



**UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE**  
**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

---

Corso di Laurea triennale in  
**INGEGNERIA ELETTRONICA**

**Caratterizzazione sperimentale e analisi circuitale di un sensore  
magnetico di prossimità per applicazioni robotiche**

**Experimental characterization and circuit analysis of a magnetic  
sensor of proximity for robotic applications**

Relatore:

Prof.ssa Paola Russo

Correlatore:

Ing. Alfredo De Leo

Tesi di Laurea di:

Pelatelli Filippo

Anno Accademico 2020/2021

## SOMMARIO:

|  |    |
|--|----|
| 1. Introduzione .....  | 3  |
| 2. Descrizione del sensore .....   | 4  |
| 3. Misure di laboratorio .....   | 7  |
| 3.1. Strumentazione di laboratorio: ponte HP 4285A .....                         | 7  |
| 3.2. Studio della frequenza di risonanza: misure parametri L e R .....           | 9  |
| 3.3. Variazione della frequenza di risonanza in presenza dell'ostacolo .....     | 12 |
| 4. Caratterizzazione circuitale del sensore .....                                | 15 |
| 4.1. Schema circuitale .....   | 15 |
| 4.2. Calcolo analitico della frequenza di risonanza .....                        | 16 |
| 4.3. Calcolo dei valori dei parametri circuitali .....                           | 17 |
| 4.4. Caratterizzazione circuitale in presenza dell'ostacolo .....                | 20 |
| 5. Variazione della frequenza di risonanza in funzione della messa a terra ..... | 27 |
| 6. Analisi e valutazione della capacità di accoppiamento del sensore...          | 32 |
| 6.1. Cilindro – Spira .....  | 32 |
| 6.2. Cilindro – Cilindro .....   | 42 |
| 6.3. Osservazioni e conclusioni .....  | 53 |
| 7. Allegati .....  | 55 |
| 8. Bibliografia .....  | 64 |



# 1- INTRODUZIONE

Ci troviamo nell'epoca dell'Industria 4.0, dove tutto volge a favorire una produzione industriale automatizzata ed interconnessa. Siamo di fronte ad un mix tecnologico di robotica, sensoristica, connessione e programmazione in cui l'uomo e la macchina sono sempre più a stretto contatto.

L'industria sta subendo una vera e propria rivoluzione, sia dal punto di vista gestionale, ossia dell'organizzazione del lavoro, che dall'occupazionale dove le mansioni da svolgere cambiano e l'uomo viene affiancato se non sostituito da una macchina.

Tutto ciò favorisce un miglior sviluppo, lavorando in un ambiente condiviso, aumentando l'efficienza ma con una particolare attenzione alla sicurezza.

Le figure ricercate dalle aziende variano, si cercano sempre più specialisti, programmatori ed esperti di elettronica, perché tutto volge in un'unica direzione, ossia quella dell'Industria 5.0 in cui si predilige il machine learning, il digital twins, macchine ad ispirazione biologica, ...

Punto cruciale di tutto questo sono i sensori connessi a sistemi robotici, a computer o interconnessi con la rete, in grado di percepire l'ambiente circostante, distanze, temperature, guasti elettrici, battiti cardiaci, ... e capaci di interagire con le macchine, appositamente progettate e risolvere il problema. Forse l'esempio più eclatante e conosciuto negli ultimi dieci anni è il pacemaker, inventato dall'ingegnere statunitense Wilson Greatbatch nel 2011, ossia all'inizio dell'Industria 4.0.

L'obiettivo primario è garantire la sicurezza dell'uomo, sia nell'ambiente lavorativo, sia nella quotidianità.

Il presente lavoro di tesi consiste in una ricerca per lo sviluppo di un sensore in grado di consentire una cooperazione massima in termini di sicurezza fra uomo e macchina (M/M Cooperation) in uno spazio di lavoro condiviso. Come verrà evidenziato nel seguito, la presenza dell'uomo richiede uno studio più approfondito, perché anche non volendo si interagisce provocando modifiche nel comportamento del sensore stesso.

Si è quindi studiato un sensore di prossimità in grado di rilevare la presenza di ostacoli biologici e non.

## 2- DESCRIZIONE DEL SENSORE

La gran parte dei sensori utilizzati oggi basano il loro funzionamento sul controllare le variazioni di campo magnetico o elettrico da essi generato. A seconda della forma fisica e della tipologia del sensore si ottengono conformazioni e linee di campo diverse. Per diversi anni i sensori di tipo elettrico hanno conquistato la più grande parte di mercato, ma negli ultimi anni si è dimostrata la grande efficacia di quelli magnetici che pian piano stanno prendendo campo.

Il sensore elettrico più semplice è il condensatore, il più comune quello a due piatti paralleli, dove generalmente un piatto è fisso e l'altro mobile, questo spostamento provoca una variazione di capacità, però si può notare come esso sia poco sensibile all'ambiente circostante ovvero ad una distanza fra le armature di qualche centimetro le variazioni non sono più apprezzabili.

Invece, per quanto riguarda l'altro tipo di sensore, il magnetico, esso mostra un significativo campo magnetico nell'ambiente circostante in grado di generare accoppiamenti magnetici significativi ad una distanza maggiore rispetto al sensore capacitivo.

In generale, studi affermano che il campo elettrico è più circoscritto di quello magnetico che si distribuisce maggiormente nello spazio circostante.



*Figura 2.1 - Prototipo sensore*

Si può aggiungere che anche con un sensore di tipo magnetico, essenzialmente una spira, si può comunque sfruttare l'effetto capacitivo che si instaura fra due spire consecutive. Infatti, bisogna considerare che fra due fili vicini vi sia sempre un certo spazio di dielettrico che crea un'interazione simile a quella creata dal classico condensatore, questa prende il nome di capacità parassita.

Il sensore costruito per l'impiego prefissato è una spira composta da un cavo unipolare SAE AS22759/32 della TE connectivity da 1.27 mm di diametro e pitch di 1.25 mm, con guaina isolante bianca, posto su un supporto cilindrico in plastica.

Il sensore si estende per un raggio di 5 cm, un'altezza di 15.3 cm e per 120 avvolgimenti, alla base è stato applicato un connettore RCE OUT ("femmina") per rendere minima la dipendenza dalla tipologia di collegamento.

Per caratteristiche elettromagnetiche dell'uomo, sappiamo che non può essere approssimato a una tipologia precisa di materiale, non ha né le caratteristiche di un conduttore né di un isolante, ma è a metà fra le due. Un corpo biologico è poco sensibile ad un campo elettrico esterno avendo una conducibilità elettrica ed una costante dielettrica molto maggiore di quella dell'aria, allo stesso tempo ha la stessa permeabilità magnetica dell'aria, quindi risulta "trasparente" al campo magnetico.

Per lo studio del sensore in oggetto, la conoscenza degli induttori ci permette di affermare che un solenoide percorso da corrente, genera nello spazio circostante un campo magnetico le cui linee di campo sono illustrate in figura 2.2.

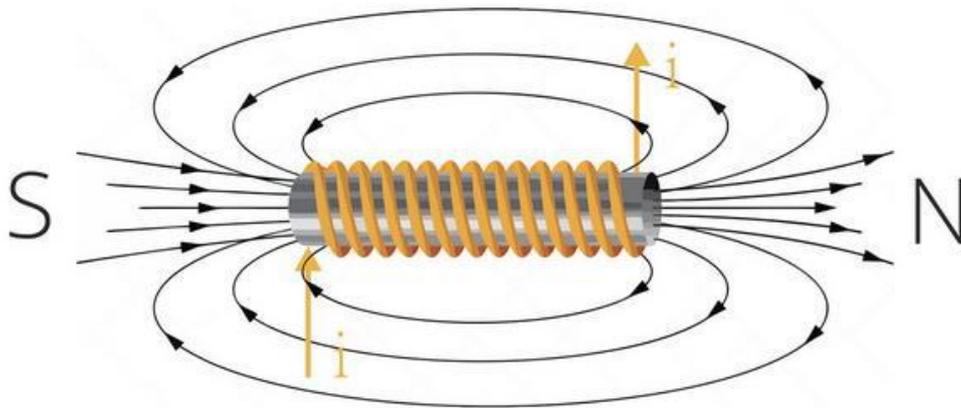


Figura 2.2 – Linee di campo magnetico generate da un solenoide percorso da corrente

Rispetto ad un sensore di tipo elettrico dove le linee di campo rimangono quasi interamente confinate fra i due piani, qui le linee di campo si estendono maggiormente nello spazio, questo permette di raggiungere un'area di sensibilità di decine di centimetri.

Il sensore essendo alimentato ad una certa frequenza, genera nello spazio circostante un campo magnetico variabile nel tempo. Le linee di campo generate dal sensore interagiscono con l'uomo o l'eventuale ostacolo; quando si entra nel campo indotto dal sensore, come descritto da una delle leggi di Maxwell (precisamente la legge di Faraday), su di esso si generano delle correnti indotte.

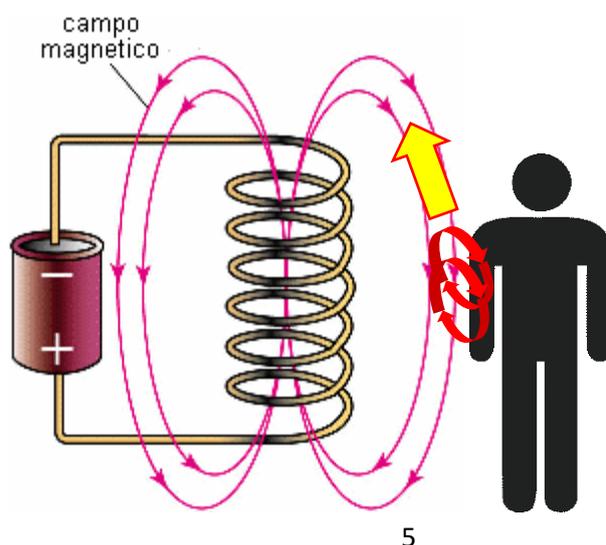


Figura 2.3 – Schematizzazione interazione sensore - ostacolo

Tali correnti indotte, a loro volta, sono variabili nel tempo e generano, come affermato dalla legge di Ampère-Maxwell, un campo magnetico che si oppone al verso di quello iniziale, questo provoca una variazione del flusso.

Questa interazione campo del sensore – ostacolo provoca una perturbazione dei valori caratteristici del sensore, in special modo dell'induttanza, secondo la legge:

$$L = \frac{\phi(B)}{I} \quad (2.1)$$

Da un altro studio condotto, relativo a questo sensore, afferma che si notano variazioni apprezzabili del valore di induttanza fino ad una distanza di circa 70 cm; al diminuire della distanza con l'ostacolo L diminuisce, vedremo in seguito che questo provocherà un aumento della frequenza di risonanza del sensore.

### 3- MISURE DI LABORATORIO

Per una caratterizzazione circuitale del sensore si eseguono misure sul sensore preso singolarmente e quando viene posto in prossimità di un ostacolo.

Lo scopo è vedere come cambiano i suoi parametri circuitali studiando la frequenza di risonanza e vedere come varia in presenza dell'ostacolo.

#### 3.1- STRUMENTAZIONE DI LABORATORIO: PONTE

##### HP 4285A

Per effettuare le misure di induttanza, resistenza e capacità relative al sensore al variare del range di frequenza si è usato un LCR meter: HP 4285A. Esso è un ponte di misura in grado di misurare l'induttanza L, la capacità C e la resistenza R; lavora con un'alta precisione, ha un tempo di misurazione molto elevato che permette di eseguire misura ad alta velocità sino a 30ms/misura. Lavora con un ampio range di frequenza, ossia fra 75 kHz e 30 MHz con passi di frequenza di 100 Hz. Inoltre, funzione molto comoda, permette la visualizzazione in tabella dei parametri selezionati (nel nostro caso L e R) al variare di dieci frequenze da noi scelte.



Figura 3.1 – HP 4285A

Come consigliato dal produttore per migliorarne la precisione e l'accuratezza è consigliabile lasciarlo acceso per circa un'ora in modo che si scaldi correttamente e che durante l'utilizzo tutti i suoi componenti non si surriscaldino andando ad inficiare sulla precisione di misura.

Successivamente viene eseguita la calibrazione o taratura (operazione che deve essere eseguita ogni qualvolta che lo strumento viene acceso e spento): si setta la frequenza di lavoro più bassa, ossia 75 kHz, si misura un carico aperto, ovvero senza collegare nulla, la cosiddetta prova a vuoto, si andrà quindi su "meas setup", "correction" e si setterà su ON la dicitura "open", verranno quindi attesi diversi secondi (circa 50 sec) fin quando non verrà emesso un breve segnale acustico che segnalerà che la prova a vuoto è terminata; successivamente si esegue la prova in corto circuito tramite un oggetto metallico, detto "corto", appositamente progettato che connette i due connettori del ponte, questa volta però si dovrà settare su ON lo "short", si attenderà nuovamente e al termine un nuovo "beep"; al termine di queste due operazioni lo strumento risulterà calibrato.

## 3.2- STUDIO DELLA FREQUENZA DI RISONANZA: MISURE PARAMETRI L E R

Per trovare la frequenza di risonanza tramite il ponte, sopra descritto, si è usato un range di frequenza che si estende da 75 kHz a 1200 kHz. Le frequenze analizzate non sono equidistanti fra loro, ma si intensificano nell'intorno della risonanza.

Tramite la strumentazione, ovvero tramite la misura del parametro  $L_s$ , è possibile trovare la frequenza di risonanza, come la frequenza alla quale il valore cambia di segno.

Si è scelto di visualizzare i valori di  $L_s$  e  $R_s$ ; è possibile stabilire quale sia la frequenza di risonanza anche dal parametro  $R_s$ , basterebbe guardare il suo massimo. Come vedremo di seguito, nei risultati, il massimo di  $R_s$  corrisponde all'incirca alla variazione di segno di  $L_s$ .

Nella tabella sottostante troviamo: partendo dalla colonna di sinistra le frequenze, con colori diversi, l'intensità di essi si intensifica quando i "campioni" sono più fitti e viceversa, poi troviamo il valore di  $L_s$  in  $\mu\text{H}$  ed infine a destra  $R_s$  in  $\Omega$ .

| f [kHz] | $L_s$ [ $\mu\text{H}$ ] | $R_s$ [ohm] |
|---------|-------------------------|-------------|
| 75      | 947,9                   | 1,85        |
| 100     | 951,69                  | 2,12        |
| 200     | 979,38                  | 3,55        |
| 300     | 1030                    | 5,95        |
| 400     | 1110                    | 10,15       |
| 500     | 1230                    | 17,3        |
| 600     | 1430                    | 30,8        |
| 700     | 1770                    | 60,6        |
| 800     | 2410                    | 148         |
| 900     | 4130                    | 544         |
| 1000    | 19700                   | 14900       |
| 1010    | 32000                   | 39500       |
| 1020    | 72800                   | 278000      |
| 1021    | 79000                   | 470000      |
| 1022    | 74000                   | 640000      |
| 1023    | 48000                   | 870000      |
| 1023,1  | 40000                   | 900000      |
| 1023,2  | 35000                   | 920000      |
| 1023,3  | 30000                   | 940000      |
| 1023,4  | 25000                   | 952000      |
| 1023,5  | 21000                   | 980000      |
| 1023,6  | 14000                   | 995000      |
| 1023,7  | 9000                    | 1000000     |
| 1023,8  | 3000                    | 1010000     |
| 1023,9  | -1800                   | 1020000     |
| 1024    | -1000                   | 1020000     |

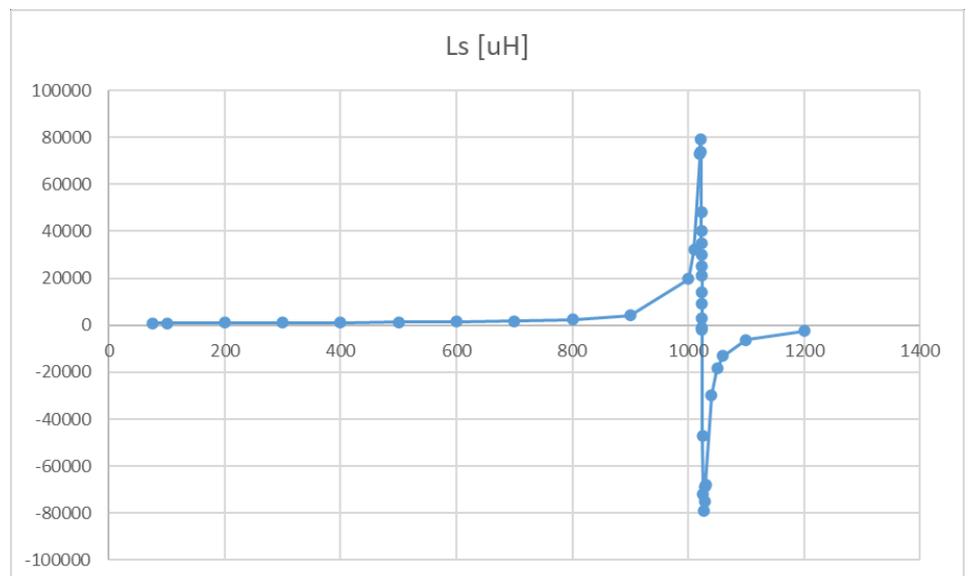


Figura 3.2 – Misura parametro  $L_s$

|      |        |        |
|------|--------|--------|
| 1025 | -47000 | 940000 |
| 1026 | -72000 | 735000 |
| 1027 | -79000 | 525000 |
| 1028 | -75000 | 380000 |
| 1029 | -69000 | 280000 |
| 1030 | -67800 | 270000 |
| 1040 | -29800 | 40000  |
| 1050 | -18500 | 14800  |
| 1060 | -13200 | 7650   |
| 1100 | -6140  | 1750   |
| 1200 | -2520  | 330    |

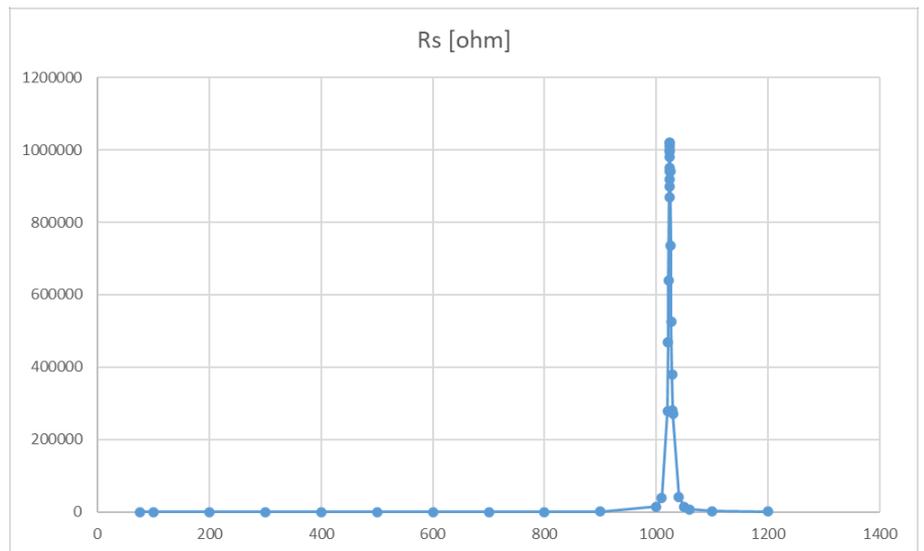


Figura 3.3 – Misura parametro Rs

Nelle figure 3.2 e 3.3 possiamo visualizzare i dati riportati in grafici rispettivamente la frequenza in funzione del parametro Ls e del parametro Rs, mentre nelle figure sottostanti, sono stati effettuati degli “zoom” nell’intorno della frequenza di risonanza:

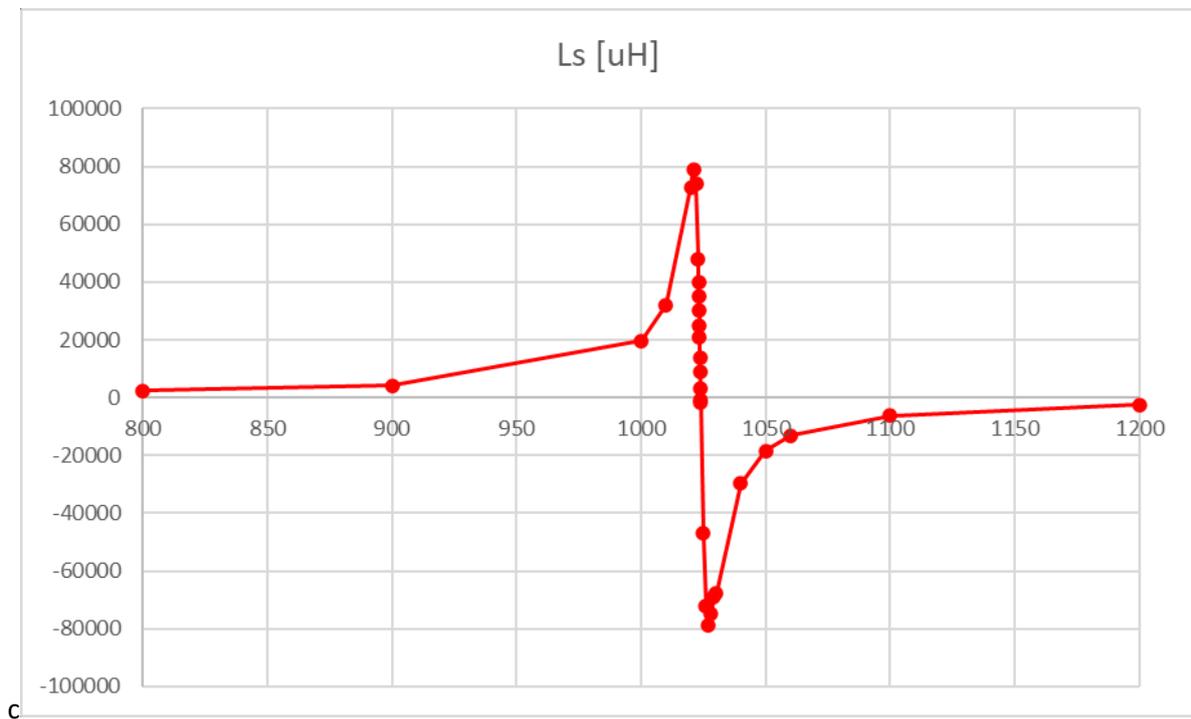


Figura 3.4 – “zoom” risonanza di Ls

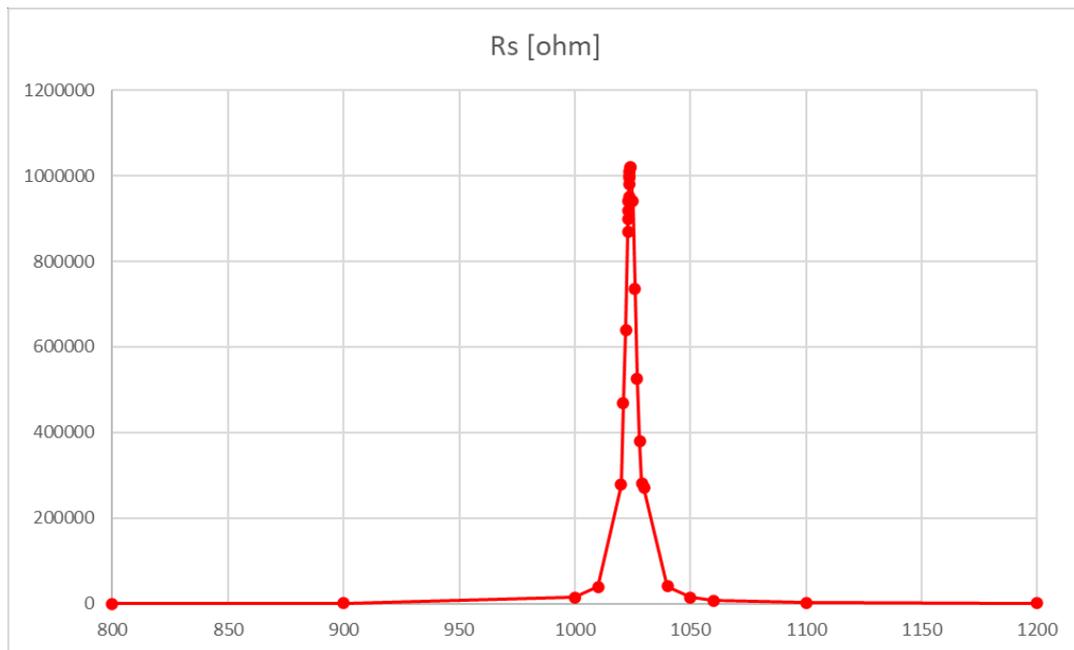


Figura 3.5 – “zoom” risonanza di  $R_s$

Come si può evincere sia dai grafici che dai valori in tabella la frequenza di risonanza del sensore è:

$$f_R = 1023.8 \text{ kHz} = 1.0238 \text{ MHz} \quad (4.1)$$

Il sensore risente molto della configurazione dell’ambiente circostante ossia della disposizione di eventuali corpi biologici, corpi metallici o altra strumentazione.

Durante le misure effettuate si può facilmente constatare che al solo avvicinarsi del corpo umano per la lettura dei valori, in special modo se vicini alla frequenza di risonanza, essi variano. Motivo per cui, durante le varie fasi delle misure effettuate in giornate diverse i valori trovati non sono precisamente uguali.

### 3.3- VARIAZIONE DELLA FREQUENZA DI RISONANZA IN PRESENZA DELL'OSTACOLO

In presenza di un ostacolo ed in funzione della relativa distanza di esso, la frequenza di risonanza cambia.

Si è quindi posto il sensore, la bobina, in presenza di un ostacolo, ossia un cilindro metallico.

Come già scritto in precedenza le misure delle risonanze sono state effettuate in giornate diverse, quindi la frequenza di risonanza risulterà variata rispetto alla precedente: essa risulterà pari a 1022 kHz, la potremmo notare quando nelle tabelle viene scritto  $D=\text{inf}$ , ossia il caso senza nessun ostacolo (distanza "infinita").

Come per il precedente studio di risonanza tramite il ponte HP 4285A, previa calibrazione, si sono visionati i valori assunti da L e R al variare del range di frequenza, con un'intensificazione di intervalli di frequenza nell'intorno della risonanza, così ottenendo le seguenti misure e grafici relativi:

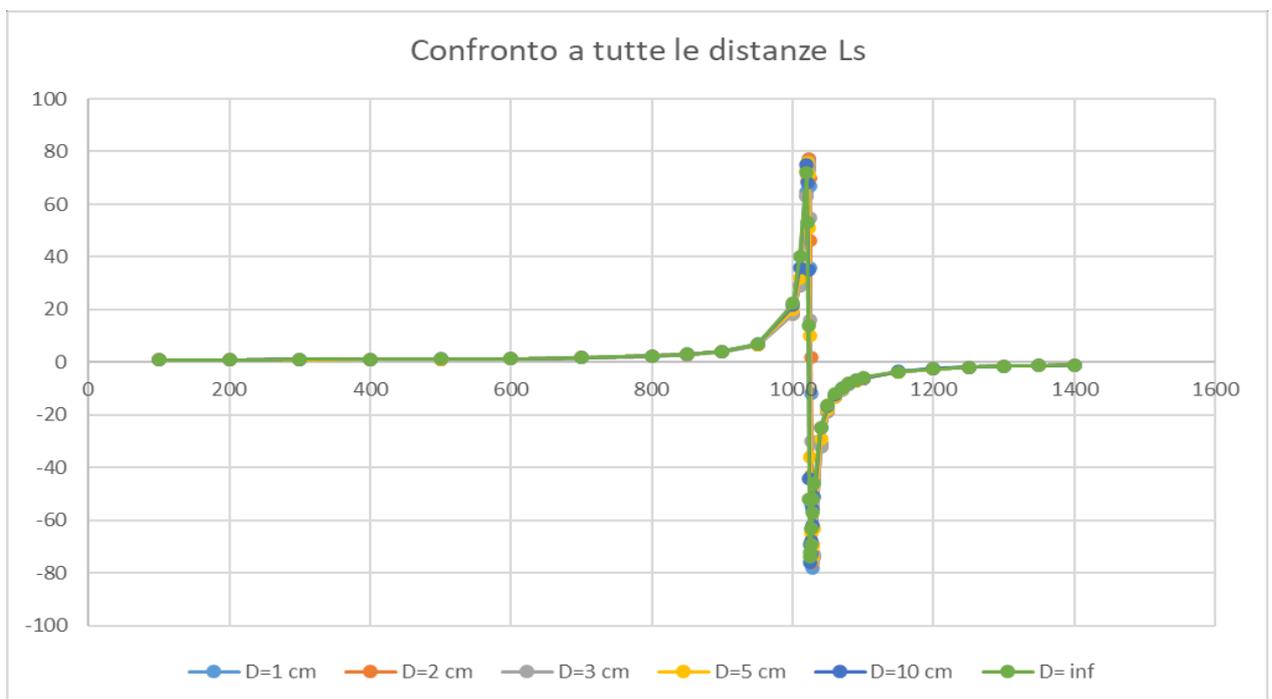


Figura 3.6 – Andamenti del parametro L del sensore in funzione della distanza con l'ostacolo

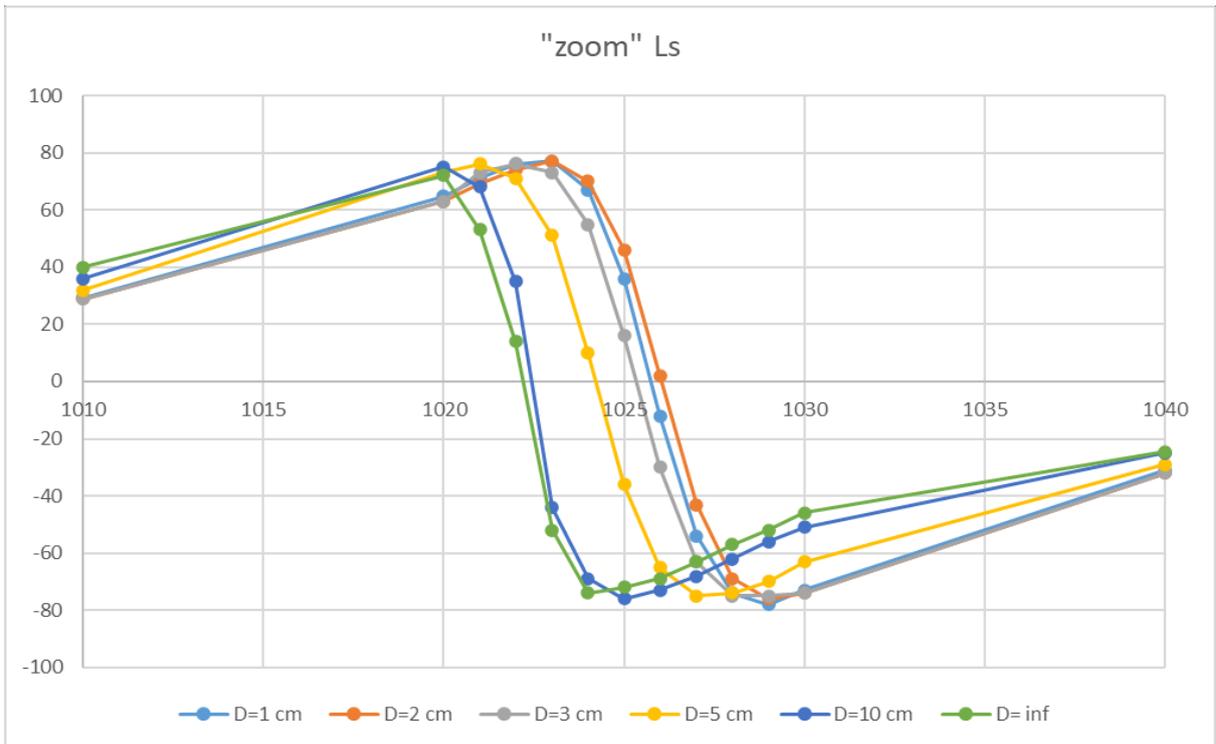


Figura 3.7 – Zoom del parametro  $L$  nell'intorno della risonanza

Come già fatto in precedenza, si graficano i vari andamenti di  $R_s$  relativi a distanze diverse con il relativo “zoom” nell’intorno della risonanza:

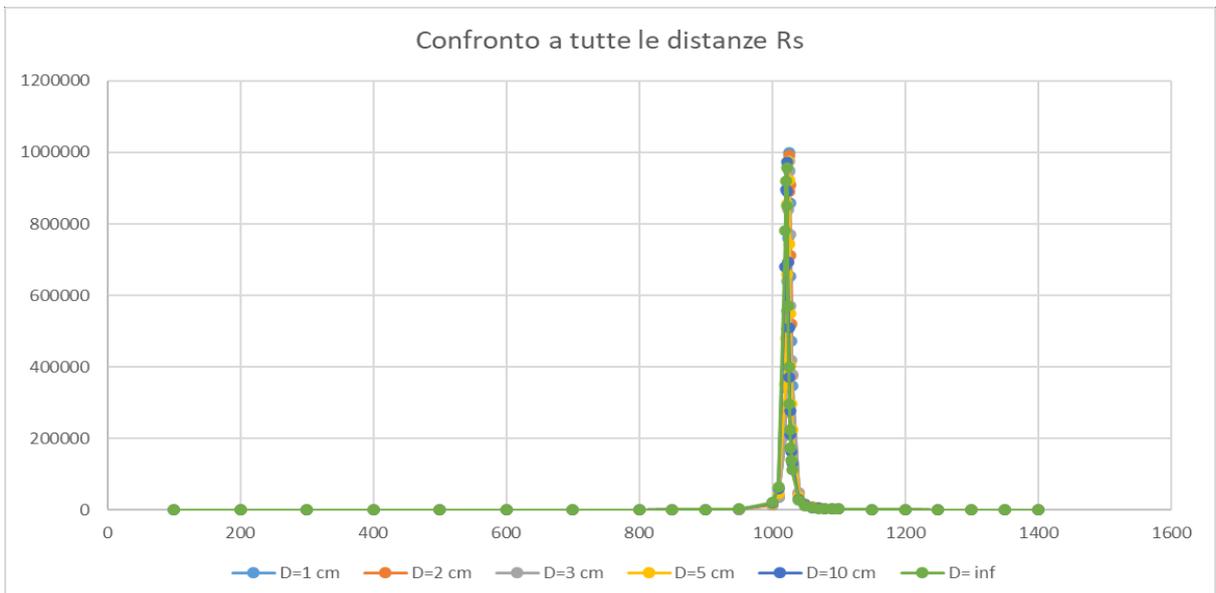


Figura 3.8 – Andamenti del parametro  $R$  del sensore in funzione della distanza con l'ostacolo

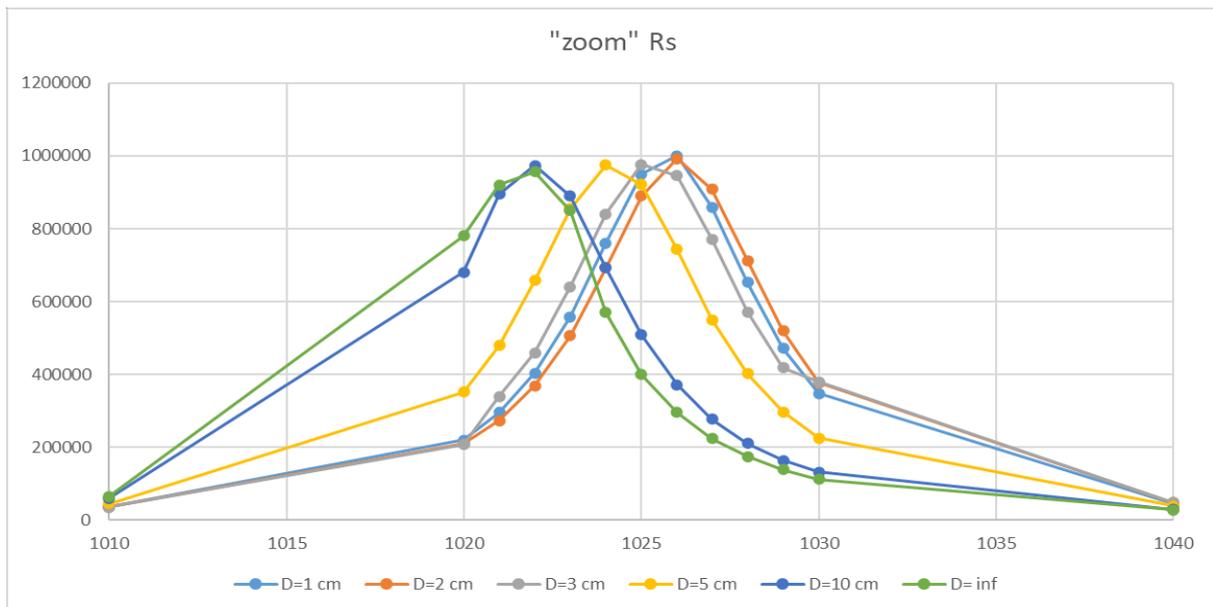


Figura 3.9 – Zoom del parametro R nell'intorno della risonanza

Esaminando le tabelle e i grafici ottenuti si sono ottenute le seguenti frequenze di risonanza:

|                      | f di risonanza $\omega_0$ | Unità di misura |
|----------------------|---------------------------|-----------------|
| D=1 cm               | 1025                      | kHz             |
| D=2 cm               | 1026                      | kHz             |
| D=3 cm               | 1025                      | kHz             |
| D=5 cm               | 1024                      | kHz             |
| D=10 cm              | 1022                      | kHz             |
| D= inf (no ostacolo) | 1022                      | kHz             |

Si può notare come all'avvicinarsi dell'ostacolo la frequenza di risonanza in linea generale aumenta dell'ordine di pochi kHz, si ha solo una piccola indecisione nell'aumento, forse dovuta ad un errore di misura, oppure alla non perpendicolarità dei cilindri usati come ostacoli, nel passaggio dalla distanza da 1 cm a 2 cm, dove invece di rimanere costante o aumentare, diminuisce.

## 4- CARATTERIZZAZIONE CIRCUITALE DEL SENSORE

### 4.1- SCHEMA CIRCUITALE

Un sensore induttivo può essere caratterizzato dal seguente schema circuitale:

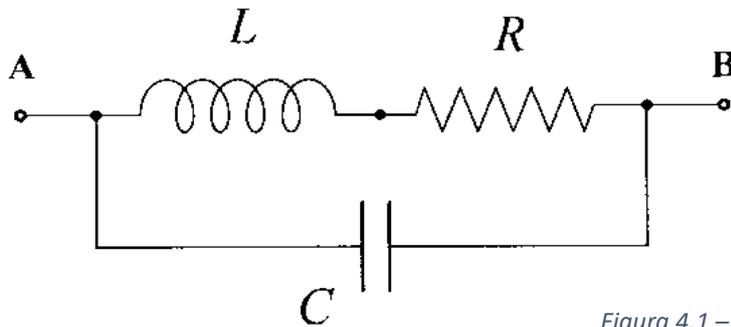


Figura 4.1 – Schema circuitale sensore

Lo schema è così composto: una resistenza è dovuta al materiale di cui è fatto il cavo utilizzato, un'induttanza serie, entrambe in parallelo ad una capacità che rappresenta la capacità parassita dovuta alla differenza di potenziale che si instaura fra due avvolgimenti adiacenti.

L'impedenza totale del sistema è facilmente calcolabile tramite:

$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_r + Z_i} \quad (2.2)$$

Questa è la caratterizzazione circuitale più semplice del sensore, ma come vedremo in seguito dovrà essere modificata a causa di fenomeni dovuti all'ambiente circostante, in particolare alla presenza di oggetti metallici o corpi biologici.

## 4.2- CALCOLO ANALITICO DELLA FREQUENZA DI RISONANZA

La frequenza di risonanza del circuito è agevolmente calcolabile come la frequenza alla quale la parte immaginaria dell'impedenza totale si annulla, ossia:

$$\text{Im}\{Z_{TOT}\} = 0 \quad (4.2)$$

L'impedenza totale del circuito, vista dai morsetti, risulta essere la somma delle impedenze della resistenza e dell'induttore in parallelo all'impedenza del condensatore:

$$Z_{TOT} = (R_S + j\omega L) // \left(\frac{1}{j\omega C}\right) \quad (4.3)$$

Svolgendo l'espressione dell'impedenza totale e successivamente razionalizzando, si ottiene:

$$Z_{TOT} = \frac{R_S + j(\omega L - \omega R_S^2 C - \omega^3 L^2 C)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_S^2 C^2} \quad (4.4)$$

Ossia dividendo parte Reale e parte Immaginaria si ottiene:

$$\begin{aligned} \text{Re}\{Z_{TOT}\} &= \frac{R_S}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_S^2 C^2} \\ \text{Im}\{Z_{TOT}\} &= \frac{\omega L - \omega R_S^2 C - \omega^3 L^2 C}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_S^2 C^2} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Come già detto in precedenza, avendo trovato la parte immaginaria dell'impedenza totale, basterà porla uguale a zero per ricavare la frequenza di risonanza:

$$\text{Im}\{Z_{TOT}\} = 0 \quad (4.6)$$

Si ottiene:  $\omega L - \omega R_S^2 C - \omega^3 L^2 C = 0$ , ovvero  $\omega^2 L^2 C = L - R_S^2 C$ , quindi la pulsazione di risonanza è:

$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_S^2}{L^2}} \quad (4.7)$$

Quindi essendo  $\omega = 2\pi f$ , la frequenza di risonanza risulta:

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_S^2}{L^2}} \quad (4.8)$$

## 4.3- CALCOLO DEI VALORI DEI PARAMETRI CIRCUITALI

Per la determinazione dei parametri R, L e C, si sono svolti dei calcoli analitici: dapprima si calcola il valore della resistenza tenendo conto della frequenza, quindi non la classica “2° legge di Ohm”, successivamente si misura a regime il valore dell’induttanza ed infine conoscendo la frequenza di risonanza del sensore si calcola tramite formula inversa il valore della capacità. Si ricorda che ora siamo in assenza dell’ostacolo.

(Si precisa che in questo caso come frequenza di risonanza viene assunta 1022 kHz, questo perché avendo ripetuto diverse misure per essa, 1022 kHz è risultata circa la media aritmetica)

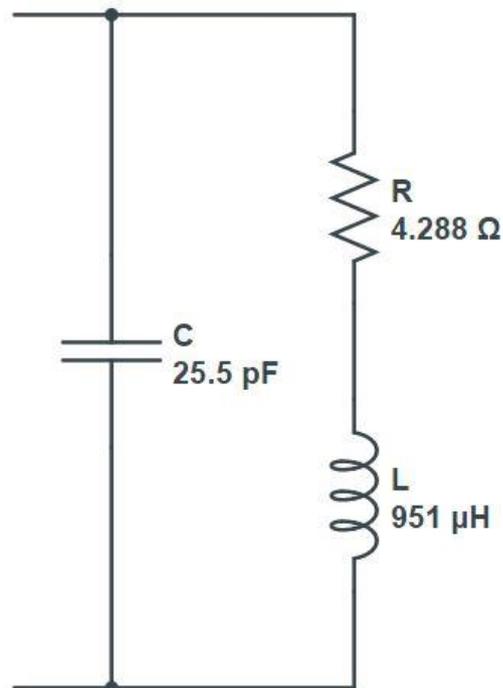


Figura 4.2 – Schema circuitale sensore con valori componenti

Inizialmente si sono svolti dei semplici calcoli preliminare conoscendo i dati tecnici del filo conduttore usato per la costruzione del sensore, ovvero:

Sezione conduttore:  $s = 0.5 \text{ mm}^2$

Lunghezza conduttore:  $l = 37.7 \text{ m}$

Raggio conduttore data la sezione:  $r = \sqrt{\frac{s}{\pi}} = 398.9423 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Diametro conduttore:  $D = 2r = 797.8846 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Conduttività:  $\rho = 0.017 \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$  (rame)

Si definiscono inoltre:

*frequenza di risonanza:*  $f_R = 1022 \text{ kHz}$ , *permabilità:*  $\mu = \mu_0$ ,  
*pulsazione di risonanza*  $\omega_R = 2 \pi f$

Come detto in precedenza per il calcolo della resistenza si tiene conto della frequenza, ovvero si tiene conto dell'effetto pelle, quindi servirà calcolare la profondità di penetrazione di un conduttore cilindrico:

$$\delta = \sqrt{2 \frac{\rho}{\omega \mu}} = 64.9111 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (4.9)$$

Quindi la resistenza risulterà:

$$R_s = \frac{\rho}{\delta} \cdot \frac{l}{\pi (D - \delta)} = 4.2878 \Omega \quad (4.10)$$

Mentre se essa veniva calcolata tramite la seconda legge di Ohm:  $R_{s1} = \rho \frac{l}{S} = 1.2818 \Omega$

Come già descritto in precedenza, conoscendo il valore di  $f_r$ , è possibile calcolare il valore della capacità tramite formula inversa:

$$C = \frac{L}{R_s^2 + \omega^2 L^2} = 25.5001 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 25.5001 \text{ pF} \quad (4.11)$$

Per quanto riguarda il valore dell'induttanza, è il valore misurato a regime o in bassa frequenza, ossia:

$$L = 951 \mu\text{H} \quad (4.12)$$

Come prova per vedere la corretta implementazione delle formule basterà sostituire i valori trovati nella formula della frequenza di risonanza trovata:

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R_s}{L}\right)^2} = 1022 \cdot 10^6 \text{ Hz} \quad (4.13)$$

## SIMULAZIONE CAD

Il CAD elettrico usato per le simulazioni è LTspice: un software in grado di eseguire simulazioni di circuiti analogici, prodotto da "Analog Devices". È uno dei software più diffusi nel campo dei CAD elettrici, in primis perché è gratuito ed inoltre per il fatto che non ha limiti di funzionalità e di componentistica.

Inizialmente si è "disegnato" il circuito che rappresenta il sensore senza nessun ostacolo, con i valori di R, L e C trovati precedentemente:

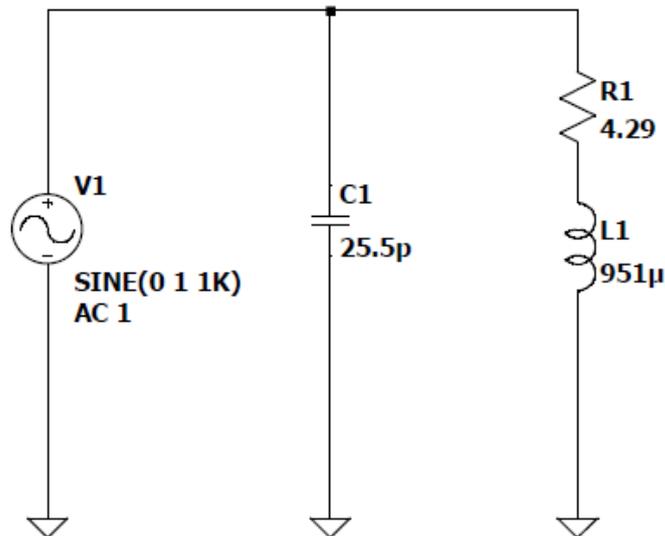


Figura 4.3 – Circuito sensore caso senza ostacolo

Simulando l'andamento della corrente  $I_1$ , ossia della corrente in ingresso, nel ramo di  $V_1$ , in funzione della frequenza (in scala logaritmica) si è trovata la frequenza di risonanza del sensore:

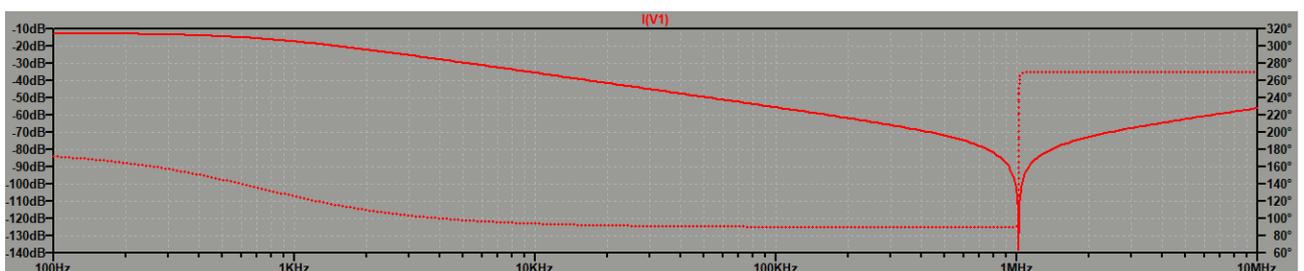


Figura 4.4 – Simulazione frequenza di risonanza, caso senza ostacolo

Come si può vedere esse giace in una frequenza poco maggiore al MegaHertz, nello specifico facendo un ingrandimento si può constatare che essa è quella trovata precedentemente, nello specifico risiede nell'intorno di  $1.022 \text{ MHz}$ , ossia  $1022 \text{ kHz}$ .

## 4.4- CARATTERIZZAZIONE CIRCUITALE IN PRESENZA DELL'OSTACOLO

Come visto, a seconda della presenza dell'ostacolo, nel nostro caso del cilindro conduttore e nella realtà di un ostacolo biologico, e della relativa distanza, questo provoca un cambiamento della frequenza di risonanza; si può quindi ipotizzare nello schema circuitale la presenza di un induttore mutuamente accoppiato in serie alla resistenza e all'induttanza:

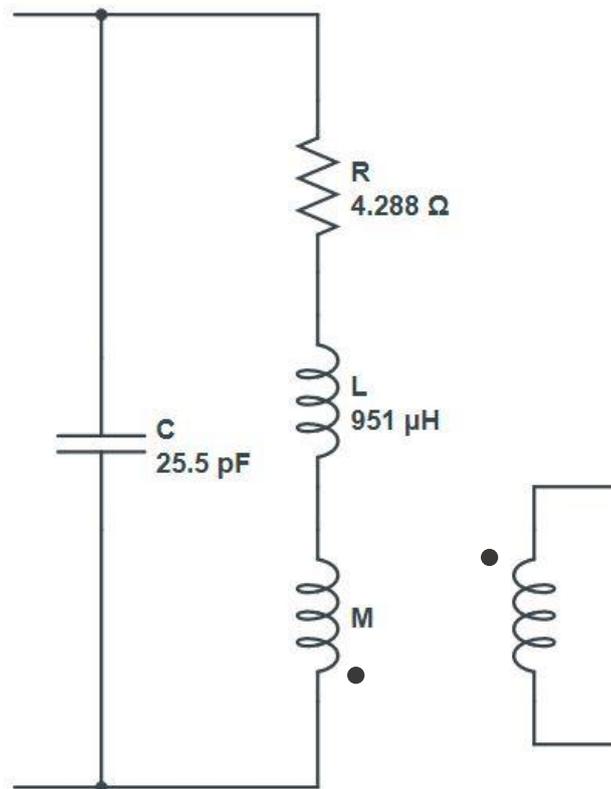


Figura 4.5 – Schema circuitale sensore con ostacolo ( $M$ )

In questo caso l'impedenza totale risulta diversa dal caso precedente, in realtà il calcolo di essa è immediato conoscendo la precedente, infatti basterà sostituire l'induttanza di prima  $L$  con un'induttanza del valore di  $(L-M)$ , dove il segno “-” tiene conto del positivo del trasformatore.

Il verso del trasformatore o della mutua induttanza, viene scelto in questo modo, perché a causa della presenza dell'ostacolo la frequenza di risonanza aumenta, come si è potuto constatare dalle misure effettuate e descritte nel Capitolo 3.3, quindi l'induttanza totale risultante  $L_2 = L - M$  deve diminuire essendo inversamente proporzionale.

Conoscendo il variare della frequenza di risonanza ovvero della pulsazione di risonanza, sostituendo  $L$  con  $L_2$ , siamo in grado di calcolare il valore di  $M$ , tramite semplici passaggi matematici si ottiene:

$$\omega^2 C (L - M)^2 - (L - M) - R_S^2 C = 0 \quad (4.14)$$

Si risolve l'equazione di secondo grado così ottenendo:

$$(L - M)_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \omega^2 R_S^2 C^2}}{2 \omega^2 C} \quad (4.15)$$

Quindi esaminando il primo caso, ossia il caso con il "+", si otterrà:

$$M_1 = L - \frac{1}{2\omega^2 C} (1 + \sqrt{1 + (2\omega R_S C)^2}) \quad (4.16)$$

Mentre per il caso con il "-":

$$M_2 = L - \frac{1}{2\omega^2 C} (1 - \sqrt{1 + (2\omega R_S C)^2}) \quad (4.17)$$

Per quanto riguarda il calcolo della frequenza di risonanza di questo "nuovo" circuito, procedendo tramite sostituzione come sopra, si ottiene:

$$f_{R\_ostacolo} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{L - M} \sqrt{\frac{L - M}{C} + R_S^2} \quad (4.18)$$

Implementando le formule di  $M_{1,2}$  trovate con il software di calcolo Mathcad, si potranno calcolare i valori dell'induttanza  $M$  e tramite la formula per il calcolo della frequenza di risonanza si potrà capire quale valore fra  $M_1$  o  $M_2$ , sarà corretto.

Ipotizzando una prova in presenza di un ostacolo posto alla distanza di 3 cm, ossia frequenza di risonanza 1025 kHz, si trovano i seguenti valori:  $M_1 = 7.02 \mu H$  e  $M_2 = 3 mH$ , applicando la formula di  $f_{R\_ostacolo}$  si trova che il valore di  $M$  che restituisce la frequenza ottenuta tramite le misure è  $M_1$ , poiché con  $M_2$  viene restituita una frequenza negativa ovvero impossibile.

Successivamente, nell'implementazione in Mathcad si procede definendo tutte le frequenze o pulsazioni di risonanza ottenute tramite misurazioni effettuate in laboratorio ossia:

$$f_{d1} = 1027 \text{ kHz}, \quad f_{d2} = 1026 \text{ kHz}, \quad f_{d3} = 1025 \text{ kHz}, \quad f_{d5} = 1024 \text{ kHz}, \quad f_{d10} = 1022 \text{ kHz}$$

(il pedice  $d3$ , significa frequenza di risonanza alla distanza  $d=3$  cm; la  $f_{d1}$  è leggermente modificata perché quasi sicuramente per errori di misura non veniva rispettato l'andamento generale).

Si ottengono:

$$M_{d1} = 9.164 \mu H, M_{d2} = 7.327 \mu H, M_{d3} = 5.485 \mu H, M_{d5} = 3.638 \mu H, M_{d10} = -73.6 nH,$$

si fa notare che l'ultimo risultato ottenuto ossia un'induttanza negativa è un valore molto prossimo a zero essendo nano Henry dovuto anche al fatto che alla distanza di 10 cm la frequenza di risonanza non cambia.

Calcolati i relativi valori di  $M$  per verificare la correttezza di essi, si visualizzano i relativi valori dei moduli delle impedenze in un grafico in funzione della frequenza, ove vi sarà il picco quella sarà la frequenza di risonanza.

Per graficare i vari andamenti in Mathcad si sono scritte formule del tipo:

$$Z_{tot\_M\_d3}(fx) = \frac{(Rs + 1i \cdot (2 \cdot \pi \cdot fx \cdot (L - M_{d3}) - 2 \cdot \pi \cdot fx \cdot Rs^2 \cdot C - (2 \cdot \pi \cdot fx)^3 \cdot (L - M_{d3})^2 \cdot C))}{(1 - (2 \cdot \pi \cdot fx)^2 \cdot (L - M_{d3}) \cdot C)^2 + (2 \cdot \pi \cdot fx)^2 \cdot Rs^2 \cdot C^2} \quad (4.19)$$

Nella formula (4.19) vi è la dipendenza dell'impedenza totale del sensore dalla frequenza  $fx$ ; si è usato un'espressione di  $Z_{TOT}$  per ogni distanza ottenendo il seguente grafico:

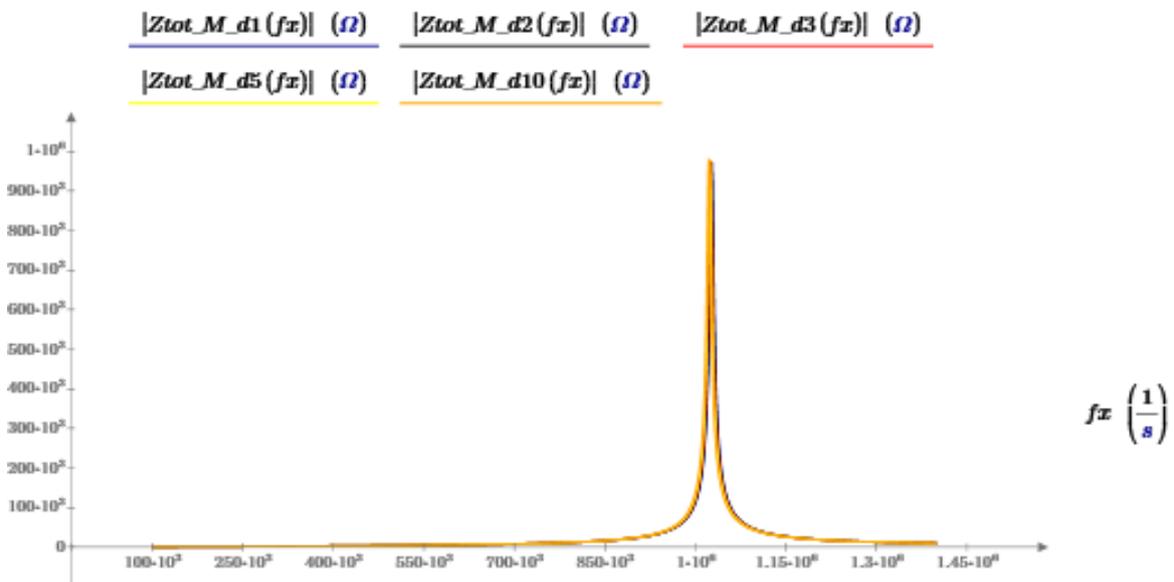


Figura 4.6 – Andamento analitico impedenza totale

Dalla figura 4.6 non si riesce ad apprezzare la variazione di frequenza che si ottiene per ogni valore di distanza dell'ostacolo, questo è il motivo per cui si è definito, in Mathcad, un nuovo range di frequenza denominato  $fx_{rr}$  che rispetto al precedente è più stretto usato per la figura 4.7..

Quindi facendo uno “zoom”, nell’intorno della risonanza, si notano come le frequenze sono ben distinte fra loro:

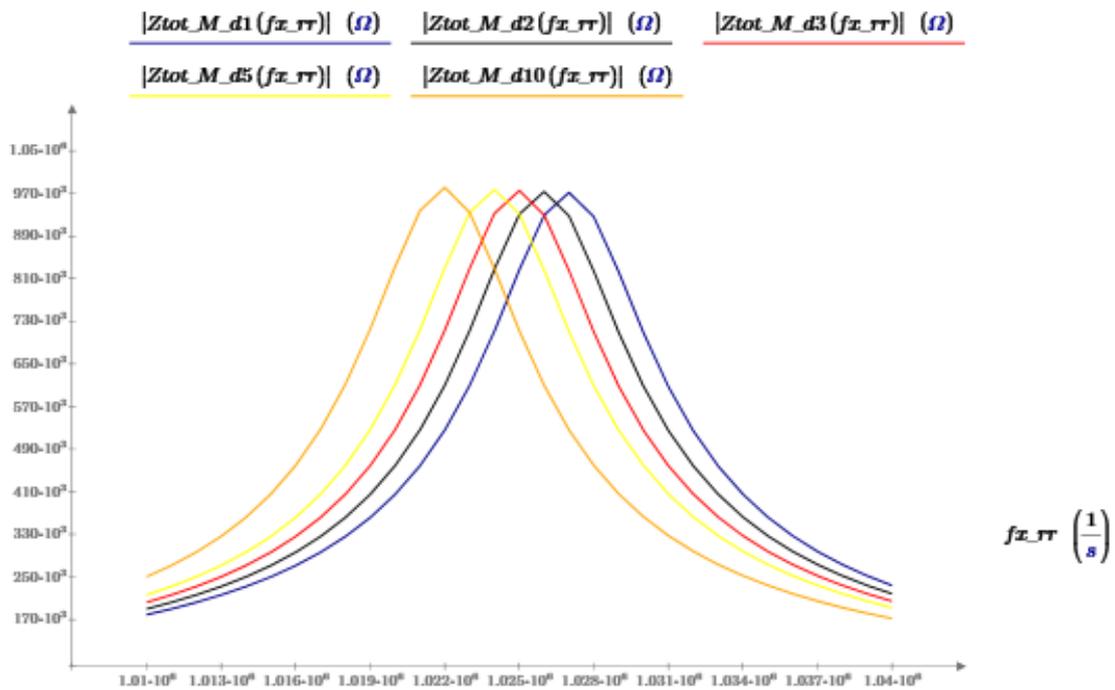


Figura 4.7 – “zoom” andamento analitico impedenza totale

Conoscendo i valori di  $M$  trovati alle varie distanze, possiamo graficare l’andamento di  $M$  in funzione della distanza e successivamente tentare di approssimare l’andamento con un’equazione:

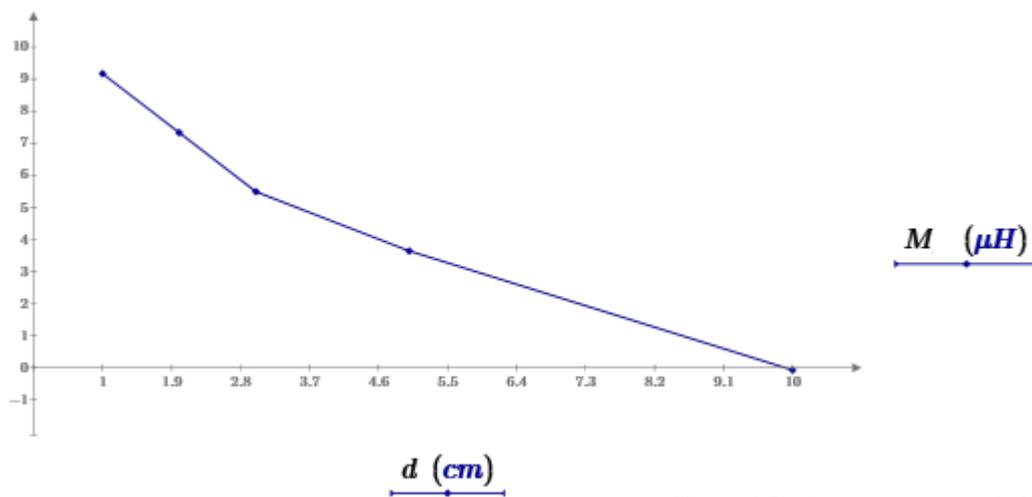


Figura 4.8 – Andamento valori di  $M$  ottenuti

Tramite tentativi grafici, come approssimazione dell’andamento di  $M$  in funzione della distanza, si è trovata la seguente equazione:

$$(0.6 d[cm])^{0.7} \cdot (0.3 M[\mu H] + 1.8)^{1.5} = 9 \quad (4.20)$$

Graficando i valori delle mutue induttanze con il grafico della funzione, si ottiene:

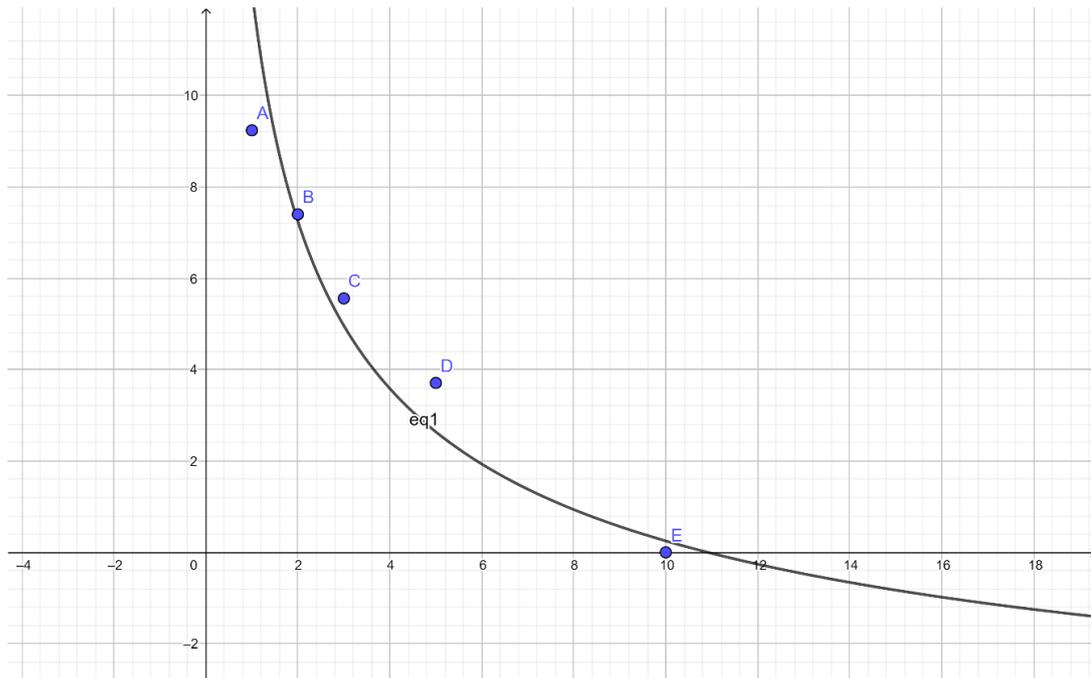


Figura 4.9 – Andamento della funzione approssimata per l'andamento di  $M$

La funzione come si poteva capire è un ramo di iperbole equilatera shiftata verso il basso, essa approssima quanto più possibile il valore di  $M$  entro un certo limite di errore. Assegnando i corretti valori alla  $x$  della funzione, ossia la distanza in cm, si potrà trovare il relativo valore di  $M$  in  $\mu H$ .

Dalle misure effettuate in laboratorio avendo trovato i parametri del sensore si è calcolato il relativo valore dell'impedenza totale ad una determinata frequenza, inoltre tramite le formule analitiche possiamo calcolare l'impedenza totale "analitica", ed infine, fare un confronto grafico finale:

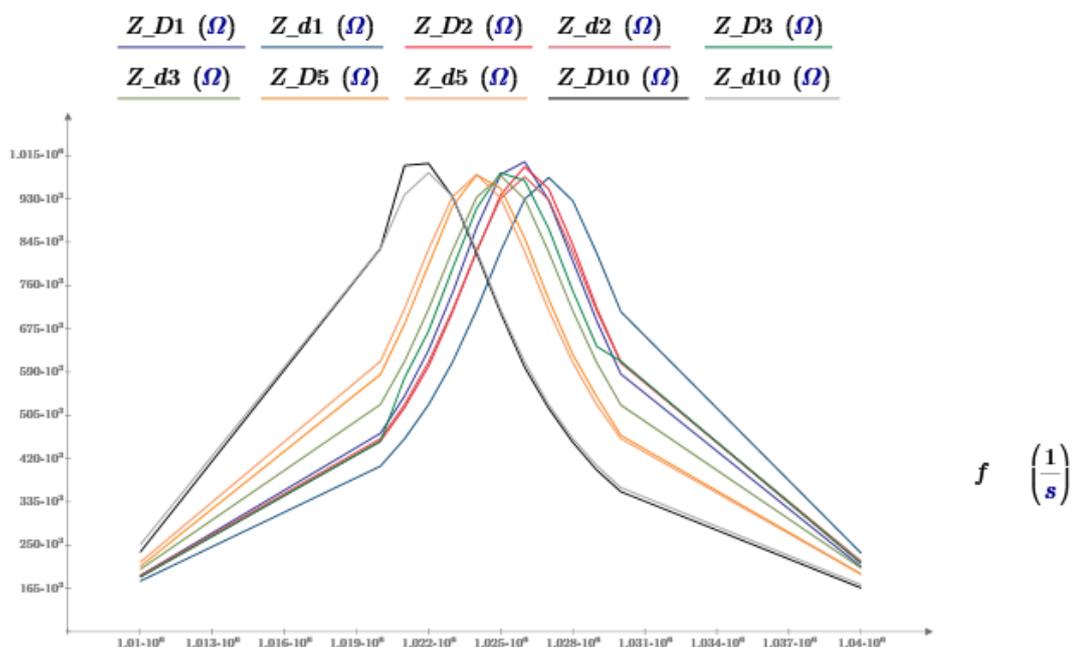


Figura 4.10 – Confronto fra gli andamenti delle impedenze misurate e calcolate

Dalla legenda del grafico si può notare come gli stessi colori ma con intensità diverse sono appartenenti alle stesse distanze, ad esempio rosso chiaro e rosso scuro; i pedici "D" maiuscoli si riferiscono alle misure effettuate in laboratorio, mentre "d" minuscoli fanno riferimento a formule analitiche.

Per quanto riguarda la simulazione del sensore in presenza dell'ostacolo, in serie all'induttore si è aggiunto un altro induttore negativo (in realtà un induttore mutuamente accoppiato), rappresentati rispettivamente da L3 e L5:

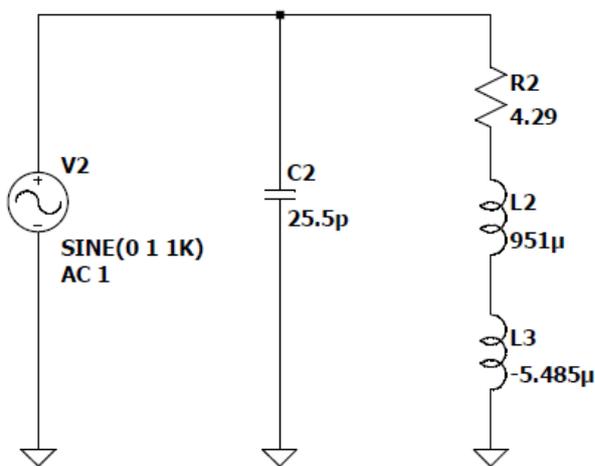


Figura 4.11 – Circuito sensore caso con ostacolo a  $d=3$  cm

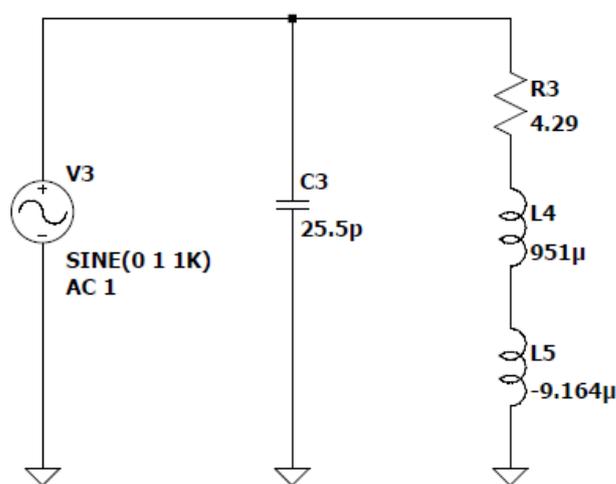


Figura 4.12 – Circuito sensore caso con ostacolo a  $d=1$  cm

Simulando e graficando contemporaneamente tutti e tre i circuiti, ossia relativi al caso senza ostacolo, al caso con l'ostacolo posto a 3 cm e 1 cm, si può vedere la relativa variazione della frequenza di risonanza:

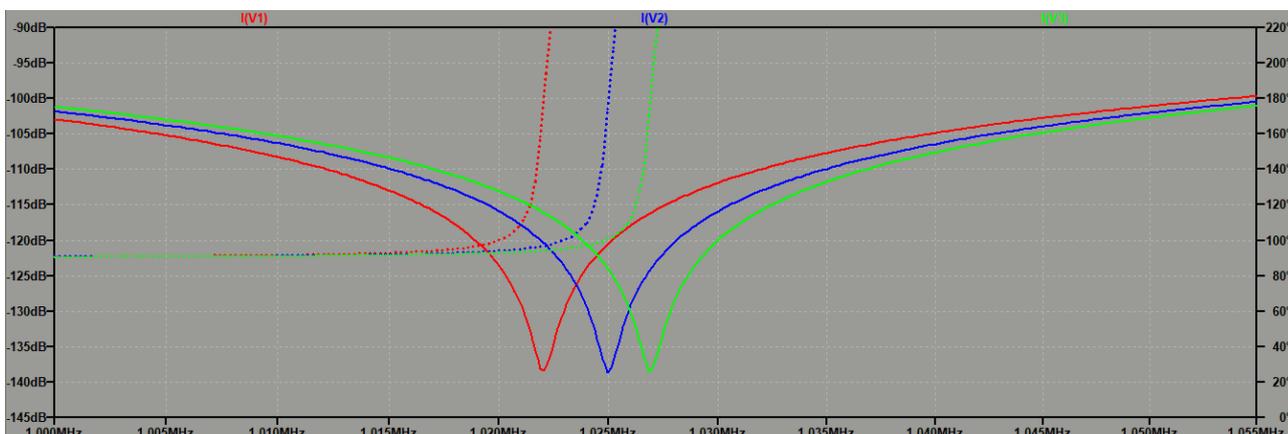


Figura 4.13 – Simulazione frequenza di risonanza con ostacolo a diverse distanze

La curva rossa rappresenta il caso senza ostacolo con una frequenza di risonanza di circa  $1.022 \text{ MHz}$ , la curva blu il caso con l'ostacolo alla distanza  $d = 3 \text{ cm}$  con circa  $1.025 \text{ MHz}$  ed infine la verde  $d = 1 \text{ cm}$  con circa  $1.027 \text{ MHz}$ .

## 5- VARIAZIONE DELLA FREQUENZA DI RISONANZA IN FUNZIONE DELLA MESSA A TERRA

Si è successivamente notato, facendo delle prove di messa a terra dell'ostacolo che la frequenza di risonanza varia a causa di essa e dipende anche dal tipo di collegamento di terra usato, nel nostro caso filare o per mezzo di una piastra metallica.

Per questo motivo si sono eseguite le relative misure, in primo luogo con un collegamento di terra tramite una piastra metallica e poi tramite un classico filo.

Si sono ottenuti i seguenti andamenti del parametro  $L_s$ , naturalmente, si sono analizzati sia i casi senza ostacolo (distanza infinita:  $D=\text{inf}$ ), sia i casi con gli ostacoli posti a diverse distanze:

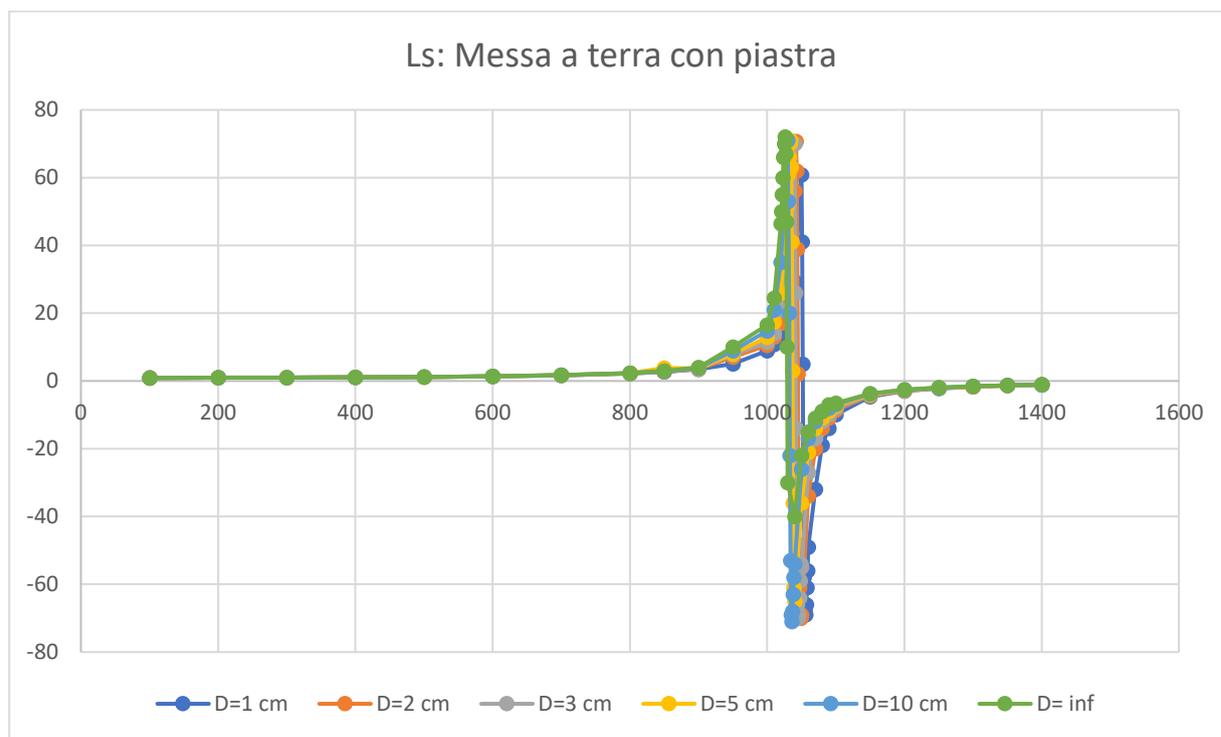


Figura 5.1 – Andamenti del parametro  $L$  del sensore in funzione della distanza con l'ostacolo con messa a terra tramite PIASTRA

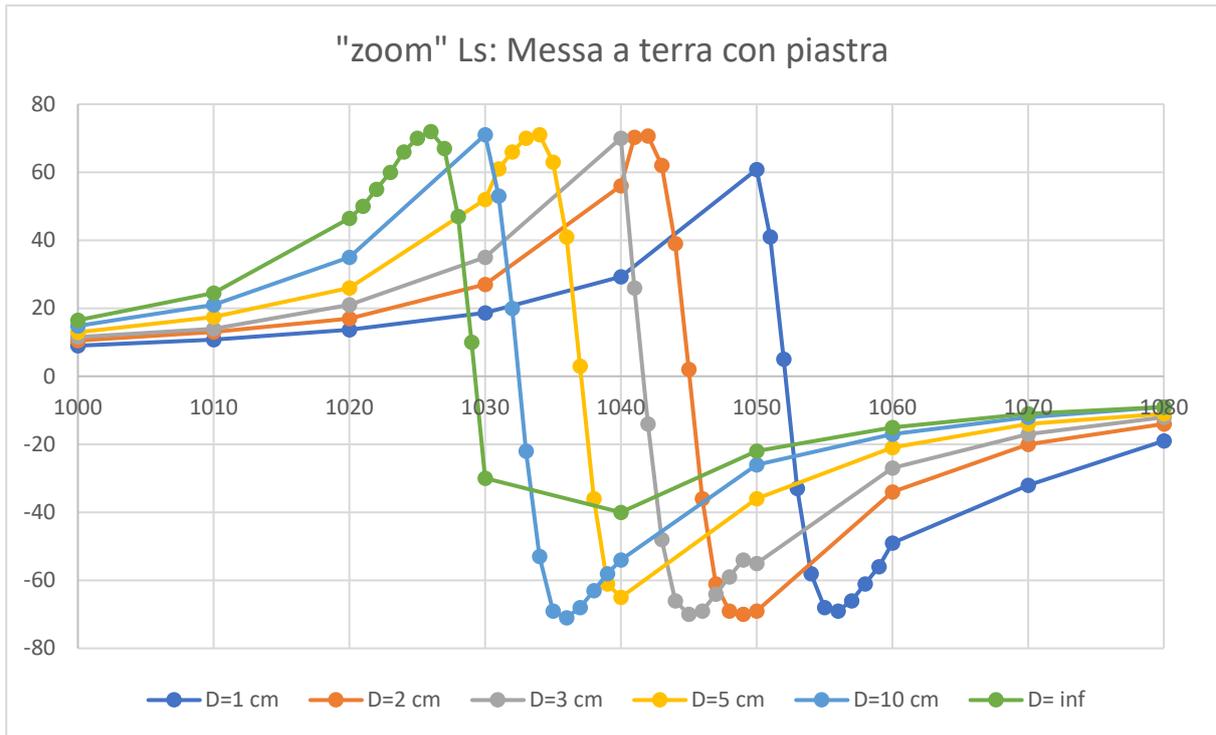


Figura 5.2 – Zoom del parametro L nell'intorno della risonanza (PIASTRA)

(Le tabelle con i singoli valori usati per graficare i risultati si trovano nel Capitolo 7 “Allegati”)

Successivamente si sono ripetute le stesse misure per il caso di collegamento di terra tramite filo connesso al cilindro tramite una piccola clip a “coccodrillo”, così ottenendo:

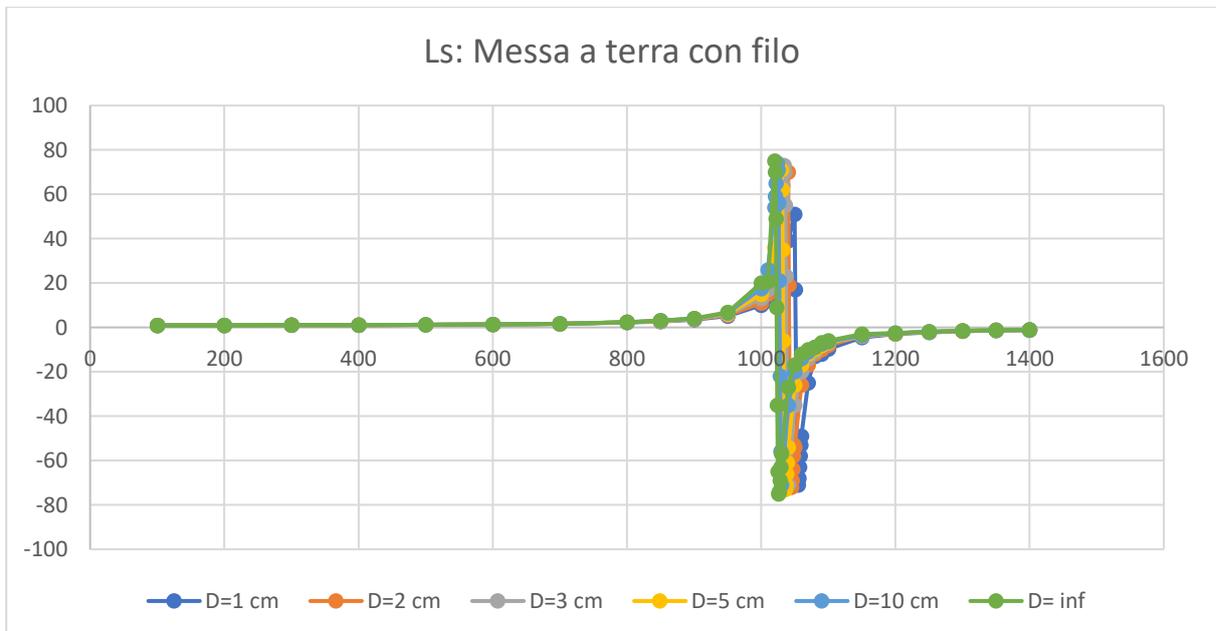


Figura 5.3 – Andamenti del parametro L del sensore in funzione della distanza con l'ostacolo con messa a terra tramite FILO

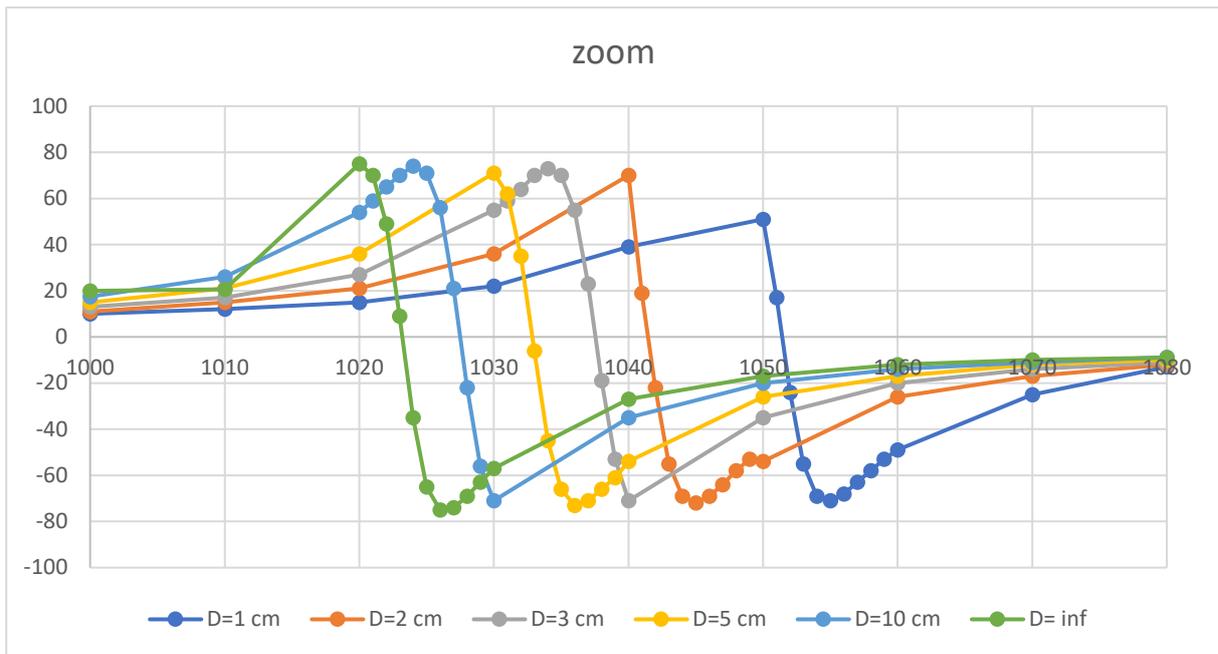


Figura 5.4 – Zoom del parametro L nell'intorno della risonanza (PIASTRA)

Infine, avendo già gli andamenti nel caso senza la messa a terra, si sono analizzate le variazioni di frequenza di risonanza nei vari casi, ad esempio alla distanza di D=5 cm, si ha:

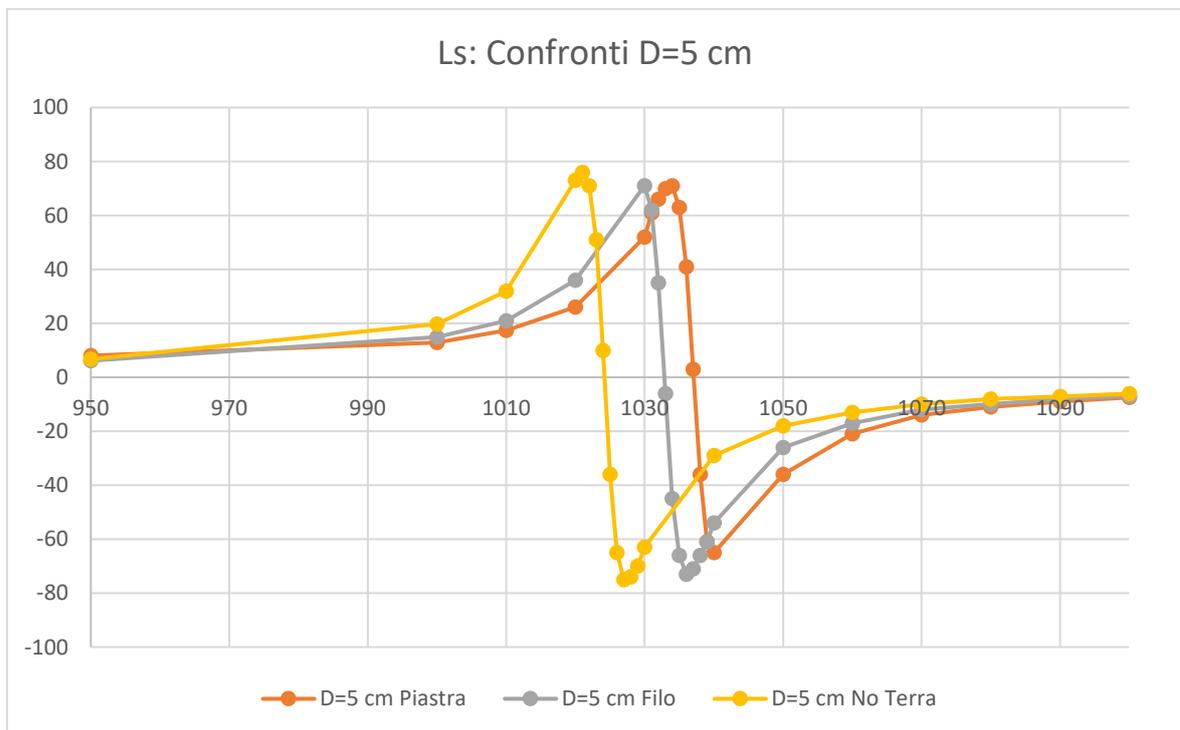


Figura 5.5 – Confronto frequenza di risonanza con e senza messa a terra alla distanza di 5 cm

Si può facilmente notare che a causa del collegamento di terra si ha una traslazione della frequenza di risonanza, in particolare un aumento, in special modo nel caso con la piastra metallica.

Mentre nel caso senza ostacoli si è ottenuto:

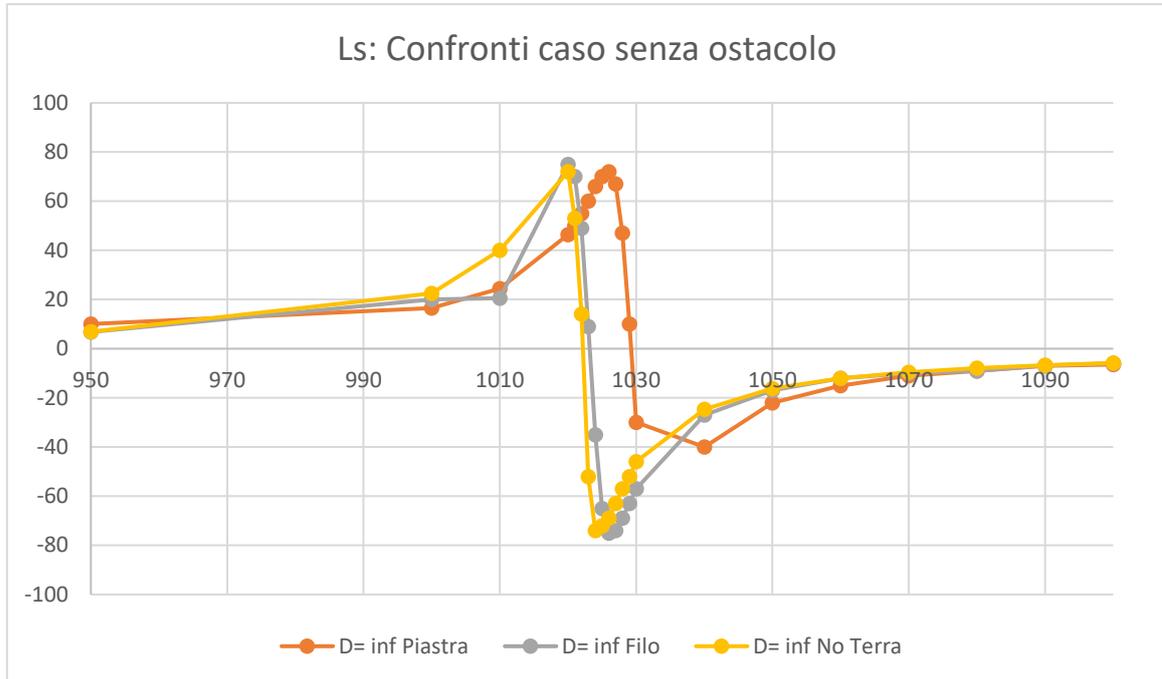


Figura 5.6 – Confronto frequenza di risonanza con e senza messa a terra nel caso senza ostacoli

Senza analizzare i dati, ad occhio, è possibile confermare che si ha un aumento di frequenza ma meno significativo rispetto alla presenza dell'ostacolo (figura 5.5); precisamente si sono ottenute le seguenti frequenze di risonanza:

|         | f di risonanza [kHz] |               |            |
|---------|----------------------|---------------|------------|
|         | No terra             | Terra piastra | Terra filo |
| D= 1 cm | 1025                 | 1052          | 1051       |
| D=2 cm  | 1026                 | 1045          | 1041       |
| D=3 cm  | 1025                 | 1041          | 1037       |
| D=5 cm  | 1024                 | 1037          | 1032       |
| D=10 cm | 1022                 | 1032          | 1027       |
| D=inf   | 1022                 | 1029          | 1023       |

Questo conferma l'aumento di frequenza di risonanza che si ottiene: si può ipotizzare che quando si usa la piastra di messa a terra essa si accoppia con la bobina, infatti anche nel caso senza ostacolo rispetto al caso senza terra la frequenza di risonanza varia aumentando di 7 kHz; mentre usando il filo di terra essa aumenta di circa 1 kHz, quindi molto più vicina al caso senza terra.

Si precisa che si sono svolte prove di corto circuito tramite multimetro per vedere l'effettiva messa a terra che vi era fra bobina e connettore del ponte (ossia la terra).

Alla distanza minima di 1 cm si ha una variazione molto accentuata, circa 26 kHz, che poi all'aumentare della distanza, questa variazione diminuisce, ossia la frequenza di risonanza tende a ritornare al suo valore "normale" ossia come nel caso senza terra.

In linea generale il collegamento di terra provoca un aumento della frequenza di risonanza, più accentuato quando viene usata una piastra metallica e meno accentuata quando vi è il filo.

Si può, quindi, ipotizzare che la presenza del collegamento di terra provochi un accoppiamento con il sensore e che ne modifichi la caratterizzazione circuitale provocando una variazione della frequenza di risonanza.

Tramite il CAD elettrico, ipotizzando una capacità serie all'impedenza totale del sensore, come rappresentativa dell'accoppiamento capacitivo generato fra sensore e piastra metallica o filo di terra, non si ha nessun riscontro sul cambiamento di frequenza anche variando di molto la capacità inserita, ciò sarà oggetto di un futuro studio approfondito qui non trattato.

(Queste stesse considerazioni possono essere tratte anche analizzando gli andamenti del parametro  $R_S$ , come è possibile vedere dalle tabelle e grafici nel Capitolo 7 "Allegati")

## 6- ANALISI E VALUTAZIONE DELLA CAPACITA' DI ACCOPPIAMENTO DEL SENSORE

In questo capitolo verrà trattata l'analisi e la valutazione dell'accoppiamento capacitivo fra il sensore ed un ostacolo, essenzialmente un cilindro. In primo luogo, verrà trattato il sensore e modellizzato come una spira e successivamente un cilindro. In entrambi i sottocapitoli verrà prima esposto il calcolo analitico, poi l'implementazione delle formule in un programma di calcolo e successivamente vi sarà l'esposizione dei risultati.

Questo comportamento viene analizzato per far sì che in uno studio futuro i risultati possano essere implementati nella caratterizzazione circuitale finale del sensore.

### 6.1- CILINDRO - SPIRA

#### CALCOLO ANALITICO

Si effettua una valutazione analitica dell'accoppiamento capacitivo fra il sensore, ossia una spira, ed un cilindro posto ad una certa distanza; in realtà per una semplificazione maggiore si è pensato alla bobina come la sovrapposizione di tante spire.

Dunque, il problema schematizzato risulta il seguente:

Calcolo approssimato della capacità di accoppiamento tra una spira e un cilindro conduttore:

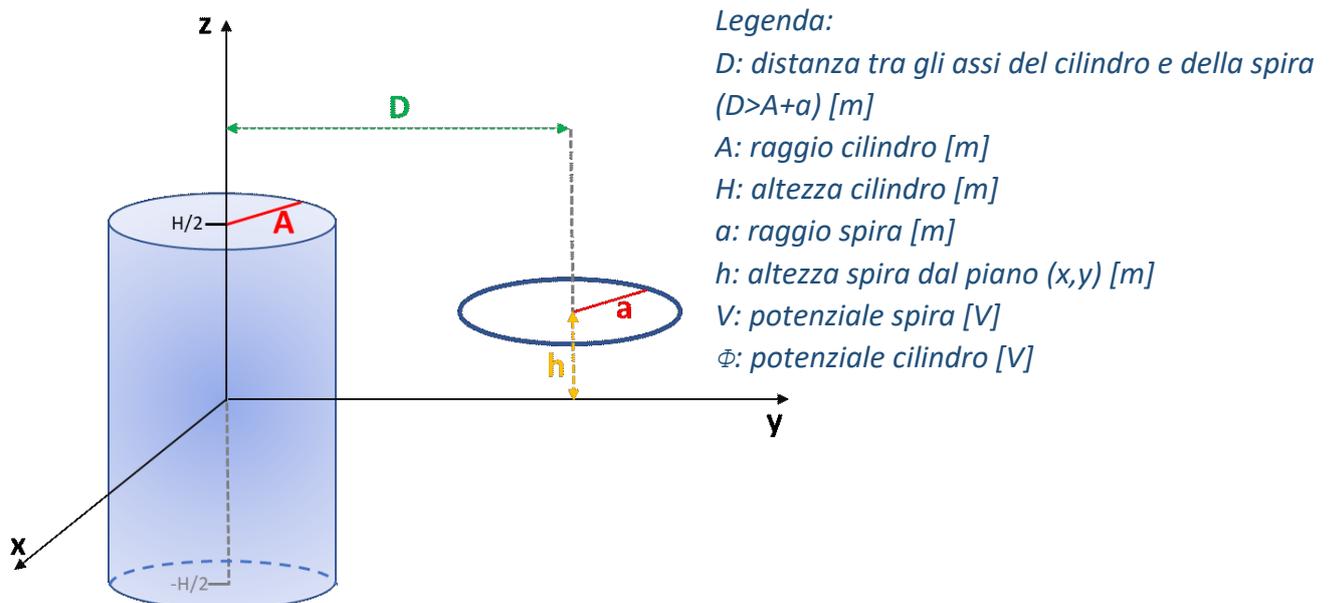


Figura 6.1 – Schema con legenda per valutazione accoppiamento capacitivo cilindro-spira

Sulla superficie del cilindro vi è una distribuzione di carica superficiale:  $-\rho_c(x,y,z)$  [C/m<sup>2</sup>]; mentre sulla spira vi è una distribuzione di carica lineare:  $\rho_s(x,y)$  [C/m]. Il segno attribuito alle cariche tiene conto del potenziale applicato.

Calcolo potenziale dovuto alla carica sul cilindro:

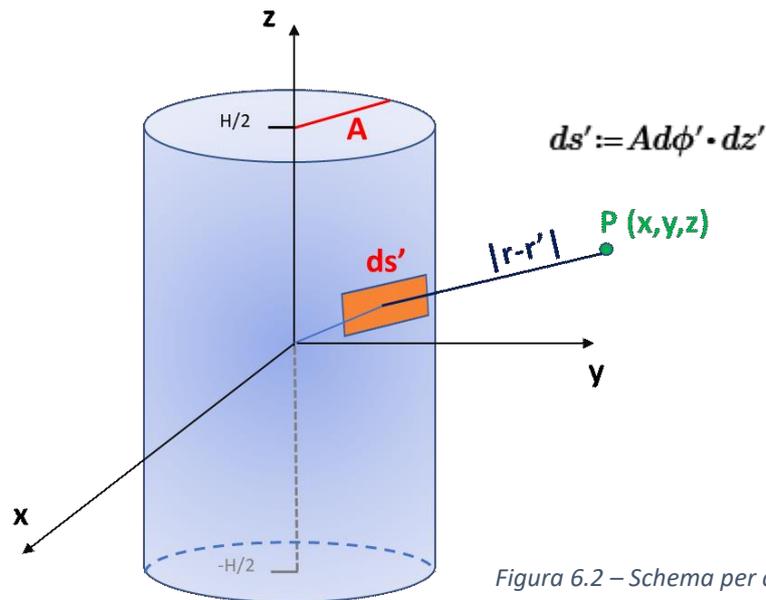


Figura 6.2 – Schema per calcolo potenziale sul cilindro

Il potenziale sul cilindro è:

$$\phi_c(x, y, z) := \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \int_{\text{Cilindro}} \frac{\rho_c(x', y', z')}{|r-r'|} ds' \quad (6.1)$$

Dove, i vettori  $r$  e  $r'$  sono rispettivamente i vettori che collegano il punto  $P$  di coordinate  $(x,y,z)$  e l'area infinitesima  $ds'$  rispetto al centro del cilindro ossia l'origine degli assi, per cui si può scrivere:

$$\begin{cases} r := x\mathbf{x} + y\mathbf{y} + z\mathbf{z} \\ r' := x'\mathbf{x} + y'\mathbf{y} + z'\mathbf{z} \end{cases} \quad (6.2)$$

In funzione delle coordinate angolari:

$$\begin{cases} x' := A \cdot \cos(\phi') \\ y' := A \cdot \sin(\phi') \end{cases} \quad (6.3)$$

$$\text{Con } 0 \leq \phi' \leq 2 \pi \quad (6.4)$$

Sostituendo nella (6.1) segue che il potenziale è:

$$\phi_{-c}(x, y, z) := \frac{-A}{4 \pi \epsilon_0} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho_{-c}(x', y', z')}{\sqrt{(x - A \cdot \cos(\phi'))^2 + (y - A \cdot \sin(\phi'))^2 + (z - z')^2}} d\phi' dz' \quad (6.5)$$

È importante assegnare a  $\rho_c$  una distribuzione che sia il più possibile vicina a quella reale, per questo motivo e per la dipendenza da  $\phi'$  si è utilizzato la distribuzione di carica di due fili paralleli. Per la distribuzione di carica lungo  $z'$  si è tenuto conto della posizione della spira, cioè, in corrispondenza della spira la densità di carica  $\rho_c$  deve essere massima.

$$\rho_{-c}(x', y', z') := \frac{\rho_{-c0}}{\left(1 - \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z'-h}{D-A-a}\right)^2}\right)^3} \quad (6.6)$$

Quindi, sostituendo, come espressione “finale” del potenziale sul cilindro, si ottiene:

$$\phi_{-c}(x, y, z) := \frac{-A \cdot \rho_{-c0}}{4 \pi \epsilon_0} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho_{-c0}}{\left(1 - \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z'-h}{D-A-a}\right)^2}\right)^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x - A \cdot \cos(\phi'))^2 + (y - A \cdot \sin(\phi'))^2 + (z - z')^2}} d\phi' dz' \quad (6.7)$$

Ora passiamo al calcolo del potenziale dovuto alla carica sulla spira di centro  $C_s(0, D, h)$ ; sulla spira, inoltre, vi è una carica per unità di lunghezza  $\rho_s(x', y')$  [C/m].

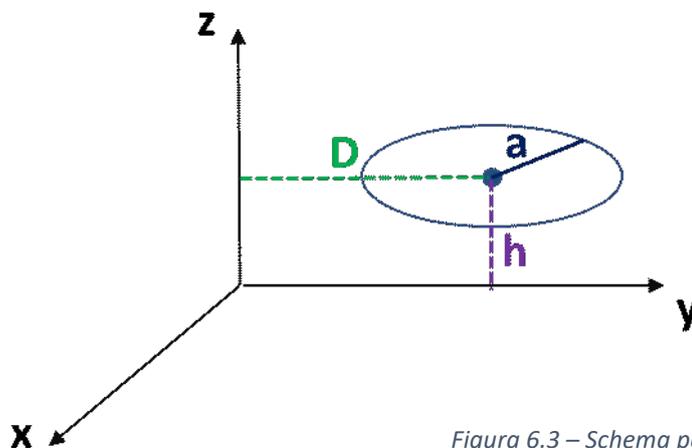


Figura 6.3 – Schema per calcolo potenziale sulla spira

Come per il potenziale sul cilindro, per il potenziale sulla spira si ha:

$$\phi_{-s}(x, y, z) := \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \int_{\text{Spira}} \frac{\rho_{-s}(x', y')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} dl' \quad (6.8)$$

Si possono scrivere le tre coordinate  $(x', y', z')$  in funzione delle coordinate angolari come:

$$\begin{cases} x' := a \cdot \cos(\phi') \\ y' := a \cdot \sin(\phi') + D \\ z' := h \end{cases} \quad (6.9)$$

Si ipotizza sulla spira la seguente distribuzione di carica:

$$\rho_{-s}(x', y') := \frac{\rho_{-s0}}{\left(1 + \frac{Q+A}{D} \cdot \sin(\phi')\right)} \quad (6.10)$$

Quindi, si ottiene dalla (6.8):

$$\phi_{-s}(x, y, z) := \frac{\rho_{-s0} \cdot a}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left(1 + \frac{Q+A}{D} \cdot \sin(\phi')\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-a \cdot \cos(\phi'))^2 + (y-(a \cdot \cos(\phi') + D))^2 + (z-h)^2}} d\phi' \quad (6.11)$$

Si devono imporre le seguenti condizioni: il potenziale totale sul cilindro uguale a zero, mentre il potenziale totale sulla spira uguale a  $V$ , ovvero in formule:

$$\phi_{TOT}|_{cil} = \phi_c|_{cil} + \phi_s|_{cil} = 0 \quad (6.12)$$

$$\phi_{TOT}|_{spira} = \phi_c|_{spira} + \phi_s|_{spira} = V \quad (6.13)$$

Per evitare il problema della singolarità, consideriamo il raggio del cilindro  $A^* = A + \delta$ , mentre il raggio sulla spira  $a^* = a + \delta$ , dove  $\delta$  è molto piccolo rispetto ad  $A$  e  $a$  (utile per evitare problemi nella futura implementazione delle formule in Matlab o in altri software di calcolo).

Sul cilindro quindi, si ha:

$$\begin{cases} x := A_s \cdot \cos(\phi') \\ y := A_s \cdot \sin(\phi') \end{cases} \quad (6.14)$$

Per cui la condizione sul potenziale del cilindro uguale a zero (6.12), successivamente integrando sulla superficie del cilindro, posti lcc e lcs, si ottiene:

$$-A \cdot \rho_{c0} \cdot I_{cc} + a \cdot \rho_{s0} \cdot I_{cs} = 0 \quad (6.15)$$

Con lcc e lcs:

$$I_{cc} := \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left(1 - \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z'-h}{D-A-a}\right)^2}\right)^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{(A_s \cdot \cos(\phi') - A \cdot \cos(\phi'))^2 + (A_s \cdot \sin(\phi') - A \cdot \sin(\phi'))^2 + (z-z')^2}} dz d\phi dz' d\phi' \quad (6.16)$$

$$I_{cs} := \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left(1 + \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{(A_s \cdot \cos(\phi') - A \cdot \cos(\phi'))^2 + (A_s \cdot \sin(\phi') - A \cdot \sin(\phi') - D)^2 + (z-h)^2}} dz d\phi d\phi' \quad (6.17)$$

Sulla spira si ha:

$$\begin{cases} x := a_s \cdot \cos(\phi') \\ y := a_s \cdot \cos(\phi') + D \\ z := h \end{cases} \quad (6.18)$$

Sostituendo sulla (6.13), ponendolo uguale a V, successivamente integrando sulla spira, posti lsc e lss, si ha:

$$V := \frac{(A \cdot \rho_{c0} \cdot I_{sc} + a \cdot \rho_{s0} \cdot I_{ss})}{8 \pi^2 \epsilon_0} \quad (6.19)$$

Con lsc e lss:

$$I_{sc} := \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left(1 - \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z'-h}{D-A-a}\right)^2}\right)^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{(a_s \cdot \cos(\phi) - A \cdot \cos(\phi'))^2 + (a_s \cdot \sin(\phi) - A \cdot \sin(\phi') + D)^2 + (h-z')^2}} dz' d\phi d\phi' \quad (6.20)$$

$$I_{ss} := \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left(1 - \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{(a_s \cdot \cos(\phi) - a \cdot \cos(\phi'))^2 + (a_s \cdot \sin(\phi) - a \cdot \sin(\phi'))^2}} d\phi' d\phi \quad (6.21)$$

Risolvendo il sistema composto dalla (6.15) e dalla (6.19) si ottengono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{s0} := \frac{V}{a} \cdot 8 \pi^2 \varepsilon_0 \cdot \frac{I_{cc}}{I_{ss} \cdot I_{cc} - I_{cs} \cdot I_{sc}} \quad (6.22) \\ \rho_{c0} := \frac{V}{A} \cdot 8 \pi^2 \varepsilon_0 \cdot \frac{I_{cs}}{I_{ss} \cdot I_{cc} - I_{cs} \cdot I_{sc}} \quad (6.23) \end{array} \right.$$

Ottenuto  $\rho_{s0}$  possiamo sostituirlo all'interno dell'espressione di  $\rho_s$  (6.10) e successivamente calcolare la carica totale sulla spira:

$$Q_s := \int_{\text{Spira}} \rho_s(x', y') dl' \quad (6.24)$$

Ovvero:

$$Q_s := \int_0^{2\pi} \frac{\rho_{s0}}{\left(1 + \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right)} a d\phi' \quad (6.25)$$

$$Q_s := V \cdot 8 \pi^2 \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{I_{cc}}{I_{ss} \cdot I_{cc} - I_{cs} \cdot I_{sc}}\right) \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left(1 + \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right)} d\phi' \quad (6.26)$$

Quindi la capacità finale risultante è:

$$C := 8 \pi^2 \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{I_{cc}}{I_{ss} \cdot I_{cc} - I_{cs} \cdot I_{sc}}\right) \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left(1 + \frac{Q+A}{D} \sin(\phi')\right)} d\phi' \quad (6.27)$$

## IMPLEMENTAZIONE MATLAB

### DESCRIZIONE SOFTWARE MATLAB

Per quanto riguarda l'implementazione software è stato utilizzato l'ambiente di sviluppo Matlab.

Il Matlab (abbreviazione per Matrix Laboratory) è un ambiente di calcolo numerico e di analisi statistica che consente di manipolare matrici, visualizzare funzioni e dati, implementare algoritmi. Attualmente è uno dei programmi di calcolo maggiormente utilizzati nei campi dell'industria e delle università per via dei suoi numerosi strumenti a supporto dei più diversi campi di studio applicati.



Figura 6.4 – Logo software di calcolo Matlab della MathWorks

Si tratta di un sistema interattivo il cui elemento basilare di informazione è un array che non richiede dimensionamento: problemi e soluzioni sono espressi con una notazione matematica molto intuitiva, integrando calcolo, visualizzazione e programmazione.

### PROGRAMMA MATLAB

Per l'implementazione delle formule dell'accoppiamento capacitivo fra cilindro e spira in Matlab si sono inizialmente definite le variabili da usare successivamente, con un particolare riguardo all'eliminazione del problema delle singolarità.

Come già scritto nelle formule  $a^*$  e  $A^*$  (ovvero nel programma  $a\_s$  e  $A\_s$ ), equivalgono rispettivamente al valore di  $a$  e  $A \pm \delta$ ,  $\delta$  (delta) considerato di qualche millimetro, si è preso come valore 2 mm.

Successivamente si sono definite le funzioni da integrare, poi sono stati implementati gli integrali doppi, tripli e quadrupli corrispondenti alle funzioni  $I_{cc}$ ,  $I_{cs}$ ,  $I_{sc}$  e  $I_{ss}$ . Si precisa che per una maggior sicurezza dei risultati, in special modo degli integrali, si è provato ad integrare anche tramite le funzioni che usano il metodo dei trapezi o rettangoli, oppure con algoritmi ricorsivi manualmente scritti per la risoluzione di integrali. Si è notato come tutto ciò abbia portato allo stesso risultato con più o meno precisione, ma a discapito di notevoli tempi di esecuzione più lunghi.

Infine, si è prima calcolata la carica totale sulla spira e poi la capacità di accoppiamento finale.

Il programma è visionabile nel Capitolo 7 "Allegati".

## RISULTATI E OSSERVAZIONI

Si ricorda che il valore usato per evitare problemi dovuti alla singolarità è 2 mm.

Si sono svolti calcoli usando diverse misure sia della spira sia del cilindro simulante il sensore; ci si aspetta un decadimento esponenziale della capacità di accoppiamento fra cilindro e spira all'aumentare della distanza fra essi.

Si precisa che la distanza  $D$  è interasse fra spira e cilindro, ciò comporta che debba essere maggiore della somma dei due raggi ossia  $A$  e  $a$ .

*Caso 1:  $A=5$  cm  $a=5$  cm,  $H=44$  cm,  $h=0$  ( $D_{min}=10$  cm):*

| Distanza | C (pF) |
|----------|--------|
| 12       | 4,5663 |
| 14       | 4,0211 |
| 16       | 3,8089 |
| 18       | 3,694  |
| 20       | 3,6218 |
| 22       | 3,5722 |
| 24       | 3,5362 |
| 26       | 3,5088 |

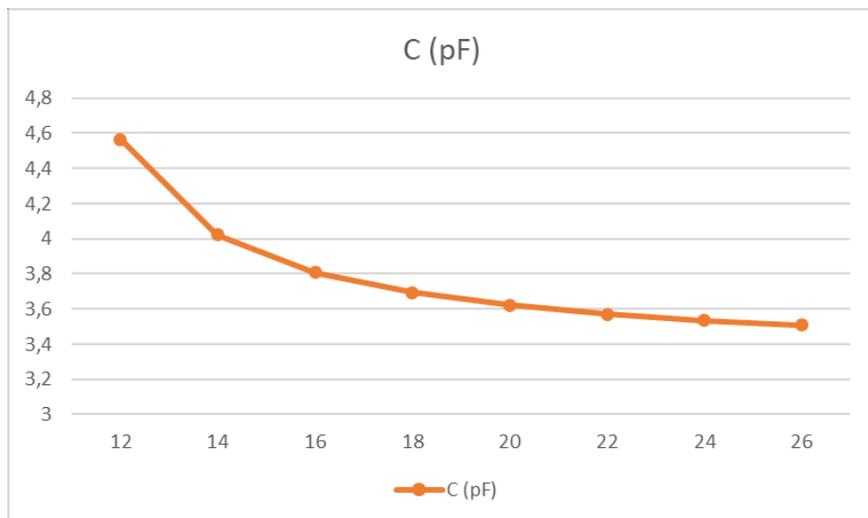


Figura 6.5 – Andamento C caso 1

*Caso 2:  $A=3$  cm  $a=5$  cm,  $H=44$  cm,  $h=0$  ( $D_{min}=8$  cm):*

| Distanza | C (pF) |
|----------|--------|
| 8,5      | 7,2706 |
| 9        | 5,5024 |
| 10       | 4,5586 |
| 12       | 4,0017 |
| 14       | 3,7887 |
| 16       | 3,6749 |
| 18       | 3,6042 |
| 20       | 3,5561 |
| 22       | 3,5215 |
| 24       | 3,4954 |
| 26       | 3,4751 |

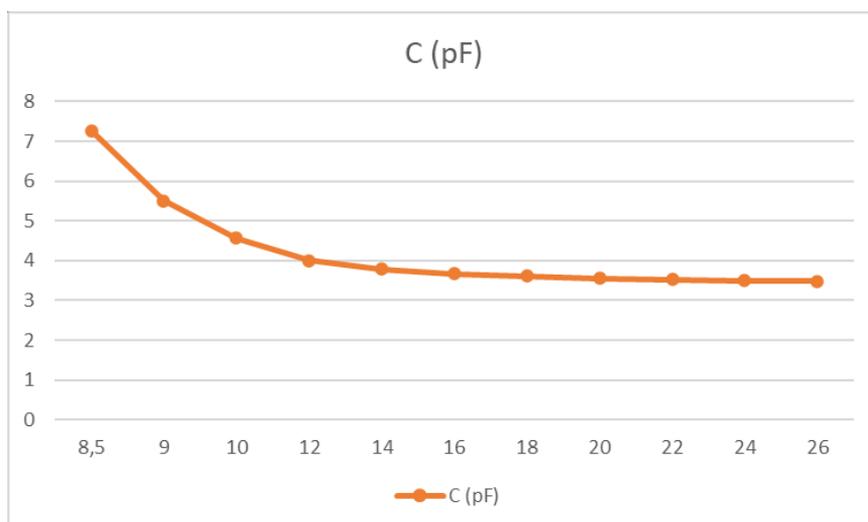


Figura 6.6 – Andamento C caso 2

Caso 3:  $A=5\text{ cm}$   $a=3\text{ cm}$ ,  $H=44\text{ cm}$ ,  $h=0$  ( $D_{\min}=8\text{ cm}$ ):

| Distanza | C (pF) |
|----------|--------|
| 10       | 2,8978 |
| 12       | 2,5983 |
| 14       | 2,4838 |
| 16       | 2,4226 |
| 18       | 2,3845 |
| 20       | 2,3585 |
| 22       | 2,3398 |
| 24       | 2,3257 |
| 26       | 2,3147 |

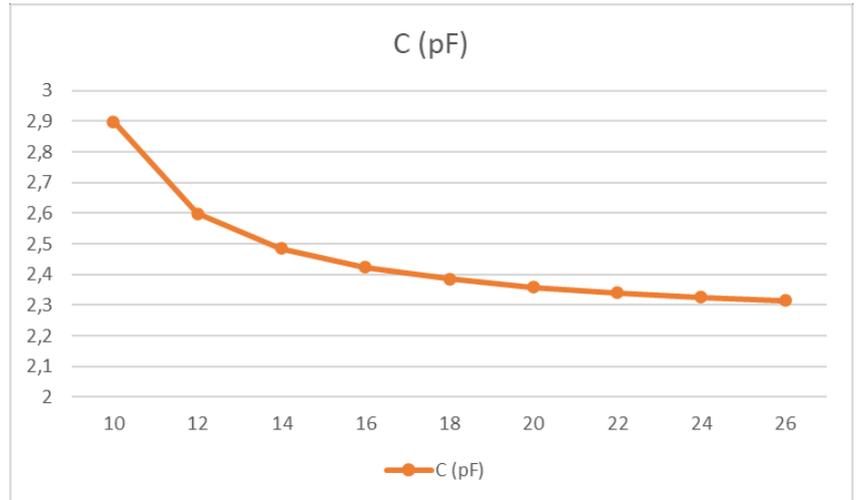


Figura 6.7 – Andamento C caso 3

Caso 4:  $A=5\text{ cm}$   $a=5\text{ cm}$ ,  $H=10\text{ cm}$ ,  $h=0$  ( $D_{\min}=10\text{ cm}$ ):

| Distanza (cm) | C (pF) |
|---------------|--------|
| 15            | 3,2404 |
| 20            | 3,0774 |
| 30            | 2,9945 |
| 40            | 2,97   |
| 50            | 2,9593 |
| 60            | 2,9537 |
| 70            | 2,9503 |
| 80            | 2,9482 |
| 90            | 2,9467 |
| 100           | 2,9457 |

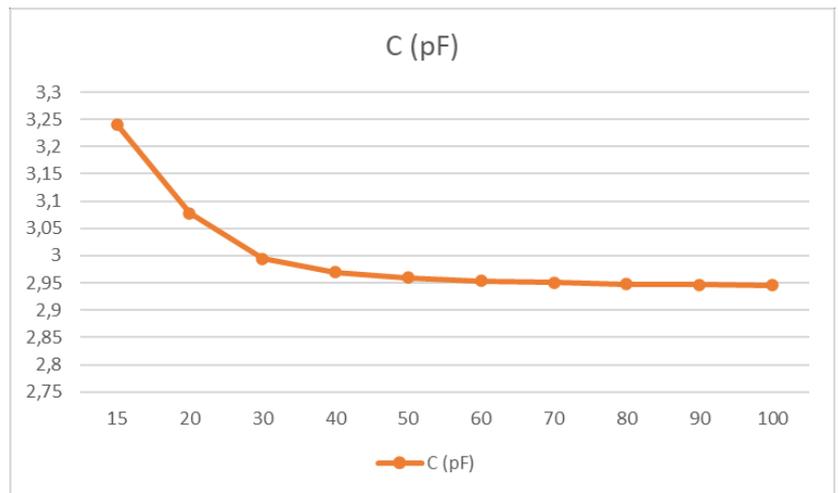


Figura 6.8 – Andamento C caso 4

Caso 5:  $A=5\text{ cm}$   $a=5\text{ cm}$ ,  $H=44\text{ cm}$ ,  $h=22\text{ cm}$  ( $D_{\min}=10\text{ cm}$ ):

| Distanza | C (pF) |
|----------|--------|
| 12       | 4,4795 |
| 14       | 3,9535 |
| 16       | 3,7542 |
| 18       | 3,6486 |
| 20       | 3,5836 |
| 22       | 3,5397 |
| 24       | 3,5084 |
| 26       | 3,4849 |

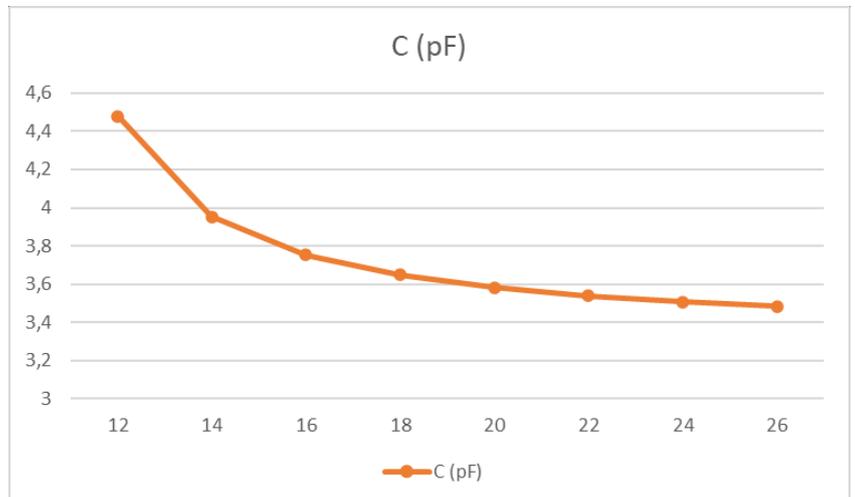


Figura 6.9 – Andamento C caso 5

Caso 6:  $A=5\text{ cm}$   $a=5\text{ cm}$ ,  $H=44\text{ cm}$ ,  $h=30\text{ cm}$  ( $D_{min}=10\text{ cm}$ ):

| Distanza | C (pF) |
|----------|--------|
| 12       | 3,6601 |
| 14       | 3,6094 |
| 16       | 3,568  |
| 18       | 3,5346 |
| 20       | 3,5079 |
| 22       | 3,4865 |
| 24       | 3,4693 |
| 26       | 3,4552 |

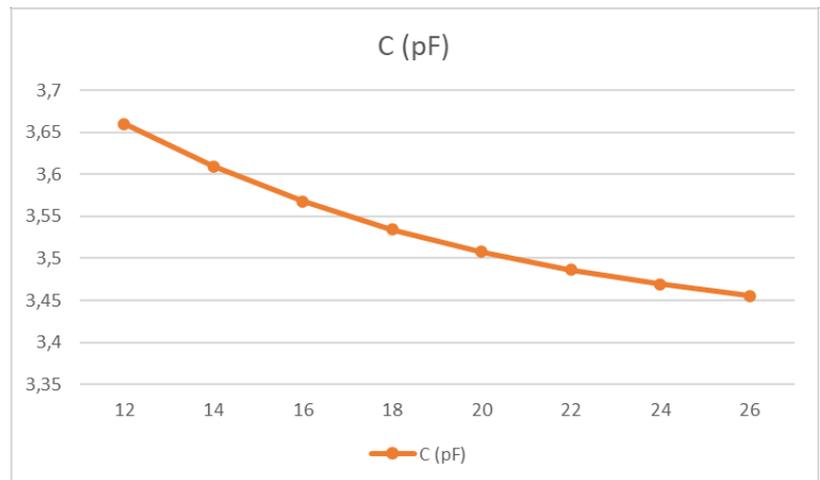


Figura 6.10 – Andamento C caso 6

Confronti fra i vari casi:

- Caso 1 – 4: varia solo l'altezza  $H$  del cilindro, mantenendo inalterate  $A$ ,  $a$  e  $h$ ; si nota, come d'altronde logico, all'aumentare di  $H$  aumenti l'accoppiamento capacitivo fra cilindro e spira, questo dovuto ad una maggior superficie di accoppiamento;
- Caso 1 – 2 – 3: variano  $a$  e  $A$ , a parità di altezze  $H$  e  $h$ ; al variare del raggio  $A$  del cilindro, considerando la distanza assoluta fra cilindro e spira, e non quella interasse, la capacità risultante varia di poco (ad esempio si passa da circa 4.02 a 4.00 pF), si può concludere che quando varia  $A$  l'accoppiamento finale risultante varia di poco, mentre al variare di  $a$ , ossia il raggio della spira, esso diminuisce, questo lo si nota confrontando i valori del caso 1 con i casi 2 e 3;
- Caso 1 – 5 – 6: cambia solo l'altezza dal suolo della spira  $h$ , con uguali  $A$ ,  $a$  e  $H$ ; dai valori calcolati si nota che quando la spira è centrata rispetto al cilindro ossia è posta ad un'altezza nulla rispetto al piano  $(x,y)$  l'accoppiamento è massimo e diminuisce all'aumentare di  $h$ , come ci si poteva attendere.

Dai grafici si nota come tutti gli andamenti siano decrescenti in modo esponenziale.

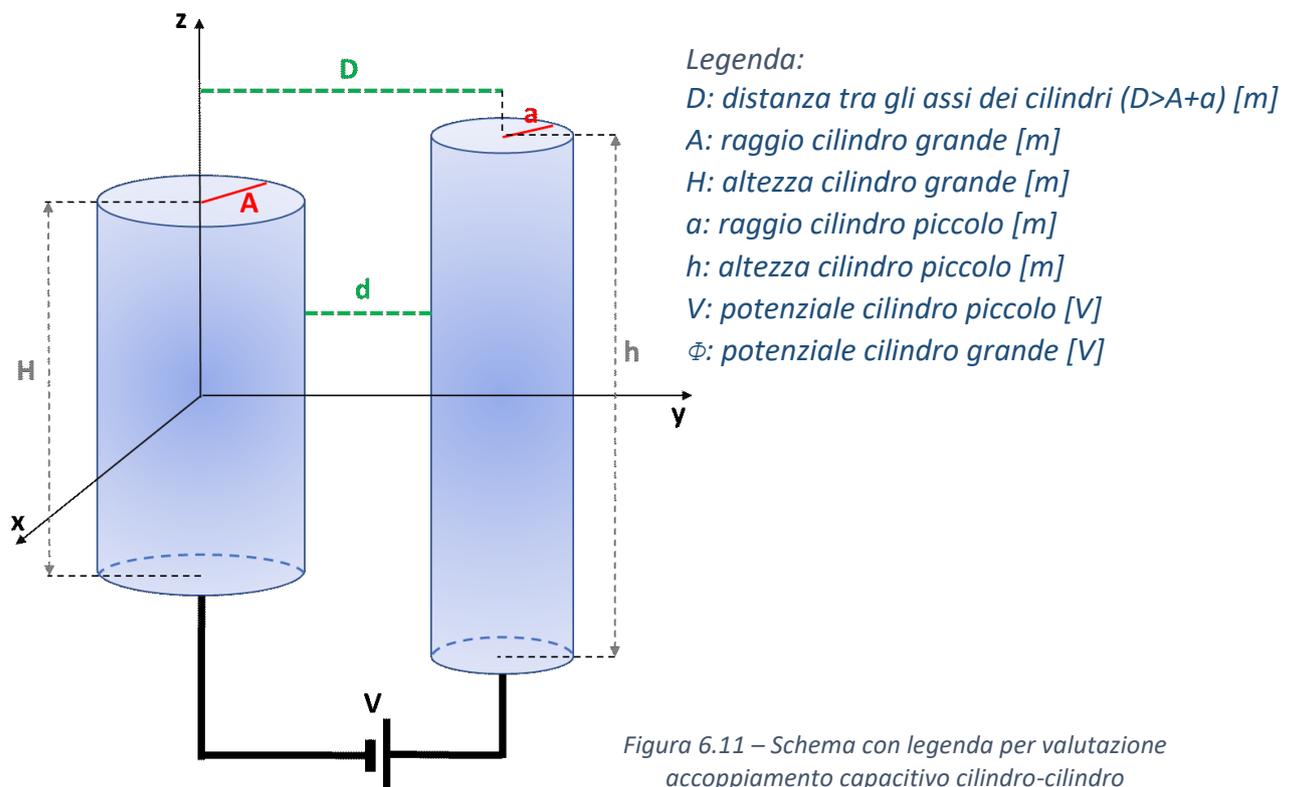
I valori sopra sono stati calcolati con misure di cilindri aventi in laboratorio, con l'idea finale di porre tante capacità in parallelo poste vicino (ossia più spire). Benché i risultati trovati siano più che accettabili, ossia di qualche pF, sommando queste capacità (la capacità risultante di più capacità in parallelo è la somma delle stesse), si ottiene un valore elevato e di conseguenza non reale.

## 6.2- CILINDRO - CILINDRO

### CALCOLO ANALITICO

Per il motivo precedentemente scritto, si è cambiato modello approssimato di riferimento: ora sia il sensore sia l'ostacolo o corpo nelle vicinanze sono modellati come dei cilindri.

Facendo riferimento ad alcune conclusioni tratte dal calcolo dell'accoppiamento capacitivo cilindro spira, si sono effettuati i seguenti calcoli per il caso di accoppiamento fra due cilindri conduttori di diametro diverso:



(Cilindro “grande” e “piccolo” sono aggettivi usati per un “aiuto” nel non confondere le lettere usate per descriverne le loro caratteristiche, ad esempio il cilindro “grande” usa lettere maiuscole e il “piccolo” minuscole, in realtà il cilindro centrato nell’origine potrebbe essere anche più piccolo dimensionalmente dell’altro)

Sulla superficie del cilindro “grande” vi è una distribuzione di densità di carica superficiale:

$$- \rho_A(x, y, z) \left[ \frac{C}{m^2} \right] = - \rho_{A0} F_A(z, \Phi) \left[ \frac{C}{m^2} \right] \quad (6.28)$$

e sull’altro cilindro (il “piccolo”):

$$+ \rho_a(x, y, z) \left[ \frac{C}{m^2} \right] = - \rho_{a0} F_a(z, \Phi) \left[ \frac{C}{m^2} \right] \quad (6.29)$$

(Il segno delle cariche tiene conto del potenziale applicato, vedi figura 6.11;  $F_A$  e  $F_a$  saranno successivamente definite a fine capitolo)

Possiamo scrivere i potenziali dovuti alle cariche dei due cilindri, tenendo conto della (6.5):

$$\Phi_A := -A \cdot \frac{\rho_{A0}}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} F_A(z_p, \Phi_p) \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-A \cdot \cos(\Phi_p))^2 + (y-A \cdot \sin(\Phi_p))^2 + (z-z_p)^2}} d\Phi_p dz_p \quad (6.30)$$

$$\Phi_a := a \cdot \frac{\rho_{a0}}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} F_a(z_p, \Phi_p) \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-a \cdot \cos(\Phi_p))^2 + (y-a \cdot \sin(\Phi_p)-D)^2 + (z-z_p)^2}} d\Phi_p dz_p \quad (6.31)$$

Come effettuato per la valutazione dell'accoppiamento capacitivo cilindro-spira, dobbiamo imporre le seguenti condizioni, ossia potenziale totale sul cilindro A uguale a zero e potenziale totale sul cilindro a uguale a V:

$$\Phi_{TOT}|_{cil A} = \Phi_A|_{cil A} + \Phi_a|_{cil A} = 0 \quad (6.32)$$

$$\Phi_{TOT}|_{cil a} = \Phi_A|_{cil a} + \Phi_a|_{cil a} = V \quad (6.33)$$

(Per evitare singolarità:  $A^* = A + \delta$ ,  $a^* = a + \delta$  dove  $\delta$  è molto piccolo rispetto ad A e a).

Sostituendo ed integrando sulla superficie del cilindro A per la (6.32) e sulla superficie del cilindro a per la (6.33) si ottengono rispettivamente:

$$\left\{ \begin{array}{l} -A \rho_{A0} I_{AA} + a \rho_{a0} I_{Aa} = 0 \end{array} \right. \quad (6.34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -A \rho_{A0} I_{aA} + a \rho_{a0} I_{aa} = V 8 \pi^2 \epsilon_0 h \end{array} \right. \quad (6.35)$$

( $I_{AA}$ ,  $I_{Aa}$ ,  $I_{aA}$  e  $I_{aa}$  saranno rappresentate a fine capitolo)

Risolviendo il sistema composto dalla (6.34) e (6.35) si ottiene la seguente soluzione:

$$\rho_{A0} := \frac{V \cdot 8 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon_0 \cdot h}{A \cdot \frac{(I_{AA} \cdot I_{aa} - I_{Aa} \cdot I_{aA})}{I_{Aa}}} \quad (6.36)$$

$$\rho_{a0} := \frac{V \cdot 8 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon_0 \cdot h}{a \cdot \frac{(I_{AA} \cdot I_{aa} - I_{Aa} \cdot I_{aA})}{I_{AA}}} \quad (6.37)$$

Di conseguenza la carica totale sui cilindri sarà:

$$Q_A := \rho_{A0} \cdot \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} F_A(z_p, \Phi_p) d\Phi_p dz_p \quad (6.38)$$

$$q_a := \rho_{a0} \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} F_a(z_p, \Phi_p) d\Phi_p dz_p \quad (6.39)$$

Da cui  $C = \frac{Q_A}{V} = \frac{q_a}{V}$ , questo implica, teoricamente, che  $Q_A$  e  $q_a$  dovrebbero avere lo stesso valore, ma è possibile, causa le approssimazioni adottate sulla distribuzione della densità di carica che non sia effettivamente così, per ovviare a ciò si ipotizza che la carica su ogni cilindro sia:

$$Q := \frac{(Q_A + q_a)}{2} \quad (6.40)$$

Questo permette il calcolo di due “nuove” densità:

$$\rho_{A0\_new} := \frac{Q}{Q_A} \cdot \rho_{A0} \quad (6.41)$$

$$\rho_{a0\_new} := \frac{Q}{q_a} \cdot \rho_{a0} \quad (6.42)$$

A questo punto usando le (6.9), si calcola il “nuovo” potenziale sulle armature:

$$V_{A\_new} := \frac{A \cdot \rho_{A0\_new} \cdot I_{AA} - a \cdot \rho_{a0\_new} \cdot I_{Aa}}{4 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon_0 \cdot H} \quad (6.43)$$

$$V_{a\_new} := \frac{-A \cdot \rho_{A0\_new} \cdot I_{aA} + a \cdot \rho_{a0\_new} \cdot I_{aa}}{4 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon_0 \cdot h} \quad (6.44)$$

Per cui la capacità finale risultante sarà:

$$C := \frac{Q}{\frac{V_{A\_new}}{2} + \frac{V_{a\_new}}{2}} \quad (6.45)$$

Di seguito si riportano le espressioni degli integrali di accoppiamento usate per l'implementazione:

$$F_A(z_p, \Phi_p) := \frac{g_H(z_p)}{f_A(\Phi_p) \cdot f_H(z_p)} \quad (6.46) \quad F_a(z_p, \Phi_p) := \frac{g_h(z_p)}{f_a(\Phi_p) \cdot f_h(z_p)} \quad (6.47)$$

$$I_{AA} := \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{((A_s \cdot \cos(\Phi) - A \cdot \cos(\Phi_p))^2 + (A_s \cdot \sin(\Phi) - A \cdot \sin(\Phi_p))^2 + (z - z_p)^2)}} F_A(z_p, \Phi_p) d\Phi_p dz_p d\Phi dz \quad (6.48)$$

$$I_{Aa} := \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{((A_s \cdot \cos(\Phi) - a \cdot \cos(\Phi_p))^2 + (A_s \cdot \sin(\Phi) - a \cdot \sin(\Phi_p) - D)^2 + (z - z_p)^2)}} F_a(z_p, \Phi_p) d\Phi_p dz_p d\Phi dz \quad (6.49)$$

$$I_{aA} := \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{((a_s \cdot \cos(\Phi) - A \cdot \cos(\Phi_p))^2 + (a_s \cdot \sin(\Phi) - A \cdot \sin(\Phi_p) + D)^2 + (z - z_p)^2)}} F_A(z_p, \Phi_p) d\Phi_p dz_p d\Phi dz \quad (6.50)$$

$$I_{aa} := \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{((a_s \cdot \cos(\Phi) - a \cdot \cos(\Phi_p))^2 + (a_s \cdot \sin(\Phi) - a \cdot \sin(\Phi_p))^2 + (z - z_p)^2)}} F_a(z_p, \Phi_p) d\Phi_p dz_p d\Phi dz \quad (6.51)$$

$$\text{cost} := \frac{(A+a)}{D} \quad nA := \frac{A}{a} \quad na := \frac{a}{A} \quad (6.52)$$

$$f_H(z_p) := \frac{1}{\sqrt[2]{1 + \left(\frac{|z_p|}{\frac{h}{2}}\right)^{4 \cdot m \cdot \text{cost}}}} \quad (6.53)$$

$$f_h(z_p) := \frac{1}{\sqrt[2]{1 + \left(\frac{|z_p|}{\frac{H}{2}}\right)^{4 \cdot m \cdot \text{cost}}}} \quad (6.54)$$

$$S_H(z_p) := \frac{1}{\sqrt[2]{1 + \left(\frac{|z_p|}{\frac{h}{2}}\right)^{2 \cdot m \cdot \text{cost}}}} \quad (6.55)$$

$$S_h(z_p) := \frac{1}{\sqrt[2]{1 + \left(\frac{|z_p|}{\frac{H}{2}}\right)^{2 \cdot m \cdot \text{cost}}}} \quad (6.56)$$

$$f_A(\Phi_p, z_p) := \frac{1}{(1 - \text{cost} \cdot \sin(\Phi_p))^{nA \cdot S_H(z_p)}} \quad (6.57)$$

$$f_a(\Phi_p, z_p) := \frac{1}{(1 + \text{cost} \cdot \sin(\Phi_p))^{na \cdot S_h(z_p)}} \quad (6.58)$$

$$g_h(z_p) := \frac{1}{\sqrt[2]{\text{delta} + 1 - \left(\frac{z_p}{\frac{h}{2}}\right)^2}} \quad (6.59)$$

$$g_H(z_p) := \frac{1}{\sqrt[2]{\text{delta} + 1 - \left(\frac{z_p}{\frac{H}{2}}\right)^2}} \quad (6.60)$$

(delta è un numero molto minore di 1 che viene introdotto sempre per l'eliminazione di singolarità nell'integrazione numerica, m è un numero intero che indicherebbe l'indice del "filtro", ossia la distribuzione di carica usata, applicato di ordine 3).

## *IMPLEMENTAZIONE MATLAB*

Come per l'implementazione delle formule relative all'accoppiamento cilindro - spira, inizialmente si sono definite le variabili che sono poi state usate in seguito nel programma.

Successivamente si sono scritte le funzioni da integrare, ossia gli integrali quadrupli per trovare i valori delle  $I$ ; per la soluzione degli integrali quadrupli visto che Matlab non fornisce una funzione apposita per la loro risoluzione si è scelto di usare la funzione per l'integrale classico che al suo interno contiene la funzione per la soluzione dell'integrale triplo "integral3".

Per la soluzione di questi integrali, come quelli nel caso precedente, si è scelto di usare le funzioni apposite di Matlab, in quanto risultano più precise rispetto a funzioni "manuali" ossia iterative applicano metodi numerici per la risoluzione di integrali come metodo dei rettangoli o trapezi; oltre ciò risultano anche molto più rapide nel fornire il risultato. I tempi di esecuzione sono risultati variabili in funzione della distanza fra i cilindri, più i cilindri risultavano vicini (ossia distanza ravvicinata) più il tempo di esecuzione è lungo, si sono ottenuti tempi di attesa per i risultati anche di più di un'ora.

Successivamente, seguendo i calcoli analitici, nel programma si è passato al calcolo delle cariche sui cilindri e poi alla media aritmetica fra le cariche trovate per minimizzare l'errore, infine il calcolo della capacità risultante.

Per una maggior completezza e sicurezza nei risultati, i calcoli analitici sono stati implementati anche tramite l'ausilio del programma PTC Mathcad. Tramite questo software la scrittura delle formule è risultata molto più snella e veloce rispetto al Matlab, grazie alla scrittura diretta delle formule e non scrittura delle formule in modo "lineare", questo è di aiuto anche nel controllo della corretta stesura delle formule.

Alla fine di ciò si sono ottenuti gli stessi risultati entro un certo limite, con tempi di esecuzione molto simili.

## RISULTATI E CONFRONTI MISURE DI LABORATORIO

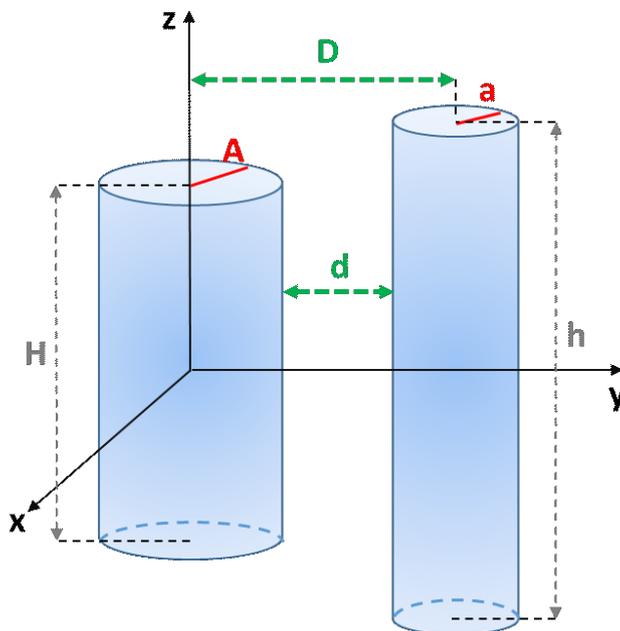


Figura 6.12 – Schema cilindro-cilindro con parametri fisici

Per una miglior lettura dei risultati trovati tramite Matlab o Mathcad (risultati molto simili) e delle misure, si descrive il format usato per la stesura di essi: inizialmente si troveranno i dati fisici, ossia le misure, dei due cilindri secondo la figura sopra, poi una prima tabella mostrerà la distanza fisica  $d$  fra due superfici dei cilindri, poi la distanza interasse  $D$ , successivamente il valore  $C$  in pF calcolato, il tutto infine sarà affiancato dal grafico che mostra l'andamento della capacità in funzione della distanza. Poi una seconda tabella confronterà i valori calcolati con le relative misure di laboratorio ed anche misure con contatto forzato ed infine una prova per vedere cosa accadeva se quando si andava ad eliminare il problema della singolarità non si aggiungeva un  $\delta$ , ma lo si sottraeva; infine, un ultimo grafico che pone a confronto i risultati.

Caso 1:  $A=4.75$  cm,  $a=4$  cm,  $H=h=44$  cm

| $d$ (cm) | $D$ (cm) | $C$ (pF) |
|----------|----------|----------|
| 1,9      | 10,65    | 16,653   |
| 2,7      | 11,45    | 15,908   |
| 3,9      | 12,65    | 14,931   |
| 4,8      | 13,55    | 14,302   |
| 5,7      | 14,45    | 13,748   |
| 6,7      | 15,45    | 13,21    |
| 7,7      | 16,45    | 12,739   |

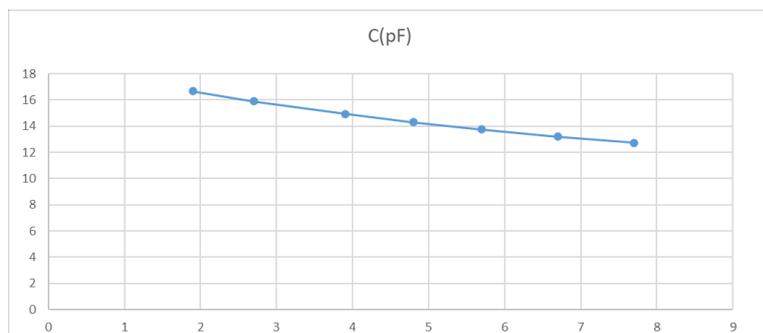


Figura 6.13 – Andamento  $C$  caso 1

| d (cm) | C (pF)        |            |                                 |                   |
|--------|---------------|------------|---------------------------------|-------------------|
|        | Valore Matlab | Misura Lab | Misura Lab con contatto forzato | Matlab - $\Delta$ |
| 1,9    | 16,653        | 19,3       | 21,2                            | 15,878            |
| 2,7    | 15,908        | 15,8       | 17,93                           | 15,202            |
| 3,9    | 14,931        | 13,5       | 15,15                           | 14,31             |
| 4,8    | 14,302        | 11,6       | 13,82                           | 13,732            |
| 5,7    | 13,748        | 10,5       | 12,84                           | 13,222            |
| 6,7    | 13,21         | 9,9        | 12,01                           | 12,723            |
| 7,7    | 12,739        | 8,9        | 11,35                           | 12,286            |

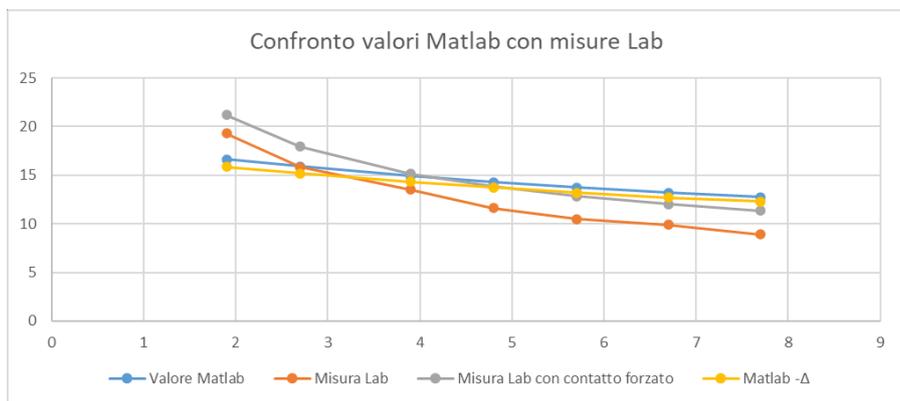


Figura 6.14 – Confronto fra risultati e misure



Figura 6.15 – Misura in laboratorio

Caso 2:  $A=4.75$  cm,  $a=3$  cm,  $H=44$  cm,  $h=49.5$  cm

| d (cm) | D (cm) | C(pF)  |
|--------|--------|--------|
| 1,9    | 9,65   | 16,383 |
| 2,7    | 10,45  | 15,638 |
| 3,9    | 11,65  | 14,67  |
| 4,8    | 12,55  | 14,047 |
| 5,7    | 13,45  | 13,501 |
| 6,7    | 14,45  | 12,969 |
| 7,7    | 15,45  | 12,505 |

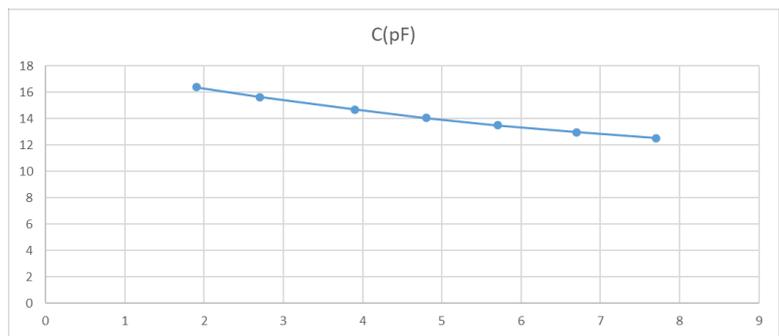


Figura 6.16 – Andamento C caso 2

| d (cm) | C (pF)        |            |                                 |                   |
|--------|---------------|------------|---------------------------------|-------------------|
|        | Valore Matlab | Misura Lab | Misura Lab con contatto forzato | Matlab - $\delta$ |
| 1,9    | 16,383        | 18,4       | 21,05                           | 15,559            |
| 2,7    | 15,638        | 15,2       | 17,71                           | 14,885            |
| 3,9    | 14,67         | 13,1       | 14,9                            | 14,005            |
| 4,8    | 14,047        | 11         | 13,57                           | 13,436            |
| 5,7    | 13,501        | 10,3       | 12,59                           | 12,936            |
| 6,7    | 12,969        | 9,7        | 11,76                           | 12,447            |
| 7,7    | 12,505        | 8,8        | 11,11                           | 12,018            |

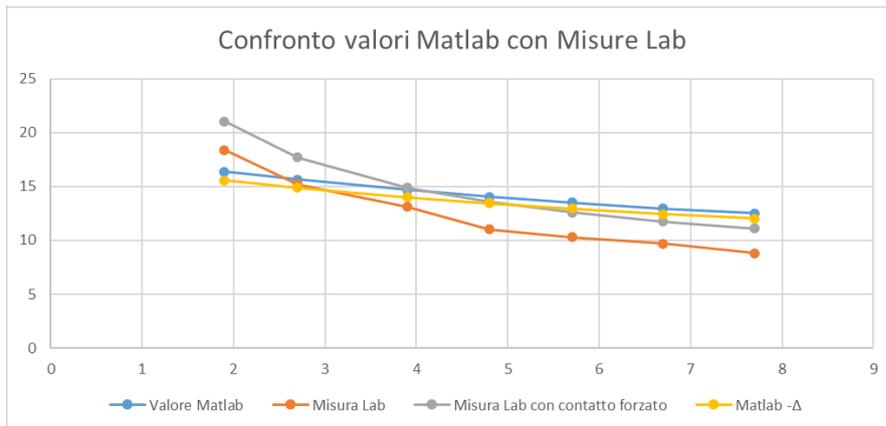


Figura 6.17 – Confronto fra risultati e misure



Figura 6.18 – Misura in laboratorio

## CASI E MISURE CON IL SENSORE

Ora si susseguiranno i casi in cui il primo cilindro è il nostro sensore, ossia una bobina di raggio 5 cm e altezza 15.3 cm; i risultati saranno presentati in modo più sintetico in un'unica tabella.

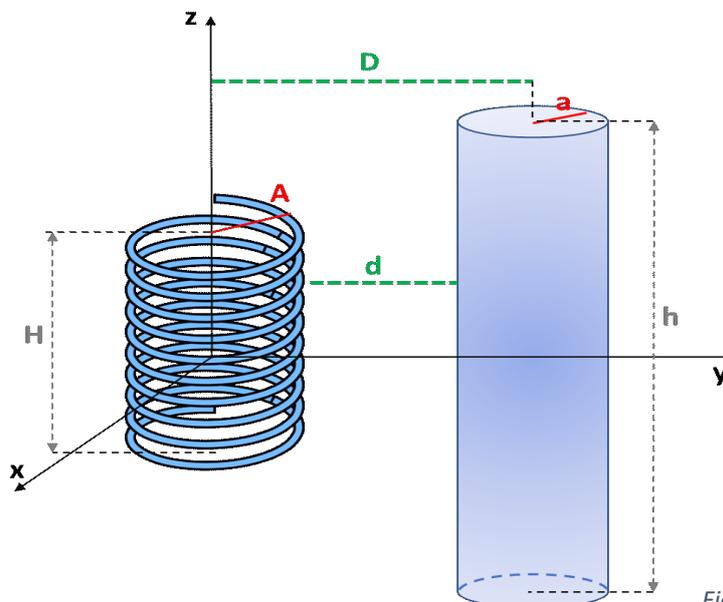


Figura 6.19 – Schema di accoppiamento Bobina - Cilindro

Si prosegue con la numerazione dei casi precedenti, ma il primo cilindro sarà sostituito con le misure reali del sensore da utilizzare:

Caso 3: A=5 cm, a=4 cm, H=15.3 cm, h=44 cm

| d (cm) | D (cm) | C (pF) | Differenza valore precedente | Misure Lab | Diff. Misure-Matlab |
|--------|--------|--------|------------------------------|------------|---------------------|
| 1      | 10     | 9,459  | -                            | 13,8       | 4,341               |
| 2      | 11     | 9,2079 | -0,2511                      | 10,4       | 1,1921              |
| 3      | 12     | 8,9681 | -0,2398                      | 8,5        | -0,4681             |
| 4      | 13     | 8,7412 | -0,2269                      | 7,5        | -1,2412             |
| 5      | 14     | 8,5279 | -0,2133                      | 6,7        | -1,8279             |
| 6      | 15     | 8,3286 | -0,1993                      | 6,2        | -2,1286             |
| 7      | 16     | 8,1429 | -0,1857                      | 5,7        | -2,4429             |
| 8      | 17     | 7,9703 | -0,1726                      | 5,3        | -2,6703             |
| 9      | 18     | 7,8102 | -0,1601                      | 4,9        | -2,9102             |
| 10     | 19     | 7,6618 | -0,1484                      | 4,6        | -3,0618             |

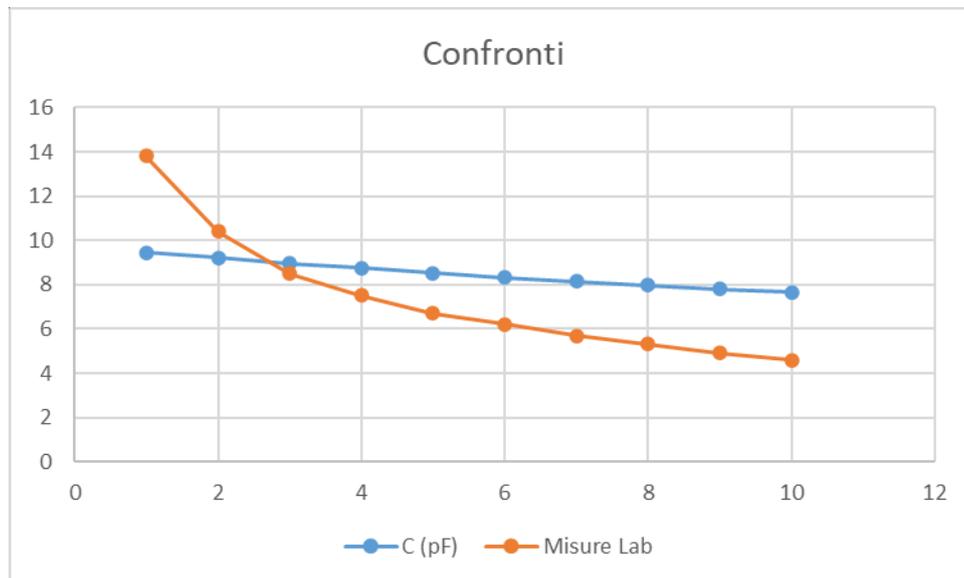


Figura 6.20 – Confronti fra risultati analitici e misure di laboratorio

Caso 4: A=5 cm, a=4.75 cm, H=15.3 cm, h=44cm

| d (cm) | D (cm) | C (pF) | Differenza valore precedente | Misure Lab | Diff. Misure-Matlab |
|--------|--------|--------|------------------------------|------------|---------------------|
| 1      | 10,75  | 9,6698 | -                            | 13,1       | 3,4302              |
| 2      | 11,75  | 9,4163 | -0,2535                      | 10,4       | 0,9837              |
| 3      | 12,75  | 9,1729 | -0,2434                      | 8,8        | -0,3729             |
| 4      | 13,75  | 8,9426 | -0,2303                      | 7,6        | -1,3426             |
| 5      | 14,75  | 8,7267 | -0,2159                      | 6,6        | -2,1267             |
| 6      | 15,75  | 8,5253 | -0,2014                      | 6          | -2,5253             |
| 7      | 16,75  | 8,338  | -0,1873                      | 5,7        | -2,638              |
| 8      | 17,75  | 8,1642 | -0,1738                      | 5,3        | -2,8642             |
| 9      | 18,75  | 8,0032 | -0,161                       | 4,9        | -3,1032             |
| 10     | 19,75  | 7,8539 | -0,1493                      | 4,5        | -3,3539             |

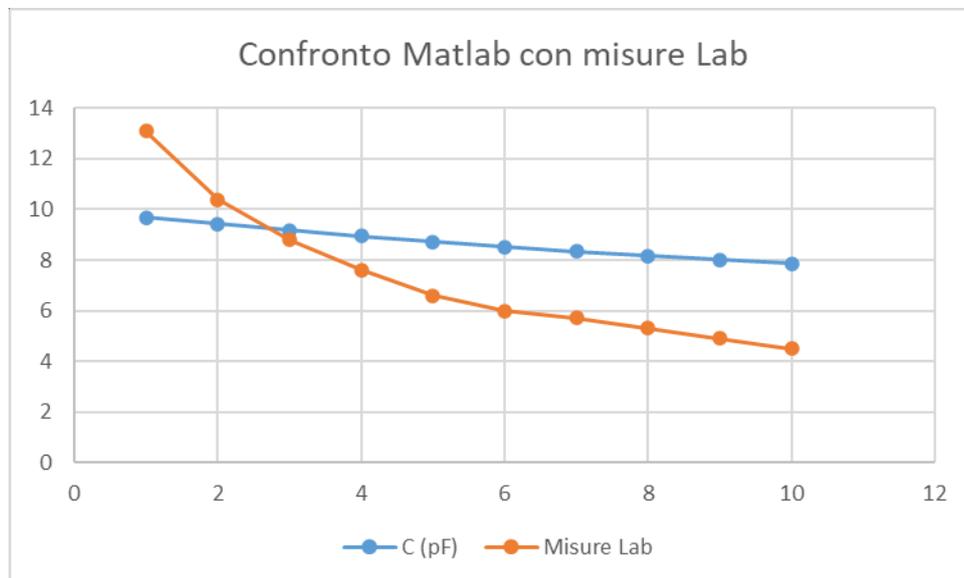


Figura 6.21 – Confronti fra risultati analitici e misure di laboratorio

Caso 5: A=5 cm, a=3 cm, H=15.3 cm, h=49.5 cm

| d (cm) | D (cm) | C (pF) | Differenza valore precedente | Misure Lab | Diff. Misure-Matlab |
|--------|--------|--------|------------------------------|------------|---------------------|
| 1      | 9      | 9,0134 | -                            | 12,9       | 3,8866              |
| 2      | 10     | 8,7989 | -0,2145                      | 9,2        | 0,4011              |
| 3      | 11     | 8,5976 | -0,2013                      | 7,8        | -0,7976             |
| 4      | 12     | 8,4075 | -0,1901                      | 6,7        | -1,7075             |
| 5      | 13     | 8,2278 | -0,1797                      | 5,9        | -2,3278             |
| 6      | 14     | 8,0581 | -0,1697                      | 5,4        | -2,6581             |
| 7      | 15     | 7,8984 | -0,1597                      | 4,9        | -2,9984             |
| 8      | 16     | 7,7483 | -0,1501                      | 4,6        | -3,1483             |
| 9      | 17     | 7,6075 | -0,1408                      | 4,2        | -3,4075             |
| 10     | 18     | 7,4756 | -0,1319                      | 3,9        | -3,5756             |

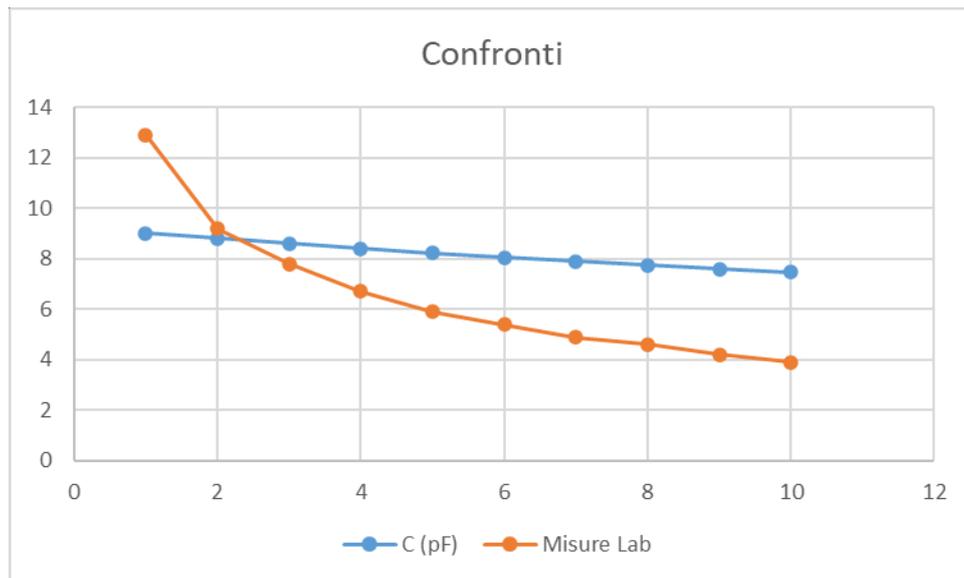


Figura 6.22 – Confronti fra risultati analitici e misure di laboratorio

Per evidenziare bene le caratteristiche di accoppiamento capacitivo, in un altro giorno di misure si sono effettuati quasi tutti i casi possibili con i cilindri e con la bobina presente in laboratorio; successivamente si sono riportati i risultati in un grafico. Si fa notare che essendo state eseguite le misure in giorni diversi esse possono variare entro un certo limite a causa della diversa configurazione dell'ambiente circostante o di una taratura strumentale leggermente differente come avvenuto per lo studio della frequenza di risonanza.

| H=44cm    | H=44cm  | H=44cm  | H=44cm   | H=44cm   | H=15,3cm  | H=15,3cm |         |
|-----------|---------|---------|----------|----------|-----------|----------|---------|
| A=4cm     | A=4cm   | A=4cm   | A=4cm    | A=9,5/cm | A=5cm     | A=5cm    |         |
| h=44cm    | h=30cm  | h=30cm  | h=49,5cm | h=49,5cm | h=44cm    | h=49,5cm |         |
| a=9,5/2cm | a=4cm   | a=4cm   | a=3cm    | a=3cm    | a=9,5/2cm | a=3cm    |         |
|           | ↓       | ↓       | ↓        | ↓        | ↓         | ↓        |         |
| d [cm]    | C1 [pF] | C2 [pF] | C3 [pF]  | C4 [pF]  | C5 [pF]   | C6 [pF]  | C7 [pF] |
| 1         | 27,6    | 15,5    | 21,4     | 34,2     | 35        | 12,3     | 15      |
| 2         | 20,2    | 13,1    | 17,1     | 20,9     | 25,7      | 9,6      | 10      |
| 3         | 16,2    | 10,6    | 15,4     | 16,3     | 17,5      | 8,1      | 8,1     |
| 4         | 14      | 9,4     | 14,2     | 13,9     | 13,7      | 7,2      | 6,8     |
| 5         | 12,5    | 8,3     | 12,3     | 12,2     | 11,6      | 6,4      | 6,2     |
| 6         | 11,3    | 7,6     | 11,3     | 11       | 10,1      | 5,9      | 5,7     |
| 7         | 10,3    | 7       | 10,5     | 10       | 9,1       | 5,4      | 5,2     |
| 8         | 9,5     | 6,5     | 9,7      | 9,3      | 8,3       | 5        | 4,8     |
| 9         | 8,8     | 6       | 8,9      | 8,6      | 7,6       | 4,7      | 4,5     |
| 10        | 8,2     | 5,7     | 8,5      | 8,1      | 7,1       | 4,4      | 4,2     |

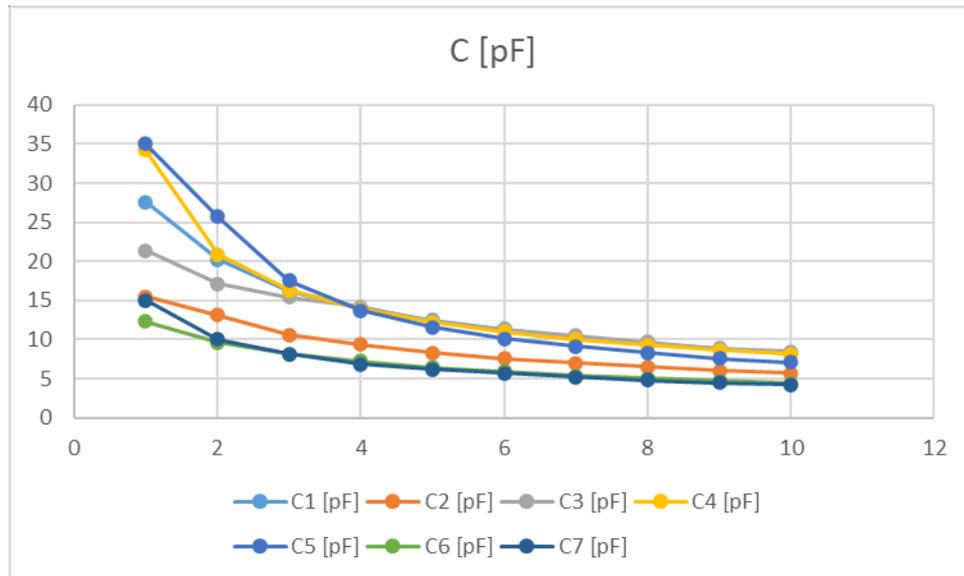


Figura 6.23 – Confronti dei diversi andamenti delle capacità misurate in laboratorio

## 6.3- OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI

Come ci si poteva attendere, visto anche il caso cilindro-spira, si ottiene un andamento decrescente di tipo esponenziale.

A parità di raggio  $a$  e all'aumentare dell'altezza  $h$ , mantenendo il cilindro grande invariato la capacità calcolata risulta aumentata.

Questo accade perché più linee di campo intersecano il secondo cilindro, e come accade, in un classico condensatore all'aumentare dell'altezza delle armature, ossia della superficie di accoppiamento la capacità risultante aumenta.

Fra i valori calcolati e le misure effettuate in laboratorio si ottengono differenze fino a qualche pF, all'aumentare della distanza si nota un maggiore discostamento, in quanto le misure evidenziano un decrescere esponenziale molto più accentuato rispetto ai valori calcolati.

Si è provato anche a variare l'ordine  $m$  del filtro aumentandolo, applicato per approssimare la distribuzione di carica sul cilindro, utilizzato per l'implementazione Matlab, purtroppo si ottiene una variazione della capacità finale molto limitata: ad esempio nel caso con  $A=4,75$  cm,  $a=4$  cm e  $H=h=44$  cm, alla distanza  $d=6,7$  cm con  $m=3$  si ha 13,210 pF, per  $m=6$  13,169 pF e per  $m=8$  13,128 pF, il valore misurato è 9,9 pF o 12,01 pF (tramite contatto forzato).

Ipotesi: nella realtà entrano in gioco molto più dispersioni non considerate, che provocano un minor accoppiamento capacitivo, questo comporta anche una decrescita più rapida dell'accoppiamento all'aumentare della distanza.

Per fare i calcoli sopra con Matlab si è usato un fattore di 2 mm per eliminare le singolarità, ovvero  $A^*$  e  $a^*$  erano uguali rispettivamente ad  $A$  e a  $+0,002$  m; si è provato una maggior precisione usando un fattore di 1 mm ma l'accoppiamento capacitivo risultante si discosta di circa  $-0,3/0,4$  pF in ogni calcolo al variare della distanza, valore che a mio parere influisce poco, infine provando con fattore  $-0,002$  m si ottiene una capacità finale minore di circa  $-0,5/0,8$  pF.

## 7- ALLEGATI

**ALLEGATO 1:** Tabella misure dei parametri per l'individualizzazione della frequenza di risonanza in presenza di un ostacolo posto a diverse distanze

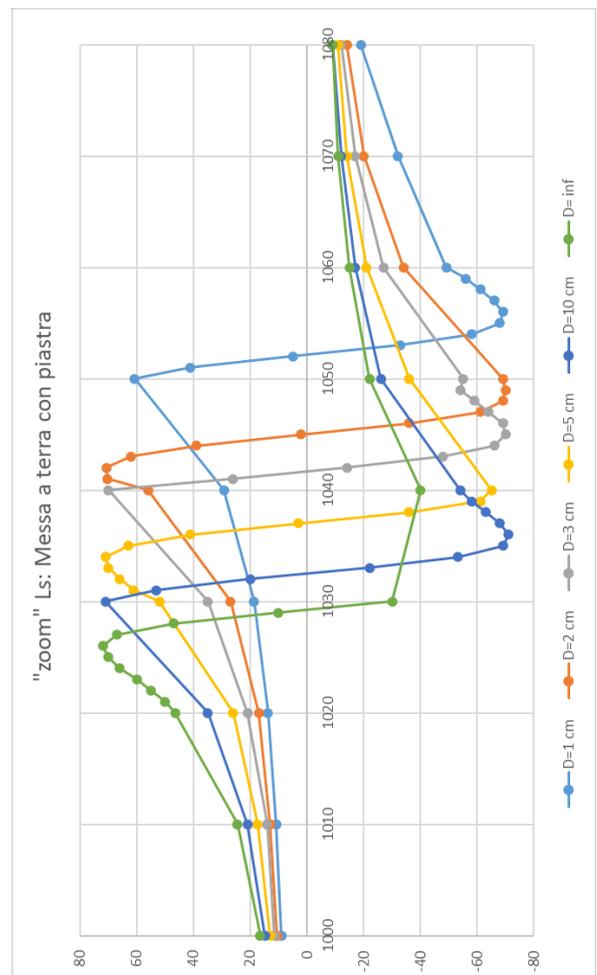
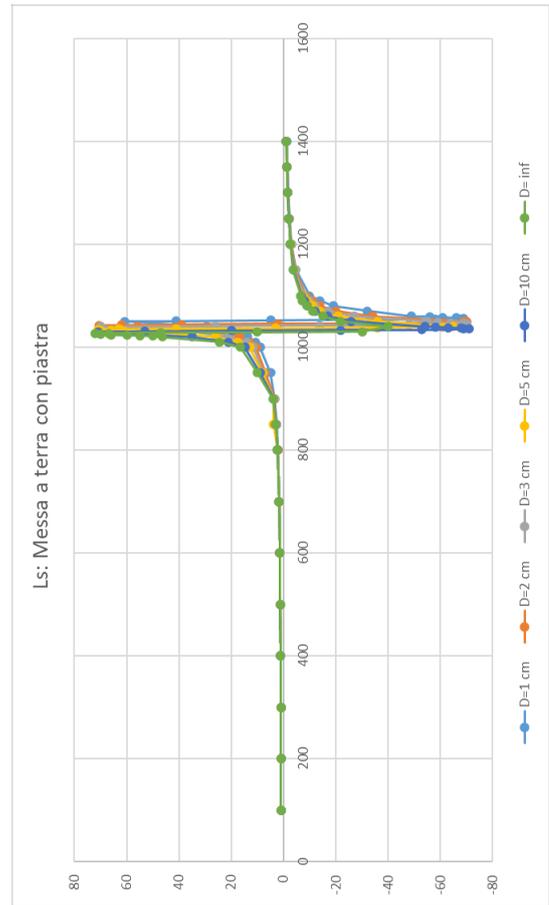
| f [kHz] | Ls [mH] |        |        |        |         |        |
|---------|---------|--------|--------|--------|---------|--------|
|         | D=1 cm  | D=2 cm | D=3 cm | D=5 cm | D=10 cm | D= inf |
| 100     | 0,94    | 0,944  | 0,944  | 0,949  | 0,951   | 0,951  |
| 200     | 0,968   | 0,972  | 0,972  | 0,977  | 0,979   | 0,979  |
| 300     | 1,01    | 1,02   | 1,02   | 1      | 1,03    | 1,03   |
| 400     | 1,09    | 1,1    | 1,1    | 1,1    | 1,11    | 1,11   |
| 500     | 1,22    | 1,22   | 1,2    | 1,2    | 1,23    | 1,23   |
| 600     | 1,41    | 1,42   | 1,4    | 1,4    | 1,43    | 1,43   |
| 700     | 1,74    | 1,74   | 1,7    | 1,7    | 1,77    | 1,77   |
| 800     | 2,37    | 2,38   | 2,3    | 2,4    | 2,43    | 2,43   |
| 850     | 2,97    | 2,9    | 2,9    | 3      | 3,05    | 3,06   |
| 900     | 4,04    | 4,05   | 4      | 4,1    | 4,19    | 4,21   |
| 950     | 6,54    | 6,54   | 6,5    | 6,7    | 6,91    | 6,9    |
| 1000    | 18,52   | 18,4   | 18,4   | 19,8   | 21,6    | 22,5   |
| 1010    | 29,4    | 29     | 29     | 32     | 36      | 40     |
| 1020    | 64,8    | 63     | 63     | 73     | 75      | 72     |
| 1021    | 71      | 69     | 73     | 76     | 68      | 53     |
| 1022    | 76      | 74     | 76     | 71     | 35      | 14     |
| 1023    | 77      | 77     | 73     | 51     | -44     | -52    |
| 1024    | 67      | 70     | 55     | 10     | -69     | -74    |
| 1025    | 36      | 46     | 16     | -36    | -76     | -72    |
| 1026    | -12     | 2      | -30    | -65    | -73     | -69    |
| 1027    | -54     | -43    | -63    | -75    | -68     | -63    |
| 1028    | -74     | -69    | -75    | -74    | -62     | -57    |
| 1029    | -78     | -76    | -75    | -70    | -56     | -52    |
| 1030    | -73     | -74    | -74    | -63    | -51     | -46    |
| 1040    | -31     | -32    | -32    | -29    | -25     | -24,6  |
| 1050    | -19     | -19    | -19    | -18    | -16,7   | -16,2  |
| 1060    | -13     | -13    | -13    | -13    | -12,3   | -12    |
| 1070    | -10,5   | -10    | -10    | -10    | -9,7    | -9,6   |
| 1080    | -8,5    | -8     | -8     | -8     | -8      | -7,9   |
| 1090    | -7,2    | -7,2   | -7     | -7,07  | -6,8    | -6,7   |
| 1100    | -6,2    | -6,2   | -6,2   | -6     | -5,9    | -5,8   |
| 1150    | -3,6    | -3,6   | -3,6   | -3,6   | -3,5    | -3,54  |
| 1200    | -2,5    | -2,5   | -2,5   | -2,5   | -2,4    | -2,49  |
| 1250    | -1,9    | -1,9   | -1,9   | -1,91  | -1,8    | -1,9   |
| 1300    | -1,5    | -1,5   | -1,5   | -1,53  | -1,5    | -1,52  |
| 1350    | -1,3    | -1,3   | -1,3   | -1,27  | -1,27   | -1,26  |
| 1400    | -1      | -1     | -1     | -1,08  | -1,08   | -1,07  |

| f [kHz] | Rs [ohm] |        |        |        |         |        |
|---------|----------|--------|--------|--------|---------|--------|
|         | D=1 cm   | D=2 cm | D=3 cm | D=5 cm | D=10 cm | D= inf |
| 100     | 2,17     | 2,1    | 2,1    | 2,1    | 2,1     | 2,08   |
| 200     | 3,61     | 3,6    | 3,6    | 3,5    | 3,6     | 3,54   |
| 300     | 6,6      | 5,9    | 5,8    | 5,8    | 6       | 5,87   |
| 400     | 10       | 10     | 10,2   | 10,3   | 10,2    | 10,4   |
| 500     | 17       | 17     | 17     | 17     | 17      | 17,7   |
| 600     | 30       | 30     | 30     | 31     | 31      | 31     |
| 700     | 59       | 60     | 60     | 62     | 62      | 63     |
| 800     | 145      | 147    | 147    | 151    | 153     | 156    |
| 850     | 256      | 260    | 259    | 267    | 273     | 278    |
| 900     | 532      | 540    | 539    | 560    | 573     | 590    |
| 950     | 1500     | 1550   | 1500   | 1600   | 1700    | 1800   |
| 1000    | 13700    | 13000  | 13700  | 16000  | 18200   | 20900  |
| 1010    | 36000    | 35000  | 35000  | 45000  | 60000   | 65000  |
| 1020    | 220000   | 209000 | 207000 | 352000 | 680000  | 780000 |
| 1021    | 295000   | 273000 | 340000 | 480000 | 895000  | 920000 |
| 1022    | 403000   | 369000 | 460000 | 658000 | 974000  | 956000 |
| 1023    | 558000   | 506000 | 640000 | 855000 | 890000  | 850000 |
| 1024    | 760000   | 693000 | 840000 | 975000 | 693000  | 570000 |
| 1025    | 950000   | 890000 | 976000 | 922000 | 509000  | 399000 |
| 1026    | 1000000  | 993000 | 946000 | 743000 | 371000  | 296000 |
| 1027    | 859000   | 908000 | 771000 | 550000 | 277000  | 224000 |
| 1028    | 652000   | 712000 | 572000 | 402000 | 210000  | 174000 |
| 1029    | 471000   | 520000 | 418000 | 297000 | 164000  | 138000 |
| 1030    | 347000   | 377000 | 380000 | 225000 | 131000  | 112000 |
| 1040    | 44000    | 47000  | 47000  | 38000  | 29300   | 27200  |
| 1050    | 15000    | 16000  | 16000  | 14000  | 12400   | 11900  |
| 1060    | 8000     | 8000   | 8000   | 7800   | 6800    | 6600   |
| 1070    | 4900     | 5000   | 5000   | 4800   | 4300    | 4200   |
| 1080    | 3200     | 3000   | 3000   | 3200   | 2900    | 2900   |
| 1090    | 2300     | 2400   | 2400   | 2300   | 2100    | 2100   |
| 1100    | 1700     | 1800   | 1800   | 1700   | 1600    | 1600   |
| 1150    | 630      | 652    | 652    | 655    | 633     | 630    |
| 1200    | 325      | 341    | 340    | 345    | 342     | 338    |
| 1250    | 210      | 218    | 219    | 222    | 222     | 219    |
| 1300    | 147      | 153    | 153    | 155    | 155     | 154    |
| 1350    | 107      | 112    | 112    | 114    | 113     | 115    |
| 1400    | 76       | 80     | 80     | 83     | 82      | 84     |

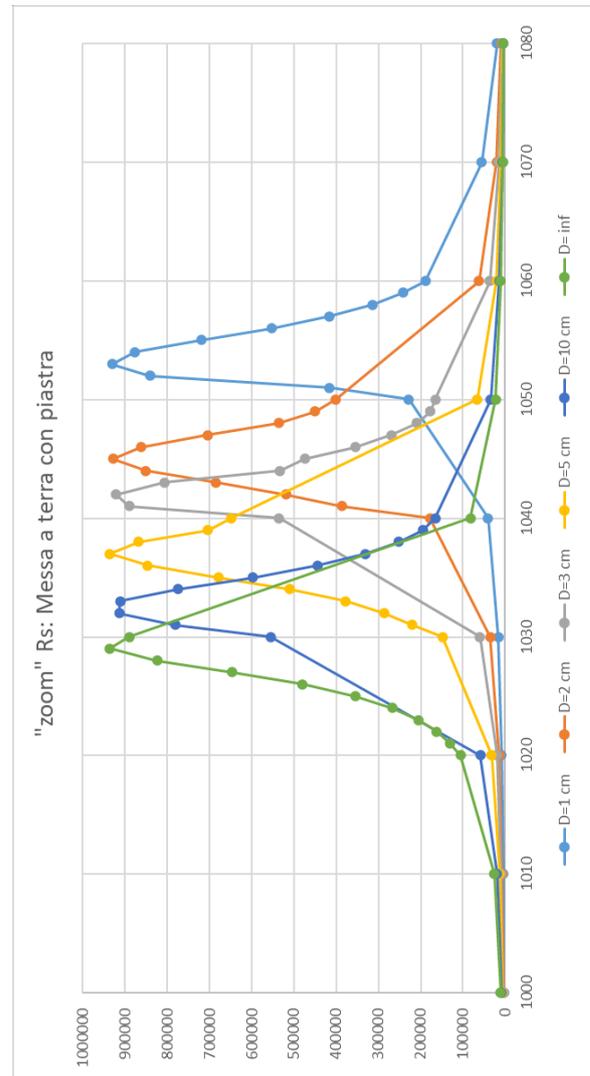
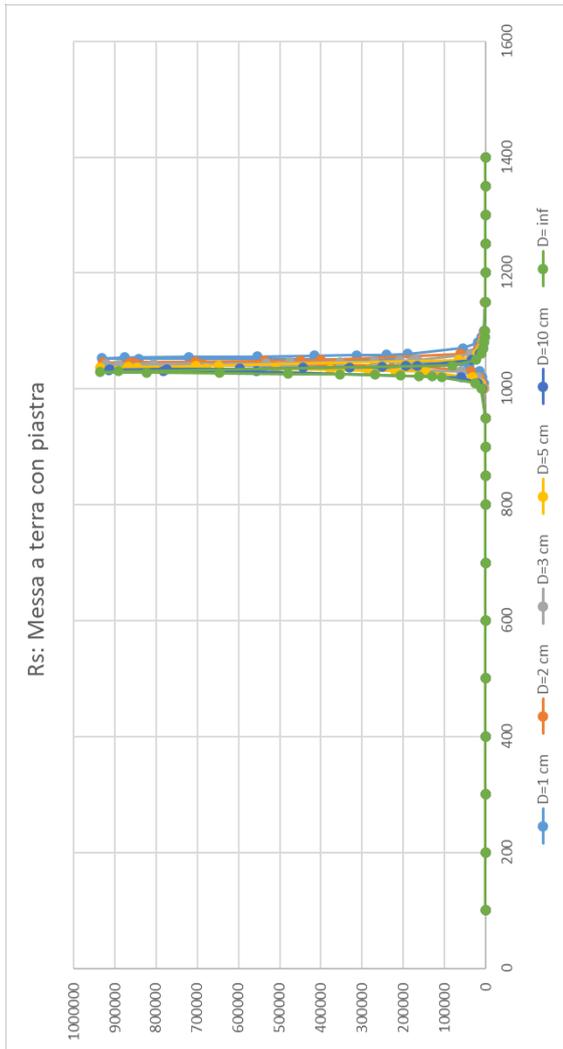
**ALLEGATO 2:** Tabelle e grafici aggiuntivi relativi ai casi con collegamento di terra tramite piastra metallica o filo conduttore

| MESSA A TERRA CON LA PIASTRA DI METALLO |         |        |        |        |         |        |
|---|---------|--------|--------|--------|---------|--------|
| f [kHz]                                 | Ls [mH] |        |        |        |         |        |
|   | D=1 cm  | D=2 cm | D=3 cm | D=5 cm | D=10 cm | D= inf |
| 100                                     | 0,937   | 0,9402 | 0,9419 | 0,9439 | 0,945   | 0,9462 |
| 200                                     | 0,963   | 0,9665 | 0,9684 | 0,9708 | 0,972   | 0,973  |
| 300                                     | 1,01    | 1,01   | 1,01   | 1,01   | 1,02    | 1,02   |
| 400                                     | 1,08    | 1,09   | 1,09   | 1,09   | 1,1     | 1,1    |
| 500                                     | 1,19    | 1,2    | 1,21   | 1,21   | 1,22    | 1,22   |
| 600                                     | 1,37    | 1,38   | 1,39   | 1,4    | 1,41    | 1,41   |
| 700                                     | 1,66    | 1,68   | 1,69   | 1,71   | 1,73    | 1,74   |
| 800                                     | 2,19    | 2,24   | 2,26   | 2,3    | 2,34    | 2,36   |
| 850                                     | 2,66    | 2,73   | 2,78   | 3,8    | 2,9     | 2,94   |
| 900                                     | 3,43    | 3,58   | 3,66   | 3,7    | 3,8     | 3,97   |
| 950                                     | 5,01    | 7      | 7,7    | 8      | 8,9     | 10     |
| 1000                                    | 8,94    | 10,5   | 11,5   | 12,9   | 14,8    | 16,5   |
| 1010                                    | 10,8    | 13     | 14     | 17,4   | 21      | 24,5   |
| 1020                                    | 13,7    | 17     | 21     | 26     | 35      | 46,4   |
| 1021                                    |         |        |        |        |         | 50     |
| 1022                                    |         |        |        |        |         | 55     |
| 1023                                    |         |        |        |        |         | 60     |
| 1024                                    |         |        |        |        |         | 66     |
| 1025                                    |         |        |        |        |         | 70     |
| 1026                                    |         |        |        |        |         | 72     |
| 1027                                    |         |        |        |        |         | 67     |
| 1028                                    |         |        |        |        |         | 47     |
| 1029                                    |         |        |        |        |         | 10     |
| 1030                                    | 18,7    | 27     | 35     | 52     | 71      | -30    |
| 1031                                    |         |        |        | 61     | 53      |        |
| 1032                                    |         |        |        | 66     | 20      |        |
| 1033                                    |         |        |        | 70     | -22     |        |
| 1034                                    |         |        |        | 71     | -53     |        |
| 1035                                    |         |        |        | 63     | -69     |        |
| 1036                                    |         |        |        | 41     | -71     |        |
| 1037                                    |         |        |        | 3      | -68     |        |
| 1038                                    |         |        |        | -36    | -63     |        |
| 1039                                    |         |        |        | -61    | -58     |        |
| 1040                                    | 29,3    | 56     | 70     | -65    | -54     | -40    |
| 1041                                    |         | 70,3   | 26     |        |         |        |
| 1042                                    |         | 70,7   | -14    |        |         |        |
| 1043                                    |         | 62     | -48    |        |         |        |
| 1044                                    |         | 39     | -66    |        |         |        |
| 1045                                    |         | 2      | -70    |        |         |        |
| 1046                                    |         | -36    | -69    |        |         |        |
| 1047                                    |         | -61    | -64    |        |         |        |
| 1048                                    |         | -69    | -59    |        |         |        |
| 1049                                    |         | -70    | -54    |        |         |        |
| 1050                                    | 60,8    | -69    | -55    | -36    | -26     | -22    |
| 1051                                    | 41      |        |        |        |         |        |
| 1052                                    | 5       |        |        |        |         |        |
| 1053                                    | -33     |        |        |        |         |        |
| 1054                                    | -58     |        |        |        |         |        |
| 1055                                    | -68     |        |        |        |         |        |
| 1056                                    | -69     |        |        |        |         |        |
| 1057                                    | -66     |        |        |        |         |        |
| 1058                                    | -61     |        |        |        |         |        |
| 1059                                    | -56     |        |        |        |         |        |
| 1060                                    | -49     | -34    | -27    | -21    | -17     | -15    |
| 1070                                    | -32     | -20    | -17    | -14    | -12     | -11    |
| 1080                                    | -19     | -14    | -12    | -11    | -9      | -9     |
| 1090                                    | -14     | -11    | -10    | -9     | -8      | -7     |
| 1100                                    | -9,9    | -8,6   | -8     | -7,4   | -6,9    | -6,5   |
| 1150                                    | -4,7    | -4,4   | -4,2   | -4     | -3,8    | -3,7   |
| 1200                                    | -3      | -2,9   | -2,8   | -2,7   | -2,6    | -2,6   |
| 1250                                    | -2,2    | -2,1   | -2,1   | -2     | -2      | -1,9   |
| 1300                                    | -1,7    | -1,7   | -1,6   | -1,6   | -1,59   | -1,5   |
| 1350                                    | -1,4    | -1,4   | -1,3   | -1,3   | -1,3    | -1,29  |
| 1400                                    | -1,2    | -1,1   | -1,1   | -1,1   | -1,1    | -1,1   |

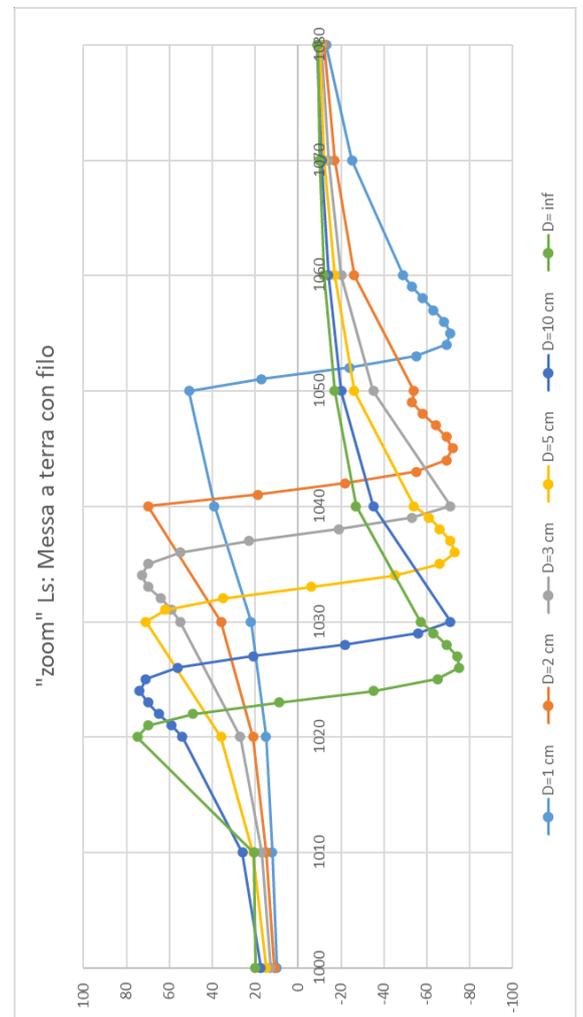
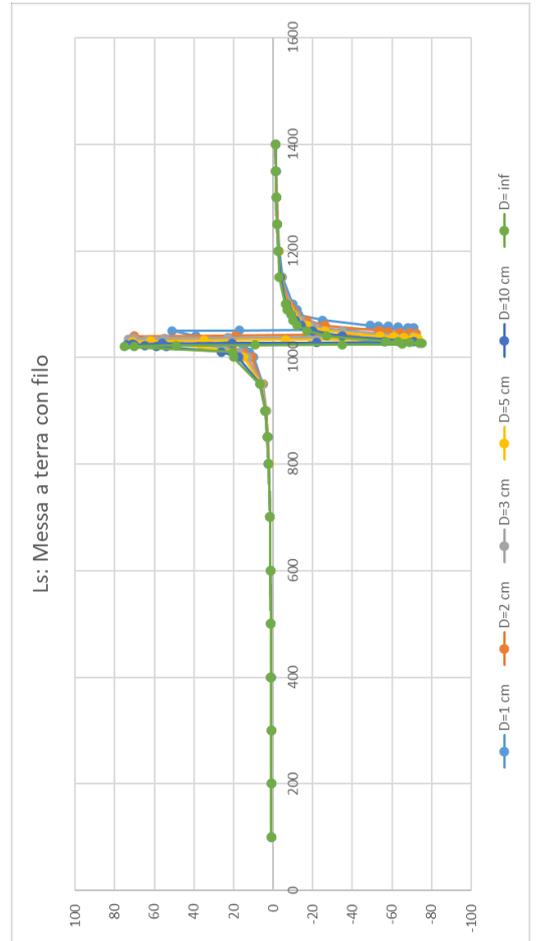


Si omettono le tabelle delle misure del parametro  $R_S$ , si riportano di seguito solo i grafici ottenuti:

Caso messa a terra con la piastra metallica:

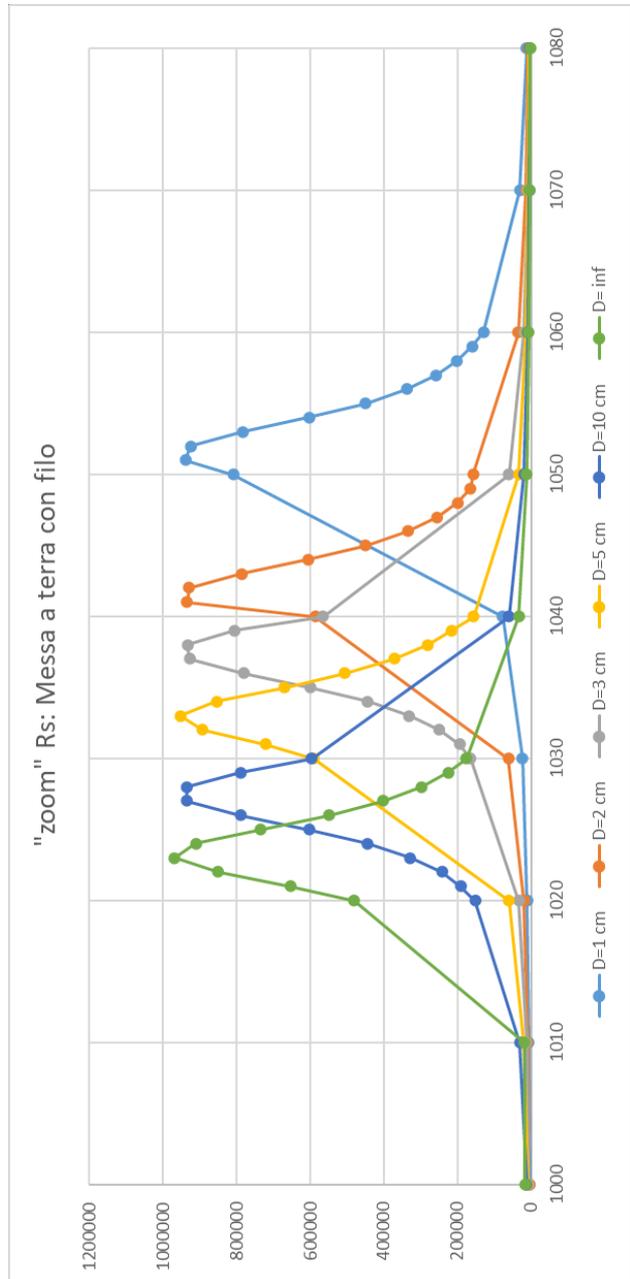
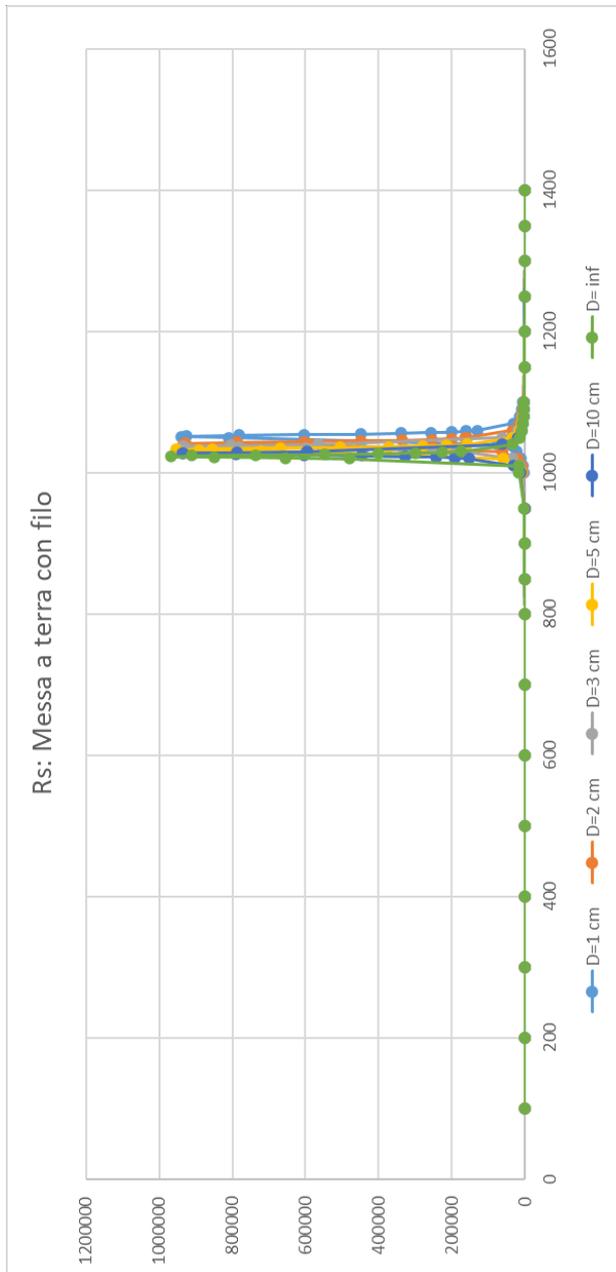


| MESSA A TERRA CON FILO |         |        |        |        |         |        |
|------------------------|---------|--------|--------|--------|---------|--------|
| f [kHz]                | Ls [mH] |        |        |        |         |        |
|                        | D=1 cm  | D=2 cm | D=3 cm | D=5 cm | D=10 cm | D= inf |
| 100                    | 0,942   | 0,946  | 0,948  | 0,949  | 0,951   | 0,951  |
| 200                    | 0,968   | 0,973  | 0,975  | 0,976  | 0,978   | 0,979  |
| 300                    | 1,01    | 1,02   | 1,02   | 1,02   | 1,02    | 1,03   |
| 400                    | 1,09    | 1,1    | 1,1    | 1,1    | 1,1     | 1,1    |
| 500                    | 1,2     | 1,2    | 1,2    | 1,2    | 1,2     | 1,2    |
| 600                    | 1,38    | 1,4    | 1,4    | 1,4    | 1,4     | 1,4    |
| 700                    | 1,67    | 1,7    | 1,7    | 1,7    | 1,7     | 1,7    |
| 800                    | 2,2     | 2,3    | 2,3    | 2,3    | 2,4     | 2,4    |
| 850                    | 2,7     | 2,8    | 2,8    | 2,9    | 3       | 3      |
| 900                    | 3,5     | 3,7    | 3,8    | 3,9    | 4       | 4,1    |
| 950                    | 5,1     | 5,5    | 5,8    | 6,1    | 6,5     | 6,8    |
| 1000                   | 10      | 11     | 13     | 14,9   | 17,5    | 20     |
| 1010                   | 12      | 15     | 17     | 21     | 26      | 20,6   |
| 1020                   | 15      | 21     | 27     | 36     | 54      | 75     |
| 1021                   |         |        |        |        | 59      | 70     |
| 1022                   |         |        |        |        | 65      | 49     |
| 1023                   |         |        |        |        | 70      | 9      |
| 1024                   |         |        |        |        | 74      | -35    |
| 1025                   |         |        |        |        | 71      | -65    |
| 1026                   |         |        |        |        | 56      | -75    |
| 1027                   |         |        |        |        | 21      | -74    |
| 1028                   |         |        |        |        | -22     | -69    |
| 1029                   |         |        |        |        | -56     | -63    |
| 1030                   | 22      | 36     | 55     | 71     | -71     | -57    |
| 1031                   |         |        | 59     | 62     |         |        |
| 1032                   |         |        | 64     | 35     |         |        |
| 1033                   |         |        | 70     | -6     |         |        |
| 1034                   |         |        | 73     | -45    |         |        |
| 1035                   |         |        | 70     | -66    |         |        |
| 1036                   |         |        | 55     | -73    |         |        |
| 1037                   |         |        | 23     | -71    |         |        |
| 1038                   |         |        | -19    | -66    |         |        |
| 1039                   |         |        | -53    | -61    |         |        |
| 1040                   | 39      | 70     | -71    | -54    | -35     | -27    |
| 1041                   |         | 19     |        |        |         |        |
| 1042                   |         | -22    |        |        |         |        |
| 1043                   |         | -55    |        |        |         |        |
| 1044                   |         | -69    |        |        |         |        |
| 1045                   |         | -72    |        |        |         |        |
| 1046                   |         | -69    |        |        |         |        |
| 1047                   |         | -64    |        |        |         |        |
| 1048                   |         | -58    |        |        |         |        |
| 1049                   |         | -53    |        |        |         |        |
| 1050                   | 51      | -54    | -35    | -26    | -20     | -17    |
| 1051                   | 17      |        |        |        |         |        |
| 1052                   | -24     |        |        |        |         |        |
| 1053                   | -55     |        |        |        |         |        |
| 1054                   | -69     |        |        |        |         |        |
| 1055                   | -71     |        |        |        |         |        |
| 1056                   | -68     |        |        |        |         |        |
| 1057                   | -63     |        |        |        |         |        |
| 1058                   | -58     |        |        |        |         |        |
| 1059                   | -53     |        |        |        |         |        |
| 1060                   | -49     | -26    | -20    | -17    | -14     | -12    |
| 1070                   | -25     | -17    | -14    | -12    | -11     | -10    |
| 1080                   | -13     | -12    | -11    | -9,9   | -8,9    | -9     |
| 1090                   | -12     | -10    | -8     | -8,1   | -7,5    | -6,9   |
| 1100                   | -9,8    | -8     | -7     | -6,9   | -6,4    | -6     |
| 1150                   | -4,6    | -4     | -4     | -3,9   | -3,7    | -3     |
| 1200                   | -3      | -2,8   | -2,7   | -2,7   | -2,6    | -2,5   |
| 1250                   | -2,2    | -2,1   | -2     | -2     | -1,9    | -1,9   |
| 1300                   | -1,7    | -1,7   | -1,6   | -1,6   | -1,5    | -1,5   |
| 1350                   | -1,4    | -1,3   | -1,3   | -1,3   | -1,3    | -1,27  |
| 1400                   | -1,2    | -1,1   | -1,1   | -1,1   | -1,1    | -1,08  |

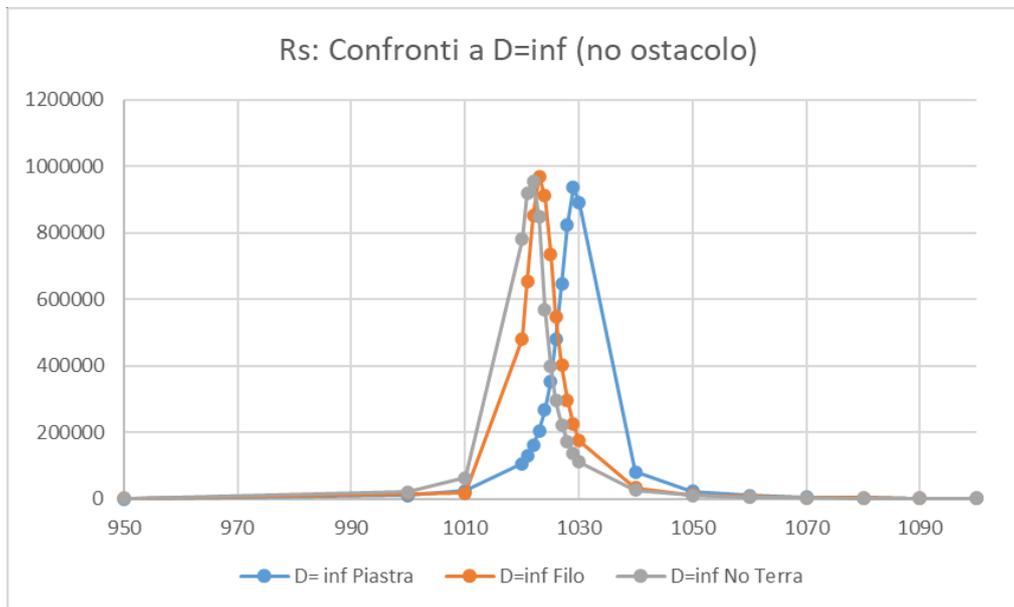
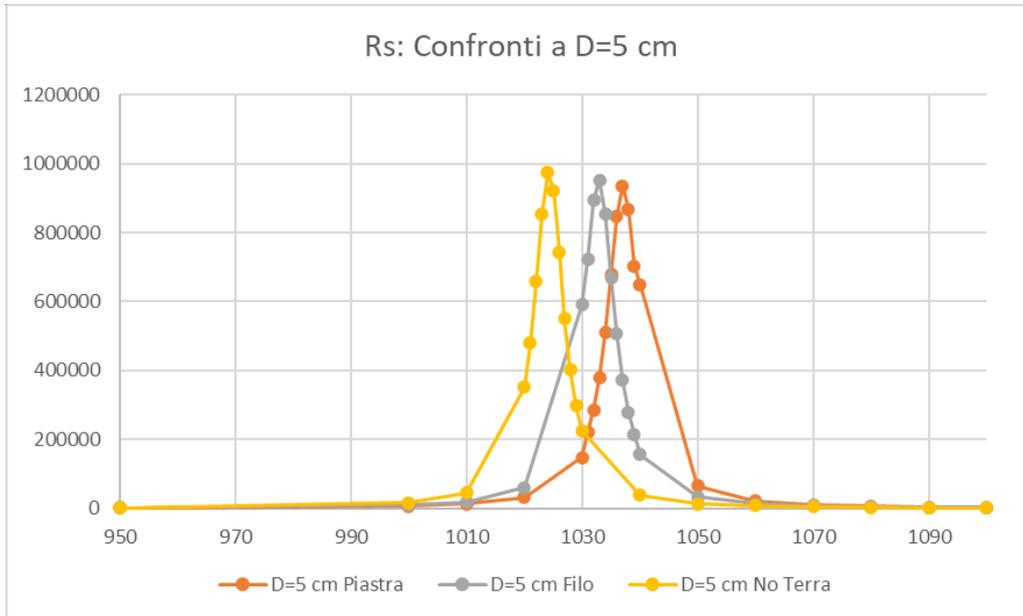


Si omettono le tabelle delle misure del parametro  $R_S$ , si riportano di seguito solo i grafici ottenuti:

Caso messa a terra con la messa a terra tramite filo:



Per quanto riguarda i confronti fra i tre casi: senza terra, terra con piastra e con filo si sono ottenuti:



### ALLEGATO 3: programma Matlab dell'accoppiamento capacitivo cilindro – spira

```
%% Inizializzazione variabili
A=0.05; %raggio cilindro
a=0.03; %raggio spira
h=0.44; %altezza spira dal piano (x,y)
epsilon_0=8.854187*10^(-12); %costante dielettrica del vuoto
H=0.44; %altezza cilindro
D=0.16; %distanza fra assi cilindro-spira
a_s=a+0.002; %a*
A_s=A+0.002; %A*

cost=(a+A)/D;

%% Calcolo I_sc e I_ss
fIsc= @(phi,z_p,phi_p) (1./(1-cost.*sin(phi_p))).*(1./((1+(((z_p-h)/(D-
A-a)).^2)).^(3/2))).*(1./(((a_s.*cos(phi)-
A.*cos(phi_p)).^2+(a_s.*sin(phi)+D-A.*sin(phi_p)).^2)+(h-z_p).^2).^0.5);

fIss= @(phi,phi_p) (1./(1+cost.*sin(phi_p))).*(1./((a_s.*cos(phi)-
a.*cos(phi_p)).^2+(a_s.*sin(phi)-a.*sin(phi_p)).^2).^0.5);

Isc = integral3(fIsc,0,2*pi,-H/2,H/2,0,2*pi);

Iss = integral2(fIss,0,2*pi,0,2*pi);

%% Calcolo I_cc e I_cs
fIcs= @(z,phi,phi_p) (1./(1+cost.*sin(phi_p))).*(1./(((A_s.*cos(phi)-
a.*cos(phi_p)).^2+(A_s.*sin(phi)-a.*sin(phi_p)-D).^2)+(z-h).^2).^0.5);

fIcc= @(z,phi,z_p,phi_p) (1./(1-cost.*sin(phi_p))).*(1./((1+(((z_p-
h)/(D-A-a)).^2)).^(3/2))).*(1./(((A_s.*cos(phi)-
A.*cos(phi_p)).^2+(A_s.*sin(phi)-A.*sin(phi_p)).^2)+(z-z_p).^2).^0.5);

Ics = integral3(fIcs,-H/2,H/2,0,2*pi,0,2*pi);

Icc=integral(@(z)integral3(@(phi,z_p,phi_p) fIcc(z,phi,z_p,phi_p),0,2*pi,-
H/2,H/2,0,2*pi),-H/2,H/2,'ArrayValued',true);

%% Calcolo capacità
% Q_s è la carica totale della spira senza Rho_spira_0

FQ_s = @(phi_p) 1./(1+cost.*sin(phi_p));
Q_s = integral(FQ_s,0,2*pi);

C=((8.*pi^2.*epsilon_0.*Icc)./(Iss.*Icc-Ics.*Isc)).*Q_s;
C % visualizzazione C trovato
```

## ALLEGATO 4: programma Matlab dell'accoppiamento capacitivo cilindro – cilindro

```
%% INIZIALIZZAZIONE VARIABILI
V=1;
epsilon_0=8.854187*10^(-12);

A=0.095/2; %raggio cilindro grande
a=0.08/2; %raggio cilindro piccolo
H=0.44; %altezza cilindro grande
h=0.44; %altezza cilindro piccolo
D=0.1545; %distanza fra assi cilindri

a_s=a-0.002; % a*
A_s=A-0.002; % A*
m=3; % indice filtro

cost=(A+a)/D;
a_A=a/A;
A_a=A/a;

%% Funzioni da integrare
fI_AA = @(z,phi,z_p,phi_p) (1./((0.001+1-
(2.*z_p./H).^2).^0.5)).*(1./(((A_s.*cos(phi)-A.*cos(phi_p)).^2 +
(A_s.*sin(phi)-A.*sin(phi_p)).^2 + (z-
z_p).^2).^0.5))./(1./(1+((2.*abs(z_p)./h).^4.*m.*(A+a)./D)).^0.5))./(1./
(1-
cost.*sin(phi_p)).^(A_a.*(1./(1+((2.*abs(z_p)./h).^2.*m.*(A+a)/D)).^0.5)
))));

fI_aA = @(z,phi,z_p,phi_p) (1./((0.001+1-
(2.*z_p./H).^2).^0.5)).*(1./(((a_s.*cos(phi)-A.*cos(phi_p)).^2 +
(a_s.*sin(phi)+D-A.*sin(phi_p)).^2 + (z-
z_p).^2).^0.5))./(1./(1+((2.*abs(z_p)./h).^4.*m.*(A+a)./D)).^0.5))./(1./
(1-
cost.*sin(phi_p)).^(A_a.*(1./(1+((2.*abs(z_p)./h).^2.*m.*(A+a)./D)).^0.5)
))));

fI_Aa = @(z,phi,z_p,phi_p) (1./((0.001+1-
(2.*z_p./h).^2).^0.5)).*(1./(((A_s.*cos(phi)-a.*cos(phi_p)).^2 +
(A_s.*sin(phi)-a.*sin(phi_p)-D).^2 + (z-
z_p).^2).^0.5))./(1./(1+((2.*abs(z_p)./H).^4.*m.*(A+a)./D)).^0.5))./(1./
((1+cost.*sin(phi_p)).^(a_A.*(1./(1+((2.*abs(z_p)./H).^2.*m.*(A+a)./D)).
^0.5)))));

fI_aa = @(z,phi,z_p,phi_p) (1./((0.001+1-
(2.*z_p./h).^2).^0.5)).*(1./(((a_s.*cos(phi)-a.*cos(phi_p)).^2 +
(a_s.*sin(phi)-a.*sin(phi_p)).^2 + (z-
z_p).^2).^0.5))./(1./(1+((2.*abs(z_p)./H).^4.*m.*(A+a)./D)).^0.5))./(1./
((1+cost.*sin(phi_p)).^(a_A.*(1./(1+((2.*abs(z_p)./H).^2.*m.*(A+a)./D)).
^0.5)))));

% Integrali quadrupli
I_AA=integral(@(z) integral3(@(phi,z_p,phi_p) fI_AA(z,phi,z_p,phi_p),0,2*pi
,-H/2,H/2,0,2*pi),-H/2,H/2,'ArrayValued',true);

I_Aa=integral(@(z) integral3(@(phi,z_p,phi_p) fI_Aa(z,phi,z_p,phi_p),0,2*pi
,-H/2,H/2,0,2*pi),-H/2,H/2,'ArrayValued',true);
```

```

I_aA=integral(@(z)integral3(@(phi,z_p,phi_p)fI_aA(z,phi,z_p,phi_p),0,2*pi
,-H/2,H/2,0,2*pi),-H/2,H/2,'ArrayValued',true);

I_aa=integral(@(z)integral3(@(phi,z_p,phi_p)fI_aa(z,phi,z_p,phi_p),0,2*pi
,-H/2,H/2,0,2*pi),-H/2,H/2,'ArrayValued',true);

%% Calcolo cariche sui cilindri
I_p=(I_AA*I_aa)-(I_Aa*I_aA);

Ro_A0=(V*8*(pi^2)*epsilon_0*h)/(A*I_p/I_Aa);
Ro_a0=(V*8*(pi^2)*epsilon_0*h)/(a*I_p/I_AA);

fx1=@(z_p,phi_p) A*(1./((0.001+1-
(2.*z_p./H).^2).^0.5))./(1./(1+((2.*abs(z_p)./h).^4.*m.*(A+a)./D)).^0.5)
)./(1./(1-
cost.*sin(phi_p)).^(A_a.*(1./(1+((2.*abs(z_p)./h).^2.*m.*(A+a)/D)).^0.5)
)))));
fx2=@(z_p,phi_p) a*(1./((0.001+1-
(2.*z_p./h).^2).^0.5))./(1./(1+((2.*abs(z_p)/H).^4.*m.*(A+a)./D)).^0.5)
)./(1./(1+(1+cost.*sin(phi_p)).^(a_A.*(1./(1+((2.*abs(z_p)/H).^2.*m.*(A+a)
./D)).^0.5)))));

Q_A=Ro_A0*integral2(fx1,-H/2,H/2,0,2*pi);
q_a=Ro_a0*integral2(fx2,-h/2,h/2,0,2*pi);

%% Media fra le cariche trovate
Q=(Q_A+q_a)/2;

Ro_A0_new=(Q*Ro_A0)/Q_A;
Ro_a0_new=(Q*Ro_a0)/q_a;

V_A_new=(A*Ro_A0_new*I_AA-a*Ro_a0_new*I_Aa)/(4*(pi^2)*epsilon_0*H);
V_a_new=(-A*Ro_A0_new*I_aA+a*Ro_a0_new*I_aa)/(4*(pi^2)*epsilon_0*h);

C=Q/((V_A_new/2)+(V_a_new/2))

```

## 8- BIBLIOGRAFIA

[1] A. De Leo, D. Scaradozzi, R. Genovesi, C. Cerri, G. Conte, A. M. Perdon, E. Omerdic  
Preliminary Study of a Novel Magnetic Sensor for Safety in Industrial Robotics.

[2] A. De Leo, G. Cerri  
A Charge Distribution Based Model for the Evaluation of an Air-Coil Stray Capacitance.

[3] G. Cerri, formule per l'accoppiamento capacitivo cilindro-spira e cilindro-cilindro.

[4] Tesi, A. Amici, Ing. Elettronica, Università Politecnica delle Marche  
Analysis of a proximity sensor placed on a non-ferromagnetic support

[5] Tesi, R. Genovesi, Ing. Informatica, Università Politecnica delle Marche  
Study and analysis of an E-Field sensor for Man/Machine cooperation

MATLAB, <https://it.mathworks.com/products/matlab.html>

MATHCAD, <https://www.mathcad.com/en/>

LTspice Simulator, <https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html>