



UNIVERSITÀ POLITECNICA DELLE MARCHE  
FACOLTÀ DI ECONOMIA “GIORGIO FUÀ”

---

Corso di Laurea Magistrale o Specialistica in Scienze Economiche e Finanziarie

**Polizze Vita Rivalutabili: il problema del tasso di  
rendimento minimo garantito**

**With – Profit Life Insurance Policies: the  
problem of the guaranteed minimum rate of  
return**

Relatore: Chiar.mo  
Prof. Manelli Alberto

Tesi di Laurea di:  
Pompili Massimiliano

Anno Accademico 2019 – 2020



## INDICE

INTRODUZIONE .....	2
<b>CAPITOLO - I IL RAMO VITA .....</b>	<b>4</b>
<b>I.1 NOZIONI GENERALI .....</b>	<b>4</b>
I.1.2 I soggetti del contratto di assicurazione.....	6
I.1.3 Classificazione per ramo dei prodotti Vita .....	7
<b>I.2 LE ASSICURAZIONI VITA TRADIZIONALI.....</b>	<b>8</b>
I.2.1 Assicurazioni caso vita .....	10
I.2.2 Assicurazioni caso morte .....	11
I.2.3 Assicurazioni mista.....	12
I.2.4 Le opzioni esercitabili.....	13
<b>I.3 LE ASSICURAZIONI VITA A PREVALENTE CONTENUTO FINANZIARIO.....</b>	<b>15</b>
<b>I.6 LE POLIZZE VITA NON TRADIZIONALI .....</b>	<b>16</b>
I.6.1 Assicurazioni adeguabili.....	18
I.6.2 Assicurazioni indicizzate .....	18
I.6.3 Assicurazioni rivalutabili. Cenni e rinvio .....	19
<b>CAPITOLO - II LE POLIZZE VITA RIVALUTABILI.....</b>	<b>19</b>
<b>II.1 PREMESSA .....</b>	<b>19</b>
<b>II.2 IL FONDO DI GESTIONE SEPARATA .....</b>	<b>21</b>
<b>II.3 L'ALIQUOTA O TASSO DI RETROCESSIONE .....</b>	<b>23</b>
<b>II.4 IL TASSO TECNICO .....</b>	<b>24</b>
II.4.1 Il rendimento minimo garantito.....	25
<b>II.5 L'ALIQUOTA O IL TASSO DI RIVALUTAZIONE .....</b>	<b>26</b>
<b>II.6 ESEMPIO DI RIVALUTAZIONE DELLA PRESTAZIONE .....</b>	<b>27</b>
II.6.1 Consolidamento .....	31
<b>CAPITOLO III - I RISCHI DELL'ATTIVITA' ASSICURATIVA PER LE POLIZZE VITA RIVALUTABILI.....</b>	<b>32</b>
<b>III.1 PREMESSA.....</b>	<b>32</b>

<b>III.2 RISCHI TECNICI</b> .....	33
<b>III.3 RISCHI FINANZIARI</b> .....	35
III.3.1 Rischio di tasso d'interesse .....	37
<b>III.4 RISCHI DELLE POLIZZE VITA RIVALUTABILI</b> .....	39
III.4.1 Rischio di rendimento minimo garantito.....	42
<b>III.5 ALTRI RISCHI</b> .....	45
<b>CAPITOLO IV - OPZIONI E CAPITALE MINIMO GARANTITO</b> .....	47
<b>IV.1 PREMESSA</b> .....	47
<b>IV.2 TEORIA DELLE OPZIONI</b> .....	48
IV.2.1 Valore e guadagno in un'opzione call .....	50
IV.2.2 Processi stocastici .....	52
IV.2.2.1 Processi di Markov .....	53
IV.2.2.2 Processi di Wiener .....	53
IV.2.2.3 Processi e Lemma di Ito.....	55
IV.2.4 Simulazione Monte Carlo .....	59
<b>IV.3 TEORIA DELLE OPZIONI E GARANZIA DI RENDIMENTO     MINIMO GARANTITO</b> .....	60
<b>CAPITOLO V - SIMULAZIONE DEL COSTO DI CAPITALE MINIMO GARANTITO</b> .....	64
<b>V.1 PREMESSA</b> .....	64
<b>V.2 SVILUPPO DEL MODELLO</b> .....	65
V.2.1 Generazione di numeri casuali .....	65
V.2.2 Simulazione rendimento del fondo .....	66
V.2.3 Costo del minimo garantito .....	67
<b>CONCLUSIONI</b> .....	72
<b>BIBLIOGRAFIA E RIFERIMENTI</b> .....	73
<b>SITOGRAFIA</b> .....	75



## INTRODUZIONE

L'assicurazione nasce dal bisogno dell'uomo di sottrarsi in anticipo dall'incertezza del futuro e dal bisogno di tutelare i propri valori economici connessi con la sua attività.

Il concetto di trasferimento del rischio ad un altro soggetto, non è affatto nuovo, infatti le prime forme di "assicurazione" risalgono addirittura all'antico Egitto e al popolo greco, dove avevano la forma di una garanzia sulla sepoltura in caso di morte. L'assicurazione, per come la intendiamo oggi però, sorge, con il commercio marittimo ed ha le sue prime manifestazioni nell'ambito dei rischi della navigazione. Con il tempo sono state introdotte anche polizze a tutela della vita umana, aprendo nuovi scenari per il settore. È solo recentemente però, che le polizze hanno assunto uno spiccato carattere finanziario, abbandonando quell'aspetto meramente di tutela dell'assicurato, in favore di uno, quasi esclusivamente, di tipo speculativo. È bene quindi andare ad abbracciare questi nuovi prodotti, cercando di capirne le potenzialità, ma soprattutto i limiti.

Il lavoro quindi si è incentrato sul conoscere il più possibile questi prodotti, focalizzando l'attenzione alle sole polizze rivalutabili del Ramo Vita I e V, per sviluppare poi, un modello per il loro calcolo.

I primi capitoli sono quindi caratterizzati da una corposa parte descrittiva, indispensabile per la conoscenza di un prodotto assicurativo non così noto a tutti e non di immediata comprensione.

Dopo questa parte iniziale, sono stati presentati tutti i rischi riguardanti le polizze rivalutabili, con enfasi sul rischio di tasso rendimento minimo garantito, sul quale si incentra la simulazione finale e che rappresenta il fulcro della gestione e delle previsioni nelle polizze vita rivalutabili.

Per arrivare al capitolo finale, è stato poi necessario dedicare un approfondimento alla teoria delle opzioni, abbinata al concetto di capitale minimo garantito e utilizzata per simulare l'andamento della gestione separata.

Infine, nell'ultimo capitolo si è provato ad immaginare alcuni scenari, calcolando così, i costi che la compagnia avrebbe nel garantire un rendimento minimo agli assicurati.

Obiettivo del presente lavoro è quello di andare delineare i possibili ragionamenti e considerazioni, che le imprese di assicurazione hanno l'obbligo di fare prima di lanciare un nuovo prodotto rivalutabile sul mercato. Si è cercato quindi di immedesimarsi nell'ottica di una compagnia, per arrivare a scegliere il giusto profilo di costi, consono con quello che è l'obiettivo della polizza in questione (obiettivo di risparmio e non di speculazione).

I risultati ottenuti, sono il frutto di semplificazioni nella scelta dei dati iniziali e di approssimazioni durante lo svolgimento del metodo eseguito; questo perché con il

presente lavoro non c'era la pretesa di andare a creare un modello di calcolo che fosse direttamente applicabile nel mercato dei prodotti rivalutabili, ma la semplice volontà di conoscere, capire e realizzare una struttura che potesse essere vicina alla realtà, per logica di ragionamento e coerenza dei risultati ottenuti.

## **CAPITOLO I**

### **IL RAMO VITA**

#### **I.1 NOZIONI GENERALI**

L'art. 1882 del Codice Civile definisce l'assicurazione come:

*“il contratto col quale l'assicuratore, verso il pagamento di un premio, si obbliga a rivalere l'assicurato, entro i limiti convenuti, del danno ad esso prodotto da un sinistro, ovvero a pagare un capitale o una rendita al verificarsi di un evento attinente alla vita umana”.*

Questa definizione introduce una prima fondamentale differenziazione all'interno dei contratti assicurativi, formando quelle che sono le due grandi macro-sezioni, cioè il ramo danni e il ramo vita<sup>1</sup>. La prima parte dell'art. 1882 c.c. fa riferimento

---

<sup>1</sup> Un ramo assicurativo è una categoria nella quale è possibile classificare le polizze che rientrano nella stessa tipologia di rischio, o in tipologie di rischio similari.



alle assicurazioni contro i danni, mentre la seconda parte si riferisce alle assicurazioni sulla vita.

Nel Ramo Danni la compagnia assicuratrice o l'assicuratore, si impegna, in cambio di un corrispettivo a risarcire l'assicurato, nel caso in cui un sinistro danneggi i suoi beni o la sua persona<sup>2</sup>. Possiamo così dire, che i contratti del Ramo danni assolvono principalmente, una funzione di tipo indennitario-risarcitoria.

Per quanto riguarda il Ramo Vita invece, la compagnia assicuratrice o l'assicuratore, a fronte del versamento del premio<sup>3</sup>, si impegna ad erogare un

---

<sup>2</sup> D. Lgs. 209 del 2005 Art. 2 comma 2, Classificazione rischi Ramo Danni: 1. Infortuni (compresi gli infortuni sul lavoro e le malattie professionali); prestazioni forfetarie; indennità temporanee; forme miste; persone trasportate; 2. Malattia: prestazioni forfetarie; indennità temporanee; forme miste; 3. Corpi di veicoli terrestri (esclusi quelli ferroviari): ogni danno subito da: veicoli terrestri automotori; veicoli terrestri non automotori; 4. Corpi di veicoli ferroviari: ogni danno subito da veicoli ferroviari; 5. Corpi di veicoli aerei: ogni danno subito da veicoli aerei; 6. Corpi di veicoli marittimi, lacustri e fluviali: ogni danno subito da: veicoli fluviali; veicoli lacustri; veicoli marittimi; 7. Merci trasportate (compresi merci, bagagli e ogni altro bene): ogni danno subito dalle merci trasportate o dai bagagli, indipendentemente dalla natura del mezzo di trasporto; 8. Incendio ed elementi naturali: ogni danno subito dai beni (diversi dai beni compresi nei rami 3, 4, 5, 6 e 7) causato da: incendio; esplosione; tempesta; elementi naturali diversi dalla tempesta; energia nucleare; cedimento del terreno; 9. Altri danni ai beni: ogni danno subito dai beni (diversi dai beni compresi nei rami 3, 4, 5, 6 e 7) causato dalla grandine o dal gelo, nonché da qualsiasi altro evento, quale il furto, diverso da quelli compresi al n. 8; 10. Responsabilità civile autoveicoli terrestri: ogni responsabilità risultante dall'uso di autoveicoli terrestri (compresa la responsabilità del vettore); 11. Responsabilità civile aeromobili: ogni responsabilità risultante dall'uso di veicoli aerei (compresa la responsabilità del vettore); 12. Responsabilità civile veicoli marittimi, lacustri e fluviali: ogni responsabilità risultante dall'uso di veicoli fluviali, lacustri e marittimi (compresa la responsabilità del vettore); 13. Responsabilità civile generale: ogni responsabilità diversa da quelle menzionate ai numeri 10, 11 e 12; 14. Credito: perdite patrimoniali derivanti da insolvenze; credito all'esportazione; vendita a rate; credito ipotecario; credito agricolo; 15. Cauzione: cauzione diretta; cauzione indiretta; 16. Perdite pecuniarie di vario genere: rischi relativi all'occupazione; insufficienza di entrate (generale); intemperie; perdite di utili; persistenza di spese generali; spese commerciali impreviste; perdita di valore venale; perdita di fitti o di redditi; perdite commerciali indirette diverse da quelle menzionate precedentemente; perdite pecuniarie non commerciali; altre perdite pecuniarie; 17. Tutela legale: tutela legale; 18. Assistenza: assistenza alle persone in situazione di difficoltà.

<sup>3</sup> Premio: dal lat. *praemium*, comp. di *prae-* «pre-» e *emĕre* «prendere, acquistare»; propr. «ciò che è preso prima»; nel linguaggio assicurativo, prezzo pagato da colui che si assicura all'impresa (o

capitale o una rendita nel momento in cui si verifica un evento attinente alla vita umana, come ad esempio il raggiungimento di un'età prefissata o il decesso. Nel Ramo Vita quindi, il contratto assicurativo svolge più funzioni tra le quali una funzione di tipo previdenziale, una funzione di risparmio e funzione di investimento.

### I.1.2 I soggetti del contratto di assicurazione

Nell'ambito delle assicurazioni e in particolare nell'assicurazione vita, diversi sono i soggetti che entrano in gioco, tra i quali si possono distinguere:

- l'assicuratore o la Compagnia di assicurazioni: soggetto che, a fronte della sottoscrizione di una polizza e del pagamento di un premio assicurativo, garantisce determinate prestazioni all'avverarsi degli eventi elencati nel contratto;
- il contraente: colui che sottoscrive il contratto e che accettando le clausole e le condizioni della polizza, e avendo l'interesse o la necessità a condividere o trasferire un rischio, si obbliga a versare il premio assicurativo. Può essere una persona fisica oppure una persona giuridica;

---

compagnia) di assicurazione come corrispettivo del trasferimento del rischio dal cliente alla compagnia. [www.Treccani.it](http://www.Treccani.it).

- l'assicurato: persona protetta dalla polizza assicurativa poiché esposta ad un rischio;
- il beneficiario: colui a cui è destinata la prestazione da corrispondere quando avviene un determinato evento.

I soggetti contraente, assicurato, beneficiario possono anche coincidere: in un solo soggetto, quando si ha un'assicurazione sulla propria vita ed a proprio favore; in due soggetti, nel caso di un'assicurazione sulla propria vita (contraente ed assicurato coincidono) ma a favore di una terza persona (beneficiario); in tre soggetti diversi, nel caso in cui l'assicurazione è stipulata da un soggetto (contraente) sulla vita di un'altra persona (assicurato) ma a favore di una terza persona (beneficiario).

### I.1.3 Classificazione per ramo dei prodotti Vita

Dal punto di vista normativo, la classificazione dei prodotti assicurativi del Ramo Vita, introdotta dalla direttiva 92/96/CE e recepita in Italia con il D. Lgs. 174 del 1995, e attualmente contenuta nell'art. 2 comma 1 del D. Lgs. 209 del 2005 (Codice delle Assicurazioni Private) prevede la suddivisione del Ramo Vita in sei Rami:

- Ramo I: Assicurazioni sulla durata della vita umana;

- Ramo II: Assicurazioni di nuzialità e di natalità;
- Ramo III: Assicurazioni di cui ai Rami I e II le cui prestazioni principali sono direttamente collegate al valore di quote di OICR o di fondi interni ovvero a indici o ad alti valori di riferimento;
- Ramo IV: Assicurazioni malattia e assicurazioni contro il rischio di non autosufficienza che siano garantite con contratti di lunga durata, non rescindibili, per il rischio di invalidità grave dovuta a malattia o a infortunio o a longevità;
- Ramo V: Operazioni di capitalizzazione;
- Ramo VI: Operazioni di gestione di fondi collettivi costituiti per l'erogazione di prestazioni in caso di morte, in caso di vita o in caso di cessazione o riduzione dell'attività lavorativa.

Un'ulteriore divisione delle polizze Vita le suddivide in tre categorie:

- le assicurazioni vita “tradizionali”;
- le assicurazioni vita “a prevalente contenuto finanziario”;
- le assicurazioni vita “non tradizionali”.

## **I.2 LE ASSICURAZIONI VITA TRADIZIONALI**

Con l'espressione "tradizionali", si intendono quelle forme assicurative che fondano la loro costruzione tecnica sulle ipotesi demografiche, finanziarie e di spesa, che sono indissolubilmente vincolate alla probabilità di vita e/o di morte dell'assicurato.

Ha senso parlare di polizze "tradizionali", nel momento in cui le si confronta con quelle sviluppatesi successivamente negli anni, a prevalente carattere finanziario, definite "di nuova generazione", che proprio per questa caratteristica abbandonano quella componente quasi esclusivamente assicurativa di rischio puro, spostando l'attenzione concentrandosi maggiormente su un aspetto finanziario e quindi su un rischio più speculativo<sup>4</sup>.

È possibile suddividere le polizze sulla vita in tre categorie, in base alle garanzie previste, che rappresentano il presupposto tecnico e normativo per tutte le altre polizze sulla vita. Si tratta delle:

- assicurazione caso vita;
- assicurazione caso morte;
- assicurazione mista.

---

<sup>4</sup> Rischio speculativo: rischi definiti "simmetrici", cioè che possono avere effetti sia negativi, sia positivi.

### I.2.1 Assicurazioni caso vita

Le assicurazioni caso vita garantiscono una prestazione se l'assicurato è in vita alla scadenza contrattuale.

Obiettivo delle assicurazioni caso vita è quello di costituire una disponibilità finanziaria in caso di vita ad una certa epoca. In generale, si possono avere differenti tipologie di contratti vita che si differenziano in base alla:

- tipologia della prestazione riconosciuta, che si distingue in:
  - capitale: la compagnia si impegna a pagare in un'unica soluzione, il capitale stabilito ad inizio contratto, se l'assicurato risulterà in vita ad una certa data;
  - rendita: la compagnia si impegna a corrispondere una rendita a partire da un'epoca prefissata, finché l'assicurato sia in vita.
- durata dell'obbligo contrattuale dell'assicuratore, che può essere:
  - a vita intera: il contratto è valido per tutta la durata residua di vita dell'assicurato;
  - temporaneo: la durata del contratto (limitata) è determinata al momento della stipula.
- decorrenza dell'obbligo contrattuale dell'assicuratore. Si parla di polizze:
  - immediate: gli effetti del contratto hanno inizio dal momento della sua sottoscrizione;

- differite: il contratto viene sottoscritto in un'epoca, ma i suoi effetti hanno inizio in un periodo successivo.

### I.2.2 Assicurazioni caso morte

La società si impegna al pagamento della prestazione assicurata al beneficiario qualora si verifichi la morte dell'assicurato.

Anche nelle assicurazioni caso morte è possibile distinguere diverse tipologie di polizze in base allo sviluppo temporale della prestazione dell'assicuratore; in particolare, tenendo conto che la prestazione è riconosciuta solo in forma di capitale, si hanno caso morte differenziate secondo:

- durata dell'obbligo contrattuale dell'assicuratore:
  - a vita intera: la copertura del caso morte è valida per tutta la vita residua dell'assicurato (prestazione certa da parte della compagnia);
  - temporanea: l'erogazione della prestazione dipende dal verificarsi dell'evento morte se avviene entro la durata della garanzia;
- decorrenza dell'obbligo contrattuale dell'assicuratore:
  - immediato: gli effetti del contratto hanno inizio dal momento della sua sottoscrizione;

- differito: il contratto viene sottoscritto in un'epoca, ma i suoi effetti hanno inizio in un periodo successivo.

### I.2.3 Assicurazioni mista

Le polizze miste sono così definite perché prevedono nella loro struttura, sia una componente della caso morte, cioè il pagamento di un capitale in caso di premorienza dell'assicurato, sia un elemento della caso vita, erogando cioè un capitale in caso di sopravvivenza ad una certa data. A fronte quindi del pagamento di un solo premio, all'assicurato viene garantito un capitale nel caso di sua sopravvivenza a scadenza del contratto o un capitale in caso di sua morte durante il periodo contrattuale; in quest'ultimo caso sarà il beneficiario a ricevere la prestazione (stabilita da contratto). È evidente come, essendo i due eventi assicurati "antagonisti", la compagnia risponderà al verificarsi di uno solo di essi,

La presenza del capitale caso morte detona finalità ancora essenzialmente previdenziale, ma allo stesso tempo la presenza di un capitale caso vita, trasforma la polizza da mero strumento assicurativo a strumento di risparmio e, per alcuni aspetti, di investimento finanziario (nel caso in cui l'assicurato è in vita a scadenza, la polizza diventa un semplice contratto a capitale differito).



Una delle assicurazioni miste più diffuse è, ed è stata la polizza mista ordinaria (o semplice), che prevede un periodo di differimento, durante il quale, se l'assicurato muore, viene riconosciuto al beneficiario il capitale previsto in caso di morte; mentre se l'assicurato è in vita al termine di tale periodo riceve la somma prevista per il caso vita. Si tratta quindi dell'unione di una polizza temporanea caso morte e di una polizza vita a capitale differito con, in questo caso, capitali assicurati dello stesso importo (nel caso invece, ad esempio, di una mista raddoppiata uno dei due capitali risulterebbe il doppio dell'altro). Va inoltre aggiunto che la mista ordinaria (così come altre tipologie di polizze miste) può essere stipulata a premi unici, a premi periodici o a premi periodici rivalutabili.

#### I.2.4 Le opzioni esercitabili

Le polizze vita tradizionali prevedono differenti prestazioni a seconda della tipologia di tariffa. È però possibile per il contraente andare a modificare quella che è la forma originaria della prestazione assicurata, oppure andare a posticipare il momento della sua erogazione. Questo è reso possibile da quelle che vengono chiamate le opzioni contrattuali. Tra le opzioni più diffuse, considerando che ogni forma tariffaria prevede o esclude alcune delle possibilità che seguono, rientrano:

- il riscatto: il contraente, trascorso un tempo minimo dalla stipula del contratto, detto periodo di carenza, interrompe in maniera anticipata il contratto, con conseguente liquidazione di un capitale calcolato secondo le condizioni previste dalla polizza. Generalmente il riscatto può essere sia totale, sia parziale;
- la riduzione: l'assicurato, dopo aver pagato almeno le prime tre annualità di premio, può interrompere il pagamento dei premi rimanenti, pur restando assicurato per un capitale inferiore rispetto a quello maturato sino a quell'epoca;
- la riattivazione: nei casi di riduzione, è generalmente prevista la possibilità di riattivare successivamente il contratto, reintegrando il pagamento dei premi arretrati maggiorati di interessi o semplicemente riprendendo il pagamento dei premi da un certo momento in poi (ovviamente nel secondo caso, la prestazione sarà comunque ridotta);
- le trasformazioni: attraverso una "ristrutturazione", il contratto assicurativo iniziale viene trasformato in uno diverso. Si può passare, ad esempio, da una mista ordinaria ad una assicurazione caso morte a vita intera, oppure trasformare una polizza a capitale differito in una a rendita vitalizia, ecc;
- prestito su polizza: il titolare di polizza può richiedere un finanziamento per un importo non eccedente il valore corrente del suo contratto di assicurazione, che funge da garanzia. Il prestito su polizza, quando previsto

dal contratto di assicurazione, generalmente non viene regolamentato, pertanto, per conoscere le effettive condizioni dello stesso deve essere effettuata una esplicita richiesta all'impresa;

- La controassicurazione: la garanzia di controassicurazione fa sì che la compagnia di assicurazione, in caso di decesso dell'assicurato durante un contratto caso vita, paghi una somma di importo pari al valore dei premi versati dall'assicurato, in favore degli eredi o di un eventuale beneficiario. In assenza di questa garanzia, invece, il decesso dell'assicurato, durante un contratto caso vita, permette alla compagnia di non rispettare più l'obbligazione originaria del pagamento del capitale o della rendita, mancando proprio il presupposto del contratto, cioè la vita dell'assicurato a scadenza contrattuale.

### **I.3 LE ASSICURAZIONI VITA A PREVALENTE CONTENUTO FINANZIARIO**

Le assicurazioni con il passare del tempo, spinte da esigenze di mercato e di concorrenza delle altre compagnie, hanno intrapreso un percorso che ha portato a cambiamenti al livello di struttura e al livello di principi tecnici delle polizze vita tradizionali (questo processo è chiamato finanziarizzazione<sup>5</sup>).

---

<sup>5</sup> L'incidenza progressivamente crescente delle attività finanziarie nel sistema economico.  
<https://dizionari.repubblica.it>.

L'obiettivo era quello di rendere queste nuove polizze a prevalente contenuto finanziario piuttosto che assicurativo, cioè incentrare maggiormente l'attenzione sulle potenzialità finanziarie piuttosto sul livello di coperture assicurative.

Questo nuovo modo di intendere le polizze vita si è concretizzato attraverso l'eliminazione dell'ipotesi demografica; così facendo il rischio di vita e/o di morte non influisce più nella determinazione della prestazione iniziale e finale, che dipende esclusivamente da tecniche e strategie finanziarie. Queste nuove polizze poi, per esaltare al massimo l'aspetto finanziario, investivano il premio, versato dal contraente, in attività mobiliari (con profilo rischio - rendimento elevato) piuttosto che in titoli a reddito fisso (basso profilo di rischio – rendimento), come avveniva per le polizze vita tradizionali.

Rientrano in questa nuova categoria di prodotti ad elevato contenuto finanziario:

- le polizze a premi unici ricorrenti;
- le polizze di capitalizzazione;
- le index linked;
- le unit linked.

## **I.6 LE POLIZZE VITA NON TRADIZIONALI**

---

Affinché una polizza vita rappresenti un valido strumento finanziario è necessario che questa sia in grado di proteggere il risparmio dell'assicurato dal fenomeno dell'inflazione.

In seguito all'ondata inflazionistica degli anni '70/'80 e all'elevato livello dei tassi di interesse di mercato, le polizze vita "tradizionali" si ritrovarono a non essere più un valido strumento di impiego del risparmio non riuscendo ad offrire un'adeguata protezione antinflattiva agli assicurati. Esse infatti, prevedevano premi e prestazioni predeterminati al momento della stipulazione del contratto, non considerando quindi, alcun aggiustamento in caso di rialzo dei tassi di interesse. Fu così che, per necessità, si pensò a nuove tipologie di polizze vita definite "non tradizionali", in grado di fronteggiare questo problema.

La novità di questi prodotti risiede nel fatto che il capitale assicurato, così come i premi, si adegua nel tempo (è quindi impossibilità prevedere con esattezza l'entità della prestazione finale, dal momento che questa è legata a parametri di adeguamento non fissi, ma variabili), e, così facendo contrasta gli effetti pregiudizievoli dovuti a fenomeni inflazionistici. I principali prodotti vita "non tradizionali" sono:

- le assicurazioni indicizzate;
- le assicurazioni adeguabili;
- le assicurazioni rivalutabili.

### I.6.1 Assicurazioni adeguabili

Sono forme assicurative in cui i premi restano costanti, mentre le prestazioni dell'assicuratore si adeguano annualmente in base all'aumento dell'indice del costo della vita, nella misura massima del 3%.

### I.6.2 Assicurazioni indicizzate

L'assicurazione indicizzata è una copertura che prevede la rivalutazione del premio e del capitale in base all'aggiornamento degli indici Istat collegati al costo della vita. Dunque, attraverso l'indicizzazione, si adeguano sia le somme assicurate che il premio versato dall'assicurato. Esistono due tipologie per questa assicurazione:

- a media indicizzazione: il premio varia meno rispetto alla prestazione dell'assicuratore (che si adegua nella misura pari al 50% del costo della vita);
- ad alta indicizzazione: il premio e la prestazione dell'assicuratore variano nella stessa misura.

### I.6.3 Assicurazioni rivalutabili. Cenni e rinvio

Nelle polizze vita rivalutabili il capitale viene adeguato riconoscendo all'assicurato un rendimento (o un rendimento minimo garantito) collegato ad una gestione separata interna alla compagnia, nella quale vengono investiti parte dei premi incassati.

Per una trattazione più puntuale e approfondita si rinvia al capitolo II.

## **CAPITOLO II**

### **LE POLIZZE VITA RIVALUTABILI**

#### **II.1 PREMESSA**

Tra le polizze “non tradizionali” più diffuse spiccano le polizze vita rivalutabili, che come le polizze adeguabili ed indicizzate, offrono una salvaguardia contro gli effetti prodotti dall'inflazione.

Alla base del loro funzionamento c'è la possibilità per l'assicurato di partecipare agli utili della società di assicurazione: la compagnia di assicurazione costituisce

un apposito fondo di gestione patrimoniale, separato dalle altre attività dell'impresa, attraverso il quale è gestito il risparmio previdenziale degli assicurati. Il fondo è costituito dai premi versati dagli assicurati, ed è dalla sua gestione, cioè dall'investimento di questi premi, che la compagnia di assicurazione ottiene annualmente un utile sotto forma di un rendimento finanziario. Una percentuale dell'utile così ottenuto verrà poi distribuita agli assicurati, tramite la rivalutazione delle somme versate. Nel caso poi sia prevista la clausola di rendimento minimo garantito, la compagnia si impegna annualmente o alla scadenza del contratto a garantire all'assicurato una rivalutazione percentuale minima della somma assicurata, anche in caso di rendimenti nulli o negativi ottenuti dalla gestione del fondo separato.

Uno dei vantaggi maggiori che questa polizza ha sempre offerto risiede nella sua flessibilità, infatti la redditività del fondo rispecchia l'andamento dei tassi di interesse presenti sul mercato, che a loro volta sono influenzati dal tasso di inflazione, anche se così facendo la compagnia di assicurazione si fa carico di un rischio e di un costo molto maggiori.

Sintetizzando quanto appena detto, tutte le forme assicurative dei Rami I e V che presentano le seguenti caratteristiche unificanti possono essere definite polizze vita rivalutabili:



- una parte del premio versato confluisce in un apposito fondo speciale (gestione separata), che deve essere gestito e contabilizzato separatamente dalle altre attività dell'impresa di assicurazione;
- il capitale assicurato si rivaluta in proporzione al rendimento della gestione separata;
- viene garantito un rendimento minimo.

Al di fuori di queste caratteristiche imprescindibili, ci sono alcuni elementi contrattuali dei prodotti vita rivalutabili che possono variare da polizza a polizza, come ad esempio la presenza di premi unici, di premi unici ricorrenti o di premi periodici; oppure ancora si possono avere polizze temporanee o polizze a vita intera, e così via.<sup>6</sup>

## **II.2 IL FONDO DI GESTIONE SEPARATA**

Le compagnie assicurative costituiscono un apposito fondo di gestione patrimoniale separato da tutte le altre attività della stessa impresa, sia da un punto di vista patrimoniale, sia da un punto di vista finanziario, nel quale confluiscono e vengono

---

<sup>6</sup> FLOREANI A. – RIGAMONTI S. *La gestione dei rischi finanziari nelle polizze vita rivalutabili*, Milano: I.S.U. Università cattolica, 1999, p. 16, 17.

gestiti finanziariamente i premi degli assicurati e gli utili provenienti dalle operazioni di investimento dei premi stessi. Più esattamente non sono i premi nella loro interezza ad essere investiti nel fondo di gestione, bensì la riserva matematica relativa ai singoli premi versati dagli assicurati. Per specifica disposizione di legge<sup>7</sup>, l'assicuratore deve far confluire nel fondo attività, una somma tale da eguagliare l'ammontare delle riserve matematiche, in quanto in ogni momento queste, non possono essere inferiori al valore delle prestazioni maturate sino a quell'istante. I fondi di gestione investono le loro attività sul mercato finanziario, in particolar modo in titoli a reddito fisso, proprio perché la natura di una polizza vita è quella di un investimento a medio-lungo termine con limitato rischio finanziario. Generalmente, quindi, essi sono costituiti per un 70% da titoli di stato, per un 20% da titoli obbligazionari, italiani ed esteri, e per il restante 10% da titoli azionari, liquidità ed immobili. Il fondo, come risultato della sua attività di investimento, ottiene ogni anno un certo rendimento finanziario determinato secondo una contabilità basata sul criterio del costo storico, quindi, sul valore di acquisizione degli attivi (in sostanza, il rendimento è dato da cedole, dividendi, plusvalenze al netto di eventuali minusvalenze), rendimento che viene certificato ogni anno da apposite società di revisione. Il rendimento del fondo è quindi quella percentuale

---

<sup>7</sup>Provvedimento IVASS n. 68 del 14/02/2018, Art. 9 Capo III Attività della gestione separata.

che indica l'interesse prodotto annualmente dalla gestione patrimoniale del fondo stesso: è il risultato della sua capacità di investimento finanziario<sup>8</sup>.

### **II.3 L'ALIQUTA O TASSO DI RETROCESSIONE**

L'aliquota di retrocessione rappresenta quella parte, o percentuale, del rendimento del fondo di gestione separata che ogni anno la compagnia retrocede, ossia riconosce, all'assicurato e che viene applicata per la rivalutazione delle somme assicurate.

In tutte le polizze rivalutabili, alla condizione contrattuale speciale che disciplina questo punto, è specificata la misura dell'aliquota di retrocessione (è, cioè determinato con esattezza quanto dell'interesse prodotto dal fondo viene distribuito agli assicurati). Generalmente la misura dell'aliquota non è inferiore all'80%; ovviamente più si avvicina al 100%, più le prestazioni dell'assicurato ne beneficeranno. È importante sottolineare che in alcune tipologie di polizze rivalutabili, soprattutto quelle di più recente generazione, non è prevista una aliquota di retrocessione in maniera esplicita, o meglio si stabilisce che la partecipazione dell'assicurato al rendimento finanziario ottenuto dal fondo di

---

<sup>8</sup> SANTOBONI F. – CHESSA G. – FERRAZZI G. – GAGLIARDINI L. – LOZZI G. – NOVELLI R. *Manuale di gestione assicurativa: intermediazione e produzione*, Padova, Cedam, 2012. p. 53, 54.

gestione sia del 100%; tuttavia, la compagnia per remunerare la sua attività di gestione finanziaria tratterà una commissione di gestione espressa come una percentuale fissa, che andrà a decurtare la misura del rendimento effettivamente riconosciuta all'assicurato. In questo caso, è evidente come il meccanismo finanziario di partecipazione dell'assicurato ai rendimenti venga ad assumere una connotazione molto più vicina a quella tipica dei prodotti di gestione del risparmio più tradizionali.

#### **II.4 IL TASSO TECNICO**

Caratteristica peculiare del business assicurativo è quella di vedere incassati i premi (ricavi), prima di aver erogato le corrispettive prestazioni (costi) agli assicurati (inversione del ciclo produttivo costi-ricavi) ed è proprio questa peculiarità che induce l'assicuratore a riconoscere anticipatamente all'assicurato un tasso di interesse sui premi da quest'ultimo versati, riconoscere cioè un tasso di interesse che la compagnia di assicurazione prevede di ricavare dall'investimento finanziario dei premi.

Il tasso tecnico, se presente, viene indicato nella clausola di rivalutazione contenuta nelle condizioni di polizza, non è altro che quel tasso di interesse fisso, riconosciuto e anticipato dall'impresa in via preliminare per ottenere il capitale o la rendita

inizialmente assicurati. La rivalutazione nelle polizze in cui è presente un tasso tecnico deve tenere conto di questa anticipazione di interesse (sconto sul premio) e che quindi il rendimento da riconoscere e da applicare alla prestazione dell'assicurato dovrà essere ridotto di un importo pari all'interesse già anticipato, cioè dovrà essere ridotto di un valore pari a quello del tasso tecnico.

Nelle polizze in cui non è previsto il tasso tecnico, e dove quindi, non vi è anticipazione di interesse, la detrazione in oggetto non avviene e quindi il tasso di rivalutazione riconosciuto all'assicurato coinciderà con quello di retrocessione.

#### II.4.1 Il rendimento minimo garantito

Un altro elemento di notevole importanza nelle polizze vita rivalutabili è rappresentato dal concetto di rendimento minimo garantito. Mentre il tasso tecnico è un rendimento già calcolato nella prestazione iniziale, il rendimento minimo garantito è un tasso di interesse che viene applicato ex post, anno per anno, se il rendimento effettivo, della gestione separata, è minore di quello garantito. Nella pratica quindi, una polizza vita rivalutabile che prevede un rendimento minimo, si comporta come se avesse una soglia (“floor”) al di sotto della quale il rendimento riconosciuto all'assicurato non può scendere. L'assicuratore per il calcolo della rivalutazione utilizzerà il valore maggiore tra il rendimento ottenuto dalla gestione

separata e il rendimento minimo previsto dal contratto. Esiste però una differenziazione nella modalità di rendimento minimo garantito offerta agli assicurati:

- a base annua;
- a liquidazione.

Nel primo caso, cioè di rendimento minimo garantito su base annua, la prestazione dell'assicurato viene rivalutata con ricorrenza annuale sulla base del valore massimo tra il rendimento retrocesso del fondo e il rendimento minimo garantito. Nel secondo caso invece, con rivalutazione al momento della liquidazione, la prestazione che l'assicurato riceverà sarà il valore massimo tra quello ottenuto applicando in tutti i periodi i rendimenti retrocessi del fondo a gestione separata e quello ottenuto applicando in tutti i periodi il rendimento minimo garantito.

## **II.5 L'ALiquOTA O IL TASSO DI RIVALUTAZIONE**

L'aliquota di rivalutazione indica la percentuale dell'interesse prodotto dal fondo di gestione separata della compagnia che viene annualmente ed effettivamente applicata alle somme assicurate per rivalutarle. Riprendendo quindi i concetti di aliquota di rendimento, di tasso tecnico e di rendimento minimo garantito si arriva

ad ottenere quella che è la formulazione basilare di come avviene la rivalutazione della prestazione dell'assicurato, sia nel caso di presenza o assenza di tasso tecnico, sia in presenza o assenza di rendimento minimo garantito.

Tenendo conto che:

$$\text{rend. retrocesso} = \text{rend. gestione separata} * \text{aliquota di retrocessione}$$

Risulta che:

$$\text{tasso di rivalutazione (T.R)} = \frac{\text{rendimento retrocesso} - \text{tasso tecnico}}{(1 + \text{tasso tecnico})}$$

E nel caso di rendimento minimo garantito:

$$T.R. = \frac{\text{Max}(\text{rend. retrocesso}; \text{rend. min. garantito}) - t. \text{ tecnico}}{(1 + \text{tasso tecnico})}$$

## **II.6 ESEMPIO DI RIVALUTAZIONE DELLA PRESTAZIONE**

Poniamo di avere i seguenti dati:

- rendimento del fondo = 6%

- aliquota di retrocessione = 80%
- rendimento minimo garantito = 1%
- capitale assicurato 100.000 €

Esaminiamo il caso in cui si abbia:

1. tasso tecnico = 0%
2. tasso tecnico = 3%
3. tasso tecnico = 4%

Calcoliamo innanzitutto il rendimento distribuito (retrocesso) all'assicurato, uguale (per ipotesi) in tutti e tre i casi, cioè:

$$6\% \cdot \frac{80}{100} = 4,8\%$$

Caso 1:

Nel primo caso non abbiamo tasso tecnico per cui il tasso di rivalutazione coincide con quello del rendimento retrocesso all'assicurato:

$$4,8\% - 0\% = 4,8\%$$



Avendo assicurato un capitale iniziale di 100.000 €, l'assicurato dopo avere visto rivalutato il suo capitale si aspetta di ricevere il valore di:

$$100.000 \cdot (1 + 0,048) = 104.800\text{€}$$

Caso 2:

In questo caso è presente anche un tasso tecnico del 3% che deve essere detratto dalla percentuale di rendimento retrocesso:

$$4,8\% - 3\% = 1,8\%$$

Poiché poi il tasso tecnico è calcolato e riconosciuto in anticipo, questo deve essere attualizzato, cioè scontare la percentuale di rivalutazione al tasso del 3% annuo:

$$1,8 \cdot \frac{1}{1,03} = 1,75\%$$

Come nel caso precedente ottenuto il tasso di rivalutazione, si procede alla rivalutazione del capitale assicurato:

$$100.000 \cdot (1 + 0,0175) = 101.750\text{€}$$

Caso 3:

Come per il caso precedente, procediamo al calcolo del tasso di rivalutazione, tenendo conto che il tasso tecnico è del 4% in questo caso:

$$4,8\% - 4\% = 0,8\%$$

Attualizzando il tasso di rendimento da retrocedere all'assicurato otteniamo:

$$0,8\% \cdot \frac{1}{1,04} = 0,77\%$$

Ci accorgiamo però che in questo caso il tasso di rivalutazione, ottenuto con i risultati della gestione del fondo, risulta minore del tasso di rendimento minimo garantito all'assicurato di importo pari all'1%. La rivalutazione del capitale avverrà quindi, non con il valore ottenuto dalla gestione, ma con il tasso di rendimento minimo, si avrà:

$$100.000 \cdot (1 + 0,01) = 101.000\text{€}$$

### II.6.1 Consolidamento

Altro elemento tipico delle polizze vita rivalutabili è la possibilità, per l'assicurato, di vedere consolidata la propria prestazione. Il consolidamento consiste nel mantenere gli interessi (la rivalutazione) maturati negli anni precedenti nel valore del capitale investito, che quindi risulterà incrementato ogni anno di una certa percentuale rispetto l'anno precedente; in altre parole la rivalutazione riconosciuta annualmente all'assicurato sulla prestazione finale, si capitalizza e rimane acquisita in maniera definitiva.

Riprendendo l'esempio del caso 1, sopra esposto, e ipotizzando la stessa percentuale di rivalutazione, del 4,8%, di anno in anno si avrà:

Tab II.6.1 Consolidamento della prestazione

Anno	Capitale inizio anno	Capitale fine anno
1° anno	100.000	104.800
2° anno	104.800	109.830
3° anno	109.830	115.101
4° anno	115.101	120.627

## CAPITOLO III

### I RISCHI DELL'ATTIVITA' ASSICURATIVA PER LE POLIZZE VITA RIVALUTABILI

#### III.1 PREMESSA

L'attività assicurativa si fonda sul concetto del trasferimento e della trasformazione del rischio: un soggetto decide di trasferire un rischio, che per lui sarebbe troppo oneroso da sopportare, ad una compagnia di assicurazione, che attraverso il principio mutualistico<sup>9</sup> e tramite procedimenti di tipo stocastico (di notevole importanza è la legge dei grandi numeri)<sup>10</sup>, trasforma e approssima quel valore incerto per il singolo, in un valore "certo" per sé stessa.

Come già detto, nell'attività assicurativa i ricavi (premi) giungono prima dei costi (prestazioni) e la compagnia, dovendo investire i premi per poter finanziare le prestazioni future, deve necessariamente fare delle stime probabilistiche, ed è proprio dalla loro qualità e dalla loro applicabilità, che si determina il grado di

---

<sup>9</sup> Principio mutualistico: un gruppo di individui esposti allo stesso rischio si organizza affinché le perdite subite da coloro che sono stati colpiti dal sinistro, siano ripartite tra tutti i membri della collettività.

<sup>10</sup> Legge dei grandi numeri: Principio secondo il quale sotto condizioni molto generali l'azione simultanea di un grande numero di fattori casuali conduce a un effetto sostanzialmente deterministico (non casuale). Uno dei più importanti esempi di tale principio è la convergenza delle frequenze di occorrenza di un determinato evento (ossia del rapporto tra numero di eventi favorevoli e numero totale di eventi) alla sua probabilità con il crescere del numero di tentativi. Treccani.it.

efficienza (inteso come differenza costi – ricavi) di una compagnia. Poiché è impossibile prevedere con assoluta certezza quello che accadrà nel tempo, è ragionevole aspettarsi che le stime effettuate, non siano mai del tutto affidabili e ciò implica che l'attività assicurativa è intrinsecamente rischiosa, nel senso che nelle sue stime prevede un margine di errore tra quelle che sono le valutazioni ex ante e le osservazioni ex post. L'assicuratore quindi, assume su di sé parte delle alee per le quali offre una copertura e sulle quali lucra un profitto.

### **III.2 RISCHI TECNICI**

Per rischio tecnico – attuariale, cioè quello normalmente connesso all'attività assicurativa, si intende: *“il rischio di aver ricevuto risorse insufficienti a fronteggiare gli impegni assunti e/o di sostenere un costo troppo elevato per i fondi raccolti”*. Questi, sono legati principalmente all'inadeguatezza delle basi tecniche, cioè alla potenziale differenza che intercorre tra le frequenze stimate (calcolate ex – ante) e le frequenze effettive (osservate ex – post).

I principali rischi tecnico – attuariali in cui un'impresa di assicurazione può andare incontro, sono:

- rischio di prezzo, ossia di sottotariffazione: è il rischio di subire perdite a causa di un inadeguato livello di prezzo dei prodotti assicurativi; dipende

dalle ipotesi attuariali adottate dalla compagnia, come ad esempio la scelta di basi tecniche non adeguate;

- rischio di sovrasinistralità: scostamento tra la sinistralità stimata e quella effettiva. Nel Ramo Vita il rischio di sovrasinistralità è legato alla valutazione del rischio demografico: allungamento della vita media nelle polizze caso vita, aumento della mortalità nelle polizze caso morte;
- rischio di insufficienza delle riserve tecniche: qualora le riserve tecniche dovessero rivelarsi insufficienti a far fronte alle obbligazioni assunte con i contratti. Tale inadeguatezza può dipendere da stime errate, da mutamenti del contesto generale (al livello normativo ad esempio). Va evidenziato come nel ramo vita incide sulla sufficienza delle riserve tecniche, oltre all'aspetto demografico, anche quello finanziario e la politica di retrocessione degli utili agli assicurati.

Grazie a quest'ultima precisazione, risulta evidente come anche l'aspetto finanziario giochi un ruolo centrale all'interno del processo assicurativo, in quanto oltre ai rischi tecnici – attuariali, le compagnie di assicurazione, in qualità di intermediari finanziari, devono fronteggiare anche rischi finanziari, legati al fatto che le loro attività e passività hanno, in genere, scadenze diverse, lasciando le compagnie esposte a tutte quelle tipologie di rischio collegate alle fluttuazioni dei mercati finanziari.

### **III.3 RISCHI FINANZIARI**

Come già accennato nei capitoli precedenti, le polizze assicurative hanno sviluppato una componente finanziaria, che nel corso degli anni ha assunto un ruolo sempre più centrale all'interno dell'economia delle imprese di assicurazione. Incassare i premi, prima di aver sostenuto le rispettive prestazioni, "costringe" l'assicuratore ad investire quelle somme ricevute in modo da veder finanziate le prestazioni che dovrà poi pagare agli assicurati.

In questo meccanismo, è evidente come la spiccata componente finanziaria e, in particolare, lo sfasamento temporale che si crea tra somme incassate (attivo) e pagate (passivo), giochi un ruolo chiave nella comprensione dei "nuovi" rischi in cui la compagnia sta andando incontro. Il maggior rischio a cui l'impresa si espone, è il così detto rischio di mercato: rischio relativo cioè, agli effetti imprevisi sul valore di mercato di attività e passività prodotti da variazioni dei tassi di interesse, dei tassi di cambio e da altri prezzi delle attività. Le compagnie subiscono questo rischio perché avendo investito le proprie attività nei mercati, si sono esposte alle oscillazioni che queste possono subire in relazione agli andamenti generali del mercato stesso. Con il termine "rischi di mercato" (chiamati anche rischi di

performance o rischi finanziari) però, come appena detto, ci sta riferendo ad una serie di rischi:

- rischio di tasso d'interesse: è il rischio di subire perdite dovute a variazioni del livello del tasso d'interesse;<sup>11</sup>
- rischio azionario: è il rischio di subire perdite a causa delle oscillazioni dei valori di mercato delle azioni e/o degli indici di borsa;
- rischio di prezzo: è il rischio legato alle variazioni di prezzo dei titoli (obbligazionari) negoziati nei mercati. Queste variazioni hanno origine da:
  - cambiamenti generali, che interessano l'intera economia, cioè rischi sistemati;
  - cambiamenti legati alle singole imprese emittenti, cioè rischi specifici;
- rischio di cambio: rischio di perdita legato ad una variazione del rapporto di cambio tra due valute, che incide sul valore di un bene espresso in valuta estera;
- rischio di base: è il rischio che il valore degli attivi subisca variazioni diverse da quello degli impegni dell'assicuratore;

---

<sup>11</sup> Vedi approfondimento successivo.



- rischio di ALM: rischio originato dalla possibilità che le oscillazioni dei tassi di interesse, producano effetti diversi sul valore degli attivi e su quello degli impegni dell'assicuratore.<sup>12</sup>

### III.3.1 Rischio di tasso d'interesse

Il rischio di tasso di interesse deriva essenzialmente dallo sfasamento temporale (mismatching) che intercorre tra incasso dei premi e pagamento delle prestazioni.

È possibile considerare il rischio di tasso d'interesse sia secondo una visione economica, sia una finanziaria, attraverso un:

- approccio del valore economico: le variazioni dei tassi d'interesse incidono con intensità diverse sul valore del portafoglio attivo e del portafoglio passivo, creando le condizioni per una situazione di insolvenza;
- approccio degli utili correnti: mancata corrispondenza tra i flussi finanziari generati dalle attività e dalle passività e può presentarsi secondo varie modalità:
  - se i flussi sono identici in tutto eccetto che per la durata (maturity mismatching), si pone il problema del rifinanziamento qualora la

---

<sup>12</sup> OLIVIERI A. – PITACCO E. *La valutazione nelle assicurazioni vita: profili attuariali*, Milano, Egea, 2005, p. 189, 190.

durata dell'attività sia superiore a quella della passività o quello del rimpiego nel caso opposto. In tale caso, il rischio deriva dall'alea del margine tra operazioni attive e passive;

- nel caso in cui le durate delle opposte voci di bilancio sono uguali, si può verificare la situazione nella quale sono differenti i criteri che regolano i flussi (interest rate mismatching). Se, ad esempio, si hanno attività che generano flussi di entrate costanti a tasso fisso e periodiche nel tempo finanziate con debiti a tasso variabile, il margine netto dipenderà dall'andamento dei tassi. Se i tassi aumentano, la somma dei pagamenti dovuti tenderà ad avvicinarsi a quella degli incassi, se non addirittura a superarli; nel caso opposto il margine aumenterà. Una situazione diametralmente opposta si verificherà quando un'attività regolata ad un tasso variabile è finanziata con una passività a tasso fisso;
- nel caso in cui, pur essendo uguali sia la durata, sia i tassi contrattualmente stabiliti, non coincidano le scadenze periodiche di pagamento (reset date mismatching). Ponendo che i pagamenti, derivanti dalle attività e passività, siano regolati a tasso variabile (o tasso fisso) le scadenze di revisione dei tassi possono non coincidere.
- infine, se l'attività e passività sono uguali per durata, periodicità dei pagamenti ed entrambe regolate sulla base di tassi variabili, possono

non coincidere i parametri di riferimento (basis mismatching). Anche in questo caso l'operatore è esposto al rischio di interesse, anche se in misura più attenuata rispetto al caso in cui una parte del bilancio è regolata a tasso fisso, mentre l'altra è a tassi variabile.

### **III.4 RISCHI DELLE POLIZZE VITA RIVALUTABILI**

Per quanto riguarda i rischi a cui sono esposte le polizze vita rivalutabili, sappiamo che per garantire la rivalutazione del capitale assicurato, la compagnia investe i premi incassati soprattutto in titoli, come titoli di Stato o obbligazioni, cioè titoli a basso rischio di insolvenza e privi di rischio di cambio. Risulta quindi evidente, come la principale fonte di rischio finanziario è rappresentata dal livello e dalla struttura dei tassi d'interesse.

Per semplicità si ipotizza l'esistenza di una struttura dei tassi di interesse "piatta" e che ogni movimento dei tassi di interesse determina una traslazione orizzontale di tutta la struttura dei tassi a scadenza. La gestione degli investimenti della gestione separata può dar luogo ad effetti permanenti sul surplus<sup>13</sup> e influenzare nel tempo i

---

<sup>13</sup> Surplus: differenza tra il valore dell'attivo e del passivo ad una determinata data. Insieme al "valore del portafoglio assicurativo futuro" forma il valore economico di un'impresa di assicurazione.

risultati economici e patrimoniali della compagnia. L'assenza di effetti permanenti sul surplus deriva essenzialmente da:

- tutti gli strumenti obbligazionari sono sottoscritti o acquistati sul mercato finanziario alla pari e non vi sono differenze di emissione o di negoziazione. Inoltre, una volta sottoscritti o acquistati i titoli vengono mantenuti in portafoglio fino alla loro scadenza;
- tutti i premi raccolti, le cedole incassate e i rimborsi di capitale sono reinvestiti nella gestione separata;
- i rendimenti realizzati dalla gestione separata, sono sufficientemente elevati da non far intervenire la garanzia di rendimento minimo;
- tutti gli ingressi e le uscite avvengono all'inizio dei singoli esercizi;
- il momento di determinazione del rendimento della gestione separata coincide con il momento di riconoscimento dello stesso agli assicurati (fine anno);
- agli assicurati viene retrocesso l'intero rendimento della gestione separata;
- il valore di carico delle attività finanziarie iscritte alla gestione separata alla fine di ciascun periodo è sempre coincidente con il debito maturato nei confronti degli assicurati.

La rimozione di ciascuna di queste ipotesi può determinare effetti permanenti sul surplus. È opportuno distinguere tra:

- effetti permanenti sul surplus che vengono a determinarsi grazie a strategie di gestione della compagnia totalmente controllabili;
- effetti permanenti sul surplus che vengono a determinarsi in seguito a modificazioni delle condizioni dei mercati finanziari e che dunque determinano l'insorgere di «rischi finanziari».

Essi sono:

- rischio di rendimento minimo: rischio che il rendimento della gestione separata, ottenuto investendo nel mercato i premi incassati, risulti inferiore alla garanzia di rendimento minimo, che la compagnia si è impegnata a riconoscere all'assicurato<sup>14</sup>;
- rischio di rendimento liquidazione: quando la polizza vita rivalutabile prevede la possibilità di riscatto senza penalizzazioni nel corso di un periodo e un'ultima rivalutazione del capitale maturato pro – tempore sulla base del rendimento della gestione separata del precedente esercizio. In questa circostanza il rendimento effettivamente maturato sulla gestione separata può non coincidere con quanto riconosciuto all'assicurato. Questo rischio nasce dall'impossibilità di riconoscere all'assicurato che esce nel corso di

---

<sup>14</sup> Vedi approfondimento nel paragrafo successivo

un periodo il rendimento del periodo stesso che non è stato ancora calcolato dalla compagnia<sup>15</sup>;

- rischio di sfasamento temporale: rischio legato all'intervallo che intercorre tra il momento di calcolo del rendimento della gestione sperata da riconoscere all'assicurato e il momento in cui questo gli viene riconosciuto;
- rischio di uscita in massa: è il rischio di un'uscita massiccia di soggetti assicurati, tutti nello stesso momento. È possibile quando i prodotti rivalutabili non presentano penalizzazioni nel riscatto della polizza.<sup>16</sup>

#### III.4.1 Rischio di rendimento minimo garantito

Il rischio di rendimento minimo è un rischio di natura finanziaria, legato all'andamento dei mercati finanziari che, assume le caratteristiche di un “vincolo” per le risorse destinabili agli investimenti. Come già spiegato, il rendimento minimo non è altro che una garanzia riconosciuta dall'assicuratore al possessore di una polizza rivalutabile, che gli assicura una percentuale di rendimento, nonostante valori minori nell'andamento della gestione separata. Giocano un ruolo determinante in questo rischio, le caratteristiche della polizza:

---

<sup>15</sup> FLOREANI A. – RIGAMONTI S. *La gestione dei rischi finanziari nelle polizze vita rivalutabili*, Milano: I.S.U. Università cattolica, 1999, p. 155

<sup>16</sup> FLOREANI A. – RIGAMONTI S. *La gestione dei rischi finanziari nelle polizze vita rivalutabili*, Milano: I.S.U. Università cattolica, 1999, p. 120, 121, 122.

- la natura della garanzia offerta agli assicurati:
  - rendimento minimo alla liquidazione;
  - rendimento minimo su base annua;

Riprendendo brevemente quanto riportato nel capitolo II, il rendimento minimo alla liquidazione riconosce, all'assicurato, al momento della scadenza del contratto, il maggiore tra il capitale accumulato sino a quel momento e il capitale minimo garantito.

Nel caso invece di rendimento minimo su base annua, il confronto tra rendimento ottenuto dalla gestione e quello minimo garantito avviene annualmente. È chiaro come la garanzia “alla liquidazione” sia meno rischiosa ed offra più libertà d'investimento alla compagnia di assicurazione, permettendogli, in uno o più anni qualsiasi, di ottenere un rendimento della gestione separata inferiore a quello minimo garantito, a condizione però che per tutta la durata del contratto la media geometrica dei tassi di rendimento realizzati sul portafoglio investimenti e retrocessi deve essere almeno pari al tasso di rendimento garantito, il che equivale a porre:

$$\prod_{t=1}^n (1 + r_{it} \cdot tr) \geq (1 + r_{\min})^n$$

Dove:

$r_I$  = tasso conseguito sul portafoglio investimenti;

$r_{\min}$  = tasso di rendimento minimo;

$tr$  = aliquota di retrocessione.

- le modalità di determinazione del rendimento (strettamente connessa alla composizione del portafoglio):
  - modalità contabili: le plusvalenze emergono solo se realizzate, le minusvalenze solo se effettivamente sofferte;
  - modalità di mercato: contabilizzazione e valutazione degli investimenti al loro prezzo corrente, rendendo il rendimento dello strumento finanziario trattato in linea con il suo prezzo di mercato;
- la natura degli investimenti:
  - portafoglio prevalentemente azionario: investe i premi prevalentemente in azioni e derivati;
  - portafoglio prevalentemente obbligazionario: investe i premi prevalentemente in obbligazioni e titoli di Stato;
- la scadenza della polizza:
  - scadenza determinata: al sopraggiungere della data prestabilita, la compagnia di assicurazione ha la facoltà di rimborsare al sottoscrittore il capitale maturato oppure, nel caso l'assicurato desideri mantenere investito il capitale maturato, la compagnia ha la facoltà di modificare le condizioni di polizza;



- scadenza incerta: il sottoscrittore ha la facoltà di riscattare il contratto senza penalizzazioni in qualsiasi epoca;
- la dinamica delle nuove sottoscrizioni:
  - “indipendenza dei contratti”: ogni nuovo contratto sottoscritto non determina alcun effetto sulle posizioni in essere, così che i rendimenti conseguiti sugli investimenti dedicati ad un contratto non influiscono sulla posizione di altri sottoscrittori. Il totale delle passività in essere è la sommatoria del totale delle posizioni in essere, e il totale delle attività è la sommatoria dei portafogli di investimenti costituiti a fronte di ciascun contratto;
  - creazioni di gestioni separate: la gestione è destinata ad accogliere una pluralità di contratti originatesi in epoche diverse, pertanto la dinamica del portafoglio assicurativo influisce sia sul rendimento della gestione separata, sia sulla garanzia di rendimento.<sup>17</sup>

### **III.5 ALTRI RISCHI**

---

<sup>17</sup> FLOREANI A. – RIGAMONTI S. *La gestione dei rischi finanziari nelle polizze vita rivalutabili*, Milano: I.S.U. Università cattolica, 1999, p. 176,177, 178, 179.

Oltre i rischi sopra citati, le imprese di assicurazione sono soggette anche ad altre tipologie di rischio; tra le quali:

- il rischio di credito: rischio che gli emittenti dei titoli (obbligazioni, titoli strutturati, etc.) risultino insolventi;
- il rischio di inflazione: rischio che l'aumento del costo della vita, e quindi del livello dei prezzi, riduca o annulli i rendimenti degli investimenti;
- i rischi operativi: rischio di perdite derivanti dalla inadeguatezza o dalla disfunzione di procedure, risorse umane, sistemi interni (contabilità, amministrazione, organizzazione e controllo, pianificazione etc.) e sistema informatico;
- il rischio di liquidità: rischio di subire perdite a causa del disallineamento tra i flussi in entrata e i flussi in uscita, unita all'urgente necessità di procurarsi liquidità. Il rischio si manifesta concretamente qualora il grado di liquidità degli attivi, sia minore di quello del passivo. In tale categoria sono compresi:
  - il rischio di valore di vendita: originato da un bisogno in attesa di liquidità (ad esempio a fronte di un elevato numero di riscatti) in condizioni di mercato che comportano bassi valori di realizzo degli investimenti;

- il rischio di mercato dei capitali: originato da possibili difficoltà dell'impresa assicuratrice nel reperimento di liquidità da fonti esterne punto;
- i rischi da eventi esterni: riconducibili ad eventi negativi non controllabili per l'impresa assicuratrice. Rientrano in questa categoria i rischi legali (solitamente originati da non corretta documentazione contrattuale), i rischi di catastrofi (al di là delle dirette conseguenze sugli impegni contrattuali dell'assicuratore), i rischi di regolamentazione (collegati a variazioni dello scenario normativo di controllo sull'attività assicurativa) e i rischi politici (originati da variazione dello scenario politico sfavorevole agli assicuratori).<sup>18</sup>

## **CAPITOLO IV**

### **OPZIONI E CAPITALE MINIMO GARANTITO**

#### **IV.1 PREMESSA**

---

<sup>18</sup> OLIVIERI A. – PITACCO E. *La valutazione nelle assicurazioni vita: profili attuariali*, Milano, Egea, 2005, p. 190, 191.

Il rischio di tasso minimo garantito, come ampiamente descritto nel precedente capitolo, rappresenta un vincolo di gestione per le imprese di assicurazione, che tramite gli investimenti dei premi incassati, devono riuscire ad ottenere un rendimento che sia tale da soddisfare questa condizione. È possibile guardare a questo problema tramite un punto di vista alternativo, ovvero attraverso la teoria delle opzioni.

## **IV.2 TEORIA DELLE OPZIONI**

Un'opzione è uno strumento derivato<sup>19</sup>, che conferisce al compratore il diritto di acquistare (call) o di vendere (put) un'attività sottostante ad (oppure entro) una certa data ad un prezzo prefissato.<sup>20</sup> Colui che compra l'opzione, cioè colui che diventa proprietario del diritto ad acquistare o a vendere, viene definito "holder"; la controparte invece, cioè colei che ha venduto l'opzione, viene definita "writer" ed è obbligata a rispettare la decisione del compratore e a sopportarne le conseguenze. Il writer però, proprio perché ha venduto l'opzione, riceve dall'acquirente una somma, definita premio dell'opzione, che rappresenta il prezzo dell'opzione stessa.

---

<sup>19</sup> Strumenti derivati: strumenti finanziari il cui valore dipende ("deriva") dal valore di un'altra attività finanziaria o reale (attività sottostante). [www.borsaitaliana.it](http://www.borsaitaliana.it).

<sup>20</sup>[www.borsaitaliana.it](http://www.borsaitaliana.it).

Questa relazione tra diritto da una parte e obbligo dall'altra, rende le opzioni contratti asimmetrici, nei quali solo una delle due parti ha un obbligo verso l'altra. In base a quanto detto è possibile dividere le opzioni in due principali categorie, in base al diritto o di acquistare o di vendere, cioè si parla di:

- opzione call: l'holder dell'opzione ha la facoltà di acquistare a scadenza (o prima) l'attività sottostante al prezzo stabilito contrattualmente;
- opzione put: l'holder dell'opzione ha la facoltà di vendere a scadenza (o prima) l'attività sottostante al prezzo stabilito contrattualmente.

Un'ulteriore distinzione può essere fatta rispetto al tempo in cui può essere esercitato il diritto di acquisto o di vendita. In particolare, abbiamo:

- opzioni europee: l'holder può esercitare o meno il diritto ad acquistare o vendere, solamente alla data di scadenza del contratto;
- opzioni americane: l'holder può esercitare o meno il diritto ad acquistare o vendere in qualsiasi momento, entro la data di scadenza del contratto.

Il valore di un'opzione può essere visto come una funzione che dipende da cinque elementi fondamentali e, in alcuni casi, anche da un sesto. Questi sono:

- sottostante (S): esso può essere un titolo azionario, un indice, una valuta estera (o un tasso di cambio) un contratto future, una merce (commodity) oppure una qualsiasi attività finanziaria o reale.
- prezzo d'esercizio (K o X): è il prezzo indicato nel contratto, al quale avviene l'acquisto o la vendita del sottostante alla scadenza, se l'holder esercita l'opzione;
- vita residua (T): durata del contratto di opzione;
- volatilità ( $\sigma$ ): rappresenta l'incertezza circa l'andamento del prezzo del sottostante;
- tasso di interesse privo di rischio (r);
- dividendi attesi dall'attività sottostante (possono non essere presenti, dipendono dalla tipologia di sottostante).

L'effetto che ognuno di questi fattori ha sul prezzo delle opzioni call/put è sintetizzato nella tabella 1, nella quale viene mostrata la variazione di prezzo delle opzioni call e put derivante dall'aumento di valore di ogni attività, a parità delle altre.

#### IV.2.1 Valore e guadagno in un'opzione call

Il valore massimo di una call, cioè il suo payoff massimo, è zero, nel caso in cui questa non viene esercitata, oppure è pari alla differenza tra il prezzo del sottostante e il prezzo d'esercizio. In termini matematici il payoff di una call europea può essere espresso come:

$$C = \begin{cases} 0 & S_T < X \\ S_T - X & S_T \geq X \end{cases}$$

Che in, in alternativa, può essere scritto come:

$$C = \max (S_T - X, 0)$$

Se si volesse ragionare invece, in termini di guadagno piuttosto che di payoff, allora il guadagno dell'holder di un'opzione call corrisponderebbe a:

$$G_{writer} = \begin{cases} -H & S_T < X \\ -H + (S_T - X) & S_T \geq X \end{cases}$$

Cioè, a fronte del pagamento del premio d'opzione pari ad H, il guadagno dell'holder, nel caso in cui questi esercita l'opzione, sarà pari alla differenza tra il valore del sottostante a scadenza e il valore del prezzo d'esercizio, poiché acquista ad X quello che sul mercato vale  $S_T$ .

Per quanto riguarda invece il guadagno del writer, sempre nel caso di un'opzione call europea, questo sarà pari a:

$$G_{writer} = \begin{cases} H & S_T < X \\ H + (X - S_T) & S_T \geq X \end{cases}$$

Risulta evidente come l'holder della call abbia un potenziale guadagno illimitato, nel caso in cui il sottostante tenda all'infinito, mentre ha una perdita contenuta, di importo pari al prezzo della call. Il writer invece, è nella situazione contraria, dove il suo guadagno massimo corrisponde al premio incassato, mentre la sua perdita massima corrisponde ancora al caso in cui il sottostante tende ad infinito.

#### IV.2.2 Processi stocastici

Di tutti i fattori menzionati in precedenza, quello che incide maggiormente sul valore di un'opzione è il prezzo del sottostante, proprio perché è su questo che si base il concetto di strumento derivato. La dinamica del prezzo del sottostante viene descritta, nella maggior parte dei casi, attraverso processi di tipo stocastico, nei quali cioè, il valore di una variabile di riferimento evolve in maniera aleatoria nel tempo. Si può allora ipotizzare, che la variazione del prezzo di un titolo al trascorrere del tempo, sia caratterizzata da una componente deterministica e da una



componente stocastica: si considera un valore di riferimento del prezzo del titolo (valore medio), il quale è soggetto a forze aleatorie che lo fanno scostare dal valore ipotizzato.

#### IV.2.2.1 Processi di Markov

Un caso particolare di processo stocastico è il cosiddetto “processo di Markov”; con esso si intende una categoria di processi stocastici in cui solo il valore corrente della variabile è rilevante per determinare il valore futuro. È con questa tipologia che si esprime al massimo il concetto della casualità, in quanto non è possibile prevedere tramite uno studio sull’andamento passato del prezzo del sottostante, il nuovo valore che questi avrà in qualsiasi istante successivo a quello attuale (random walk).

#### IV.2.2.2 Processi di Wiener

Un caso particolare di processo di Markov è il “processo di Wiener” o anche detto “moto Browniano”. Nel processo di Wiener la variabile di riferimento, che segue un processo di Markov, ha una distribuzione di probabilità normale, con media  $\pi = 0$  e deviazione standard  $\sigma = 1$ , cioè  $\varphi(0,1)$ . Volendo formalizzare quanto appena detto, si dice che una variabile  $z$  segue un processo di Wiener se:

- la variazione di  $\Delta z$  in un piccolo intervallo  $\Delta t$  è

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Dove  $\varepsilon$  è un'estrazione casuale da una normale standardizzata,  $\varphi(0,1)$ .

- i valori  $\Delta z$  in due qualsiasi intervalli  $\Delta t$  sono indipendenti.

La prima proprietà implica che  $\Delta z$  si distribuisce secondo una normale con

media  $\Delta z = 0$

varianza di  $\Delta z = \Delta t$

deviazione standard di  $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$

La seconda proprietà implica che  $z$  segue un processo di Markov.<sup>21</sup>

Volendo andare a riscrivere lo stesso processo ma in maniera ancora più generale, si può porre il tasso di deriva o “drift rate” pari, ad un valore costante  $a$  piuttosto che a 0; mentre il tasso di varianza o “variance rate” pari a  $b$  invece che a 1. Si parla in questo caso di “processo di Wiener generalizzato”, che formalmente, per una variabile  $y$ , ha equazione:

$$dy = a dt + b dz$$

---

<sup>21</sup> HULL J. C. *Opzioni, futures e altri derivati*, 9. Ed. Boston, Pearson, 2015, p. 311.

Da cui, se si considera un piccolo intervallo di tempo  $\Delta t$ , la variazione di  $y$ ,  $\Delta y$  sarà pari a:

$$\Delta y = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}^{22}$$

Dove il termine  $a\Delta t$  rappresenta la componente deterministica dell'equazione, mentre  $b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$  la componente stocastica. Questo significa che la variazione attesa di  $y$ , rispetto al tempo, in assenza della componente stocastica, è un valore deterministico, costante e quindi prevedibile, pari ad  $a$ . La componente stocastica quindi, aggiunge imprevedibilità alla curva (aggiunge “rumore”) sovrapponendosi alla variazione certa; la quantità di rumore è pari a  $b$  volte un processo di Wiener.

#### IV.2.2.3 Processi e Lemma di Ito

Spingendoci oltre, introduciamo anche un caso particolare di processo di Wiener generalizzato, chiamato “processo di Ito”. Nel processo di Ito i valori di  $a$ ,  $b$ , costanti nel processo di Wiener generalizzato, assumono ora il valore di funzioni della variabile sottostante,  $y$ , e del tempo,  $t$ . L'equazione scritta in precedenza diventa quindi:

---

<sup>22</sup> Media di  $\Delta y = a\Delta t$ ; Varianza di  $\Delta y = b^2\Delta t$ ; Deviazione standard di  $\Delta y = b\sqrt{\Delta t}$ .

$$\Delta y = a(y, t) \Delta t + b(y, t) \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

L'assunzione che i coefficienti  $a$  e  $b$  siano costanti, lascia ancora alcuni dubbi sulla validità del modello presentato. Un tasso di drift costante, equivale a richiedere lo stesso tasso qualsiasi sia il valore del sottostante, sia che esso sia molto basso o molto alto, ed è evidente come questo non sia attinente alla realtà; è allora più ragionevole richiedere che, ad essere costante, sia il rapporto tra il tasso di drift e il prezzo del sottostante. Per quanto riguarda il tasso di varianza non è erraneo pensare che la volatilità del tasso di rendimento sia la stessa indipendentemente dal livello di prezzo del sottostante. Considerando quindi  $\mu$ , come il tasso di rendimento atteso del sottostante e  $\sigma$ , come la deviazione standard del prezzo del sottostante, alla luce di quanto detto, il comportamento del prezzo del sottostante, in un piccolo intervallo di tempo, assume la seguente forma:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Nella quale:

$\Delta S$  è la variazione del prezzo del sottostante,  $S$ , in un piccolo intervallo di tempo  $\Delta t$ ;

$\mu$  è il tasso di rendimento atteso del sottostante per unità di tempo;

$\Delta t$  è l'intervallo di tempo;

$\sigma$  è la volatilità del prezzo del sottostante;

$z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$  moto Browniano;

Volendo riscrivere l'equazione appena illustrata enfatizzando le due componenti che concorrono a formare il prezzo del sottostante, cioè la parte deterministica di rendimento atteso ( $\mu \Delta t$ ) e la parte stocastica di volatilità di questo rendimento atteso ( $\sigma \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ ), si ha:

$$\Delta S/S = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

Per quanto riguarda il prezzo delle opzioni, possiamo affermare che questo è funzione del prezzo del sottostante e del tempo. In particolare, supposto che una variabile  $y$  segua un processo di Ito, in base al lemma di Ito la funzione  $V$  di  $y$  e  $t$  ha forma:

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial y} a + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial V}{\partial y} b dz$$

Dove  $dz$  è lo stesso processo di Wiener del processo di Ito.

Poiché poi, l'andamento del prezzo del sottostante era:  $dS = \mu S dt + \sigma S dz$ , con  $\mu$  e  $\sigma$  costanti., in base al lemma di Ito, il processo seguito da una funzione  $V$  di  $S$  e  $t$  è:

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial S} \mu S + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \sigma^2 \right) dt + \frac{\partial V}{\partial S} \sigma S dz$$

Dove  $S$  e  $V$  sono influenzati dalla stessa fonte di incertezza  $dz$ .<sup>23</sup>

Ipotizzando ulteriormente, che  $V = \ln(S)$ , l'equazione precedente diventava

$$dV = \left( \mu S - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz$$

Da questa infine, si arriva alla soluzione dell'equazione iniziale, trovando così il prezzo del sottostante come

$$S_T = S_0 e^{\left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz}$$

---

<sup>23</sup> HULL J. C. *Opzioni, futures e altri derivati*, 9. Ed. Boston, Pearson, 2015, p. 321.

Che è proprio l'equazione utilizzata per descrivere l'andamento della gestione separata negli anni e per ogni traiettoria considerata.

#### IV.2.4 Simulazione Monte Carlo

Le simulazioni con il metodo di Monte Carlo rappresentano una procedura per estrarre campioni casuali da un processo stocastico. Il procedimento, introdotto da Nicholas Metropolis, deve il suo nome al casinò di Montecarlo, preso come sede prototipo degli eventi aleatori. Quando viene utilizzato per valutare le opzioni il metodo di Monte Carlo adotta il principio della valutazione neutrale al rischio. con una procedura di campionamento, si calcola il valore atteso dell'opzione in un mondo neutrale verso il rischio e lo si attualizza in base al tasso d'interesse privo di rischio. Consideriamo un derivato con scadenza in  $T$ , che dipende da una sola variabile di mercato,  $S$ . Se i tassi di interesse sono costanti, il derivato può essere così valutato:

- si stima un sentiero temporale per esse in modo naturale verso il rischio;
- si calcola il valore finale del derivato;
- si ripetono i passi uno e due per ottenere una serie di valori finali campionari in un mondo neutrale verso il rischio;
- si stima il valore finale atteso del derivato, in un mondo neutrale verso il rischio, come media aritmetica dei valori finali campionari;

- si determina il valore corrente del derivato attualizzando al tasso privo di rischio il valore finale atteso.

### **IV.3 TEORIA DELLE OPZIONI E GARANZIA DI RENDIMENTO MINIMO GARANTITO**

Fin qui abbiamo illustrato la teoria su cui si basano i rendimenti minimi garantiti e quali sono i fondamenti sui cui poggia il calcolo del prezzo dei derivati. È possibile fare un passo in avanti e unire questi due concetti, cioè guardare al capitale minimo garantito offerto all'assicurato come se si trattasse di uno strumento derivato, e in particolar modo di un'opzione call. In questa direzione, si può pensare al sottoscrittore di una polizza rivalutabile come ad un soggetto che detiene nel suo portafoglio un bene privo di rischio e un'opzione call su un bene rischioso, cioè egli è l'holder della call, quindi è il beneficiario della garanzia di rendimento minimo; la compagnia di assicurazione invece è il writer dell'opzione, quindi la parte obbligata a rispettare il rendimento minimo garantito agli assicurati. La posizione del sottoscrittore della polizza è quindi, pari al valore attuale del prezzo di esercizio della call  $X$ , più il valore della call e cioè,  $VA(X)+c$ . In questo modello combinato, il prezzo di esercizio dell'opzione call, non è altro che il capitale minimo garantito



all'assicurato alla scadenza. A scadenza del contratto l'assicurato/holder della call ha diritto a:

$$\begin{cases} X + (S_T - X), & S_T > X \\ X, & S_T \leq X \end{cases}$$

Questo perché, nel caso in cui l'opzione non viene esercitata l'assicurato ha comunque diritto a ricevere il valore  $X$ , cioè l'importo minimo garantito, mentre nel caso in cui è conveniente esercitare l'opzione, oltre al valore garantito  $X$  egli ha diritto anche al guadagno della call, che come già illustrato è pari a  $S_T - X$  se  $S_T > X$ . Se il valore del bene sottostante l'opzione è maggiore del prezzo d'esercizio, l'opzione viene esercitata e al sottoscrittore viene liquidata una somma pari a  $S - X$ , quindi il valore delle somme complessive incassabili è pari a  $S$ . Se, per contro, alla scadenza l'opzione non viene esercitata il sottoscrittore avrà diritto alla sola somma  $X$ . Alla luce di quanto appena detto, risulta evidente come il valore  $S$ , cioè il sottostante nella teoria delle opzioni, qui assume il significato del rendimento ottenuto dalla gestione separata.

Ponendoci nell'ottica della compagnia di assicurazione, l'offerta di capitale minimo garantito rappresenta una grande fonte di rischio, che senza i dovuti calcoli e proiezioni, si tramuta in un costo particolarmente gravoso nell'economia della

società. Questo costo interpretato nell'ottica della teoria delle opzioni può essere scritto come

$$L = \max [S_T, M]$$

*Con*

$L$  = somma che la compagnia deve pagare all'assicurato

$S_t$  = rendimento della gestione separata (al netto della rivalutazione) al momento  $t$

$M$  = capitale minimo garantito

L'equazione di  $L$  può essere scritta anche come

$$L = M + \max[S_T - M, 0]$$

Che esprime ancora meglio il costo "fisso" che la compagnia si è impegnata a sostenere, pari appunto al valore del capitale minimo garantito.

Come detto  $M$  assume il significato di quello che era il prezzo di esercizio in un normale contratto di opzione, è però un valore che fa riferimento al momento della scadenza del contratto; al momento della stipula o in qualsiasi momento precedente la scadenza, quel valore deve essere attualizzato, da cui deriva che la garanzia di capitale minimo garantito assume il valore di

$$M_t = M(1 + i)^{-t}$$

Il passo successivo è quello di valutare il costo che la compagnia subisce in caso di rendimenti insufficienti a garantire il minimo previsto agli assicurati. In presenza di rendimenti della gestione separata tali da coprire totalmente il valore del capitale minimo garantito, per la compagnia non sussiste alcun costo, perché è stata in grado di sopperire all'obbligo che si era assunta. Nel caso contrario però essa dovrà far fronte ad un costo, rappresentato appunto dalla differenza tra minimo garantito e rendimento della gestione (che in questo scenario è più piccola). Il presupposto alla base dell'erogazione del capitale all'assicurato è racchiuso nella tipologia della polizza e cioè, condizionato alle probabilità di morte e sopravvivenza dell'assicurato; ecco perché il costo ottenuto deve essere moltiplicato per i tassi di mortalità e sopravvivenza. Trattandosi di una mista, la compagnia sostiene un costo durante gli anni di contratto in base alla probabilità di morte dell'assicurato, mentre nell'ultimo anno, cioè al momento della scadenza contrattuale, il costo che sostiene è dovuto alla sua probabilità di sopravvivenza. Questo ragionamento può essere tradotto con:

$$L(t) = \sum_{t=1}^T \max(M_t - S_t, 0)(1 + i)^{-t}q_t + \max(M_T - S_T, 0)(1 + i)^{-T}p_t$$

## CAPITOLO V

### SIMULAZIONE DEL COSTO DI CAPITALE MINIMO GARANTITO

#### V.1 PREMESSA

Per mostrare un'applicazione pratica del costo che una compagnia di assicurazione deve sopportare per offrire un capitale minimo garantito abbiamo considerato una polizza mista semplice rivalutabile a premio unico, pari a € 100.000, con tasso di rendimento minimo garantito alla scadenza, ipotizzando un'età di 50 anni per l'assicurato. Schematizzando i dati appena menzionati e integrando con quelli mancanti avremo:

$x = \text{età dell'assicurato} = 50 \text{ anni}^{24}$

$n = \text{durata contratto} = 5 \text{ anni}$

$r_{min} = \text{tasso di rendimento minimo garantito}$

$C = \text{premio unico} = 100.000 \text{ €}^{25}$

$r_{gs} = \text{tasso di rendimento medio gestione separata}$

$\sigma = \text{volatilità del rendimento della gestione separata}$

---

<sup>24</sup> Per le probabilità di morte e sopravvivenza sono state utilizzate le tavole attuariali Istat 2019.

<sup>25</sup> Il premio unico versato corrisponde anche al capitale assicurato, poiché il tasso tecnico considerato è pari allo 0%.

## **V.2 SVILUPPO DEL MODELLO**

Attraverso una simulazione Monte Carlo si è cercato di prevedere il costo sofferto dalla compagnia per offrire una garanzia di capitale minimo garantito. Il metodo Monte Carlo prevede di creare un certo numero di traiettorie che vengono utilizzate come possibili scenari per l'andamento, nel nostro caso, dei rendimenti della gestione separata, per poi andare a calcolare il rendimento medio ottenuto da tutte le simulazioni.

### V.2.1 Generazione di numeri casuali

Il primo passo è stato quello di generare un campione di numeri casuali distribuiti secondo una normale  $N$ , con media nulla e varianza unitaria. Per arrivare a questo risultato, si è partiti dal generare numeri casuali con distribuzione uniforme, compresi tra 0 ed 1. Ciò è stato possibile utilizzando la funzione di Excel CASUALE(), che restituisce appunto numeri casuali compresi tra 0 ed 1. Successivamente utilizzando un'altra funzione di Excel, in questo caso la funzione chiamata INV.NORM.S(): questa, dopo aver inserito come argomento, una distribuzione di probabilità, nel nostro caso quella generata in precedenza, restituisce

l'inversa di una distribuzione di probabilità standard. I valori così ottenuti non sono altro che gli  $\varepsilon^{26}$  del processo di Wiener, che ricordiamo, avere questa forma:

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

### V.2.2 Simulazione rendimento del fondo

Nei precedenti capitoli eravamo arrivati a dire che la gestione separata seguisse un processo del tipo:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

L'equazione in questione è conosciuta anche come “moto geometrico Browniano”, nella quale  $\Delta S$  era la variazione del prezzo dell'azione,  $\mu$  era il tasso di rendimento atteso dell'azione,  $\Delta t$  intervallo di tempo in considerazione,  $\sigma$  la volatilità del prezzo dell'azione e  $\varepsilon$ , come già detto, era un'estrazione casuale da una normale standardizzata. Si trattava però di un'equazione stocastica, di difficile risoluzione. Per arrivare all'equazione del prezzo del sottostante avevamo utilizzato il lemma di Ito, il quale afferma che il prezzo di qualsiasi derivato è funzione del prezzo del sottostante e del tempo. Dopo alcuni passaggi avevamo quindi, ottenuto, la seguente equazione per il prezzo del derivato  $V$  che dipende da  $S$  e  $t$

---

<sup>26</sup> $\varepsilon$  = estrazione casuale da una normale standardizzata (0,1).

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial S} \mu S + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial V}{\partial S} \sigma S dz$$

Ipotizzando ulteriormente, che  $V = \ln(S)$ , l'equazione precedente diventava

$$dV = \left( \mu S - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz$$

Da questa infine, si arriva alla soluzione dell'equazione iniziale, trovando così il prezzo del sottostante come

$$S_T = S_0 e^{\left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz}$$

Che è proprio l'equazione utilizzata per descrivere l'andamento della gestione separata negli anni e per ogni traiettoria considerata.

### V.2.3 Costo del minimo garantito

Nell'ultima fase di questa simulazione si è andato a calcolare, utilizzando i risultati ottenuti nei passaggi precedenti, l'effettivo costo che la compagnia subisce con offrendo la garanzia di capitale minimo agli assicurati.

Per prima cosa abbiamo calcolato il valore del capitale minimo rivalutato e consolidato per ogni anno di contratto. La rivalutazione è stata fatta con diverse ipotesi di tasso, in modo da capire la logica che spinge una compagnia a scegliere un valore piuttosto che un altro.

A questo punto si confronta il capitale minimo garantito rivalutato con il rendimento della gestione separata e si considera il massimo tra questa differenza e zero

$$L = \max(M_T - S_T, 0)$$

Il valore così ottenuto è stato scontato del tasso tecnico (nelle nostre ipotesi è però dello 0%) e moltiplicato per le probabilità di morte e sopravvivenza, quest'ultima però solo per l'ultimo anno. Questo poiché le condizioni che spingono la compagnia a pagare il capitale all'assicurato sono: se egli muore entro la durata del contratto o se questi è in vita alla data di scadenza.

Per completare l'analisi sono state fatte delle tabelle che riassumono l'andamento del costo del minimo garantito per la compagnia al variare dei parametri principali, quali rendimento medio, volatilità e tasso di rendimento minimo garantito.

Tab V.1 Rendimento minimo garantito dello 0%



Rendimenti medi $\mu$	Volatilità $\sigma$					
	1%	2%	3%	4%	5%	15%
0%	935,59	1.871,74	2.808,02	3.743,77	4.678,43	13.916,79
1%	1,43	269,39	943,35	1.778,92	2.640,91	11.872,92
2%	0,03	3,36	157,13	561,18	1.197,89	9.947,76
3%	0,00	0,21	5,80	122,05	400,33	8.260,51
4%	0,00	0,06	0,52	8,75	107,48	6.803,08
5%	0,00	0,02	0,20	0,91	12,19	5.432,61

Tab V.2 Rendimento minimo garantito dell'1%

Rendimenti medi $\mu$	Volatilità $\sigma$					
	1%	2%	3%	4%	5%	15%
0%	5.152,44	5.446,04	6.074,70	6.883,23	7.762,13	16.969,67
1%	970,12	1.953,77	2.937,90	3.921,48	4.903,92	14.613,42
2%	1,22	279,41	983,64	1.861,08	2.766,34	12.466,02
3%	0,03	3,23	163,48	585,52	1.252,65	10.443,93
4%	0,00	0,21	5,79	127,13	417,74	8.672,46
5%	0,00	0,06	0,52	8,86	111,80	7.141,26

Tab V.3 Rendimento minimo garantito del 2%

Rendimenti medi $\mu$	Volatilità $\sigma$					
	1%	2%	3%	4%	5%	15%
0%	10.472,14	10.513,07	10.668,68	11.117,15	11.694,05	20.360,52
1%	5.335,01	5.653,40	6.324,16	7.180,06	8.104,18	17.785,62
2%	978,73	2.011,86	3.045,46	4.079,32	5.111,97	15.314,51
3%	0,44	282,12	1.010,87	1.929,04	2.878,11	13.060,52
4%	0,03	2,53	166,79	602,17	1.296,97	10.939,87
5%	0,00	0,21	5,20	130,20	429,89	9.084,30

Nelle tre tabelle è rappresentato il costo del capitale garantito considerando tre tassi di rendimento minimo garantito diversi, nello specifico dello 0%, dell'1% e del 2%<sup>27</sup>. Come si può notare, una variazione del tasso minimo garantito di anche solo un punto percentuale, comporta un incremento molto elevato dei costi per la compagnia. Questo ci fa capire quanto risulti essenziale prevedere l'entità dei costi associati ai vari tassi, dato che anche la più piccola variazione comporta dei risultati estremamente diversi.

<sup>27</sup> Non sono stati presi in considerazione altri tassi più elevati, poiché ritenuti fortemente irrealistici, considerato sia il momento attuale, sia i rendimenti garantiti nel passato di varie polizze rivalutabili.

Un altro aspetto chiave è rappresentato dal livello della volatilità. Come si può ben vedere, per volatilità basse, e con un rendimento medio, di almeno il 2%, il costo per la compagnia è quasi sempre irrisorio. Questo perché le previsioni fatte ex ante, hanno trovato una conferma quasi assoluta nei risultati ex post, premiando il lavoro di previsione e sviluppo della polizza; al contrario possiamo vedere come, in presenza di alti livelli di volatilità, 15%, i costi per la compagnia sono elevatissimi, a prescindere dal livello del tasso di minimo garantito utilizzato o dal rendimento medio previsto.

Possiamo dire quindi, che la compagnia può permettersi di offrire un tasso minimo garantito dell'1%, se riesce a mantenere il rendimento medio della gestione separata almeno sopra il 3%, purché la volatilità rimanga molto contenuta, non superando i due punti percentuali.

Oppure, se la compagnia volesse utilizzare ipotesi ancora più prudentziali, garantendo quindi un tasso di rivalutazione minimo dello 0%, potrebbe permettersi un rendimento medio della gestione separata anche solo del 2%, ma con una volatilità bassissima, pari all'1%; oppure per livelli più attendibili di volatilità può mantenere dei costi pressoché nulli aumentando il rendimento della gestione separata, dove con un valore del 5% (difficile da ottenere nel periodo storico attuale) riuscirebbe, anche in presenza di volatilità del 4% a sostenere costi nulli.

## CONCLUSIONI

Questo lavoro ha avuto come finalità l'analisi dei costi sostenuti da una compagnia che offre un rendimento minimo garantito su una polizza mista rivalutabile.

I risultati ottenuti sono chiaramente il frutto di ipotesi e di un procedimento puramente accademico, con molte semplificazioni per quanto riguarda le condizioni iniziale della polizza e soprattutto, per quanto riguarda i rendimenti della gestione separata. Questo sia perché ogni compagnia di assicurazione offre polizze con contenuti differenti, sia perché le modalità con cui sono investiti i premi delle gestioni separate (che portano quindi dei rendimenti) sono il frutto di un lavoro di scelta del portafoglio investimenti, peculiare ad ogni impresa di assicurazione e di difficile replica per le finalità di questo lavoro.

I valori ottenuti seppur viziati da quanto detto, assolvono allo scopo per cui sono stati pensati e calcolati, cioè fornire un'approssimazione della realtà. Questi risultati infatti, ci danno la possibilità di capire il criterio con cui una compagnia sceglie il tasso minimo garantito che offre agli assicurati, sulla base di valutazioni al livello di previsioni dell'andamento della gestione separata e sul grado di rischio dei prodotti nei quali investe i premi. È importante capire come, piccole variazioni sia del tasso minimo garantito, sia del rendimento medio previsto per la gestione separata (con l'ipotesi di un rischio tendenzialmente basso e costante, in quanto nella realtà si parla di Stato e di obbligazioni), comportano grandi mutamenti al

livello di costi sostenuti dall'impresa; l'obiettivo quindi deve essere quello di ricercare quella combinazione di valori più probabili, che comportino un costo per la compagnia tendenzialmente nullo.

### **BIBLIOGRAFIA E RIFERIMENTI**

COCOZZA R. *La gestione del rischio di tasso di interesse nelle imprese di assicurazione sulla vita*, Cedam, Padova, 2000.

FLOREANI A. – RIGAMONTI S. *La gestione dei rischi finanziari nelle polizze vita rivalutabili*, Milano: I.S.U. Università cattolica, 1999.

QUADERNI ISVAP 12, *L'asset liability management nelle imprese di assicurazione sulla vita*, 2001.

DI CRISTOFANO G. *Il controllo delle scorte in azienda : con software operativo sulla simulazione montecarlo e sulla pianificazione degli approvvigionamenti*, Milano, Etas libri, 1990.

CACCIAMANI C. *Asset Management e Asset Liability Management*, Milano, Egea, 2006.

MORICONI F. *Matematica finanziaria*, Bologna, Il Mulino, 1994.

OLIVIERI A. – PITACCO E. *La valutazione nelle assicurazioni vita: profili attuariali*, Milano, Egea, 2005.

TAMPONI G. *Il rischio di tasso di interesse e le operazioni di hedging*, Padova, Cedam, 1989.

SANTOBONI F. – CHESSA G. – FERRAZZI G. – GAGLIARDINI L. – LOZZI G. – NOVELLI R. *Manuale di gestione assicurativa: intermediazione e produzione*, Padova, Cedam, 2012.

PELLINO P – PELLINO R. - SORGI S. - BARONI L... [et al.], *Capire le assicurazioni: guida pratica ai prodotti assicurativi*, Milano, Il sole-24 ore, 2006.

VINCENZINI M. – ZIANTONI G. – DE PASCALIS A. R. – GAGLIARDI L. – SABBATUCCI S. *Manuale di gestione assicurativa: intermediazione, finanza e produzione*, Padova, Cedam, 2003.

BENNATI E. *La simulazione statistica nell'analisi della distribuzione di reddito. Modelli realistici e metodo di Montecarlo*, Pisa, Ets, 1988.

COPELAND T. – ANTIKAROV V. *Opzioni reali. Tecniche di analisi e valutazione*, Milano, Il sole-24 ore, 2003.

ROSSETTI A. *Il mercato telematico delle opzioni. Pricing, tecniche di negoziazione, normativa, e politica monetaria*, Milano, Il sole-24 ore, 1995.

HULL J. C. *Opzioni, futures e altri derivati, 9. Ed.* Boston, Pearson, 2015.

ASSICURAZIONI GENERALI, *L'assicurazione sulla vita*, Trieste, Ed. Assicurazioni Generali, 2004.

ASSICURAZIONI GENERALI, *L'assicurazione sulla vita*, Trieste, Ed. Assicurazioni Generali, 1987.

ASSICURAZIONI GENERALI, *L'assicurazione sulla vita*, Trieste, Ed. Assicurazioni Generali, 1981.

BAZZANO C. *L'assicurazione sulla vita*, Milano, Pirola Ed. 1993.

### SITOGRAFIA

<https://www.cnpppartners.it/risorse-utili/glossario-assicurativo/ramo-assicurativo/>

[https://www.snowviewfarm.com/che-cosa-e-puro-](https://www.snowviewfarm.com/che-cosa-e-puro-rischio/#:~:text=Una%20forma%20di%20puro%20rischio%20%C3%A8%20quando%20la,puri%20potrebbero%20essere%20causati%20da%20un%20disastro%20naturale.)

[rischio/#:~:text=Una%20forma%20di%20puro%20rischio%20%C3%A8%20quando%20la,puri%20potrebbero%20essere%20causati%20da%20un%20disastro%20naturale.](https://www.snowviewfarm.com/che-cosa-e-puro-rischio/#:~:text=Una%20forma%20di%20puro%20rischio%20%C3%A8%20quando%20la,puri%20potrebbero%20essere%20causati%20da%20un%20disastro%20naturale.)

<https://www.contemplata.it/2018/02/rischi-speculativi-e-rischi-puri/>

[https://www.chescelta.it/polizze-vita-](https://www.chescelta.it/polizze-vita-rivalutabili/#:~:text=Le%20polizze%20vita%20rivalutabili%20sono,ottiene%20investendo%20i%20premi%20raccolti.)

[rivalutabili/#:~:text=Le%20polizze%20vita%20rivalutabili%20sono,ottiene%20investendo%20i%20premi%20raccolti.](https://www.chescelta.it/polizze-vita-rivalutabili/#:~:text=Le%20polizze%20vita%20rivalutabili%20sono,ottiene%20investendo%20i%20premi%20raccolti.)

<http://www.ordineattuari.it/linee-guida/determinazione-del-rendimento-prevedibile/>

<https://www.ivass.it/>

<https://www.ania.it/>

<https://www.treccani.it/>

<https://www.borsaitaliana.it/>

<https://www.ilsole24ore.com/>