



**UNIVERSITA' POLITECNICA DELLE MARCHE
FACOLTA' DI INGEGNERIA**

Corso di laurea in
Ingegneria meccanica

**Analisi funzionale e strutturale
della turbina idraulica Pelton.**

**Functional and structural
analysis of the Pelton hydraulic
turbine**

Relatore:

Prof. Leonardo Pelagalli

Tesi di laurea di:

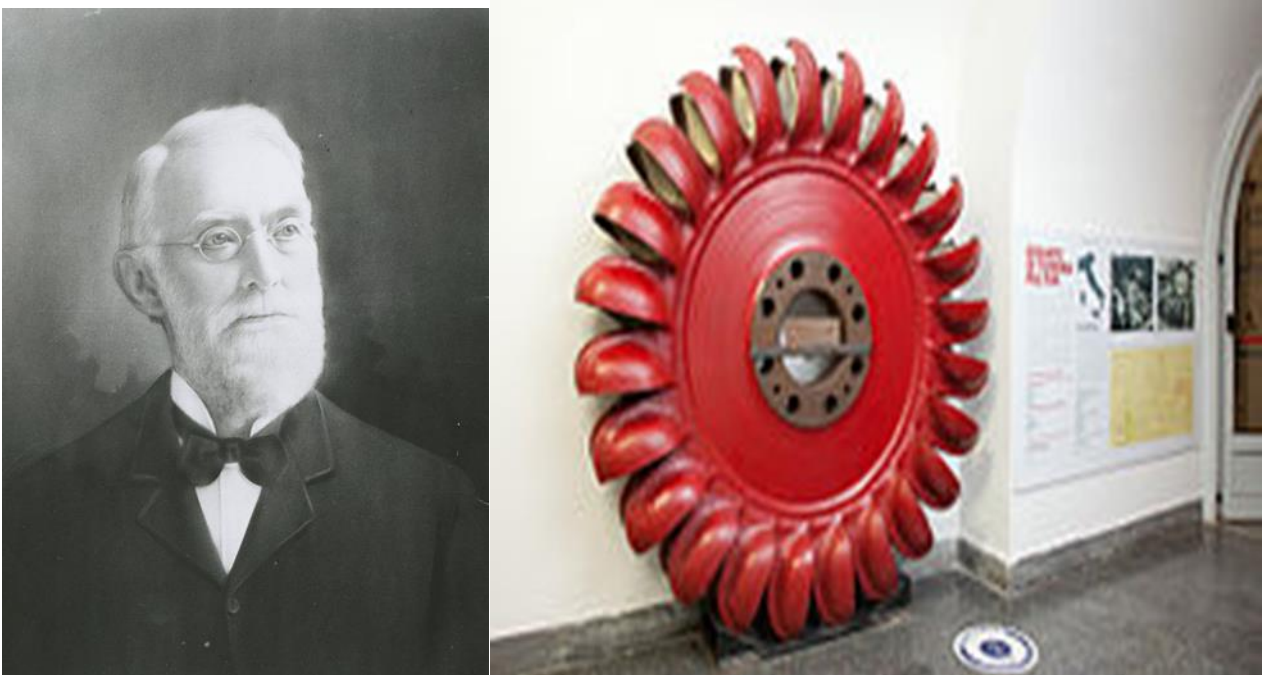
Massimo Ruggiero

Anno accademico 2022/2023

Capitolo 1

Introduzione alle turbine idrauliche.

1.1 - Introduzione storica



Ingegnere Lester Allan Pelton

1829-1908

Dopo la prima rivoluzione industriale avuta in Gran Bretagna che durò fino al 1830, subito dopo la guerra di secessione, negli Stati Uniti d'America si

ebbe una seconda rivoluzione industriale che portò negli Stati Uniti d'America un processo di evoluzione economica e di industrializzazione trasformando la società di quel tempo da società artigianale, commerciale e agricola a società industriale. La necessità di avere sistemi sempre più efficienti, e la presenza di miniere di carbone portò alla progettazione di macchine competitive fra loro ma di rendimenti modesti. In quel tempo nell'Ohio Stati Uniti d'America nel 1829 nacque l'ingegnere Lester Allan Pelton, a lui si attribuisce l'invenzione della turbina idraulica di cui prende il nome, la Pelton. Ci volle un po' di tempo, prima che la macchina di Pelton potesse competere anche con la macchina più efficiente di quel periodo, la prima Pelton fu installata nella miniera operativa di Mayflower Mine Stati Uniti d'America nel 1878, e nel 1879 nella Sierra Nevada l'ingegnere collegò alla sua turbina una dinamo e cominciò a produrre corrente elettrica. Dato l'elevata richiesta di energia elettrica che oramai stava crescendo, nel 1888 Pelton fondò la Water Wheel Company per soddisfare la domanda di energia elettrica e cominciò a produrre e venderla, morì nel 1908 all'età di 78 anni.

1.2- Generalità sulle turbine idrauliche e loro classificazione

Una turbina idraulica è una macchina che estrae energia da un fluido che questo possiede, in virtù di un carico idraulico sufficientemente elevato. Tale carico o (caduta) è generato dal dislivello esistente tra la quota a cui opera la turbina e la quota a cui viene prelevato il fluido (acqua).

Tale dislivello può essere molto grande, come nel caso della turbina Pelton o di modesta entità come nel caso delle turbine Francis e Kaplan, a reazione.

Gli elementi essenziali di una turbina idraulica sono:

1) Il distributore, che costituisce la parte fissa della turbina o statore o detto anche, diffusore della turbina.

2) la girante, che è la parte mobile della macchina.

Le turbine idrauliche vengono classificate in:

Turbine a reazione

In questi modelli solo una parte dell'energia posseduta da carico motore utile viene trasformata da piezometrica a cinetica nel diffusore della macchina, e la restante parte viene trasformata nella girante. Le turbine Francis e Kaplan costituiscono un esempio di turbina a reazione.

Per poter fare una distinzione tra turbine a reazione, e a azione introduciamo il concetto di grado di reazione.

Grado di reazione

$$X = \frac{Hg - \frac{c_1^2}{2}}{Hg} \quad (1.2.1)$$

in cui al numeratore abbiamo la frazione di energia ancora disponibile all'ingresso della girante, ed al denominatore il salto utile totale o carico motore che la turbina elabora.

Turbine ad azione

Sono turbine dove l'energia piezometrica dovuta al salto utile viene trasformata completamente nel diffusore, non c'è grado di reazione. Ad esempio, la Pelton è una turbina a azione.

Mentre nelle turbine a reazione la pressione a monte della girante, è maggiore di quella a valle della girante, in una turbina a azione come la Pelton tra monte e valle della girante, non vi è caduta di pressione. In una Pelton il getto d'acqua che investe la girante, fa il modo che la turbina subisca una variazione di quantità di moto, generando su ogni singola pala la spinta necessaria a generare la coppia motrice che mette in moto la girante.

Non tutto il salto geodetico del bacino è utile ai fini della potenza meccanica che la turbina può produrre nella Pelton, una parte di questo dislivello viene perso, questo dislivello, viene dato dalla distanza tra l'asse della girante e il livello del bacino di accumulo all'uscita del diffusore.

Non potendo essere molto piccolo per evitare che le pale della turbina vadano a toccare il pelo libero d'acqua presente nel bacino di scarico, onde evitare che la girante rallenti il suo moto non solo per la resistenza dell'aria ma anche perché tocca tale pelo libero,

non è possibile limitare di molto questo dislivello e quindi la potenza sviluppabile è condizionata dalla quota persa.

Le turbine idrauliche possono anche essere classificate secondo criteri diversi, alcuni dei quali utilizzati anche per le operatrici idrauliche.

Criterio geometrico:

In funzione della tipologia di girante, a pale fisse o mobili, e con flusso in uscita dalla motrice rispetto all'asse della girante parallelo (turbine assiali), o con direzione ortogonale all'uscita della macchina (turbine radiali).

Centripete, radiali

Se la velocità periferica in ingresso è maggiore di quella in uscita

$$u_1 > u_2 , \text{ a flusso misto (Francis)}$$

Assiali

Se la velocità periferica in ingresso e uscita della girante sono le stesse

$$u_1 = u_2$$

A pale fisse o mobili (Kaplan)

A ruote tangenziali (Pelton)

Criterio funzionale:

In funzione del salto motore, sfruttato dalla turbina idraulica per generare potenza utile:

- 1) Basse cadute $Hm < 50 \div 60 m$
- 2) Medie cadute $Hm < 400 \div 500m$
- 3) Alte cadute $Hm > 500m$ Pelton

Poiché la geometria ottimale di una macchina, dipende non solo dal salto sfruttabile, ma anche da altri fattori come, ad esempio il numero di giri caratteristico, oltre che dalla portata volumetrica. La classificazione può essere fatta in funzione del numero di giri caratteristico n_c .

- 1) Turbine lente (Pelton a uno o più getti) $n_c < 60 \div 70$
- 2) Turbine medie veloci (Francis) $45 < n_c < 450$
- 3) Turbine veloci, rapide e ultrarapide $n_c > 450$

Il numero di giri caratteristico è riferito ad una portata volumetrica di $1 m^3$, quando la turbina in condizioni di massimo rendimento è in grado di erogare una potenza elettrica pari a 1kW. Questo è

calcolabile in funzione della potenza erogata dalla turbina e dalla portata volumetrica.

Criterio idrodinamico:

In funzione del grado di reazione

$$X = \frac{Hg - \frac{c_1^2}{2}}{Hg} = \frac{\Delta p_g}{\Delta p_{tot}} = 1 - \varphi^2$$

φ = coefficiente di efflusso dell'ugello

Da questa formula possiamo vedere che il grado di reazione, è esprimibile anche come salto di pressione tra ingresso e uscita della girante, e del salto di pressione totale tra ingresso e uscita della turbina

Δp_g = salto di pressione ingresso-uscita girante

Δp_{tot} = salto di pressione ingresso- uscita turbina

$X = 0$ turbina Pelton turbina ad azione

$0,4 < X < 0,8$ turbina Francis, medio grado di reazione, turbina a reazione

$X > 0,8$ turbina Kaplan alto grado di reazione, turbina a reazione

Dalla definizione di grado di reazione $X = 1$ se e solo se $c_1 = 0$ m/s

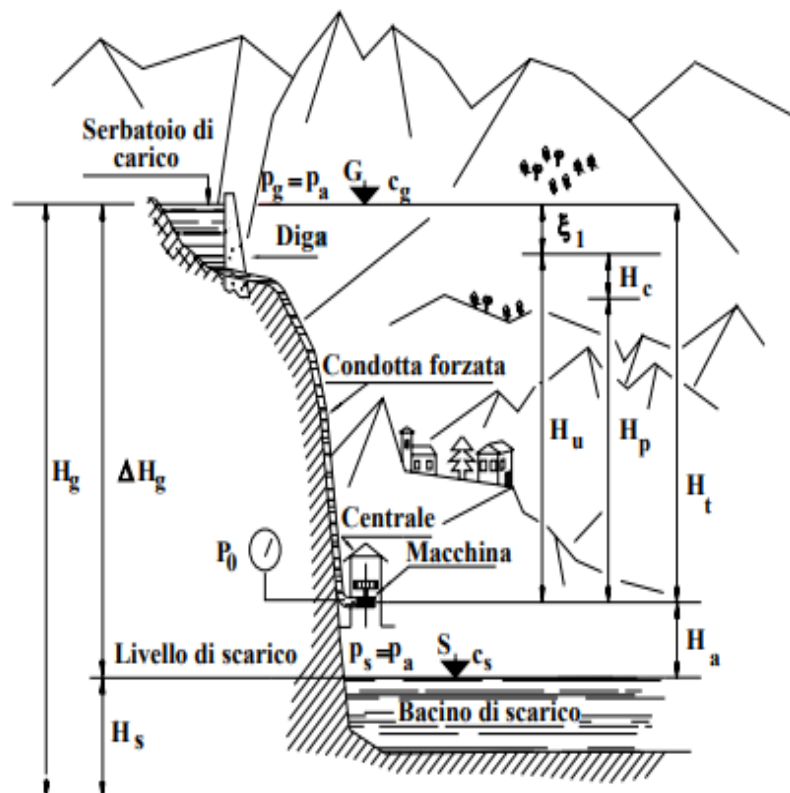
Diamo valori caratteristici sia per le turbine idrauliche a reazione che ad azione

TIPO	SALTO GEODETICO m	PORTATA VOL mc/s
Pelton	150 :1800	0,5:20
Francis	10: 500	2:150
Kaplan	2:40	8:400

Capitolo 2

Caratteristiche d'impianto di una Pelton

2.1 - Bilancio energetico



Dall'immagine qui sopra riportata, si ha lo schema funzionale di una centrale idroelettrica, per una turbina Pelton. Dal bacino idrico a monte

della turbina, la centrale si collega a questa mediante la condotta forzata, che termina con uno o più ugelli o (iniettori) il cui getto uscente da questi investe la girante della turbina con una spinta necessaria e sufficiente a generare la coppia motrice che mette in moto la girante. Grazie al dislivello esistente tra il pelo libero dell'acqua contenuto nel bacino idrico, (sottratto dalle perdite di carico che si hanno nella condotta forzata) e l'altezza dove si trova la girante della turbina si ha l'altezza piezometrica, questa espressa in energia potenziale utile a disposizione, che nell'ugello presente nel diffusore della turbina viene trasformato in energia cinetica. Quindi la velocità di rotazione della turbina è funzione principalmente da questo dislivello. Riportiamo la descrizione delle varie quote riportata nell'immagine, qui sopra:

ΔH_g = differenza tra i peli liberi del bacino superiore e inferiore

H_t = salto motore totale, cioè dislivello tra la sezione di scarico ugello ed il pelo libero del bacino superiore

H_u = salto motore utile, cioè differenza tra salto motore totale e perdite di carico della condotta forzata

H_a = dislivello tra pelo libero del bacino inferiore di scarico della turbina, e asse geometrico del getto

H_c = dislivello distanza tra linea del carico dinamico in ingresso turbina

H_p = quota relativa al dislivello compreso tra il pelo libero del bacino inferiore di scarico e la linea di terra

H_s = quota relativa al dislivello compreso tra il pelo libero del bacino inferiore di scarico e la linea di terra

ξ_1 = quota relativa alla perdita di carico, che si manifesta nella condotta forzata.

Prendiamo come riferimento delle quote la linea di terra in quanto riferimento assoluto e non relativo come è il pelo libero del livello contenuto nel bacino di scarico, in quanto tale livello è variabile nel tempo.

Applicando il principio della conservazione dell'energia per i fluidi, o principio di Bernoulli, consideriamo il dislivello tra il pelo libero del livello nel bacino superiore e l'asse geometrico dell'ugello, a monte di questo

Abbiamo:

$$\frac{p_{atm}}{\rho} + g(Hg - \xi_1) = \frac{p_0}{\rho} + \frac{c_0^2}{2} + g(H_a + H_s) \quad (2.1.1)$$

Da cui segue;

$$\frac{p_{atm}}{\rho} + g(Hg - H_a - H_s - \xi_1) = \frac{p_0}{\rho} + \frac{c_0^2}{2} = \frac{p_{atm}}{\rho} + gH_u \quad (2.1.2)$$

Se;

$$p_{atm} = p_0 \rightarrow \sqrt{2 g H_u} = c_0 \quad (2.1.3)$$

Questa è detta anche velocità torricelliana, e corrisponde alla velocità teorica o ideale che si avrebbe all'uscita dell'ugello se non consideriamo le perdite di carico in questo.

Tenendo conto delle perdite di carico nell'ugello, invece si ha;

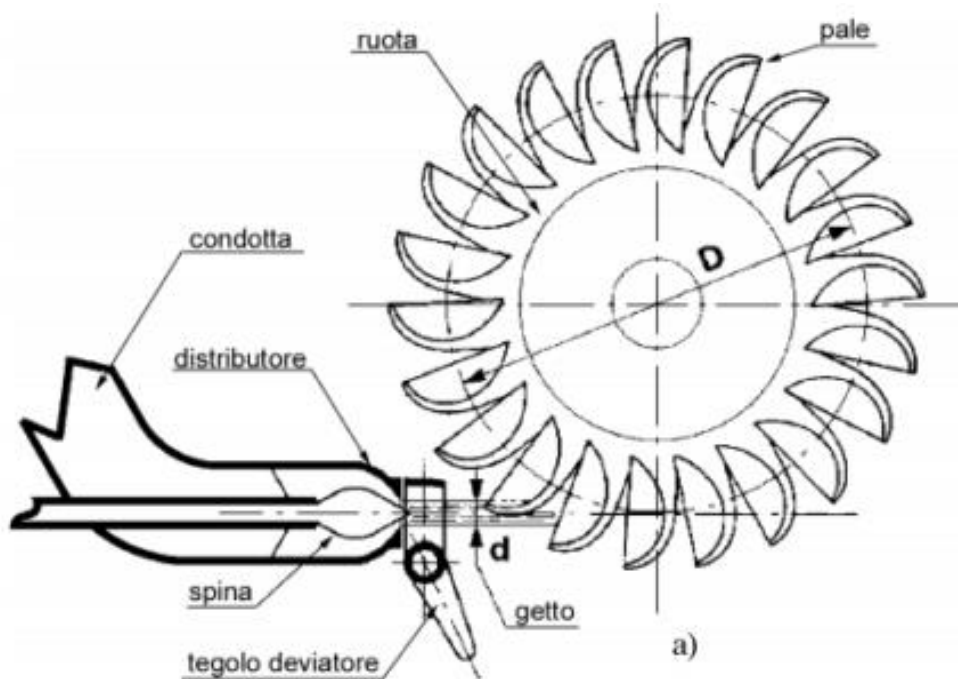
$$c_{1 reale} = \varphi \sqrt{2 g H_u} \quad \text{con} \quad 0.98 < \varphi < 0.99 \quad \varphi, \text{ tiene conto delle perdite di carico nell'ugello.} \quad (2.1.4)$$

Potenza utile e disponibile per una Pelton;

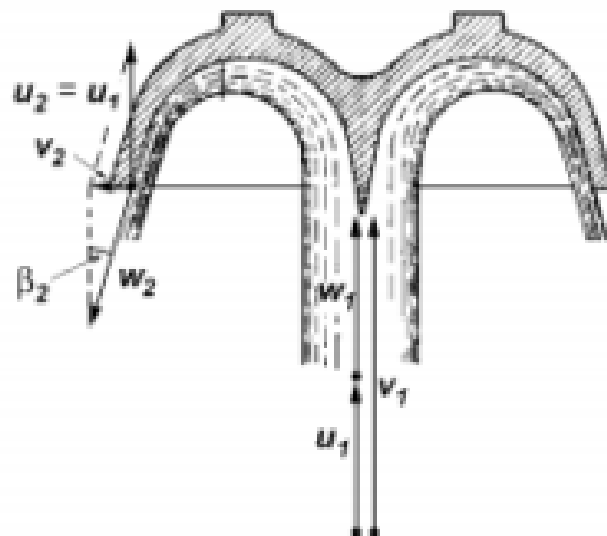
$$P_u = Q \rho g \eta_t H_u \quad \text{dove} \quad l = g H_u \quad (2.1.5)$$

Rappresentato il funzionamento generale di una centrale idroelettrica per una turbina Pelton, descriviamo il funzionamento della turbina Pelton e l'aspetto dinamico e funzionale di questa, parlando di quali sono le velocità in ingresso e uscita della girante della turbina, necessarie a definire la geometria della girante e funzionalità delle pale di cui la girante.

2.2 - Triangoli di velocità



sezione tangenziale della pala



Analizzando il flusso in uscita dall'iniettore o ugello, rispetto ad una situazione in cui il getto è ortogonale alla superficie interna della pala, possiamo dire che vi è una situazione iniziale in cui il getto non è ancora ortogonale alla superficie interna della pala, ed in cui impatta tale superficie, ed una situazione finale dove ancora il getto non è ortogonale alla superficie interna della pala ma dove ho il distacco del getto dalla pala per passare alla pala successiva, generando così un piccolo angolo limitato funzionale ai fini costruttivi della turbina. La presenza di una zona centrale detta di taglio o scasso consente al getto d'acqua di compiere questo piccolo arco limitato e prossimo alla situazione ideale per la turbina, appunto quella di ortogonalità del getto alla superficie interna della pala

Per l'ortogonalità del getto nella zona d'ingresso della pala, dalla geometria della pala abbiamo $\alpha_1 = \beta_1 = 0^\circ$

Mentre al fine di impedire al flusso in ingresso della girante, di deviare la sua direzione di 180° , impedendo che il getto di liquido non vada urtare

sul dorso della pala che segue, avremo che il valore minimo di β_2 deve essere compreso tra;

$$10^\circ < \beta_2 < 14^\circ$$

α_1 =angolo compreso tra la velocità periferica \vec{u}_1 e la velocità assoluta \vec{c}_1 del fluido, in ingresso della girante.

β_1 = angolo compreso tra la velocità relativa del fluido \vec{w}_1 e la velocità periferica \vec{u}_1 , in ingresso della girante.

β_2 = angolo compreso tra la velocità relativa del fluido \vec{w}_2 e la velocità periferica \vec{u}_2 , in uscita della girante.

Con l'ipotesi di:

- a) Flusso stazionario: cioè, che i parametri che caratterizzano la cinematica del fluido che attraversa la macchina, sono costanti
- b) Flusso monodimensionale

Possiamo scrivere le equazioni di moto di un fluido incomprimibile che interagisce con una macchina che lo elabora

Rispetto a due osservatori uno solidale con lo statore o diffusore della turbina, e altro solidale con la girante della turbina (osservatore fisso e mobile).

Avremo che \vec{v} è la velocità assoluta vettoriale del fluido ed \vec{w} quella relativa vettoriale misurate rispettivamente rispetto al riferimento fisso la prima e mobile la seconda, mentre \vec{u} è la velocità periferica vettoriale della girante, cioè di trascinamento.

Queste sono legate dalla somma vettoriale

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{w} \quad (2.2.1)$$

$$u = \frac{D_p}{2} \omega, \quad n = \frac{60f}{N_p}, \quad \omega = \pi n D_p \rightarrow \omega = 2\pi n \quad (2.2.2)$$

in genere $f = 50 \text{ Hz}$ e, n in rpm nella formula $n = \frac{60f}{N_p}$

Ciascuna delle tre velocità, radiale periferica e relativa hanno tre componenti ma avendo fatto l'ipotesi di flusso monodimensionale si riducono ad una sola componente. Mentre analizzando il flusso uscente dall'ugello, il quale ha traiettoria tangenziale alla periferia della girante, possiamo dire che esiste una portata relativa pari a

$$Q_r = \pi \frac{d^2}{4} (c_1 - u), \text{ e una pari a } Q = \pi \frac{d^2}{4} c_1 \text{ (assoluta)}. \quad (2.2.3)$$

Con:

c_1 = velocità all'uscita dell'ugello

u = velocità periferica

d = diametro orifizio uscita ugello

2.3 - Lavoro euleriano, potenza disponibile e utile della Pelton

Dal teorema della conservazione del momento della quantità di moto, se chiamiamo con

T = momento della quantità di moto o momento angolare

M_t = momento totale delle forze con cui le pale della girante interagiscono con il fluido che la macchina elabora

Avremo

$$\frac{dT}{dt} = M_t \quad (2.3.1)$$

cioè, la variazione nel tempo del momento della quantità di moto, subita dal fluido nell'attraversare la macchina, è pari alla coppia trasmessa alla girante. E quindi rispetto all'asse di rotazione della girante, e nell'ipotesi di flusso monodimensionale, tangenziale alle pale della girante e stazionario, abbiamo

$$M_t = Q\rho (c_{1t}r_1 - c_{2t}r_2) \quad \rightarrow \quad M_t\omega = Q\rho\omega (c_{1t}r_1 - c_{2t}r_2)$$

Segue;

$$P_u = Q\rho (u_1c_1 \cos \alpha_1 - u_2c_2 \cos \alpha_2) \quad (2.3.2)$$

Da cui il lavoro euleriano:

$$\frac{P_u}{Q\rho} = u_1c_1 \cos \alpha_1 - u_2c_2 \cos \alpha_2 = L \quad (2.3.3)$$

Dato che

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2 u_1c_1 \cos \alpha_1 \quad \text{e} \quad (2.3.4)$$

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2 u_2c_2 \cos \alpha_2$$

Segue che per una macchina centripeta, cioè per cui, $u_1 > u_2$ Il lavoro specifico calcolato per unità di massa fluida

$$L = u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2 = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \quad (2.3.5)$$

cioè, si può rappresentare come variazione di energia cinetica delle tre velocità, che rappresentano i triangoli di velocità; velocità periferica, relativa, assoluta. L'utilizzo di poter esprimere il lavoro specifico come somma algebrica delle variazioni delle tre velocità è quella di poter trovare i valori delle tre velocità in ingresso e uscita della girante affinché il lavoro specifico L , sia positivo.

Nel caso di una turbina Pelton

Essendo il flusso del getto tangenziale alla girante, avremo che tra ingresso e uscita della pala abbiamo

$$u_1 = u_2 = u \quad (2.3.6)$$

e quindi la Pelton è una turbina assiale.

Se il getto è ortogonale alla pala, avremo

$$L = (u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2) = u(c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) \quad (2.3.7)$$

e dato che $\alpha_1 = 0^\circ = \beta_1 \rightarrow c_1 - u = w_1$ all'ingresso della girante,

mentre se $c_2 \cos \alpha_2 = u - w_2 \cos \beta_2 \rightarrow$

$$(2.3.8)$$

$$\rightarrow L = u(c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) = u(c_1 - u)(1 + \psi \cos \beta_2)$$

(2.3.9)

Introduciamo un coefficiente di riduzione della velocità relativa Ψ , il quale coefficiente tiene conto del grado di finitura della superficie della pala, motivo per cui $w_1 \neq w_2$ e assumi valori compresi $0.96 < \Psi < 0.98$ per cui

$$w_2 = \Psi w_1 \quad (2.3.10)$$

E quindi l'equazione della potenza utile della Pelton ricavato in condizioni di ortogonalità del getto è:

$$P = Q \rho u (c_1 - u) (1 + \psi \cos \beta_2) \quad (2.3.11)$$

per un determinato β_2 a parità di portata volumetrica, abbiamo

$$L = L_{max} \rightarrow \frac{d(u(c_1 - u))}{du} = 0 \rightarrow u = \frac{c_1}{2} \quad (2.3.12)$$

E quindi, se $u = \frac{c_1}{2}$ abbiamo:

1) Potenza idraulica;

$$P_{max} = Q \rho u^2 (1 + \psi \cos \beta_2) = Q \rho \frac{c_1^2}{4} (1 + \psi \cos \beta_2) \quad (2.3.13)$$

2) Spinta idraulica sulle pale;

$$P = Fu \quad F = Q \rho (c_1 - u) (1 + \psi \cos \beta_2) \rightarrow \quad (2.3.14)$$

$$\rightarrow F_{Lmax} = Q \rho u (1 + \psi \cos \beta_2) \quad (2.3.15)$$

3) Coppia idraulica sulla girante;

$$u = \omega \frac{D_p}{2} \text{ e } P = C\omega \rightarrow$$

$$\rightarrow C = Q\rho \frac{D_p}{2} (c_1 - u) (1 + \psi \cos \beta_2) \quad (2.3.16)$$

$$C_{Lmax} = Q\rho \frac{D_P}{2} u(1 + \psi \cos \beta_2) \quad (2.3.17)$$

Capitolo 3

Similitudine, grandezze specifiche adimensionali;
 diametro e velocità specifica e numero di giri
 caratteristico.

3.1- Similitudine

Due turbomacchine, sono simili se hanno le stesse caratteristiche geometriche e fluidodinamiche.

La similitudine può essere di due tipi:

- a) Geometrica perché, si hanno gli stessi rapporti dimensionali corrispondenti costanti compresa la rugosità, relativa allo stato di finitura superficiale
- b) Fluidodinamica o idraulica perché si hanno gli stessi rapporti tra velocità, a parità di numero di Reynolds

Al fine di ottenere famiglie di turbomacchine simili, introduciamo i coefficienti di portata, pressione o lavoro specifico e di potenza. Non potendo considerare come parametri di riferimento i parametri assoluti, come la portata volumetrica o massica lavoro specifico o prevalenza e la potenza utile, che non sono sufficienti a garantire che le turbomacchine siano simili fra loro, ci riferiamo a parametri adimensionali e relativi come i coefficienti qui sottoindicati

Coefficiente di portata:

$$\varphi = \frac{Q}{n D_p^3} \quad \text{segue da } Q = \frac{\pi D_p^2}{4} c_m \quad \text{e } c_m \propto u = \pi n D_p \quad (3.1.1)$$

D_p = diametro della girante

n = numero di giri della girante

Coefficiente di pressione o lavoro specifico:

Come sopra

$$\delta = \frac{l}{n^2 D_p^2} \quad \text{infatti, se } l = g H_u \propto u^2 = n^2 \pi^2 D_p^2 \quad (3.1.2)$$

l = lavoro specifico, per unità di massa fluida

otteniamo l'espressione di tale coefficiente.

Coefficiente di potenza:

$\Lambda = \frac{P}{\rho n^3 D_p^5}$ moltiplicando gli altri due coefficienti, qui sopra riportati otteniamo l'espressione di quest'ultimo coefficiente

P= potenza della turbina (3.1.3)

Dalle formule dei coefficienti di portata, pressione e potenza per una stessa macchina in condizioni operative diverse, abbiamo che valgono le seguenti regole di similitudine:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.1.4)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1^3}{n_2^3} \quad (3.1.5)$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2} \quad (3.1.6)$$

Queste regole mi permettono di determinare in qualsiasi condizione di funzionamento della turbina i parametri assoluti di portata, lavoro specifico e potenza, note le condizioni iniziali di funzionamento della turbina.

Per un determinato diametro della girante e per una determinata velocità di rotazione. Possiamo introdurre, altri due parametri adimensionali relativi. D_s diametro specifico e ω_s velocità specifica, specifici per un determinato diametro della girante e un determinato numero di giri.

3.2- Velocità specifica ω_s

La velocità specifica è definita come la velocità alla quale la turbomacchina in grado di realizzare un certo lavoro specifico elaborando una portata volumetrica più o meno grande indipendentemente dal diametro D della sua girante.

Se esprimiamo il lavoro specifico in funzione della velocità angolare possiamo ricavare la velocità specifica noti i coefficienti di portata e di pressione eliminando dalla formula di questi coefficienti il diametro della girante D , in quanto indipendente dal diametro D

$$n_s = \frac{\phi^{1/2}}{\delta^{3/4}} \quad \rightarrow \quad 2\pi n_s = \omega_s = \frac{Q^{1/2} \omega}{l^{3/4}} \quad (3.2.1)$$

Dove n_s è detto anche numero di giri caratteristico della turbina

Ora se esprimiamo il lavoro specifico in funzione del diametro invece che della velocità angolare noti i coefficienti di pressione e di portata, eliminando da questi la velocità angolare otteniamo il diametro specifico D_s

3.3- Diametro specifico D_s

Identifica la capacità della turbomacchina a compiere un certo lavoro specifico elaborando una portata volumetrica più o meno grande in funzione del diametro D ma indipendentemente dalla velocità angolare della sua girante e quindi dall'espressione dei coefficienti di portata e di

pressione cercando di eliminare la velocità angolare otteniamo l'espressione del D_S

$$D_S = \frac{\delta^{1/4}}{\phi^{1/2}} \quad \rightarrow \quad D_p \frac{l^{1/4}}{Q^{1/2}} = D_S \quad (3.3.1)$$

Noti i coefficienti di potenza e di pressione della turbomacchina possiamo ricavare la ω_S eliminando tra questi coefficienti il diametro come prima per lo stesso motivo, cioè il lavoro specifico elaborato dalla turbomacchina deve essere indipendente dal diametro della sua girante

$$n_s = \frac{\Lambda^{1/2}}{\delta^{5/4}} \quad \rightarrow \quad \omega_S = \frac{P^{1/2} \omega}{l^{5/4} \rho^{1/2}} \quad (3.3.2)$$

Dalle formule semplificate di D_S e ω_S , abbiamo che per una Pelton, in funzione del rapporto tra il diametro del getto, e il diametro della girante $\frac{d}{D}$, e del numero dei getti i , D_S e ω_S si possono anche scrivere:

$$\omega_S = 1.38 \sqrt{i} \frac{d}{D} \quad (3.3.3)$$

$$D_S = 0.96 \frac{1}{\sqrt{i}} \frac{D}{d} \quad (3.3.4)$$

Noti i valori di D_S ω_S sul diagramma di Balje, è possibile fare una previsione sul rendimento di una turbina. Dal diagramma qui sotto riportato infatti dato i valori di almeno due di questi parametri, cioè rendimento, diametro e velocità specifica è possibile trovare l'altro.

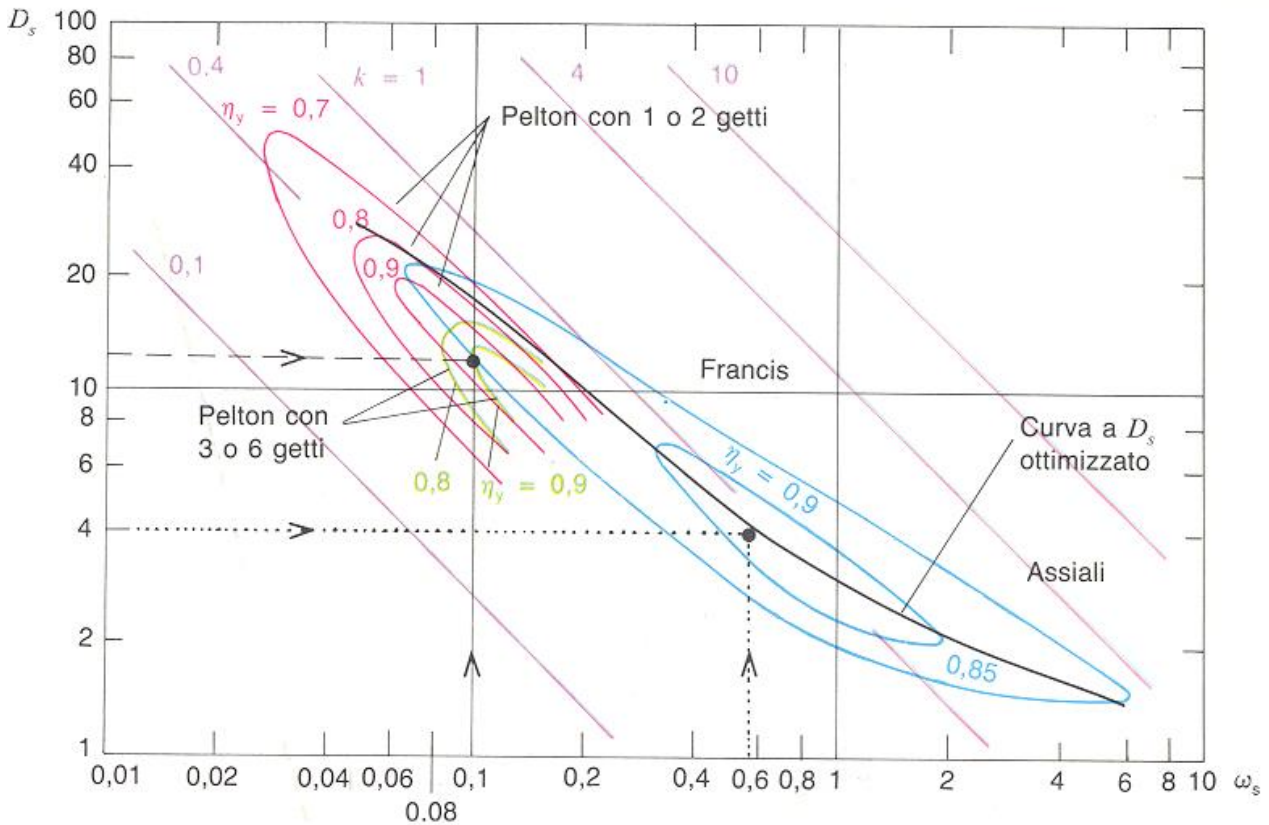


Diagramma di Balje

3.4- Numero di giri caratteristico

Come si è già fatto per la velocità specifica, analogamente dai coefficienti adimensionali, di pressione e di potenza si può eliminare il diametro della girante dalle formule di questi, ottenendo la formula del numero di giri caratteristico.

$$nc = n \frac{P^{1/2}}{\rho^{1/2}(gH_u)^{5/4}} = \left(\frac{P}{\rho n^3 D_p^5} \right)^{1/2} \left(\frac{n^2 D_p^2}{gH_u} \right)^{5/4} \quad (3.4.1)$$

Riportiamo qui sotto, alcuni valori della velocità specifica per le turbine idrauliche ad azione e a reazione.

Dove abbiamo:

nc=numero di giri caratteristico

P= potenza

n= numero di giri

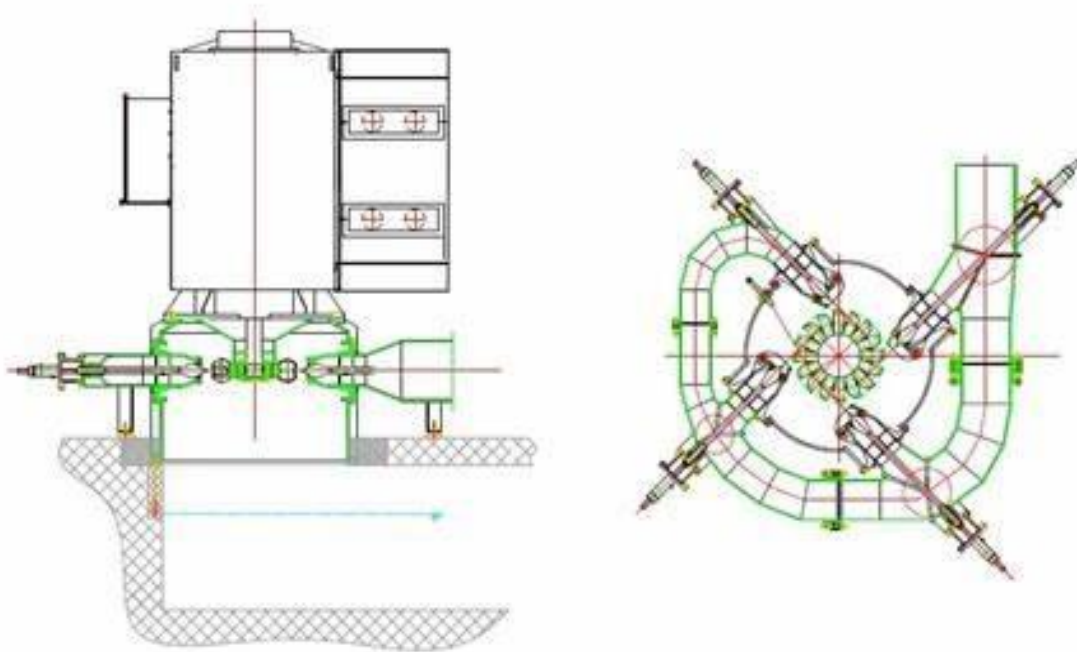
D_p = diametro della girante Pelton

Tipo di turbina	Limite inf ω_s	Valore centrale ω_s	Limite superiore ω_s
Pelton a un getto	0.03	0.07	0.35
Pelton a tre getti	0.25	0.1	0.35
Francis lenta	0.25	0.6	0.35
Francis normale	0.25	1.1	0.35
Francis veloce	0.25	1.6	2.5
Kaplan a 8 pale	1.7	2.5	2.5
Kaplan a 6 pale	1.7	3.2	2.5
Kaplan a 4 pale	1.7	4.3	6
A elica	4.6		10

Capitolo 4

Dimensionamento di massima

4.1- Dimensionamento della girante



Dalla turbina Pelton a asse verticale, qui sopra in figura, riportiamo un esempio di calcolo del dimensionamento della sua girante.

Dati di progetto a disposizione

Salto geodetico utile $H_u = 732 \text{ m}$

Portata volumetrica $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$

Coefficiente di efflusso $\varphi = 0.98$

Coefficiente della velocità $\Psi = 0.96$

Angolo di uscita $\beta_2 = 14^\circ$

$$\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$$

Rendimento idraulico $\eta_{tmax} = 0.90$

$$\alpha_1 = \beta_1 = 0^\circ$$

$$c_1 = \varphi \sqrt{2gH_u} \quad \text{per } H_u = 732\text{m}, \varphi = 0,98 \quad (4.1.1)$$

φ tiene conto delle perdite di carico nell'ugello (iniettore)

$$c_1 = 117,44 \text{ m/s}$$

In condizioni massime di esercizio, essendo

$$u = \frac{c_1}{2} = 58,72 \text{ m/s} \rightarrow \alpha_1 = \beta_1 = 0^\circ \quad (4.1.2)$$

$$\rightarrow w_1 = c_1 - u = 58,72 \text{ m/s}$$

Dalla geometria della girante in ingresso e uscita della girante, e dai triangoli di velocità in ingresso e uscita della girante, deduciamo le seguenti formule

$$c_2 \cos \alpha_2 = u - w_1 \Psi \cos \beta_2 \quad (4.1.3)$$

$$w_2^2 = w_1^2 \Psi^2 = u^2 + c_2^2 - 2uc_2 \cos \alpha_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow w_2^2 = u^2 + c_2^2 - 2u(u - w_1 \Psi \cos \beta_2) \rightarrow$$

$$\rightarrow c_2^2 = u^2 - 2uw_1 \Psi \cos \beta_2 + w_1^2 \Psi^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow c_2 = \sqrt{u^2 - 2uw_1 \Psi \cos \beta_2 + w_1^2 \Psi^2} \quad (4.1.4)$$

$$c_2 = 14,25 \text{ m/s}$$

$$c_2 \cos \alpha_2 = u - w_1 \Psi \cos \beta_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha_2 = \cos^{-1} \left(\frac{u - w_1 \Psi \cos \beta_2}{c_2} \right) = 73,60^\circ \quad (4.1.5)$$

Per il dimensionamento della girante dovremo considerare che in genere per una Pelton, se il numero di getti i è compreso $1 < i < 6$

$\rightarrow 8 < \frac{D_P}{d} < 30$, e quindi dalle tabelle qui sotto sceglieremo il diametro della girante D_P in maniera che venga rispettata questa condizione.

Le tabelle qui sotto, sono state costruite con le seguenti formule:

$$1) n = \frac{60f}{Np}$$

$$6) D_S = 0.96 \frac{1}{\sqrt{i}} \frac{D_P}{d} \rightarrow \frac{D_P}{d} = \frac{D_S \sqrt{i}}{0.96}$$

$$2) \omega_s = \frac{Q^{1/2} \omega}{l^{3/4}}$$

$$\text{con } l = gH_u$$

$$3) D_P \frac{l^{1/4}}{Q^{1/2}} = D_S$$

$$7) Q = i \frac{\pi d^2}{4} c_1 \rightarrow d = \sqrt{\frac{4Q}{i\pi c_1}}$$

$$4) \omega = \frac{2\pi n}{60}$$

$$5) c_1 = \varphi \sqrt{2gH_u}$$

$$u = \frac{c_1}{2} = \omega \frac{D_p}{2} \rightarrow D_p = \frac{2u}{\omega} \quad (4.1.6)$$

Dalla tabella qui sotto riportata, possiamo vedere che con una Pelton a quattro getti, velocità di rotazione $n=500$ rpm e numero di poli 6 ho un rapporto $\frac{D_p}{d}$ pari a 9,618 dove il diametro della girante è $D_p = 2,24m$, ed diametro orifizio uscita ugello 23,3 cm, cadauno.

Np	1	2	3	4	5	6	7	8
n (rpm)	3000	1500	1000	750	600	500	428	375
ω (rd/s)	314	157	104,	78,5	62,8	52,33	44,79	39,25
ωs	1,79	0,89	0,59	0,449	0,359	0,299	0,256	0,224
Dp (m)	0,37	0,74	1,12	1,495	1,869	2,243	2,620	2,991
Ds	0,76	1,53	2,30	3,078	3,847	4,617	5,393	6,156

i getti	Dp/d								d (m)
1	0,801	1,603	2,404	3,206	4,007	4,809	5,618	6,412	0,466
2	1,133	2,266	3,400	4,533	2,361	6,800	7,944	9,067	0,329
3	1,388	2,776	4,165	5,553	6,941	8,330	9,731	11,10	0,269
4	1,603	3,206	4,809	6,412	8,015	9,618	11,23	12,82	0,233
5	1,792	3,584	5,377	7,169	8,961	10,75	12,56	14,33	0,208
6	1,963	3,926	5,889	7,852	9,815	11,7	13,7	15,7	0,19

4.2-Dimensionamento dell'albero motore della Pelton

Riprendendo l'esempio riportato per il dimensionamento del diametro D_p della girante, del paragrafo precedente, dimensioniamo l'albero di questa girante. Si è pensato di costruire l'albero in acciaio inox austenitico, in quanto quello più resistente all'ossidazione, cosa a cui la Pelton è esposta per come lavora.

Ad esempio, dal manuale dell'ingegnere di Pierangelo Andreini, si ha per un acciaio fortemente legato, del tipo X2CrNiMo 17-12-2, o AISI 316 un carico unitario di snervamento $\sigma_s = 240 \text{ Nmm}^{-2}$, un carico di rottura $R_m = 530 \text{ Nmm}^{-2}$ sempre dal manuale dell'ingegnere di Pierangelo Andreini si ricava un coefficiente di sicurezza pari a 6.

$$\beta_2 = 14^\circ \quad Q = 20 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$H_u = 732 \text{ m} \quad \rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$$

$$\eta_{tmax} = 0,9 \quad \Psi = 0,96$$

$$\omega = 52,33 \frac{\text{rd}}{\text{s}} = \frac{2\pi n}{60}$$

Dai parametri di progetto, ci troviamo la potenza effettiva sviluppata dalla turbina; $P_e = Q\rho(gH_u)\eta_{tmax} = 129,26 \text{ MW}$, che corrisponde a quella trasmessa al generatore elettrico.

$P_{max} = \frac{P_e}{\eta_{tmax}} = 143,62 \text{ MW}$ mentre questa è quella ideale sviluppata dalla turbina.

$C_{max} = \frac{P_{emax}}{\omega} = \frac{129,26 \times 10^6}{52,33} = 2470 \text{ Nm}$ questo è il momento torcente che viene trasmesso all'albero, depurato dalle perdite dovute dagli attriti. In prima approssimazione ci calcoleremo il diametro dell'albero per il solo momento torcente, poi con la verifica di resistenza, vedremo se occorre aumentarlo.

$$\sigma_{amm} = \frac{\sigma_s}{X_S} = \frac{240}{6} = 40 \text{ MPa}$$

Dove

σ_s carico unitario di snervamento del materiale

X_S coefficiente di sicurezza

4.3- Azioni interne sull'albero motore della Pelton

Dato che la turbina di riferimento è una Pelton a asse verticale, l'albero è sollecitato a torsione e in parte a trazione, per effetto del carico gravitazionale. Procediamo al calcolo delle uniche sollecitazioni a cui l'albero è soggetto.

Torsione

Prendiamo una terna cartesiana x, y, z di riferimento, con l'asse z coincidente con l'asse dell'albero. Se chiamiamo con I_x, I_y e I_z i momenti d'inerzia calcolati lungo i tre assi di riferimento, mentre con I_p

chiamiamo il momento d'inerzia polare, avremo

$$I_p = I_x + I_y \quad \text{e} \quad I_z = 0 \quad (4.3.1)$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi d_1^4}{64} \quad \rightarrow \quad I_p = 2I_x = 2I_y \quad (4.3.2)$$

$$I_p = \frac{\pi d_1^4}{32} \quad (4.3.3)$$

$$W_t = \frac{2I_p}{d_1} = \frac{\pi d_1^3}{16} \quad (4.3.4)$$

$$\tau_{max} = \frac{Mt}{W_t} = \frac{16 Mt}{\pi d_1^3} \leq \tau_{amm} \quad (4.3.5)$$

Da cui per il criterio di resistenza di Tresca Guest (o del massimo sforzo tangenziale);

$$\tau_{max} = \tau_{amm} = \frac{\sigma_{amm}}{2} = 20 \text{MPa} \quad \rightarrow \quad d_1 = \sqrt[3]{\frac{16 C_{max}}{\pi \tau_{amm}}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{16 \times 2470 \times 10^3}{\pi \times 20}} = 85,7 \text{mm} \quad (4.3.6)$$

Di prima approssimazione abbiamo un diametro dell'albero di 85,7 mm, come si è detto, con la verifica di resistenza vedremo se bisogna aumentarlo questo valore, o è accettabile.

Trazione

Se chiamiamo con P il carico gravitazionale a cui l'albero è soggetto, e d1 il diametro dell'albero. La tensione normale unitaria σ_a per trazione a cui l'albero è sottoposto è

$$\sigma_{max} = \frac{4P}{\pi d_1^2}, \rho_a = 7900 \text{ kgm}^{-3} \text{ (densità dell'acciaio inox austenitico)}$$

ricavato sempre dal manuale dell'ingegnere, di Pierangelo Andreini e per un AISI 316.

$$m_a = V \rho_a = \text{massa dell'albero motore}$$

$$V = \frac{\pi d_1^2}{4} L_a = \text{volume dell'albero motore}$$

4.4- Verifica di resistenza

Ebbene rimanere nel campo di solo deformazioni elastiche, questo significa che l'albero deve potersi deformarsi solo elasticamente alle sollecitazioni, ma non deve deformarsi plasticamente per non avere la conseguente rottura dell'albero. Quindi come criterio di resistenza in condizioni statiche, l'unico criterio che si presta meglio è quello di Von Mises. Il quale criterio misura la deformazione di forma, attraverso la conoscenza dell'energia di distorsione. Cominciamo a dire che le deformazioni, che un materiale metallico può subire sono di due tipi: deformazioni per effetto di una variazione di volume, e deformazioni associate a un cambiamento di forma. Nel campo elastico, le variazioni di forma dovute allo snervamento del materiale possono essere misurate dal lavoro di deformazione, calcolato per unità di volume, questo lavoro è detta energia di distorsione.

Secondo Von Mises si ha snervamento del materiale, solo quando l'energia di distorsione è uguale a quella di snervamento, mentre la sollecitazione equivalente, sempre secondo Von Mises è data da,

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} \quad (4.4.1)$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ = sono le tensioni normali che si hanno lungo le tre direzioni

principali o dette tensioni principali

Nel caso di sforzo piano, cioè per cui, la $\sigma_2 = 0$. Abbiamo

$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} \rightarrow \sigma_{eq}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3$ che rappresenta un'elisse. Cioè, lo stato di sforzo piano, nel caso di Von Mises è un'elisse.

Nel caso particolare che si hanno sia sforzi normali che tangenziali, come nel caso che il materiale è sollecitato a flessione, più torsione, o torsione più la sollecitazione assiale di trazione o di compressione. Lo stato di sforzo piano è rappresentato da una circonferenza, e le sollecitazioni principali valgono

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \quad (4.4.2)$$

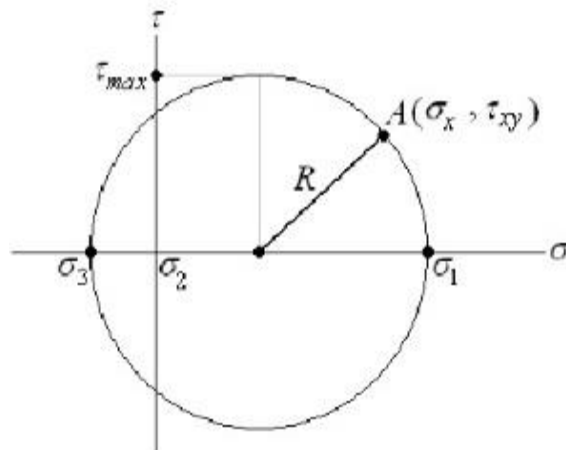
$$\sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \quad (4.4.3)$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ MPa} \quad (4.4.4)$$

$$\text{Dove } \sigma = \sigma_1 + \sigma_3 \quad (4.4.5)$$

Qui sotto è riportato lo stato di sforzo, nel caso in cui il materiale è sollecitato a sforzi normali che tangenziali, mediante il cerchio di Mohr

$$R = \left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \right) \quad \text{ed il centro del cerchio } C = \left(\frac{\sigma}{2}, 0 \right)$$



$$\sigma_{eq}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \left(\frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}\right)^2 - \left(\frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}\right)\left(\frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}\right) = \sigma^2 + 3\tau^2 \rightarrow$$

$\sigma_{eq}^2 = \sigma^2 + 3\tau^2$ da cui si deduce che lo stato di sforzo è rappresentato da una circonferenza. (4.4.7)

Per tener conto sia di sforzi tangenziali che normali agenti sull'albero si deve introdurre un sigma equivalente, dato che si è scelto come criterio per la verifica di resistenza il criterio di Von Mises, in quanto quello che si presta meglio nel nostro caso,

poniamo che il sigma equivalente sia quello secondo Von Mises. Secondo il criterio di Von Mises il mio sigma equivalente è $\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$

Ora per la verifica di resistenza è sufficiente imporre

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{amm} \quad (4.4.8)$$

Dove $\sigma_{amm} = \frac{\sigma_s}{x_s} = 40 \text{ MPa}$

$$\sigma_s = 240 \text{ MPa}; \quad x_s = 6$$

Nel nostro caso;

$$\sigma = \sigma_{max} = \frac{4P_a}{\pi d_1^2} = 2 \tau_{max}$$

$$m = \frac{P_a}{g}$$

$$\tau = \tau_{max} = \frac{16 M t}{\pi d_1^3}$$

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$$

$$L_a = \frac{4m}{\rho_a \pi d_1^2}$$

$$\rho_a = 7900 \text{ kgm}^{-3}$$

$$P_a = \sigma_{max} \frac{\pi d_1^2}{4}$$

Rispetta le condizioni di verifica di resistenza secondo Von Mises, possiamo ritenere che rispetto la condizione iniziale, dove per il solo momento torcente avevamo in diametro dell'albero di 85,7 mm la dimensione dell'albero che si presta meglio tenendo conto di momento torcente che agisce sull'albero che di trazione dovuto al carico gravitazionale, è di 100mm.

m = massa albero più girante

d_1 = diametro dell'albero

P_a = carico gravitazionale agente sull'albero

L_a = lunghezza dell'albero compreso di girante, rispetto al punto dove l'albero si collega al generatore elettrico.

d_1 (mm)	τ_{max} (MPa)	σ_{max} (MPa)	σ_{eq} (MPa)	P_a (N)	m (kg)	L_a (m)
85	20	40	52,91502	226865	23125,89	516
90	17	34	44,97777	216189	22037,61	438
95	14	28	37,04051	198369	20221,10	361
100	12	24	31,74901	188400	19204,89	309

Capitolo 5

Comportamento a fatica dei materiali da costruzione e verifica di resistenza a fatica

5.1 Comportamento a fatica

Gli elementi delle macchine, realizzati con i materiali usuali, sono soggetti a carichi alterni simmetrici e non simmetrici, i quali provocano in questi elementi, danneggiamenti improvvisi senza nessun preavviso. Dando a luogo in questi elementi dei cedimenti strutturali con conseguente rottura, anche se si è sotto ai carichi unitari al limite di rottura. La causa di questo, sono la formazione di cricche nel materiale di cui l'elemento meccanico è fatto, questa rottura dell'elemento meccanico è detta rottura a fatica. Le sollecitazioni relative alla rottura a fatica hanno andamento sinusoidale; quindi, i parametri per definire un ciclo a fatica sono:

1) Lo sforzo massimo nel ciclo, σ_{max}

2) Lo sforzo minimo nel ciclo, σ_{min}

3) Lo sforzo medio del ciclo, $\sigma_{med} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$ (5.1.1)

4) La componente alternata $\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$ (5.1.2)

5) Il rapporto tra la sollecitazione minima, e massima $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$

(5.1.3)

Le sollecitazioni a fatica possono essere di due tipi;

- 1) Alternata simmetrica, quando la sollecitazione media è nulla che implica $\sigma_{max} = -\sigma_{min}$ e $R=-1$
- 2) Pulsatoria dallo zero, quando la sollecitazione minima è nulla, e l'ampiezza è uguale alla media, cioè $\sigma_{min} = 0$ e $\sigma_{med} = \frac{\sigma_{max}}{2}$

La fatica è un fenomeno locale, che ha inizio con piccole microcricche o difetti locali, che si propagano nel materiale a causa di carichi alterni, fino a provocarne la rottura del materiale di cui l'elemento meccanico è fatto. La cricca può essere già presente nel materiale, dovuto a saldature o al processo di ottenimento del materiale, ed in questo caso è un vero difetto locale, oppure può essere un danneggiamento del materiale a causa di sollecitazioni che coinvolgono parti sempre più grandi, in questo caso si parla di nucleazione. Per i materiali duttili soggetti a snervamento, la nucleazione avviene secondo direzioni preferenziali di scorrimento, e secondo piani preferenziali di scorrimento, i quali piani sono quelli per cui lo sforzo tangenziale è massimo. In questi piani si verificano scorrimenti sia che il carico applicato è statico, sia che sia ripetuto. Tutto ciò dipende da parametri che influenzano la nucleazione e la propagazione delle cricche, il comportamento a fatica è rappresentato da un diagramma detto di Wohler, il quale diagramma è stato ottenuto sperimentalmente su

provini soggetti a carichi alterni di trazione, flessione o torsione e per un numero di cicli pari a $N = 10^6 \div 10^7$ cicli.

5.2- Diagramma di Wohler

Tale diagramma riporta per ordinate la componente alterna σ_a espressa in MPa, e per ascisse il numero N di cicli a cui è sottoposto il provino durante la prova sperimentale, o il logaritmo del numero di cicli visto che è un numero molto grande e questi sono legati tra loro dalla formula $\sigma_a = aN^b$, inoltre nel diagramma sono visibili tre zone.

1) Zona a basso numero di cicli o zona oligociclica;

Detta così perché la rottura avviene a basso numero di cicli per deformazione plastica. Infatti, la rottura avviene in campo plastico, il limite a fatica è superiore al limite di snervamento ma inferiore a quello di rottura, è la zona interessata ai materiali poco resilienti per i quali la rottura avviene per numero di cicli $N \leq 10^3$

2) Zona a alto numero di cicli;

In questa zona la rottura a fatica avviene per un numero di cicli

$10^3 < N \leq 10^7$, dove il materiale si rompe pur rimanendo sempre in campo elastico. Infatti, il limite a fatica è inferiore al limite di snervamento, è la zona dei materiali duttili, resilienti.

3) Fatica a vita infinita;

Per cui la rottura a fatica in pratica non avviene mai, anche se il numero di cicli è molto elevato $N > 10^7$, dove il limite a fatica è

indipendentemente dal numero di cicli, il quale rimane costante. Tale limite (σ_{Fl}) prende il nome di limite a fatica a vita infinita, per ogni materiale esiste un unico valore di limite a fatica infinita.

Di tale diagramma esiste anche una forma diversa, è un diagramma doppio logaritmico avente per ordinate il $\log \sigma_a$, e per ascisse $\log N$, dall'equazione $\sigma_a = aN^b \rightarrow \log \sigma_a = \log a + b \log N$ (5.2.1)

dove $\log a$ e $\log N$ sono l'intercetta, e il coefficiente angolare che rappresenta questa retta. L'utilità di questo è di trovare il limite a fatica noto il numero di cicli a cui si ha la rottura del provino del materiale di cui si vuole conoscere il suo limite a fatica, viceversa noto il limite a fatica se si vuole conoscere il numero dei cicli corrispondente a cui è avvenuta la rottura a fatica.

Riportiamo un esempio;

Si supponga che la rottura a fatica del componente meccanico avvenga in campo elastico; quindi, il limite a fatica si trova tra il limite a snervamento del materiale e il limite a fatica a vita infinita del materiale di cui è fatto il componente meccanico o, meglio nel diagramma doppio logaritmico $\log(\sigma_{sn})$ e $\log(\sigma_{LF})$ il numero dei cicli corrispondenti a questi sono 10^3 e 10^6 . La rottura del provino avviene dopo 10^4 cicli, si vuole conoscere il limite a fatica corrispondente a questo numero di cicli, prima troveremo l'intercetta e il coefficiente angolare della retta $\log \sigma_a = \log a + b \log N$, è noto anche che in corrispondenza del limite di rottura R_m il provino si rompe senza compiere nessun ciclo, e quindi l'intercetta della mia retta è;

$$\log a = \log R_m \quad e \quad (5.2.2)$$

$$b = \frac{\log(\sigma_{sn}) - \log(\sigma_{LF})}{\log 10^6 - \log 10^3} \quad (5.2.3)$$

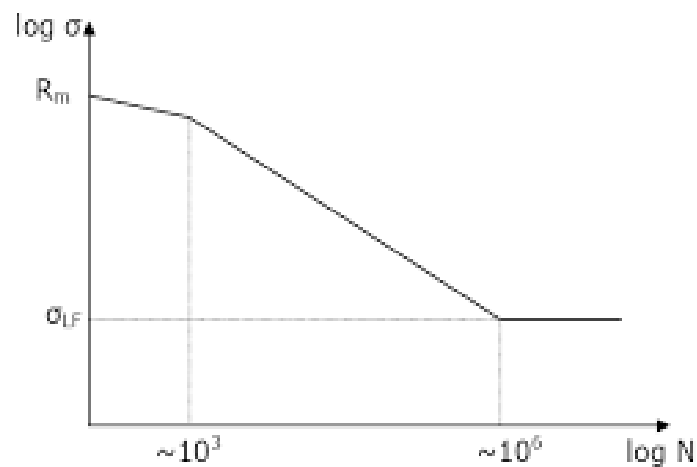
Da questi segue;

$$\log \sigma_F = \log R_m + \frac{\log(\sigma_{sn}) - \log(\sigma_{LF})}{\log 10^6 - \log 10^3} \log 10^4 \quad (5.2.4)$$

Noto σ_F si può trovare il numero di cicli corrispondenti alla quale a fatica è avvenuta la rottura del provino;

$$\log N = \frac{\log \sigma_F - \log R_m}{\log(\sigma_{sn}) - \log(\sigma_{LF})} (\log 10^6 - \log 10^3) \quad (5.2.5)$$

Diagramma di Wohler modificato, su scala doppio logaritmico:



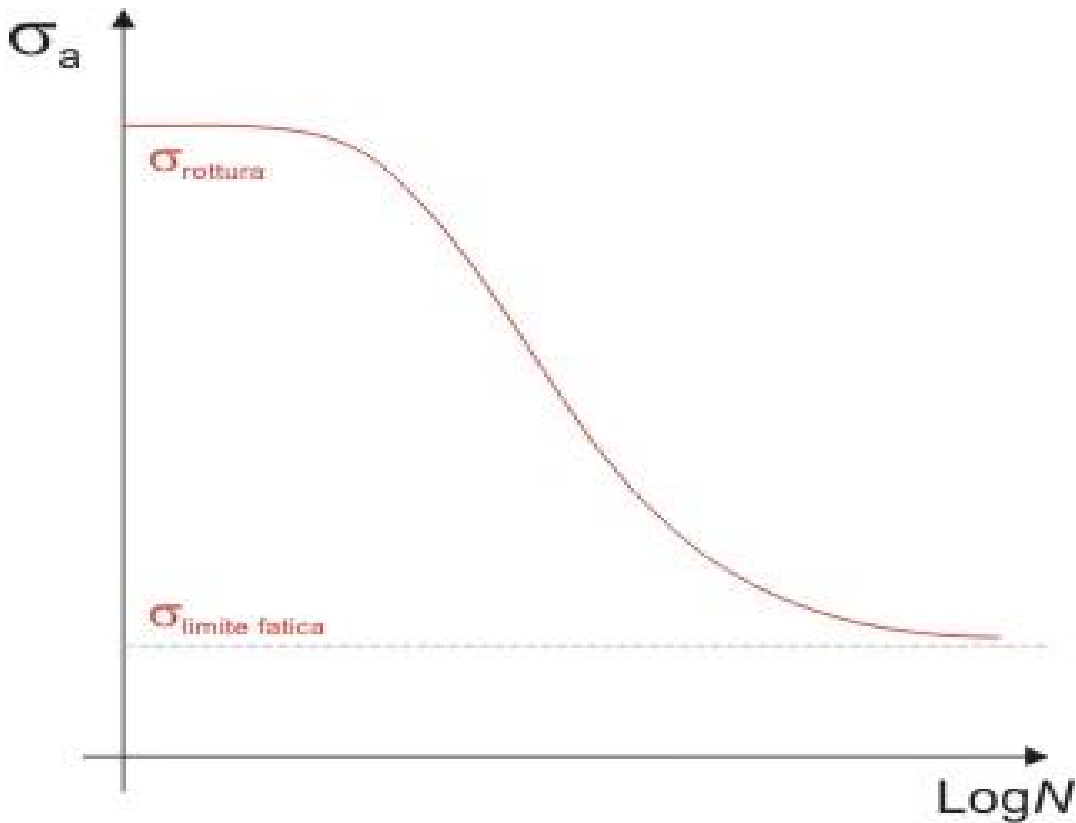


Diagramma di Wohler

5.3- Parametri da cui dipende il limite a fatica

Il comportamento a fatica dei materiali dipende anche dallo stato superficiale o di finitura del materiale, o dal fatto che ci possono essere intagli, come per esempio cave per la predisposizione di linguette o chiavette, o cause dimensionali perché le dimensioni reali sono maggiori di quelle dei provini usati nei laboratori, poiché gli aumenti delle dimensioni aumentano la probabilità di trovare più cricche, diminuendo il limite a fatica (effetto scala). E quindi nella verifica di resistenza a fatica occorre introdurre dei coefficienti che tengono conto di tutti questi fattori, che come si è già detto diminuiscono il limite a fatica.

Coefficiente d'intaglio a fatica

Il limite a fatica per l'albero su cui la girante è calettata è maggiore se non presenta cave, ma l'asportazione di materiale per ottenere le cave necessarie alla predisposizione di linguette, rende il materiale più sensibile alla fatica, riducendo quindi il limite a fatica. Questo a causa di un aumento del gradiente degli sforzi $\frac{d\sigma}{dx}$, proprio nella zona dove ho la variazione di sezione, o dove è presente la cava.

Se chiamiamo:

σ_F = limite a fatica di un provino liscio non intagliato

σ'_F = limite a fatica di un provino intagliato

k_f = coefficiente d'intaglio a fatica

k_t = coefficiente d'intaglio teorico

Dove $k_t > k_f$

q = sensibilità all'intaglio

k_t e k_f sono legati fra loro dalla seguente formula;

$$k_f = 1 + q(k_t - 1), \text{ da questa vediamo che se } k_f=1 \rightarrow q=0$$

(5.3.1)

$$k_f = \frac{\sigma_F}{\sigma'_F} < 1$$

$$k_f=k_t \rightarrow q=1$$

Sono diverse le formule per il calcolo di q , qui viene riportata quella di Neuber

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{\rho}}{r}} \quad (5.3.2)$$

Dove r è il raggio di raccordo in prossimità del cambiamento delle dimensioni della sezione trasversale che può essere una cava, o una gola di sarico, o semplicemente perché l'albero non presenta sezione trasversale costante. Mentre il termine $\sqrt{\rho}$ è una caratteristica che dipende dal materiale.

Coefficiente dimensionale a fatica

In genere il diametro degli alberi è maggiore di quello dei provini, utilizzati in laboratorio per determinare il limite a fatica. Si osserva sperimentalmente, che l'aumento delle dimensioni aumenta la probabilità di trovare più cricche nel materiale, diminuendo il limite a fatica. Questo fenomeno è detto effetto dimensionale, è la causa della presenza di cricche che si propagano secondo direzioni e piani preferenziali, come si è già detto parlando della nucleazione all'inizio di questo capitolo. Questa causa non dipende, tanto dal tipo di sollecitazione, ma si spiega in quanto l'aumento delle dimensioni a parità di sollecitazione massima σ_{max} , determina una diminuzione del gradiente degli sforzi $\frac{d\sigma}{dx}$, mentre la sollecitazione sul grano è maggiore (effetto gradiente). Questo effetto è solo caratteristico di sollecitazione dove presentano gradiente cioè dove lo sforzo unitario è variabile con la distanza dall'asse neutro, asse per cui lo sforzo è nullo; quindi la flessione e la torsione, ma non la trazione o la compressione. Si valuta l'effetto dimensionale introducendo il coefficiente dimensionale b_2

$$b_2 = \frac{\sigma'_{Fa}}{\sigma_{Fa}} \quad (5.3.3)$$

Dove;

σ'_{Fa} = limite a fatica del componente meccanico di prefissate dimensioni in assenza d'intaglio e con rugosità superficiale uguale a quella di riferimento per valutare la σ_{Fa}

σ_{Fa} = limite a fatica del provino avente la stessa rugosità del materiale del componente meccanico, ma dimensioni inferiori

In genere, $b_2 = \frac{\sigma'_{Fa}}{\sigma_{Fa}} \cong 0,7$

Coefficiente di finitura superficiale a fatica

Se il provino utilizzato per misurare il limite a fatica è lucidato, il materiale del componente meccanico non lo è, esso presenta un certo grado di finitura più o meno spinta, ed è per questo si introduce un coefficiente per tener conto che se lo stato di finitura peggiora il limite a fatica diminuisce. La causa è dovuta alla presenza dei microintagli, caratteristica della rugosità riportati sui materiali dai processi di lavorazione tecnologica, di cui il componente meccanico è sottoposto.

$$b_3 = \frac{\sigma'_{Fa}}{\sigma_{Fa}} \quad (5.3.4)$$

Dove;

σ'_{Fa} = è il limite a fatica di una serie di provini del materiale impiegato

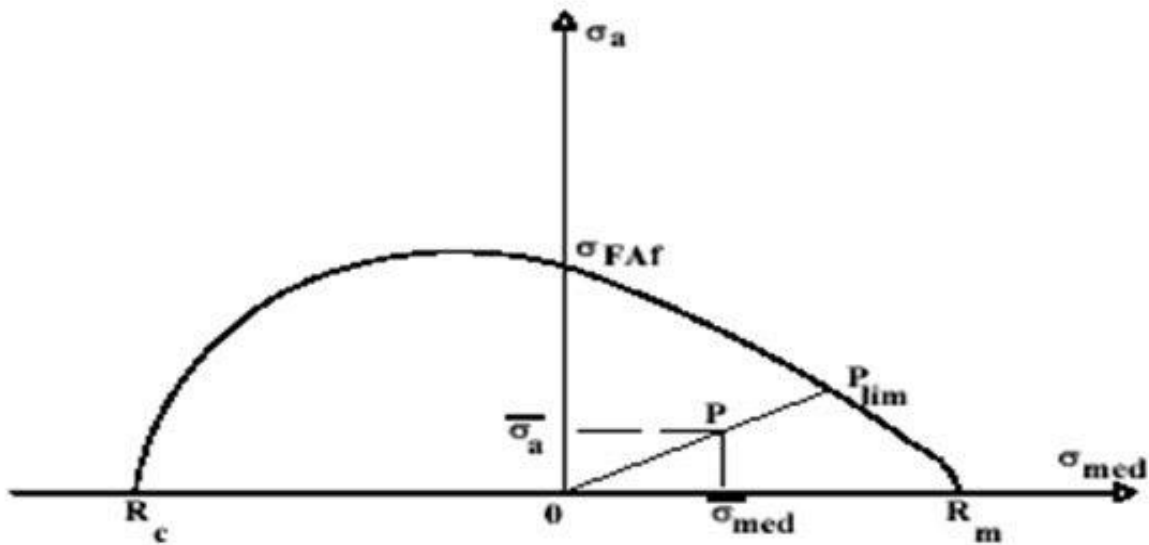
σ_{Fa} = è il limite a fatica ottenuto dai provini standard usati durante la prova in laboratorio per la determinazione del limite a fatica del materiale di cui il componente meccanico è fatto

5.4-Verifica di resistenza a fatica, e diagramma di Haigh

La resistenza a fatica di un materiale è differente a secondo che la componente media $\sigma_{med} = 0$, o $\sigma_{med} \neq 0$, infatti questa è legata allo sforzo massimo a cui il componente meccanico è sottoposto , e alla componente alternata, dalla relazione

$$\sigma_F = \sigma_{med} + \sigma_a \quad (5.4.1)$$

Per poter tener conto dell'effetto della sollecitazione media sulla resistenza a fatica, intruduciamo il diagramma di Haigh.



Questo diagramma riporta in ascissa le sollecitazioni medie, e in ordinata le ampiezze delle sollecitazioni limite. Da cui possiamo dedurre due situazioni differenti;

1) In questo caso la componente media, $\sigma_{med} = 0$, e la $\sigma_a = \sigma_F$, cioè componente alterna uguale al limite a fatica, siamo nel caso di limite di fatica alternata a flessione

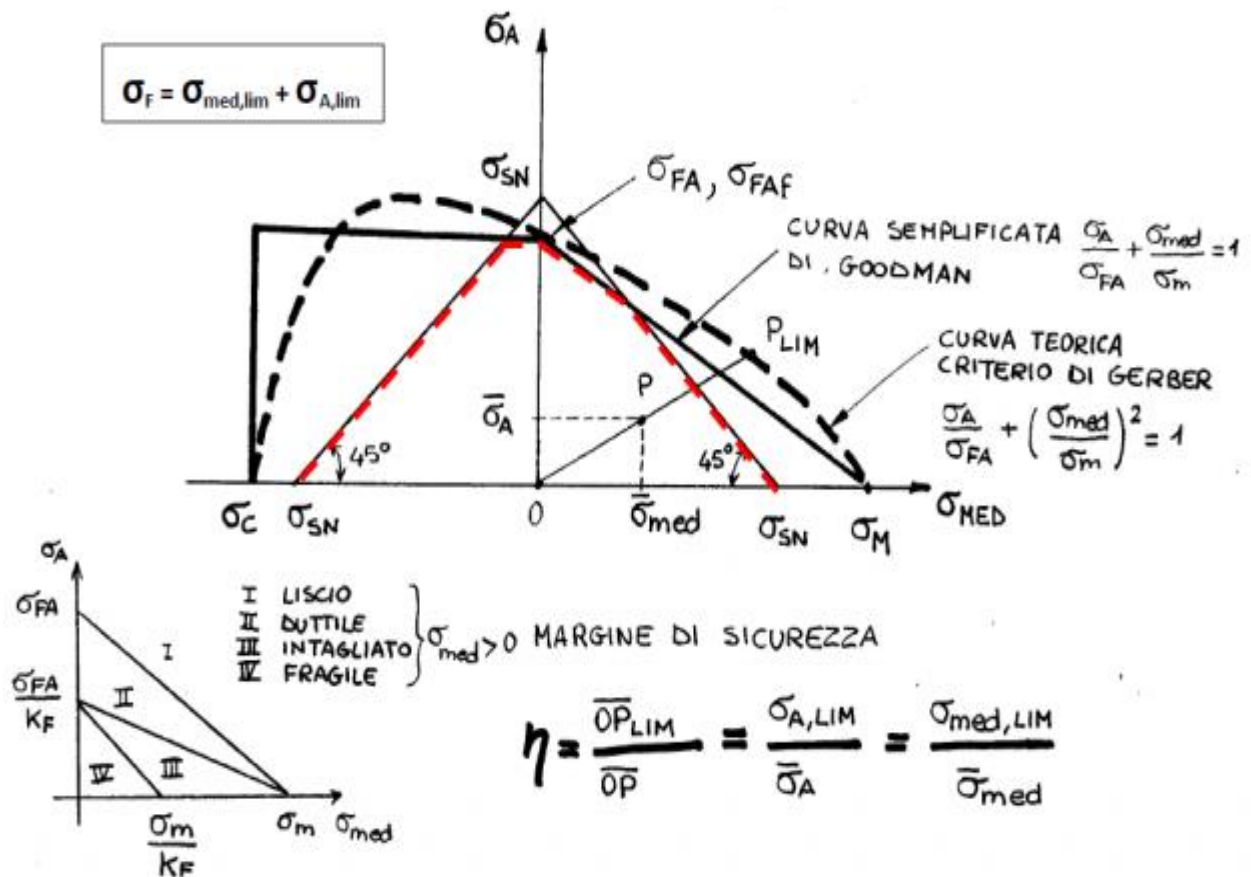
2) In cui la componente media è diversa da zero, e uguale al carico di rottura del componente meccanico $\sigma_{med} = \sigma_M = R_m$ mentre la componente alterna $\sigma_a = 0$, siamo nel caso di carichi assiali di trazione, e per $\sigma_M = R_c$ e $\sigma_a = 0$ siamo nel caso di carichi assiali di compressione, dove i valori R_m e R_c sono i carichi unitari di rottura a trazione e a compressione.

Per poter utilizzare il diagramma di Haigh si devono conoscere i valori di sforzo medio σ_{med} e di componente alterna σ_a , siamo in sicurezza solo se il punto (σ_{med}, σ_a) cade all'interno di questo diagramma.

Talvolta viene utilizzata anche la forma semplificata del diagramma di Haigh, come quella qui sotto, essa viene utilizzata per valutare il limite

a fatica del materiale di cui il componente meccanico è fatto, sfruttando i criteri di verifica di resistenza a fatica, da cui possiamo dedurre.

La forma semplificata viene ottenuta, dalla parte delle sollecitazioni medie positive congiungendo i punti $(\sigma_M, 0)$ e $(0, \sigma_F)$, e i punti $(\sigma_{SN}, 0)$ e $(0, \sigma_F)$, con due rette distinte. Mentre dalla parte delle sollecitazioni medie negative si tracciano le parallele agli assi delle ascisse e delle ordinate, passanti per i punti (σ_C) e (σ_F)



σ_M = Carico unitario a rottura a trazione

σ_{SN} = Carico unitario di snervamento

η = coefficiente di sicurezza

σ_c = carico unitario di rottura a compressione

σ_{FA} = limite a fatica

σ_a = componente alterna

Criteri per la verifica di resistenza a fatica

1) Criterio del Goodman;

è rappresentata dalla retta di equazione $\frac{\sigma_a}{\sigma_{FA}} + \frac{\sigma_{med}}{\sigma_M} = 1$ (5.4.2)

che interseca l'asse delle ascisse nel punto $(\sigma_M, 0)$ e l'asse delle ordinate nel punto $(0, \sigma_F)$

2) Criterio del Soderberg ;

è rappresentata sempre dalla retta di equazione $\frac{\sigma_a}{\sigma_{FA}} + \frac{\sigma_{med}}{\sigma_{sn}} = 1$

che interseca l'asse delle ascisse nel punto $(\sigma_{sn}, 0)$ e l'asse delle ordinate nel punto $(0, \sigma_F)$.

(5.4.3)

3) Criterio del Gerber;

è rappresentata dalla quadratica $\frac{\sigma_a}{\sigma_{FA}} + \left(\frac{\sigma_{med}}{\sigma_M}\right)^2 = 1$ rappresenta un

ramo di parabola (5.4.4)

interseca gli assi nei punti $(\sigma_M, 0)$ e $(0, \sigma_F)$ come nel criterio del Goodman

Per la verifica di resistenza fissato il limite massimo e minimo delle componenti medie e alterna , e i limiti a rottura o a snervamento , medianti i criteri qui sopra esposti si trova il limite a fatica σ_F , e noto η (coefficiente di sicurezza)

$$\text{Si impone, la condizione } \sigma_{Fmax} \leq \sigma_{amm} = \frac{\sigma_F}{\eta} \quad (5.4.5)$$

Nel caso che l'albero è sollecitato a carichi assiali di trazione o di compressione, più torsione avremo;

$$\sigma_{Fmax} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{amax} kfa}{b3}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau_{tmax} kft}{b2b3}\right)^2} \leq \frac{\sigma_F}{\eta} \quad (5.4.6)$$

Nel caso che l'albero è sollecitato a flessione torsione, invece si ha;

$$\sigma_{Fmax} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{fmax} kff}{b2b3}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau_{tmax} kft}{b2b3}\right)^2} \leq \frac{\sigma_F}{\eta} \quad (5.4.7)$$

Dove ;

kff, kft, kfa sono i coefficienti d'intaglio, nel caso di solo flessione, torsione e di solo carichi assiali di trazione o di compressione,e

σ_{amax} , τ_{tmax} , σ_{fmax} sono gli sforzi massimi a trazione, o compressione, a torsione e a flessione.

Se prendiamo come esempio l'albero del capitolo precedente, a asse verticale, sollecitato solo a trazione e a torsione, per un albero di diametro di 100mm si aveva;

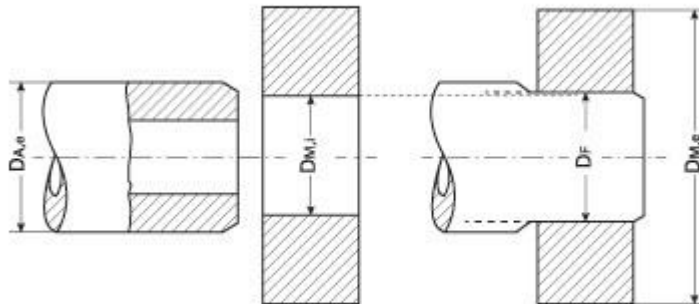
$$\sigma_{amax} = \frac{4P}{\pi d_1^2} = 24 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max} = \frac{16 Mt}{\pi d_1^3} = 12 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sn} = 240 \text{ MPa} \quad (\text{limite di snervamento})$$

Si consideri per ipotesi che lo sforzo medio, sia $\sigma_{med} = 0 \text{ MPa}$ (carichi alterni simmetrici).

Calettamento sull'albero forzato;



I limiti a fatica a solo torsione, e solo trazione si deducono dai rapporti di fatica in funzione del limite a rottura dell'albero :

- 1) $\frac{\sigma_{Fa}}{R_m}$ per carichi assiali alterni, varia tra 0,3 ÷ 0,45
- 2) $\frac{\tau_{Ft}}{R_m}$ per carichi a torsione simmetrici, varia tra 0,25 ÷ 0,35

Quindi nel caso che $R_m = 530 \text{ Nmm}^{-2}$

$\sigma_{Fa} = 0,45R_m$, e $\tau_{Ft} = 0,25R_m$ si sono trovati i seguenti valori

$\sigma_{Fa} = 240 \text{ MPa}$ essendo $\tau_{Ft} \leq \sigma_{Fa}$ consideriamo come limite a fatica $\sigma_{FA} = 240 \text{ MPa}$

$$\tau_{Ft} = 132 \text{ MPa}$$

Si ha una sigma equivalente , pari a $\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{Fa}^2 + 3\tau_{Ft}^2} = \sigma_{max} = 330 \text{ MPa}$.

Inoltre dal criterio di Soderberg ;

Per $\frac{\sigma_a}{\sigma_{FA}} + \frac{\sigma_{med}}{\sigma_{sn}} < 1$, cioè per una retta passante per i punti $(0, \sigma_F)$ e

$(0 \leq \sigma_{med} < \sigma_{sn}, 0)$, essendo $\rightarrow \sigma_{med} = 0MPa \rightarrow \frac{\sigma_a}{\sigma_{Fa}} = \frac{1}{\eta} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{Fa}} =$

$$\frac{330}{240} = \frac{1}{0,72}$$

$\eta =$ coefficiente di sicurezza $= 0,72$

$b_3 = 0,9$

$b_2 =$ coefficiente di dimensione $= 0,7$

Dalle formule;

$$\frac{\sigma_{max} k_{fa}}{b_3} \leq \frac{\sigma_{FA}}{\eta} \rightarrow K_{fa} = \frac{\sigma_{FA} b_3}{\eta \sigma_{max}} = \frac{240 \times 0,9}{0,72 \times 24} = 12,5$$

$$\frac{\tau_{max} k_{ft}}{b_3 b_2} \leq \frac{\tau_{FA}}{\eta} \rightarrow K_{ft} = \frac{\tau_{FA} \times b_3 b_2}{\eta \times \tau_{max}} = \frac{132 \times 0,9 \times 0,7}{0,72 \times 12} = 9,6$$

Che sono i coefficienti d'intaglio a solo trazione o a solo torsione.

Si proceda ora la verifica di resistenza a fatica ;

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{amax} k_{fa}}{b_3}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau_{tmax} k_{ft}}{b_2 b_3}\right)^2} \leq \frac{\sigma_F}{\eta} \rightarrow \sqrt{\left(\frac{24 \times 12,5}{0,9}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{12 \times 9,6}{0,9 \times 0,7}\right)^2} =$$

$$\frac{1}{0,72} \times \sqrt{240^2 + 3 \times 132^2} = 460MPa$$

Questa condizione ,rispetta le condizioni imposte dal limite di verifica a fatica.

Capitolo 6

Cuscinetti

6.1- Cuscinetti volventi

La ricerca di soluzioni costruttive mirate ad abbassare il coefficiente d'attrito nelle coppie cinematiche , hanno portato allo sviluppo di componenti meccanici in grado di trasformare l'attrito radente tra gli elementi di coppie cinematiche in movimento in attrito volvente, questi componenti meccanici sono detti cuscinetti volventi .Dove l'attrito radente dovuto allo scorrimento relativo tra parti mobili di coppie cinematiche viene sostituito da attrito volvente di elementi che rotolano , che possano essere rulli di varie forme o sfere, contenuti in gabbie compresi tra anelli e una gabbia distanziatrice che consente di mantenere a distanza costante durante la rotazione questi elementi volventi. I cuscinetti si suddividono a secondo la direzione preferenziale di carico, rispetto all'asse di rotazione dell'albero di trasmissione, in:

- 1)Cuscinetti radiali (o portanti)
- 2)Cuscinetti assiali (o spingenti)
- 3)Cuscinetti obliqui (o portanti-spingenti)

I cuscinetti radiali sono in grado di sopportare carichi prevalentemente perpendicolari all'asse di rotazione , mentre quelli assiali sono in grado di sopportare carichi prevalentemente in direzione parallela all'asse di rotazione, e i cuscinetti obliqui sopportano sia carichi in direzione perpendicolare e parallelo all'asse di rotazione.

6.2- Capacità di carico, durata e velocità di base dei cuscinetti.

Le dimensioni di un cuscinetto destinato ad una certa applicazione sono scelte in funzione della capacità di carico di questo, in relazione ai carichi che deve sopportare. Per esprimere questa capacità del cuscinetto di sopportare carichi, nei calcoli del dimensionamento dei cuscinetti si utilizzano due parametri, noti come coefficienti di carico dinamico e statico.

Coefficiente di carico dinamico (C) :

Il coefficiente di carico dinamico viene utilizzato nei calcoli che interessano cuscinetti sollecitati dinamicamente, esso esprime il carico sul cuscinetto a cui corrisponde una durata di base di 10^6 giri, i carichi che devono sopportare il cuscinetto al fine della determinazione del coefficiente di carico dinamico sono considerati costanti, sia in direzione che in grandezza, in modo puramente radiale o assiale.

Coefficiente di carico statico (C_0):

Il coefficiente di carico statico , viene considerato solo nel caso di velocità di rotazione molto basse e soggetti a oscillazioni molto lente, o in condizione statiche totali. Questo coefficiente è definito in conformità con le ISO 76-1987, come il carico che corrisponde a una sollecitazione di contatto , calcolata nel centro della zona di contatto tra il corpo volvente più caricato e la pista, pari a :

- 1) 4600 MPa, per cuscinetti orientabili a sfere
- 2) 4200 MPa , per cuscinetti a sfere non orientabili
- 3) 4000 MPa, per tutti i cuscinetti a rulli.

Durata :

Per durata si intende la velocità di rotazione espresso in giri , o il numero di ore di funzionamento che il cuscinetto può funzionare prima che si danneggi. Il metodo più semplice per calcolare la durata di base è quello di utilizzare questa formula:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (6.2.1)$$

In cui

L_{10} = durata di base, in milioni di giri

C = coefficiente di carico dinamico, in N

P = carico dinamico equivalente agente sul cuscinetto, in N

p = esponente della formula , pari

$p = 3$ nel caso di cuscinetti a sfere

$p = \frac{10}{3}$ per cuscinetti a rulli

$$L_{10h} = \frac{10^6 \left(\frac{C}{P}\right)^p}{60n} \quad (6.2.2)$$

L_{10h} = durata di base ,in ore di funzionamento

n = velocità di rotazione dell'albero in rpm

Carico dinamico equivalente:

Nel caso che il cuscinetto deve sopportare sia carichi dinamici assiali e perpendicolari, all'asse di rotazione ,questi devono essere trasformati in carico equivalente , inteso come quel carico che il cuscinetto deve sopportare e produrre nel cuscinetto le stesse deformazioni che produrrebbero i soli carichi assiali e radiali (perpendicolari all'asse di rotazione), se questi agirebbero da soli sul cuscinetto. Esso si ottiene dalla seguente formule :

$$1) P = XF_r + YF_a \rightarrow \frac{F_a}{F_r} > e \quad (6.2.3)$$

P = carico dinamico equivalente agente sul cuscinetto, in N

F_r = carico radiale effettivo agente sul cuscinetto, in N

F_a = carico assiale effettivo agente sul cuscinetto, in N

X = fattore relativo al carico radiale per il cuscinetto

Y = fattore relativo al carico assiale per il cuscinetto

e =coefficiente tabulato sul catalogo in funzione del rapporto, $\frac{F_a}{C_0}$

$$2) \quad P = F_r \rightarrow \frac{F_a}{F_r} \leq e \quad (6.2.4)$$

I fattori X e Y dipendono dal carico assiale e dal coefficiente di carico statico C_0 di base, secondo il rapporto $\frac{F_a}{C_0}$, mentre il coefficiente di carico statico C_0 in genere nel caso di puro carico assiale non deve superare il valore di $0,5C_0$, ma i cataloghi delle varie ditte costruttrici di cuscinetti in base alla tipologia di cuscinetto danno i valori sia del coefficiente di carico statico che dinamico.

Velocità base dei cuscinetti:

E' la velocità massima di esercizio del cuscinetto espresso in *giri/min*, a cui il cuscinetto può funzionare senza che si raggiungono temperature eccessivamente alte in grado di asciugare il lubrificante nel cuscinetto, portando all'inzeppamento del cuscinetto. In genere la massima velocità di rotazione non deve superare il 90% della velocità di base del cuscinetto. Inoltre i cuscinetti si danneggiano non solo per la mancanza di lubrificante, ma anche perché sono sollecitati a fatica (pitting), motivo principale quando i carichi che devono sopportare sono eccessivamente alti rispetto alle loro capacità funzionali che portano alla rottura del cuscinetto.

Esempio di calcolo;

Sempre nel caso dell'albero di sezione trasversale di 100 mm soggetto a carico tangenziali dovuti alla torsione (carico radiale), e carico assiale dovuto alla trazione di

$$\tau_{max} = 12MPa$$

$$\sigma_{max} = 24 MPa$$

Dovendo sopportare prevalentemente carichi dinamici assiali , utilizzeremo due cuscinetti a rulli, che sono in grado di coreggere eventuali disallineamenti dell'albero, al fine di distribuire meglio il carico che deve sopportare il singolo cuscinetto, in maniera che il carico assiale non venga sopportato da un solo cuscinetto.

Calcolo della forza radiale;

$$F_r = F_c = m\omega^2 \frac{d_1^2}{2} = \frac{2C_{max}}{d_1} = \frac{2 \times 2470 \times 10^3}{100} = 49400N$$

C_{max} = coppia massima trasmessa all'albero in Nm

Velocità di rotazione dell'albero;

$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 52,33 \text{ rd s}^{-1}$ per albero in questione , vedi tabella allegata paragrafo 4.1.

Carico assiale agente sull'albero;

Dalla tabella di fine paragrafo 4.4, $F_a = P_a = 188400N$ per l'albero di diametro pari a 100 mm. Mentre dalla tabella qui sotto riportata, per un albero di 100 mm avremo:

C_0 = coefficiente di carico statico di 560000 N

C = coefficiente di carico dinamico di 76500

Velocità di base 1400 giri/min

Dimensioni principali			Coefficiente di carico base		Carico limite di fatica	Velocità di riferimento		Dati tecnici
d	D	D _w	C	C ₀	P _u	Velocità di riferimento	Velocità limite	
mm			kN		kN	r/min		
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
4	14	2	4.15	8.3	0.95	7500	15000	AXK 0414 TN
5	15	2	4.5	9.5	1.08	6700	14000	▶ AXK 0515 TN
6	19	2	6.3	16	1.86	6000	12000	AXK 0619 TN
8	21	2	7.2	20	2.32	5600	11000	▶ AXK 0821 TN
10	24	2	8.5	26	3	5300	10000	▶ AXK 1024
12	26	2	9.15	30	3.45	5000	10000	▶ AXK 1226
15	28	2	10.4	37.5	4.3	4800	9500	▶ AXK 1528
17	30	2	11	40.5	4.75	4500	9500	▶ AXK 1730
20	35	2	12	47.5	5.6	4300	8500	▶ AXK 2035
25	42	2	13.4	60	6.95	3800	7500	▶ AXK 2542
30	47	2	15	72	8.3	3600	7000	▶ AXK 3047
35	52	2	16.6	83	9.8	3200	6300	▶ AXK 3552
40	60	3	25	114	13.7	2800	5600	▶ AXK 4060
45	65	3	27	127	15.3	2600	5300	▶ AXK 4565
50	70	3	28.5	143	17	2400	5000	▶ AXK 5070
55	78	3	34.5	186	22.4	2200	4300	▶ AXK 5578
60	85	3	37.5	232	28.5	2200	4300	▶ AXK 6085
65	90	3	39	255	31	2000	4000	▶ AXK 6590
70	95	4	49	255	31	1800	3600	▶ AXK 7095
75	100	4	50	265	32.5	1700	3400	▶ AXK 75100
80	105	4	51	280	34	1700	3400	▶ AXK 80105
85	110	4	52	290	35.5	1700	3400	▶ AXK 85110
90	120	4	65.5	405	49	1500	3000	▶ AXK 90120
100	135	4	76.5	560	65.5	1400	2800	▶ AXK 100135
110	145	4	81.5	620	72	1300	2600	▶ AXK 110145
120	155	4	86.5	680	76.5	1300	2600	▶ AXK 120155
130	170	5	112	830	93	1100	2200	AXK 130170
140	180	5	116	900	96.5	1000	2000	▶ AXK 140180
150	190	5	120	950	102	1000	2000	AXK 150190
160	200	5	125	1000	106	950	1900	▶ AXK 160200

I valori di X e Y, vengono valutati in funzione del rapporto, ma visto che ;

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{188400}{560000} = 0,33$$

$$\frac{F_a}{C_0} < e = 0,44$$

Dalle cose dette finora il carico equivalente è $P = F_r = 49400 N$

Quindi la durata del cuscinetto è:

$$p = \frac{10}{3}, \text{ cuscinetto a rulli}$$

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p = \left(\frac{76500}{49400}\right)^{10/3} = 4,23 \text{ in milioni di giri}$$

$$L_{10} h = \frac{10^6 \left(\frac{C}{P}\right)^p}{n60} = \frac{10^6 \times 4,23}{500 \times 60} = 141 \text{ ore di funzionamento prima di sostituire il cuscinetto.}$$

Questo per singolo cuscinetto .

Capitolo 7

Geometria delle pale, passo angolare e numero delle pale.

7.1- Passo angolare tra le pale di una Pelton

- La continuità di interazione del getto con le pale dipendono dal passo massimo tra le pale. Per garantire che la portata volumetrica della Pelton venga sfruttata al massimo, senza che vi siano perdite di carico cinetico, occorre che nel compiere un piccolo arco δ dalla situazione ottimale di ortogonalità, la particella liquida non deve anticipare la pala. Questo è solo possibile se il tempo t_p necessario alla pala per percorrere il piccolo arco δ sia minore di quello impiegato dalla particella liquida per percorrere lo stesso arco t_g

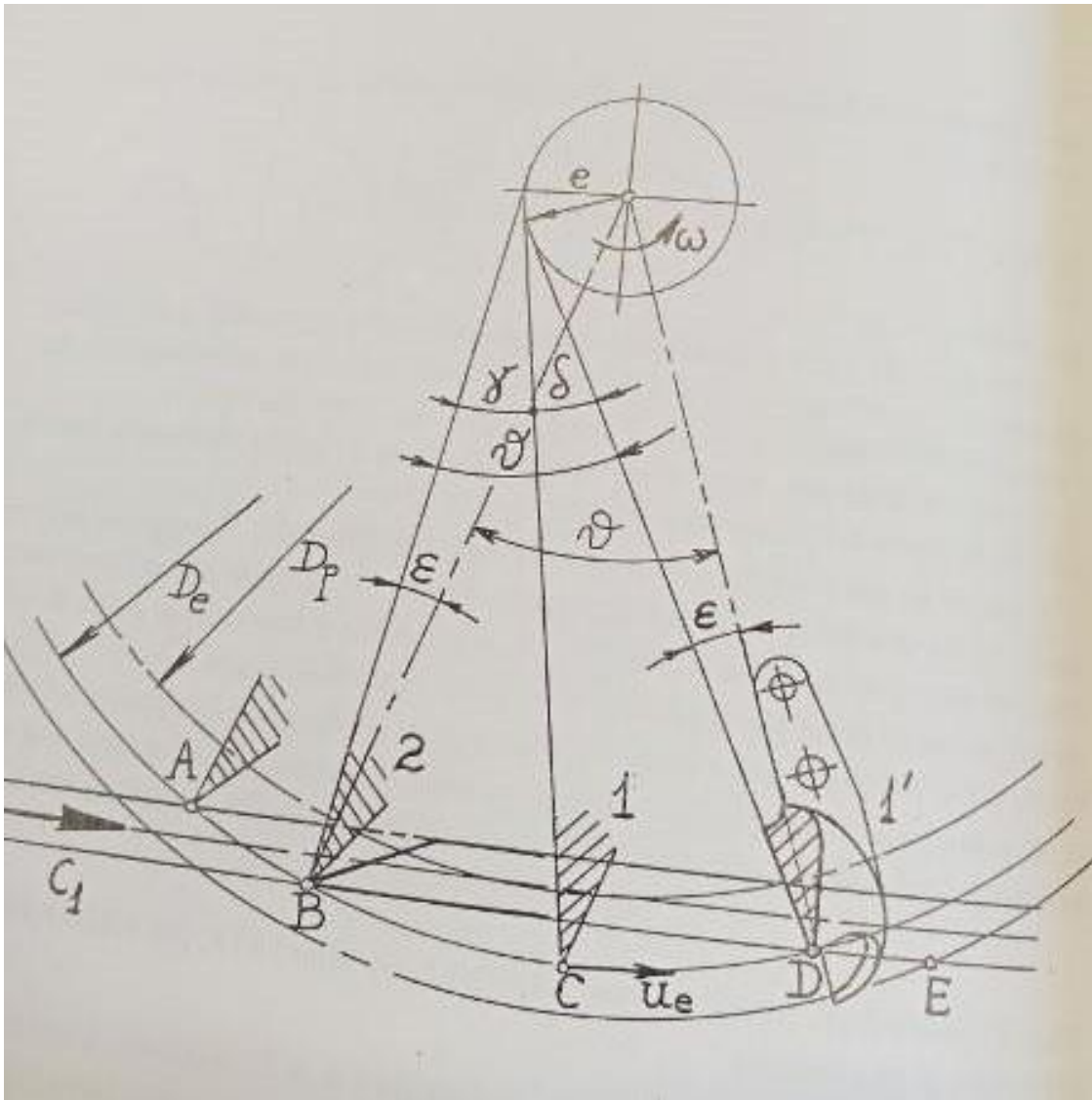
Quindi se;

$$\frac{\delta}{\omega} = t_p \quad (7.1.1)$$

$$\frac{De \sin(\vartheta - \gamma)}{c_1} = t_g \quad \text{occorre quindi che} \quad t_p < t_g \quad (7.1.2)$$

$$\text{Essendo} \quad u = \frac{De}{2} \omega \quad \text{abbiamo} \quad \frac{\delta}{\omega} < \frac{2u \sin(\vartheta - \gamma)}{\omega c_1} \quad \text{segue} \quad (7.1.3)$$

$$\delta < \frac{2u \sin(\vartheta - \gamma)}{c_1} \quad \text{e quindi il passo angolare} \quad \gamma = \vartheta - \delta \quad \text{deve soddisfare la condizione} \quad \gamma > \vartheta - \frac{2u \sin(\vartheta - \gamma)}{c_1} \quad (7.1.4)$$



$$\frac{D_e \sin(\vartheta - \gamma)}{c_1} = t_g \quad \text{occorre quindi che} \quad t_p < t_g \quad (7.1.5)$$

Essendo $u = \frac{D_e}{2} \omega$ abbiamo $\frac{\delta}{\omega} < \frac{2u \sin(\vartheta - \gamma)}{\omega c_1}$ segue (7.1.6)

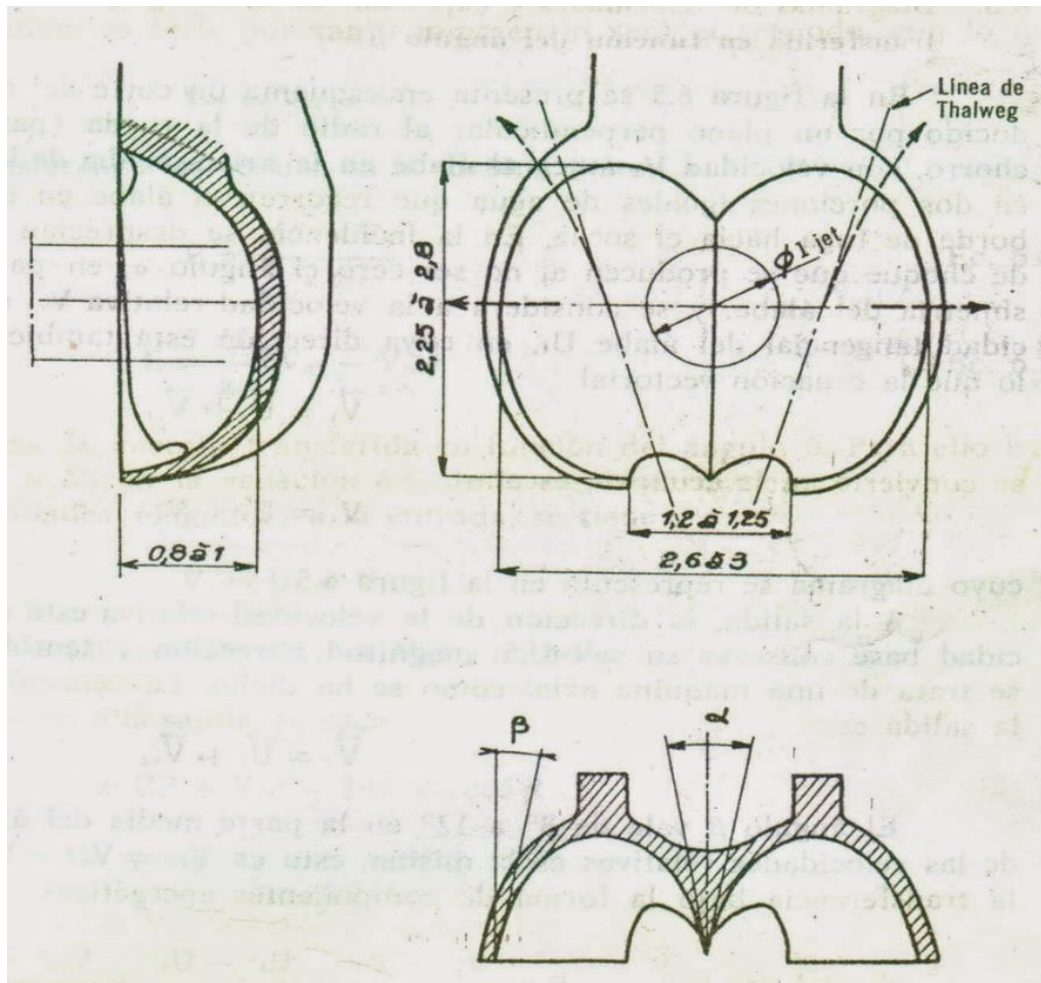
$\delta < \frac{2u \sin(\vartheta - \gamma)}{c_1}$ e quindi il passo angolare $\gamma = \vartheta - \delta$ deve soddisfare la condizione $\gamma > \vartheta - \frac{2u \sin(\vartheta - \gamma)}{c_1}$ (7.1.7)

$$\delta < \frac{2u \sin \delta}{c_1} \quad \rightarrow \quad \frac{c_1}{u} < \frac{2 \sin \delta}{\delta} \quad (7.1.8)$$

7.2- Numero delle pale e forma delle pale per una Pelton

Forma delle pale:

Le pale della girante di una Pelton hanno forma di doppio cucchiaino, sono lavorate internamente per ridurre l'attrito dell'acqua su di esse. La presenza nella zona centrale del coltello suddivide la pala in due semi pale a forma di elisse. La presenza del coltello devia il flusso d'acqua una volta che questo investe la girante di circa 180° , facendo il modo che la spinta del getto sulla singola pala sia massima. La forma del coltello è quella di un diedro, questa particolare forma dal punto di vista fluidodinamico migliora l'imbocco del getto di liquido nella pala. Se da un punto di vista progettuale la linea d'intersezione del coltello rispetto al vettore velocità relativa del fluido in ingresso è ortogonale, in modo di evitare deflessioni del flusso, verso il centro della girante o la periferia di questa allungando il cammino percorso dal fluido con conseguenti perdite per attrito.



Quindi l'inclinazione del coltello è un parametro fondamentale nel dimensionamento delle pale. Le dimensioni principali larghezza e altezza della pala, vengono determinati in funzione del diametro d dell'orifizio di uscita dell'ugello. Altri parametri che vengono usati per il dimensionamento delle pale sono, il rapporto $\frac{D_p}{D_e}$, tra la distanza dell'asse geometrico dell'ugello e il centro della pala, ed il diametro esterno della girante o il rapporto $\frac{c_1}{u}$, velocità ingresso e periferica della girante. La pala ha un angolo di uscita β_2 tale che il flusso in uscita non intercetti la pala successiva creando un effetto frenante, che, come abbiamo detto assume valori compresi tra 10° e 14° , più tale angolo aumenta più il getto di liquido si discosta dalla curvatura di 180° diminuendo la spinta sulla pala.

Nella parte centrale, appena sotto il centro della pala viene riportato un intaglio che ha la funzione di poter intercettare il getto d'acqua deviando il flusso su due pale contemporaneamente, per attenuare l'urto del getto sulla singola pala. Se l'intaglio non esistesse, si avrebbero conseguenti perdite di efficienza della turbina.

La presenza di questo intaglio con la presenza del tagliente indebolirebbe la pala strutturalmente. Infatti, se non si progetta l'intaglio sulla pala in maniera di non essere invasivo, si avrebbero dei cedimenti strutturali della pala.

Numero delle pale:

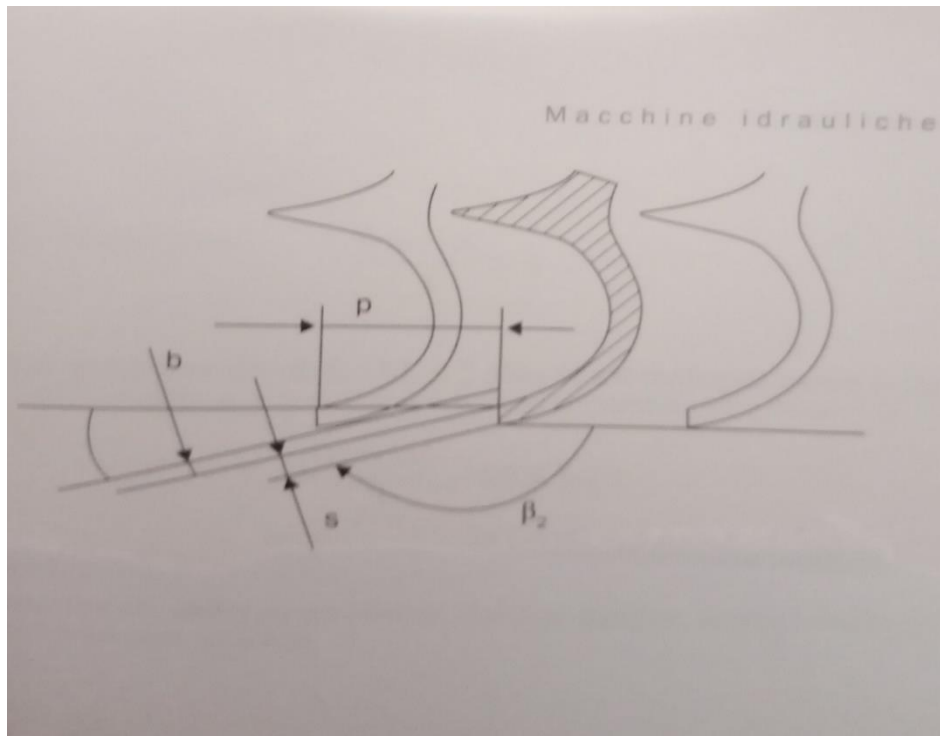
Il numero minimo di pale viene definito dalla capacità della pala di smaltire la portata d'acqua, senza, impattare sul dorso della pala successiva. Noto lo spessore b della pala, l'angolo β_2 e il diametro s del getto in uscita dalla pala è possibile calcolare il passo minimo tra due pale con la formula, $p_{min} = \frac{b+s}{\sin \beta_2}$ (7.2.1)

chiaramente noto il passo minimo tra due pale, divido per la circonferenza della girante per avere il numero delle pale. Altre formule che posso adottare che si trovano nei vari testi che parlano della Pelton sono;

$$z = \frac{D_p}{2d} + 15 \quad (7.2.2)$$

Esempio per una Pelton per cui il diametro della girante $D_p = 2,2m$ e il diametro dell'orifizio dell'ugello $d = 0,233m$,

il numero di pale è, $z = 20$ pale.



Dalle formule:

$$1) u = \pi n D_p$$

$$2) P_{u\ max} = Q\rho u^2 (1 + \psi \cos \beta_2)\eta_{t\ max}$$

$$3) z = \frac{D_p}{2d} + 15$$

E' deducibile che, se aumento il numero delle palette della girante, aumento anche la potenza che posso estrarre dalla turbina, però non posso aumentare quanto voglio il numero di pale, in quanto esiste un minimo al di sotto del quale con la turbina non posso estrarre la potenza prevista che vorrei estrarre. Ma anche un massimo per il quale non solo ho problema di funzionamento della turbina, il getto di liquido andrebbe a urtare sul dorso della pala che precede

rallentando la turbina, questo se aumento il numero di pale con il diametro della girante D_p costante, inoltre raggiungendo la velocità di fuga con l'aumento del diametro della girante D_p a parità di potenza massima che posso estrarre dalla turbina, avrei un calo di rendimento e di coppia trasmissibile alla turbina, e quindi anche di potenza. Inoltre, il passo tra due pale contigue minimo deve garantire lo smaltimento della portata senza che le pale contigue interagiscano fra loro.

Capitolo 8

Rendimenti di turbina.

8.1- Rendimento ugello o dell'iniettore

Il flusso d'acqua proveniente dalla condotta forzata che collega la turbina al bacino idrico superiore, oltre a subire una perdita di carico nell'attraversare la condotta forzata, arrivato all'iniettore della turbina subisce un'ulteriore perdita di carico nell'attraversare questo. Di conseguenza l'energia posseduta dal flusso d'acqua all'uscita dell'iniettore è differente dall'energia di pressione all'ingresso di questo, e quindi per definire la parte di energia di pressione trasformata in energia cinetica dobbiamo introdurre un rendimento dell'iniettore che tenga conto della frazione di energia di pressione trasformata in energia cinetica in uscita di questo.

Dalla 2.1.3 del capitolo 2, essendo;

$$c_1 = \varphi \sqrt{2gH_u} \rightarrow \varphi^2 = \frac{c_1^2}{2gH_u} \rightarrow \varphi^2 = \frac{c_1^2}{2gH_u} = \eta_g \quad (8.1.1)$$

Dove; η_g = rendimento dell'iniettore, dato che $0,98 < \varphi < 0,99$

Avremo; $0,98^2 < \eta_g < 0,99^2$

8.2- Rendimento idraulico e volumetrico

Rendimento idraulico:

Corrisponde alla frazione di energia relativa alla caduta utile, che viene trasformata in lavoro per vincere le resistenze passive che il liquido incontra nell'attraversare la turbina, e delle eventuali perdite per energia cinetica non recuperabile allo scarico. Può assumere valori variabili compresi tra $\eta_i \approx 0,88 \div 0,96$, dipende dalle dimensioni della turbina e dal numero di Reynolds, che il liquido che attraversa la turbina ha.

Per una Pelton il rendimento idraulico è esprimibile, anche come rapporto tra il lavoro specifico $L = u(c_1 - u)(1 + \psi \cos \beta_2)$, e il salto motore gHu ,

$$\eta_i = \frac{u(c_1 - u)(1 + \psi \cos \beta_2)}{gHu} \quad (8.2.1)$$

se introduciamo, un coefficiente per tener conto della relazione che intercorre tra velocità periferica e quella in uscita del getto (c_1), (coefficiente di velocità periferica) $k_p = \frac{u}{\sqrt{2gHu}}$, avremo che il rendimento idraulico è;

$$\eta_i = 2k_p(\varphi - k_p)(1 + \psi \cos \beta_2) \quad (8.2.2)$$

$$\text{dove } \varphi = \frac{c_1}{\sqrt{2gHu}} \text{ dalla 4.1.2} \quad (8.2.3)$$

$$\text{se } k_p = \frac{\varphi}{2} \rightarrow \eta_i = \frac{\varphi^2}{2}(1 + \psi \cos \beta_2) \rightarrow \varphi = \psi = 1 \rightarrow \eta_i = \frac{1 + \cos \beta_2}{2} \quad (8.2.4)$$

Si noti, che in questa ultima formula se $\cos \beta_2 = 1 \rightarrow \beta_2 = 0^\circ \rightarrow$

$\eta_i = \eta_i \text{max} = 1$, in questo caso, il rendimento è massimo, ma il flusso di liquido in uscita della pala investita da questo andrebbe urtare sul dorso della pala che segue. La conseguenza che si avrebbe è che la turbina

decelera il suo moto, con perdita di potenza e rendimento, questo è il motivo per cui si deve avere $10^0 < \beta_2 < 14^0$.

Durante il funzionamento, il coefficiente di velocità periferica è costante. Solo nei transitori, di avviamento e fermata della turbina o quando la turbina non lavora a un regime di velocità di rotazione costante, k_p varia. Dalla relazione

$\eta_i = 2k_p(\varphi - k_p)(1 + \psi \cos \beta_2)$, si vede che il rendimento idraulico varia in maniera parabolico con il variare del coefficiente k_p e per $k_p = \varphi \rightarrow \eta_i = 0 \rightarrow c_1 = u$

$\rightarrow w_1 = 0$ m/s in queste condizioni la turbina non è alimentata dal liquido(acqua), la portata volumetrica è nulla, ivi la potenza erogata. Questa è una situazione che si può avere ad esempio, quando si ha una caduta di carico elettrico dovuto a un corto circuito, in questo caso la turbina accelera il suo moto fino a raggiungere la velocità di fuga.

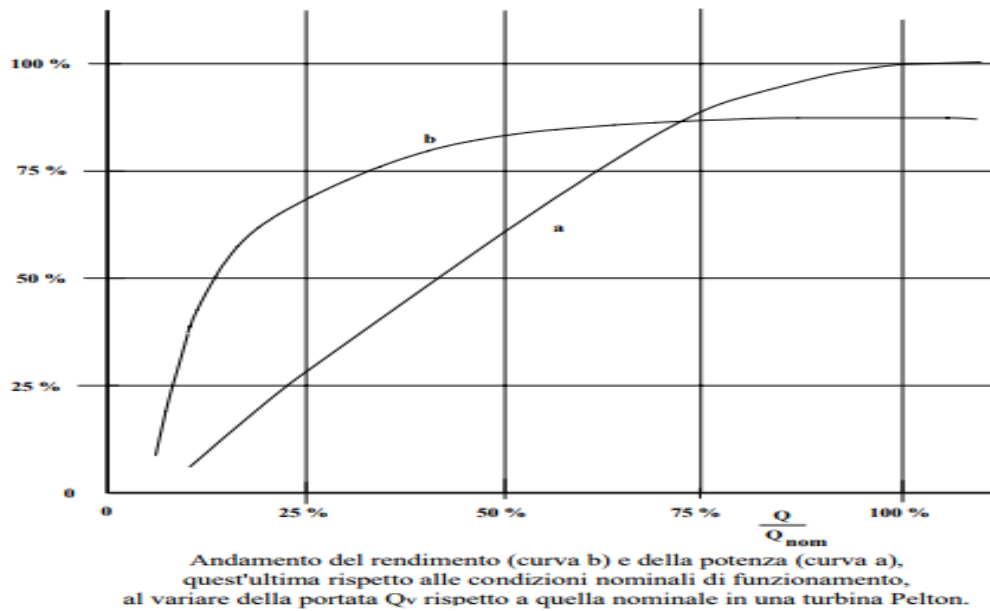
Rendimento volumetrico:

Esprime la perdita legata a quella frazione di liquido che sfuggendo non agisce sulla pala della turbina fornendo lavoro. Questo rendimento è sempre molto alto e normalmente è pari a uno, in genere viene indicato sui i vari testi con η_v

8.2-Rendimento organico e meccanico

Tiene conto della potenza che viene persa per attrito, nell'azionare gli ausiliari. In genere è pari a uno, eccetto nelle turbine di piccola potenza. In questo vi è compreso anche il rendimento meccanico, che tiene conto delle perdite di potenza meccanica dovuta agli attriti presenti tra le coppie cinematiche che costituiscono la turbina, poiché una parte di potenza meccanica durante il transitorio di avviamento, viene utilizzata per avviare la turbina, si ha che il rendimento meccanico è inferiore a uno. Dal diagramma qui sotto riportato, dove le curve di rendimento meccanico e potenza sono in funzione del rapporto di portata volumetrica effettiva e portata nominale $\frac{Q}{Q_{nom}}$ (portata relativa), è visibile che la curva di potenza meccanica non parte dagli origine degli assi. Questo lo si spiega appunto in quanto parte di essa viene utilizzata per ottenere l'avviamento della turbina, vincendo le resistenze che si oppongono all'avviamento della turbina (potenza a vuoto), inoltre il rendimento meccanico massimo è dell'ordine di $0,75 \div 0,80$.

8.3- Rendimento totale



Viene dato dal prodotto dei rendimenti esposti finora, in genere per una Pelton, si hanno valori prossimi a uno molto alti, mediamente una turbina Pelton ha rendimenti totale del 90%

$$\eta_t = \eta_v \eta_i \eta_m \eta_o \approx 0,9 \quad (8.3.1)$$

Capitolo 9

Ausiliari di turbina, regolazione di portata, velocità critica e di fuga, diagrammi caratteristici di una Pelton.

9.1-Ausiliari della turbina, funzionamento dell'iniettore e del tegolo deviatore.

Iniettore o ugello:

La funzione di questo dispositivo è quello di erogare la portata volumetrica richiesta dalla turbina Pelton, in funzione della richiesta di potenza elettrica. Il dispositivo ha una geometria al fine di garantire una portata volumetrica con un getto il più veloce possibile in uscita dall'iniettore, con una buona approssimazione la geometria che presenta il minimo rallentamento causato dall'attrito di parete con l'aria d'ambiente posto a valle dell'iniettore è quella circolare del getto. Al fine di evitare lo sfrangiamento del getto causato dalla distorsione dello stesso, dovuto, alla convergenza dell'ugello, occorre non solo che l'orifizio in uscita dell'ugello deve essere circolare ma anche il getto deve avere sezione circolare. Questa forma del getto permette di avere un'unica direzione, evitando che vi siano perdite volumetriche della portata inutili. La regolazione della portata volumetrica è possibile grazie all'introduzione dell'ago Doble (dal nome del suo inventore), che ideò questo dispositivo al fine di ottenere getti efficienti a portate parzializzate. La forma conica della spina ha lo scopo di evitare depressioni e cavitazioni dell'ugello, in maniera che le

particelle di liquido seguono traiettorie curvilinee con un aumento di pressione verso la spina, consentendo che il getto di liquido investa la girante in maniera unidirezionale a elevata velocità.

Tegolo deviatore:

La sua funzione è quella di deviare il flusso di portata erogata dall'ugello o iniettore, in maniera che nel caso in cui la richiesta cali bruscamente la velocità di rotazione non aumenti, raggiungendo quella di fuga. Impedendo, così che nella condotta forzata non nascono delle sovrappressioni con conseguenti colpi d'ariete in questa. Le variazioni di pressione che si hanno nella condotta forzata, che generano i colpi d'ariete dipendono dal tempo di chiusura dell'ago Doble (τ), e possono essere stimate secondo la formula suggerita da Allievi- Michaud, valida solo nel caso in cui la diminuzione di portata volumetrica per la chiusura dell'iniettore (ago Doble) avviene in maniera lineare per spostamenti assiali dell'ago Doble.

Formula Allievi- Michaud;

$$\Delta p = 2(L - s) \frac{\rho c_1}{\tau}, \text{ il valore del delta di questa formula è espresso in Pa} \quad (9.1.1)$$

L= lunghezza condotta in m

P= densità dell'acqua pari a 1000 kgm^{-3}

τ = tempo necessario all'interruzione di portata volumetrica in s.

c_1 = velocità di efflusso del getto di liquido in m/s

s = distanza della sezione trasversale della condotta da cui si manifesta il colpo d'ariete, misurata a partire dall'organo di chiusura della portata volumetrica, in m.

In genere i valori di Δp sono dell'ordine di 80 bar; quindi, la condotta forzata deve essere dimensionata e deve avere uno spessore per resistere pressioni di questo ordine di grandezza. Nel caso di brusca chiusura dell'ago Doble, al fine di evitare i colpi d'ariete nella condotta forzata con conseguente danneggiamento di questa, per un aumento della sovrappressione, deve intervenire il tegolo deviatore. L'interruzione di portata, deve avvenire dopo che il tegolo deviatore è intervenuto, l'intervento del tegolo deviatore consente di avere una regolazione graduale della portata volumetrica, per spostamenti assiali della spina o ago Doble.

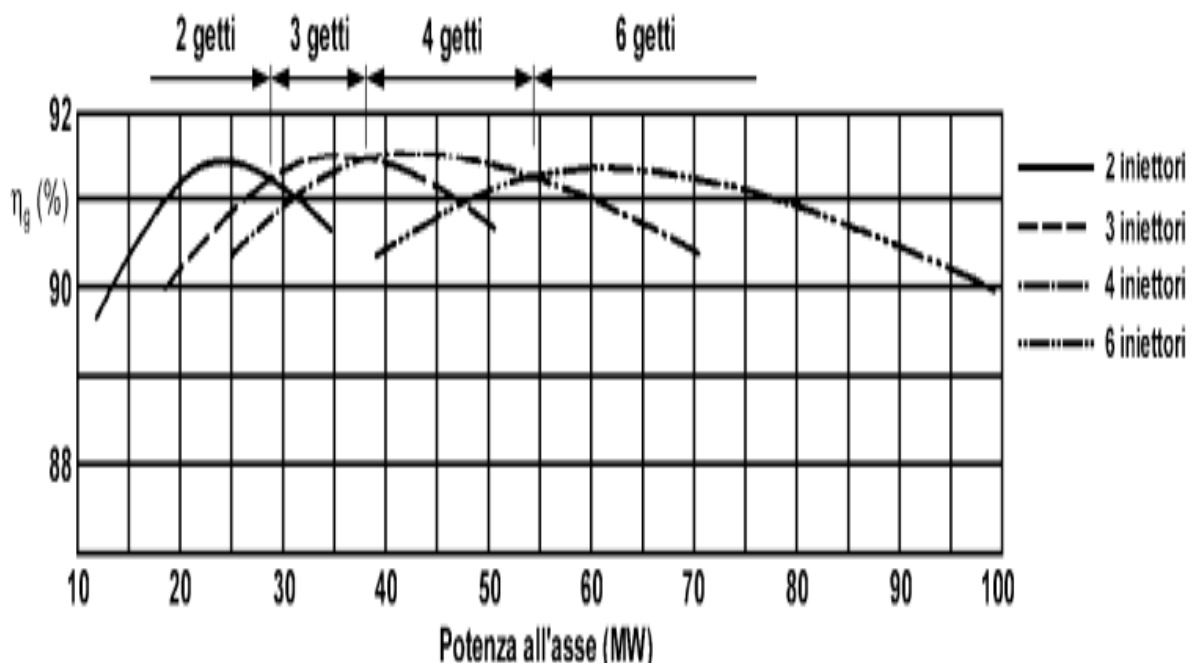
9.2- Regolazione di portata volumetrica

La regolazione di portata per le turbine Pelton a plurigetto, avvengono in maniera che ciascun getto possa essere regolato in maniera indipendente dagli altri, mediante l'azionamento del suo ago Doble (regolazione per laminazione), senza che il rendimento degli altri ugelli sia sostanzialmente alterato sia per la regolazione del singolo ugello o dalla caduta di rendimento di uno di essi. L'alimentazione di uno o più di essi può essere interrotta (parzializzazione di portata), senza avere sensibili riduzioni di portata elaborata e sensibili cadute di rendimento degli ugelli. La combinazione della regolazione di portata volumetrica per parzializzazione e per laminazione permette di ottenere regolazioni di potenza fornita dalla turbina, con conseguenti aumenti del rendimento totale della turbina.

Quindi una buona regolazione della portata volumetrica va a solo vantaggio della turbina stessa.

Riportiamo qui sotto le variazioni di rendimento per turbine Pelton plurigetto, al variare della potenza. Da cui si può osservare, che:

- 1) Se $\eta_g = \text{cost}$ una diminuzione di potenza della turbina, determina una diminuzione di portata volumetrica, e del numero dei getti secondo le 2.3.2, e 4.1.6, mentre il $\eta_t = \text{cost}$, in quanto $\varphi = \text{cost}$ e quindi il rendimento idraulico non varia, così come il rendimento totale di turbina.
- 2) Una diminuzione del rendimento η_g , determina una diminuzione della velocità di efflusso c_1 , e quindi a parità di portata e di potenza, un aumento del numero dei getti. Una diminuzione della velocità c_1 , determina una diminuzione del coefficiente φ , e quindi del rendimento idraulico e del rendimento totale della turbina η_t .



9.3- Velocità di fuga della turbina.

Corrisponde alla velocità di rotazione della girante, alla quale si annulla potenza e rendimento della turbina. E, individua la condizione di funzionamento per cui tutta la potenza generata dalla turbina viene assorbita dagli attriti e dagli ausiliari. Questo a causa di brusche variazioni di carico e cioè della potenza assorbita dall'utilizzatore, che determina un aumento della velocità di rotazione fino a raggiungere la velocità di fuga, con conseguenti sollecitazioni centrifughe proporzionali al quadrato della velocità periferica. Dalla relazione di k_p e di rendimento idraulico per cui il rendimento è massimo se $k_p = \frac{\varphi}{2}$, si determina che raggiunta la velocità di fuga, questa è doppia di quella che avrebbe la velocità di rotazione in condizioni ottimali, $u = \frac{c_1}{2} \rightarrow 2u = c_1$.

9.4- Velocità critica della turbina.

L'albero per via della sua massa possiede una velocità intrinseca detta, velocità critica naturale. L'insieme delle parti collegate all'albero abbassa tale velocità. La stima di questa velocità intrinseca, quando l'albero ha geometria semplice di circonferenza a diametro costante sono valutabili

con la formula, $w = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI_p}{m}} = 2\pi n$ (9.4.1)

Dove;

n = velocità massima di rotazione in g/s

$m = A\sigma$ con A area della sezione trasversale, σ densità d'area

l =lunghezza dell'albero

E= modulo di elasticità longitudinale in MPa

I_p = momento d'inerzia polare della sezione trasversale in mm^4

$A = \frac{\pi d_1^2}{4}$ con d_1 , diametro dell'albero

Raggiunta tale velocità le deformazioni diventano instabili e aumentano senza limite, per questo che la velocità di rotazione non deve superare certi limiti al fine di non avere deformazioni dell'albero incontrollabili. Nel caso che l'albero sia sollecitato a flessione, raggiunta la velocità critica dell'albero la deformazione trasversale della sua sezione o freccia aumenterebbe, fino a provocare la rottura dell'albero. Il progettista dovrebbe conoscere quale è il limite di velocità di rotazione per cui l'albero può funzionare, affinché questo possa lavorare senza avere pericolose deformazioni.

9.5- Diagrammi caratteristici di una Pelton.

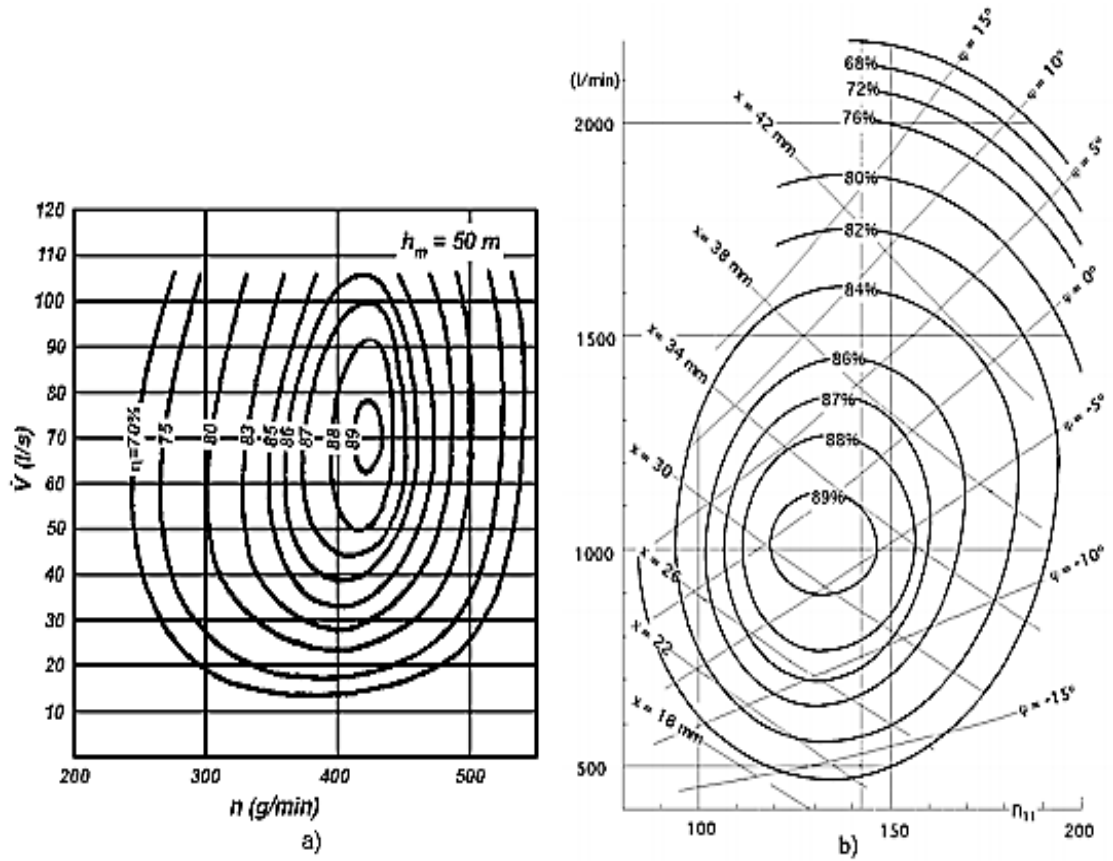
Curve di parzializzazione:

Mantenendo il numero di giri e il salto geodetico utile costanti, l'apertura dell'ugello fa variare la portata volumetrica, e di conseguenza la potenza erogata dalla turbina e il rendimento. Il diagramma in cui potenza erogata e rendimento variano con il variare della portata volumetrica è detto curve di parzializzazione.

Diagramma collinare o a conchiglia:

è il diagramma delle curve di iso rendimento in funzione della portata volumetrica $\frac{dV}{dt}$, e della velocità di rotazione n , assegnato il salto motore o la caduta utile per la turbina, essa permette di individuare in modo completo il funzionamento della turbina. Si può vedere a parità di velocità di rotazione con l'aumentare della portata volumetrica, poiché aumentano

le perdite idrauliche con il quadrato della velocità di efflusso, c_1 , e il rendimento diminuisce.



Conclusioni.

Il lavoro svolto in questa tesi è stato rivolto alla determinazione e caratteristiche operative e costruttive di una turbina idraulica prototipo di tipo Pelton. Partendo dalla rappresentazione in maniera generale delle caratteristiche delle turbine idrauliche, si sviluppa in maniera dettagliata e funzionale un modello di macchina assegnati i dati di progetto necessari per determinare i parametri di potenza e costruttive. Il fine di questa tesi è stata quella di spiegare la tecnica di progettazione per una turbina Pelton, tenendo presente quali sono le caratteristiche che la distinguono dalle altre turbine idrauliche.