UNIVERSITÀ
POLITECNICA
DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Analisi degli strumenti di modellazione flessibile in ambiente MSC ADAMS/Flex

Analysis of the flexible modeling tools of the MSC ADAMS/Flex environment

Relatore:

Prof. Matteo Palpacelli

Tesi di Laurea di:

Damiani Luca

Anno Accademico 2018 / 2019

Indice

1 Introduzione 3
1.1 Sistemi multibody 4
1.2 Cenni sui programmi utilizzati 5
1.2.1 MSC ADAMS 6
1.2.2 Matlab 7
2 Teoria dei corpi flessibili 8
2.1 Storia dei corpi flessibili in ADAMS 8
2.2 Sovrapposizione modale 9
2.3 Il metodo di Craig-Bampton 10
2.4 Mode Shape Orthonormalization 12
2.5 Flexible Marker Kinematics 15
2.5.1 Posizione 15
2.5.2 Velocità 17
2.5.3 Orientamento 17
2.5.4 Velocità angolare 19
2.6 Carichi applicati 19
2.6.1 Forze concentrate e momenti 19
2.6.2 Carichi distribuiti 21
2.7 Equazioni del moto per un corpo flessibile 22
2.7.1 Energia cinetica e Matrice di massa 23
2.7.2 Energia potenziale e Matrice di rigidezza 25
2.7.3 Dissipazione e Matrice di smorzamento 26
2.7.4 Vincoli 28
2.7.5 Equazione differenziale del moto – Forma finale 28

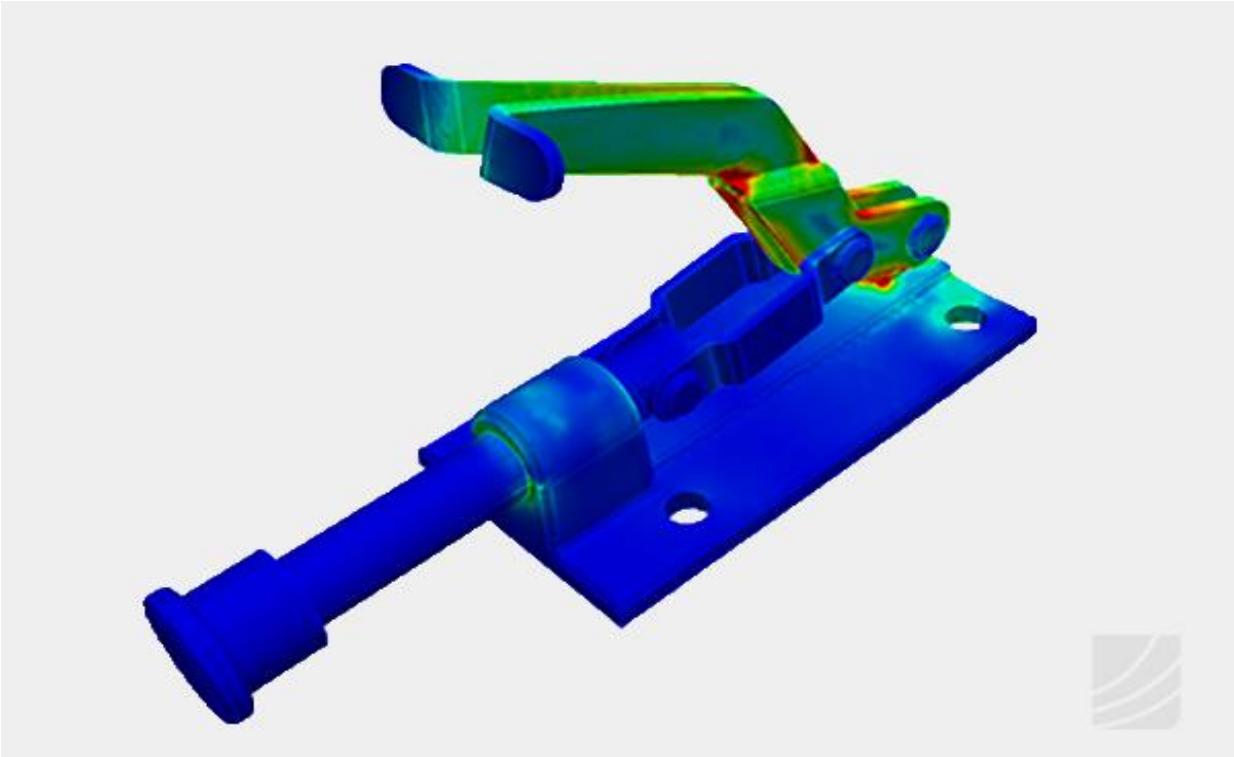
3 Simulazione in ADAMS/Flex 29
3.1 Setting e realizzazione dell'asta 30
3.2 Inserimento dei vincoli 32
3.3 Disposizione dei markers 35
3.4 Simulazione e Plotting 37
3.5 Trasformata di Fourier 40
4 Conclusioni e analisi dei grafici 48

Capitolo 1
Introduzione

Un simulatore multibody è un particolare tipo di software ampiamente diffuso nel campo dell'ingegneria (meccanica, aerospaziale, dell'automazione, dei materiali…) che è in grado di studiare la dinamica e la cinematica di cinematismi anche molto complessi. Uno dei tanti programmi utilizzati è ADAMS MSC, attraverso il quale si possono anche realizzare strutture con parti meccaniche flessibili e studiarne il comportamento nel momento in cui vengono sollecitate da forze e coppie esterne. ADAMS/Flex si occupa proprio di comprendere la struttura e il moto di questi membri flessibili mediante lo studio dei loro modi nella deformazione.

1.1 Sistemi multibody

Prima di parlare direttamente di ADAMS, è importante conoscere il significato di sistema multibody e le sue funzioni. Con il termine "sistema multibody" si intende un sistema meccanico costituito da un insieme di corpi rigidi o flessibili collegati tra loro in modo tale da avere un moto relativo. Gli elementi di un sistema multibody sono collegati tra loro mediante coppie cinematiche o giunti, i quali consentono il moto relativo tra due o più elementi in certe direzioni e lo impedisce in altre bloccando uno o più gradi di libertà. Oltre alla presenza di corpi e giunti, il sistema può essere costituito anche da forze o coppie provenienti dall'esterno.



Esempio di sistema multibody.

I simulatori di sistemi multibody sono programmi che eseguono l'analisi del moto di questi sistemi meccanici, e più precisamente, essi sono in grado di analizzarne sia la cinematica che la dinamica. L'analisi dinamica è importante perché la progettazione di prodotti richiede frequentemente di comprendere come le parti in movimento interagiscano tra loro e con l'ambiente. Automobili, aerei, lavatrici, linee di assemblaggio: tutti questi possiedono parti in movimento che generano carichi spesso difficili da prevedere.
Uno dei software di sistemi multibody più utilizzati è ADAMS, il quale useremo in questa ricerca per approfondire lo studio nell'ambito dei corpi flessibili.

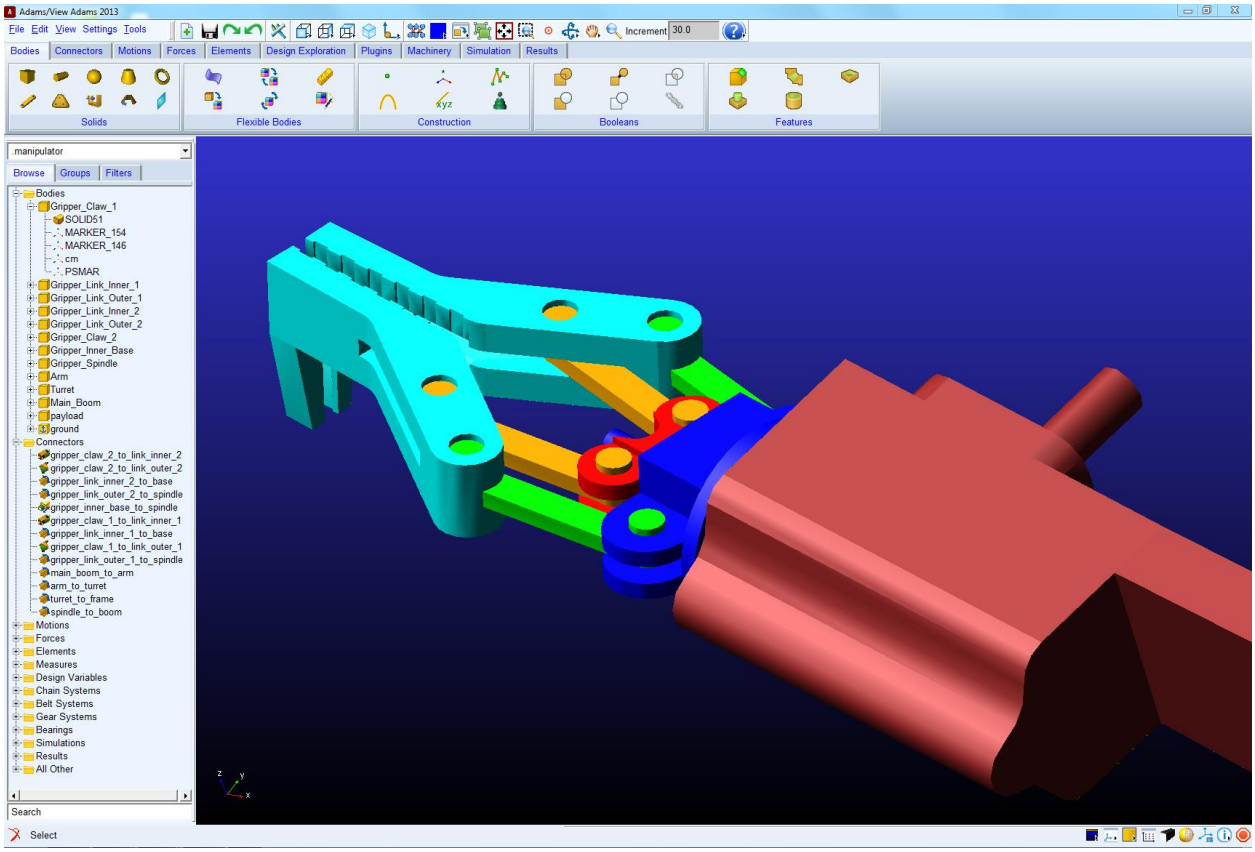
1.2 Cenni sui programmi utilizzati

Per studiare il comportamento di membri flessibili da un punto di vista più pratico, abbiamo realizzato una simulazione di un'asta flessibile, la quale è incernierata da un'estremità e soggetta ad una forza dall'altra. Allo scopo di comprendere al meglio il suo comportamento sono stati utilizzati due programmi:

- **ADAMS MSC**, attraverso il quale è stato possibile creare il sistema appena descritto in una configurazione tridimensionale e studiarne le sollecitazioni in diversi punti, realizzando anche opportuni diagrammi;
- **MATLAB,** per compiere una trasformata di Fourier (FFT) al fine di studiare i modi che caratterizzano la deformazione dell'asta. I modi sono delle proprietà di una struttura che dipendono da grandezze come massa, smorzamento e rigidezza, e dalle condizioni al contorno della struttura stessa. Ogni modo è caratterizzato da una sua frequenza naturale, da uno smorzamento modale e da dei parametri modali.

1.2.1 MSC ADAMS

Come già spiegato in precedenza, ADAMS è uno dei simulatori di sistemi multibody più diffusi. Mediante ADAMS si è in grado di realizzare e progettare in 3 dimensioni il proprio sistema di corpi utilizzando giunti per collegare i vari membri e inserendo anche forze e coppie provenienti dall'esterno. I meccanismi che si possono creare vanno dai più semplici come un'asta soggetta ad una forza, ai più complessi come sospensioni di autovetture, le quali vengono studiate dal punto di vista della cinematica e della dinamica, e vengono successivamente anche simulate per verificare la loro corretta funzione.



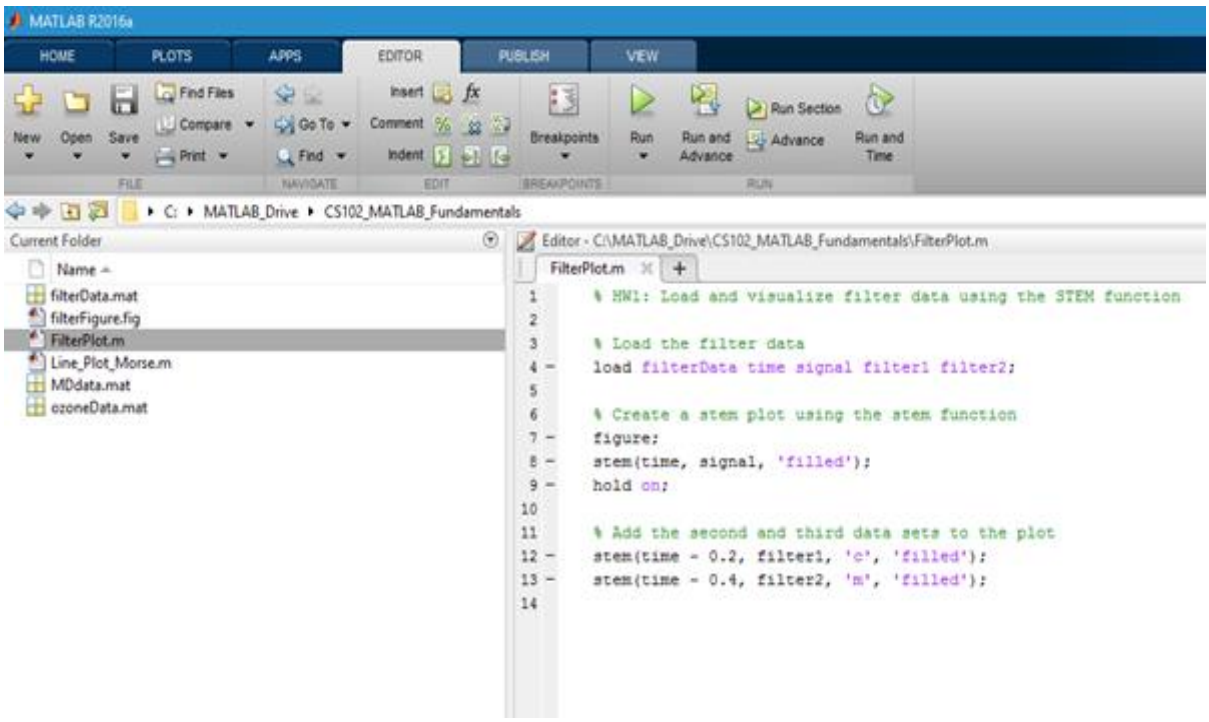
Esempio di meccanismo realizzato con MSC ADAMS

1.2.2 Matlab

Per completare la simulazione della nostra asta incernierata soggetta ad una forza, si è dovuto utilizzare Matlab con lo scopo di studiare le sollecitazioni subite dal corpo flessibile e descrivere meglio il suo comportamento.

Matlab è un linguaggio di programmazione ad alto rendimento che integra il calcolo, la visualizzazione e la programmazione in un ambiente di facile impiego. Esso può essere visto come una sorta di calcolatrice potentissima in grado di compiere le più svariate funzioni. Permette la risoluzione di numerosi problemi di calcolo tecnici, in particolare quelli caratterizzati da formulazione di tipo vettoriale e matriciale, attraverso algoritmi molto più semplici e snelli rispetto a quelli che sarebbero necessari in un programma in linguaggio scalare non interattivo.

Anche Matlab viene utilizzato soprattutto per la risoluzione di problemi complessi di cinematica e di dinamica, ed è in grado di ricavarne le soluzioni in tempi brevissimi rispetto a quelli che impiegherebbe un normale essere umano.



Esempio di programmazione con Matlab.

Capitolo 2
Teoria dei corpi flessibili

Che cosa fa davvero ADAMS/Flex? Quali algoritmi e leggi utilizza?
Per rispondere a queste domande, studieremo il software prima dal punto di vista teorico e solo successivamente dal punto di vista pratico attraverso una simulazione. In questo modo capiremo meglio il funzionamento di ADAMS/Flex e come esso riesca a simulare e visualizzare il comportamento dei corpi flessibili.

2.1 Storia dei corpi flessibili in ADAMS

Il primo tentativo di interfaccia con un software che usa il *metodo degli elementi finiti* (FEM) era in un prodotto chiamato ADAMS/FEA. In questo programma il software FEM usava la *Guyan Reduction* per riuscire a concentrare e condensare un intero insieme di gradi di libertà in un numero ridotto. Nel metodo di Guyan, veniva mantenuto l'insieme dei nodi principali e la parte rimanente costituita dai nodi secondari veniva rimossa dall'operazione di condensazione: solo le proprietà di rigidezza venivano considerate mentre gli accoppiamenti inerziali tra i nodi principali e secondari venivano ignorati.
La Guyan reduction trasforma delle enormi matrici di massa e di rigidezza in delle piccole paia di matrici rispettando ovviamente i gradi di libertà principali.

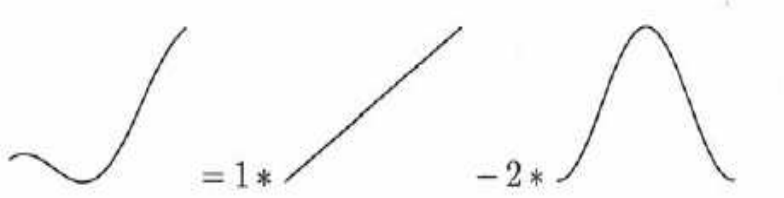
ADAMS/FEA rappresentava i nodi principali attraverso dei CORPI e una NFORZA: la rigidezza concentrata veniva catturata correttamente dalla NFORZA, mentre, invece, l'enorme matrice di massa della Guyan reduction non si prestava ad essere rappresentata da una matrice più concentrata.
Fu proprio questo il motivo per cui nel 1996 venne introdotto un nuovo prodotto che riuscisse a studiare appieno il comportamento di corpi flessibili chiamato ADAMS/Flex.

2.2 Sovrapposizione modale

ADAMS/Flex ha introdotto il FLEX_BODY: ora bisogna assumere che si stiano considerando delle deformazioni di un corpo piccole e lineari, relative ad una struttura locale, la quale è soggetta ad un moto grande e non lineare.
La discretizzazione di un componente flessibile in un modello di elemento finito, riesce a trasformare un numero infinito di gradi di libertà in un numero finito anche se molto grande. Le deformazioni lineari dei nodi u possono essere approssimate come una combinazione di un numero piccolo di *mode shape* ϕ,

$$u = \sum_{i=1}^{M} \phi_i q_i$$

dove M è il numero di mode shape e le ampiezze q sono le coordinate modali.
In questo modo una forma complessa può essere vista come combinazione lineare di forme più semplici, come nell'esempio che segue:



La premessa base della sovrapposizione modale è che il comportamento della deformazione di un componente con un vasto numero di gradi di libertà nodali possa essere catturato attraverso un numero più esiguo di gradi di libertà modali. Questa riduzione è definita con il termine *modal truncation.*

L'equazione in forma matriciale è:

$$u = \Phi q$$

dove q è il vettore delle coordinate modali e i modi ϕ_i si trovano nelle colonne della matrice modale Φ. Dopo aver subito la modal truncation, Φ è diventata una matrice rettangolare. La matrice modale Φ costituisce la trasformazione dal piccolo insieme delle coordinate modali q in un insieme più grande di coordinate fisiche u.

Tuttavia come si selezionano i mode shapes in modo tale che la deformazione interessata possa essere descritta con il numero minimo di coordinate modali? In altre parole, come si possono ottimizzare le basi modali? Per rispondere a queste domande bisogna introdurre il *metodo di Craig-Bampton.*

2.3 Il metodo di Craig-Bampton

Per raggiungere un modello fedele e per studiare al meglio gli effetti delle sollecitazioni in un corpo flessibile, era spesso richiesto un numero eccessivo di modi. Inoltre gli autovettori trovati rappresentavano le basi in modo inadeguato nella modellazione a livello di sistema. La soluzione era di usare le tecniche di *Component Mode Synthesis (CMS)* e più in particolare il metodo di Craig-Bampton.

Il metodo di Craig-Bampton consente all'utente di selezionare un sottoinsieme di gradi di libertà che non sono soggetti alla sovrapposizione modale. Questi ultimi, che chiamiamo *boundary DOF (*o *attachment DOF* o *interface DOF),* vengono preservati nella base modale di Craig-Bampton. Non c'è nessuna perdita di risoluzione nei gradi di libertà quando i modi di ordine maggiore vengono troncati.

Questo metodo ha uno schema molto semplice: il sistema dei gradi di libertà (DOF) è composto da *boundary DOF* u_B e *interior DOF* u_I. Ci sono due sistemi di mode shapes:

- **Constraint mode:** questi modi sono forme statiche ottenute dando ad ogni boundary DOF una disposizione unitaria mentre tutti gli altri boundary DOF vengono mantenuti fissi. La base dei constraint modes si estende completamente a tutti i possibili movimenti dei boundary DOFs, con una corrispondenza ad uno ad uno tra le coordinate modali dei constraint modes e la disposizione nel corrispondente boundary DOF ($q_C=u_B$).

La figura sulla sinistra mostra il constraint mode corrispondente ad una traslazione unitaria, mentre la figura sulla destra corrisponde ad una rotazione unitaria.

- **Fixed-boundary normal modes:** questi modi sono ottenuti fissando i boundary DOF e calcolando una soluzione. Ci sono molti fixed-boundary normal modes che gli utenti posso scegliere. Essi definiscono l'espansione modale dei gradi di libertà interni. La qualità di questa espansione modale è proporzionale al numero di modi scelti dall'utente.

Due fixed-boundary normal modes per una trave con dei giunti alle due estremità.

La relazione tra i gradi di libertà, i modi di Craig-Bampton e le loro coordinate modali è illustrata dalla seguente equazione:

$$u = \begin{Bmatrix} u_B \\ u_I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_C \\ q_N \end{Bmatrix}$$

dove:

u_B = boundary DOF;

u_I = interior DOF;

I, 0 = matrice identità e matrice nulla;

Φ_{IC} = disposizioni degli interior DOF nei costraint modes;

Φ_{IN} = disposizioni degli interior DOF nei normal modes;

q_C = coordinate modali dei costraint modes;

q_N = coordinate modali dei fixed-boundary normal modes.

Le generiche matrici della rigidezza e della massa della base modale di Craig-Bampton si ottengono attraverso una trasformazione modale. La trasformazione di rigidezza è:

$$\hat{K} = \Phi^T K \Phi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BI} \\ K_{IB} & K_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{CC} & 0 \\ 0 & \hat{K}_{NN} \end{bmatrix}$$

mentre la trasformazione della massa è:

$$\hat{M} = \Phi^T M \Phi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{BB} & M_{BI} \\ M_{IB} & M_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{M}_{CC} & \hat{M}_{NC} \\ \hat{M}_{CN} & \hat{M}_{NN} \end{bmatrix}$$

dove I, B, N e C sono rispettivamente gli internal DOF, i boundary DOF, normal mode e constraint mode.

Dalle due precedenti equazioni possiamo evidenziare delle proprietà importanti:

- M_{NN} e K_{NN} sono matrici diagonali perché sono associate agli autovettori.
- K è diagonale a blocchi. Non ci sono accoppiamenti di rigidezza tra i constraint modes e i fixed-boundary normal modes.
- Al contrario, M non è diagonale a blocchi perché c'è un legame inerziale tra i constraint modes e i fixed-boundary normal modes.

2.4 Mode Shape Orthonormalization

Il metodo di Craig-Bampton è un metodo efficace per costruire la base modale perché permette di comprendere sia gli effetti dei giunti e sia il comportamento dinamico del corpo. Tuttavia la

base modale ha degli svantaggi che la rendono inutilizzabile per l'uso diretto in una simulazione di un sistema dinamico. Essi sono:

- I constraint modes sono 6 gradi di libertà del corpo rigido che devono essere eliminati prima delle analisi di ADAMS perché quest'ultimo fornisce già i propri gradi di libertà relativi al moto del corpo rigido.
- I constraint modes sono il risultato di una condensazione statica. Di conseguenza questi modi non avvertono la frequenza dinamica che è importante conoscere per simulare un sistema non lineare.
- I constraint modes non possono essere disabilitati perché per farlo dovrei applicare un vincolo equivalente al sistema.

Questi problemi con la base modale sono stati tutti risolti applicando una semplice operazione matematica ai modi di Craig-Bampton.

I modi di Craig-Bampton non sono un insieme ortogonale di modi, come dimostra il fatto che le loro matrici di massa e di rigidezza (M e K) non sono diagonali.

$$\hat{K}q = \lambda \hat{M}q$$

Risolvendo l'equazione si ottengono gli autovettori che ci danno una matrice di trasformazione N, la quale trasforma la base modale di Craig-Bampton in una equivalente base ortogonale con coordinate modali q^*:

$$Nq^* = q$$

L'effetto sulla formula della sovrapposizione è:

$$u = \sum_{i=1}^{M} \phi_i q_i = \sum_{i=1}^{M} \phi_i N q^* = \sum_{i=1}^{M} \phi_i{}^* q^*$$

dove ϕ_i sono i modi ortogonalizzati di Craig-Bampton.

Questi ultimi non sono autovettori del sistema originale ma sono autovettori della rappresentazione di Craig-Bampton del sistema e come tali possiedono una propria frequenza naturale associata. Si può osservare quindi che:

- I Fixed-boundary normal modes sono stati sostituiti da un'approssimazione di autovettori del corpo non vincolato. Questa è un'approssimazione perché si basa solo su i modi di Craig-Bampton. Oltre a questi modi, i 6 modi sono solitamente i modi del corpo rigido.

- I constraint modes sono stati sostiuiti da *boundary eigenvectors* (autovettori al contorno), un concetto illustrato comparando i modi prima e dopo l'ortogonalizzazione di una lastra rettangolare che ha lungo i suoi bordi. Il modo di Craig-Bampton in *figura 1* rappresenta una disposizione unitaria di uno dei suoi nodi al bordo con tutti gli altri nodi fissati lungo il bordo. Dopo l'ortonormalizzazione si vedono i nodi come in *figura 2* con una curva sinusoidale lungo il bordo al contorno.

L'ortonormalizzazione dei modi di Craig-Bampton punta a risolvere i problemi identificati precedentemente perché:

1. L'ortonormalizzazione produce i modi di un sistema non vincolato, 6 dei quali sono i modi del corpo rigido che possono essere ora disabilitati.

Figura 1: prima dell'ortonormalizzazione. Constraint modes con una frequenza sconosciuta.

Figura 2: dopo l'ortonormalizzazione. Boundary eigenvector con una frequenza naturale di 1250Hz.

2. Tutti i modi hanno una propria frequenza naturale associata. I problemi derivanti dai modi che contribuivano a creare una frequenza alta, ora possono essere anticipati.
3. Sebbene la rimozione di ogni modo costringa il corpo ad adottare una forma particolare, la rimozione di un modo di frequenza alta come in *figura 2* è chiaramente una soluzione migliore piuttosto che rimuovere il modo in *figura 1*. La rimozione di quest'ultimo modo, infatti, impedirebbe al nodo al contorno associato di muoversi relativamente rispetto ai nodi vicini. Nel frattempo, la rimozione dei modi formali impedisce solo al bordo al contorno di raggiungere questo grado di ondulazione.

2.5 Flexible Marker Kinematics

Con "*marker kinematics"* ci si riferisce alla posizione, orientamento, velocità e accelerazione dei markers. ADAMS usa la cinematica dei markers in tre modi:

- La posizione e l'orientamento del marker devono essere noti per soddisfare i vincoli imposti dai giunti.
- Per progettare forze concentrate applicate ai markers in coordinate generalizzate del corpo flessibile.
- Le *marker measures* richiedono la conoscenza della posizione, dell'orientamento, della velocità e delle accelerazioni dei markers.

2.5.1 Posizione

La posizione istantanea di un marker che è collegato ad un nodo P in un corpo flessibile B, è data dalla somma di tre vettori:

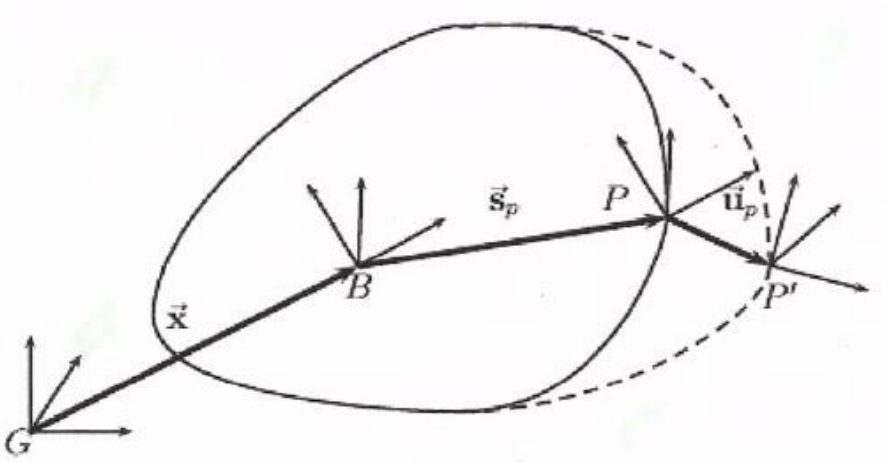
$$\vec{r}_p = \vec{x} + \vec{s}_p + \vec{u}_p$$

dove:

x = vettore posizione dall'origine della terna mondo all'origine della terna locale del corpo flessibile B;

s_p = vettore posizione della posizione indeformata del punto P rispetto alla terna locale del corpo B;

u_p = vettore della deformazione traslazionale del punto P, il vettore posizione dalla posizione indeformata del punto fino alla posizione deformata.



Riscrivendo l'equazione precedente in forma matriciale, espressa in coordinate rispetto alla terna mondo, si ottiene:

$$r_p = x + {}^{G}A^{B}\langle s_p + u_p \rangle$$

dove:

x = vettore posizione dall'origine della terna mondo all'origine della terna locale del corpo B, espressa in coordinate rispetto alla terna mondo. Gli elementi del vettore x, ovvero x, y e z sono coordinate generalizzate del corpo flessibile.

s_p = vettore posizione dalla terna locale del corpo B al punto P, espresso in coordinate rispetto alla terna locale. E' una costante.

A = matrice di trasformazione dalla terna locale B alla terna mondo. Questa matrice è conosciuta anche come *coseno direzionale* della terna locale del corpo rispetto a quella mondo. ADAMS utilizza gli angoli di Eulero (Ψ, θ, ϕ) che sono coordinate generalizzate del corpo flessibile.

u_p = vettore della deformazione traslazionale del punto P, espresso in coordinate rispetto alla terna locale. Il vettore deformazione è una sovrapposizione modale.

$$u_p = \Phi_p q$$

dove Φ_p è un parte della matrice modale che corrisponde ai gradi di libertà traslazionali del nodo P. La sua dimensione è 3xM che è il numero dei modi. Le coordinate modali q_i , i = 1…M sono coordinate generalizzate del corpo flessibile.

Dunque le coordinate generalizzate del corpo flessibile sono:

$$\xi = \left\{ \begin{array}{c} x \\ y \\ z \\ \psi \\ \theta \\ \phi \\ q_i, (i = 1 \ldots M) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} x \\ \psi \\ q \end{array} \right\}$$

2.5.2 Velocità

Per calcolare l'energia cinetica bisogna prima calcolarsi la velocità istantanea traslazionale del punto P rispetto alla terna mondo ottenuta facendo la derivata dell'equazione della posizione rispetto al tempo:

$$v_p = \dot{x} + {}^{G}\dot{A}^{B}(s_p + u_p) + {}^{G}A^{B}\,\dot{u}_p$$

che può essere riscritta come:

$$v_p = \dot{x} - {}^{G}A^{B}(s_p + u_p)B\dot{\psi} + {}^{G}A^{B}\Phi_p\dot{q}$$

Introducendo così la relazione:

$${}^{G}\omega_{B}^{B} = B\dot{\psi}$$

dove ω è la velocità angolare del corpo relativa alla terna mondo.

2.5.3 Orientamento

ADAMS deve sapere istante per istante l'orientamento di un marker su un corpo flessibile quando esso viene deformato. Come avviene la deformazione, il marker ruota con piccoli angoli

rispetto alla sua terna di riferimento. Come per le deformazioni traslazionali, anche questi angoli sono ottenuti attraverso una sovrapposizione modale:

$$\theta_p = \Phi_p^* q$$

dove Φ è una parte della matrice modale che corrisponde ai gradi di libertà rotazionali del nodo P. La dimensione di questa matrice è 3xM che è il numero dei modi.

L'orientamento del marker J relativo alla terna mondo è rappresentato attraverso una matrice di trasformazione Euleriana, la quale è il prodotto di tre matrici:

$$^{G}A^{J} = {}^{G}A^{B}\ {}^{B}A^{P}\ {}^{P}A^{J}$$

dove:

$^{G}A^{B}$ = matrice di trasformazione dalla terna locale B alla terna mondo;

$^{B}A^{P}$ = matrice di trasformazione dovuta al cambio di orientamento a causa della deformazione del nodo P;

$^{P}A^{J}$ = matrice di trasformazione costante che è definita dall'utente quando viene posizionato il marker sul corpo flessibile.

La seconda matrice richiede più attenzione. Il coseno direzionale per un vettore di angoli piccoli θ_p , è:

$$^{B}A^{P} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_{pz} & \theta_{py} \\ \theta_{pz} & 1 & -\theta_{px} \\ -\theta_{py} & \theta_{px} & 1 \end{bmatrix} = I + \tilde{\theta}_p$$

dove la tilde indica un operatore:

$$a \times b = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} b = \tilde{a}b = -\tilde{b}a$$

2.5.4 Velocità angolare

La velocità angolare di un marker J su un corpo flessibile è la somma delle velocità angolari del corpo e delle velocità angolari dovute alla deformazione:

$$^{G}\omega_{B}^{J} = {}^{G}\omega_{B}^{P} = {}^{G}\omega_{B}^{B} + {}^{B}\omega_{B}^{P} = {}^{G}\omega_{B}^{B} + \Phi_{p}^{*}\dot{q}$$

2.6 Carichi applicati

ADAMS distingue i carichi concentrati dai carichi distribuiti.

2.6.1 Forze concentrate e momenti

La forza concentrata F e il momento T che sono applicate ad un marker su un corpo flessibile devono essere proiettate in un sistema di coordinate generalizzate.
La forza e il momento sono scritti in forma matriciale ed espressi con un sistema di coordinate di marker K.

$$F_K = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \qquad T_K = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

La forza generalizzata Q è composta da una forza traslazionale generalizzata, un momento torcente generalizzato (una forza generalizzata sugli angoli di Eulero) e una forza modale generalizzata:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_T \\ Q_R \\ Q_M \end{bmatrix}$$

- **Forza Traslazionale Generalizzata**: è ottenuta esprimendo F_K con le coordinate rispetto alla terna globale.

$$Q_T = {}^{G}A^{K} F_K$$

dove A è la matrice di trasformazione Euleriana.

La forza traslazionale generalizzata è indipendente dal punto di applicazione della forza. Un momento non contribuisce a Q_T.

- **Momento Generalizzato**: il momento totale su un corpo flessibile, dovuto a F e T è:

$$T_{tot} = \vec{T} + \vec{p} \times \vec{F}$$

dove p è il vettore posizione dall'origine della terna locale del corpo fino al punto di applicazione della forza. Il momento totale può essere scritto in forma matriciale rispetto alla terna globale del sistema:

$$T_{tot} = {}^{G}A^{K} T_K + p \times {}^{G}A^{K} F_K$$

dove p è espresso in coordinate rispetto alla terna mondo. Usando l'operatore tilda può essere scritta anche come:

$$T_{tot} = {}^{G}A^{K} T_K + \tilde{p}\,{}^{G}A^{K} F_K$$

La trasformazione dal momento in coordinate fisiche al momento generalizzato su degli angoli di un corpo Euleriano è realizzata attraverso la matrice B introdotta nelle equazioni precedenti:

$$Q_R = [{}^{G}A^{B} B]^{T} T_{tot} = [{}^{G}A^{B} B]^{T} [{}^{G}A^{K} T_K + \tilde{p}\,{}^{G}A^{K} F_K]$$

- **Forza Modale Generalizzata**: la forza modale generalizzata su un corpo dovuta all'applicazione di forze o momenti concentrati si ottiene proiettando il carico nei mode shapes.

Le forze F_K e i momenti T_K essendo riferiti al marker K devono prima essere poste rispetto alla terna del corpo flessibile:

$$F_I = {}^{G}A^{B\,T}\,{}^{G}A^{K}\,F_K$$

$$T_I = {}^{G}A^{B\,T}\,{}^{G}A^{K}\,T_K$$

e poi proiettate nei mode shapes. La forza è proiettata su dei mode shapes traslazionali e il momento è proiettato su dei mode shapes angolari:

$$Q_F = \Phi_P^T\,F_I + \Phi_P^{*T}\,T_I$$

dove i due Φ_P sono parti della matrice modale corrispondente ai gradi di libertà traslazionali e angolari del punto P.

E' bene ricordare che la matrice modale Φ è solo definita ai nodi; le forze e i momenti concentrati possono essere applicati solo ai nodi.

2.6.2 Carichi distribuiti

I carichi distribuiti possono essere visualizzati come un insieme di carichi concentrati ma questo metodo è poco efficace. In alternativa i carichi distribuiti possono essere creati in ADAMS usando l'elemento *MFORCE*. Esso permette di applicare qualsiasi vettore di carico distribuito.

Il problema dei carichi distribuiti nasce esaminando la forma in coordinate fisiche dell'equazione del moto nel modello degli elementi finiti (FEM):

$$M\ddot{x} + Kx = F$$

dove M e K sono le matrici FEM di massa e di rigidezza per il componente flessibile, e x e F sono rispettivamente il vettore dei gradi di libertà del nodo e il vettore del carico.

L'equazione precedente, trasformata in coordinate modali q usando la matrice modale Φ, diventa:

$$\Phi^T M \Phi \ddot{q} + \Phi^T K \Phi q = \Phi^T F$$

Questa forma modale dell'equazione si può semplificare in:

$$\hat{M}\ddot{q} + \hat{K}q = f$$

dove M e K sono le matrici generalizzate della massa e della rigidezza, e f è il vettore del carico modale.

La forza applicata solitamente ha una forza risultante globale e un momento. Ciò mostra come i carichi su un corpo rigido e i modi siano trattati in ADAMS come fossero forze e momenti concentrati rispetto ad una terna locale di riferimento.

La proiezione del vettore forza nodale sulle coordinate modali

$$f = \Phi^T F$$

è un'operazione matematicamente complessa, che rappresenta un problema nel momento in cui F è una funzione arbitraria del tempo. ADAMS risolve questo problema assumendo che la dipendenza spaziale e la dipendenza dal tempo siano separate, ad esempio assumendo che il carico possa essere visto come una combinazione lineare variabile nel tempo di un numero arbitrario di casi di carichi statici:

$$F(t) = s_1(t)F_1 + \ldots + s_n(t)F_n$$

ADAMS ha bisogno solo di conoscere la forma modale del carico:

$$f(t) = s_1(t)f_1 + \ldots + s_n(t)f_n$$

dove i vettori da f_1 a f_n sono vettori di n casi differenti di carico, ognuno dei quali contiene un'entrata per ciascun modo nella base modale.

2.7 Equazioni del moto per un corpo flessibile

Le equazioni che governano il moto di un corpo flessibile derivano dalle equazioni di Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta L}{\delta \dot{\xi}}\right) + \frac{\delta L}{\delta \xi} + \frac{\delta F}{\delta \dot{\xi}} + \left[\frac{\delta \Psi}{\delta \dot{\xi}}\right]^T \lambda - Q = 0$$

$$\Psi = 0$$

dove:

L = la Lagrangiana;

F = una funzione della dissipazione di energia;

Ψ = equazioni di vincolo;

λ = multipli di Lagrange per i vincoli;

ξ = coordinate generalizzate (definite in precedenza);

Q = forze generalizzate applicate (le forze applicate proiettate in ξ).

La Lagrangiana è definita come:

$$L = T - V$$

dove T e V sono rispettivamente l'energia cinetica e l'energia potenziale.

In questa sezione si parlerà delle derivazioni dei contributi nell'equazione precedente di:

- Energia cinetica e matrice di massa.
- Energia potenziale e matrice di rigidezza.
- Dissipazione e matrice di smorzamento.
- Vincoli.

2.7.1 Energia cinetica e Matrice di massa

La velocità espressa nel *Capitolo 2.5.2* può essere espressa in funzione della derivata rispetto al tempo del vettore ξ :

$$v_p = [I - {}^{G}A^{B}(s_p + u_p)B\ {}^{G}A^{B}\Phi_p]\dot{\xi}$$

Ora si può calcolare l'energia cinetica di un corpo flessibile:

$$T = \frac{1}{2}\int_v \rho\, v^T v dV \approx \frac{1}{2}\sum_p m_p v_p^T v_p + {}^{G}\omega_p^{BT}\, I_p\, {}^{G}\omega_p^{B}$$

dove m_p e I_p sono rispettivamente la massa e il tensore di inerzia del nodo P.

Sostituendo V e ω si ottiene un'equazione per l'energia cinetica nelle matrici generalizzate di massa e nelle coordinate generalizzate di ADAMS:

$$T = \frac{1}{2}\dot{\xi}^T M(\xi)\,\dot{\xi}$$

Per comprendere meglio, scriviamo la matrice di massa sottoforma di una matrice 3x3 :

$$M(\xi) = \begin{bmatrix} M_{tt} & M_{tr} & M_{tm} \\ M_{tr}^T & M_{rr} & M_{rm} \\ M_{tm}^T & M_{rm}^T & M_{mm} \end{bmatrix}$$

dove gli indici t, r, e M descrivono rispettivamente i gradi di libertà traslazionali, rotazionali e modali. L'espressione per la matrice di massa può essere scritta come un'espressione in funzione di 9 invarianti di inerzia.

$$M_{tt} = I^1 I$$

$$M_{tr} = -A[I^2 + I_j^3 q_j]B$$

$$M_{tm} = AI^3$$

$$M_{rr} = B^T[I^7 - [I_j^8 + I_j^{8T}]q_j - I_{ij}^9 q_i q_j]B$$

$$M_{rm} = B^T[I^4 + I_j^5 q_j]$$

$$M_{mm} = I^6$$

E' evidente la dipendenza della matrice di massa dalle coordinate modali. La dipendenza dalle coordinate dell'orientamento del sistema è dovuta alle matrici di trasformazione A e B.

Le invarianti di inerzia sono calcolate dagli N nodi del modello dell'elemento finito, attraverso la conoscenza della massa di ogni nodo m_{pp}, delle loro posizioni indeformate s_p, e delle loro influenze nei modi Φ_p. La forma discreta delle invarianti di inerzia è data dalla tabella seguente:

$I^1 = \sum_{p=1}^{N} m_p$		(scalar)
$I^2 = \sum_{p=1}^{N} m_p s_p$		(3×1)
$I_j^3 = \sum_{p=1}^{N} m_p \Phi_p$	$j = 1, \ldots, M$	$(3 \times M)$

$I^4 = \sum_{p=1}^{N} m_p \tilde{s}_p \Phi_p + I_p \Phi'_p$		$(3 \times M)$
$I_j^5 = \sum_{p=1}^{N} m_p \tilde{\phi}_{pj} \Phi_p$	$j = 1, \ldots, M$	$(3 \times M)$
$I^6 = \sum_{p=1}^{N} m_p \Phi_p^T \Phi_p + \Phi'^T_p I_p \Phi'_p$		$(M \times M)$
$I^7 = \sum_{p=1}^{N} m_p \tilde{s}_p^T \tilde{s}_p + I_p$		(3×3)
$I_j^8 = \sum_{p=1}^{N} m_p \tilde{s}_p \tilde{\phi}_{pj}$	$j = 1, \ldots, M$	(3×3)
$I_{jk}^9 = \sum_{p=1}^{N} m_p \tilde{\phi}_{pj} \tilde{\phi}_{pk}$	$j, k = 1, \ldots, M$	(3×3)

2.7.2 Energia potenziale e Matrice di rigidezza

Solitamente l'energia potenziale è costituita dai contributi della gravità e dell'elasticità nella forma quadrata:

$$V = V_9(\xi) + \frac{1}{2}\xi^T K \xi$$

dove K è la matrice di rigidezza generalizzata che in genere è costante. Solo le coordinate modali q contribuiscono all'energia elastica.

Quindi la forma di K è:

$$K = \begin{bmatrix} K_{tt} & K_{tr} & K_{tm} \\ K_{tr}^T & K_{rr} & K_{rm} \\ K_{tm}^T & K_{rm}^T & K_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{mm} \end{bmatrix}$$

dove K_{mm} è la matrice di rigidezza generalizzata del componente strutturale in funzione delle coordinate modali q.

V_g è l'energia potenziale gravitazionale:

$$V_g = \int_v \rho \vec{r}_p \cdot \vec{g} dV = \int_v \rho [x + A(s_p + \Phi(P)q)]^T g dv$$

dove g rappresenta il vettore accelerazione gravitazionale.

La forza gravitazionale risultante f_g è:

$$f_g = \frac{\partial V_g}{\partial \xi} = \begin{bmatrix} \left[\int_v \rho dV\right] g \\ \left[\int_v \rho (s_p + \Phi(P)q)^T dV\right] \frac{\partial A^T}{\partial \psi} g \\ \left[\int_v \rho \Phi^T(P) dV\right] A^T g \end{bmatrix}$$

2.7.3 Dissipazione e Matrice di smorzamento

Le forze di smorzamento dipendono dalle velocità modali generalizzate e sono assunte come derivabili rispetto alla forma quadratica:

$$F = \frac{1}{2} \dot{q}^T D \dot{q}$$

che è conosciuto come *funzione di dissipazione di Rayleigh*. La matrice D contiene i coefficienti di smorzamento d_{ij} ed è in genere costante e simmetrica.

Nel caso di mode shapes ortogonali, la matrice di smorzamento può essere definita usando la matrice diagonale dei rapporti di smorzamento modali c_i. Questo rapporto di smorzamento

potrebbe essere differente per ogni modo ortogonale e può essere conveniente definirlo come un *rapporto dello smorzamento critico* per il modo c_i^{cr}.

Il rapporto dello smorzamento critico è definito come il livello di smorzamento per il quale si elimina la risposta armonica come si vede nell'equazione successiva. Si considera una semplice oscillazione armonica definita da modi disaccoppiati i:

$$m_i\ddot{q}_i + c_i\dot{q}_i + k_i q_i = 0$$

dove m_i, k_i e c_i rappresentano rispettivamente la massa generalizzata, la rigidezza generalizzata e lo smorzamento modale corrispondente al modo i. Assumendo $q_i = e^{\lambda t}$ avremo l'equazione caratteristica:

$$m_i\lambda^2 + c_i\lambda + k_i = 0$$

che ha soluzione:

$$\lambda = \frac{-c_i \pm j\sqrt{4m_i k_i - c_i^2}}{2m_i}$$

Lo smorzamento critico del modo i, è quello che elimina la parte immaginaria di λ:

$$c_i^{cr} = 2\sqrt{k_i m_i}$$

Definendo c_i come il rapporto di smorzamento critico, si introduce il rapporto di smorzamento modale η_i a cui si fa riferimento con "*CRATIO*" in ADAMS:

$$c_i = \eta_i c_i^{cr}$$

La soluzione dell'equazione dell'oscillazione armonica scritta in precedenza è:

$$q_i = e^{\eta i\sqrt{\frac{k_i}{m_i}}t}\, e^{j\sqrt{(1-\eta^2)}\omega_i t}$$

dove $\omega i\sqrt{\frac{k_i}{m_i}}$ è la frequenza naturale di un sistema non smorzato.

La soluzione cessa di essere armonica quando $\eta_i = 1$, che corrisponde al 100% di smorzamento critico.

2.7.4 Vincoli

ADAMS soddisfa i vincoli nella posizione e nell'orientamento dei markers di un corpo flessibile, attraverso le proprietà presentate a pag.14 nel capitolo *2.5 Flexible Markers Kinematics.*

2.7.5 Equazione differenziale del moto – Forma finale

La forma finale dell'equazione differenziale del moto in funzione delle coordinate generalizzate è la seguente:

$$M\ddot{\xi} + \dot{M}\dot{\xi} - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial M}{\partial \xi}\dot{\xi}\right]^T \dot{\xi} + K\xi + f_g + D\dot{\xi} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \xi}\right]^T \lambda = Q$$

dove:

$\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}$ = coordinate generalizzate del corpo flessibile e le loro derivate rispetto al tempo;

M = matrice della massa del corpo flessibile;

$\dot{M}$ = derivata rispetto al tempo della matrice di massa del corpo flessibile;

$\frac{\partial M}{\partial \xi}$ = derivata parziale della matrice di massa in funzione delle coordinate generalizzate del corpo flessibile. E' un tensore (M + 6) x (M + 6) x (M + 6) dove M è il numero dei nodi.

K = matrice di rigidezza generalizzata;

F_g = forza gravitazionale generalizzata;

D = matrice di smorzamento modale;

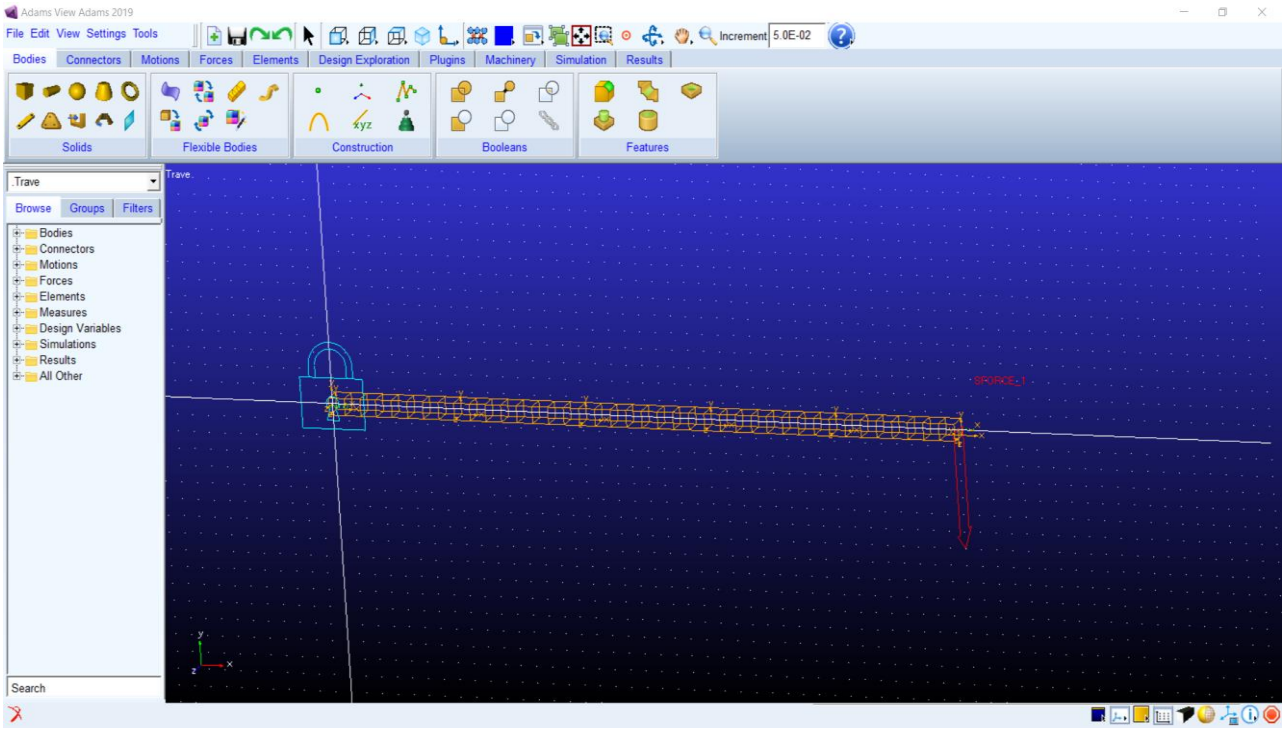
Ψ = equazioni di vincolo;

λ = moltiplicatori di Lagrange per i vincoli;

Q = forze applicate generalizzate.

Capitolo 3
Simulazione in ADAMS/Flex

Ora che conosciamo le funzionalità di ADAMS, effettueremo all'interno del programma una simulazione di un sistema. Il sistema in questione è costituito da un'asta, che rappresenta il corpo flessibile da studiare, in cui inseriremo in una estremità una forza perpendicolare rivolta verso il basso e nell'altra un incastro che lo vincola al *ground.*

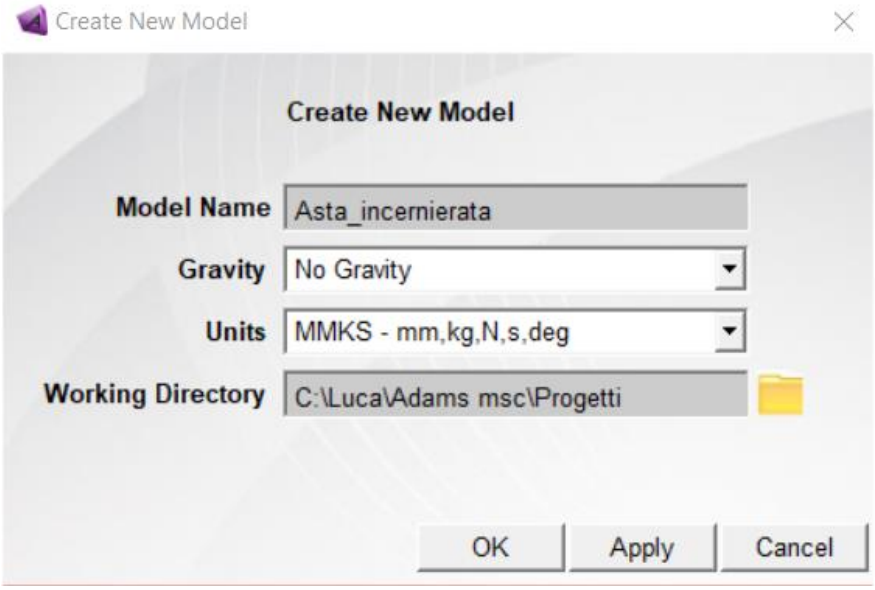


3.1 Setting e realizzazione dell'asta

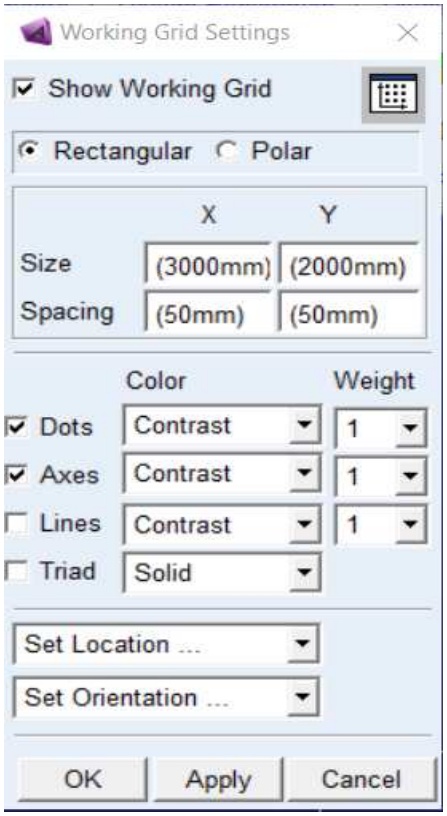
Prima di fare le simulazioni vere e proprie, bisogna ovviamente realizzare il modello appena descritto precedentemente.

Aprire ADAMS/View.

Selezionare *Create New Model* e salvare il file con il nome desiderato in una cartella qualsiasi. E' importante ricordarsi di non inserire la gravità e di selezionare *MMKS* (*mm,kg,N,s,deg*) come unità di misura. Una volta inseriti i parametri come in figura, premere *OK*.



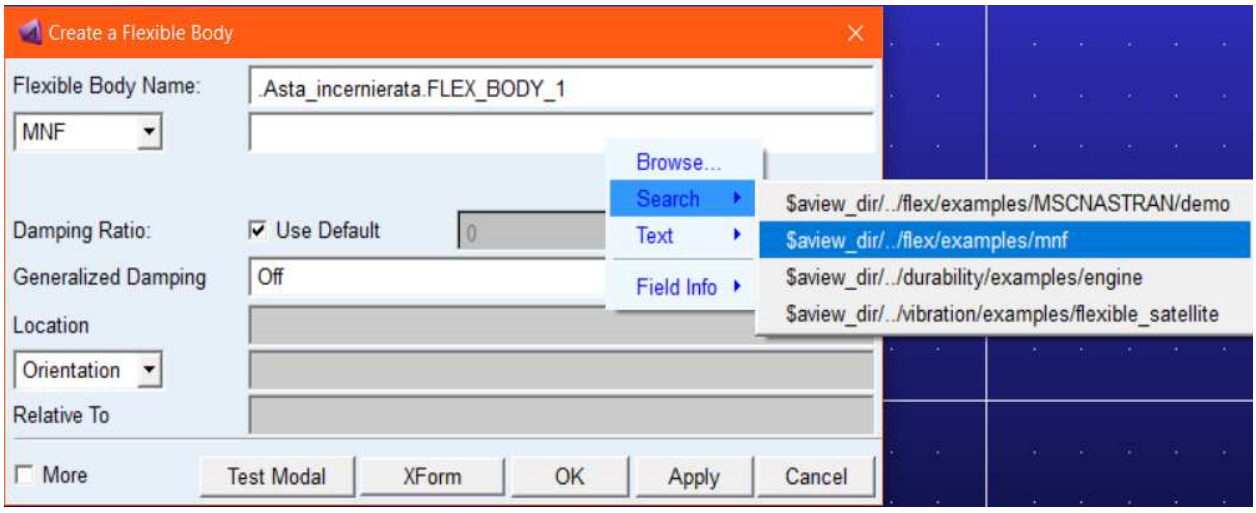
Prima di cominciare a rappresentare il modello, ci serve un'opportuna griglia di lavoro per visualizzare meglio il sistema. Per farlo, premere in altro a sinistra *Settings* e poi *Working Grid*: inserire poi nella nuova finestra gli stessi parametri nella figura successiva. Una volta fatto, premere *Apply* e infine *OK*.



Passiamo ora alla rappresentazione dell'asta. Verrà utilizzato un modello già esistente messo a disposizione da ADAMS, che si trova nella cartella *flex - examples - mnf.*

Per importare l'asta bisogna premere (in alto in *Bodies*) sull'icona *Adams Flex: Create a Flexible Body* e comparirà una nuova finestra.

Fare tasto destro sulla seconda riga, selezionare *Search* e poi *$aview_dir/../flex/esamples/mnf* come illustrato in figura. Selezionare poi *full_beam.mnf*.

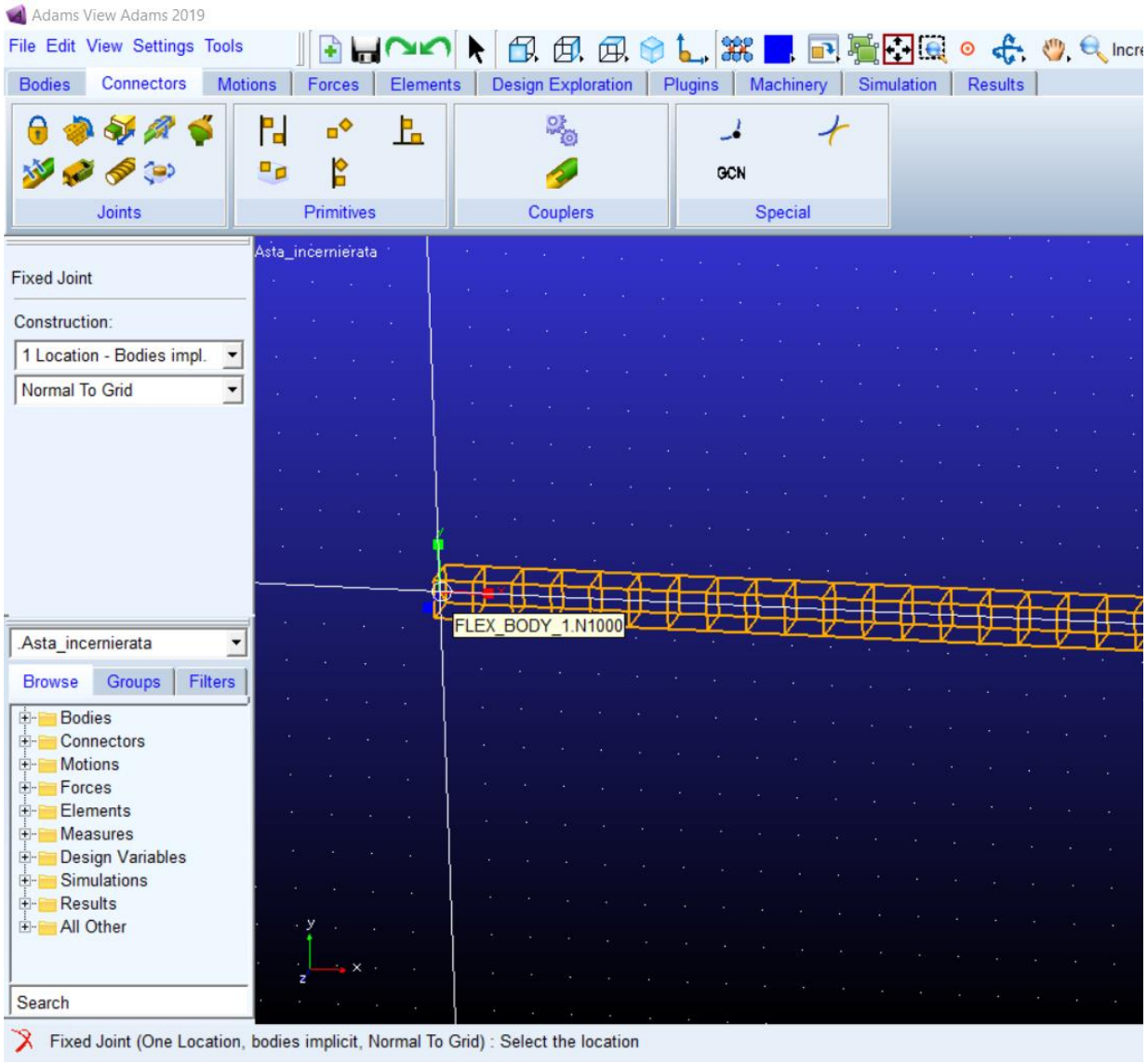


Togliere la spunta da *Use Default* in *Damping Ratio* e inserire come valore il numero 0.
Ora possiamo premere *Apply* e comparirà l'asta.

Per visualizzare meglio il sistema, si possono utilizzare le 3 funzioni :
una volta selezionati, tenendo premuto sullo spazio di lavoro e muovendo il cursore, si è in grado, rispettivamente, di ruotare, di spostare e di ingrandire (o rimpicciolire) il solido.
Per visualizzare i modi dell'asta, fare doppio click col tasto sinistro sul corpo flessibile e si aprirà la finestra *Flexible Body Modify*: premere poi oppure per scorrere i diversi modi.

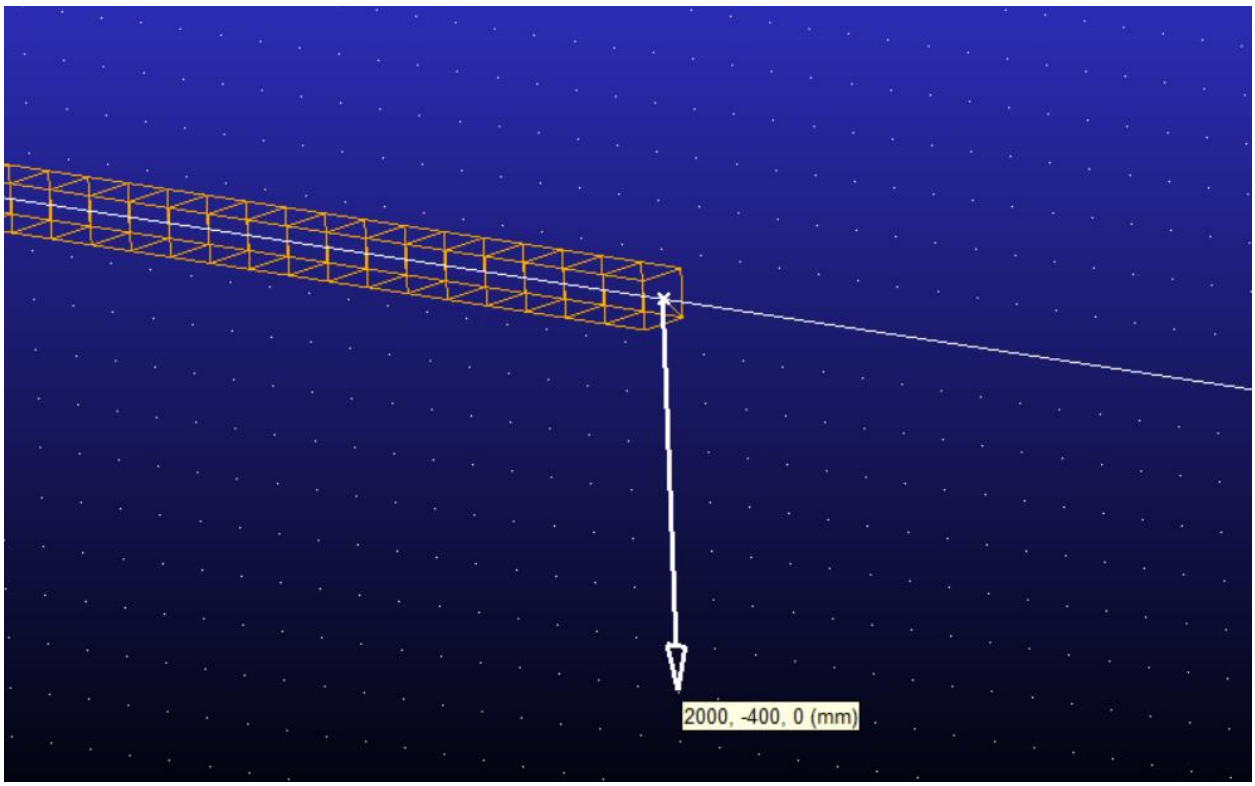
3.2 Inserimento dei vincoli

Una volta realizzata l'asta si procede all'inserimento dei vincoli alle sue estremità.
Disponiamo prima l'incastro nella parte sinistra del corpo flessibile. Per poter fare ciò, andare su *Connectors* e premere su *Create a Fixed Joint*
Scegliere *1 Location – Bodies impl.* e *Normal To Grid,* e selezionare il punto FLEX_BODY_1.N1000 nell'estremità sinistra, come mostrato nella figura successiva.
L'inserimento dell'incastro viene mostrato con una sorta di lucchetto, le cui dimensioni possono essere cambiate facendo tasto destro su di esso, e andando su *Joint: JOINT_1 – Appearance*; una volta aperta la nuova finestra, si inserisce il valore nella *Icon Size* (ad esempio 100). Premere *Apply* e infine *OK*.



Nell'estremità destra dell'asta inseriremo una forza parallela all'asse y rivolta verso il basso. Andare su *Forces* nella barra strumenti e selezionare *Create a Force* e compilare la finestra a sinistra come indicato nella figura successiva, inserendo un qualsiasi valore della forza.

Premere poi con il tasto sinistro del mouse il corpo flessibile, ripremere nel punto in cui si vuole applicare la forza e disporre quindi il vettore come in figura utilizzando ancora una volta il tasto sinistro del mouse come illustrato qui di seguito.

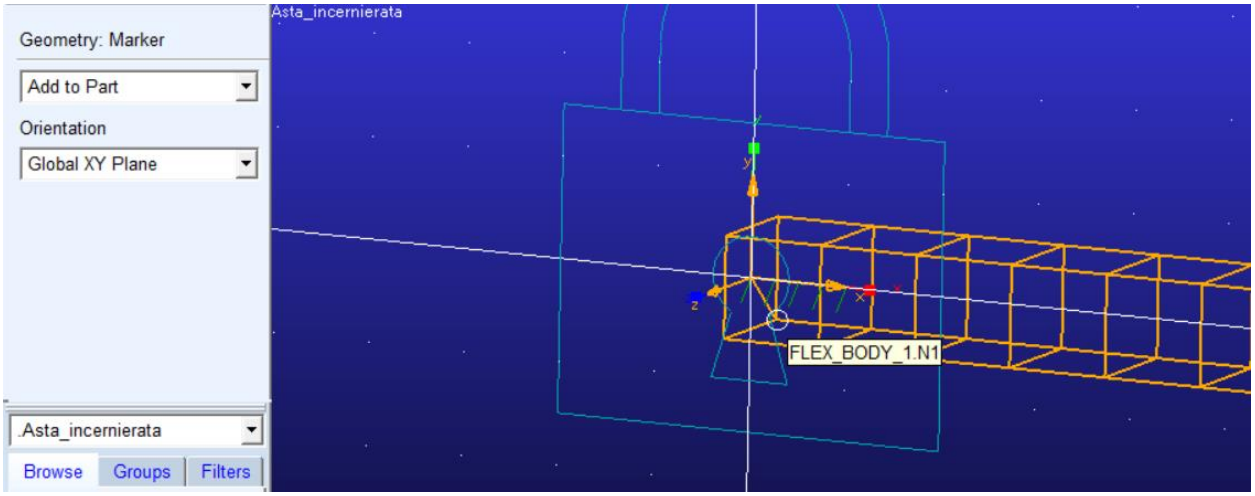


Analogamente al vincolo, anche qui si possono cambiare le dimensioni del vettore in rosso usando il tasto destro del mouse sopra ad esso e dando un valore alla *Icon Size* su *Appearance* (scegliendo ad esempio 150). Premere *Apply* e infine *OK*.

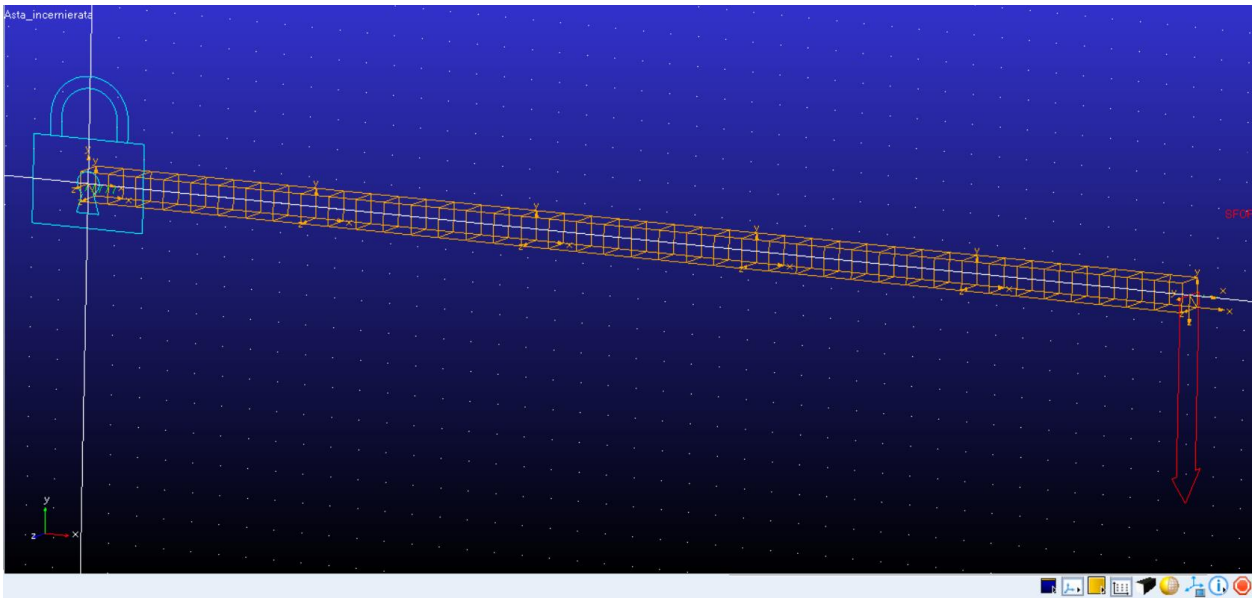
3.3 Disposizione dei markers

Prima di iniziare la simulazione è necessario disporre dei markers lungo il corpo flessibile in modo tale da poter studiare la deformazione dell'asta in più punti.

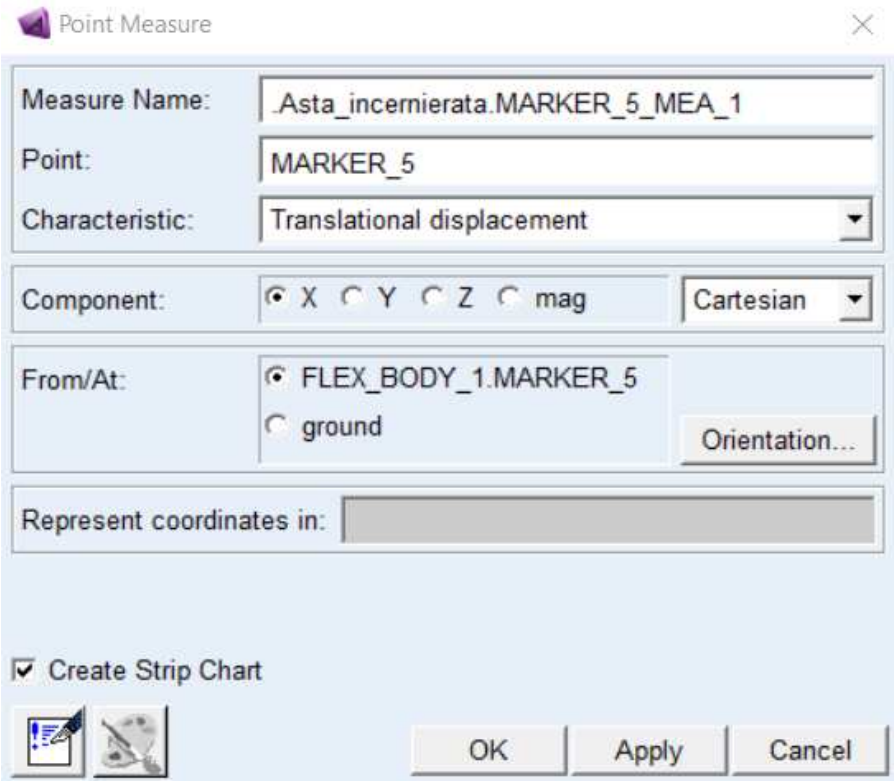
Per disporre un marker sull'asta, nella barra *Bodies* premere *Construction Geometry:Marker* , selezionare poi *Add to Part,* premere il corpo flessibile e indicare la posizione in cui disporlo cominciando dall'estremo sinistro.



Disposto il primo, analogamente inseriamo altri 5 markers a distanza equivalente tra loro fino ad arrivare all'estremo destro ottenendo il risultato in figura.



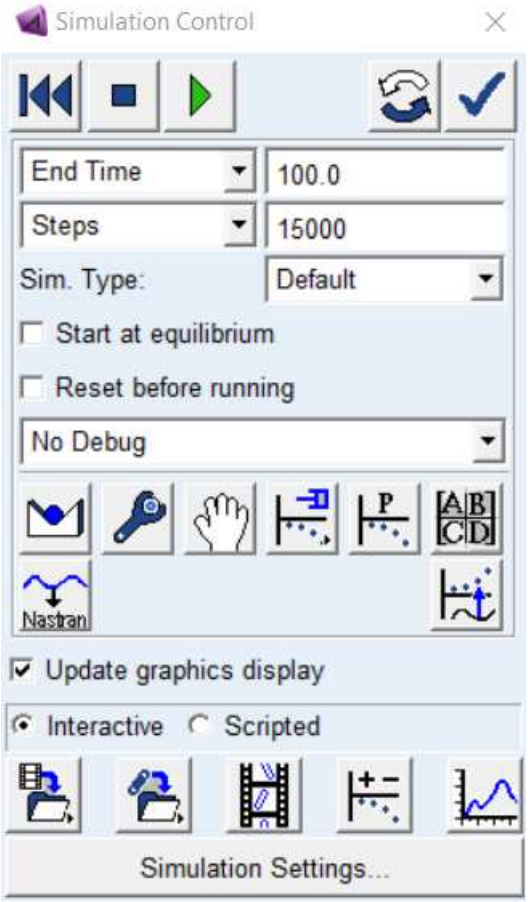
In questo modo sono stati creati dei sistemi di riferimento locali che useremo per studiare e per misurare gli spostamenti e le sollecitazioni che subisce l'asta durante la deformazione.
Affinchè riescano a compiere tali misurazioni bisogna premere il tasto destro del mouse su un marker, selezionare *Measure* e apparirà poi una finestra da compilare come nella figura seguente. Premere infine *OK* per confermare.



Successivamente, dobbiamo compiere la stessa operazione mettendo però la spunta su Y invece che X in *Component.*
Le finestre relative ai diagrammi dello spostamento in funzione del tempo possono essere anche chiuse.
Una volta fatto per un marker, le precedenti operazioni devono essere completate per ciascun marker inserito lungo l'asta.
Attraverso queste operazioni ora siamo in grado di ricavare, per ogni marker, gli spostamenti lungo l'asse x e lungo l'asse y.

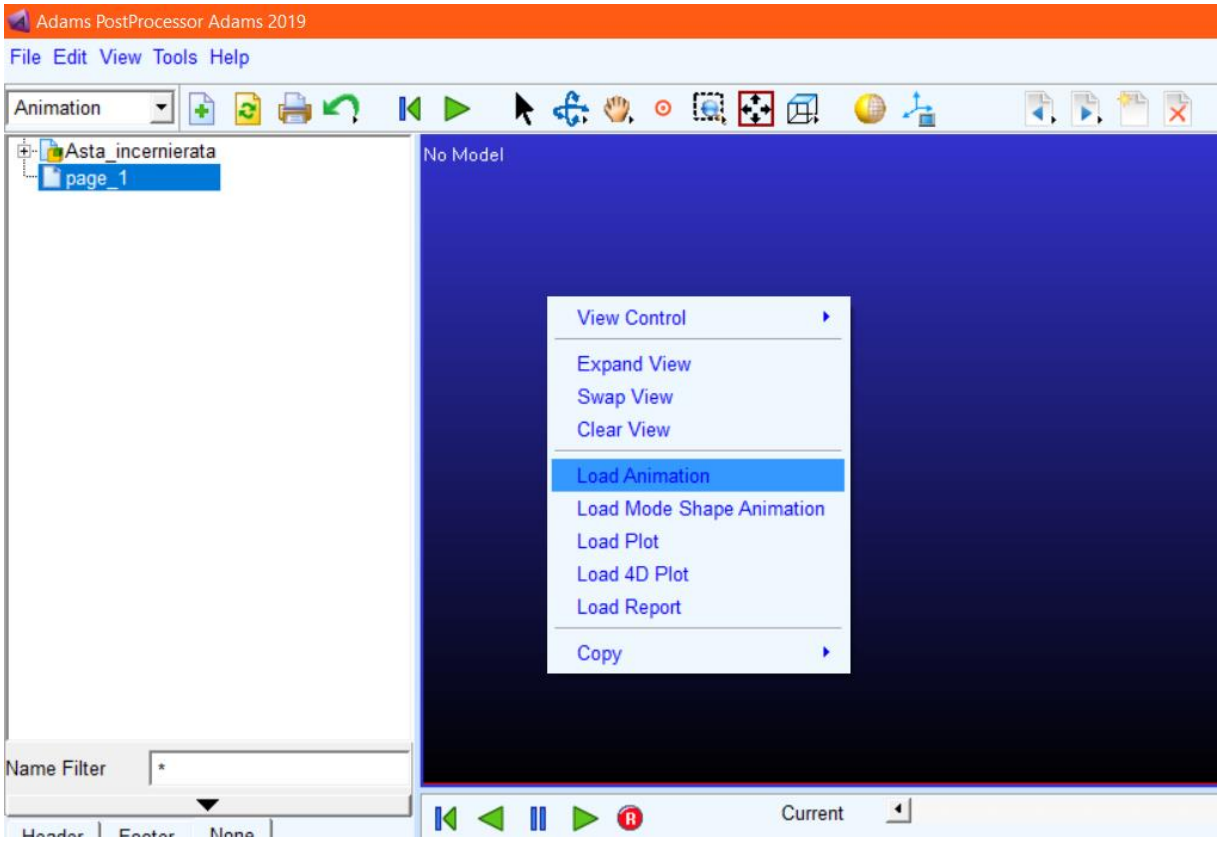
3.4 Simulazione e Plotting

Ora che abbiamo realizzato il sistema, possiamo passare alla simulazione vera e propria.
Per effettuare la simulazione, in *Simulation* premere *Run a Scripted Simulation* .
Mettere la spunta su *Interactive* e inserire i valori come nella figura seguente.



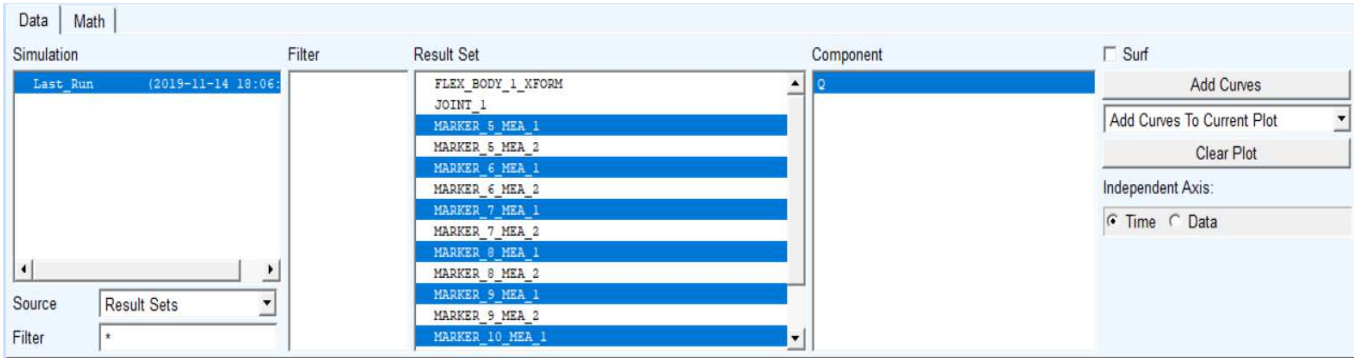
Per avviarla basta premere *Start Simulation* . Per resettare e ripartire dalla configurazione iniziale premere invece .

Ora visualizziamo gli effetti della deformazione dell'asta attraverso dei diagrammi con l'utilizzo di *Adams PostProcessor.*
Andare in *Results* e premere *PostProcessor.* Possiamo creare delle pagine in cui inserire diagrammi diversi a seconda delle grandezze che ci interessa analizzare. Innanzitutto usiamo la prima pagina per caricare l'animazione: per farlo inserire *Animation* in alto a sinistra, cliccare il tasto destro del mouse sullo sfondo blu e premere *Load Animation*.

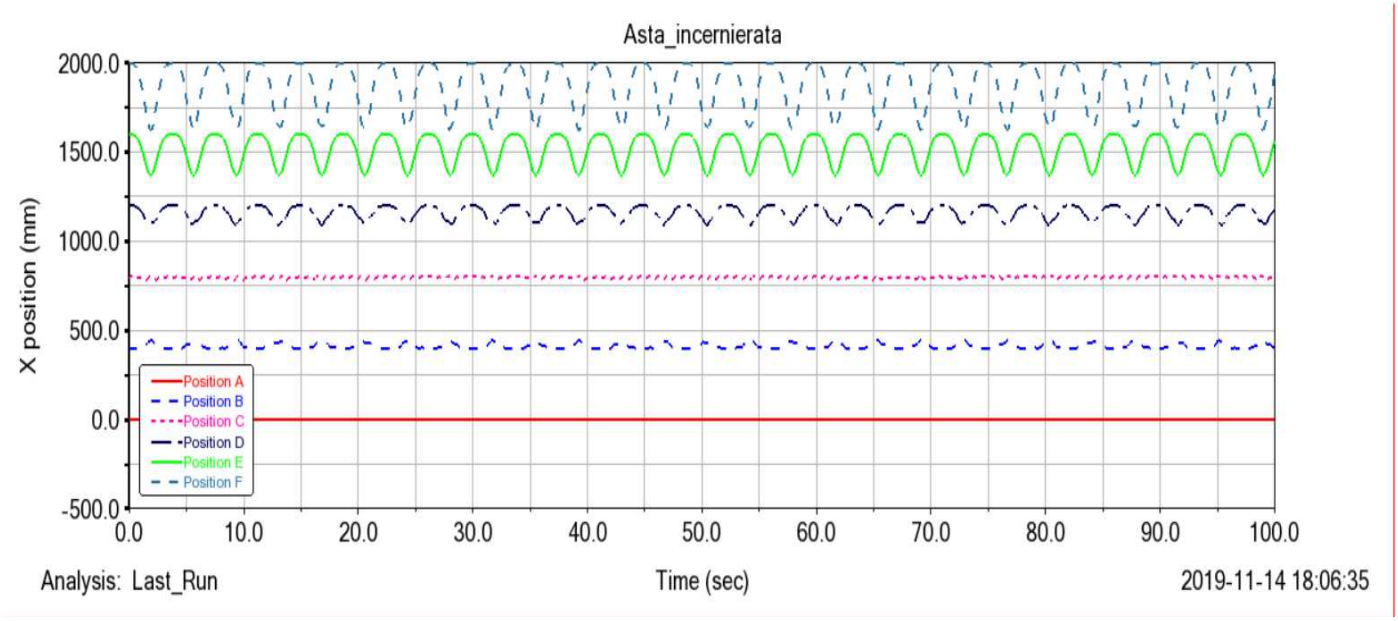


Ora comparirà l'asta vista dal piano xy con a sinistra una scala a colori che indica l'azione della deformazione lungo tutto il corpo. Utilizzando il tasto partirà la simulazione. Si può notare che l'asta si deforma in più modi e quello principale è sicuramente rappresentato da quel movimento che fa abbassare di gran lunga l'estremità destra. Il corpo però non subisce solo questa deformazione ma lungo di esso ci sono diverse sollecitazioni più piccole che costituiscono dei modi secondari, i quali sono un po' più difficili da vedere. Ecco il motivo per cui abbiamo bisogno di costruire dei diagrammi che rappresentano le posizioni dei markers distribuiti sull'asta in funzione del tempo per poi studiare meglio i modi attraverso la trasformata di Fourier in Matlab.

Anche se meno importante, ci costruiamo prima il grafico delle posizioni lungo x dei markers in funzione del tempo. Creare quindi una nuova pagina cliccando su e selezionare *Plotting* in alto a sinistra. In basso selezioniamo le misurazioni numero 1 che sono quelle rappresentative dello spostamento del punto lungo x, selezioniamo Q come *Component* e concludiamo infine premendo *Add Curves*.

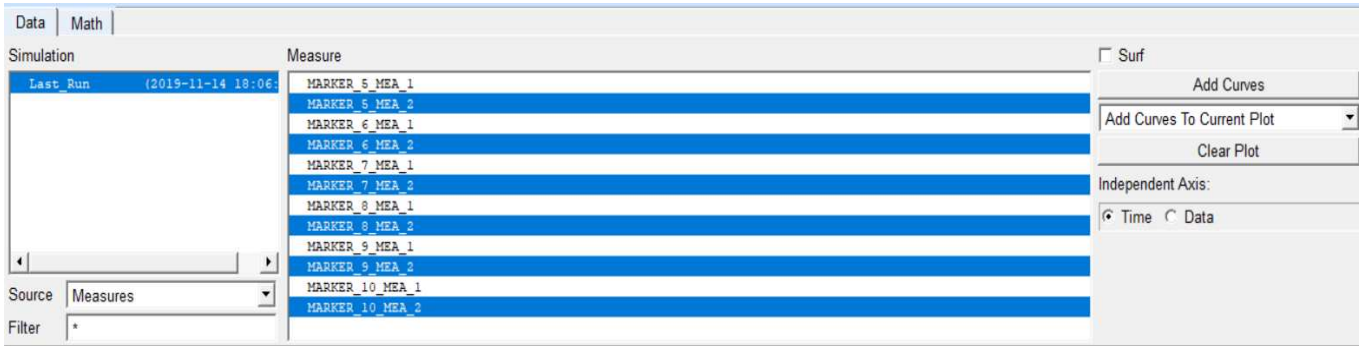


Apparirà il seguente grafico:

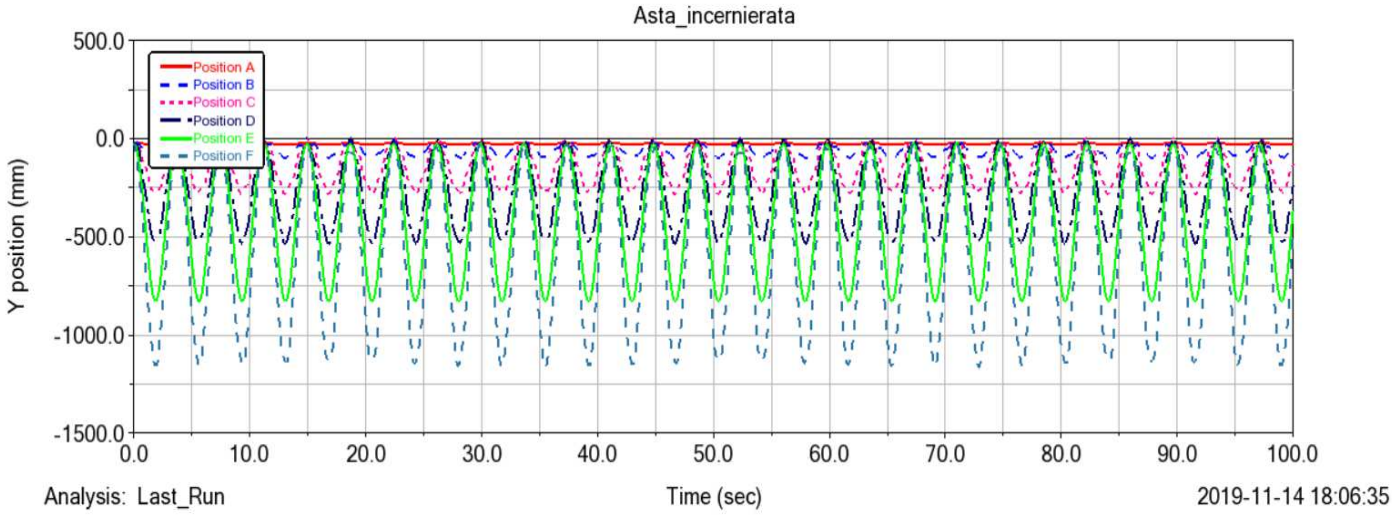


dove A, B, C, D, E e F sono i markers inseriti rispettivamente dall'estremo sinistro fino a quello destro. Il grafico mostra come il punto A rimanga ancorato attraverso l'incastro e dunque non subisce alcun spostamento orizzontale. Mano a mano che si va verso l'estremo opposto, l'asta comincia a spostarsi lungo x sempre di più.

Adesso creiamo una nuova pagina e utilizziamo il metodo precedente per realizzare lo stesso diagramma ma con gli spostamenti verticali dei markers. Selezionare, dunque, le misurazioni numero 2 come nella figura successiva e premere infine *Add Curves.*



Apparirà il seguente grafico:



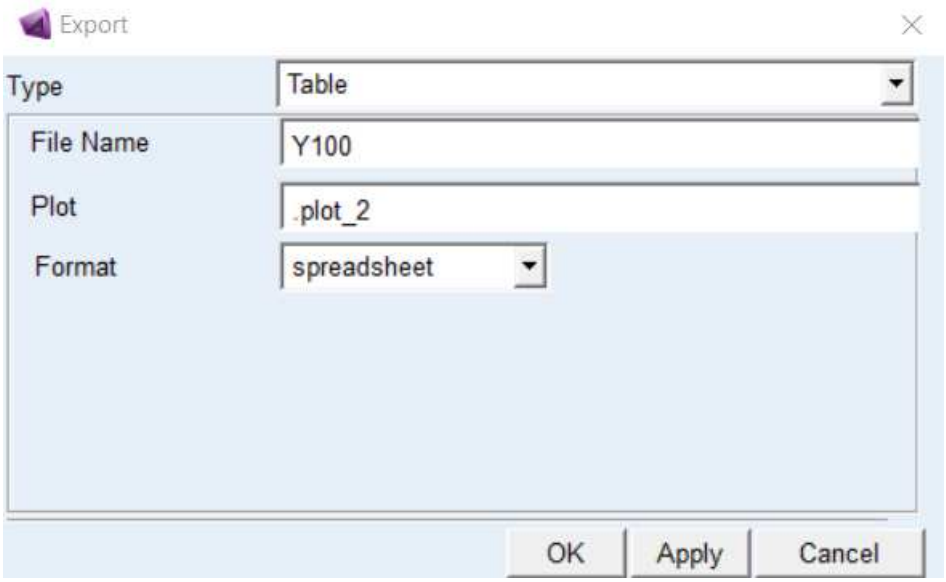
Il punto A mantiene la stessa posizione a causa del vincolo e gli altri punti andando da sinistra verso destra subiscono sempre più maggiori variazioni della posizione verticale. Tutto ciò era intuibile già guardando l'animazione durante la simulazione.

3.5 Trasformata di Fourier

Vogliamo ora analizzare il comportamento dei punti nel dominio della frequenza in modo tale da avere una panoramica dei modi che costituiscono l'asta in deformazione. Sfrutteremo, dunque, i dati del grafico relativo alle posizioni verticali dei punti in funzione del tempo, al fine di creare

un diagramma delle ampiezze in funzione della frequenza per ciascun marker attraverso la trasformata di Fourier.

Per prima cosa bisogna esportare i valori numerici del grafico precedente. Andare quindi su *File – Export* e premere su *Table…* Compiliamo la nuova finestra inserendo un qualsiasi nome, scegliamo il grafico desiderato ovvero *plot 2* (tasto destro del mouse nella casella vuota, *Plot – Guesses* e selezionare *plot 2*) e specifichiamo *spreadsheet* come illustrato nell'immagine successiva.



A questo punto, premere *OK* e comparirà un file.TAB nella stessa cartella in cui è stato salvato il progetto in ADAMS. Aprendo il file con Excel, avremo una tabella in cui nella prima colonna è indicato l'istante di tempo e nelle altre colonne le posizioni dei diversi punti relativi a quell'istante di tempo (se durante la simulazione è stato scelto come numero di step 15000, il numero di righe della tabella sarà 15004).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Trave											
2												
3	Time	Position B	Position C	Position D	Position E	Position A	Position F					
4	0.000000e	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07					
5	6,67E+03	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,53E+07					
6	1,33E+04	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,58E+07					
7	2,00E+04	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,49E+07	-2,50E+07	-2,66E+07					
8	2,67E+04	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,47E+07	-2,50E+07	-2,75E+07					
9	3,33E+04	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,47E+07	-2,50E+07	-2,85E+07					
10	4,00E+04	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,47E+07	-2,50E+07	-2,97E+07					
11	4,67E+04	-2,50E+07	-2,50E+07	-2,48E+07	-2,48E+07	-2,50E+07	-3,09E+07					
12	5,33E+04	-2,50E+07	-2,51E+07	-2,46E+07	-2,50E+07	-2,50E+07	-3,22E+07					
13	6,00E+04	-2,50E+07	-2,52E+07	-2,44E+07	-2,52E+07	-2,50E+07	-3,36E+07					
14	6,67E+04	-2,50E+07	-2,52E+07	-2,41E+07	-2,55E+07	-2,50E+07	-3,51E+07					
15	7,33E+04	-2,50E+07	-2,52E+07	-2,38E+07	-2,59E+07	-2,50E+07	-3,67E+07					
16	8,00E+04	-2,50E+07	-2,52E+07	-2,35E+07	-2,64E+07	-2,50E+07	-3,84E+07					
17	8,67E+04	-2,51E+07	-2,51E+07	-2,32E+07	-2,69E+07	-2,50E+07	-4,01E+07					
18	9,33E+04	-2,52E+07	-2,49E+07	-2,29E+07	-2,75E+07	-2,50E+07	-4,19E+07					
19	1,00E+05	-2,54E+07	-2,46E+07	-2,27E+07	-2,82E+07	-2,50E+07	-4,37E+07					
20	1,07E+05	-2,56E+07	-2,43E+07	-2,25E+07	-2,89E+07	-2,50E+07	-4,56E+07					
21	1,13E+05	-2,57E+07	-2,39E+07	-2,24E+07	-2,97E+07	-2,50E+07	-4,76E+07					
22	1,20E+05	-2,58E+07	-2,35E+07	-2,23E+07	-3,06E+07	-2,50E+07	-4,96E+07					
23	1,27E+05	-2,58E+07	-2,31E+07	-2,22E+07	-3,15E+07	-2,50E+07	-5,17E+07					
24	1,33E+05	-2,57E+07	-2,27E+07	-2,21E+07	-3,24E+07	-2,50E+07	-5,39E+07					
25	1,40E+05	-2,55E+07	-2,23E+07	-2,21E+07	-3,34E+07	-2,50E+07	-5,61E+07					
26	1,47E+05	-2,52E+07	-2,19E+07	-2,21E+07	-3,45E+07	-2,50E+07	-5,83E+07					
27	1,53E+05	-2,48E+07	-2,15E+07	-2,22E+07	-3,56E+07	-2,50E+07	-6,06E+07					
28	1,60E+05	-2,43E+07	-2,11E+07	-2,23E+07	-3,68E+07	-2,50E+07	-6,30E+07					
29	1,67E+05	-2,37E+07	-2,07E+07	-2,24E+07	-3,80E+07	-2,50E+07	-6,54E+07					

Y100

Successivamente esportiamo la tabella precedente in Matlab sottoforma di una matrice 15001 x 7 rinominata *MatlabDATA* come illustrato nella figura seguente.

MatlabDATA

15001x7 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	-25	-25	-25	-25	-25	-25					
2	0.0067	-24.9974	-24.9972	-24.9978	-24.9987	-25	-25.2650					
3	0.0133	-24.9922	-24.9909	-24.9901	-24.9564	-25	-25.8427					
4	0.0200	-24.9974	-24.9966	-25.0016	-24.8569	-25	-26.6216					
5	0.0267	-25.0023	-25.0014	-25.0253	-24.7432	-25	-27.5261					
6	0.0333	-25.0009	-24.9982	-25.0309	-24.6719	-25	-28.5373					
7	0.0400	-24.9976	-24.9985	-24.9805	-24.6799	-25.0000	-29.6646					
8	0.0467	-24.9949	-25.0219	-24.8485	-24.7765	-25.0000	-30.9025					
9	0.0533	-24.9892	-25.0782	-24.6346	-24.9558	-25.0000	-32.2344					
10	0.0600	-24.9765	-25.1560	-24.3615	-25.2104	-25.0000	-33.6493					
11	0.0667	-24.9627	-25.2250	-24.0600	-25.5376	-25.0001	-35.1438					
12	0.0733	-24.9655	-25.2494	-23.7554	-25.9366	-25.0001	-36.7163					
13	0.0800	-25.0065	-25.2029	-23.4627	-26.4059	-25.0001	-38.3638					
14	0.0867	-25.0983	-25.0756	-23.1892	-26.9424	-25.0002	-40.0820					
15	0.0933	-25.2375	-24.8717	-22.9397	-27.5434	-25.0003	-41.8674					
16	0.1000	-25.4062	-24.6022	-22.7185	-28.2067	-25.0003	-43.7176					

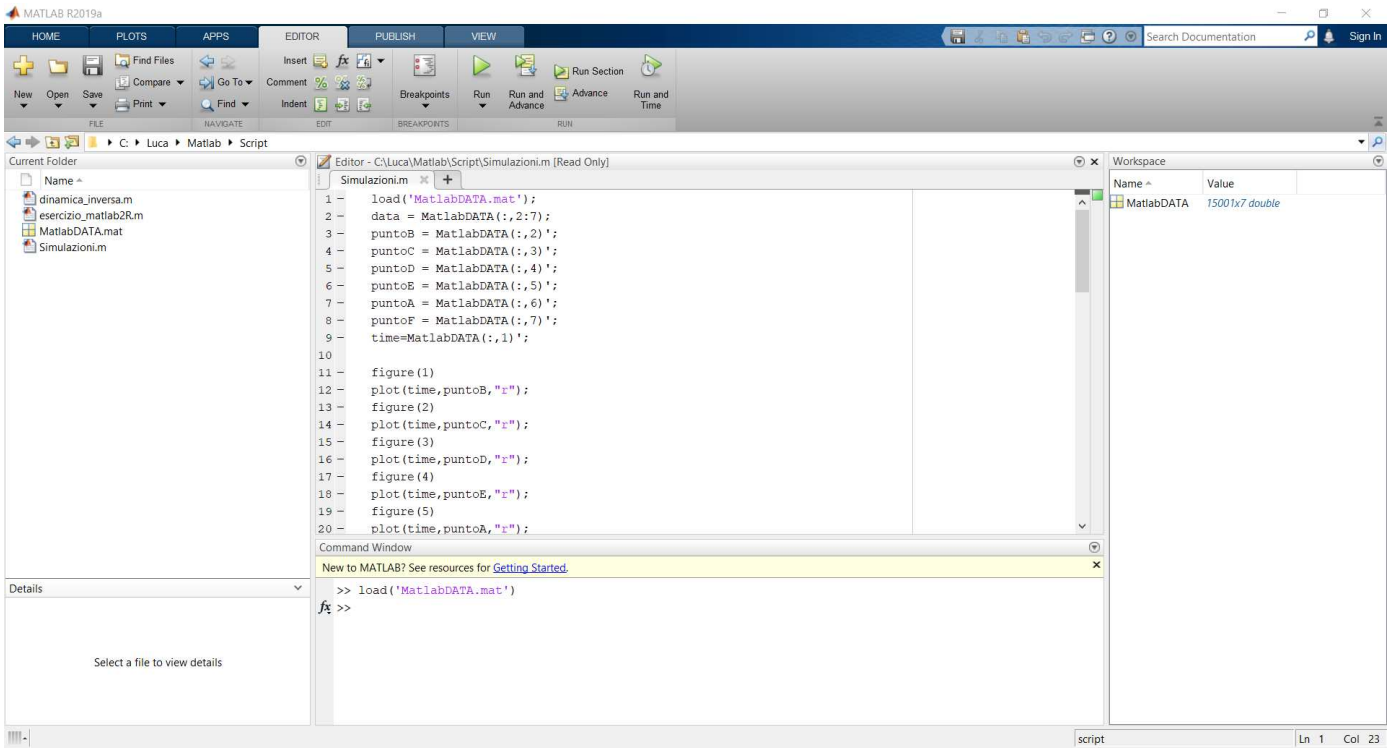
Name | Value

MatlabDATA | 15001x7 double

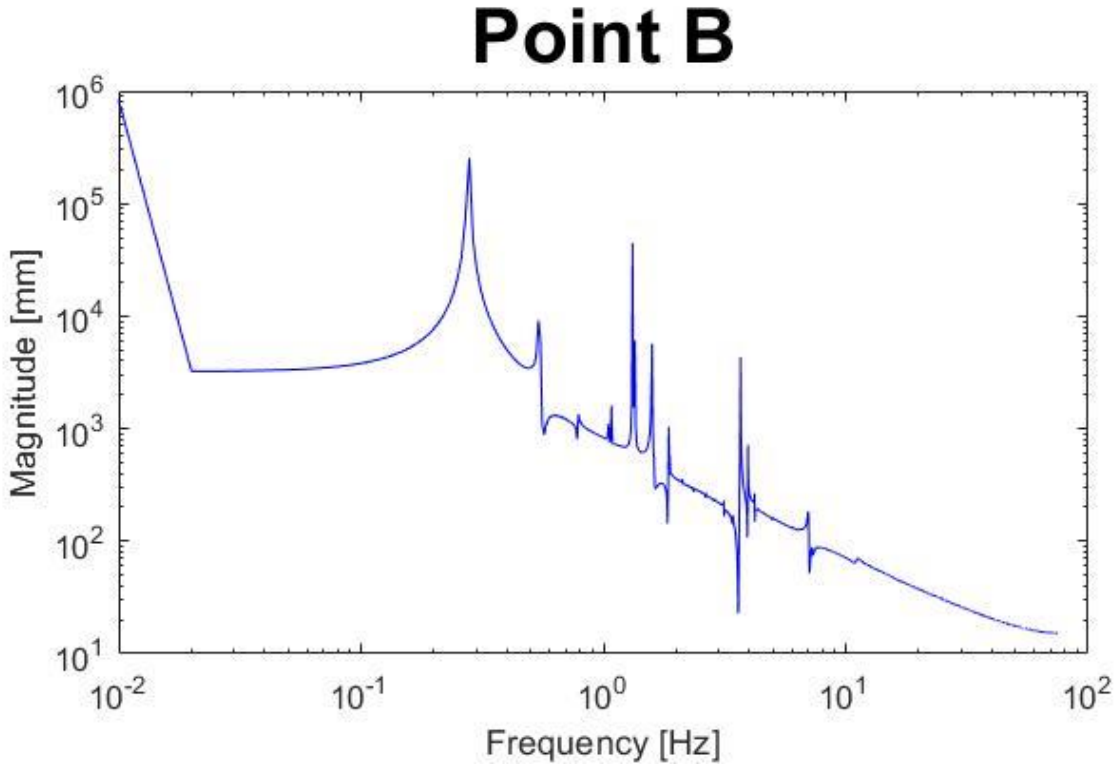
Successivamente creiamo la funzione della trasformata di Fourier selezionando *New Script* (premere *New* in alto a sinistra) e inserendo le seguenti espressioni:

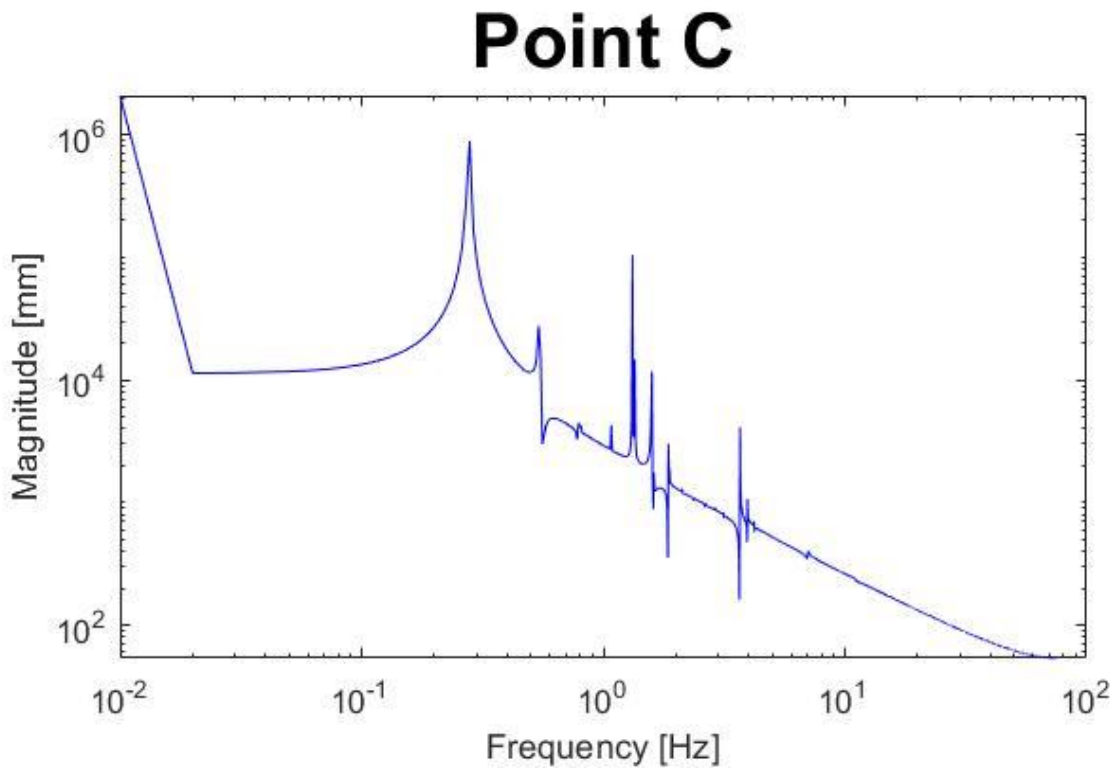
```
load('MatlabDATA.mat');
data = MatlabDATA(:,2:7);
puntoB = MatlabDATA(:,2)';
puntoC = MatlabDATA(:,3)';
puntoD = MatlabDATA(:,4)';
puntoE = MatlabDATA(:,5)';
puntoA = MatlabDATA(:,6)';
puntoF = MatlabDATA(:,7)';
time=MatlabDATA(:,1)';

figure(1)
plot(time,puntoB,"r");
figure(2)
plot(time,puntoC,"r");
figure(3)
plot(time,puntoD,"r");
figure(4)
plot(time,puntoE,"r");
figure(5)
plot(time,puntoA,"r");
figure(6)
plot(time,puntoF,"r");

Rate=150;
DurationInSeconds = 100;
N=15000;
dt=1/Rate;
T=N*dt;
t=0:dt:T;
df=1/T;

w_vect_B=df:df:Rate/2;
Z_B=fft(puntoB);
Z_B=Z_B(1:N/2);

w_vect_C=df:df:Rate/2;
Z_C=fft(puntoC);
Z_C=Z_C(1:N/2);

w_vect_D=df:df:Rate/2;
Z_D=fft(puntoD);
```

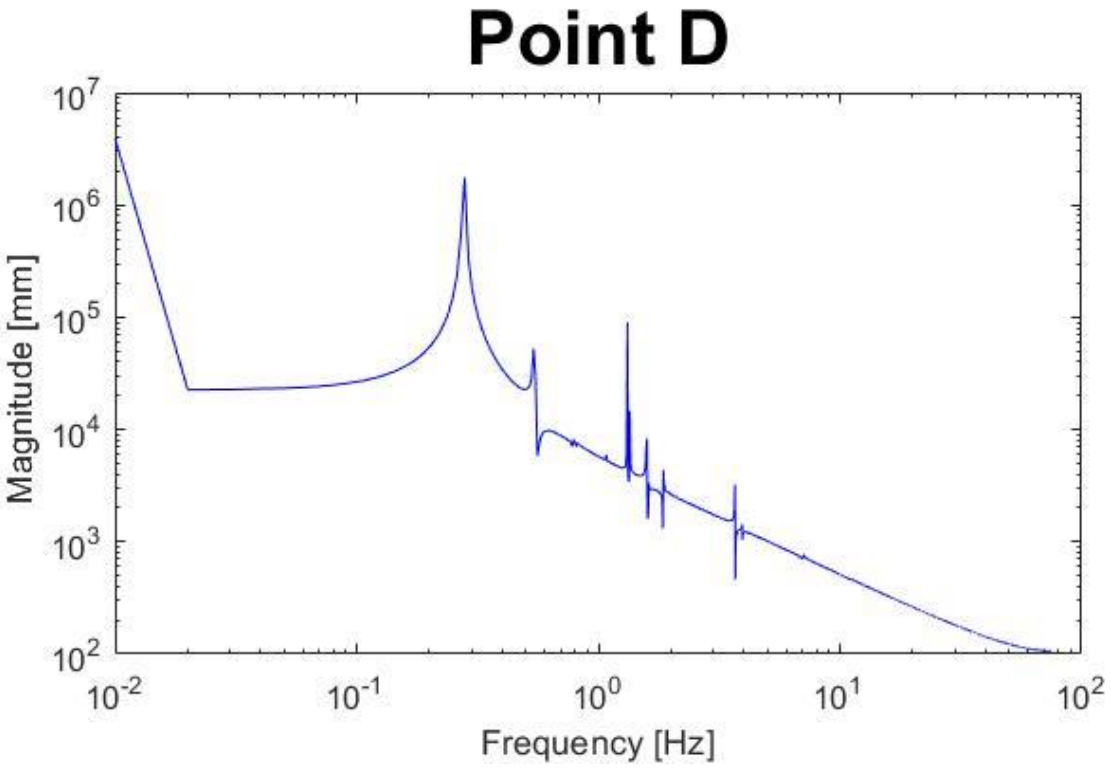
```
Z_D=Z_D(1:N/2);

w_vect_E=df:df:Rate/2;
Z_E=fft(puntoE);
Z_E=Z_E(1:N/2);

w_vect_A=df:df:Rate/2;
Z_A=fft(puntoA);
Z_A=Z_A(1:N/2);

w_vect_F=df:df:Rate/2;
Z_F=fft(puntoF);
Z_F=Z_F(1:N/2);

figure (10)
loglog(w_vect_B,abs(Z_B),"b");
figure (11)
loglog(w_vect_C,abs(Z_C),"b");
figure (12)
loglog(w_vect_D,abs(Z_D),"b");
figure (13)
loglog(w_vect_E,abs(Z_E),"b");
figure (14)
loglog(w_vect_A,abs(Z_A),"b");
figure (15)
loglog(w_vect_F,abs(Z_F),"b");
```

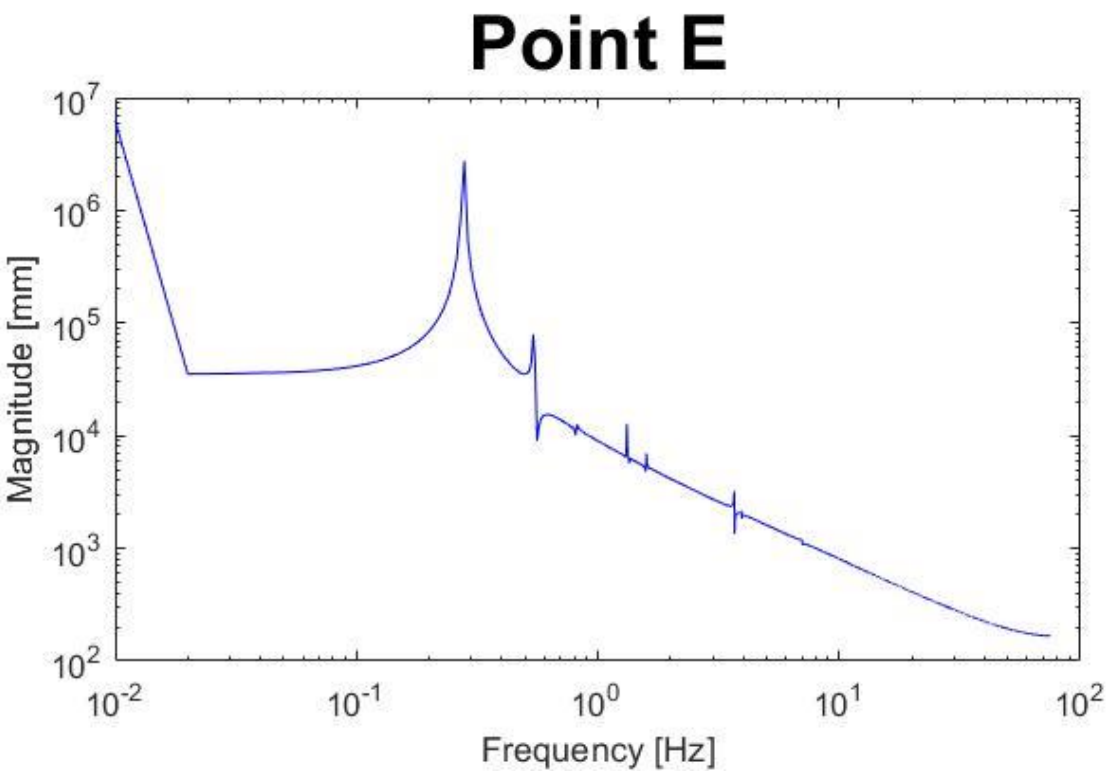


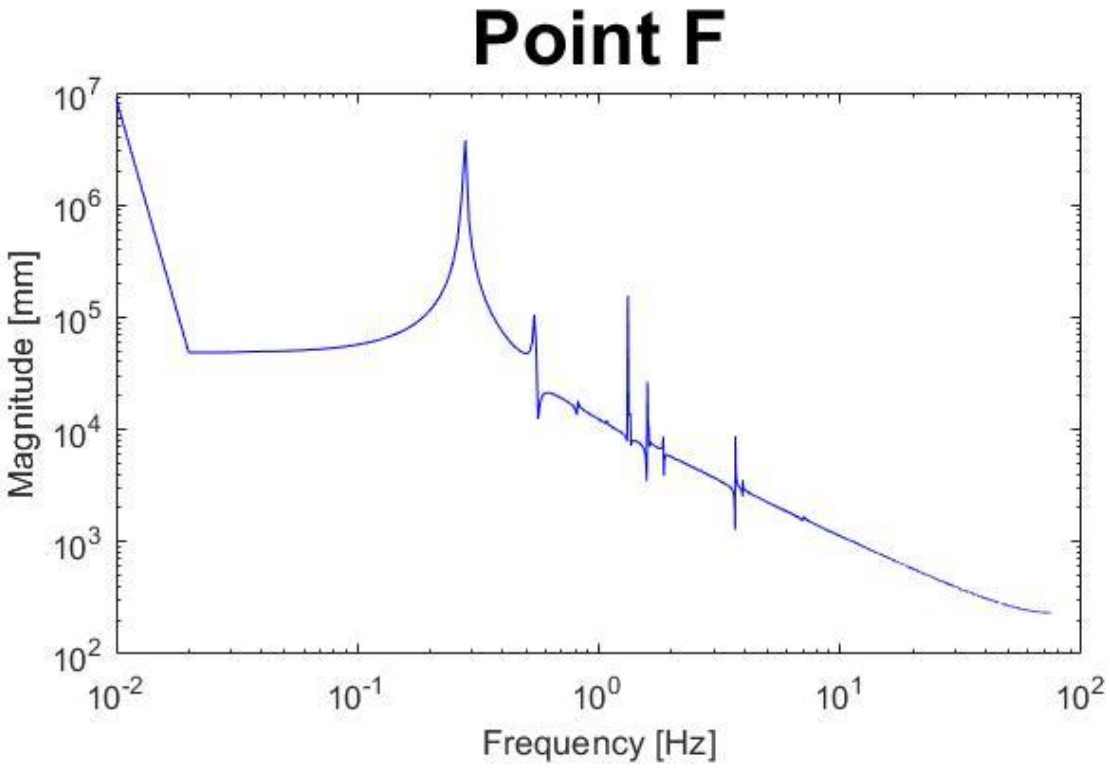
Una volta inseriti correttamente i valori come nell'immagine precedente, ora basterà lanciare lo script attraverso il tasto verde *Run* in alto e compariranno alcuni grafici. Lo studio dei modi dell'asta verrà effettuato analizzando i grafici di colore blu:






Point D
Magnitude [mm]
Frequency [Hz]
10^7
10^6
10^5
10^4
10^3
10^2
10^{-2}
10^{-1}
10^0
10^1
10^2


Point E
Magnitude [mm]
Frequency [Hz]
10^7
10^6
10^5
10^4
10^3
10^2
10^{-2}
10^{-1}
10^0
10^1
10^2



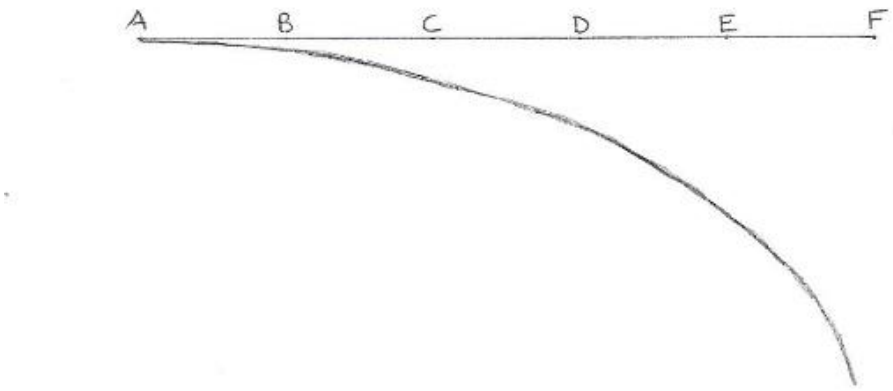
Possiamo trascurare il grafico relativo al punto A perché, essendo situato nell'estremo vincolato con un incastro, non ci aiuta ad analizzare la deformazione dell'asta.

Capitolo 4
Conclusioni e analisi dei grafici

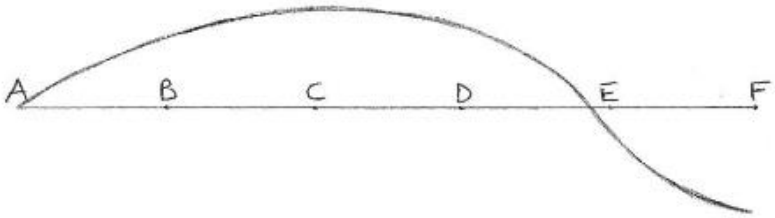
Analizziamo infine i grafici per individuare i modi che caratterizzano l'asta durante la deformazione. Si nota sin da subito che i picchi principali sono situati alla stessa frequenza per ogni punto, anche se con differente valore dell'ampiezza.

Frequenza [Hz]	Ampiezza del punto B [mm]	Ampiezza del punto C [mm]	Ampiezza del punto D[mm]	Ampiezza del punto E [mm]	Ampiezza del punto F [mm]
0.28	253512.7683	887327.3746	1762808.8505	2749872.6195	3764042.1914
0.54	9169.3219	27533.4775	52650.7943	79501.6108	105512.2811
1.32	44679.2692	103874.1639	90091.2354	12770.5114	155134.1213
3.68	4307.8536	4085.7516	3231.4946	3224.797	8715-1807

I modi che ci saltano all'occhio sono 4 e presentano ognuno un valore della frequenza differente. Il primo modo a frequenza 0.28 Hz è sicuramente quello principale ovvero quello che fa deformare l'asta con il movimento visto attraverso la simulazione. Essa, infatti, è la frequenza che possiede i valori maggiori di ampiezza, i quali aumentano in modo crescente mano a mano che ci si sposta verso l'estremo destro. Non a caso il nodo F è quello più sollecitato dato che subisce una deformazione che lo porta a compiere uno spostamento verticale verso il basso di circa 1 metro. Il modo principale dovrebbe avere un andamento del genere:



Il secondo modo a livello di importanza è quello a frequenza 1.32 Hz e possiede anche lui un andamento crescente delle ampiezze ad eccezione del punto E. Infatti l'ampiezza di quest'ultimo ha valori molto più piccoli rispetto all'andamento posseduto dagli altri punti. Questo fenomeno è dovuto al fatto che l'asta, quando subisce una deformazione a quella frequenza, presenta un nodo in una posizione molto prossima al punto E. Ciò comporta una diminuzione dell'ampiezza della deformazione, la quale tenderà ad annullarsi mano a mano che ci avviciniamo al nodo preciso. Il modo potrebbe avere un andamento del genere:



Il modo a frequenza 0.54 Hz sembra avere le ampiezze che procedono in modo crescente senza che accada in qualche punto la particolarità spiegata precedentemente.
L'ultimo modo a frequenza 3.68 Hz, tra i 4 modi della tabella, è quello che sollecita di meno l'asta perché possiede valori delle ampiezze molto più piccoli rispetto agli altri casi, e inoltre possiede un andamento poco lineare.

Gli altri picchi più bassi che si intravedono nella tabella sono anche loro dei modi che però possiedono delle ampiezze relativamente basse e dunque rappresentano dei modi secondari che hanno poco effetto nella deformazione.

L'andamento descritto dalle immagini precedenti è però qualitativo! Ciò significa che, con i dati in possesso fino ad ora che ci siamo ricavati nella simulazione, non siamo in grado di conoscere in modo preciso l'andamento di ogni modo. Per fare ciò abbiamo bisogno di andare più a fondo con ulteriori studi.

BIBLIOGRAFIA e SITOGRAFIA:

- https://www.ralph-dte.eu/2011/05/16/che-cose-un-simulatore-multibody/;
- http://www.docente.unicas.it/;
- Help manual MSC ADAMS scaricabile da https://www.mscsoftware.com/it/product/adams;
- "Meccanica applicata alle macchine" di Massimo Callegari, Pietro Fanghella, Francesco Pellicano;
- Appunti di "Scienza delle Costruzioni" del prof. Stefano Lenci.