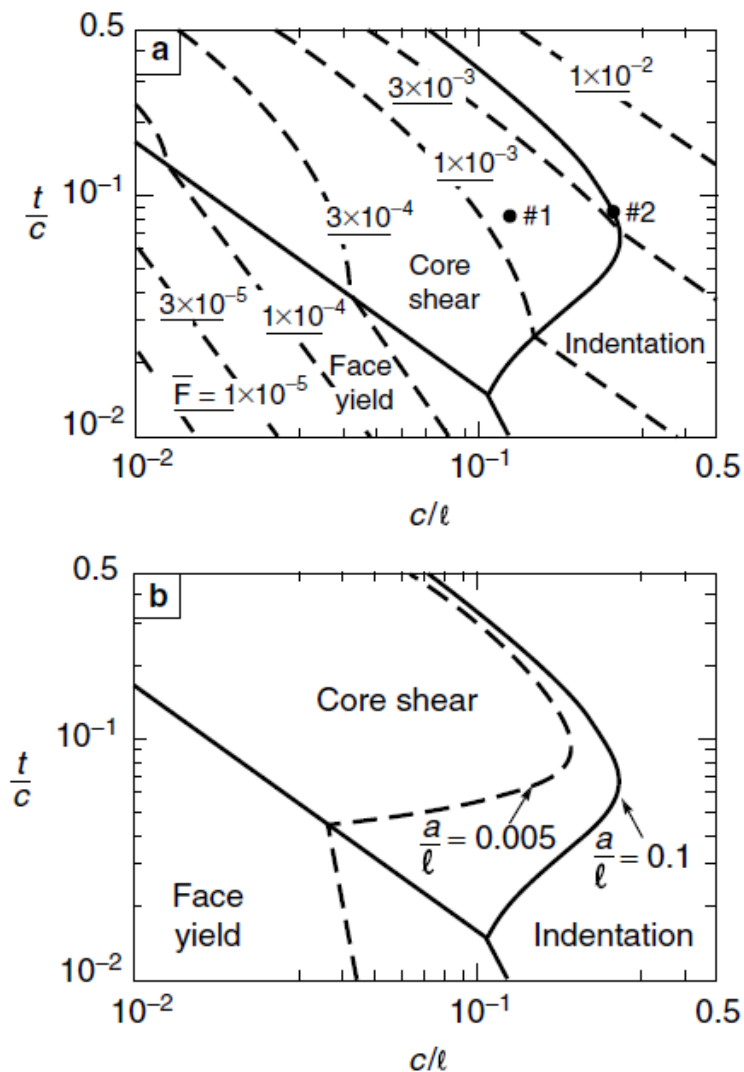
La lunghezza di transizione dello sbalzo, alla quale la modalità di collasso prevista passa dalla A alla B è data dalla stessa equazione per una trave in flessione a tre e quattro punti.

$$H_t = \frac{1}{2} \frac{t^2}{c} \frac{\sigma_y^f}{\tau_y^c} \quad (2.18)$$

### 3 Mappe di collasso delle Strutture Sandwich

Le mappe di collasso dei pannelli Sandwich, presupponendo che il collasso sia associato al carico critico più basso, ovvero al meccanismo di rottura che per primo determina la rottura, la mappa di collasso mostrata graficamente l'andamento del collasso al variare dei tre parametri  $t$ ,  $c$ ,  $l$ , di seguito è presente una mappa di collasso per una flessione a tre punti di un pannello sandwich, tramite indentatori a fondo piatto, nel grafico sono tratteggiate le curve di isosforzo, adimensionalizzato in tal modo:

$$\bar{F} = F/bl\sigma_y^f \quad (3.1)$$



3-1 Mappa di collasso di flessione a 3 punti

Parametri della mappa,  $a/l = 0.1$  ;  $\sigma_y^c/\sigma_y^f = 0.005$

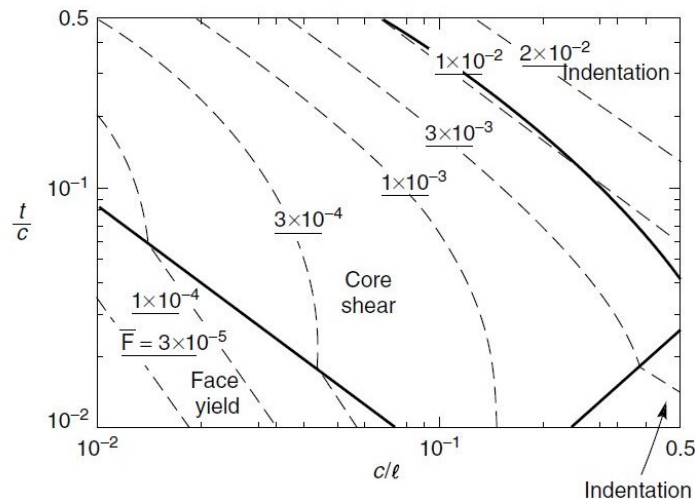
Riportati sugli assi adimensionalizzati delle ordinate e delle ascisse  $t/c$  e  $c/l$ , per valori assunti di  $a/l = \sigma_y^c/\sigma_y^f$ , e si presume che lo sbalzo  $H$  supera il valore di transizione  $H_t$ , in modo che lo sfondamento del Core avvenga per modalità B, i regimi di dominio per ogni meccanismo di collasso sono delimitati:

-Il collasso per rottura delle pelli si verifica per pannelli sottili (valori di  $t/c$  bassi) e travi lunghe (valori di  $c/l$  bassi).

-Il collasso per indentazione si verifica per travi corte (valori di  $c/l$  alti) è particolarmente sensibile al valore assunto da  $a/l$ , con la diminuzione di questo l'entità del carico di indentazione diminuisce, quindi l'area del regime si allarga sulla mappa.

-Il collasso per rottura di Core ha un'area di forma particolare e varia, il confine con il regime di indentazione ha una grande curvatura, con il meccanismo di indentazione che opera sia a piccoli che a grandi valori di  $t/c$ ; questa è una conseguenza della formazione della cerniera plastica all'interno delle pelli nelle modalità di collasso a sfondamento del Core, il carico di collasso per questa modalità aumenta quadraticamente con l'aumentare del  $t/c$  per il contributo delle pelli.

Si nota come il carico aumenta lungo la diagonale principale della mappa, con l'aumento di  $t/c$  &  $c/l$ , una mappa simile può essere costruita per la flessione a quattro punti, questa è illustrata di seguito con i medesimi valori caratteristici



3-2 Mappa di collasso di flessione a 4 punti

Parametri della mappa,  $a/l = 0.1$ ;  $s/l = 0.5$ ;  $\sigma_y^c/\sigma_y^f = 0.005$

### 3.1 Case study, la curvatura per tre punti di un Pannello Sandwich

È stata eseguita una serie di prove di curvatura per carico su tre punti, su pannelli sandwich con core in schiuma Bart-Smith (1999), il core in schiuma di lega di alluminio Alporas (densità relativa  $\rho/\rho_s = 0,08$ ) e pelli in lega di alluminio 6061-T6, le travi Sandwich sono state caricate da indentatori a fondo piatto  $a/l = 0,1$ , i parametri geometrici e dei materiali della prova eseguita sono riassunti nella tabella seguente per due campioni, questi modelli sono basati sui carichi di collasso, in modo tale che il campione 1 rientri nel regime di sfondamento del core e il campione 2 nella indentazione

<i>Parameter</i>	<i>Design 1</i>	<i>Design 2</i>
$\ell$ , mm	79	40
$t$ , mm	0.8	0.8
$c$ , mm	10	10
$b$ , mm	20	21
$H$ , mm	18	21
$a$ , mm	7.9	4.0
$E_f$ , GPa	70	70
$\sigma_y^f$ , MPa	263	263
$E_c$ , GPa	0.236	0.263
$\sigma_y^c$ , MPa	1.5	1.5

3-1 Parametri geometrici e meccanici dei campioni 1 e 2

Le curve di carico  $F$  rispetto allo spostamento  $\delta$  sono mostrate nella figura, e si è riscontrato che il campioni 1 e 2 hanno la rottura prevista, a scopo di confronto, l'elasticità e il carico di collasso previsti sono stati graficati sui diagrammi utilizzando queste relazioni.

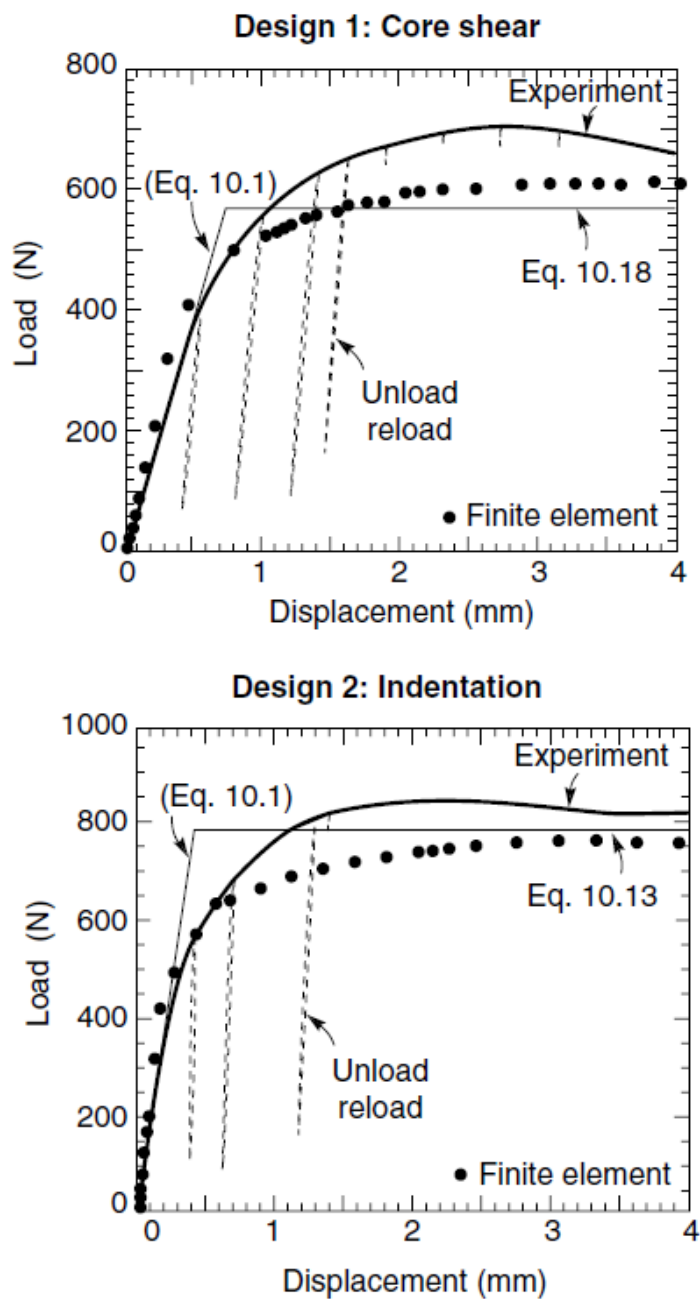
$$\delta = \frac{Fl^3}{48(EI)_{eq}} + \frac{Fl}{4(AG)_{eq}} \quad (3.2)$$

$$\lambda = t \sqrt{\frac{\sigma_y^f}{\sigma_y^c}} \quad (3.3)$$

$$F_B = \frac{4bt^2}{l} \sigma_y^f + 2bc\tau_y^c \quad (3.4)$$



Le risposte di flessione sotto carico sono calcolate con una procedura agli elementi finiti; il modello costitutivo della schiuma è stato calcolato dalla risposta alla compressione uniassiale, mentre la risposta sforzo-deformazione a trazione uniassiale è impiegato per il calcolo delle caratteristiche delle pelli; si nota un ottimo accordo tra le previsioni analitiche, i calcoli agli elementi finiti e le misurazioni delle risposte per entrambe le modalità di rottura.



3-3 Curva  $\sigma$ - $\epsilon$  in 2 case of study

### 3.2 Strutture efficienti in termini di peso

Per sfruttare appieno le strutture Sandwich, cercando di ridurre al minimo la massa per una data rigidità e resistenza a flessione, il confronto è tra strutture Sandwich e strutture irrigidite da nervature, i benchmark per il confronto sono: 1 pannelli o gusci irrigiditi con nervature o strutture waffle e 2 pannelli Sandwich a nido d'ape, lo sviluppo su questi ultimi li ha ottimizzati, arrivando a performance difficili da superare, i benefici di un core metallico cellulare derivano da una prestazione strutturale accettabile accompagnata da vantaggi quali costi inferiori o maggiore durata rispetto ai concorrenti, con i core a nido d'ape i pannelli hanno problemi di durabilità, associati a infiltrazioni d'acqua e alla delaminazione, sono anisotropi e relativamente costosi, in particolare quando la progettazione richiede pannelli o gusci curvi; i risultati di varie ricerche indicano che la struttura sandwich con core in schiuma metallica è vantaggiosa in termini prestazionali quando i carichi sono relativamente bassi, come di norma sono, non è vantaggiosa per i progetti basati sui carichi limite, perché il contributo dal core metallico cellulare è piccolo, infatti il suo ruolo è principalmente quello di mantenere le pelli in posizione.

Introduciamo adesso degli indici utili alla progettazione, ovvero indici strutturali basati su carico, peso e rigidità; lo scopo è avere un peso ridotto al minimo, compatibilmente con le sollecitazioni, rigidità e spostamenti e a seconda della natura della applicazione. Espressioni per il carico massimo ammissibile sono determinate tramite indici strutturali che coinvolgono carichi, dimensioni, proprietà elastiche e densità del Core, e dalle possibili modalità di rottura.

Gli indici adimensionali sono  $\Pi$  per il carico e  $\psi$  per il peso, questi saranno definiti nel contesto di ogni problema di progettazione; gli indici di rigidità sono definiti in modo analogo, come verrà illustrato per i pannelli caricati lateralmente, le notazioni usate per le proprietà dei materiali sono riassunte nella tabella seguente, in questi esempi assumiamo leghe Al tali che:  $\varepsilon_y^f \equiv \sigma_y^f / E_f = 0.007$

<i>Property</i>	<i>Face</i>	<i>Foamed core</i>	<i>Solid core</i>
Density (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_f$	$\rho_c$	$\rho_s$
Young's modulus (GPa)	$E_f$	$E_c$	$E_s$
Shear modulus (GPa)	–	$G_c$	–
Yield strength (MPa)	$\sigma_y^f$	$\sigma_y^c$	$\sigma_y^s$
Yield strength in shear (MPa)	–	$\tau_y^c$	–

**Notation**

$b$  = width  
 $c$  = core thickness  
 $t$  = face sheet thickness  
 $\ell$  = span length  
 $W$  = weight  
 $P$  = load  
 $p$  = load per unit area

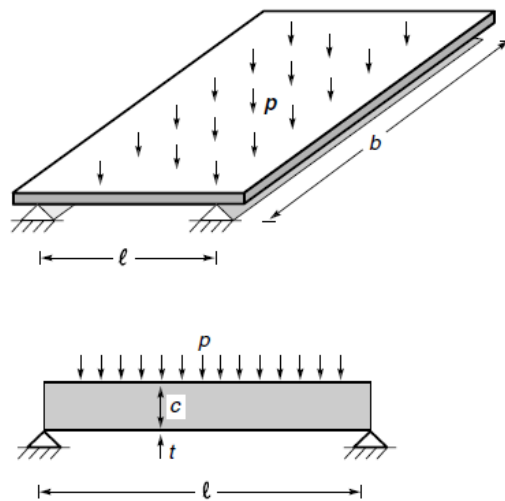
3-2 Proprietà e notazioni dei materiali presi a titolo di esempio

Le procedure di ottimizzazione sia per chiarezza di presentazione che per facilitare la comprensione sono riportate nella seguente maniera :

1. Un esempio specifico, il caso di una piastra Sandwich soggetta a un carico trasversale uniformemente distribuito, questo esempio illustra i problemi e procedure relative a progetti che limitano le deviazioni, soggette ai criteri di resistenza, mostra quindi come si ottiene l'ottimizzazione in termini di  $\Pi$  e  $\psi$  (Cap 3.3).
2. Seguendo il punto 1, vengono presentati i risultati generalizzati per travi e pannelli Sandwich a rigidità limitata, questi si applicano a una serie di carichi, danno forze adimensionalizzate per il peso minimo locale e globale, alla rigidità specifica (Cap 3.4)
3. I risultati del pannello Sandwich vengono confrontati con i risultati dei pannelli irrigiditi waffle, al fine di stabilire campi preferenziali (3.4).
4. I Sandwich a forza limitata vengono presi in considerazione e confrontati con quelli rinforzati per costruzione. I gusci Sandwich cilindrici sono enfatizzati perché questi dimostrano evidenti vantaggi in termini di peso rispetto ai modelli convenzionali (3.5).

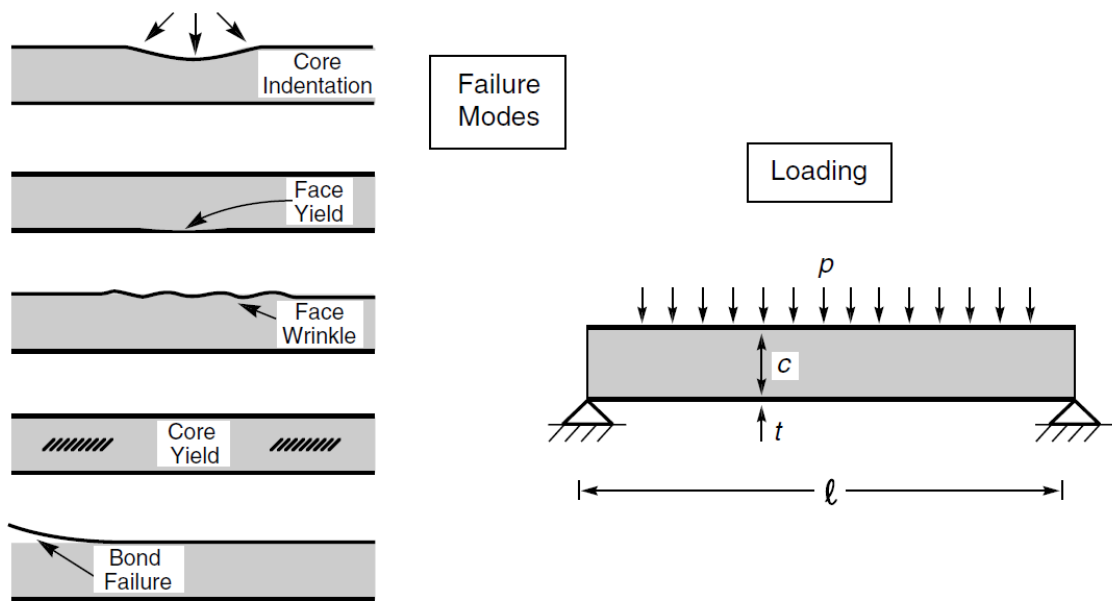
### 3.3 Pannello caricato uniformemente

La progettazione di un pannello Sandwich esteso, soggetta a un carico distribuito uniforme, è utilizzata per illustrare come gli spessori delle pelli  $t$  e del Core metallico cellulare  $c$  sono scelti in funzione dell'efficienza in termini di peso, il piatto è semplicemente supportato lungo i suoi bordi più lunghi, la spaziatura tra gli appoggi  $l$  e il carico per unità di superficie  $p$  sono prestabiliti, il materiale del Core metallico cellulare è presumibilmente già scelto, in modo tale che l'analisi possa essere utilizzata per comprendere l'effetto di diverse densità di Core. L'obiettivo è scegliere lo spessore del Core e lo spessore di ciascuna delle pelli, in modo da ridurre al minimo il peso del pannello, la progettazione è unidimensionale considerando la dimensione dei bordi di appoggio molto maggiore delle altre.



3-4 Schema prova

Il primo passo nel processo di ottimizzazione è l'identificazione delle condizioni di rottura e deflessione, per questo pannello Sandwich sotto pressione trasversale uniforme, devono essere considerati cedimenti e corrugamenti delle pelli, oltre allo sfondamento del Core, devono essere imposti anche dei vincoli di deflessione, in modo che le non si superino dei valori accettabili, la normale indentazione del core non sarà considerata dato che necessariamente piccola rispetto allo snervamento a compressione dello stesso.



3-5 schematizzazione delle varie rotture possibili

Nell'esempio considerato, la densità del materiale delle pelli è la stessa del materiale del core completamente pieno, successivamente la relazione tra il modulo e la densità :

$$\rho_s = \rho_f, \sigma_y^s = \sigma_y^f, E_s = E_f \quad (3.5)$$

$$E_c/E_s = \alpha_2(\rho_c/\rho_s)^2 \quad (3.6)$$

considerando  $\alpha_2$  come fattore di qualità, con  $\alpha_2 = 1$  che si applica a un core avente proprietà relativamente basse e  $\alpha_2 = 4$  a un materiale con proprietà alquanto superiori a quelli attualmente disponibili; si presume che il Core sia isotropo con modulo elastico tangenziale  $G_c = E_c/2(1 + \nu_c)$  e con limite uniassiale di snervamento  $\sigma_y^c/E_c$ , che si presume essere maggiore di quello delle pelli  $\sigma_y^f/E_f$ , quindi un vincolo sullo snervamento delle pelli garantisce solo che lo snervamento a taglio del Core debba essere esplicitamente considerato, la resistenza allo snervamento del Core a taglio è assunta

$$\tau_y^c = \alpha_3(\sigma_y^s/2)(\rho_c/\rho_f)^{3/2} \quad (3.7)$$

con  $\alpha_3$  coefficiente di qualità assunto pari a 0.3

$$W = bl(2\rho_f t + \rho_c c) \quad (3.8)$$

$$\sigma = (p/8)(l^2/ct) \quad (3.9)$$

è la massima tensione del pannello sottoposto al carico uniforme p

$$\tau = (\rho/2)(l/c) \quad (3.10)$$

è la tensione di taglio massima, presente nelle prossimità dei supporti nel Core

$$\sigma_w^f = k(E_f E_c^2)^{1/3} \quad (3.11)$$

è il valore di tensione che provoca corrugamento

Per una data densità, W deve essere ridotto al minimo rispettando i tre vincoli relativi alle tensioni ai quali t e c sono soggetti, questi vincoli derivano direttamente dalle due espressioni per le tensioni massime e da quella di corrugamento

$$(\text{rottura delle pelli } \sigma_y^f \geq \sigma) \quad ct \geq (1/8)l^2(p/\sigma_y^f) \quad (3.12)$$

$$(\text{corrugamento delle pelli } \sigma_w^f \geq \sigma) \quad ct \geq (1/8)l^2 \left[ p/k(E_f E_c^2)^{1/3} \right] \quad (3.13)$$

$$(\text{rottura del core } \tau_y^c \geq \tau) \quad c \geq (1/2)l(p/\tau_y^c) \quad (3.14)$$

Tenendo conto che il cedimento  $\sigma_w^f = kE_f \alpha_2^{2/3} (\rho_c/p_s)^{4/3}$ , per una lega di alluminio e un core con un fattore di qualità  $\alpha_2 = 1$ , la tensione che causa corrugamento supera la resistenza allo snervamento delle lamiere frontali quando  $\rho_c/\rho_s > 0.036$ , considerando per il core solo materiali con densità relative maggiori, il corrugamento della pelle superiore decade come vincolo, se la densità è inferiore il corrugamento sarebbe sostituito dal cedimento della pelle superiore, l' inflessione al centro del pannello quindi è:

$$\delta = \frac{2pl^4}{B_1 E_f t c^2} + \frac{pl^2}{B_2 G_c c} \quad (3.15)$$

dove il primo termine è dovuto allo stiramento della pelle e il secondo è il contributo dovuto al taglio del core, nell' esempio considerato abbiamo comei coefficienti  $B_1$  e  $B_2$   $B_1 = 384/5$  &  $B_2 = 8$ , in base al carico adimensionalizzato e agli indici di peso.

$$\Pi = p/\sigma_y^f \quad (3.16a)$$

$$\psi = W/(\rho_f b l^2) \quad (3.16b)$$

Le due condizioni operative dell' equazioni di rottura del Core e rottura delle pelli, possono essere espresse così:

$$(rottura\ delle\ pelli) \quad (c/l)(t/l) \geq (1/8)\Pi \quad (3.17)$$

$$(rottura\ del\ core) \quad (c/l) \geq (1/2)(\sigma_y^f/\tau_y^c)\Pi \quad (3.18)$$

La condizione inerente la deflessione è

$$\frac{\Pi(\sigma_y^f/E_f)}{(c/l)} \left[ \frac{2}{B_1} \left(\frac{l}{t}\right) \left(\frac{l}{c}\right) + \frac{E_f}{B_2 G_c} \right] \leq \frac{\bar{\delta}}{l} \quad (3.19)$$

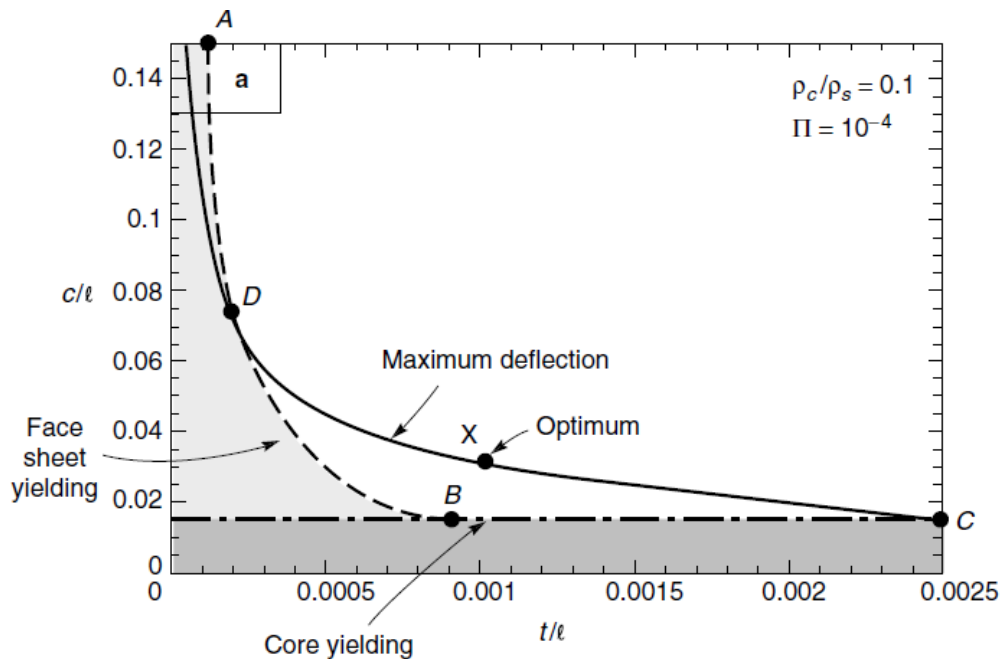
L' indice di peso è

$$\psi = 2(t/l) + (\rho_c/\rho_f)(c/l) \quad (3.20)$$

<i>Loading</i>		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
Cantilever	End	3	1	1	1
	Uniform	8	2	2	1
Both ends simply supported	Central	48	4	4	2
	Uniform	384/5	8	9	2
Both ends clamped	Central	192	4	9	2
	Uniform	384	8	12	2

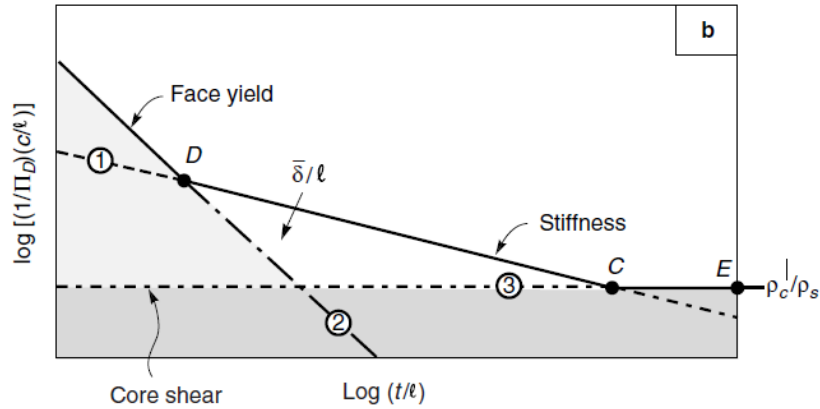
### 3-3 Coefficienti B in base al tipo di carico e ai vincoli strutturali

I restanti vincoli sulle variabili di progetto  $t$  e  $c$  vengono tracciati come tre curve su un diagramma di progetto, utilizzando un caso particolare in cui l'indice di carico  $\Pi = 10^{-4}$  e la deflessione massima consentita  $\bar{\delta}/l = 0.002$ , ponendo sia le pelli che il core sono in lega di alluminio  $\rho_c/\rho_f = 0.1$  e  $\alpha_2 = 1$ , si nota che il vincolo di snervamento della pelle è indipendente dal materiale, mentre quello per il taglio del core è indipendente dallo spessore delle pelli, ma è fortemente influenzato dalle proprietà dello stesso, lo spessore relativo del Core non può trovarsi al di sotto della linea di snervamento dello stesso, né a sinistra della curva per lo snervamento, escludendo così le soluzioni all'interno delle aree ombreggiate del grafico che segue, similmente a causa del vincolo di deflessione, la soluzione non può essere a sinistra della curva che ne rappresenta il massimo; conseguentemente l'optimum risiede da qualche parte lungo la curva solida ADC; qualsiasi combinazione di  $c/l$  &  $t/l$  situata a destra di queste curve lo avrebbe un peso maggiore rispetto alla combinazione con lo stesso valore di  $c/l$  giacente sulla curva di vincolo più vicina, per il caso inerente al grafico, la rottura del Core non limita la progettazione, perché gli altri due criteri sono più stringenti, per quanto riguarda  $D$  la costante di deflessione, valutando  $\psi$  lungo i due segmenti AD e DC il minimo dà l'optimum, nell'esempio è stato trovato lungo DC, in  $X$   $t/l = 0.001$  &  $c/l = 0.032$ , il peso minimo corrisponde al valore  $\psi = 0.00638$ , cioè al limitate di deflessione.



3-6 Curve limite rottura su diagramma  $t/l$   $c/l$





3-7 Curve limite rottura logaritmiche su diagramma  $t/l$   $(1/\Pi)(c/l)$

Il metodo di approccio al problema è :

1. Formare una griglia rettangolare di punti  $c/l$  &  $t/l$  che ipotizzabile.
2. Determinare per ogni punto se soddisfa tutti i vincoli, e se non lo fa scartarlo, altrimenti valutare  $\psi$ .
3. Il punto che produce il minimo  $\psi$  sarà vicino all'optimum progettuale.  $\Pi \psi$

Le procedure di cui sopra possono essere utilizzate per far emergere i regimi all'interno dei quali la rigidità o le tensioni sono limitanti, riorganizzando le equazioni e ricollocando il diagramma di progetto, i vincoli sono:

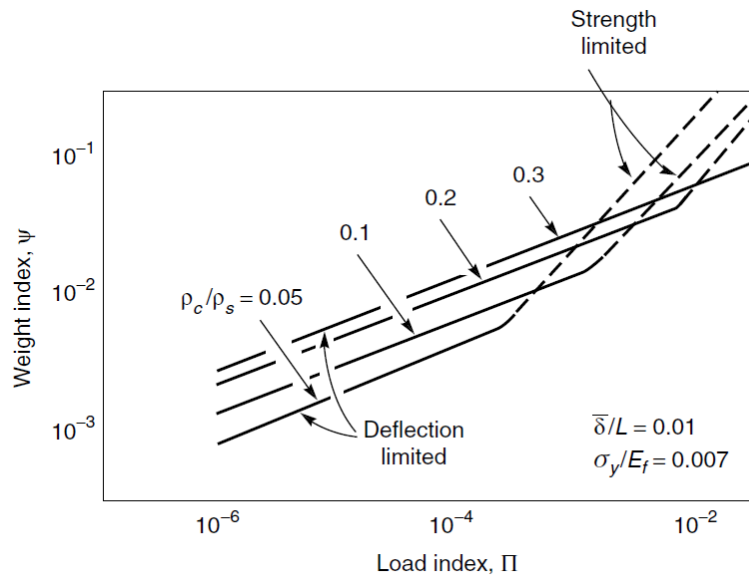
$$(\text{rottura delle pelli}) \quad (1/\Pi)(c/l) \geq (1/8)(t/l)^{-1} \quad (3.22)$$

$$(\text{rottura del core}) \quad (1/\Pi)(c/l) \geq (1/2)(\sigma_y^f/\tau_y^c) \quad (3.23)$$

$$(\text{inflessione}) \quad \bar{\delta}/l \geq \Pi \left\{ \frac{2\sigma_y^f/E_f}{B_1(t/l)(c/l)^2} + \frac{\sigma_y^f/G_f}{B_2(c/l)} \right\} \quad (3.24)$$

Nella figura 3.7 tracciando un diagramma  $(1/\Pi)(c/l)$  sulle ordinate e  $(t/l)$  sulle ascisse, usando assi logaritmici i ruoli delle proprietà relative al Core  $\sigma_y^f/\tau_y^c$  e alla rigidità consentita  $\bar{\delta}/l$  diventano evidenti; quindi la progettazione si focalizza sulla ricerca del peso minimo lungo DCE, ovviamente la precisione del grafico dipende dalle principali proprietà e dalle rigidità ammissibili, e quando le proprietà principali si deteriorano, a una

data rigidità ammessa, la linea 3 si sposta verso l'alto, quindi è probabile che il peso minimo risieda lungo il segmento CE, essendo controllato dal core, analogamente considerando il core, quando aumenta la rigidità ammissibile, la linea 1 si sposta verso il basso, facendo nuovamente sì che il peso minimo risieda lungo CE e quindi la progettazione sia controllata dal core, al contrario con migliori proprietà strutturali o a una rigidità ammessa inferiore si ha che il minimo peso risieda lungo DC, abbiamo quindi che la progettazione sia controllata dalla rigidità.

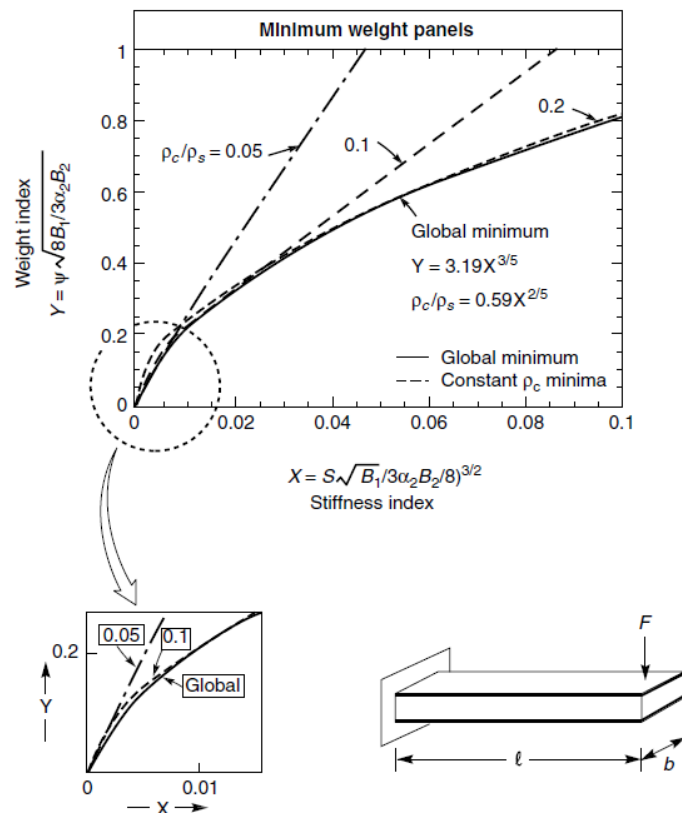


3-8 Curve  $\Pi \psi$  a varie densità relative  $\rho_c/\rho_s$

Nella figura confrontiamo per quattro valori di densità relativa del core l'andamento delle curve, con  $\bar{\delta}/l = 0.01$ , continuando a considerare il materiale delle pelli e del precedentemente definiti, la progettazione è limitata dalla rigidità a valori bassi di indice di carico e con resistenza limitata dagli elevati indici di carico; la prima parte di curva coincide con la inattività dei due vincoli di forza, inoltre, per  $\rho_c/\rho_s = 0.3$ , il vincolo di deflessione è attivo sull'intera gamma di casi analizzati, con carichi inferiori al valore  $\bar{\delta}$ , mentre le altre curve arrivate ad indici di carico più elevati presentano la variazione di pendenza per l'innesco di uno o entrambi i vincoli di resistenza; in figura si evince che a un indice di carico basso, il core con la densità relativa più bassa tra i quattro considerati consente la struttura col peso più basso, mentre a un indice di carico più alto, si verifica una transizione in cui densità di core più elevate producono il peso minore, grafici come questo possono essere utilizzati per guidare la densità ottimale del core.

### 3.4 Modelli con rigidità limitata

I pannelli soggetti a carichi laterali sono spesso limitati dalla rigidità, la configurazione ottimale è lontana dai vincoli di rottura e corrisponde a un valore fisso del rapporto tra la deformazione e il carico, anche la rigidità influisce sulle frequenze di vibrazione naturali, un'elevata rigidità associata ad un peso ridotto aumenta la frequenza di risonanza, pannelli Sandwich specificatamente progettati per il raggiungimento del minimo peso, vincolati dalla rigidità vengono ora analizzati, i risultati possono essere esposti in una forma generale, concettualmente riportati in diverse fonti letterarie (Allen, 1969; Gerard, 1956; Gibson e Ashby, 1997; Budiansky, 1999); i risultati chiave vengono verificati ed usati per stabilire le procedure progettuali ottimali, in problemi dove i pannelli piatti sono caricati lateralmente, opereremo con i coefficienti adimensionali  $B_i$ , che mettono in relazione le flessioni con i carichi applicati, i risultati di un'analisi come prima esposta sono riassunti nella figura seguente, in cui il peso è minimizzato, compatibilmente con la rigidità imposta, il peso minimo globale ha la densità di core  $\rho_c$  come una variabile, questo minimo è il minimo involuppo delle curve di peso minimo imponendo  $\rho_c$



3-9 Modello a rigidità limitata

Per costruire tali grafici, vengono prima definiti la rigidità  $S$  e il peso  $W$ , con  $\delta$  come la deflessione e  $P$  come carico trasversale, la cedevolezza per unità di larghezza del pannello può essere ottenuta dall'equazione (3.16) precedentemente esposta  $\delta = \frac{2pl^4}{B_1E_f t c^2} + \frac{pl^2}{B_2G_c c}$

$$\frac{1}{S} \equiv \frac{b}{P/\delta} = \frac{2l^3}{B_1E_f t c^2} + \frac{l}{B_2cG_c} \quad (3.25)$$

Il primo termine è il contributo dello stiramento della pelle e il secondo dal taglio del Core. Il risultato si applica essenzialmente a qualsiasi caso di carico trasversale con la scelta appropriata di  $B_1$  e  $B_2$ , l'indice di peso è:

$$\psi = \frac{W}{\rho_f l^2 b} = \frac{2t}{l} + \frac{\rho_c c}{\rho_f l} \quad (3.26)$$

Nella ricerca dell'ottimo globale, le variabili libere sono  $t$ ,  $c$ , e  $\rho_c$ , considerando che  $G_c$  nell'equazione dipende da  $\rho_c$ , la densità del core è considerato scelto in modo che  $G_c$  sia fisso, l'ottimizzazione procede minimizzando  $\psi$  rispetto a  $t$  e  $c$  per la rigidità scelta, dall'equazione il modo più semplice per eseguire questo processo consiste nell'esprimere  $t$  in termini di  $c$ , consentendo di esprimere l'equazione con  $c$  come unica variabile, per questo problema, le espressioni sono sufficientemente semplici da consentire la minimizzazione analitica, in altri casi, la riduzione al minimo potrebbe non portare a espressioni in forma chiusa, il modo più efficace per procedere è creare un programma per valutare  $\psi$  in termini di  $c$  e trovare il minimo, per i valori specificati di tutti gli altri parametri, questo approccio grafico che può essere esteso per considerare le variazioni in densità di Core semplicemente tracciando una serie di curve per differenti  $\rho_c$ , la dipendenza del modulo di taglio del Core deve essere specificata in termini di densità, si presume che il materiale delle pelli sia lo stesso del Core,  $E_f = E_c = E_s$  quando  $\rho_f = \rho_c = \rho_s$ , la dipendenza del modulo di Young del Core su  $\rho_c$  è nuovamente espresso dall'equazione  $E_c/E_s = \alpha_2(\rho_c/\rho_s)^2$ , prendendo il rapporto di Poisson del materiale del Core cellulare a  $1/3$  e  $G_c/E_f = (3/8)(\rho_c/\rho_s)^2$ , Anche se sembra paradossale, dalla ricerca dell'ottimum globale sorgono espressioni più semplici rispetto a quando la densità del Core è fissa, minimizzando  $\psi$  rispetto a con  $S$  stabilito otteniamo  $t$ ,  $c$ ,  $\rho_c$  definiti esplicitamente

$$\frac{c}{l} = 2 \left[ \frac{18\alpha_2 B_2 S}{B_1^2 E_f} \right]^{1/5} \quad (3.27) \quad \left| \quad \frac{t}{l} = \frac{B_1}{96\alpha_2 B_2} \left( \frac{c}{l} \right)^3 \quad (3.28) \quad \left| \quad \frac{\rho_c}{\rho_s} = 8 \frac{t}{c} \quad (3.29)$$

Prontamente verifichiamo che il pannello globalmente ottimizzato abbia le seguenti caratteristiche: la conformità, ovvero  $S^{-1} = 6l^3 / (B_1 E_f t c^2)$ , quindi ha esattamente il doppio del contributo dal core che dalle pelli, il secondo termine dell'equazione è il doppio del primo  $1/S \equiv b/(P/\delta) = 2l^3 / B_1 E_f t c^2 + l/B_2 c G_c$ ; la seconda caratteristica è che il peso del core è esattamente quattro volte quello del peso combinato delle pelli. Al minimo, l'equazione sopra riportata consente di indicare l'indice di peso Y tramite l'indice di rigidità X.

$$Y = \left( \frac{8B_1}{3\alpha_2 B_2} \right)^{1/2} \psi \quad (3.30a)$$

$$Y = \frac{5}{16} (48X)^{3/5} \quad (3.30b)$$

$$X = \frac{B_1^{1/2}}{(3\alpha_2 B_2 / 8)^{3/2}} \frac{S}{E_f} \quad (3.31)$$

Queste sono le due quantità adimensionali tracciate come minimo globale, contengono tutte le informazioni necessarie per caratterizzare le condizioni di supporto e carico, compreso il coefficiente determinato della rigidità del Core cellulare  $\alpha_2$ , densità del Core al minimo globale può essere espressa anche in funzione di X

$$\rho_c / \rho_s = (48X)^{2/5} / 8 \quad (3.32)$$

Ponendo la densità del Core fissa minimizziamo il peso con  $\rho_c$  fisso, interessa ovviamente la classe di pannelli Sandwich, poniamo il materiale del Core uguale alle pelli, la riduzione al minimo del peso mantenendo la rigidità prescritta è un processo ora correlato a c e t, con il parametro libero  $\xi$

$$\frac{c}{l} = \left[ \frac{(3\alpha_2 B_2 (\rho_c / \rho_s)^3 \xi)}{4B_1} \right]^{1/2} \quad (3.33)$$

$$\frac{t}{c} = \frac{(1 - 2\xi)(\rho_c/\rho_s)}{4} \quad (3.34)$$

Ogni valore di  $\xi$  genera un valore di peso minimo per la densità del Core fissato e la rigidità specificata dall'indice  $X$  e l'indice di peso adimensionale associato  $Y$

$$X = \frac{16\sqrt{2}(\rho_c/\rho_s)^{5/2}\xi^{3/2}}{1-4\xi^2} \quad (3.35)$$

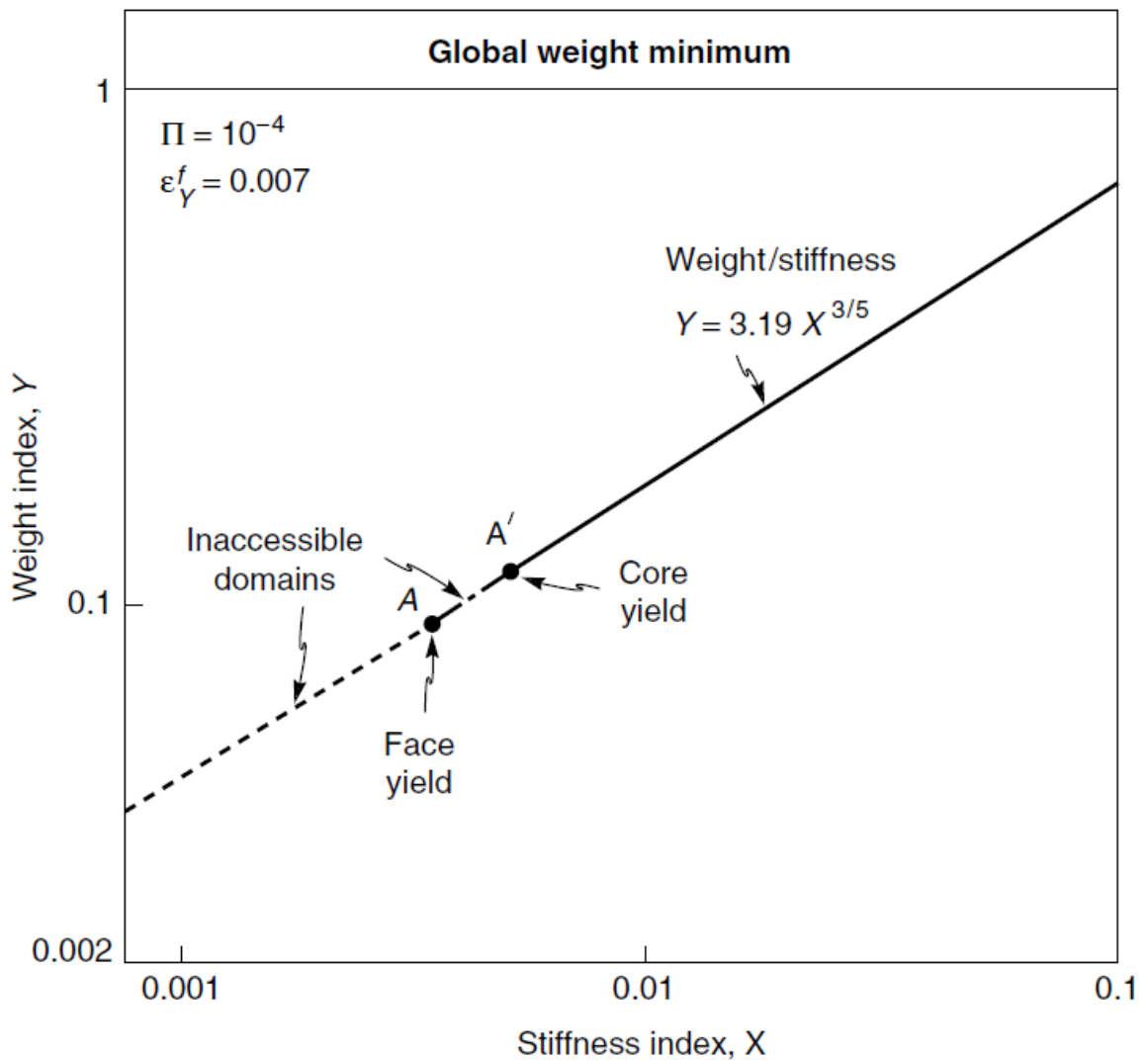
$$Y = 2\sqrt{2}(\rho_c/\rho_s)^{3/2}\xi^{1/2} \frac{(3 - 2\xi)}{(1 - 2\xi)} \quad (3.36)$$

Le curve di  $Y$  in funzione di  $X$  sono incluse nell' esempio precedente in figura, per tre valori della densità relativa  $\rho_c/\rho_s$ , ogni curva si trova necessariamente al di sopra del ottimo globale, toccando quella curva solo dove la densità del core coincide con quella della trave sandwich ottimizzata globalmente, tuttavia, che le travi di peso minimo a densità di core fisso mostrano una rigidità sostanziale e intervalli di peso oltre quelli ottimali, ad esempio, le travi con  $\rho_c/\rho_s = 0.2$  hanno pesi che sono solo leggermente al di sopra del minimo globale nell'intervallo di rigidità,  $0,02 < X < 0,1$  i risultati presentati hanno il merito di essere universali, quindi comprendono una varietà di condizioni di supporto e carico, ciò attraverso l'adimensionalità degli assi, l'approccio grafico (Gibson e Ashby, 1997) avrebbe potuto essere utilizzato per produrre gli stessi risultati per set specifici di condizioni di supporto e carico, per problemi con maggiore complessità geometrica, l'approccio grafico potrebbe essere il modo più efficace per cercare i modelli di peso più basso, l'applicazione di questi diagrammi è legata al verificarsi di vari limiti di rottura illustrati nella figura, rottura di una delle due pelli o del Core e corrugamento delle pelli, questi fenomeni governano il carico massimo al quale la trave risponde elasticamente, oltre le considerazioni dei capitoli precedenti alcune aggiuntive sono: ripartendo dall'equazione 3.12  $ct \geq (1/8)l^2(p/\sigma_y^f)$ , che governa il cedimento delle pelli, inizia quando la massima sollecitazione di trazione o compressione causata dalla flessione raggiunge lo snervamento,  $\sigma_y^f$  per un dato insieme di condizioni di supporto e carico, il massimo stress nelle pelli è determinato dal coefficiente  $B_3$ , tale che il cedimento nelle pelli inizia quando il carico trasversale soddisfa l' equazione:

$$P \geq \frac{bB_3ct}{l} \sigma_y^f \quad (3.37)$$

Questa condizione può essere espressa con l'indice di rigidità X definito e sovrapposto alla figura precedente, la condizione globalmente ottimale delle pelli rimanendo in campo elastico si interrompe se

$$X \leq \frac{1}{48} \left\{ \left( \frac{16B_1}{\alpha_2 B_2 B_3} \right) \left( \frac{P}{bl\sigma_y^f} \right) \right\}^{5/4} \quad (3.38)$$



3-10 Curva X-Y del peso minimo Globale di una struttura sandwich

Per condizioni specifiche, l'uguaglianza precedente corrisponde a un punto sulla curva, al di sotto del quale le previsioni elastiche non sono più valide, a valori di rigidità

inferiori, per garantire ciò sarebbero necessari pesi superiori al minimo globale affinché la trave rimanga elastica; gli assi logaritmici sono stati usati nella figura per evidenziare l'intervallo inammissibile, esistono condizioni analoghe per le prestazioni del core, il coefficiente  $B_4$  è definito in modo tale che la massima sollecitazione di taglio nel core sia  $P/B_4bc$ , e quindi il condizione di rottura è:

$$P > B_4bc\tau_y^c \quad (3.39)$$

Questa condizione può essere scritta in termini di  $X$  per il caso del travi ottimizzate globalmente, il cedimento del core invalida i risultati avuti dall'ottimizzazione elastica se si verifica :

$$X \leq \frac{1}{48} \left\{ \frac{1}{B_4} \left( \frac{B_1}{\alpha_2 B_2} \right)^{1/2} \left( \frac{P}{bl\tau_y^c} \right) \right\}^5 \quad (3.40)$$

Possono anche verificarsi pieghe elastiche delle pelli, si nota che, all'aumentare dell'indice di rigidità sono necessari spessori maggiori del core per ottenere pesi minimi, rispetto allo spessore del core e alla densità, di conseguenza a rigidità inferiori è più probabile che intervenga il cedimento a causa delle pelli più sottili e delle densità dei core inferiori quando siamo in un peso minimo a livello globale

$$\frac{c}{l} = 2 \left[ \frac{18\alpha_2 B_2 S}{B_1^2 E_f} \right]^{1/5} \quad (3.41)$$

$$\frac{t}{l} = \frac{B_1}{96\alpha_2 B_2} \left( \frac{c}{l} \right)^3 \quad (3.42)$$

$$\frac{\rho_c}{\rho_s} = 8 \frac{t}{c} \quad (3.43)$$

Per evitare le rotture delle pelli e del Core i carichi devono essere limitati dalle equazioni

$$P \geq \frac{bB_3ct}{l} \sigma_y^f \quad (3.44)$$

$$P > B_4bc\tau_y^c \quad (3.45)$$

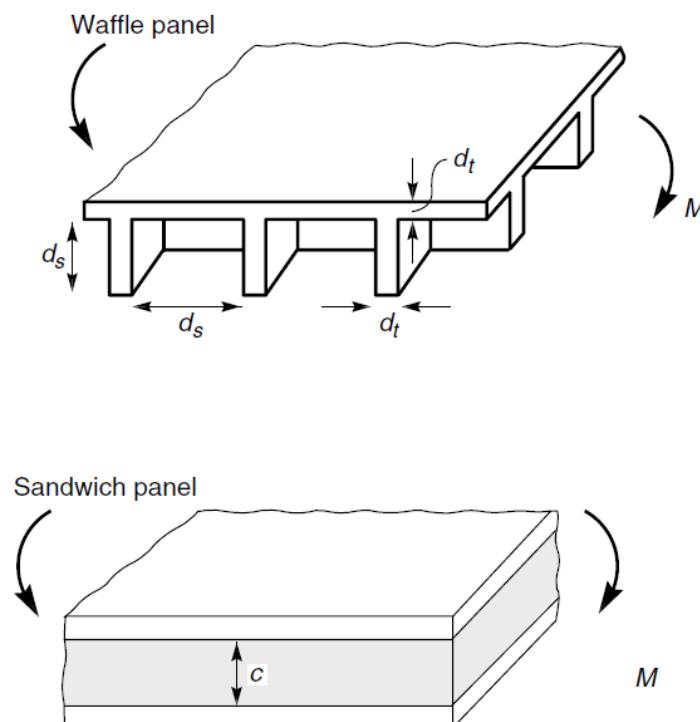


Analizziamo ora i principali concorrenti dei sistemi sandwich soggetti a sforzi biassiali, i pannelli rinforzati waffle, per confrontarli conviene esprimere la trave sandwich ottimizzata a livello globale in questa forma

$$\frac{W}{bl^2} = \rho_f \left( \frac{P/\delta}{bE_f} \right)^{3/5} \left[ \frac{15}{B_1^{1/5} (18\alpha_2 B_2)^{2/5}} \right] \quad (3.46)$$

Per un pannello waffle soggetto a flessione attorno a una delle direzioni di irrigidimento, il peso e la rigidità sono correlati dall' equazione

$$\frac{W}{bl^2} = \frac{72}{5} \left( \frac{P/\delta}{E_0 B_1 b} \right) \left( \frac{l}{d_s} \right)^2 \quad (3.47)$$



3-11 Schema pannelli Sandwich e Waffle

Le caratteristiche del pannello rinforzato sono espresse con:  $d_s$  la distanza dei rami della rete,  $E_0$  il modulo di Young del materiale che costituisce il pannello, a parità di pesi dei pannelli la distanza dei rami della rete è

$$\frac{d_s}{l} = \sqrt{\frac{72}{125} \left(\frac{\rho_0}{\rho_f}\right) \left(\frac{E_f}{E_0}\right) \left(\frac{18\alpha_2 B_2}{B_1^2}\right)^{1/5} \left(\frac{P/\delta}{bE_f}\right)^{1/5}} \quad (3.48)$$

Confrontiamo il risultato con l'equazione  $c/l$  del pannello Sandwich globalmente ottimizzato, i pesi equivalenti otteniamo:

$$\frac{d_s}{c} = \frac{\sqrt{6}}{5} \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{\rho_f}\right) \left(\frac{E_f}{E_0}\right)} \quad (3.49)$$

Questo risultato è indipendente dalla rigidità, perché i pannelli Sandwich e waffle hanno la stessa dipendenza funzionale, di conseguenza è stato realizzato un pannello waffle dello stesso materiale di uno sandwich ( $\rho_f = \rho_0, E_f = E_0$ ), il primo ha uno spessore leggermente minore, complessivamente a parità di peso e rigidità, la scelta tra i pannelli sandwich e waffle, quindi dipende principalmente dal costo di produzione e durata.

### 3.5 Strutture a resistenza limitata

Le strutture sandwich a resistenza limitata, con rinforzi irrigidenti possono essere competitive in termini di peso, infatti i più leggeri sono di uso comune, le strutture shell sono più adatte per costruzioni sandwich, rispetto a dei pannelli caricati assialmente, consentono infatti di sfruttare l'isotropia dei pannelli, ci sono due requisiti di base per le strutture shell: la rigidità del core a taglio sufficiente per una adeguata resistenza a deformazione ed un carico di snervamento sufficientemente grande del core cellulare da resistere a instabilità elastica del guscio, soprattutto in presenza di imperfezioni, sono necessari metodi numerici per determinare i pesi minimi di entrambe le configurazioni sandwich e rinforzato waffle, i risultati per un guscio cilindrico sotto compressione assiale sono esposti di seguito, trovando le configurazioni in cui è migliore la struttura sandwich. Ipotizzando un guscio cilindrico perfetto, questo si piega assialsimmetricamente ad un carico posto ad una distanza circonferenziale,  $N$ , data da (Tennyson e Chan, 1990)

$$\frac{N}{E_f R} = \frac{2tc}{\sqrt{1 - \nu_f^2} R^2} \left[ 1 - \frac{\mu}{\sqrt{2}} \right] \quad (3.50)$$

$$\mu = \frac{E_f t}{\sqrt{2(1 - \nu_f^2) G_c R}} \quad (3.51)$$

Dove  $R$  è il raggio del guscio,  $t$  lo spessore della pelle,  $c$  lo spessore del core, il parametro  $\mu$  misura la cedevolezza a taglio relativo al core, deve essere inferiore a  $1/\sqrt{2}$  per evitare attorcigliamenti di taglio localizzati della parete della struttura shell, i risultati dell'equazione precedente si applicano se la lunghezza del guscio di ordine di grandezza diversa dalla lunghezza d'onda della fibbia assiale. Si presume inoltre che il supporto finale sia sufficientemente forte per le condizioni in vigore, le condizioni finali si modificano leggermente, ma non tanto quanto le imperfezioni, la condizione per la rottura delle pelli e della struttura shell ideale a instabilità è:

$$N = 2t\sigma_y^f \quad (3.52)$$

Lo snervamento del core non influisce direttamente sulla capacità di carico fino ad un carico significativo, ma influenzerà la capacità del core di sopprimere l'increspatura della pelle, e per mantenere la rigidità al taglio necessaria a sopportare il carico post instabilità, il cedimento del core prima dell'instabilità è evitato se la deformazione assiale nel core non instabile  $\varepsilon = N/(2tE_f)$  non supera la tensione di snervamento in compressione uniassiale del core, in altre parole, lo snervamento è escluso se la sua tensione di snervamento è maggiore di quella delle pelli, se né il core né le pelli cedono, potrebbero verificarsi increspature, questo fenomeno è governato dalla condizione dell'equazione precedente, in termini di carico per unità di lunghezza circonferenziale, l'inizio delle pieghe delle pelli nelle strutture shell idealizzate si verifica quando

$$N = 2tk(E_f E_c^2)^{1/3} \quad (3.53)$$

Per gusci con materiale principale del core e pelli uguali ( $\rho_s = \rho_f$ ;  $E_s = E_f$ ), con il modulo del core e la densità ancora correlati da equazione  $E_c/E_s = \alpha_2(\rho_c/\rho_s)^2$ , l'indice di peso è:

$$\psi = \frac{W}{2\pi R^2 l \rho_f} = 2 \frac{t}{R} + \frac{\rho_c c}{\rho_s R} \quad (3.54)$$

Quando si deforma in modo elastico, non influenzato da cedimenti o rughe, l'ottimizzazione globale della struttura shell potrebbe essere eseguita analiticamente per ottenere i valori di  $t$  e  $\rho_c$  che minimizzano il peso del guscio per la forza  $N$  prescritta. Questa ottimizzazione elastica implica che il peso del core è il doppio di quello delle pelli, tuttavia è di scarso valore pratico perché cedimenti o raggrinzamenti intervengono invariabilmente dai livelli di indice di carico, in cui si trovano il guscio sandwich è competitivo nel peso.

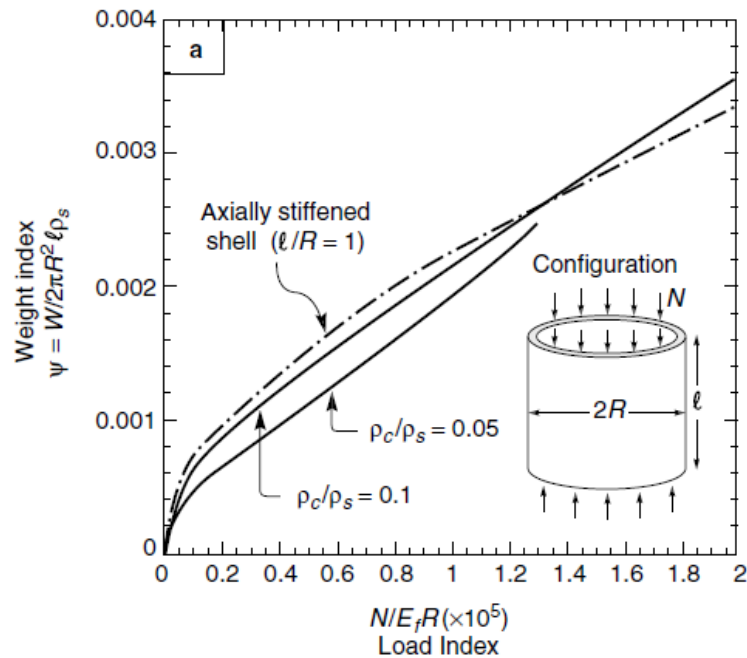
Considerando i gusci con densità del core prescritta  $\rho_c$  progettati per sopportare il carico per lunghezza circonferenziale  $N$ , soggetti a  $\sigma_y^f/E_f < k\alpha_2^{2/3}(\rho_c/\rho_s)^{4/3}$ , lo snervamento del core esclude sempre l'increspatura delle pelli e viceversa, un'ottima progettazione ha lo snervamento delle pelli coincidente con l'instabilità, ciò è ottenuto utilizzando le equazioni precedentemente illustrate.

$$\frac{N}{E_f R} = \frac{2tc}{\sqrt{1 - \nu_f^2 R^2}} \left[ 1 - \frac{\mu}{\sqrt{2}} \right] \quad (3.50)$$

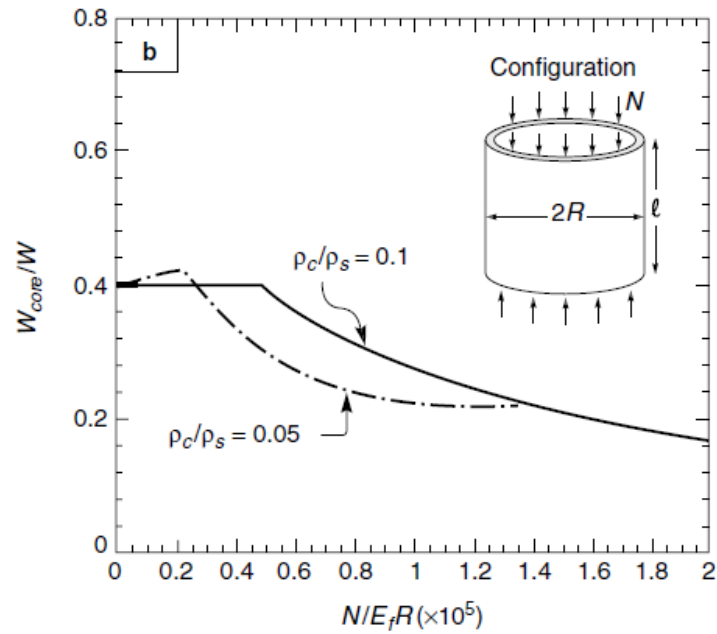
$$\mu = \frac{E_f t}{\sqrt{2(1 - \nu_f^2) G_c R}} \quad (3.51)$$

$$N = 2t\sigma_y^f \quad (3.52)$$

per ottenere  $t$ , e quindi  $c$ ; il peso deriva dall'equazione  $\psi = 2(t/l) + (\rho_c/\rho_f)(c/l)$ , la procedura per la progettazione simultanea contro il corrugamento e le deformazioni segue gli stessi passaggi concettualmente, il risultato dell'ottimizzazione di cui sopra è mostrato nella figura in la forma di grafico dell'indice di peso in funzione dell'indice di carico  $N/E_f R$ , per due valori di densità del core.



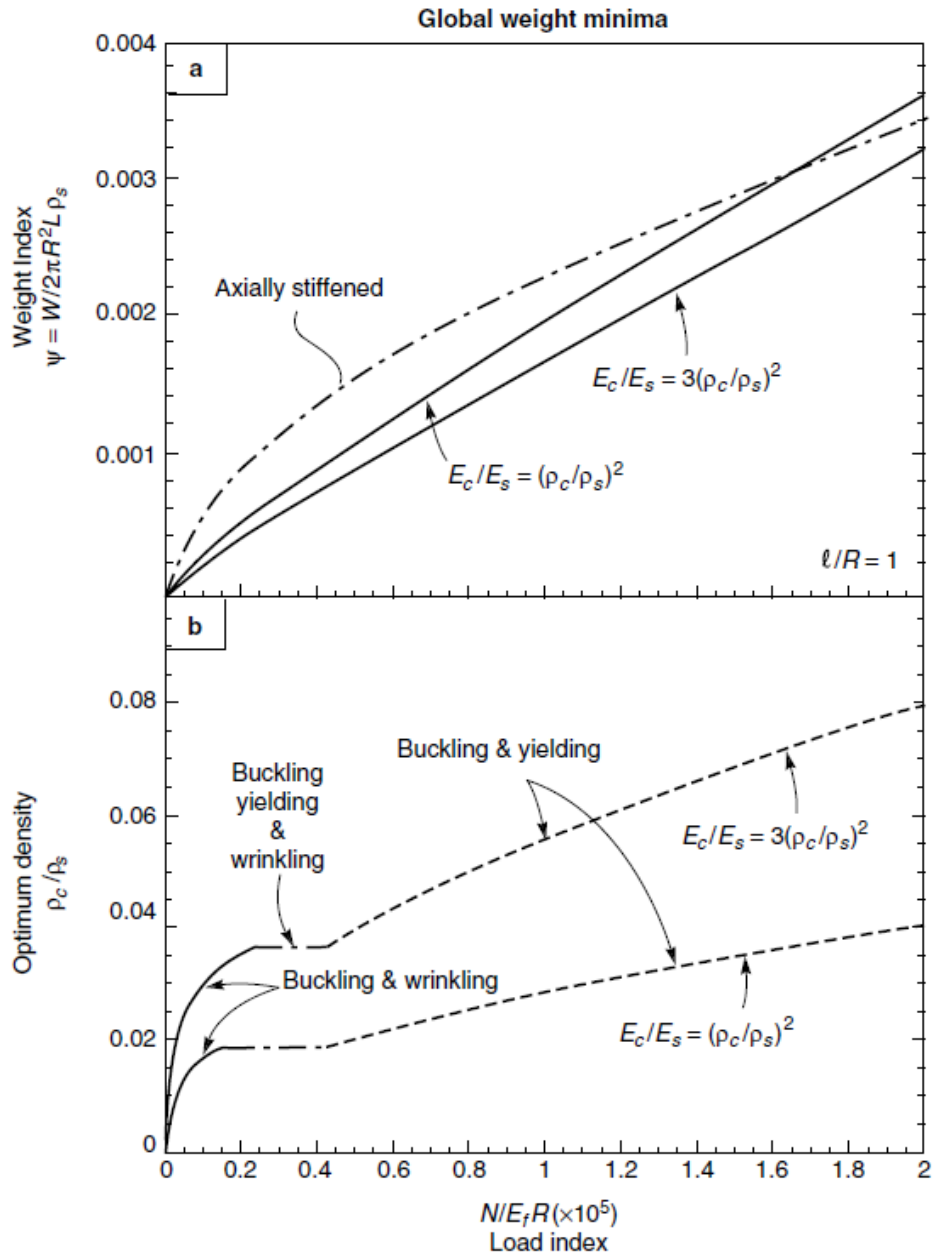
3-12 Grafico indice di carico indice di peso



3-13 Grafico indice di carico rapporto peso Core su peso totale

Questi grafici sono costruiti per un core con rigidità al limite inferiore dell'intervallo trovato per i materiali commerciali  $\alpha_2 = 1$ , si presume che il core rimanga elastico e la resistenza allo snervamento delle pelli sia quella di una lega di alluminio strutturale, l'indice di carico visualizzato è quello per il quale i cilindri sandwich hanno un vantaggio competitivo rispetto alla costruzione più convenzionale con irrigidimenti assiali.

Nella figura successiva è incluso il guscio ottimizzato in termini di peso con irrigidimenti assiali a forma di cappello, quali fibbie tra gli anelli distanziati ad una distanza  $R$  l'uno dall'altro, i risultati del Sandwich sono indipendenti dalla lunghezza del guscio, mentre i risultati dei cilindri irrigiditi dipendono dalla lunghezza del segmento, tipicamente  $R$ , i gusci Sandwich nella figura subiscono deformazioni e contemporaneamente cedono le pelli, tranne nell'intervallo  $(N/E_f R) \leq 4 * 10^{-6}$ , in cui l'instabilità è elastico, notare che il peso relativo del core rispetto al peso totale per questi gusci, è molto diverso da quello previsto dal campo elastico dell'analisi globale, per i gusci nella fascia media dell'indice strutturale, il peso del core rappresenta solo il 25% circa del totale questo esempio afferma che i gusci sandwich con core in schiuma di metallo possono avere un maggiore vantaggio rispetto ai metodi strutturali di irrigidimento, in particolare gli indici strutturali relativamente bassi.



3-14 Indice di carico e di peso (a) e densità ottima (b) guscio irrigidito assialmente

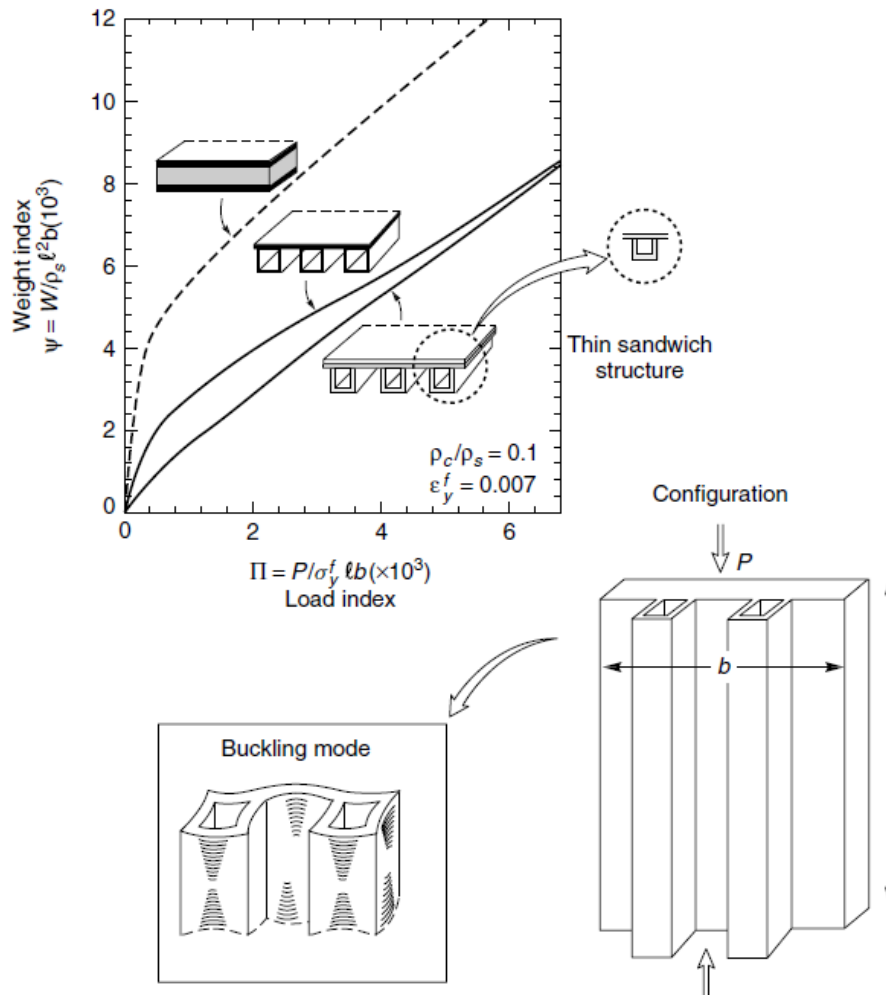
Per approfondire ulteriormente l'argomento dei gusci sandwich, sono stati ottimizzati rispetto alla densità relativa del core  $\rho_c$ , così come  $t$  e  $c$ , consentendo tutte le possibili combinazioni di cedevolezza delle pelli e corrugamento, allo stesso tempo, la conseguenza di utilizzare un core con una rigidità superiore viene affrontato assumendo proprietà paragonabili ai migliori materiali commerciali ( $\alpha_2 = 4$  invece di  $\alpha_2 = 1$ ), i risultati per i gusci sandwich con core in schiuma completamente ottimizzati sono

tracciati in figura con grafici per la densità relativa ottimale del core, sono indicate le modalità di progettazione ottimizzata alla deformazione in relazione alla densità del core, l'increspatura e l'instabilità sono simultanee a valori più bassi di carico, corrugamento rotture e instabilità nella fascia intermedia di carico; e rotture e instabilità nella fascia alta, ancora una volta la progettazione nel campo elastico globale non è rilevante, a scopo illustrativo, il risultato per il progetto in modo ottimale del guscio cilindrico con irrigidimenti a cappello assiali è ripetuto dalla figura, questo confronto illustra la superiorità in termini di peso del sandwich con core in metallo espanso rispetto alla costruzione guscio convenzionale, nonché il potenziale ottenibile utilizzando un materiale core con la migliore rigidità possibile, considerazione importante per la costruzione a pareti sottili a resistenza limitata riguarda l'influenza delle imperfezioni, nella maggior parte dei casi, le imperfezioni si riducono a essere rilevanti nei carichi di punta, a volte in modo considerevole, nelle strutture shell, le imperfezioni causano inflessione fuori piano, che riduce il carico massimo sopportato a causa di due effetti, il primo è la progressione di collasso non lineare e il secondo è provocare un prematuro comportamento plastico, che riduce la rigidità locale della struttura, che si rompe prima, dal momento che esistono sempre queste imperfezioni, progettando si tiene conto della sensibilità alle imperfezioni, generalmente i risultati sperimentali stabiliscono un fattore sicurezza da applicare sui carichi teorici, le linee guida per un tale protocollo sperimentale sono fornite da uno studio sull'interazione tra plasticità e imperfezioni nei gusci sandwich compressi progettati in modo ottimale (Hutchinson e He, 1999), quando viene progettato un guscio perfettamente cilindrico in modo tale che la deformazione e il cedimento delle pelli coincidano, le deformazioni del guscio si verificano quasi sempre prima del cedimento plastico, quindi i coefficienti di instabilità elastica standard sono ancora applicabili ai gusci progettati in modo ottimale, ciò è vero quando la rottura del core nel guscio coincide con l'instabilità.

Altre configurazioni sono riportate nei diagrammi corrispondenti per pannelli con colonne (Budiansky, 1999) sono presentati nelle figure successive, qui sono indicate le modalità di instabilità associate agli inserti, i risultati per pannelli sandwich piatti dal peso minimo con un core di densità,  $\rho_c/\rho_s = 0.1$ , riportati nella prima figura non sono particolarmente promettenti, c'è un piccolo vantaggio in termini di peso, derivante

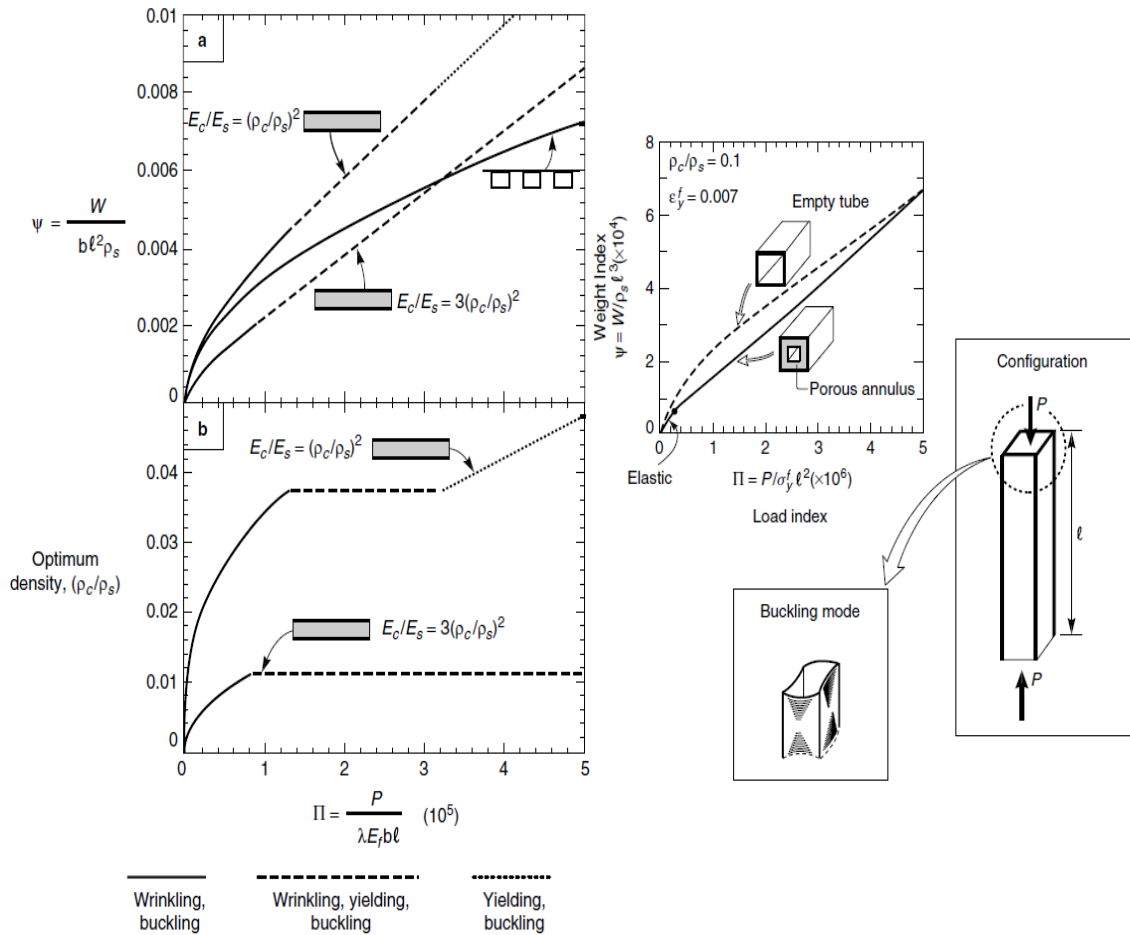


dall'utilizzo di strutture sandwich all'interno delle traverse, così come i pannelli irrigiditi da traverse con piccoli livelli di indice di carico.



3-15 Confronto configurazioni alternative al Sandwich

Un' ulteriore riduzione della densità del core porta risparmio più importante di peso, come illustrato nella figura, in questo caso, anche i pannelli sandwich piatti possono essere di peso inferiori rispetto ai pannelli irrigiditi, soprattutto a livelli inferiori di indice di carico; le modalità di rottura che regolano il peso in funzione dell'indice di carico e i pesi minimi coincidono con l'incombenza simultanea di due o tre modalità di rottura, come nel caso dei gusci cilindrici progettati in modo ottimale; la sfida è nel rendere vantaggioso questo risparmio di peso, e quindi da basse densità relative avere le prestazioni richieste e soddisfare la necessità di una qualità morfologica accettabile



3-16 Confronto prestazioni pannelli con densità Core minima e per tubi sandwich

I risultati per le colonne indicano che i tubi sandwich a parete sottile sono più leggeri dei tubi riempiti di schiuma e di quelli convenzionali, ma sono vantaggiosi quando gli intervalli di carico sono piccoli.

## 4 Implementazione in Matlab

Si è proceduto alla implementazione di fogli di calcolo che impieghino la teoria fin ora trattata, ho impiegato come valori per questi quelli caratteristici del pannello con core stampato in 3D impiegato per la prova a rottura esposta nel capitolo successivo.

### dati geometrici macchina di prova

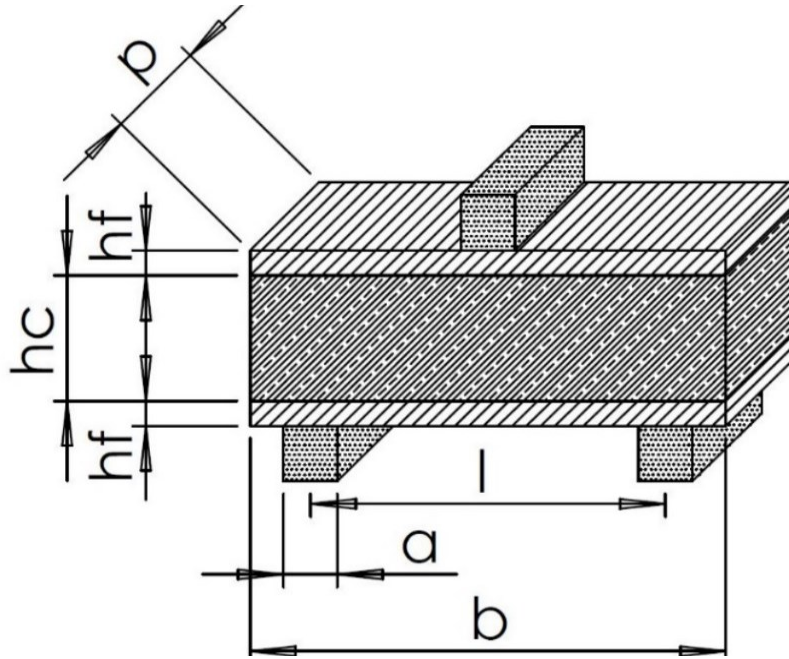
$a = 8[\text{mm}]$	dimensione appoggio punte
$l = 80[\text{mm}]$	distanza appoggi inferiori

### dati geometrici pannello

$hc \text{ min} = 8[\text{mm}]$	altezza core minimo
$hc \text{ max} = 32[\text{mm}]$	altezza core massimo
$hf \text{ min} = 0.4[\text{mm}]$	altezza delle pelli minimo
$hf \text{ max} = 6.4[\text{mm}]$	altezza delle pelli massimo
$r \text{ min} = 0.05$	rapporto altezza pelli core minimo
$r \text{ max} = 0.2$	rapporto altezza pelli core massimo
$b = 100[\text{mm}]$	larghezza dell' elemento sandwich
$p = 16[\text{mm}]$	profondità elemento sandwich

### dati fisici pannello

$\rho_f = 1.55[\text{g/cm}^3]$	densità delle pelli
$E_f = 50[\text{GPa}]$	modulo elasticità pelli
$\sigma_f = 263[\text{MPa}]$	tensione limite pelli
$\tau_c = 1.7283[\text{MPa}]$	tensione taglio limite pelli
$\rho_c = 0.4352[\text{g/cm}^3]$	densità core
$E_c = 0.690[\text{GPa}]$	modulo elasticità core
$G_c = 0.2828[\text{GPa}]$	modulo Elasticità tangenziale core
$\sigma_c = 7[\text{MPa}]$	tensione limite core
$\nu = 0.22$	coefficiente di poisson core



4-1 Convenzione dei parametri assunta nel modello Matlab

Dx	$D_x = \frac{E_x l}{b} = \frac{E_x^c h_c^3}{12} + E_x^f \left( \frac{h_f^3}{6} + \frac{h_f d^2}{2} \right)$	(1.4)
Deflessione		
Deflection	$F_{def} = \delta_{max} / \left( \frac{l^3}{48(EI)_{eq}} + \frac{l}{4(AG)_{eq}} \right)$	(2.1b)
Rottura delle pelli		
Face Yield	$F_{fy} = \frac{4bt(c+t)}{l} \sigma_y^f + \frac{bc^2}{l} \sigma_y^c$	(2.7b)
Indentazione		
Indentation	$F_I = (2\lambda + a)b\sigma_y^c$	(2.12)
Sfondamento del Core		
Core Shear A	$F_A = \frac{2bt^2}{l} \sigma_y^f + 2bc\tau_y^c \left( 1 + \frac{2H}{l} \right)$	(2.14)
Sfondamento del Core		
Core Shear B	$F_B = \frac{4bt^2}{l} \sigma_y^f + 2bc\tau_y^c$	(2.15)

MATLAB

Dx	$D_x = \frac{E_x l}{p} = \frac{E_x^c h_c^3}{12} + E_x^f \left( \frac{h_f^3}{6} + \frac{h_f d^2}{2} \right)$	(1.4)
Deflessione		
Deflection	$F_{def} = \delta_{max} / \left( \frac{l^3}{48(EI)_{eq}} + \frac{l}{4(AG)_{eq}} \right)$	(2.1b)
Rottura delle pelli		
Face Yield	$F_{fy} = \frac{4 * b * hf(hf + hc)}{l} \sigma_y^f + \frac{b * hc^2}{l} \sigma_y^c$	(2.7b)
Indentazione		
Indentation	$F_I = (2\lambda + a)b\sigma_y^c$	(2.12)
Sfondamento del Core		
Core Shear A	$F_{csA} = \frac{2b * hf^2}{l} \sigma_y^f + 2b * hc * \tau_y^c \left( 1 + \frac{2H}{l} \right)$	(2.14)
Sfondamento del Core		
Core Shear B	$F_{csB} = \frac{4b * hf^2}{l} \sigma_y^f + 2b * hc * \tau_y^c$	(2.15)

## 4.1 Mappa di Collasso

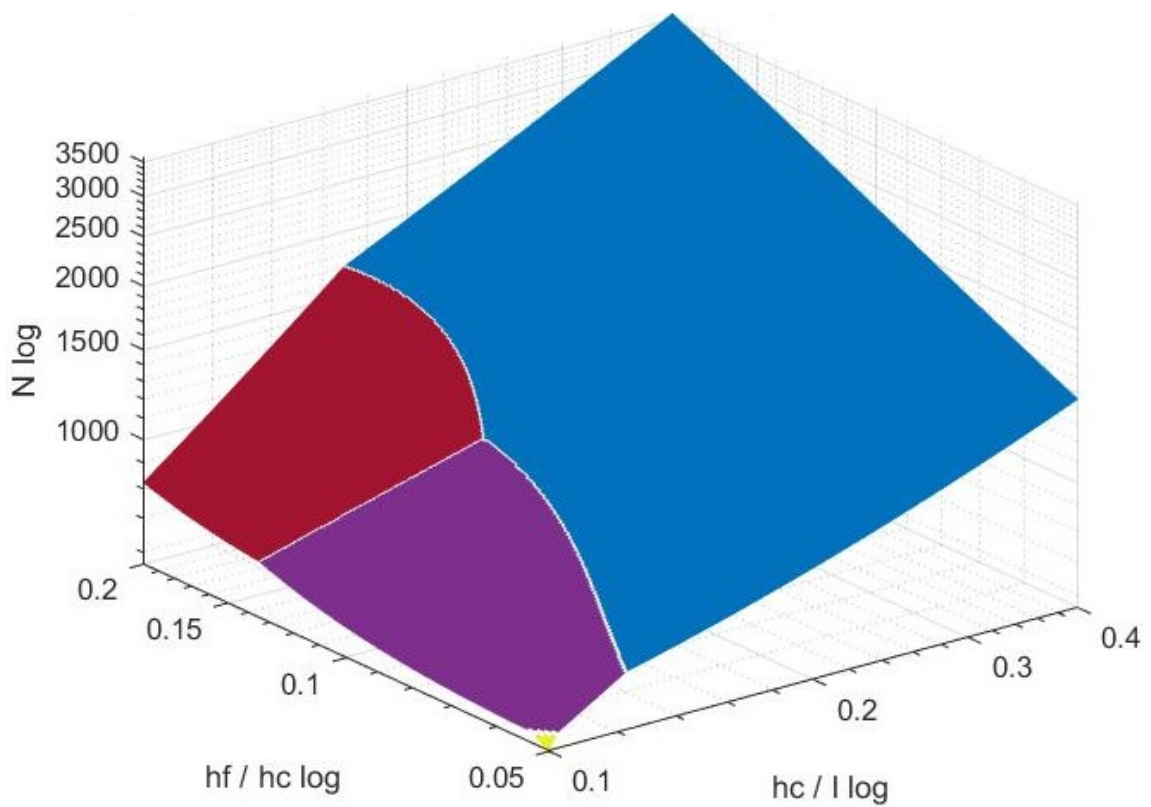
Si è andato a implementare un foglio di calcolo con il software, questo determina per ogni coppia di valori  $hf$  e  $hc$  il valore critico di forza per ogni tipo di rottura, quindi si assume come critica per il pannello la minore di queste.

Assi della mappa

$$X = \frac{c}{l} = \frac{hc}{t}$$

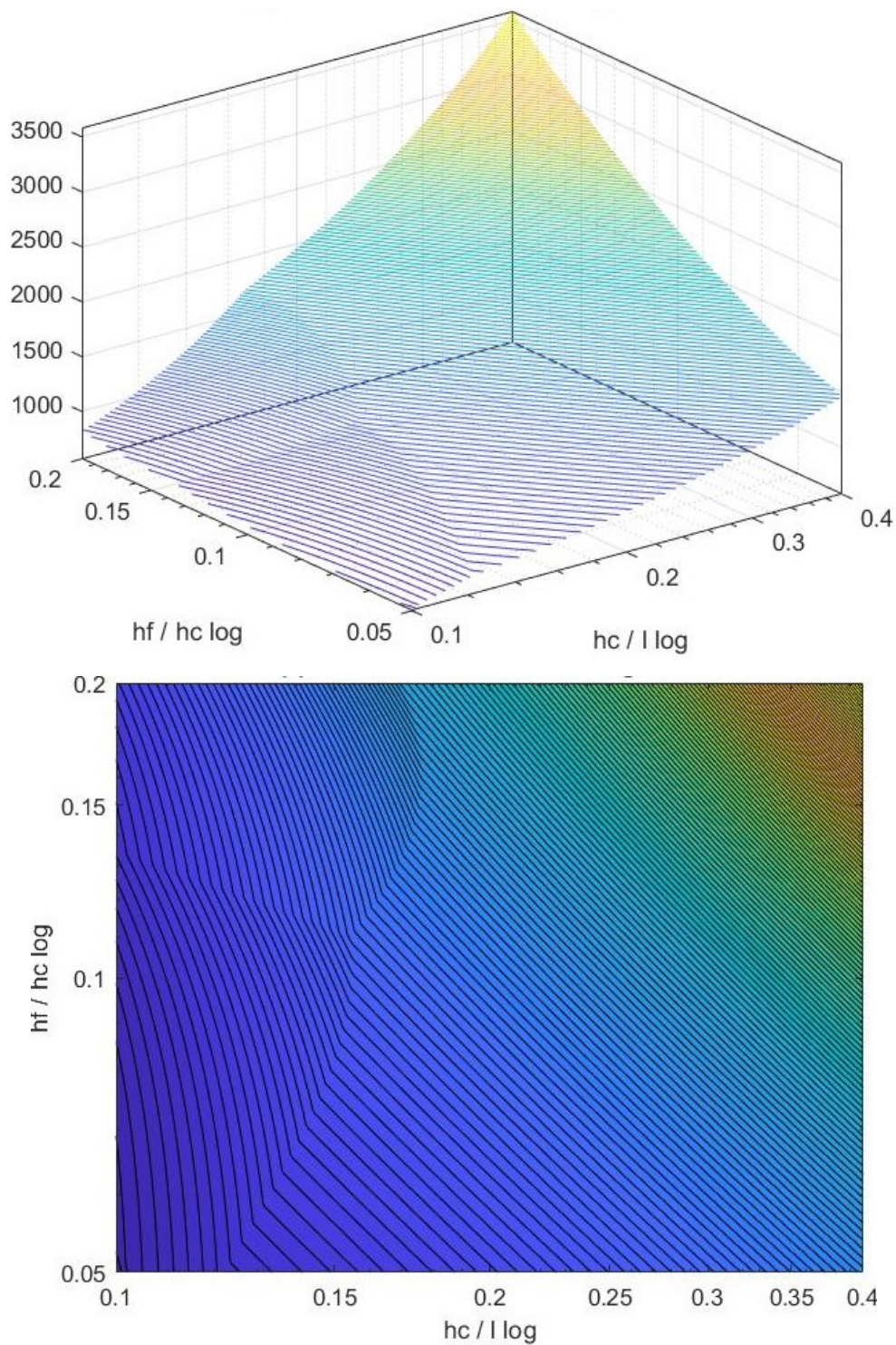
$$Y = \frac{t}{c} = \frac{hf}{hc}$$

$$Z = F_{cr}$$



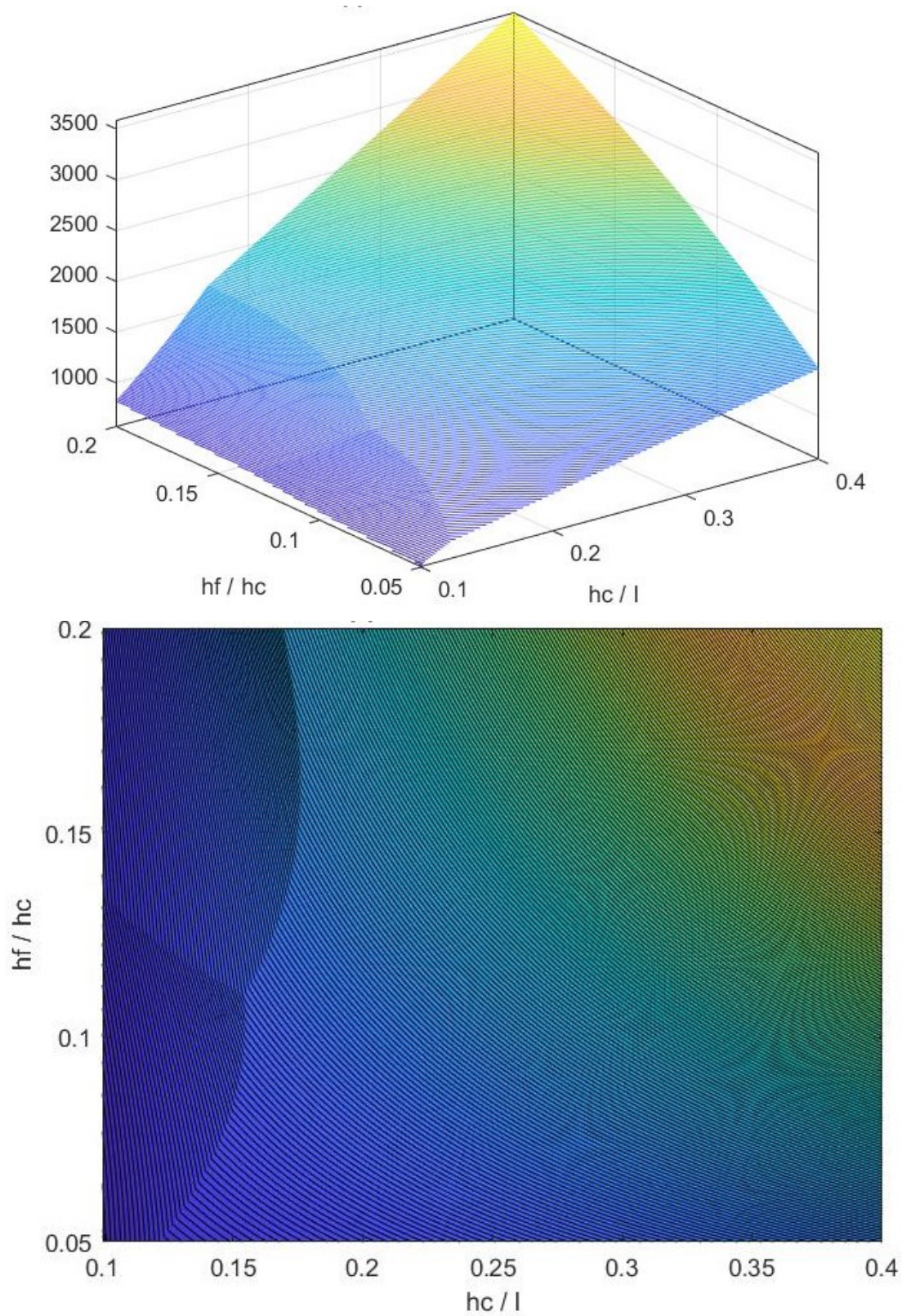
4-2 Mappa tridimensionale di collasso divisa per zone





4-3 Mappa di collasso con linee isosforzo in 3 e 2 dimensioni con assi logaritmici

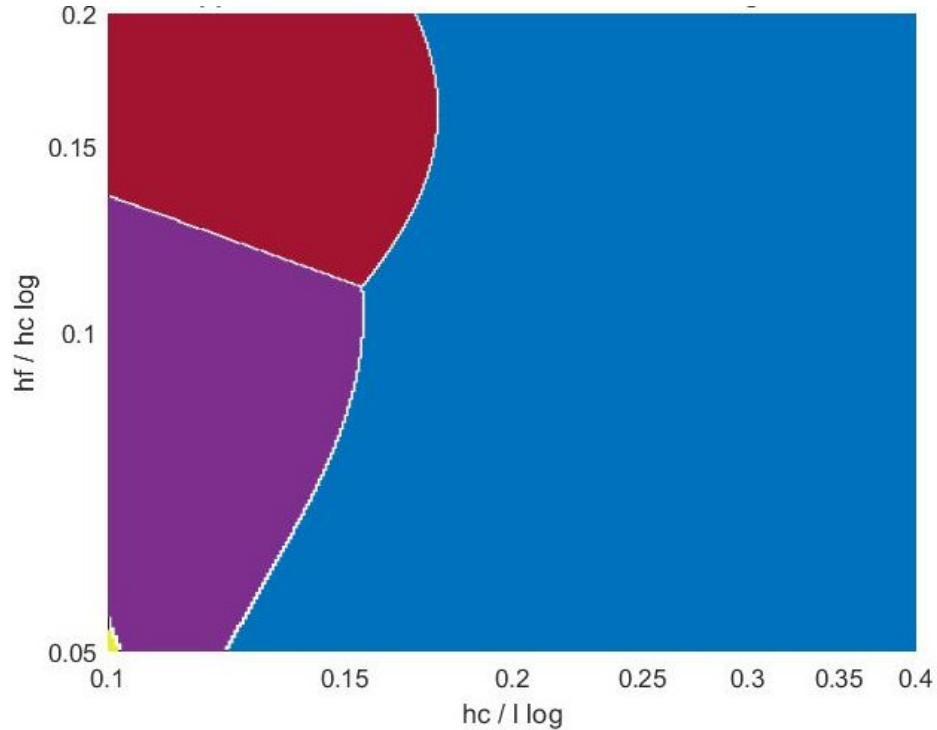
Le mappe di collasso ottenute in esempio confermano la similitudine di comportamento delle strutture sandwich con core stampato 3d e quelle con core in convenzionale, sia l'andamento delle isosforzo che la predominanza dei fenomeni è comune.



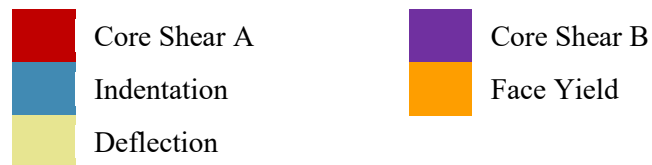
4.4 Mappa di collasso con linee isosforzo in 2 e 3 dimensioni

Si osserva infatti tale suddivisione dei fenomeni:

L' indentazione delle pelli per travi corte,  $hc/l$  alti il collasso del core per travi lunghe,  $hc/l$  bassi, in modalità A per pannelli spessi,  $hf/hc$  alti e nella modalità B per pannelli più sottili.



4-5 Mappa di collasso in 2 dimensioni con assi logaritmici codificata per colori



## 4.2 Interrogatore puntuale

Per un interrogazione puntuale della mappa è stato elaborato un programma, questo restituisce i valori critici dei fenomeni di collasso, quindi associati ai valori del pannello ottengo un risultato testuale come quello riportato.

```
"Ffaceyield"    "5679.4844"
"FIndentation"  "1290.4422"
"FcoreA"        "1540.7371"
"FcoreB"        "1516.6296"
"Fdeflection"    "5561.6436"
```

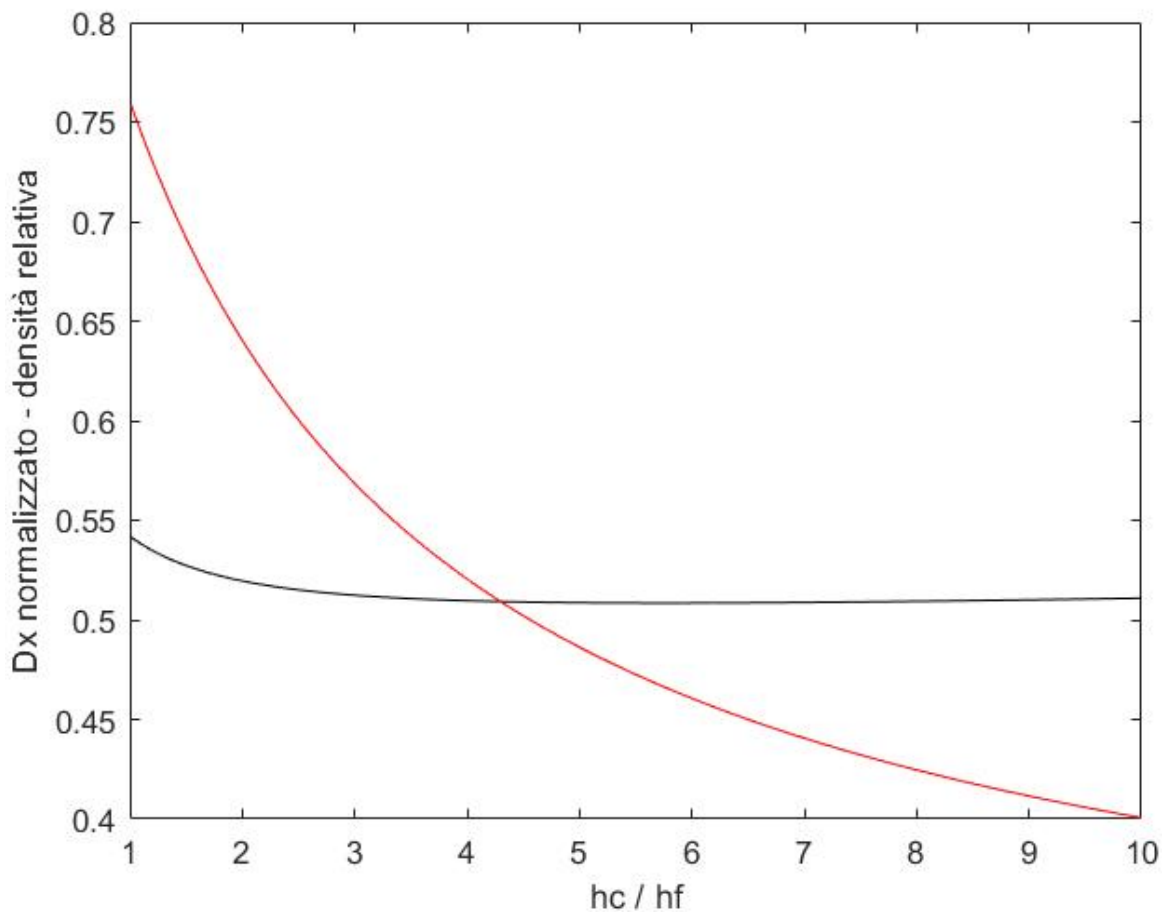


### 4.3 Ottimo hc per hf

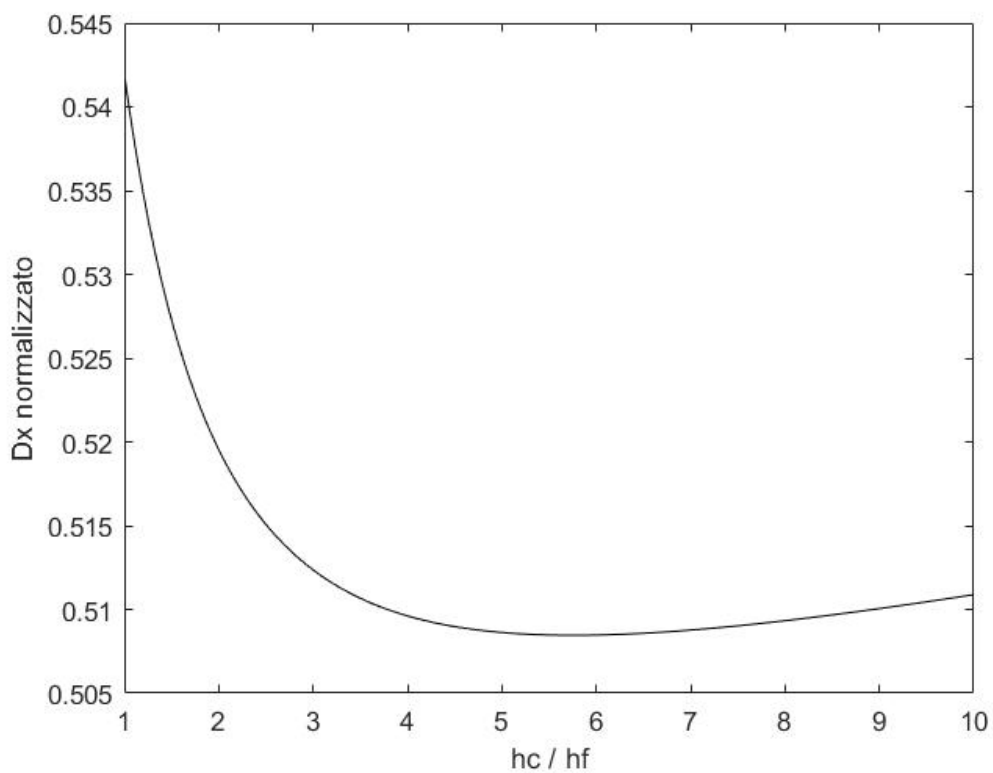
In questo foglio si sono andati a implementare i calcoli di ottimo rapporto prestazioni peso esposto nel capitolo 1.1 dell'elaborato, dove le prestazioni considerate sono la rigidità flessionale del pannello e la densità è quella relativa tra il pannello e le pelli dello stesso; il contributo alla rigidità dei momenti di inerzia baricentrici delle pelli e del core sono considerati significativi se superiori al punto percentuale, nel caso in analisi il contributo è rilevante sino al rapporto  $hc/hf$  pari a 3,69.

$$D_x \text{ normalizzato} = D_x / E_x^f h_f d^2 \quad (1.5)$$

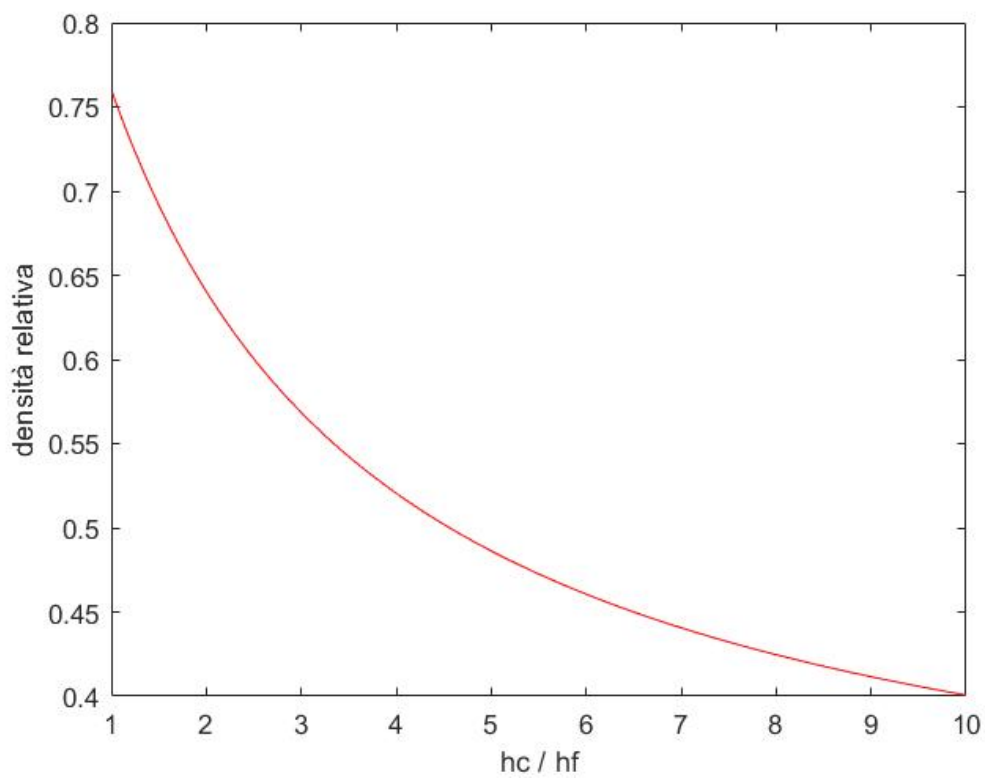
$$\rho_{\text{normalizzato}} = \rho^* / \rho_f = \left( 2 \frac{h_f}{h} \rho_f + \frac{h_c}{h} \rho_c \right) / \rho_f \quad (1.7)$$



4-6 Rapporto hc/hf - densità e rigidità normalizzata



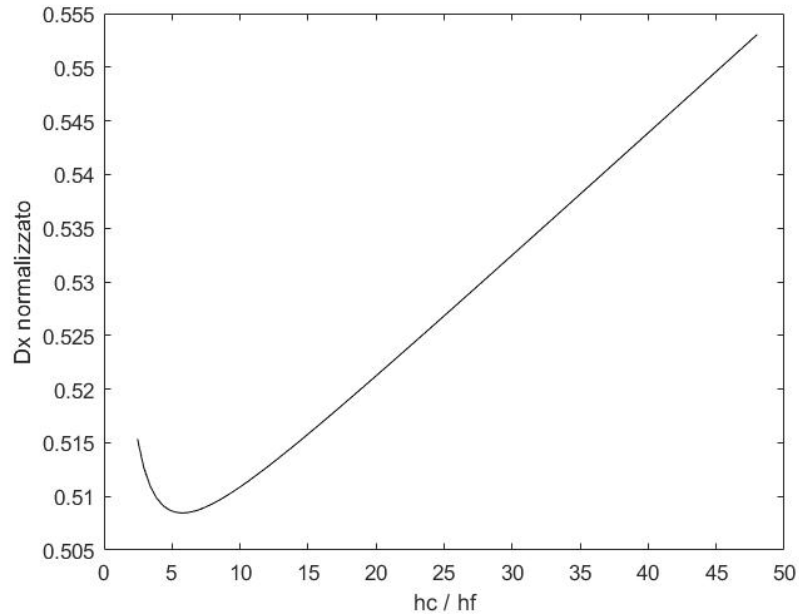
4-7 Rapporto hc/hf - rigidezza normalizzata



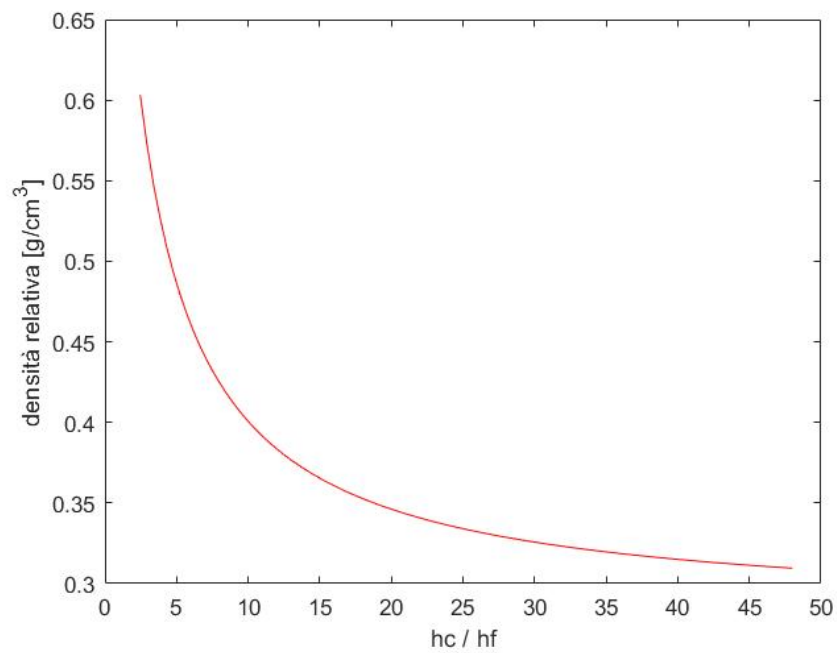
4-8 Rapporto hc/hf - densità normalizzata

#### 4.4 Ottimo $hc/hf$ per $h$ fissa

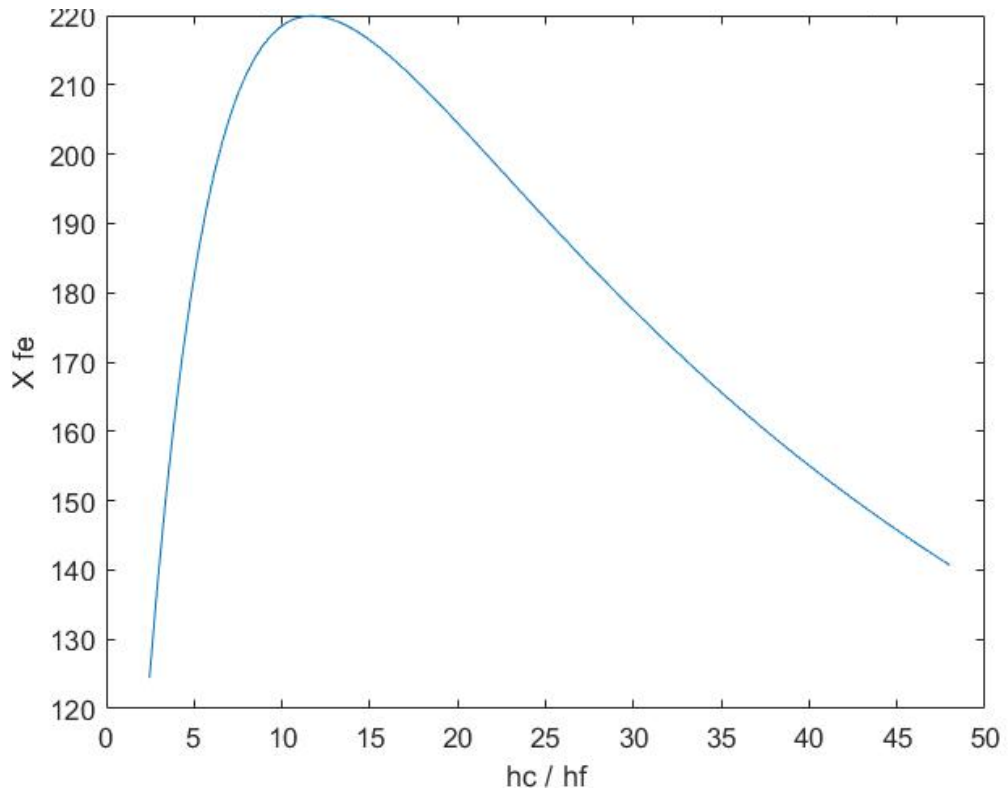
In questo foglio si va a considerare sempre la prestazione rigidezza flessionale e la densità relativa, considerando variabile il rapporto  $hc$  su  $hf$  e fissa l' altezza del pannello; in ulteriore analisi si considerano il rapporto tra le rigidezze del pannello e una lamina della stessa massa in acciaio,  $X_{fe}$ .



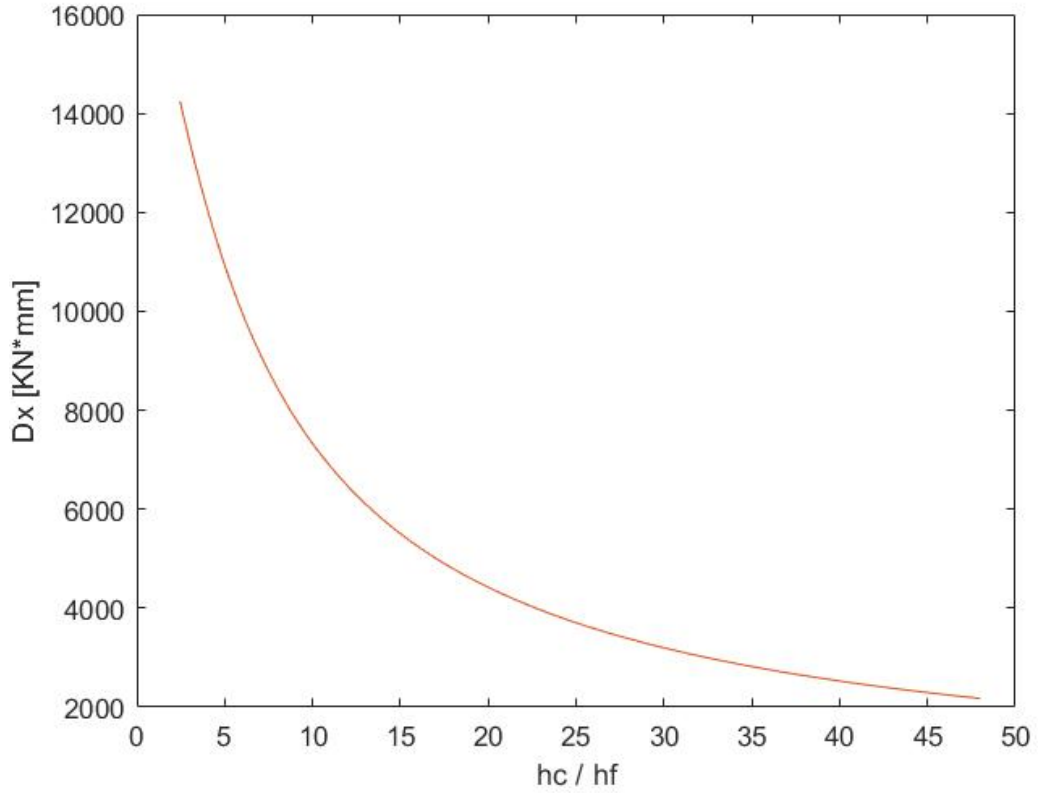
4-9 h fisso, rapporto  $hc/hf$  - rigidezza normalizzata



4-10 h fisso, rapporto  $hc/hf$  - densità normalizzata



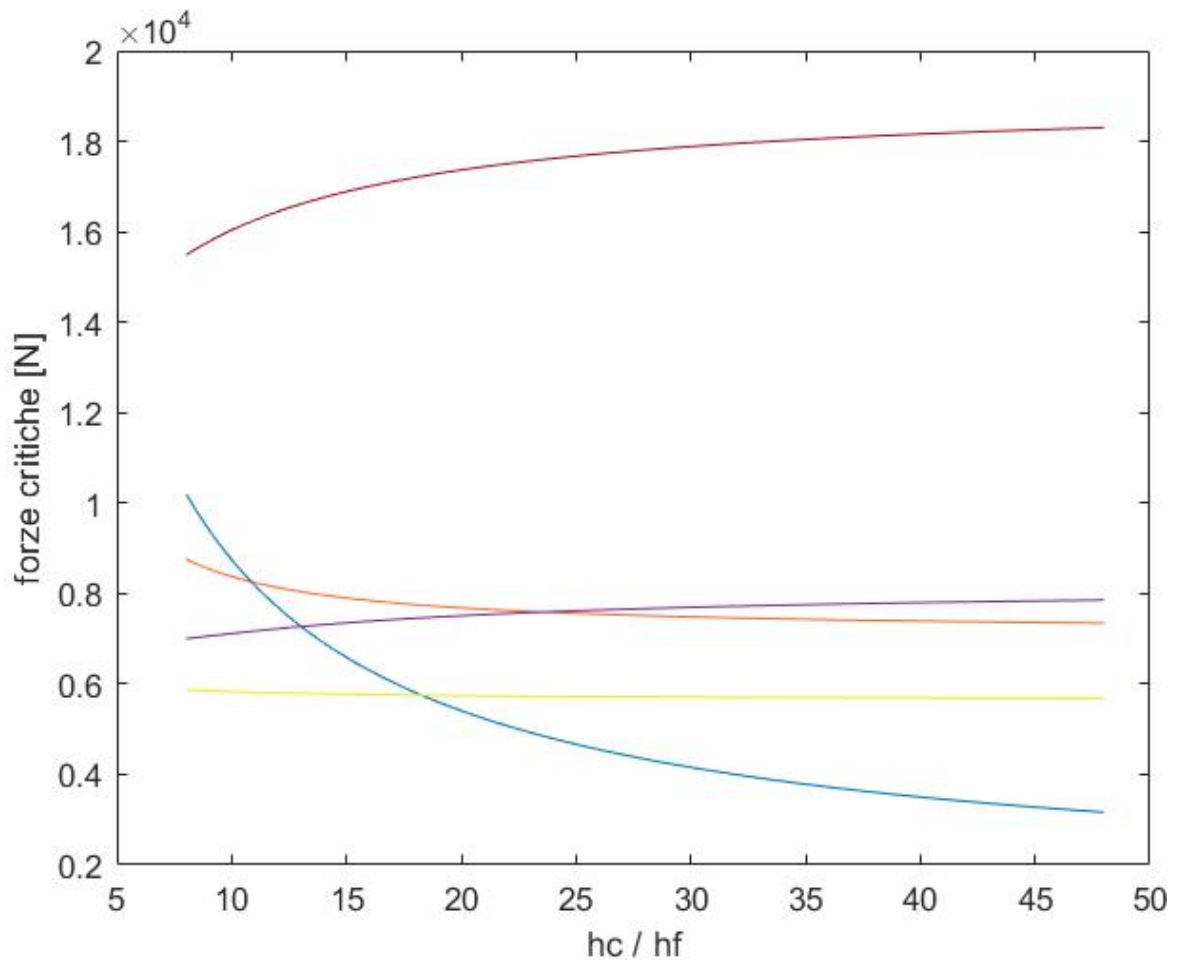
4-11 h fisso, rapporto hc/hf – rapporto Xfe



4-12 h fisso, rapporto hc/hf - rigidità Dx

#### 4.5 Rotture Pannello di altezza fissa

In questo foglio si calcolano le forze critiche per i vari tipi di rottura, per pannelli di altezza complessiva fissa e rapporti  $h_c$  su  $h_f$  variabili.

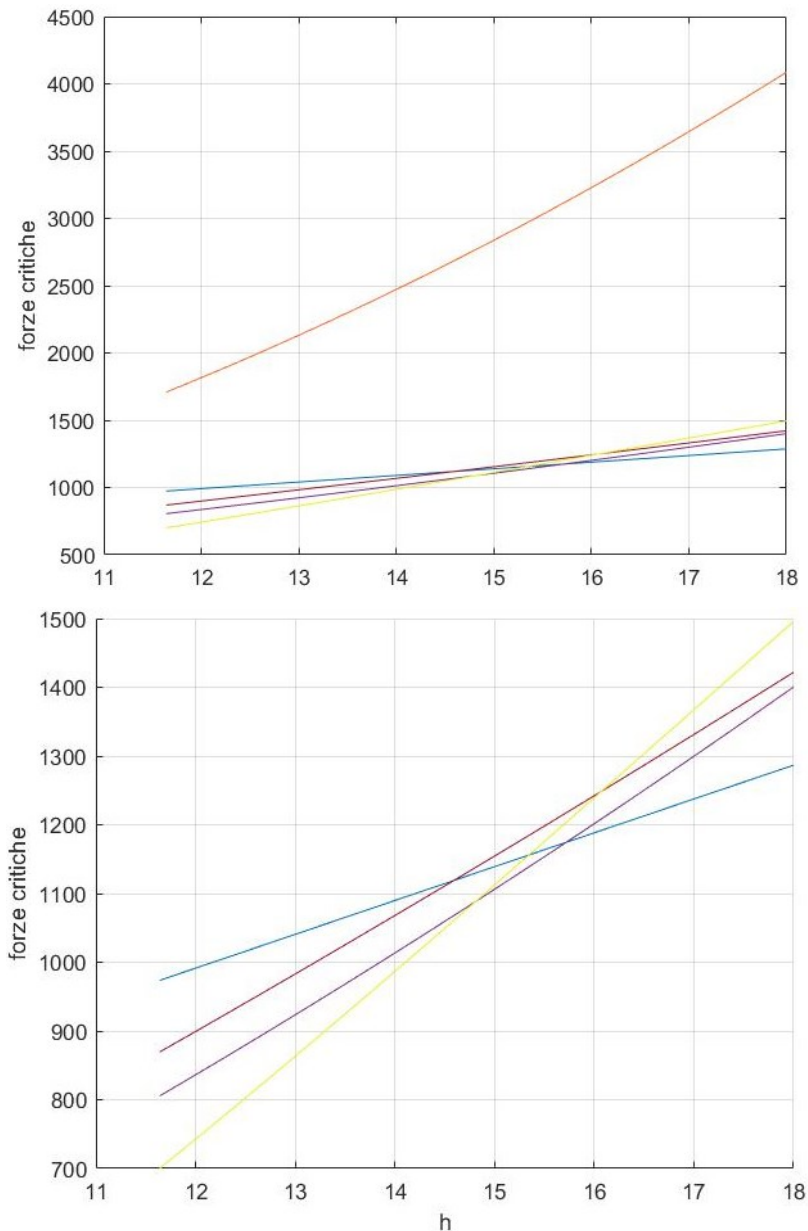


4-13 h fisso, rapporto  $h_c/h_f$  – forze critiche



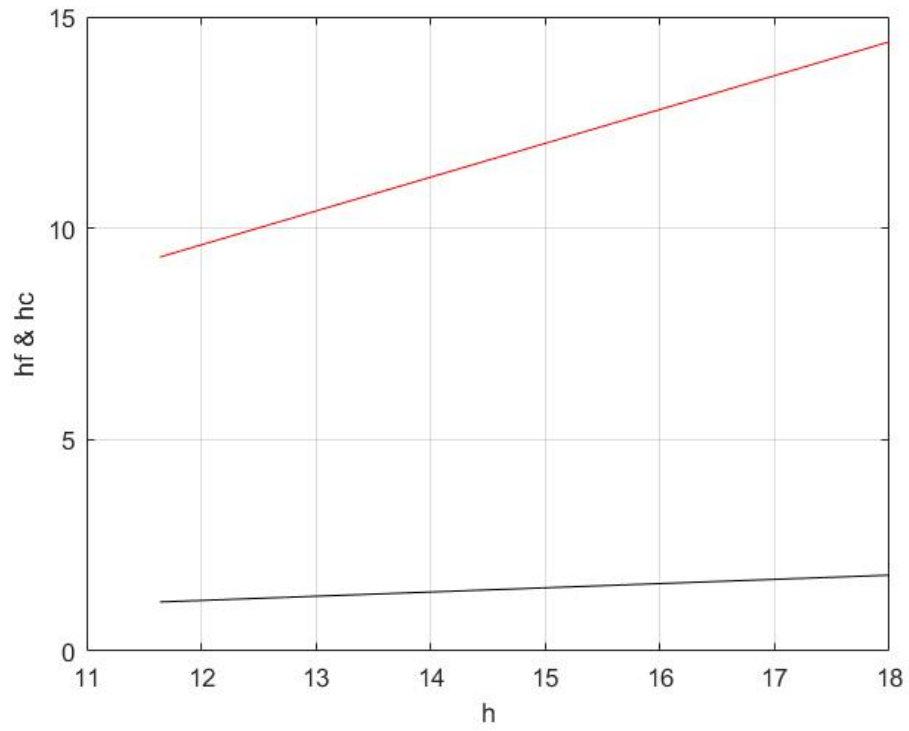
## 4.6 Pannelli ottimali per forze fisse

In questo foglio si vanno a calcolare i rapporti massimi  $hc/hf$  in un intervallo di spessori considerati, tali per i quali non si verifichino rotture, oltre questi sono considerate le densità e il peso per unità di superficie dei pannelli, così da offrire una varietà di soluzioni possibili partendo da uno spessore massimo e un carico noto.

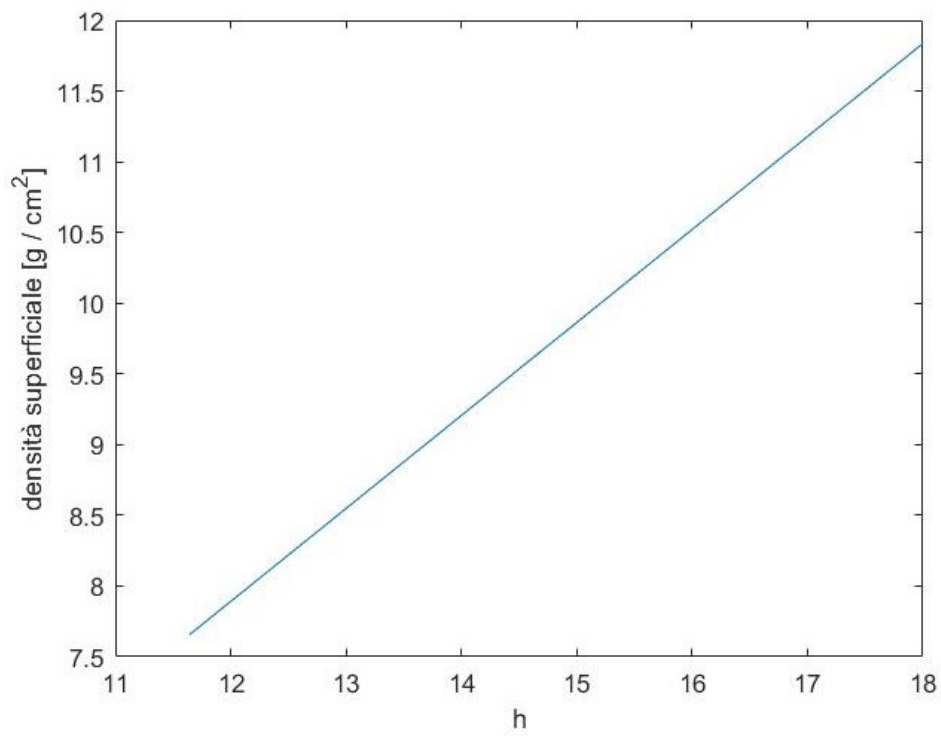


4-14 h – forze critiche, focus sulla zona di intersezione dei fenomeni





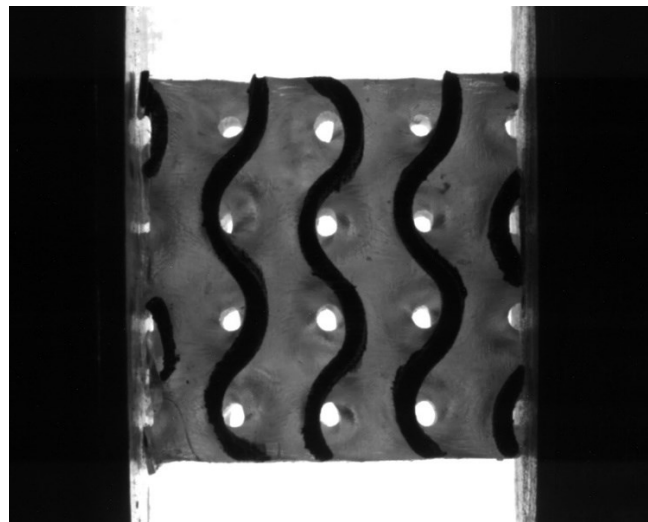
4-15 h – hc & hf



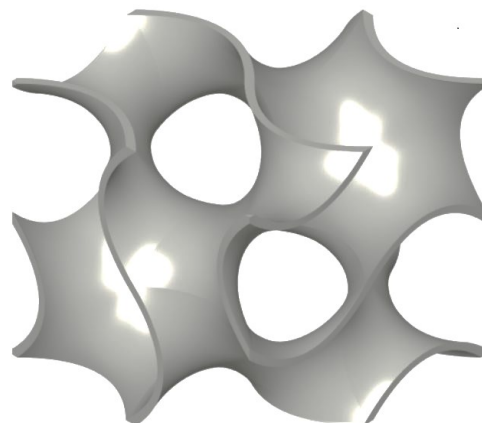
4-16 h – densità superficiale

## 5 Caratterizzazione del Pannello e verifica a rottura

Si procede ora alla caratterizzazione del core stampato in resina con geometria gyroid, e al raffronto del modello con quanto realmente verificato. Tramite l'impiego del app Matlab DIC2dUnivpm ho analizzato 3 prove di rottura del core, due di compressione e una di taglio, il provino cubico ha dimensione caratteristica di 16 mm, la resina ha densità  $1.15 \text{ g/cm}^3$  e il cubo è pieno al 38%, la geometria gyroid ha dimensione caratteristica di 4mm, ed è quindi ripetuta nella dimensione minore per 4 volte, si assume quindi il core perfettamente elastico isotropo e omogeneo all'interno del pannello e del provino in seguito.



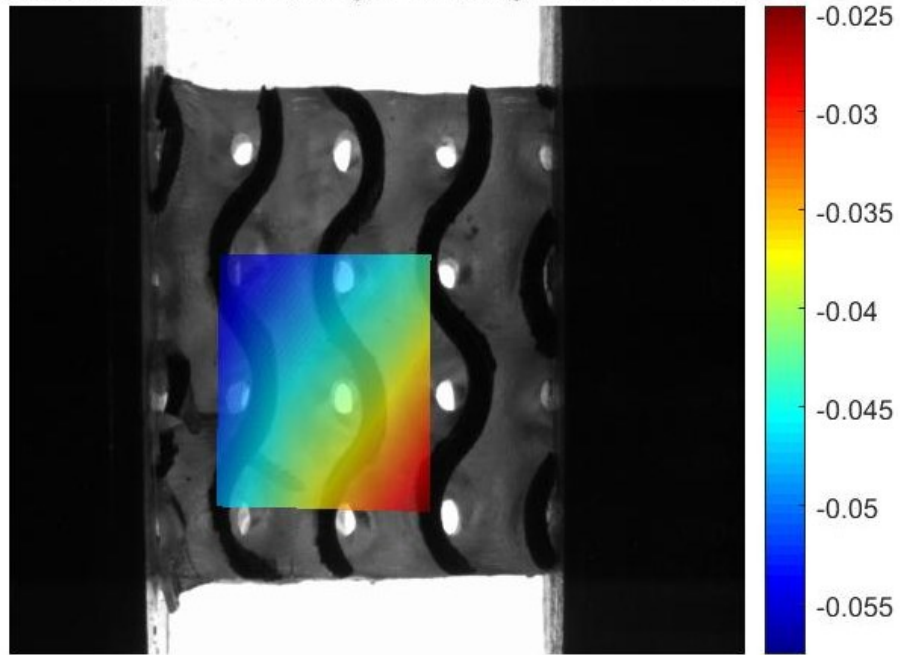
5-1 Core stampato 3d



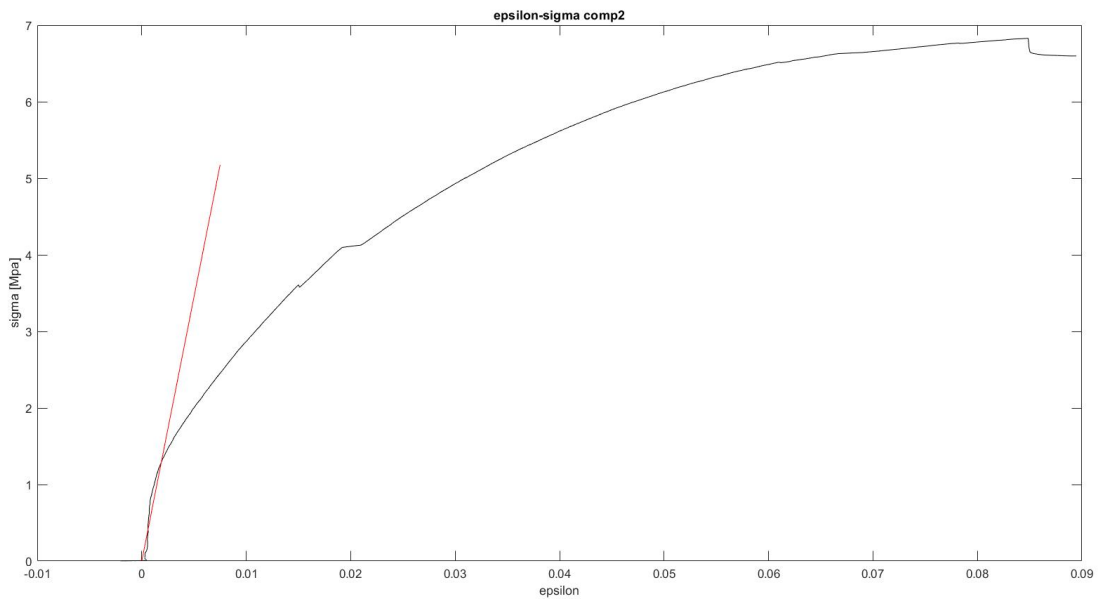
5-2 Geometria Gyroid



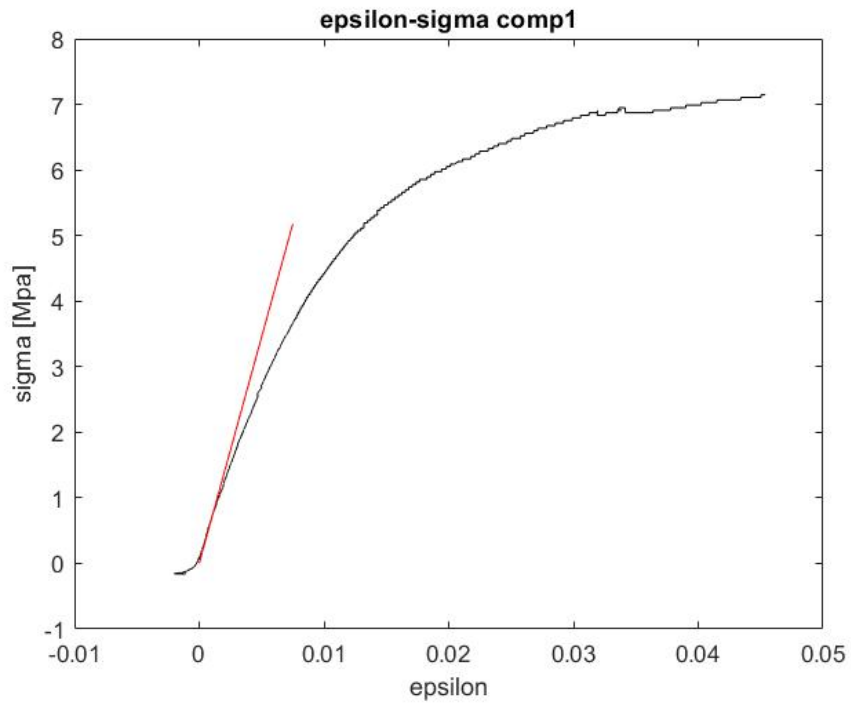
axial x strain, set#400, image# 400, avg value:-4.340e-02



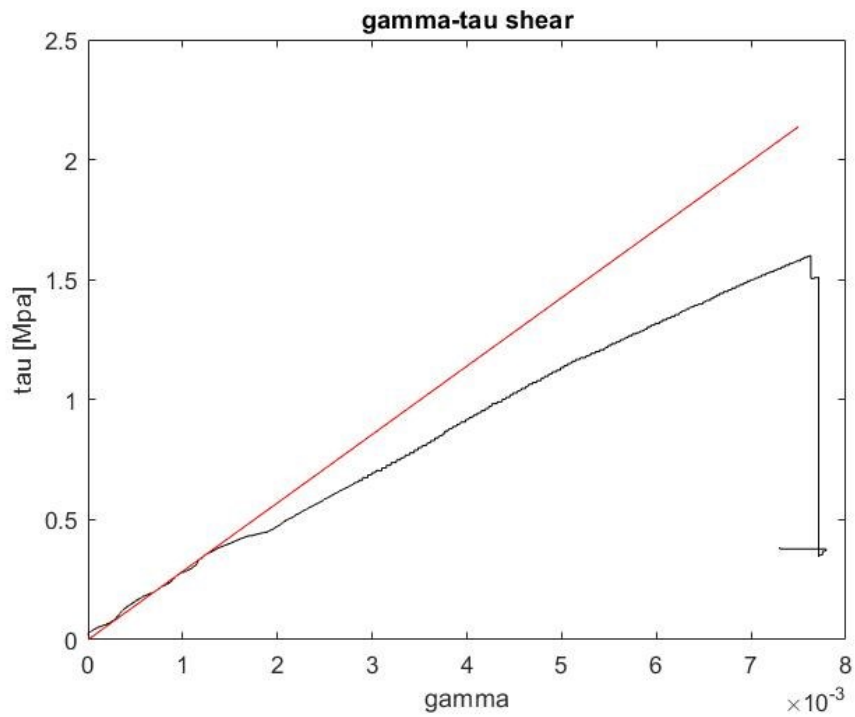
5-3 Analisi DIC2d



5-4 grafico sigma-epsilon I prova



5-5 grafico sigma-epsilon II prova



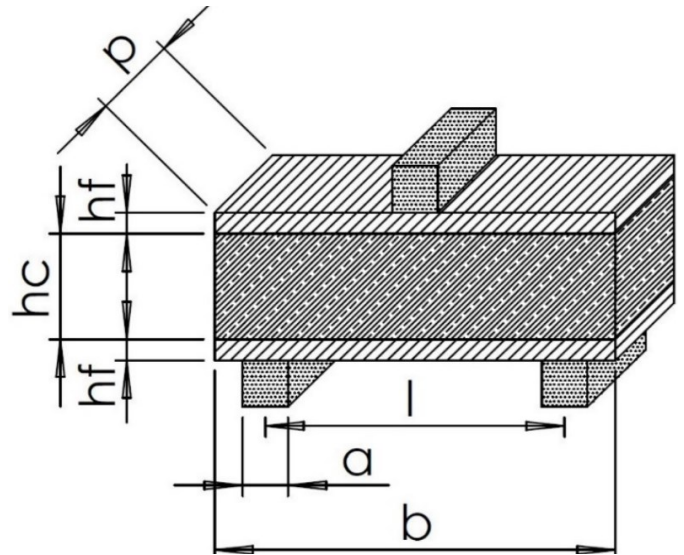
5-6 grafico tau-gamma III prova

I risultati sono quindi :  $E=690 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_y^c = 7 \text{ MPa}$ ;  $\nu=0.22$

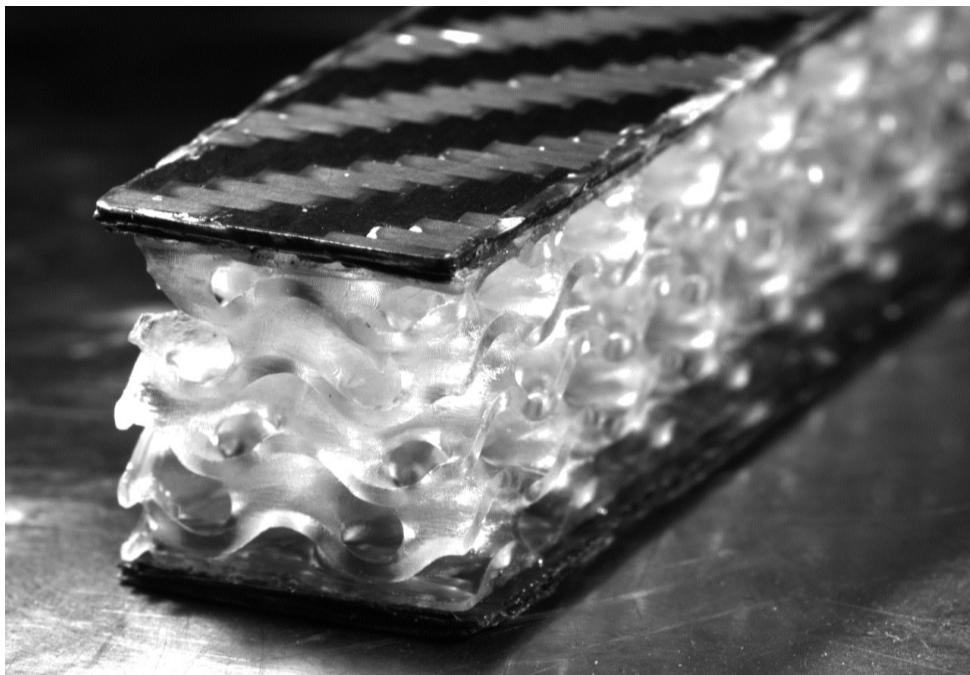
## 5.1 Prova a rottura

Il pannello sottoposto a verifica è composto da due pelli di composito e un core stampato in 3d; le pelli sono composte da 3 strati di preimpregnato T700 twill 4x4, il core è stampato in resina epossidica con geometria gyroid pieno al 38% e dimensione caratteristica 4mm.

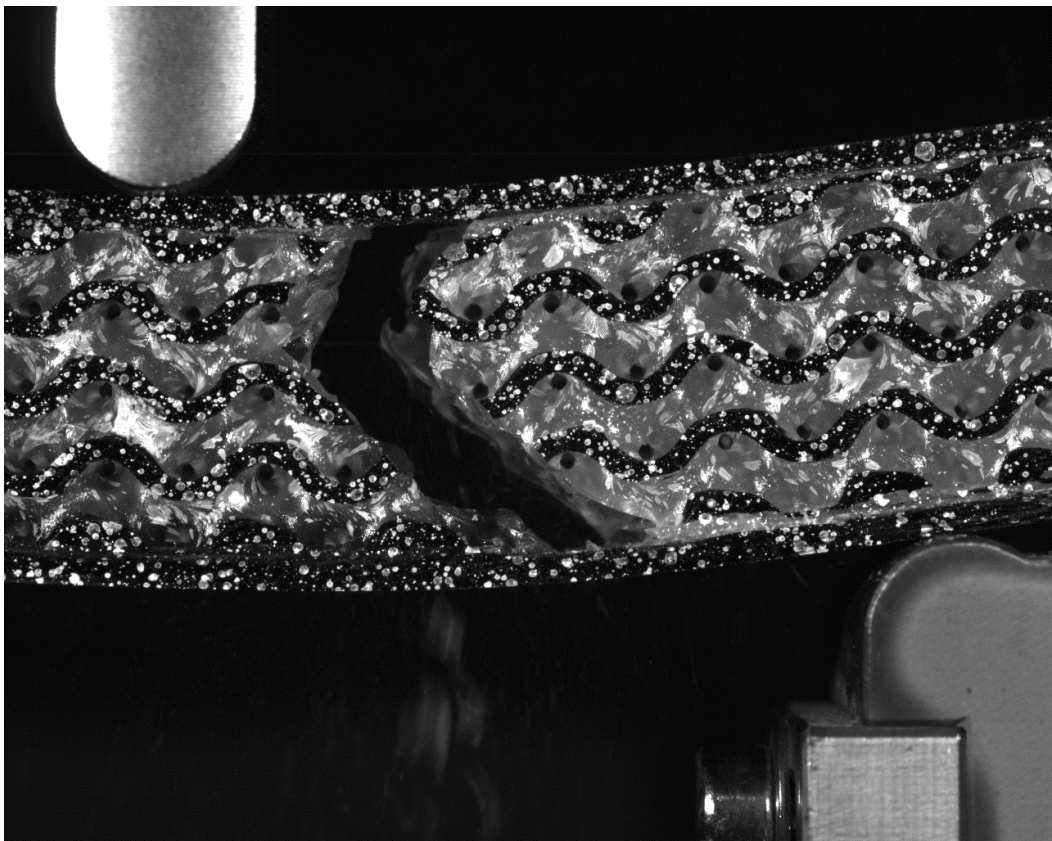
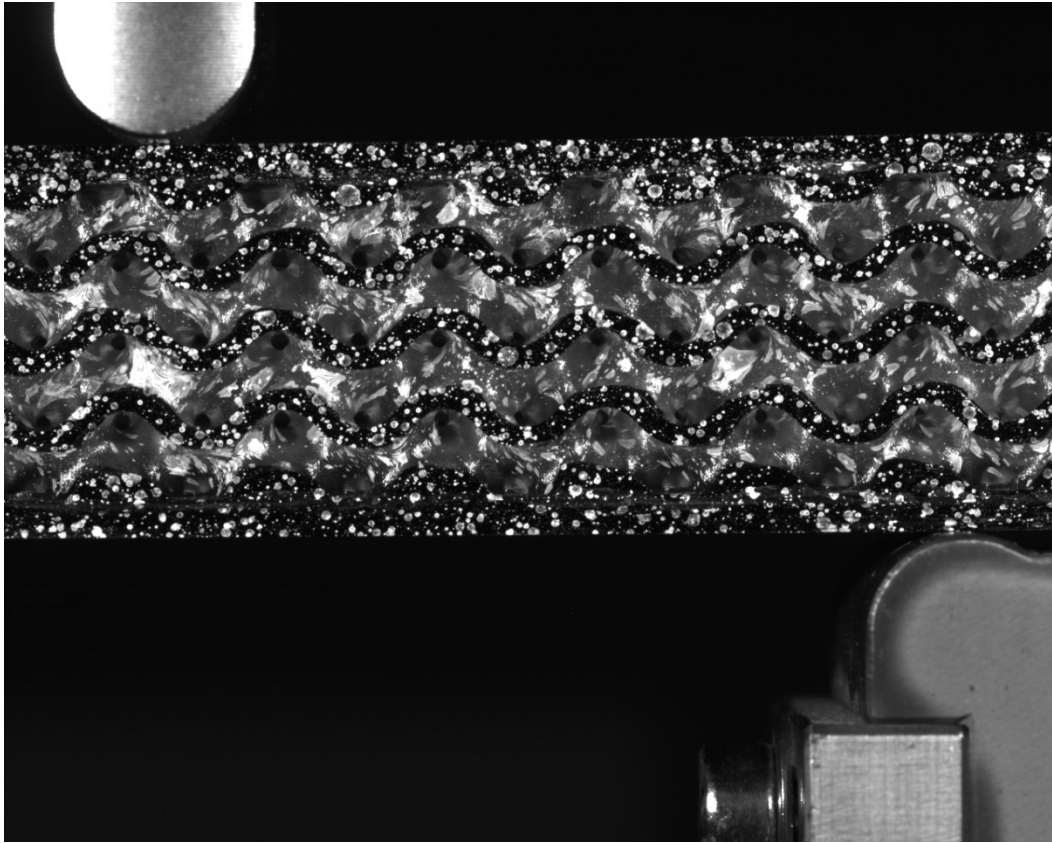
$a = 8\text{mm}$	$l = 80\text{mm}$
$b = 100\text{mm}$	$p = 16\text{mm}$
$h_c = 16\text{mm}$	$h_f = 1.5$
$\rho_c = 0.435\text{ g/cm}^3$	$\rho_f = 1.55\text{ g/cm}^3$
$E_c = 690\text{ MPa}$	$E_f = 50\text{ GPa}$
$\sigma_y^c = 7\text{ MPa}$	$\sigma_y^f = 263\text{ MPa}$
$\nu = 0.22$	



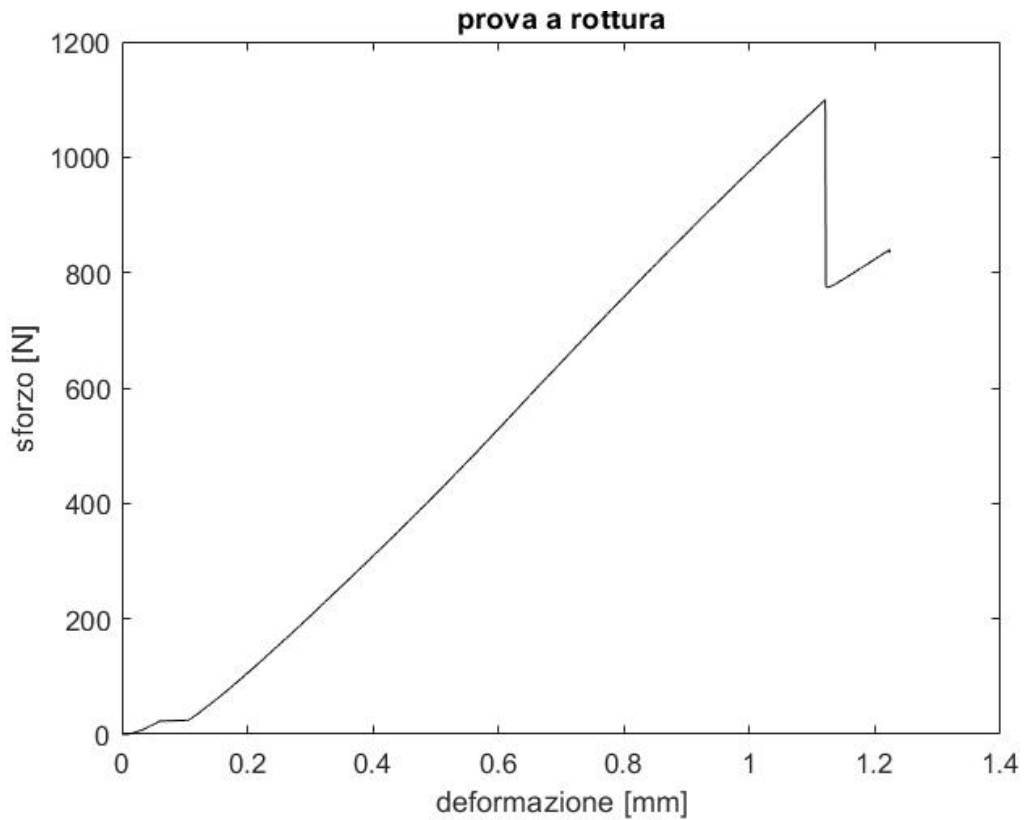
5-7 Convenzione dei parametri del pannello



5-8 Pannello Analizzato



5-9 Pannello all'inizio e alla fine della prova



5-10 Grafico sforzo-deformazione della prova effettuata

La prova effettuata porta a rottura il pannello analizzato con una forza di 1100 N.

Il programma restituisce come valori critici :

$F_{faceyield} = 5679.4844 \text{ N}$

$F_{Indentation} = 1290.4422 \text{ N}$

$F_{coreA} = 1540.7371 \text{ N}$

$F_{coreB} = 1516.6296 \text{ N}$

$F_{deflection} = 5561.6436 \text{ N}$

Il modello risulta attinente alla realtà sia per entità della forza che per tipo di rottura



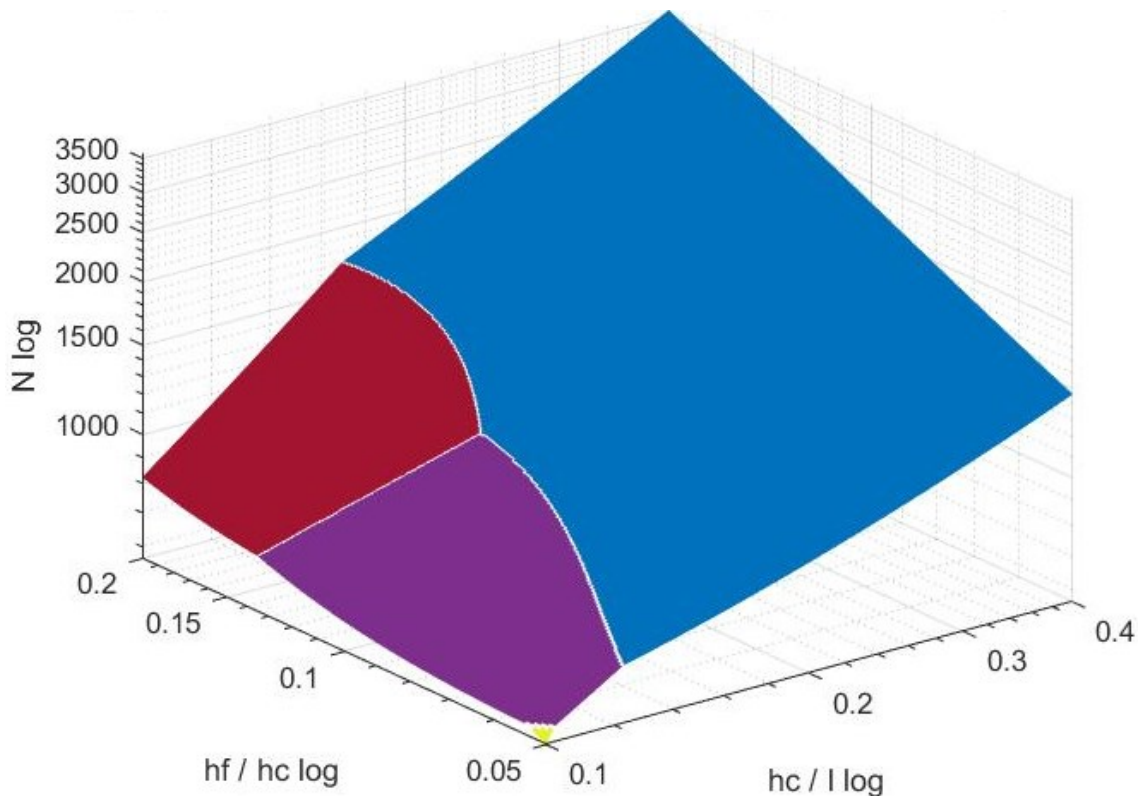
5-11 Setup della prova effettuata

## 5.2 Considerazioni finali

Il modello sviluppato sulle teorie di Ashby e Carlsson risulta valido per geometrie porose tridimensionali, per un corretto impiego va considerata l'interazione dei fenomeni critici, e quindi un uso cosciente dello strumento.

Per l'affinamento e lo sviluppo del modello nelle zone di interazione dei fenomeni, e per l'analisi di geometrie porose diverse dalla Gyroid sono necessarie un adeguato numero di prove come quelle descritte, per la creazione del modello di interazione dei fenomeni critici delle analisi di pannelli sandwich anche vanno ripetute un adeguato numero di prove.

L'impiego e lo sviluppo del lavoro effettuato sono volte ad un ambito progettuale, questo è un valido strumento alternativo all'analisi FEM, che risulta particolarmente gravosa da impiegare con queste geometrie, e analizza caratteristiche di un singolo pannello, e non un insieme di pannelli che si possono analizzare con questo modello.



5-12 Mappa di collasso del pannello analizzato

## Bibliografia

“Elementi di meccanica classica per l’ ingegneria”(2016) CittàStudi. Lucio Demeio (1)

“Lezioni di meccanica strutturale” (2009) Pitagora. Stefano Lenci (2)

“Meccanica applicata alle macchine” (2017) CittàStudi. Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano (2)

“Progetto e costruzione di macchine” (2005) McGraw-Hill. Joseph E. Shigley, Charles R. Mischke e Richard G. Budynas (13)

“Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites” (2011) Springer. L.A. Carlsson, G.A. Kardomateas (7)

“Metal Foams: A Design Guide” (2000) Butterworth Heinemann M.F. Ashby, A.G. Evans, N.A. Fleck, L.J. Gibson, J.W. Hutchinson e H.N.G. Wadley (1)

## Ringraziamenti

Ringrazio il Relatore, il Professor Marco Sasso, e Mattia Utzeri per la disponibilità, la pazienza, i consigli, la guida nell'elaborazione e nello svolgimento della tesi; ringrazio tutto lo staff del gruppo di Costruzione di Macchine per la disponibilità e l'aiuto.

Ringrazio tutti i miei familiari per il supporto morale e materiale, in particolare i miei genitori Gabriella e Fabrizio, i miei fratelli Luca Rita e Caterina e i miei zii Claudio Maristella e Mary.

Ringrazio tutti i membri del Polimarche Racing team, per l'aiuto nello studio per il lavoro il divertimento avuto insieme per la crescita e l'esperienza che questo progetto mi ha lasciato, in particolare Mattia Utzeri, Riccardo Parigi, Michele Simonetti, Emanuele Fanci, Sergio Pacioni, Alessandro Baccelli, Marco Mosca, Alessia Roncaglia, Luca Verdecchia, Lorenzo Menichetti e Gianluca Angeletti.

Ringrazio tutti i miei compagni di studio per la sostegno e la compagnia, senza i quali questo percorso non lo avrei mai finito, cito quelli quali ho condiviso più tempo: Davide Fortuna, Davide Cherstich, Stefano Mecella, Vincenzo Sciortino, Guglielmo Lapenna, Filippo Lapenna, Livio Di Nunzio, Igor Chiara e Daniela Cherstich, Valerio Casavecchia De Nobile, Antonello Aquilano, Vincenza Asfalto, Valentina Maria Simone e Teresa Antonaros, Cecilia Addimilio e Giulia Isidoro.

Ringrazio tutti i miei amici, i miei iniziatori al mondo dello sport, i miei fratelli di comunità e i miei catechisti per l'affetto e l'incoraggiamento, in particolare Andrea Ciaffi, Marta Antonaros, Francesco di Michele, Marco Ferramosca e Giampiero Di Biase, Cristiano Maranca, Stefano Candeloro e Stefano Paone.

Ringrazio Giuseppe da Copertino e i miei nonni per l'intercessione, la vicinanza e il sostegno morale

Ringrazio l'amico Davide Fortuna per avermi spronato a intraprendere questo percorso di studi, senza le sue parole e la sua fiducia non avrei iniziato questa avventura.